

PRIMJENJIVOST MARKOWITZEVOG MODELA NA HRVATSKOM TRŽIŠTU KAPITALA

Listeš, Rina

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:124:856056>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-19**

Repository / Repozitorij:

[REFST - Repository of Economics faculty in Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU
EKONOMSKI FAKULTET**

DIPLOMSKI RAD

**PRIMJENJIVOST MARKOWITZEVOG
MODELA NA HRVATSKOM TRŽIŠTU
KAPITALA**

Mentor:

prof. dr. sc. Zdravka Aljinović

Student:

Rina Listeš, univ. bacc. oec.

broj indeksa: 2151251

Split, kolovoz 2017.

SADRŽAJ:

1. UVOD	3
1.1. Problem i predmet istraživanja	3
1.2. Hipoteze i ciljevi istraživanja.....	5
1.3. Metode rada	6
1.4. Struktura rada	7
2. MODERNA TEORIJA PORTFELJA.....	8
2.1. Definicija moderne teorije portfelja	8
2.2. Teorijske pretpostavke modela	11
2.2.1. Opće pretpostavke modela	11
2.2.2. Očekivani prinos i rizik portfelja	13
2.2.3. Efikasan skup	21
3. HRVATSKO TRŽIŠTE KAPITALA	24
3.1. Razvoj tržišta kapitala u Hrvatskoj	25
3.2. Tržišna aktivnost i veličina tržišta	28
4. FORMIRANJE OPTIMALNOG PORTFELJA.....	34
4.1. Performanse tržišnog indeksa CROBEX®	35
4.1. Efikasna granica i izbor optimalnog portfelja	38
4.3. Ocjena rezultata postupka optimizacije portfelja	45
4.4. Usporedna analiza performansi optimalnog portfelja i službenog indeksa	48
4.5. Analiza performansi optimalnog i tržišnog portfelja u investicijskom periodu	52
5. ZAKLJUČAK.....	60
SAŽETAK:.....	63
SUMMARY:	63
LITERATURA:	64
POPIS GRAFIKONA:	68
POPIS SLIKA:	69
POPIS TABLICA:.....	70
PRILOZI:	71

1. UVOD

1.1. Problem i predmet istraživanja

Razvojem financijskih tržišta brojni investitori plasiraju svoja sredstva u različite financijske instrumente. Financijska ulaganja su izrazito rizična. Temelje se na očekivanjima i njihova buduća vrijednost uvijek je neizvjesna. Svako ulaganje nosi svoj rizik, koji je teško mjerljiv i ovisi o različitim faktorima. Unatoč uvijek prisutnom riziku, investitori i dalje ulažu u financijske instrumente jer rastom rizika proporcionalno raste i prinos koji donosi financijski instrument.¹

Prinos i rizik čine dvije osnovne varijable koje investitor koristi da bi odabrao portfelj u koji želi ulagati. Svi investitori žele portfelj koji ima što veći prinos uz što manji rizik. Suvremeni trendovi na financijskim tržištima smanjuju odnosno izbjegavaju rizik diversifikacijom vrijednosnih papira. Ulaganjem u različite vrijednosne papire odabire se optimalan portfelj no nužno je naglasiti važnost upravljanja odabranim portfeljem.

Želja za odabirom portfelja koji donosi najveći prinos uz najniži rizik dovela je do pojave moderne teorije portfelja. Osim naglaska na prinos, moderna teorija portfelja daje važnost i riziku. Navedeni model pretpostavlja da investitori izbjegavaju rizik kad god je to moguće odnosno između investicija jednakog prinosa odabrat će onu koja nosi manji rizik.² Cilj moderne teorije portfelja je pronaći ravnotežu između prinosa i rizika formirajući portfelj prema osobnim interesima ovisno o vlastitoj averziji prema riziku.

Najpoznatiji model za izbor optimalnog portfelja u uvjetima rizika i neizvjesnosti uveo je Harry Markowitz. Ovaj model je veliki napredak na polju financijskog matematičkog modeliranja. Prvi je model koji je uspio kvantitativno izraziti rizik, a najviše je doprinio prikazom kako optimizirati rizik i dokazom da vrijedi diversificirati portfelj. Cilj modernog Markowitzevog upravljanja portfeljem je optimizacija odnosa očekivanog prinosa i pripadajućeg rizika.³ Model je nailazio i na kritike zbog pretpostavki da su prinosi normalno distribuirani, investitori racionalni, a tržište likvidno i efikasno.

¹ Madir, J.: Tržište kapitala, Gospodarska misao, 2009., str. 35-40

² Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zagreb, 2008., str. 136-140

³ Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 1

Unatoč kritikama o primjenjivosti Markowitzevog modela u praksi, koncepti koje je Markowitz uveo još uvijek su polazište za daljnja istraživanja. Model je i danas u širokoj upotrebi pri pronalasku optimalnog portfelja, te predstavlja bazu za razvoj novih i poboljšanih modela.

Investitori odabiru svoj optimalan portfelj ovisno o riziku koji su spremni preuzeti, jer je razina rizika direktno povezana s razinom prinosa koji donosi portfelj. Da bi se sastavio optimalan portfelj nužno je definirati kriterije po kojim će se odrediti koja vrijednosnica ulazi u portfelj, a koja ne ulazi u portfelj. Nakon postavljenih kriterija nužno je provesti detaljnu analizu vrijednosnica da bi se došlo do parametara koji je karakteriziraju i koji govore je li vrijednosnica zadovoljila kriterije ili nije zadovoljila kriterije. Inicijalno optimalan portfelj prolaskom vremena može postati suboptimalan bilo zbog promjene parametara koji karakteriziraju vrijednosnicu bilo zbog promjene investitora da snosi određenu razinu rizika te je potrebno izvršiti reviziju i konstruirati konačan portfelj. Odabranom portfelju analiziramo performanse usporedbom stvarnih promjena vrijednosti portfelja s unaprijed određenom promjenom vrijednosti koja nam služi kao orijentacija.⁴

Vrijednost portfelja uvijek se mijenja pa se stoga uspoređuje s nekim od relevantnih indeksa tržišta kapitala koji mjere prinos tržišta i služe kao referentne vrijednosti kod analiza. Službeni indeks na hrvatskom tržištu kapitala je CROBEX^{®5} koji je definiran sukladno pravilima burze.⁶ U svom sastavu ima uključeno 25 dionica koje čine najlikvidniji segment hrvatskog tržišta kapitala i mjeri njihove performanse.

Odabir optimalnog portfelja posebno je važan u današnje vrijeme. Zbog brojnih kriza koje potresaju tržište kapitala vlada velika nestabilnost kako na svjetskim tako i na domaćem tržištu kapitala. Tržište postaje nelikvidno pa ni prinosi nisu normalno distribuirani što dovodi u pitanje primjenjivost i validnost Markowitzevog modela na tržištu koje ne ispunjava sve pretpostavke modela.⁷

Glavni motiv u provođenju Markowitzevog modela optimizacije portfelja je kreirati portfelj koji će imati veći prinos od službenog tržišnog indeksa unatoč neispunjenju pretpostavke o normalnoj distribuciji.

⁴ Benninga, S.: Financial Modeling, Fourth Edition, 2014., str. 197-210

⁵ CROBEX je registriran kod Državnog zavoda za intelektualno vlasništvo Republike Hrvatske pod registarskim brojem: Z20080271.

⁶ Andrijanić, I.: Poslovanje na burzama: Načela i praksa, Intergrafika TTŽ, Zagreb, 2015., str. 247-250

⁷ Jerončić, M., Aljinović, Z.: Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija, Ekonomski pregled, 62(9-10), 2011., str 583-588

Iz uočenog problema proizlazi predmet istraživanja. Različitim matematičkim modelima teorijski i empirijski će se istražiti i analizirati Markowitzev optimalan portfelj. Analizirat će se performanse dobivenog portfelja i usporediti s referentnim tržišnim indeksom.

Istražit će se mogući problemi zbog nelikvidnosti na hrvatskom tržištu kapitala i saznati daje li portfelj formiran prema Markowitzevom modelu bolje rezultate od službenog tržišnog indeksa unatoč neispunjenim svim pretpostavkama modela.

1.2. Hipoteze i ciljevi istraživanja

Na temelju opisanog problema može se postaviti sljedeća temeljna radna hipoteza:

Bez obzira na karakter hrvatskog tržišta kapitala i neispunjenje svih pretpostavki za Markowitzev model, taj model još uvijek može dati portfelje koji imaju bolje performanse nego portfelj dobiven po uzoru na službeni tržišni indeks.

Pomoćna hipoteza:

Efikasnost postupka optimizacije portfelja Markowitzevim modelom uvjetovana je ispunjenjem pretpostavke o normalnoj distribuciji prinosa.

Glavni cilj istraživanja je ispitati mogućnost kreiranja portfelja na temelju Markowitzevog modela koji će imati bolje performanse od tržišnog portfelja unatoč neispunjenju svih pretpostavki modela.

Hrvatsko tržište kapitala je još uvijek u nastajanju što povećava potrebu da se detaljno proučava i analizira. Karakterizira ga slaba likvidnost i razvijenost, a to stvara problem kod postizanja zadovoljavajuće diversifikacije rizika portfelja. Niska razina likvidnosti dovodi u pitanje primjenjivost Markowitzevog modela.

Cilj ovog rada je proširiti dosadašnje spoznaje o Markowitzevom modelu, a njegovom primjenom formirati optimalan portfelj unatoč mogućim problemima zbog nelikvidnog tržišta.

1.3. Metode rada

Da bi se istražila primjenjivost Markowitzevog modela nužno je primijeniti odgovarajuće metode pri ispitivanju i dokazivanju dobivenih rezultata. U istraživanju i potvrđivanju hipoteza koristile su se različite znanstvene metode.

Metoda analize – postupak raščlanjivanja složenijih cjelina na jednostavnije sastavne dijelove, te proučavanje pojedinih dijelova svakog zasebno i usporedbom s drugim dijelovima.

Metoda sinteze – postupak znanstvenog istraživanja putem spajanja dijelova u cjelinu i sastavljanja jednostavnih misaonih tvorevina u složene kao i složenih u još složenije.

Metoda deskripcije – postupak opisivanja činjenica, te empirijsko potvrđivanje njihovih odnosa i veza.

Metoda eksplanacije – postupak objašnjavanja osnovnih pojmova te njihova relacija

Metoda dokazivanja i opovrgavanja – postupak kojim se dokazuje istinitost hipoteze, odnosno njeno opovrgavanje.

Metoda indukcije – postupak donošenja zaključka o općem sudu na temelju pojedinih činjenica

Metoda dedukcije – postupak donošenja pojedinačnih zaključaka na temelju općeg suda.

Za prikaz stanja i dosadašnjeg razvoja tržišta kapitala u Hrvatskoj koristile su se metode deskripcije, analize, sinteze i dokazivanja. Računanje parametara obavit će se metodom analize te statističkim i kvantitativnim metodama. Komparativna metoda će se koristiti za usporedbu konstruiranog optimalnog portfelja s tržišnim indeksom. Metode indukcije, dedukcije i eksplanacije će se koristiti prilikom objašnjenja utvrđenih rezultata postavljenih hipoteza i donošenje konačnog zaključka.

Za obradu podataka koristit će se računalni programi MS Excel i EViews 9 SV, a radi lakše usporedivosti i preglednosti svi podaci će biti tablično i grafički prikazani.

1.4. Struktura rada

Diplomski rad je podijeljen na pet poglavlja uključujući uvod i zaključak.

U uvodnom dijelu opisan je problem i predmet istraživanja. Postavljena je temeljna radna hipoteza i definirat će se svrha, ciljevi istraživanja, korištene metode i doprinos istraživanja. Ukratko će se opisati struktura rada.

U drugom poglavlju će se teorijski predstaviti moderna teorija portfelja, njene pretpostavke, osnovne definicije i parametri, te će biti objašnjeni doprinosi i kritike.

U trećem poglavlju pratit će se razvoj hrvatskog tržišta kapitala, njegova aktivnost i veličina. Opisat će se njegove karakteristike i razlozi (ne)razvijenosti.

U četvrtom dijelu provest će se odabiranje optimalnog portfelja Markowitzevim modelom. Objasniti će se performanse dobivenog portfelja i usporediti s performansama portfelja tržišnog indeksa CROBEX®.

U petom, zaključnom dijelu sažet će se sve važnije spoznaje i činjenice koje proizlaze iz teorijskih saznanja i istraživanja, sintetizirati će se rezultati empirijskog istraživanja sa ciljevima rada. Donijet će se relevantni zaključci koji će dovesti do prihvatanja ili odbacivanja hipoteza.

2. MODERNA TEORIJA PORTFELJA

2.1. Definicija moderne teorije portfelja

Portfelj predstavlja linearnu kombinaciju ulaganja u financijsku imovinu. Sastavljen je od različitih financijskih instrumenata, nekretnina, roba i novca. Prilikom sastavljanja portfelja svaki investitor odlučuje o postizanju željenih financijskih rezultata te definira rizik koji je voljan preuzeti da bi ostvario prinos.⁸ Ideja koja je vodila razvoj moderne teorije portfelja svima je poznata maksima: „Nije dobro držati sva jaja u jednoj košari.“⁹. Ova maksima nam pokazuje važnost diversifikacije portfelja.

Upravljanje portfeljem ima dugu povijest, no u novije vrijeme pojam portfelja veže se uglavnom uz upravljanje vrijednosnicama. Iako se upravljanje portfeljem postepeno razvijalo i prošlo kroz mnoge faze razvoja, evolucija znanstvenog pristupa upravljanju portfeljem može se podijeliti u tri najznačajnije faze:

- od početka 20. stoljeća do 1933. – ovu fazu odlikuje subjektivnost investitora. Prema vlastitim procjenama su pristupali upravljanju portfeljem i to na temelju glasina i procjena ostalih investitora. Ovakav način ulaganja više je ličio na nekontrolirano kockanje bez analitičkog i znanstvenog pristupa. Nakon sloma burze u New York-u i velike ekonomske krize, doneseni su Zakon o tržištu kapitala i Zakon o vrijednosnim papirima u SAD-u te time završava ova faza;
- 1934. - 1952. – ovu fazu poznajemo kao fazu početka profesionalizma. Osnivanjem regulatornih tijela za nadzor poslovanja i tržišnog natjecanja, kontrole računovodstvenih izvještaja tvrtki koje kotiraju na burzi postaju strože te se traže detaljni, ažurni i sveobuhvatni izvještaji;
- 1952. do danas – ova faza započinje objavom članka „Portfolio Selection“, Harryja M. Markowitza 1952. Godine. Objavljeni članak predstavlja jedan od najvažnijih dokumenata u suvremenoj analizi vrijednosnica i upravljanju portfeljem. Svojim radom Markowitz je postavio temelje moderne teorije portfelja, te prezentirao model optimizacije portfelja u uvjetima neizvjesnosti i rizika (mean-variance model). Markowitz se usmjerio na kombinirani učinak odnosa između prinosa i rizika

⁸ Pojatina, D.: Tržište kapitala, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 2000., str. 212

⁹ Riječ je o poznatoj maksimi Burtona G. Malkiela „You should not put all your eggs in one basket“

portfelja, te međuovisnosti pojedinih vrijednosnica koje čine portfelj. Važnost ovog modela, njegova korisnost i utjecaj na svijet financija i odluke investitora se najbolje očituje u činjenici da je 1990. Godine Harry M. Markowitz osvojio Nobelovu nagradu iz ekonomije.¹⁰

Financijska tržišta prepuna su rizika koji prijete svim investitorima. Rizik predstavlja negativno odstupanje buduće vrijednosti, tj. prinosa vrijednosnice ili cjelokupnog portfelja od očekivane vrijednosti. No, prihvaćajući rizik investitorima je omogućeno da ostvaruju prinos. Upravo su prinos i rizik glavni pokretači aktivnosti na financijskim tržištima. Investiranjem se odričemo novčanih sredstava na određeno vrijeme da bi ostvarili budući prinos koji će nam kompenzirati vrijeme na koje su uložena novčana sredstva, očekivanu stopu inflacije te nesigurnost budućih isplata.¹¹

Moderna teorija portfelja pretpostavlja da investitori imaju averziju prema riziku i da su racionalni, odnosno ako mogu birati između dvije vrijednosnice jednakog prinosa, a različitog rizika, odabiru vrijednosnicu koja je manje rizična. Moderna teorija portfelja bazirana je na dva principa, a to su maksimalan prinos i minimalni rizik. Visina rizika koju je pojedini investitor spreman prihvatiti ovisi o njegovim željama i preferencijama. Investitori koji imaju veću averziju prema riziku prihvatit će niži prinos za veću razinu sigurnosti, odnosno biraju manju stopu rizika. Investitori koji imaju manju averziju prema riziku prihvatit će veću stopu rizika u zamjenu za veći prinos.¹²

Investitor koji sa sigurnošću poznaje kretanje prinosa vrijednosnica ulagat će samo u jednu vrijednosnicu, onu koja nosi najveći prinos. Ukoliko više vrijednosnica ima isti budući prinos investitor neće biti zainteresiran za diversifikaciju već će i dalje ulagati samo u jednu vrijednosnicu. Situacije u kojima nema rizika i budući prinosi su unaprijed poznati u stvarno svijetu su potpuno nerealne. Markowitz zaključuje da odabir vrijednosnice ovisi o budućem prinosu te pripadajućem riziku.

Cilj Markowitzevog M-V modela je pronaći ravnotežu između prinosa i rizika, odnosno odabrati portfelj koji će uz najmanji mogući rizik donijeti najveći mogući prinos. Do uvođenja

¹⁰ Indranarain, R.: The Impact of the Subprime Crisis on Global Financial Markets, Banks and International Trade, Cambridge Scholars Publishing, Newcastle upon Tyne, 2013., str. 1-32

¹¹ Vidučić, Lj., Financijski menadžment, V. Izdanje, RRiF, Zagreb, 2006., str. 123

¹² Markowitz, H.: Portfolio Selection, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1., American Finance Association, 1952., str 77-91

ovog modela nijedna mjera nije kombinirala i prinos i rizik, pa su se ova dva faktora promatrala pojedinačno. Investitori su često zanemarivali rizik te su ulagali u vrijednosnice sa što većim prinosima što je dovodilo do financijskih krahova.¹³

Mnogi investitori shvatili su da bi diversifikacija rezultirala optimalnim portfeljem i nižim rizikom, no Markowitz je bio prvi koji je razvio matematički model. Pored dvije varijable, prinos i rizik, Markowitz uključuje i treću varijablu, korelaciju. Korelacija vrijednosnica predstavlja međuovisnost kretanja pojedinih vrijednosnica unutar portfelja. Uvođenjem ove varijable investitori mogu formirati nove portfelje koji im omogućuju isti povrat uz manji rizik ili veći prinos uz isti rizik, bez promjena prve dvije varijable.¹⁴

Brojne kritike osporavale su pretpostavke Markowitzevog modela, no unatoč tome M-V model predstavlja najznačajniju inovaciju 20. stoljeća na području upravljanja portfeljima. Iako su na temelju ovog modela nastali brojni novi modeli M-V model ostao je bazni model.¹⁵

¹³ Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 1

¹⁴ Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zagreb, 2008., str. 136-140

¹⁵ Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 25-30

2.2. Teorijske pretpostavke modela

2.2.1. Opće pretpostavke modela

Markowitz je svojim modelom želio pronaći ravnotežu između rizika i prinosa. Uz pretpostavku da imamo sve potrebne informacije, ovim modelom možemo formirati portfelj koji na određenom stupnju rizika donosi najveću stopu prinosa, odnosno portfelj koji za zadanu stopu prinosa ima minimalni rizik.¹⁶

Različiti investitori imaju različite preferencije, no svima je zajednička averzija prema riziku, te maksimiziranje očekivane korisnosti bogatstva. Za zadani nivo rizika investor će se, između nekoliko vrijednosnica, odlučiti za one s većim prinosom, te obratno, za zadani nivo prinosa investor će se, između nekoliko vrijednosnica, odlučiti za ne s manjim rizikom.

Osnovne pretpostavke Markowitzevog modela:

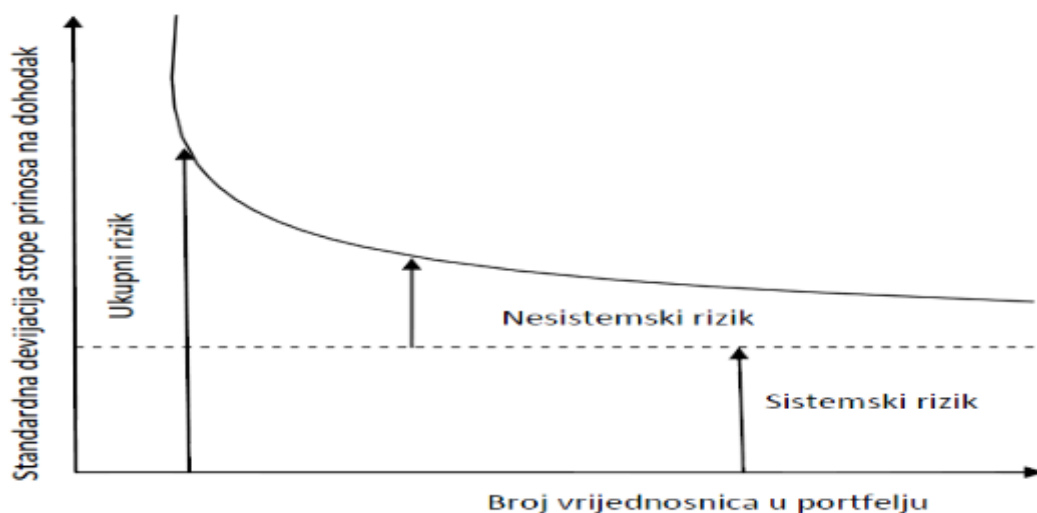
- Prinosi na dionice su distribuirani po normalnoj distribuciji;
- Investitori žele maksimalizirati svoju ekonomsku korist;
- Investitori su racionalni i imaju averziju prema riziku;
- Investitori su dobro obaviješteni o svim relevantnim činjenicama potrebnima za donošenje investicijske odluke;
- Nema transakcijskih i poreznih troškova;
- Vrijednosnice su savršeno djeljive.¹⁷

Ove pretpostavke bile su polazna točka mnogih kritika modela. Najviše kritika se odnosilo na normalnu distribuciju te nepostojanje troškova. Normalna distribucija prinosa nije nikada dokazana. Sljedeći veliki razlog kritike ovog modela je potreba za izračunavanjem velikog broja standardnih devijacija i korelacija prinosa vrijednosnica koji su uzeti u analizu. To je ograničavalo praktičnu primjenu modela. U novije vrijeme zahvaljujući brzim računalima i razvoju specijaliziranih softvera problem optimizacije portfelja može se riješiti brzo i efikasno primjenom MV modela.

¹⁶ Markowitz, H.: Portfolio Selection, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1., American Finance Association, 1952., str. 77-91

¹⁷ Jerončić, M., Aljinović, Z.: Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija, Ekonomski pregled, 62(9-10), 2011., str. 585

Markowitz je pokazao da se povećanjem broja dionica u portfelju rizik smanjuje. Taj zaključak je poznat kao diversifikacija rizika. Slika 1 prikazuje sveukupni rizik koji se sastoji od dvije osnovne komponente. Prvu komponentu predstavlja sistemski rizik. Sistemski rizik je opći rizik na tržištu koji proizlazi iz promjena u svjetskoj i nacionalnoj ekonomiji, poreznoj reformi i slično, a taj se rizik boljom diversifikacijom portfelja vrijednosnih papira ne može otkloniti. Drugu komponentu predstavlja nesistemski rizik. Nesistemski rizik uzrokovan je promjenama u uspješnosti poslovanja pojedinih poduzeća, emitenata dionica, ali taj se rizik diversifikacijom portfelja može otkloniti.¹⁸



Slika 1: Sistemski i nesistemski rizik u odnosu na sveukupni rizik

Izvor: Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 29

¹⁸ Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 28-29

2.2.2. Očekivani prinos i rizik portfelja¹⁹

Pretpostavimo da investitor može ulagati u n različitih vrijednosnih papira u trenutku $t = 0$ i da ih posjeduje sve do trenutka $t = T$. Pretpostavimo i da nema transakcijskih troškova i da su vrijednosnice savršeno djeljive. Cijene vrijednosnica u trenutku $t = 0$ i trenutku $t = T$ određuje prinos i -te vrijednosnice R_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, u trenutku $t = T$. Preciznije, ako je u trenutku $t \in \{0, T\}$, cijena vrijednosnog papira $P_i(0)$, odnosno $P_i(T)$, tada se složeni kontinuirani prinos pojedinog vrijednosnog papira računa izrazom:

$$R_i = \ln \left(\frac{P_i(T)}{P_i(0)} \right) \quad (1)$$

A diskretni prinos izrazom:

$$R_i = \frac{P_i(T) - P_i(0)}{P_i(0)} \quad (2)$$

Ako je u promatranom vremenskom razdoblju isplaćena dividenda za promatranu dionicu, tada se ukupni prinos računa tako da se brojnicima gornjih izraza doda isplaćena dividenda.

Prinos izračunat kontinuiranim ukamaćivanjem uvijek je manji od prinosa izračunatog diskretnim ukamaćivanjem, ali razlika najčešće nije velika. U slučaju kada koristimo složeni kontinuirani prinos pretpostavljamo da je $P_t = P_{t-1} e^{r_t}$, gdje je r_t stopa prinosa tijekom perioda $(t-1, t)$. Pretpostavimo da su $r_1, r_2, \dots, r_{12}$ prinosi za 12 perioda, tada će vrijednost vrijednosnice na kraju 12 perioda biti $P_{12} = P_0 e^{r_1 + r_2 + \dots + r_{12}}$. Ovakav prikaz cijene i prinosa omogućava nam da pretpostavimo da je prosječni periodički prinos za 12 perioda $r = (r_1 + r_2 + \dots + r_{12})/12$.

Dakle može se zaključiti da kada podaci o prinosima za periode iz prošlosti određuju distribuciju prinosa, složeni kontinuirani prinos je prikladnija mjera prinosa u odnosu na složeni diskretni prinos.

Ako se vlasnik vrijednosnice, na kraju razdoblja, ne odluči za njenu prodaju, to se tretira kao implicitna odluka o prodaji i istovremenoj ponovnoj kupnji te iste vrijednosnice.

¹⁹ Sastavljeno prema Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 2-16

Označimo nadalje s π_i dio početnog uloga x investiranog u vrijednosnicu i u trenutku $t = 0$, to jest:

$$\pi_i = \frac{\Psi_i P_i(0)}{x} \quad (3)$$

gdje je Ψ_i broj i -tih vrijednosnica kupljenih u trenutku $t = 0$. Vektor $\pi = (\pi_1 \dots \pi_n)'$ nazvat ćemo vektorom portfelja investitora. Nadalje vrijedi:

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \quad (4)$$

O izboru vektora portfelja π na početku promatranog razdoblja ovisit će ukupni prinos ili prinos portfelja u trenutku $t = T$:

$$R^\pi = \frac{X^\pi(T) - x}{x} \quad (5)$$

Gdje su $X^\pi(T) = \sum_{i=1}^n \Psi_i P_i(T)$ ukupna novčana sredstva dobivena prodajom dionica u trenutku $t = T$.

Dokažimo da je u diskretnom slučaju prinos portfelja: $R^\pi = \sum_{i=1}^n \pi_i R_i$.

$$\begin{aligned} R^\pi &= \frac{X^\pi(T) - x}{x} = \sum_{i=1}^n \frac{\Psi_i P_i(T)}{x} - \sum_{i=1}^n \frac{\Psi_i P_i(0)}{x} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\Psi_i P_i(0)}{x} \left[\frac{P_i(T)}{P_i(0)} - 1 \right] = \sum_{i=1}^n \pi_i R_i \end{aligned} \quad (6)$$

Iz relacije (6) možemo uočiti da je prinos portfelja vagani zbroj prinosa pojedinačnih vrijednosnih papira pri čemu su ponderi definirani relacijom (3).

Ponekad udjeli π_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, mogu poprimiti i negativne vrijednosti, a to je u praksi poznato pod pojmom kratke prodaje (*short sale*). Kada se radi o kratkoj prodaji, investitor prvo prodaje vrijednosnicu koja nije u njegovom vlasništvu, ali ju je on posudio od treće osobe i prodao ju jer se nadao da će je kasnije kupiti po manjoj cijeni. Da bi sudjelovao u kratkoj prodaji investitor se obraća posredničkoj firmi koja vrijednosni papir posuđuje od

drugog investitora koji mora dati dozvolu za kratku prodaju. Kada tvrtka-izdavatelj dionice isplaćuje dividendu vlasnicima, investitor mora bivšem vlasniku isplatiti isti iznos. Na kraju transakcije investitor otkupljuje vrijednosnicu i vraća ga posredničkoj firmi. Investitor ostvaruje pozitivan prinos ukoliko su investitorski troškovi manji od cijene po kojoj je na početku prodao vrijednosnicu.

Budući da je cijena vrijednosnice $P_i(t)$ u trenutku t u budućnosti slučajna varijabla, te je i prinos $R_i(t)$ vrijednosnice i u trenutku t slučajna varijabla.

Pretpostavljamo da su distribucije prinosa portfelja i distribucije prinosa individualnih ulaganja približno normalne, što je i Markowitz predvidio u svojim istraživanjima. Normalnu je distribuciju moguće kompletno okarakterizirati poznajući njenu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju. Stoga je potrebno pronaći povezanost i aritmetičke sredine i standardne devijacije prinosa portfelja s odgovarajućim parametrima distribucije prinosa pojedinačnih vrijednosnih papira koji čine portfelj.

Uvažavajući da je očekivana vrijednost zbroja slučajnih varijabli jednaka zbroju očekivanih vrijednosti, to jest da vrijedi $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ i da je očekivana vrijednost umnoška konstante i slučajne varijable jednaka umnošku konstante i očekivane vrijednosti slučajne varijable, to jest da vrijedi $E(\alpha X) = \alpha E(X)$, dobivamo izraz za očekivani prinos portfelja:

$$\mu_\pi = E(R_\pi) = E\left(\sum_{i=1}^n \pi_i R_i\right) = \sum_{i=1}^n \pi_i E(R_i) = \sum_{i=1}^n \pi_i \mu_i \quad (7)$$

Dakle, aritmetička sredina ili očekivana vrijednost prinosa portfelja koji se sastoji od n vrijednosnica je vagana aritmetička sredina prinosa individualnih ulaganja, gdje su ponderi udjeli pojedinih vrijednosnica u portfelju definirani relacijom (3).

Rizik ulaganja u pojedinu vrijednosnicu Markowitz kvantificira varijancom prinosa $\text{Var}(R_i)$.

Jedna od pretpostavki Markowitzevog modela je normalna distribucija prinosa dionica. Uz tu pretpostavku dionice čija vrijednost više varira u odnosu na očekivanu vrijednost su

rizičnije vrijednosnice, pa varijanca kao mjera varijabiliteta prinosa predstavlja prikladnu mjeru rizika.

Ako je $\text{Var}\{R_i\} = 0$, reći ćemo da je vrijednosnica bezrizična (*risk-free asset*). U protivnom, vrijednosnica je rizična. Rizik portfelja definiramo kao varijancu prinosa portfelja $\text{Var}(R^\pi)$ koja je definirana izrazom:

$$\text{Var}(R^\pi) = E\{[R^\pi - E(R^\pi)]^2\} \quad (8)$$

Korištenjem linearnosti matematičkog očekivanja, može se pokazati da je:

$$\text{Var}(R^\pi) = E[(R^\pi)^2] - [E(R^\pi)]^2 \quad (9)$$

Raščlanjivanjem ovog izraza i primjenom navedenih svojstava aditivnosti i multiplikativnosti očekivane vrijednosti slučajne varijable, dobiva se:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R^\pi) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \sigma_{ij} \pi_j, \\ \sigma_{ij} &= \text{Cov}(R_i, R_j) = E(R_i R_j) - E(R_i)E(R_j), i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (10)$$

Uočimo da se kovarijanca prinosa vrijednosnice same sa sobom $\sigma_{i,i}$, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, može tretirati kao varijanca prinosa promatrane vrijednosnice:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R^\pi) &= E[(R^\pi)^2] - [E(R^\pi)]^2 = E(R_i R_i) - E(R_i)E(R_i) \\ &= \text{Cov}(R_i, R_i) \end{aligned} \quad (11)$$

Budući da je:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \pi_j = 1, \quad (12)$$

možemo reći da jednakost (10) izražava $\text{Var}(R^\pi)$ kao vagani prosjek n^2 varijanci i kovarijanci prinosa vrijednosnica u portfelju.

Očito je, da za razliku od očekivane vrijednosti prinosa portfelja koja je linearna funkcija udjela investicija u portfelju, varijanca prinosa portfelja nije linearna funkcija udjela

investicija. Razlog tome je što se moguće varijance prinosa oko očekivanih vrijednosti svake investicije ne moraju poklapati niti intenzitetom niti smjerom kretanja. Zbog toga varijanca prinosa portfelja ovisi o sljedećim parametrima: udjelima pojedinih vrijednosnica u portfelju, varijancama prinosa pojedinih vrijednosnih papira i korelacijama između prinosa pojedinih vrijednosnica u portfelju.

Prilikom ulaganja bitno je paziti i na korisnost koju neka stvar predstavlja investitoru. Vrijednost stvari nije određena cijenom koju netko želi platiti za nju, već korisnošću koju ona ima za vlasnika.

Zasluga za utemeljenje suvremene teorije očekivane korisnosti prvenstveno se pripisuje Johnu von Neummanu i Oskaru Morgensternu. Oni su izložili aksiome koji, ako se poštuju, vode prema optimalnim izborima rezultata u rizičnim situacijama. Prvi aksiom kaže da ako je investitor suočen s izborom između dvije mogućnosti, primjerice dionica poduzeća, on bi trebao dati prednost jednoj ili drugoj ili ostati ravnodušan prema objema. Drugi aksiom kaže da je relacija preferencije je tranzitivna. Drugim riječima, ako se daje prednost dionici A nad dionicom B i dionici B nad dionicom C, onda izbor dionice A također ima prednost nad izborom dionice C.

Stoga je prvenstveno potrebno shvatiti smisao korisnosti i definiciju funkcije korisnosti. Suština korisnosti izražava se samo u relativnim i nikako u apsolutnim mjerama odnosno, funkcija korisnosti samo rangira različite alternative u smislu Pareto indeksa korisnosti, a apsolutne vrijednosti koje generira u potpunosti su nevažne.

Prvo svojstvo koje želimo da ispunjava funkcija korisnosti $U(W)$ je rastući oblik te funkcije. To znači da investitor uvijek preferira mogućnost koja ima veći prinos u usporedbi s mogućnošću koja ima manji prinos uz pretpostavku da su opcije jednako vjerojatne.

Oblik funkcije korisnosti odražava ulagačev stav prema riziku. Osobe koje izbjegavaju rizik (risk-averse person) neće investirati u slučaju kada vjerojatnost dobitka veličine G iznosi 50% i vjerojatnost gubitka veličine G iznosi 50%, što možemo zapisati ovako:

$$U(W) > \frac{1}{2}U(W + G) + \frac{1}{2}U(W - G). \quad (13)$$

Pomnožimo li taj izraz sa 2, dobivamo:

$$2U(W) - U(W - G) > U(W + G) - U(W) \quad (14)$$

Funkcija za koju vrijedi (14) je konkavna, to jest druga derivacija joj je manja od nule: $U''(W) < 0$ (12). Odnosno, investitor koji izbjegava rizik smanjuje novčani udio svoje imovine investirane u rizični portfelj usporedno s povećanjem svojeg bogatstva.

Osobi koja je indiferentna u odnosu na rizik (*risk-neutral person*) svejedno je hoće li ili neće investirati dio bogatstva u slučaju kad je vjerojatnost dobitka G 50%, a isto tako vjerojatnost gubitka G 50%. Za takvog investitora vrijedi:

$$U(W) = \frac{1}{2}U(W + G) + \frac{1}{2}U(W - G). \quad (15)$$

Odnosno:

$$U(W) - U(W - G) = U(W + G) - U(W) \quad (16)$$

Funkcija korisnosti koja zadovoljava jednadžbu (16) je linearna, to jest $U''(W) = 0$. Za osobe koje su sklone riziku (*risk-seeking persons*) vrijedi relacija:

$$U(W) < \frac{1}{2}U(W + G) + \frac{1}{2}U(W - G) \quad (17)$$

Odnosno:

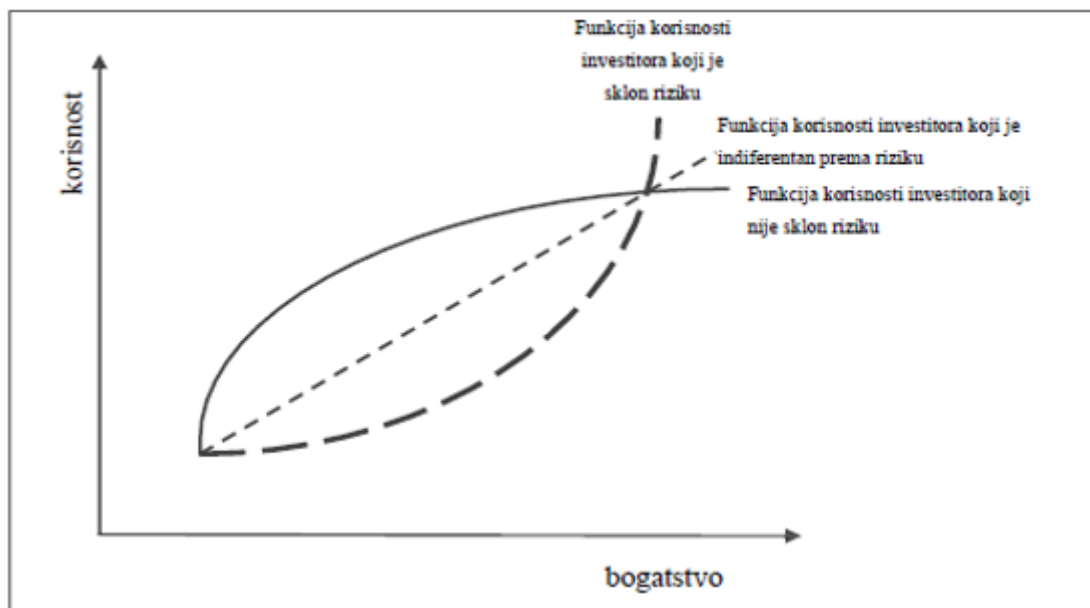
$$U(W) - U(W - G) < U(W + G) - U(W) \quad (18)$$

Riječ je konveksnoj funkciji korisnosti, pa za nju vrijedi $U''(W) > 0$. Funkciju korisnosti investitora koji ulaze na tržište kapitala možemo prikazati kao funkciju očekivanog prinosa portfelja. Očekivana vrijednost funkcije korisnosti tada ovisi o očekivanom prinosu portfelja i varijanci:

$$E(U) = E(U)(\mu_\pi, \sigma_\pi^2) \quad (19)$$

Jednakost (19) od velike je važnosti za teoriju portfelja, jer je očekivani prinos i varijancu mnogo lakše kvantificirati nego očekivanu korisnost.

Sve navedene funkcije korisnosti prikazuje Slika 2.



Slika 2: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je indiferentan u odnosu na rizik i investitora koji je sklon riziku

Izvor: Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 12

Markowitz u svom radu pretpostavlja da je funkcija korisnosti konkavna, odnosno da postoji određeni stupanj averzije prema riziku i da je kvadratna funkcija. U tom slučaju za očekivanu korisnost se dobiva:

$$E(U) = U(E(R^\pi)) + \frac{1}{2} U''(E(R^\pi)) * Var(R^\pi) \quad (20)$$

Krivulje indiferencije u prostoru rizika i prinosa dane su izrazom:

$$E(U) = E(R^\pi) - R_A * Var(R^\pi) \quad (21)$$

Gdje je $R_A = -\frac{1}{2} * \frac{U''(E(R^\pi))}{U'(E(R^\pi))}$ Arrow-Prattov indeks kojim se mjeri stupanj averzije prema riziku. S obzirom da smo pretpostavili da je funkcija korisnosti rastuća, vrijedi $U'(E(R^\pi)) > 0$, dok je zbog konkavnosti $U''(E(R^\pi)) < 0$. Ova svojstva funkcije korisnosti impliciraju da je Arrow-Prattov indeks konkavne funkcije nenegativan na cijelom području definicije.

Prethodno izračunati očekivani prinosi svih vrijednosnica te varijance i kovarijance prinosa vrijednosnica predstavljaju ulazne podatke za Markowitzev model.

Za investitora je pri izboru optimalnog portfelja najvažnije postići što veći mogući veći prinos. Međutim, ako je to jedini kriterij, tada će on uložiti cijeli iznos na vrijednosnicu s najvećim očekivanim prinosom, koja je često vrlo rizična vrijednosnica s vrlo velikim fluktuacijama prinosa. Osnovna ideja Markowitza bila je naći ravnotežu između rizika (to jest varijance prinosa portfelja) i prinosa (to jest očekivane vrijednosti prinosa portfelja).

Markowitzev model optimizacije portfelja formira se na način da ulagač odredi donju granicu prinosa portfelja i tada se iz skupa mogućih portfelja izabere onaj koji ima minimalnu varijancu, odnosno minimalan rizik. Drugi pristup je da ulagač odredi gornju granicu prihvatljivog rizika i onda se iz mogućeg skupa portfelja izabere onaj koji maksimalizira prinos.

Matematički ova dva pristupa optimizacije možemo zapisati na sljedeći način:

$$\begin{array}{ll}
 \min_{\pi \in \mathbb{R}^n} Var(R^\pi) & \min_{\pi \in \mathbb{R}^n} Var(R^\pi) \\
 E(R^\pi) \geq c_1 & E(R^\pi) \geq c_2 \\
 \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 & \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \\
 \text{(I)} & \text{(II)}
 \end{array} \tag{22}$$

Nepoznate varijable u ovom modelu su udjeli pojedinih dionica u portfelju $\pi_i, \in \{1, 2, \dots, n\}$, odnosno vektor portfelja π kojemu su π_i komponente. Dakle, pitamo se koliki mora biti udio svake pojedine dionice u portfelju da bi rizik portfelja bio minimalan uz prinos ne manji od onog kojeg je ulagač unaprijed zadao (konstanta c_1), odnosno koliki mora biti udio svake pojedine dionice u portfelju da bi prinos portfelja bio maksimalan, uz rizik ne veći od onog kojeg je ulagač unaprijed zadao (konstanta c_2).

Problem izbora optimalnog portfelja može se formulirati i uvodeći funkciju korisnosti. Alternativna formulacija Markowitzevog problema temelji se na maksimalizaciji očekivane korisnosti:

$$\begin{aligned} & \text{Max } (E(R^n) - R_A \cdot \text{Var}(R^n)) \\ & \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \end{aligned} \quad \text{(III)} \quad (23)$$

2.2.3. Efikasan skup

Portfelj predstavlja skup različitih kombinacija vrijednosnica. Svaki portfelj nosi određenu razinu rizika, te za preuzeti rizik donosi i određenu razinu prinosa. Ono što brine svakog investitora je kako odabrati optimalan portfelj.²⁰

Optimalan portfelj je onaj portfelj koji će stvoriti najveću korisnost za svog investitora, odnosno to je portfelj koji pri određenoj stopi rizika donosi maksimalni prinos investitoru pa se tako njegovo mjesto nalazi na dodiru krivulje indiferencije i efikasne granice. Svaki investitor gradi portfelj koji odgovara njegovim preferencijama i sklonostima prihvatanja rizika pa se tako s različitim investitorima stvaraju različiti optimalni portfelji. Cilj investitora je uravnoteženje rizika i prinosa koji su u skladu s njegovim sklonostima u kombinaciji odabranih vrijednosnica.²¹

Koristeći se Markowitzevim modelom, ulagač iz skupa svih mogućih portfelja izabire onaj portfelj (efikasni portfelj) čiji je odnos očekivanog prinosa i očekivanog rizika odgovara njegovoj osobnoj ulagačkoj filozofiji.

Slika 3 prikazuje skup mogućih portfelja čine svi portfelji koji se mogu sastaviti od N zadanih vrijednosnica. Budući da je svaki portfelj po Markowitzu okarakteriziran svojim prinosom (očekivanim prinosom) i svojim rizikom (varijancom prinosa), može se prikazati

²⁰ Orsag, S.: Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja, Sarajevo, 2011., str. 427-434

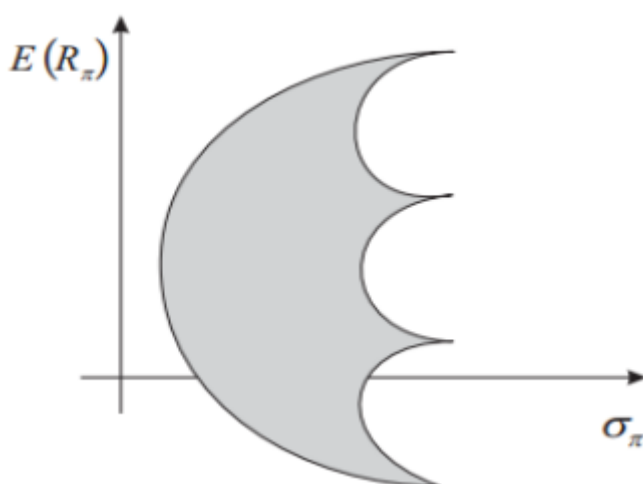
²¹ Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zagreb, 2008., str. 134-140

točkom u koordinatnoj ravnini u kojoj apscisa predstavlja rizik, a ordinata stupanj očekivane stope prinosa.

Uobičajeno je da se kao mjera rizika na apscisi nalazi standardna devijacija prinosa, a ne varijanca.

Skup mogućih portfelja ima dva važna svojstva:

- ako imamo barem tri vrijednosnice (koje nisu savršeno korelirane i koje imaju različite prinose), skup mogućih portfelja je povezano skup;
- skup mogućih portfelja je konveksan s lijeva.²²



Slika 3: Skup mogućih portfelja

Izvor: Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zagreb, 2008., str. 135

Lijeva granica skupa mogućih portfelja naziva se skup minimalne varijance. Njega sačinjavaju točke koje za danu stopu prinosa imaju najmanju varijancu. Dio skupa minimalne varijance koji prikazuje portfelja koji za zadanu standardnu devijaciju imaju maksimalan prinos naziva se efikasnom granicom, a portfelji koji leže na efikasnoj granici efikasni

²² Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 19

portfelji, što je prikazano Slikom 4. Upravo je pronalaženje efikasnih portfelja zadatak ovog modela.²³

Efikasni portfelj možemo matematički definirati kao rješenje sljedećeg problema:

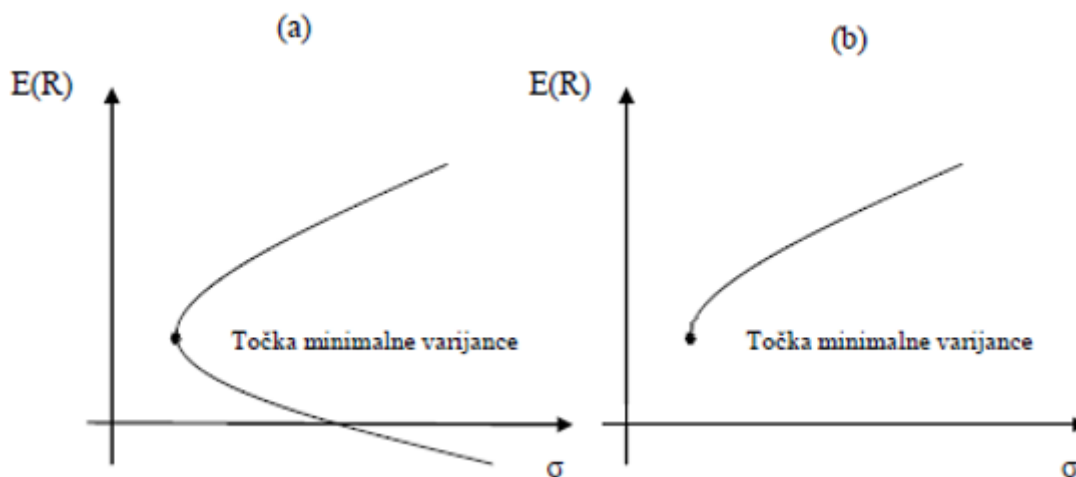
$$\max E(R_p) = \pi' * E(R) = \sum_{i=1}^N \pi_i * E(R_i) \quad (24)$$

uz ograničenja:

$$\begin{aligned} \pi' S \pi &= c \\ \sum_{i=1}^N \pi_i &= 1 \end{aligned} \quad (25)$$

gdje je c konstanta koja prikazuje rizik mjeran varijancom koji je investitor spreman prihvatiti. Investitora će zanimati oni portfelji s efikasne granice koji za danu stopu rizika imaju najveći prinos, odnosno koji za danu stopu prinosa imaju minimalan rizik.

Nepoznate varijable u ovom modelu su udjeli pojedinih dionica u portfelju, pa je u praksi nužno koristiti programske pakete koji iterativnom metodom mogu mijenjati i kombinirati udjele dionica da bi postigli optimalnu kombinaciju, odnosno efikasan portfelj.²⁴



Slika 4: (a) skup minimalne varijance, (b) efikasna granica

Izvor: Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 20

²³ Jerončić, M., Aljinović, Z.: Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija, Ekonomski pregled, 62(9-10), 2011., str. 586

²⁴ Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zagreb, 2008., str. 141

3. HRVATSKO TRŽIŠTE KAPITALA

Financijsko tržište predstavlja skup odnosa ponude i potražnje za financijskim sredstvima. Služi kao platforma za kupovinu i prodaju udjela u kapitalu i instrumenata zaduživanja. Udjel u kapitalu se najčešće pojavljuje u obliku dionice dok je najčešći instrument zaduživanja obveznica. U užem smislu, tržište kapitala je tržište na kojem se trguje financijskim instrumentima i vrijednosnim papirima.²⁵

Usporedba hrvatskog tržišta kapitala s razvijenim europskim tržištima kapitala gotovo da i nije moguća. Hrvatska je tranzicijska zemlja koju karakterizira promjenjivost okoline što je vidljivo u svim područjima gospodarskog života države, uključujući i financijsko tržište.

Od osamostaljenja država je prošla kroz mnoge strukturne promjene, od kojih su najvažnije zamjena socijalizma kapitalizmom i tržišnom ekonomijom, te osnivanje do tada nepoznatih financijskih institucija. Hrvatsko tržište kapitala je slabo razvijeno. Razlog tome su različiti politički, sociološki i ekonomski čimbenici. Hrvatsko tržište kapitala bilo je u značajnoj stagnaciji u razdoblju trajanja Domovinskog rata koji je ostavio značajne posljedice na gospodarstvo Hrvatske, a time i na tržište kapitala. Nedovoljna potražnja kao i nezanimljiva ponuda vrijednosnica onemogućile su aktivan rad i razvoj tržišta kapitala.

Osnovne karakteristike hrvatskog tržišta kapitala i općenito tržišta kapitala tranzicijskih zemalja je slaba razvijenost i nelikvidnost koja predstavlja značajan problem, te značajna premoć banaka i kreditnih institucija na ostalim financijskim institucijama koje nude različite oblike financiranja i zaduživanja.²⁶ Stanovnici Hrvatske ne ulažu značajne resurse u vrijednosne papire niti u državne obveznice već se štednja odvija u obliku depozita na bankovnim računima, dok je temeljni način zaduživanja i dalje bankovni kredit.

Ulaganja u tranzicijske zemlje veoma su rizična, no isto tako mogu biti isplativa, te nude prednosti diversifikacije. Investiranje u tranzicijske zemlje iziskuje poseban oprez budući da se politička situacija u takvim zemljama brzo i nepredvidivo mijenja. Iako u današnje vrijeme

²⁵ Orsag, S.: Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja, Sarajevo, 2011., str. 31-39

²⁶ Benić, V., Franić, I.: Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala Hrvatske i zemalja regije, Financijska teorija i praksa 32 (4), 2008., str. 481-502

financijska razvijenost hrvatske raste, tržište kapitala nije značajno poraslo, odnosno nije poraslo u toj mjeri da se može uspoređivati s velikim europskim tržištima.²⁷

3.1. Razvoj tržišta kapitala u Hrvatskoj

Zagrebačka burza kakvu danas poznajemo osnovana je 1991. godine kada su 25 banaka i 2 osiguravajuća društva utemeljili Zagrebačku burzu koja je postala temeljno mjesto trgovanja vrijednosnim papirima, te istu funkciju Zagrebačka burza ima i danas. Rastom trgovanja na hrvatskom tržištu kapitala broj uključenih članova porastao je na četrdeset aktivnih trgovaca koji uključuju banke te privatne brokerske kuće.²⁸

U samim počecima razvoja burze trgovanje se odvijalo isključivo na velikim dražbama koje su bile organizirane u sjedištu Burze na Ksaveru i na kojima su svi brokeri bili fizički prisutni. Razvojem tehnologije i rastom burze 1994. godine uveden je elektronički trgovinski sustav, koji je omogućio da članovi burze budu telekomunikacijski povezani što je omogućilo trgovanje vrijednosnicama bez napuštanja sjedišnih ureda diljem Hrvatske. Stoga ne postoji određeno fizičko mjesto, odnosno floor gdje se trgovanje odvija, već se sve obavlja elektroničkim putem između povezanih trgovaca.²⁹

Svi brokeri te ostali članovi imaju pristup trgovinskom sustavu u realnom vremenu kako ne bi bilo razlike u njihovom položaju glede primanja informacija o trenutačnoj ponudi vrijednosnih papira.

Od početka 1995. godine, zahvaljujući podršci CARNET-a, prvog davatelja internetskih usluga u Hrvatskoj, Zagrebačka burza predstavlja svoje službene internetske stranice, na kojima su se mogli naći osnovni podaci o Burzi te redovita dnevna izvješća o trgovanju i kretanju cijena. U to vrijeme, Zagrebačka burza bila je prva burza u Europi i jedna među prvim na svijetu s vlastitim službenim internetskim stranicama.³⁰

²⁷ Olgić Draženović, B.: Uloga i utjecaj institucionalnih investitora na razvoj tržišta kapitala odabranih tranzicijskih temelja i Republike Hrvatske, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet Rijeka, Rijeka, 2012.

²⁸ <http://zse.hr/default.aspx?id=26> (10.04.2017.)

²⁹ Brošura Zagrebačke burze, Zagreb, 2016.

³⁰ <http://zse.hr/default.aspx?id=26> (10.04.2017.)

Brzina razvoja dioničarstva i same burzovne trgovine vidljiva je iz dostupnih podataka koji pokazuju kako je u prvih pet godina, od 1995. do 2000., od uvođenja elektroničkog trgovanja vrijednost Zagrebačke burze porasla gotovo 10 puta (982,6%).³¹

Hrvatsko tržište kapitala je jedan duži period nakon svog osnivanja bilo slabo razvijeno. Može se reći da je praktički postojalo samo na papiru i u zakonima, a da nije ispunjavalo svoje osnovne funkcije:

- Pribavljanje kapitala koji je potreban za financiranje poslovanja i širenje poduzeća;
- Tržišno vrednovanje poduzeća;
- Mobiliziranje decentralizirane štednje u privredne svrhe;
- Povećanje stupnja mobilnosti investicija.³²

Zbog neispunjena osnovnih funkcija nisu stvoreni uvjeti za povezivanje ponude i potražnje na tržištu vrijednosnica. Na strani ponude nije bilo dovoljno zanimljivih dionica koje bi privukle investitore, a na strani potražnje nije ni postojao veliki broj investitora.

Kao osnovni uzrok neatraktivnosti dionica za uvrštenje u portfelj navodi se netransparentnost poslovanja poduzeća, mali broj dionica i njihova nelikvidnost. Većina dionica imala je mali broj trgovinskih dana što je rezultiralo njihovom nelikvidnošću te je obavljalo investitore. Među ponuđenim dionicama nije se mogao odabrati zadovoljavajući diversificirani portfelj, pa su se dionice često kupovale u špekulativne svrhe.

Veliki pomak na hrvatskom tržištu kapitala dogodio se 25. srpnja 2002. godine kada je na snagu stupio Zakon o tržištu vrijednosnih papira. Svojim odredbama ovaj Zakon je prisilio veliki broj poduzeća ustrojenih kao dionička društva da „izađu“ na burzu (*going-public*), te da ispune uvjete za kotiranje u nekoj od kotacija burze. Kotiranje na burzi obvezuje dionička društva da ispune određene uvjete poput periodičnih objava financijskih izvješća koji bi pomogli u razumijevanju sigurnosti i uspješnosti poslovanja poduzeća, a naposljetku i u odluci investitora o kupnji ili prodaji vrijednosnica.

³¹ Brošura Zagrebačke burze, Zagreb, 2016.

³² Orsag, S.: Financiranje emisijom vrijednosnih papira, RIFIN; Zagreb, 2002., str.10-12

Povećanje broja poduzeća koja kotiraju na burzi, poboljšana transparentnost, liberalizacija i ulazak jakih institucionalnih investitora koji su povećali potražnju za vrijednosnicama, dali su snažan zamah u razvoju hrvatskog tržišta kapitala kroz rast prometa, tržišne kapitalizacije, broja transakcija, burzovnih indeksa i cijene dionica na burzama.³³

U Hrvatskoj je od 1993. godine poslovala i Varaždinska burza, osnovana kao Varaždinsko tržište vrijednosnica. Prevladavalo je mišljenje da su na domaćem tržištu kapitala dva mjesta za trgovanje previše za malu zemlju poput Hrvatske. Stoga, 2007. godine dolazi do spajanja Varaždinske burze sa Zagrebačkom, a time je postignuta veća transparentnost, bolja likvidnost i stabilnost cijena.³⁴ Novonastale okolnosti, koje su rezultirale velikim brojem uvrštenih vrijednosnih papira, kao i povećanim volumenom trgovanja, ali i prirodan razvoj tržišta kapitala, jačanje investicijske klime i velik interes svih sudionika tržišta za novim financijskim proizvodima ukazali su na potrebu implementiranja novog sustava koji će moći zadovoljiti potrebe mladog, ali izuzetno brzo rastućeg hrvatskog tržišta.

Od jeseni 2007. do ljeta 2017. Zagrebačka burza koristila je X-Stream trgovinsku platformu NASDAQ OMX-a, a od 7. srpnja 2017. trgovanje na Zagrebačkoj burzi odvija se putem trgovinskog sustava Xetra.³⁵

Zajedno s Bugarskom i Makedonskom burzom, Zagrebačka burza 2014. godine osnovala je društvo SEE LINK, s ciljem stvaranja regionalne infrastrukture za trgovanje dionicama uvrštenima na ta tri tržišta.

Na samome kraju 2015. godine, Zagrebačka burza uspješno je završila proces preuzimanja Ljubljanske burze od CEE Stock Exchange Group. Obzirom da obje burze dijele razvojni put i okvir u kojem posluju, a uzimajući u obzir sličnosti slovenskog i hrvatskog tržišta kapitala gledajući stupanj razvoja, strukturu i potencijal, očekuju se brojni pozitivni učinci i sinergije ove akvizicije za oba tržišta.

³³ Brošura Zagrebačke burze, Zagreb, 2016.

³⁴ <http://www.poslovni.hr/trzista/varazdinska-burza-otisla-u-povijest-36797> (10.04.2017.)

³⁵ <http://zse.hr/default.aspx?id=26> (10.04.2017.)

Zagrebačka burza brine o edukaciji investitora, ali i građana. Akademija Zagrebačke burze utemeljena je 2010. s ciljem razvoja hrvatskog tržišta kapitala povećanjem stručnosti, iskustva i znanja brokera, investitora i opće javnosti iz područja financijskih instrumenata, trgovanja, europske prakse i drugih financijskih tema. Akademija Zagrebačke burze posebnu pozornost usmjerava prilagođavanju tečajeva potrebama i okolnostima svojstvenima hrvatskom tržištu, uz usredotočen i praktičan pristup edukaciji.

Uz Akademiju Zagrebačka burza ima i virtualnu burzu, simulaciju burzovnog trgovanja temeljena na stvarnim podacima s Burze i služi kao odličan edukativni alat za stvarno buduće ulaganje.³⁶

3.2. Tržišna aktivnost i veličina tržišta

Zagrebačka burza centralno je mjesto trgovanja vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj, na koje je uvršteno više od 150 društava, a Burza upravlja dvama tržištima: Uređenim tržištem i Multilateralnom trgovinskom platformom. Njihovu strukturu pokazuje nam Slika 5, dok Slika 6 prikazuje organizaciju Zagrebačke burze.



Slika 5: Struktura tržišta zagrebačke burze

Izvor: Brošura Zagrebačke burze, Zagreb, 2016

³⁶ Brošura Zagrebačke burze, Zagreb, 2016.

Organizacija Burze



Slika 6: Organizacija Zagrebačke burze

Izvor: <http://zse.hr/default.aspx?id=27> (10.04.2017.)

Tablica 1: Usporedni prikaz prometa prvog tromjesečja 2016. i 2017. godine

	Prvo tromjesečje 2016.	Prvo tromjesečje 2017.	% promjene
Promet unutar knjige ponuda			
Dionice	393.100.609	1.167.502.421	197,0%
Obveznice	180.682.397	101.955.535	-43,6%
Komercijalni zapisi	0	0	-
Strukturirani proizvodi	21.366.254	0	-100,0%
Blok promet dionica	255.989.204	132.415.907	-48,3%
Blok promet obveznica.	64.824.217	22.497.500	-65,3%
Sveukupni promet	915.962.681	1.424.371.363	55,5%
Volumen unutar knjige ponuda			
Dionice	5.695.093	18.454.398	224,0%
Obveznice	156.614.760	45.992.768	-70,6%
Komercijalni zapisi	0	0	-
Strukturirani proizvodi	809.392	0	-100,0%
Blok volumen dionica	2.026.379	288.555	-85,8%
Blok volumen obveznica	61.199.462	21.000.000	-65,7%
Sveukupni volumen	226.345.086	85.735.721	-62,1%
OTC transakcije			
Promet	9.208.823.198	5.593.221.454	-39,3%
Volumen	7.999.104.123	4.099.425.994	-48,8%
Broj transakcija	724	674	-6,9%

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. Godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

Iz Tablice 1 je uočljivo da je sveukupni promet u prvom tromjesečju 2017. godine u odnosu na 2016. godinu porastao za 55,5%, no sveukupni volumen se smanjio za 62,1%, a tome je pridonijelo smanjenje trgovine obveznicama, te blokovima dionica i obveznica. Jedini porast sveukupnom prometu i volumenu pridonijela je trgovina dionicama i to za 197% u prometu i 224% u volumenu.

Tablica 2: Usporedni prikaz tržišne kapitalizacije prvog tromjesečja 2016. i 2017. godine

<i>(Tržišna kapitalizacija u milijunima kuna)</i>	Prvo tromjesečje 2016.	Prvo tromjesečje 2017.	% promjene
Tržišna kapitalizacija			
Dionice	117.706,0	142.321,8	20,9%
Obveznice	83.372,4	91.175,7	9,4%
Strukturirani proizvodi	1.728,3	0,0	-100,0%
Ukupno	202.806,7	233.497,5	15,1%

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. Godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

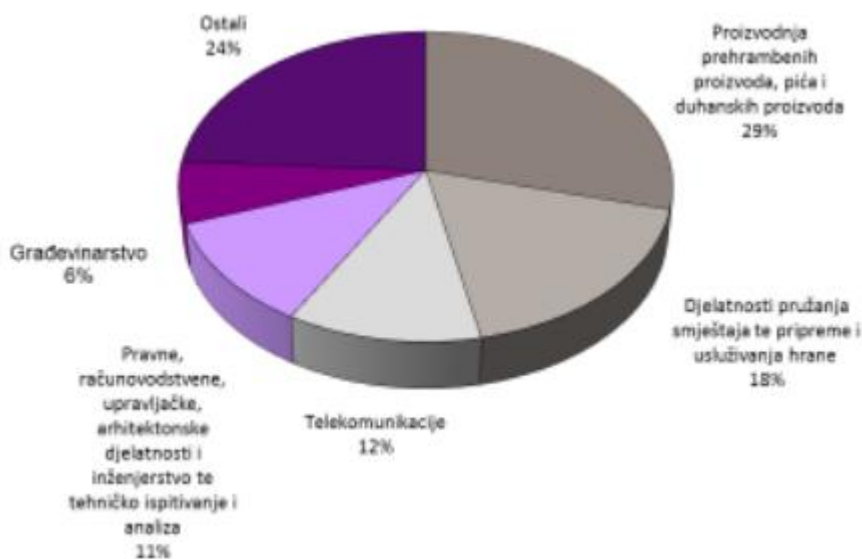
Tablica 2 prikazuje da je tržišna kapitalizacija u prvom tromjesečju 2017. godini porasla za 15,1 % u odnosu na isto razdoblje 2016. godine. Najveći porast tržišne kapitalizacije imale su dionice od 20,9%.

Tablica 3: Prikaz prometa u prva tri mjeseca 2017. godine

<i>(Promet u milijunima kuna)</i>							
Mjesec	Dionice		Obveznice		Strukturirani proizvodi		Ukupni promet
	Promet	Udjel %	Promet	Udjel %	Promet	Udjel %	
Siječanj	281,6	82,4	60,1	17,6	0,0	0,0	341,7
Veljača	419,7	93,4	29,5	6,6	0,0	0,0	449,2
Ožujak	598,6	94,5	34,8	5,5	0,0	0,0	633,5
Ukupno	1.299,9	91,3	124,5	8,7	0,0	0,0	1.424,4

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

Tablica 3 prikazuje da je ukupni promet u prvom tromjesečju 2017. godine iznosio 1.424,4 milijuna kuna. Najveći promet imale su dionice s udjelom od 91,3% i to najviše u mjesecu ožujku.



Grafikon 1: Struktura trgovine po sektorima

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

Grafikon 1 prikazuje strukturu trgovine po sektorima. Najviše prometa ima proizvodnja prehrambenih proizvoda, pića i duhanskih proizvoda 29%; zatim djelatnosti pružanja smještaja te pripreme i usluživanja hrane 18%; potom telekomunikacije 12%; pravne, računovodstvene, upravljačke, arhitektonske djelatnosti i inženjerstvo te tehničko ispitivanje i analiza 11%; građevinarstvo 6% te ostali sektori 24%.

Tablica 4: Usporedba trgovanja u prvom tromjesečju 2016. i 2017.

<i>(Tržišna kapitalizacija u milijunima kuna)</i>	Prvo tromjesečje 2016.	Prvo tromjesečje 2017.	% promjene
Ukupni broj transakcija	28.424	71.167	150,4%
Broj aktivnih vrijednosnih papira	195	139	-28,7%
Broj dana trgovanja	61	64	4,9%

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

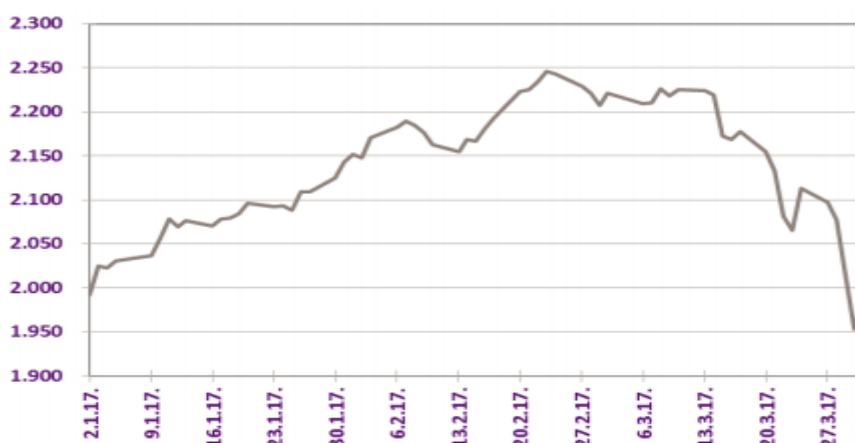
Ukupan broj transakcija u prvom tromjesečju 2017. godine u odnosu na prvo tromjesečje 2016. godine porastao je za čak 150,4%, što je vidljivo iz Tablice 4. Broj aktivnih vrijednosnih papira se smanjio za 28,7%.

Što se tiče tržišne kapitalizacije indeksa uočavamo porast u svim indeksima osim CROBEXnutris®. Relevantni indeks koji promatramo u svrhu istraživanja imao je porast od 19,1% u prvom tromjesečju 2017. godine u odnosu na isto razdoblje 2016. godine. Promjene svi ostalih indeksa pronalazimo u Tablici 5, dok Grafikon 2 prikazuje kretanje indeksa CROBEX® kroz prvo tromjesečje 2017. godine.

Tablica 5: Tržišna kapitalizacija indeksa u prvom tromjesečju 2016. i 2017.

<i>(Tržišna kapitalizacija u milijunima kuna)</i>	Prvo tromjesečje 2016.	Prvo tromjesečje 2017.	% promjene
CROBEX®	1.669,68	1.989,27	19,1%
CROBEX10®	982,04	1.156,87	17,8%
CROBEXplus®	907,85	1.201,01	32,3%
CROBEXindustrija®	917,44	1.145,85	24,9%
CROBEXkonstrukt®	409,90	815,38	98,9%
CROBEXnutris®	730,97	660,01	-9,7%
CROBEXtr®	998,66	1.219,47	22,1%
CROBEXtransport®	788,71	1.174,79	49,0%
CROBEXturist®	2.489,49	3.636,06	46,1%
CROBIS®	106,88	109,16	2,1%
CROBIstr®	148,89	159,35	7,0%

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.



Grafikon 2: Kretanje indeksa CROBEX® kroz prvo tromjesečje 2017. godine

Izvor: Pregled trgovine u prvom tromjesečju 2017. godine, Zagrebačka burza, Zagreb, travanj 2017.

4. FORMIRANJE OPTIMALNOG PORTFELJA

Istraživanje je provedeno na hrvatskom tržištu kapitala, odnosno Zagrebačkoj burzi, u vremenskom razdoblju od 01.01.2016. do 31.12.2016. godine. U promatranju kretanja cijena dionica korišteni su tjedni intervali kroz 12 mjeseci odnosno 52 tjedna. Prilikom istraživanja korišteni su tjedni prinosi umjesto dnevnih zbog nekontinuiranog trgovanja te prekida vremenskih serija podataka, a umjesto mjesečnih jer bolje prate dinamiku promjena na tranzicijskim tržištima.

Podaci o tjednim cijenama dionica prikupljeni su s web stranice Zagrebačke burze kao zadnja cijena dionice zadnjeg radnog dana u tjednu.

Nakon prikupljanja navedenih cijena izračunati su postotni prinosi u odnosu na zadnju cijenu zadnjeg radnog dana prethodnog tjedna. Postotni prinosi su korišteni da bi se izračunali očekivani prinosi varijanca, matrica varijanci i kovarijanci te naposljetku i efikasna granica.

Predmet istraživanja neće biti sve dionice koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi. Razlog tomu je pojednostavljenje izračuna, ali i uvriježeni stav financijske teorije da se povećanjem broja dionica iznad određenog broja efekt diversifikacije smanjuje. Optimalan portfelj će sadržavati 10 dionica, a njihov odabir mora zadovoljiti određene kriterije:

- Dionica mora kotirati na Zagrebačkoj burzi;
- Dionica mora biti uključena u službeni indeks Zagrebačke burze, CROBEX[®];
- Sukladno prethodnom kriteriju, dionica mora zadovoljavati uvjete za uključenje u CROBEX[®];
- Mora postojati dovoljno velika kapitalizacija;
- Mora postojati dovoljno velika vremenska serija.

Glavni kriterij pri odabiru dionica za formiranje početnog uzorka bio je njihova likvidnost. Likvidne dionice impliciraju fer cijenu zbog pretpostavke da veliki broj transakcija vodi cijenu dionice ka ravnoteži ponude i potražnje. Ukoliko je portfelj sastavljen od likvidnih dionica njime je lakše upravljati jer je u svakom trenutku moguće kupiti ili prodati dionicu bez rizika od značajnijeg rasta ili pada cijena.

Upravljanje portfeljem nam olakšava i to što su na burzi zastupljene likvidne dionice i u velikim količinama pa možemo trgovati većim iznosima.

Na temelju ovog odabira dionica, odabrane dionice će svojim karakteristikama privlačiti investitore jer imaju veliku tržišnu kapitalizaciju, likvidne su te imaju najmanje koeficijente korelacije.

4.1. Performanse tržišnog indeksa CROBEX[®]

Da bi se ocijenile performanse optimalnog portfelja potrebno je izabrati ciljni indeks i međusobno usporediti njihove performanse. Indeks CROBEX[®] mjeri performanse najlikvidnijeg segmenta hrvatskog tržišta kapitala te je zbog toga odabran kao ciljni indeks.

CROBEX[®] je službeni indeks Zagrebačke burze d.d.. Počeo se objavljivati 1. rujna 1997. godine. Kao bazni datum uzima se 01. srpnja 1997. godine, a bazna vrijednost na bazni datum iznosi 1000 baznih poena.

Indeks CROBEX[®] se računa kao omjer free float tržišne kapitalizacije i divizora indeksa. Free float tržišna kapitalizacija određene dionice računa se kao umnožak broja izdanih dionica, free float faktora i zadnje cijene dionice.

Udjel free float tržišne kapitalizacije pojedine dionice u ukupnoj free float tržišnoj kapitalizaciji indeksa CROBEX[®], na zadnji dan mjeseca koji prethodi redovnoj reviziji, ne može preći 10%, što se osigurava primjenom težinskih faktora. Težinski faktor iznosi 1 (jedan) za dionice čiji je udjel u ukupnoj free float kapitalizaciji indeksa manji ili jednak 10%. Težinski faktor je manji od 1 (jedan) za dionice čiji je udjel u ukupnoj free float kapitalizaciji indeksa veći od 10%.

Ako nekom dionicom nije trgovano određenog dana, uzima se zadnja cijena prethodnog trgovinskog dana.³⁷

³⁷ Statut Zagrebačke burze, http://zse.hr/UserDocsImages/dokumenti_indeksi/CROBEX_20170209142316-2017-CROBEX-Odluka.pdf (10.04.2017.)

Indeks se računa kontinuirano tijekom trgovine prema sljedećoj formuli³⁸:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i,t} \cdot q_{i,T} \cdot f_{i,T} \cdot w_{i,T}}{D_T} \quad (26)$$

gdje je:

- I – vrijednost indeksa CROBEX[®],
- p – zadnja cijena dionica,
- q – broj izdanih dionica,
- f – free float faktor,
- w – težinski faktor,
- D – divizor indeksa,
- i – brojač koji predstavlja dionice uključene u sastav indeksa,
- T – datum revizije indeksa,
- t – trenutak izračuna indeksa.

Kriteriji za odabir dionica koje ulaze u sastav indeksa:

- Prilikom odabira dionica koje će ući u sastav indeksa CROBEX[®], u obzir se uzimaju samo dionice uvrštene na uređeno tržište kojima se trgovalo više od 80% ukupnog broja trgovinskih dana u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji.
- Iznimno od stavka 1. ovog članka, ako je podnesen prijedlog za otvaranje postupka predstečajne nagodbe, stečajnog postupka ili postupka likvidacije nad izdavateljem, dionice ne mogu ući u sastav indeksa CROBEX[®].
- Rang svake dionice koja ispunjava uvjete iz stavka 1. i 2. ovog članka određuje se na osnovi dva kriterija:
 - udjel u free float tržišnoj kapitalizaciji
 - udjel u prometu ostvarenom unutar knjige ponuda u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji.

³⁸ http://zse.hr/UserDocsImages/dokumenti_indeksi/CROBEX_20170209142316-2017-CROBEX-Odluka.pdf
(10.04.2017.)

- Svakom od navedenih kriterija pripisuje se težina 50%, računa se srednjak udjela odnosno vagani tržišni udjel i dionice se rangiraju prema vaganom tržišnom udjelu.
- U sastav indeksa CROBEX[®] ulazi najmanje 15, a najviše 25 dionica s najvećim rangom.
- Ako izdavatelj ima više rodova dionica koje ispunjavaju uvjete za ulazak u sastav indeksa CROBEX[®], u indeks će se uključiti samo jedan rod dionica i to onaj s većim rangom.³⁹

Novi divizor indeksa CROBEX[®] računa se u slučaju uključivanja novih dionica u indeks, odnosno isključivanja postojećih dionica iz indeksa, promjene free float faktora te zbog promjene broja izdanih dionica koje ulaze u sastav indeksa, čime se osigurava vremenska usporedivost indeksa. Divizor indeksa CROBEX[®] računa se na sljedeći način⁴⁰:

$$D_{T+1} = D_T \cdot \frac{I(T')}{I(T)} \quad (27)$$

gdje je:

- $I(T')$ - vrijednosti indeksa CROBEX[®] nakon promjene na dan T,
- $I(T)$ - vrijednosti indeksa CROBEX[®] prije promjene na dan T,
- T – dan revizije.

³⁹ http://zse.hr/UserDocsImages/dokumenti_indeksi/CROBEX_20170209142316-2017-CROBEX-Odluka.pdf (10.04.2017.)

⁴⁰ http://zse.hr/UserDocsImages/dokumenti_indeksi/CROBEX_20170209142316-2017-CROBEX-Odluka.pdf (10.04.2017.)

4.1. Efikasna granica i izbor optimalnog portfelja

Efikasna granica predstavlja kombinaciju ulaganja. Svi portfelji koji leže na efikasnoj granici su optimalni portfelji u smislu prinosa i rizika.

Odabirom jedne kombinacije investitor bira portfelj u koji želi ulagati. Svaki investitor bira portfelj prema svojim interesima i preferencijama, ovisno o svojoj averziji prema riziku, ali i želji za što većim prinosom.

Markowitzev model nam pomaže u odabiru optimalnog portfelja izračunom varijabli koje su nam potrebne da bi formirali efikasnu granicu. Da bi se primijenio Markowitzev model potrebno je izračunati :

- Vektor stupac očekivanih prinosa vrijednosnica;
- Vektor udjela;
- Matricu varijanci i kovarijanci;
- Očekivani prinos portfelja;
- Varijancu prinosa portfelja.⁴¹

Kako bismo izračunali tjedni prinos i rizik CROBEX[®]-a uzeta je indeksna košarica CROBEX[®]-a na dan 10. ožujka 2017. godine uz pretpostavku da se sastav i struktura CROBEX[®]-a nisu mijenjali u promatranim tjednima.

⁴¹ Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006., str. 2-9

U Tablici 6 je dan prikaz sastava indeksa CROBEX[®]. U Prilogu 1 su dani podaci o zadnjim cijenama dionica u promatranim tjednima.

Tablica 6: Indeksna košarica CROBEX[®] na dan 10.03.2017.

Redni broj	Simbol	Izdavatelj
1	ADPL-R-A	AD Plastik d.d.
2	ADRS-P-A	Adris grupa d.d.
3	ARNT-R-A	Arenaturist d.d.
4	ATGR-R-A	Atlantic Grupa d.d.
5	ATPL-R-A	Atlantska plovidba d.d.
6	BLJE-R-A	Belje d.d.
7	DDJH-R-A	Đuro Đaković holding d.d.
8	DLKV-R-A	Dalekovod d.d.
9	ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.
10	HIMR-R-A	Imperial d.d.
11	HT-R-A	HT d.d.
12	INGR-R-A	Ingra d.d.
13	KOEI-R-A	Končar-elektroindustrija d.d.
14	KRAS-R-A	Kraš d.d.
15	LEDO-R-A	Ledo d.d.
16	LKPC-R-A	Luka Ploče d.d.
17	LKRI-R-A	Luka Rijeka d.d.
18	OPTE-R-A	Optima telekom d.d.
19	PODR-R-A	Podravka d.d.
20	RIVP-R-A	Valamar riviera d.d.
21	SUNH-R-A	Sunčani Hvar d.d.
22	TPNG-R-A	Tankerska Next Generation d.d.
23	ULPL-R-A	Uljanik Plovidba d.d.
24	VART-R-1	Varteks d.d.
25	ZABA-R-A	Zagrebačka banka d.d.

Izvor: <http://www.zse.hr/default.aspx?id=44101&index=CROBEX> (10.03.2017.)

U Tablici 7 dani su prosječni tjedni prinosi dionica i pripadajuće varijance za razdoblje od 01.01.2016. do 31.12.2016. (za dionice koje čine indeksu košarice CROBEX[®] na dan 10.03.2017.)

Tablica 7: Prosječni tjedni prinosi i varijance dionica CROBEX[®]-a

DIONICA	PROSJEČNI TJEDNI PRINOS	VARIJANCA
ADPL-R-A	0,007321	0,000944
ADRS-P-A	0,004747	0,000575
ARNT-R-A	0,007659	0,000864
ATGR-R-A	0,001376	0,000126
ATPL-R-A	0,015222	0,005796
BLJE-R-A	-0,001362	0,002039
DDJH-R-A	0,008931	0,003309
DLKV-R-A	-0,000160	0,001539
ERNT-R-A	0,002705	0,000639
HIMR-R-A	0,009580	0,002794
HT-R-A	0,003607	0,000314
INGR-R-A	0,002582	0,002385
KOEI-R-A	0,001168	0,000285
KRAS-R-A	0,001509	0,000338
LEDO-R-A	0,003328	0,000240
LKPC-R-A	-0,002708	0,000566
LKRI-R-A	0,002595	0,000940
OPTE-R-A	0,007553	0,003570
PODR-R-A	0,002810	0,000464
RIVP-R-A	0,007467	0,000624
SUNH-R-A	0,003177	0,000974
TPNG-R-A	0,000530	0,001131
ULPL-R-A	0,002902	0,003493
VART-R-1	-0,000058	0,003551
ZABA-R-A	0,007680	0,001014

Izvor: izračun autorice

Ponderirani prosjek prinosa dionica koje čine sastav CROBEX[®]-a predstavljaju prosječan tjedni prinos CROBEX[®]-a, te on iznosi 0,389%. Standardna devijacija indeksa CROBEX[®] iznosi 1,15 %, a izračunata je kao kvadratni korijen varijance portfelja.

U Prilogu 2 su dani podaci o tjednim prinosima dionica, njihovim varijancama i standardnim devijacijama.

Prilikom odabira dionica koje ulaze u optimalan portfelj, vodilo se računa o odabiru dionica s najvećim prinosom, odnosno najmanjim gubitkom uz najmanju standardnu devijaciju.

Tablica 8: Popis dionica koje ulaze u sastav optimalnog Portfelja X

	Simbol	Izdavatelj
1	ADRS-P-A	Adris grupa d.d.
2	ARNT-R-A	Arenaturist d.d.
3	ATGR-R-A	Atlantic grupa d.d.
4	ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.
5	HT-R-A	Hrvatski telekom d.d.
6	KOEI-R-A	Končar elektroindustrija d.d.
7	KRAS-R-A	Kraš d.d.
8	LEDO-R-A	Ledo d.d.
9	PODR-R-A	Podravka d.d.
10	RIVP-R-A	Valamar Riviera d.d.

Izvor: izračun autorice

Nakon izračuna očekivanog prinosa, varijance i standardne devijacije za daljnju analizu nam je potrebna matrica varijanci i kovarijanci.

Da bi izračunali matricu varijanci i kovarijanci potreba su dva koraka. Prvi korak je izračunati excess return matrix. Ova R-E(R) tablica predstavlja razliku između pojedinih tjednih povrata i očekivanog prinosa. Nakon izračuna R-E(R) tablice formiramo novu matricu

u Excelu da bi dobili matricu varijanci i kovarijanci. Matrica varijance i kovarijance dana je u Prilogu 3.

Nakon izračuna potrebnih varijabli – očekivanog prinosa, varijance i standardne devijacije, te matrice varijanci i kovarijanci možemo formirati optimalne portfelje te efikasnu granicu.

Efikasnu granicu konstruiramo koristeći MS Excel Solver na temelju povijesnih podataka 10 unaprijed odabranih dionica, prikazanih u tablici. Efikasna granica predstavlja beskonačno mnogo kombinacija točaka standardne devijacije i prosječnog prinosa. Svi portfelji na efikasnoj granici su optimalni portfelji. Svaki investitor će izabrati portfelj ovisno o njegovim preferencijama i sklonosti riziku. Investitori koji su manje skloni riziku birat će portfelj koji se nalazi na lijevom dijelu efikasne granice jer ti portfelji imaju manji rizik. Investitori koji su skloni preuzimanju rizika ulagat će u portfelj na desnom dijelu efikasne granice. Taj portfelj će imati veći očekivani prinos praćen većim rizikom.

Tablica 9: Portfelji koji čine efikasnu granicu

s	E(r)	ADRS	ARNT	ATGR	ERNT	HT	KOEI	KRAS	LEDO	PODR	RIVP
0,72%	0,25%	0,002165	0,079011	0,334906	0,002388	0,128887	0,093501	0,156342	0,133249	0,067937	0,001615
0,75%	0,30%	0,003903	0,103555	0,297119	0,000000	0,156256	0,064152	0,121373	0,163246	0,063235	0,027162
0,80%	0,34%	0,006408	0,130454	0,265180	0,000000	0,181701	0,027608	0,082845	0,193216	0,056323	0,056265
0,85%	0,37%	0,009011	0,151292	0,234014	0,000000	0,200693	0,002040	0,056978	0,213822	0,052040	0,080111
0,90%	0,41%	0,012504	0,167467	0,204798	0,000000	0,213550	0,000000	0,028629	0,236036	0,030548	0,106467
0,95%	0,44%	0,010110	0,182644	0,168827	0,000000	0,227204	0,000000	0,004158	0,257674	0,020590	0,128793
1,00%	0,46%	0,010573	0,194432	0,124685	0,000000	0,237262	0,000000	0,000000	0,269870	0,010100	0,153080
1,05%	0,49%	0,017201	0,208550	0,085799	0,000000	0,239261	0,000000	0,000000	0,276589	0,000000	0,172601
1,10%	0,51%	0,016472	0,219244	0,041408	0,000000	0,242995	0,000000	0,000000	0,286973	0,000000	0,192907
1,15%	0,53%	0,020229	0,230436	0,002123	0,000000	0,247625	0,000000	0,000000	0,289007	0,000000	0,210582
1,20%	0,55%	0,017865	0,245778	0,000000	0,000000	0,229709	0,000000	0,000000	0,266537	0,000000	0,240110

Izvor: Izračun autorice

U Tablici 9, koja prikazuje portfelje koji čine efikasnu granicu, uočljivo je da za standardnu devijaciju tržišnog indeksa CROBEX (1,15%) postoji portfelj koji za istu razinu rizika daje veći prinos (0,53%>0,389%).

Pomoću navedenih portfelja formirana je efikasna granica prikazana u Grafikonu 3.



Grafikon 3: Efikasna granica

Izvor: izračun autorice

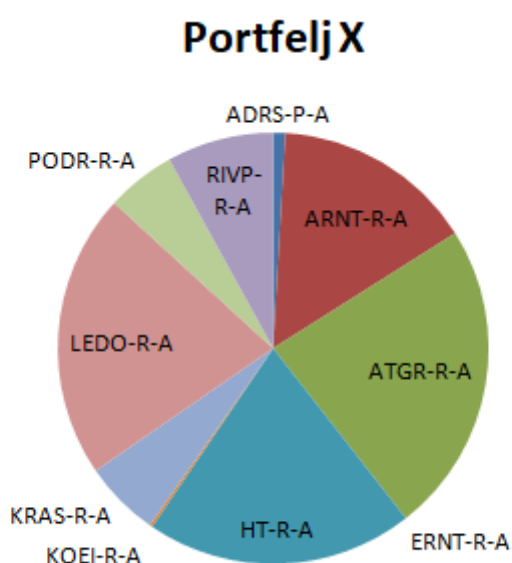
U Tablici 9 osjenčan je portfelj koji će biti korišten u daljnjoj analizi. Odabrani Portfelj X je diversificiran i obuhvaća 7 sektora. Njegova struktura prikazana je u Tablici 10 i Grafikonu 4. Performanse Portfelja X uspoređivat će se s performansama tržišnog indeksa CROBEX[®].

Tablica 10: Struktura odabranog optimalnog Portfelja X

	Simbol	Izdavatelj	Udio u %
1	ADRS-P-A	Adris grupa d.d.	0,90%
2	ARNT-R-A	Arenaturist d.d.	15,13%
3	ATGR-R-A	Atlantic grupa d.d	23,40%
4	ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.	0,00%
5	HT-R-A	Hrvatski telekom d.d.	20,07%
6	KOEI-R-A	Končar elektroindustrija d.d	0,20%
7	KRAS-R-A	Kraš d.d.	5,70%
8	LEDO-R-A	Ledo d.d.	21,38%
9	PODR-R-A	Podravka d.d.	5,20%
10	RIVP-R-A	Valamar Riviera d.d.	8,01%

Izvor: izračun autorice

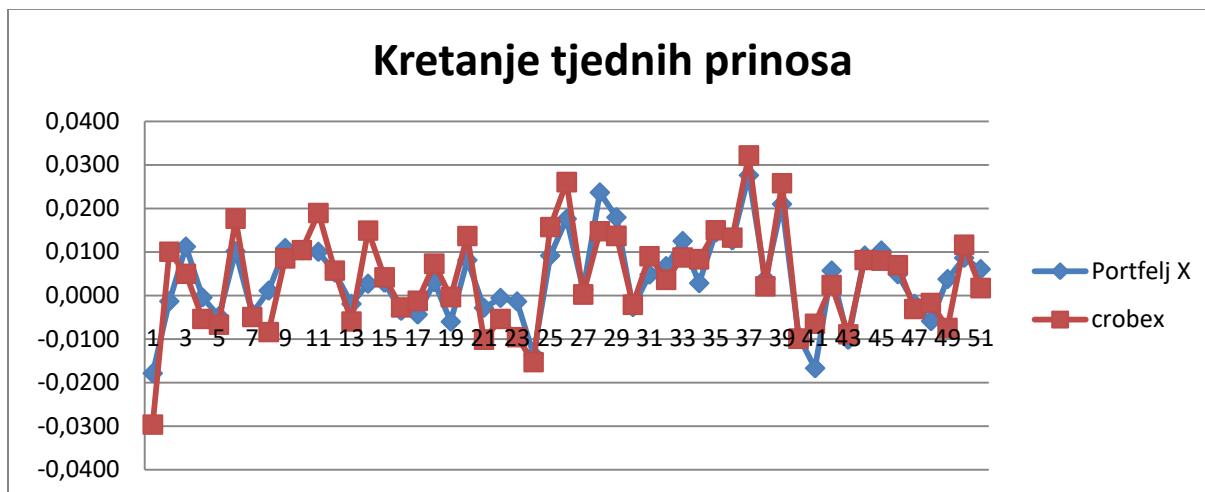
Odabrani Portfelj X ima očekivani prinos 0,37% te standardnu devijaciju 0,85%. Sastoji se od 9 dionica te je diversificiran po sektorima, pa tako imamo dionice iz sektora: pravne, računovodstvene, upravljačke, arhitektonske djelatnosti i inženjerstvo te tehničko ispitivanje i analiza; trgovina na veliko i malo; proizvodnja električne opreme; telekomunikacije; proizvodnja prehrambenih proizvoda; financijske djelatnosti, te djelatnost pružanja smještaja te pripreme i usluživanja hrane.



Grafikon 4: Struktura odabranog optimalnog Portfelja X

Izvor: izračun autorice

4.3. Ocjena rezultata postupka optimizacije portfelja



Grafikon 5 : Kretanje tjednih prinosa odabranog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX®

Izvor: izračun autorice

Prilikom analize grafičkog prikaza kretanja prinosa u promatranom razdoblju uočeno je da su prinosi normalno distribuirani te da ima vrlo malo razdoblja s ekstremno pozitivnim odnosno negativnim prinosima.

Da bi se detaljnije analizirao dobiveni optimalan portfelj i usporedio s performansama tržišnog indeksa CROBEX®, osim stope prosječnog prinosa i standardne devijacije portfelja, izračunati su i analizirani viši momenti razdiobe oko sredine, mjere asimetrije i zaobljenosti.

Mjera asimetrije, odnosno treći moment oko sredine opisuje odstupanja numeričke varijable od aritmetičke sredine kako bi prikazala način razmještanja vrijednosti neke varijable oko sredine. Razmještanje vrijednosti varijable u nekom skupu je simetrično ukoliko postoji ravnoteža u okviru promatrane pojave. U slučaju da raspodjela nije simetrična, povećava se vjerojatnost nastupa negativnih ili pozitivnih prinosa.

Budući da je vrijednost prvog momenta oko aritmetičke sredine uvijek jednaka 0, moramo upotrijebiti moment višeg reda. Drugi moment je uvijek pozitivan kao i svi ostali parni momenti. Vrijednost trećeg momenta oko aritmetičke sredine dijelimo s vrijednošću

standardne devijacije koja je prethodno dignuta na treću potenciju da bi se mogao dobiti koeficijent.⁴²

Za simetrične distribucije vrijedi da je koeficijent asimetrije α_3 jednak nuli. Ukoliko je distribucija negativno asimetrična α_3 je manji od nule (ljevostrana asimetrija), a to ukazuje na veću vjerojatnost ostvarenja velikih negativnih vrijednosti u odnosu na pozitivne vrijednosti. Ukoliko je α_3 veći od nule distribucija će biti pozitivno asimetrična (desnostrana asimetrija) što ukazuje na veću vjerojatnost ostvarenja velikih pozitivnih vrijednosti u odnosu na negativne. Iz navedenog zaključujemo da će investitori preferirati pozitivno asimetrične distribucije u odnosu na negativno asimetrične.

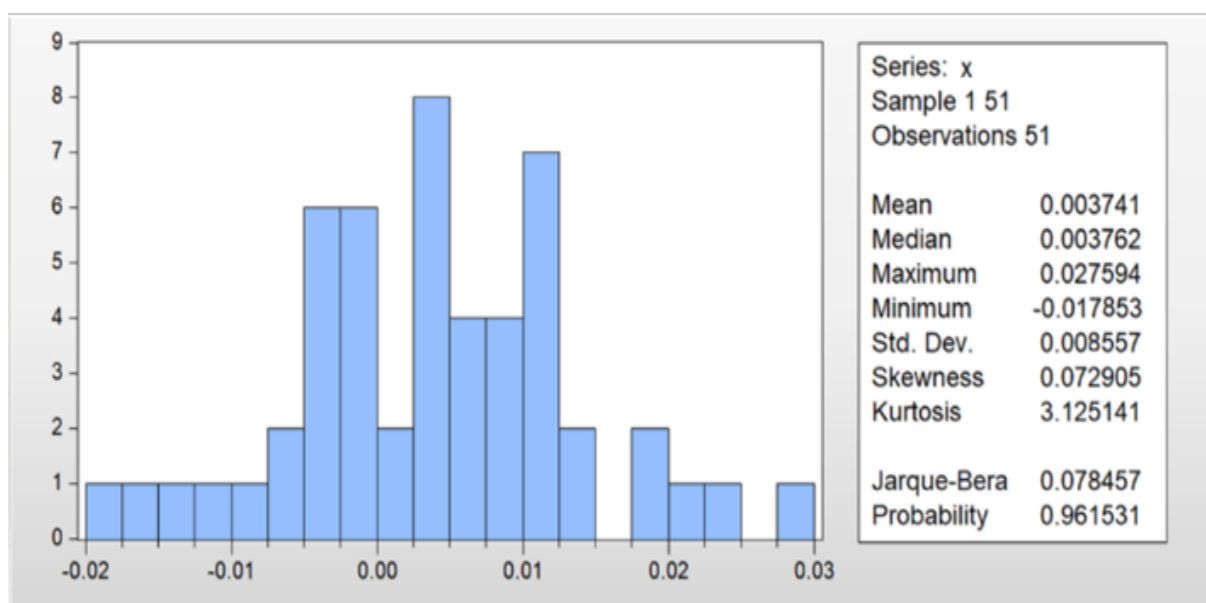
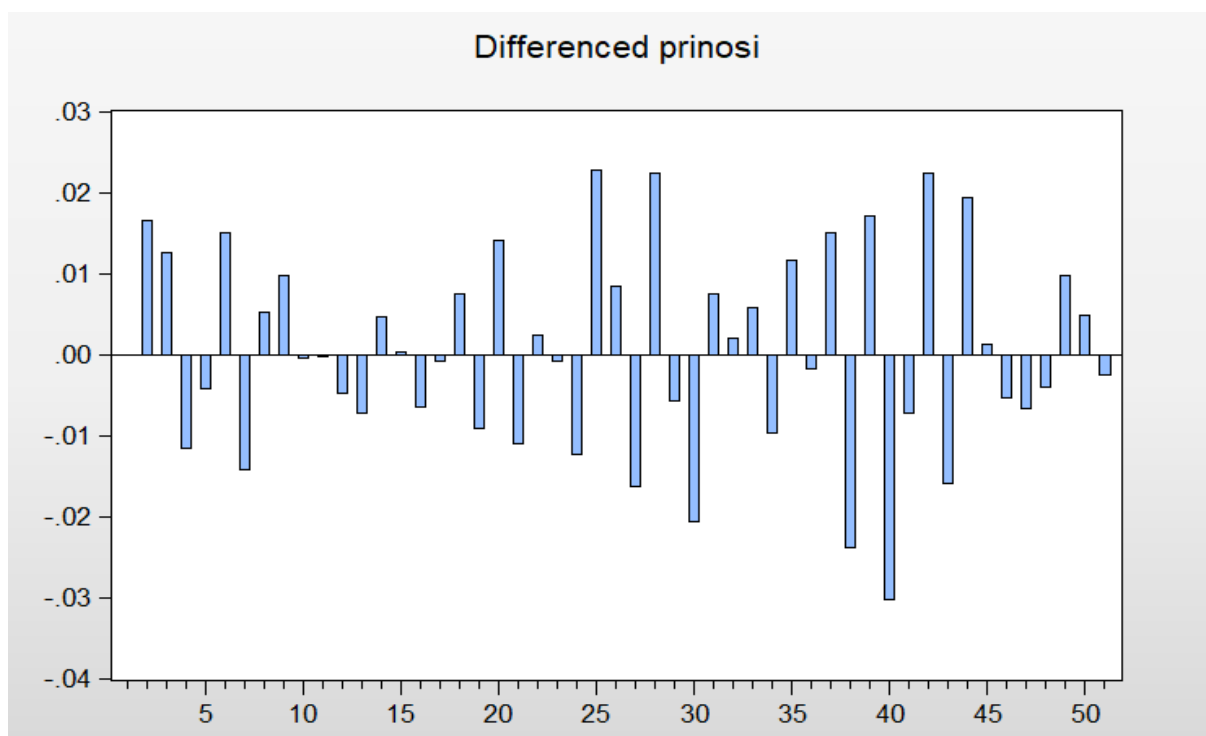
Kao jedna od karakteristika numeričkih vrijednosti obilježja distribucije može se uvesti i zaobljenost vrha (grč. kurtosis). U tu svrhu se upotrebljava koeficijent zaobljenosti vrha distribucije α_4 . Ova mjera nam pokazuje koliko je distribucija ravna, odnosno koliko su joj široki krajevi, a izražena je jedinicama standardne devijacije na četvrtu potenciju.⁴³

Normalna distribucija ima koeficijent zaobljenosti 3. Ukoliko je koeficijent zaobljenosti veći od 3 distribucija ima izduženi oblik, a ukoliko je koeficijent distribucije manji od 3 distribucija ima spljošteni oblik.

Sve navedene mjere asimetrije i deskriptivna statistika izračunate su ekonometrijskim softverom EViews 9 SV.

⁴² Rozga, A.: Statistika za ekonomiste, Ekonomski fakultet Split, Split, 2009, str.79

⁴³ Rozga, A.: Statistika za ekonomiste, Ekonomski fakultet Split, Split, 2009, str.80



Slika 7: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika optimalnog Portfelja X prema povijesnim podacima

Izvor: izračun autorice

Na Slici 7 prikazan je histogram tjednih prinosa i deskriptivna statistika optimalnog Portfelja X. Uočavamo da raspodjela tjednih prinosa nije simetrična.

Koeficijent asimetrije iznosi 0,072905 što je veće od 0 pa zaključujemo da se radi o pozitivnoj asimetričnoj distribuciji.

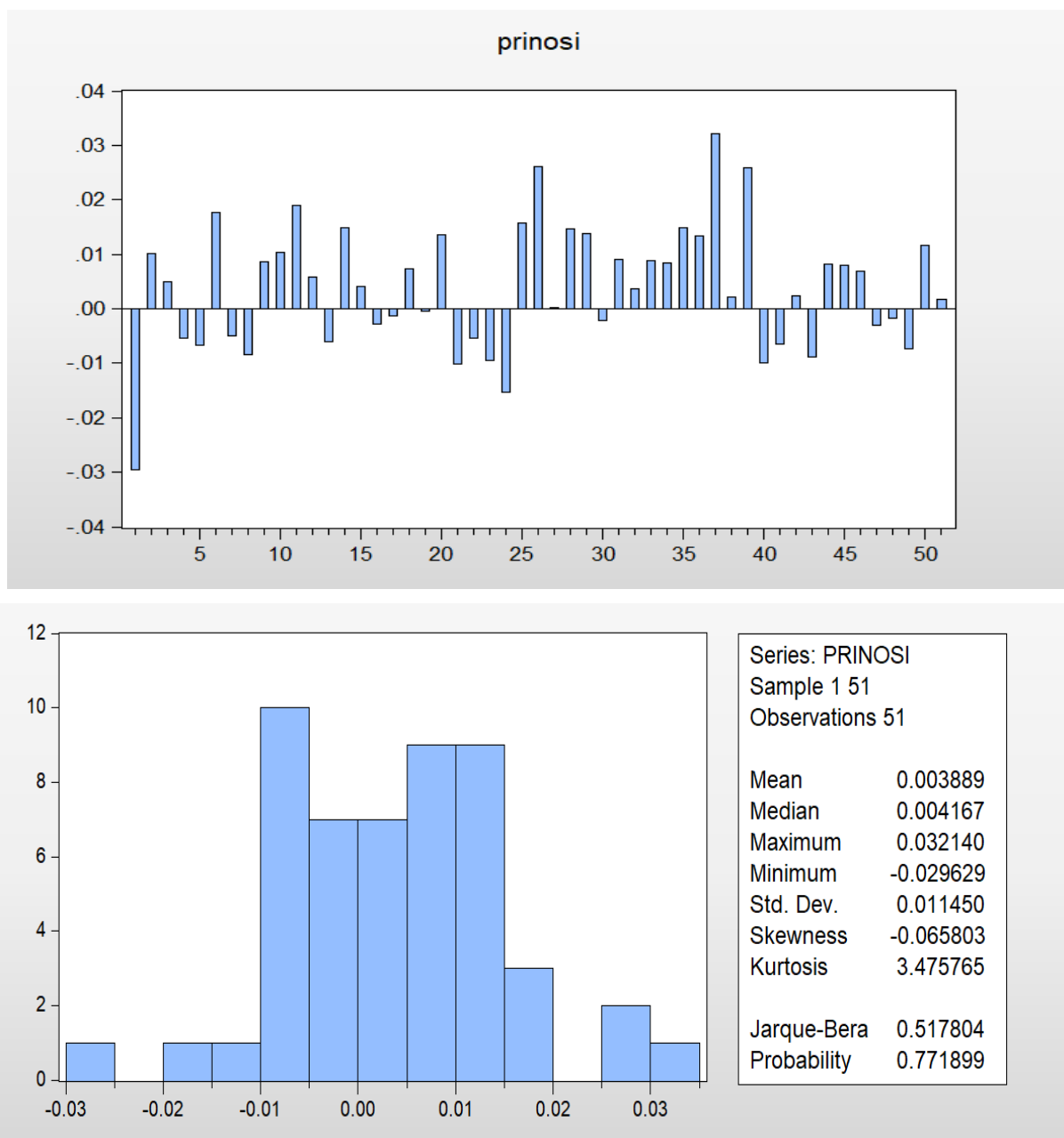
Na histogramu možemo uočiti duži desni kraj upravo zbog pozitivne asimetrične distribucije, a to nam ukazuje i na veću vjerojatnost ostvarivanja velikih pozitivnih vrijednosti u odnosu na negativne vrijednosti.

Koeficijent zaobljenosti iznosi 3,125141, što je veće od 3 koliko iznosi za normalnu distribuciju. Obzirom da je koeficijent veći od 3, uočavamo da postoji veći broj ekstremnih događaja (bilo pozitivnih ili negativnih) u odnosu na normalnu distribuciju prinosa.

4.4 Usporedna analiza performansi optimalnog portfelja i službenog indeksa

Uz optimalan portfelj promatran je i službeni indeks Zagrebačke burze CROBEX[®] kroz isti period od 01.01.2016. do 31.12.2016. U navedenom period zabilježena je prosječna stopa tjednog prinosa od 0,38%.

Korištenjem Markowitzevog modela optimizacije portfelja na hrvatskom tržištu kapitala sastavljeni Portfelj X donosi neznatno manji prinos, ali uz manju stopu rizika.



Slika 8: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika tržišnog indeksa CROBEX[®] prema povijesnim podacima

Izvor: izračun autorice

Iz Slike 8, koja nam prikazuje deskriptivnu statistiku tržišnog indeksa CROBEX[®], uočavamo da CROBEX[®] ima koeficijent asimetričnosti negativan i to u iznosu od -0,065803 odnosno duži lijevi kraj što ukazuje na veću vjerojatnost ostvarenja velikih negativnih vrijednosti u odnosu na pozitivne vrijednosti. Obzirom da je Portfelj X imao koeficijent asimetrije 0,072905 zaključujemo da Portfelj X ima prednost u odnosu na CROBEX[®] za veću vjerojatnost ostvarenja velikih vrijednosti.

Mjera zaobljenosti CROBEX[®]-a iznosi 3.475765. Koeficijent je veći od 3 što znači da postoji veći broj ekstremnih događaja u odnosu na normalnu distribuciju. Portfelj X je imao koeficijent zaobljenosti 3,125141 pa zaključujemo da i u ovom slučaju Portfelj X ima prednost u odnosu na CROBEX[®] jer je bliži normalnoj distribuciji.

Da bi nadalje usporedili performanse odabranog optimalnog Portfelja X i službenog indeksa CROBEX[®] koristit ćemo beta koeficijent.

Beta koeficijent određene dionice govori nam o volatilnosti dionice, odnosno njezine cijene, tj. o promjenjivosti u odnosu na tržište. Pokazatelj beta za tržište u cjelini ima vrijednost 1.00, pa se beta za određenu dionicu uspoređuje s betom tržišta, odnosno burzovnog indeksa i na taj način se utvrđuje stupanj volatilnosti, odnosno koliko cijena dionica fluktuiraju.⁴⁴

Sve dionice s beta koeficijentima većima od 1.00 predstavljaju iznadprosječno rizična ulaganja, a one s beta koeficijentima manjima od 1.00 jesu ispodprosječno rizična ulaganja.

Matematički se beta izračunava kao kovarijanca prinosa na dionicu i prinosa na tržišni portfelj, podijeljeno s varijancom prinosa na tržišni portfelj.

Kao benchmark u ovom slučaju uzet je CROBEX[®]. Njegov beta koeficijent je jednak 1.00.

⁴⁴ Bendeković, D.: Pristupi procjeni rizika i povrata kod ulaganja u obične dionice, Ekonomski pregled, 51 (11-12), 2000., str. 1282-1312

Tablica 11 : Beta koeficijenti dionica Portfelja X i beta koeficijent Portfelja X

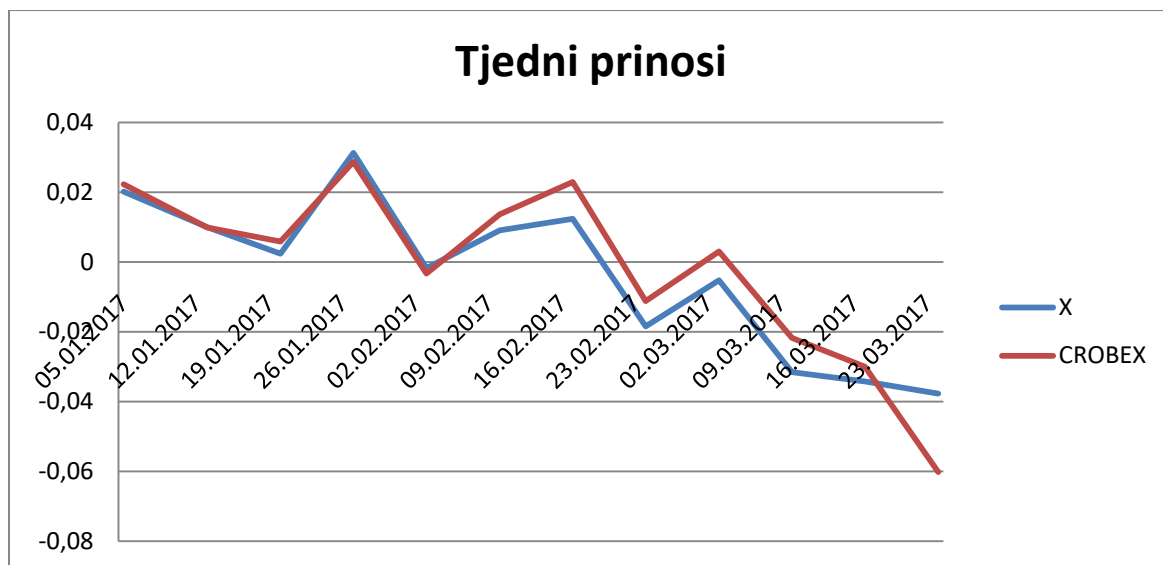
Simbol	beta koeficijent dionice	udio dionice u portfelju X
ADRS-P-A	1,434662	0,90%
ARNT-R-A	0,623424	15,13%
ATGR-R-A	0,382806	23,40%
HT-R-A	0,643599	20,07%
KOEI-R-A	0,692262	0,20%
KRAS-R-A	-0,021030	5,70%
LEDO-R-A	0,620814	21,38%
PODR-R-A	1,211425	5,20%
RIVP-R-A	1,699551	8,01%
Beta koeficijent portfelja X		0,658146

Izvor: izračun autorice

Iz Tablice 11 je uočljivo da beta koeficijent Portfelja X iznosi 0,658146 što je manje od 1. Ukoliko prinos tržišnog indeksa poraste za 1%, prinos Portfelja X će porasti za 0,65%. Vrijedi i obrnuto, ako prinos tržišnog indeksa padne za 1%, prinos Portfelja X će pasti za 0,65%. Iz navedenog zaključujemo da je Portfelj X manje rizičan od tržišnog indeksa.

4.5. Analiza performansi optimalnog i tržišnog portfelja u investicijskom periodu

Da bi ispitili učinkovitost odabranog optimalnog portfelja, izvršena je analiza performansi optimalnog Portfelja X i tržišnog portfelja službenog indeksa CROBEX®. Odabran je investicijski period od 01.01.2017. do 31.03.2017.



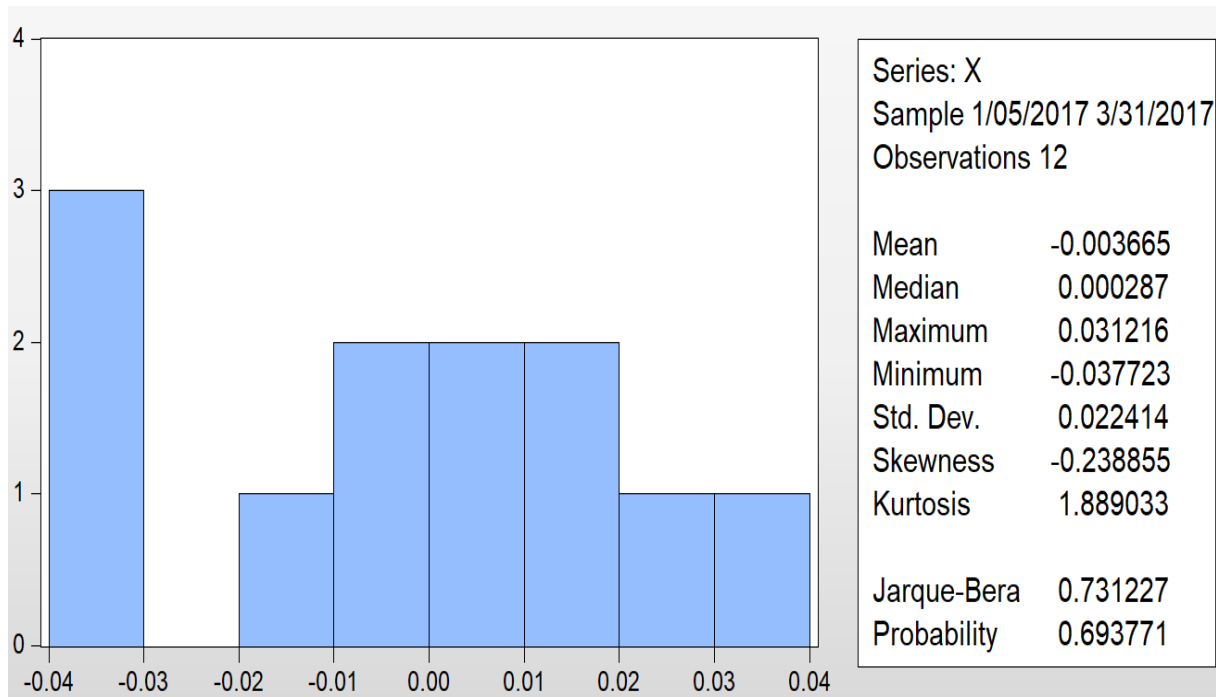
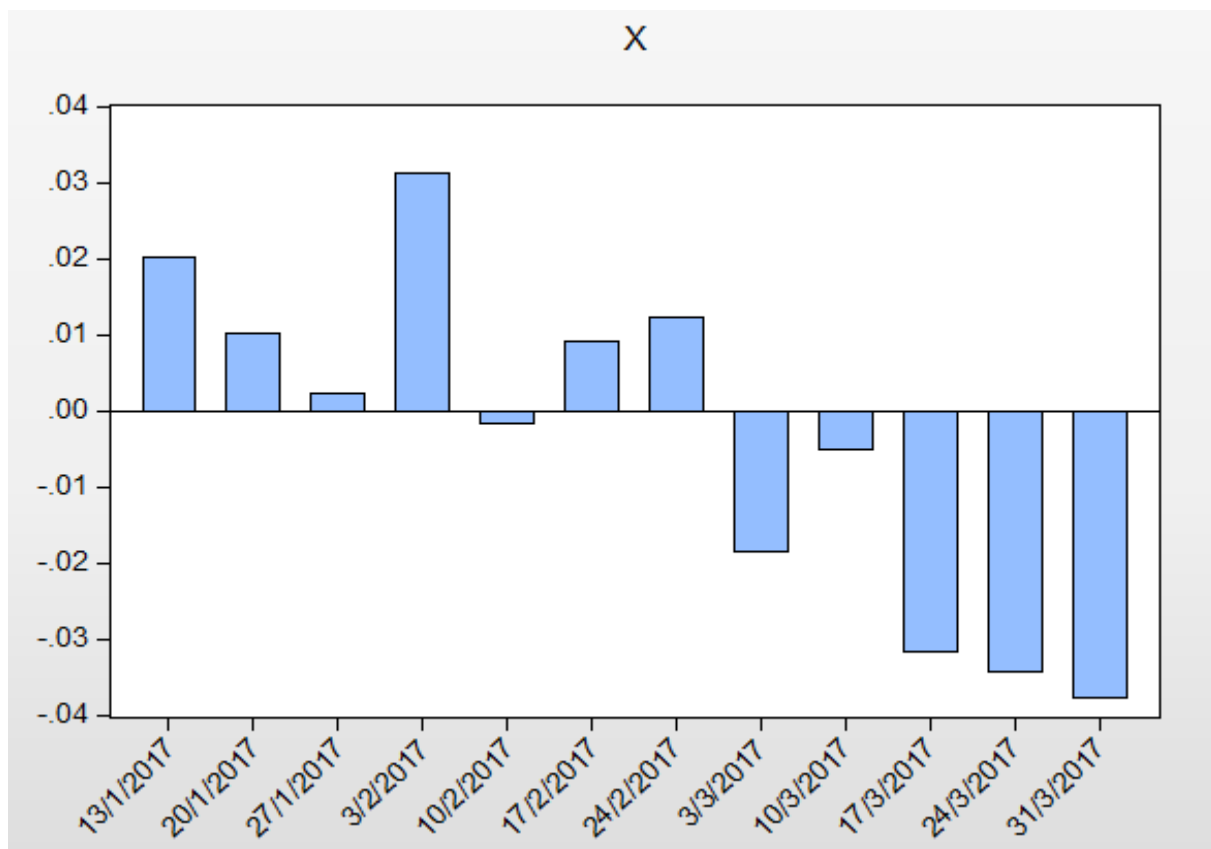
Grafikon 6: Prikaz tjednih prinosa optimalnog Portfelja X i CROBEX®-a u investicijskom periodu

Izvor: izračun autorice

Iz Grafikona 6 je vidljiv pad kretanja cijena dionica optimalnog Portfelja X i indeksa CROBEX®. Također se može uočiti njihova gotovo pa ista putanja što ukazuje da Portfelj X i indeks CROBEX® pozitivno koreliraju. Uzroci pada mogu se pronaći u krizi koja je potresla Agrokora te silovito srušila cijene dionica tvrtki Agrokora koje se nalaze u sastavu CROBEX®-a.⁴⁵

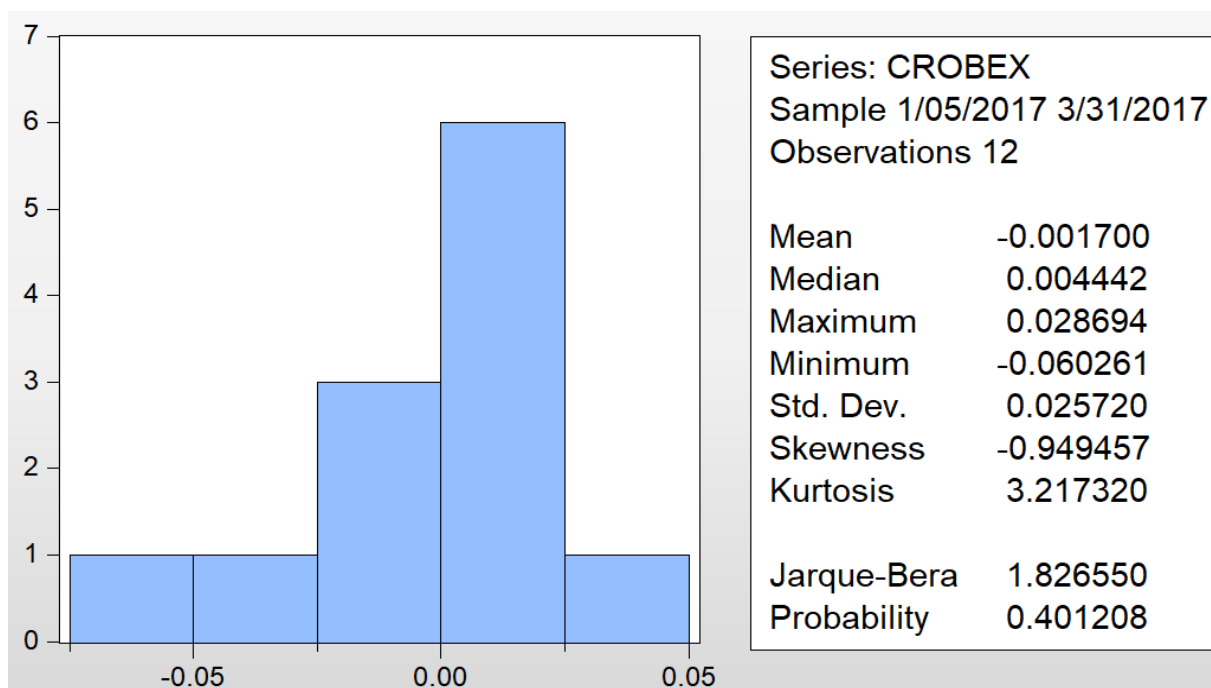
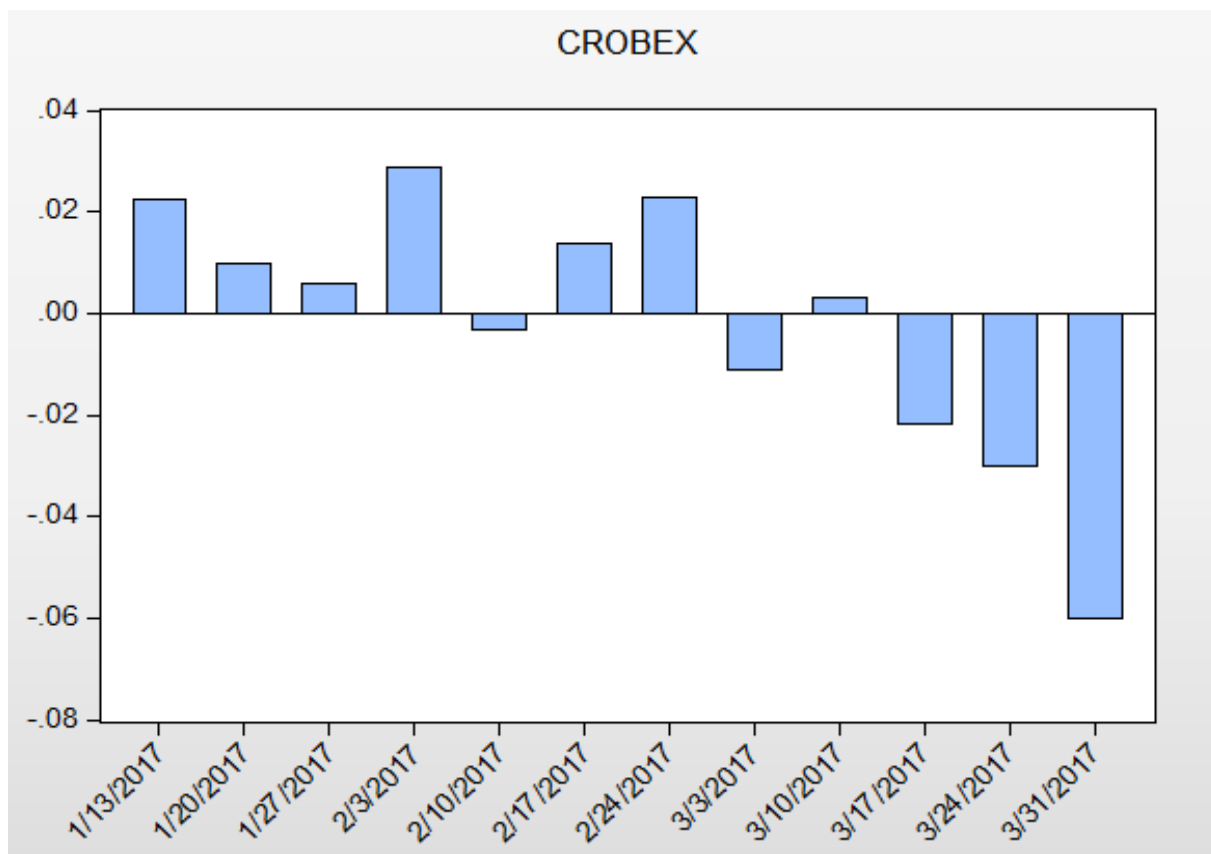
Za daljnju detaljniju analizu bit će prikazani histogrami i deskriptivna statistika optimalnog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX® u investicijskom periodu. U Prilogu 4 su dane zadnje tjedne cijene promatranih dionica, prinosi, očekivani prinos, varijanca i standardna devijacija.

⁴⁵ <http://www.poslovni.hr/burze/crobexi-na-pocetku-trgovanja-skliznuli-na-najnizu-razinu-od-studenoga-326365> (10.04.2017.)



Slika 9: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika Portfelja X u investicijskom razdoblju

Izvor: izračun autorice



Slika 10: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika indeksa CROBEX® u investicijskom razdoblju

Izvor: izračun autorice

Radi lakšeg praćenja i interpretacije rezultata, srednja vrijednost, standardna devijacija, mjere asimetrije i zaobljenosti te beta koeficijent dani su u Tablici 12.

Tablica 12: Performanse optimalnog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX[®] u investicijskom razdoblju

	X	CROBEX
Srednja vrijednost	-0,37%	-0,17%
Standardna devijacija	2,24%	2,57%
Koeficijent asimetrije	-0,238855	0,949457
Koeficijent zaobljenosti	1,889033	3,21732
Beta Koeficijent	0,919099	1

Izvor: izračun autorice

U sljedećoj tablici, Tablici 13, su prikazani beta koeficijenti pojedinih dionica optimalnog Portfelja X i njihovi udjeli u optimalnom Portfelju X.

Tablica 13: Beta koeficijenti dionica sastavnica optimalnog Portfelja X i pripadajućih udjela u Portfelju X

Dionica	Beta koeficijent dionice	Udio dionice u portfelju X
ADRS2	0,67398	0,90%
ARNT	0,46502	15,13%
ATGR	1,04630	23,40%
HT	0,78155	20,07%
KOEI	1,14433	0,20%
KRAS	1,25473	5,70%
LEDO	1,25823	21,38%
PODR	1,17248	5,20%
RIVP	0,46302	8,01%

Izvor: izračun autorice

Iz Tablice 12 je vidljivo da i optimalan Portfelj X i tržišni indeks CROBEX[®] imaju negativan prinos u investicijskom razdoblju. Ipak, CROBEX[®] ima manji negativni prinos no ima veću standardnu devijaciju. Zaključujemo da CROBEX[®] ima *veći prinos* no ulaganje u CROBEX[®] je rizičnije od ulaganja u Portfelj X.

Što se tiče koeficijenta asimetrije ni jedan portfelj nije simetričan. Koeficijent asimetrije Portfelja X iznosi -0,23885 te se radi o ljevostranoj asimetričnoj distribuciji i to nam ukazuje na veću vjerojatnost ostvarivanja velikih negativnih vrijednosti u odnosu na pozitivne vrijednosti. Kod indeksa CROBEX[®] koeficijent je veći od 0 i iznosi 0,949457. Zaključujemo da se radi o desnostranoj asimetričnoj distribuciji te da postoji veća vjerojatnost ostvarenja velikih pozitivnih vrijednosti u odnosu na negativne vrijednosti.

Koeficijent zaobljenosti za normalnu distribuciju ima koeficijent 3. Iz tablice je vidljivo da je koeficijent zaobljenosti CROBEX[®]-a bliži vrijednosti 3 od koeficijenta zaobljenosti Portfelja X (3,22>1,88) iz čega proizlazi da ima manju vjerojatnost nastanka ekstremnih događaja u odnosu na normalnu distribuciju.

Kako bi se utvrdilo koja je od promatranih investicija uspješnija potrebno je osim usporedbe ukupnih prinosa optimalnog Portfelja X i CROBEX[®]-a, uzeti u obzir i razinu rizika kojem bi se izložio potencijalni investitor pri ulaganju u jednu od opcija. Postoji više načina mjerenja uspješnosti investiranja korigiranih za preuzeti rizik, od kojih su najpoznatiji Sharpeov omjer, Treynorov omjer i Jensenov omjer. Prilikom istraživanja koristit će se Sharpeov omjer.⁴⁶

Sharpeov omjer mjeri višak prinosa u odnosu na stopu prinosa bezrizične financijske aktive, odnosno riziko premiju u usporedbi s ukupnim rizikom portfelja izraženim preko standardne devijacije portfelja. Sharpeov omjer zapravo nam predstavlja mjeru koja nam pokazuje koliki očekivani prinos po jedinici preuzetog rizika ostvaruje portfelj. Što je indeks veći, veći je očekivani prinos po jedinici preuzetog rizika, te obrnuto što je indeks manji manji je i prinos po jedinici preuzetog rizika.⁴⁷

⁴⁶ Michel, A., Shaked, I.: Does Business Diversification Affect Performance?, Financial Management, Vol.13, No.4, 1984., str. 18-25

⁴⁷ Sharpe, W. F.: Mutual Fund Performance, Journal of Business, 39(S1), 1966., str. 119–138

Kao bezrizična financijska aktiva uzeta je državna obveznica, te njezin godišnji povrat korigiran za razdoblje promatranog investicijskog perioda.

Sharpeov omjer računamo kao⁴⁸:

$$S = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (28)$$

gdje je:

- r_f – prinos nerizične investicije;
- r_p – prinos portfelja;
- σ_p – standardna devijacija portfelja.

Za nerizičnu financijsku aktivu uzeta je državna obveznica Ministarstva financija 5MF7 (HRRHMF0247E7) s godišnjom kamatnom stopom u iznosu od 5,75%. Obveznica je izdana 10.07.2013. s dospijecem 10.07.2024.⁴⁹

Za pretvaranje godišnjeg povrata na povrat za razdoblje promatranog investicijskog razdoblja korišten je jednostavan obračun kamata. Investicijsko razdoblje trajalo je 64 dana.

Za pretvaranje povrata korištena je sljedeća formula⁵⁰:

$$P_n = (P_g * n) / 365 \quad (29)$$

gdje je:

- P_n – povrat nerizične investicije za razdoblje n ;
- P_g – godišnji povrat za nerizičnu investiciju;
- n – broj dana za koji računamo povrat nerizične investicije.

⁴⁸ Sharpe, W. F.: Mutual Fund Performance, Journal of Business, 39(S1), 1966., str. 119–138

⁴⁹ <http://www.zse.hr/default.aspx?id=10006&dionica=1316> (10.04.2017.)

⁵⁰ Choudhry, M.: Bank Asset and Liability Management : Strategy Trading Analysis, John Wiley & Sons, Chichester, 2011., str.63

Tablica 14: Sharpeov indeks za Portfelj X i tržišni indeks CROBEX®

	r_f	r_p	σ_p	Sharpeov omjer
Portfelj X	1,01%	-0,37%	2,24%	-0,615276339
CROBEX®	1,01%	-0,17%	2,57%	-0,458450973

Izvor: izračun autorice

Tablica 14 pokazuje da, iako su negativni, CROBEX® ima veći Sharpeov omjer te je ostvario veći prinos po jedinici preuzetog rizika. Možemo zaključiti da je ulaganje u CROBEX® efikasnije od ulaganja u optimalni portfelj.

Zaključujući prema svim dobivenim podacima prilikom provođenja istraživanja možemo zaključiti da **obzirom na karakter hrvatskog tržišta kapitala i neispunjenje svih pretpostavki za Markowitzev model, ovaj model ne može dati portfelje koji imaju bolje performanse nego performanse portfelja dobivenog po uzoru na službeni tržišni indeks.**

Tablica 15: Usporedni prikaz koeficijenata mjera asimetrije i zaobljenosti

		Portfelj X	CROBEX®
Povijesni podaci	koeficijent asimetrije	0,072905	-0,065803
	koeficijent zaobljenosti	3,125141	3,475765
Investicijski period	koeficijent asimetrije	-0,238855	0,949457
	koeficijent zaobljenosti	1,889033	3,21732

Izvor: izračun autorice

Radi lakše usporedbe dana je Tablica 15 s prikazom koeficijentima mjera asimetrije i zaobljenosti Portfelja X i CROBEX®-a prema povijesnim podacima i tijekom investicijskog perioda.

U povijesnim podacima uočavamo slična odstupanja od normalne distribucije kod Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX®. Koeficijent asimetrije bliži normalnoj distribuciji ima CROBEX® dok koeficijent zaobljenosti bliži normalnoj distribuciji ima Portfelj X. Iako neznatno, Portfelj X ima distribuciju bližu normalnoj.

U investicijskom periodu imamo obrnutu situaciju. Koeficijent asimetrije bliži normalnoj distribuciji ima Portfelj X dok koeficijent zaobljenosti bliži normalnoj distribuciji ima CROBEX[®]. Ipak, ovdje uočavamo veća odstupanja od normalne distribucije, no unatoč tomu može se primijetiti da je CROBEX[®] bliži normalnoj distribuciji.

Zbog navedenog možemo zaključiti da je **efikasnost postupka optimizacije portfelja Markowitzevim modelom uvjetovana ispunjenjem pretpostavke o normalnoj distribuciji.**

Računajući povijesne podatke o kretanju cijena dionica CROBEX[®]-a na Zagrebačkoj burzi uspješno je sastavljen portfelj koji je u povijesnom periodu pokazao bolje performanse od tržišnog indeksa. No, u investicijskom periodu korištenom za kontrolu dogodio se obrat. U gotovo svim mjerilima CROBEX[®] je nadmašio performanse optimalnog portfelja. Ovaj, pomalo neočekivan, rezultat posljedica je specifičnosti tržišta u nastajanju kao što je hrvatsko tržište, ali i trenutnoj situaciji kako na svjetskim tako i na hrvatskom tržištu. Tržišta kapitala u razvoju su nestabilna, neprekidno se mijenjaju i još uvijek nisu dovoljno likvidna. Ovakva situacija daje izazov investitorima da konstantno vrše reviziju svojih portfelja, prate kretanja na tržištu i jačaju investicijsku klimu.

5. ZAKLJUČAK

Investitori, želeći ostvarivati prinose na svoja sredstva, u novije vrijeme sve više ulažu na tržištu kapitala. Pri tome moraju pažljivo birati vrijednosnice u koje žele ulagati da bi si osigurali prinos. Glavni problem koji se javlja je kako izabrati portfelj za ulaganje, a da se ne izlože prevelikom, nepotrebnom riziku. Nobelovac Harry Markowitz razvio je teoriju portfelja koja pomaže investorima da odaberu portfelj vrijednosnica koje će davati što veći prinos uz željenu razinu rizika. Model pretpostavlja da investitori imaju averziju prema riziku, odnosno da će između dva portfelja s jednakim očekivanim prinosom izabrati onaj s manje rizika. Visina rizika koju je pojedini investor spreman prihvatiti ovisi njegovim željama i preferencijama.

Markowitzev model govori o donošenju investicijskih odluka uzimajući u obzir varijable prinosa, rizika i međuovisnosti kretanja pojedinih vrijednosnica unutar portfelja. Ove varijable uočljivije su na razvijenim tržištima zbog trgovanja velikog broja likvidnih dionica. Model je istražen na razvijenim tržištima gdje je naišao na odobravanja, no pojavom novih tržišta kapitala, manje razvijenih i manje likvidnih, model nailazi na probleme. Ti problemi očituju se kroz mali broj dionica na tržištu, manjak likvidnosti i transparentnosti, nedovoljna povijest trgovanja te mala kapitalizacija.

Na razvijenim tržištima ovaj model ima veću korisnost u odnosu na slabije razvijena tržišta, no unatoč tome izvorni oblik se gotovo više i ne koristi. Razlozi njegove slabe primjene su problemi oko ulaznih parametara te nestabilnost na tržištu. Ulazni parametar koji stvara najviše problema je očekivani prinos. Korištenje ove mjere više se ne preporuča, pa čak ni na razvijenim tržištima. Na slabo razvijenim tržištima prosječnu vrijednost prinosa nije ni moguće precizno odrediti zbog kratkog razdoblja trgovanja, i to često slabo intenzivnog trgovanja. Umjesto Markowitzevog izvornog modela, danas se koriste slični, složeniji modeli za predviđanje prinosa, no Markowitzev model i dalje ostaje bazni model.

Da bi investor izabrao portfelj koji je za njega optimalan koristi se efikasnom granicom. Na toj krivulji nalaze se svi efikasni portfelji za određenu razinu rizika, te ne postoji neki drugi portfelj koji će za istu razinu rizika dati veći prinos. Obzirom na korisnost koju investor priželjkuje i averziji prema riziku koju ima svaki investor će individualno za sebe odabrati onaj portfelj koji će biti optimalan za njega i njegove potrebe.

U ovo radu ispitano je djelovanje Markowitzevog modela na hrvatsko tržište kapitala. Hrvatsko tržište je još uvijek u razvoju te nema ispunjene sve pretpostavke za provedbu Markowitzevog modela, poput odlika normalne distribucije i likvidnosti. Empirijskim istraživanjem želi se utvrditi mogućnost provedbe Markowitzevog modela na tržištu koje ne ispunjava sve pretpostavke modela. Portfelj kojim se provodi istraživanje odabran je iz dionica sastavnica tržišnog indeksa CROBEX[®]. Cilj istraživanja je utvrditi postoji li model koji će dati bolje performanse od službenog tržišnog indeksa.

Istraživanje je podijeljeno u dva dijela:

U prvom dijelu istraživanja prikupljeni su povijesni podaci o dionicama službenog tržišnog indeksa u razdoblju od godine dana, točnije 01.01.2016. do 31.12.2016.. U tom periodu uočili smo slična kretanja tržišnog indeksa CROBEX[®] i sastavljenog optimalnog Portfelja X. No, ipak uzimajući u obzir sve pretpostavke zaključujemo da optimalan Portfelj X ima bolje performanse od tržišnog indeksa CROBEX[®].

U drugom dijelu istraživanja razdoblje od 01.01.2017. do 31.03.2017., odnosno period od 12 tjedana koristili smo kao kontrolu da bi ispitali performanse odabranog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX[®]. Negativne prinose koji su ostvarili možemo opravdati trenutnom situacijom na hrvatskom tržištu kapitala. Uočeni su slični rezultati u prinosima i standardnim devijacijama pa su Portfelj X i indeks CROBEX[®] pomoću Sharpeovog omjera dodatno testirani. Indeks CROBEX[®] nosio je veći prinos po jedinici preuzetog rizika, pa je zaključeno da ima bolje performanse od sastavljenog optimalnog Portfelja X.

Istraživanjem je utvrđeno da investitori prilikom ulaganja na hrvatskom tržištu kapitala nailaze na brojne prepreke. Javlja se slaba diversifikacija i nelikvidnost vrijednosnica. Pomanjkanje dana trgovanja može dovesti do problema prilikom istraživanja Markowitzevog modela. Radi pojednostavljenja korištene su zadnje registrirane cijene te su korišteni tjedni podaci. Prilikom odabira podataka potrebno je biti pažljiv jer pogrešan odabir podataka vodi do pogrešnih odluka investitora, što naposljetku dovodi do gubitaka.

Markowitzev model zahtijeva normalnu distribuciju. Računajući mjere asimetrije i zaobljenosti na hrvatskom tržištu kapitala vidljivo je da normalna distribucija nije pronađena čak ni pri tjednim prinosima. Nepostojanje normalne distribucije pokazuje nam da bi dobivene prosječne prinose i standardnu devijaciju trebali uzimati s rezervom. Nužno je korištenje većih momenata oko sredine distribucije da se dokaže njen oblik, te da se investitor upozna sa svim rizicima koje mu donosi njegovo ulaganje na hrvatskom tržištu kapitala.

Nakon provedenog istraživanja odbacuje se početka hipoteza koja navodi da obzirom na karakter hrvatskog tržišta kapitala i neispunjenje svih pretpostavki za Markowitzev model, ovaj model može dati portfelje koji imaju bolje performanse nego performanse portfelja dobivenog po uzoru na službeni tržišni indeks. Stoga prihvaćamo pomoćnu hipotezu i zaključujemo da je efikasnost postupka optimizacije portfelja Markowitzevim modelom uvjetovana ispunjenjem pretpostavke o normalnoj distribuciji.

SAŽETAK:

Financijska tržišta predstavljaju izvor prinosa mnogim investitorima. Svi investitori žele portfelj koji ima što veći prinos uz što niži rizik. Najveći problem bio je kako odabrati optimalan portfelj. Modernu teoriju portfelja postavio je Harry Markowitz. Teorija se fokusira na diversifikaciju portfelja i kontrolu rizika. Za uspješnu provedbu teorije nužna je normalna distribucija prinosa. Moderna teorija portfelja doživjela je uspjeh analizirajući razvijena tržišta, a na slabije razvijenima nije bila toliko učinkovita. Hrvatsko tržište kapitala još uvijek je relativno nerazvijeno, nelikvidno i nije normalno distribuirano. Zbog navedenog upitna je primjena Markowitzevog modela na hrvatskom tržištu kapitala.

KLJUČNE RIJEČI: teorija portfelja, diversifikacija portfelja, kontrola rizika, normalna distribucija prinosa, hrvatsko tržište kapitala

SUMMARY:

Financial markets are the source of return for many investors. All investors want a portfolio that has as much yield as possible with a lower risk. The biggest problem was to choose the optimal portfolio. Harry Markowitz set modern portfolio theory. The theory focuses on portfolio diversification and risk control. For a successful implementation of the theory, a normal yield distribution is necessary. Modern portfolio theory has been successful by analyzing developed markets, and on the less developed ones has not been so efficient. The Croatian capital market is still relatively underdeveloped, illiquid and not normally distributed. Because of this, the application of Markowitz's model on the Croatian capital market is questionable.

KEY WORDS: portfolio theory, portfolio diversification, risk control, normal yield distribution, croatian capital market

LITERATURA:

1. Aljinović, Z., Babić, Z.: Ekonomska matematika, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 1996.
2. Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B.: Financijsko modeliranje, Zgombić&Partneri, Zagreb, 2008.
3. Aljinović Z., Marasović B.: Matematički modeli u analizi razvoja hrvatskog financijskog tržišta, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, Split, 2012.
4. Aljinović, Z., Marasović, B., Vidović, J.: The alternative risk measures in Excel, MIPRO 2010, Proceedings of the 33rd International Convention: Computers in Education, Opatija, 2010., str. 152-157
5. Andrijanić, I.: Poslovanje na burzama: Načela i praksa, Intergrafika TTŽ, Zagreb, 2015.
6. Babić, Z., Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z.: Matematika za ekonomiste, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 2005.
7. Barac, Z.: Pregled tržišta, Godina 1, Broj 3, Hrvatsko mirovinsko investicijsko društvo d.o.o., Zagreb, 1999.
8. Belak, V., Aljinović-Barać, Ž.: Tajne tržišta kapitala, Belak excellens d.o.o., Zagreb, 2008.
9. Belak, V.: Menadžersko računovodstvo, RRIF, Zagreb, 1995.
10. Bendeković, D.: Pristupi procjeni rizika i povrata kod ulaganja u obične dionice, Ekonomski pregled, 51 (11-12), 2000., str. 1282-1312
11. BeniĆ, V., Franić, I.: Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala Hrvatske i zemalja regije, Financijska teorije i praksa, Vol. 32, No. 4, 2008., 481-502
12. Benninga, S.: Financial modeling, The MIT Press, Cambridge, 2000.
13. Boasson, V., Boasson, E., Zhou, Z.: Portfolio optimization in a Mean-semivariance Framework, Investment Management and Financial Innovations, Volume 8, Issue 3, 2011., str. 58-68
14. Brealey, R., Myers, S.: Principles of Corporate Finance, 7th Ed. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2003.
15. Brodie, J., Daubechies, I., De Mol, C., Giannone, D., Loris, I.: Sparse and stable Markowitz portfolios, Proceedings of the National Academy of Sciences, 2009.

16. Cheng, P., Woverton, M.: MPT and the Downside Risk Framework: A Comment on Two Recent Studies, *Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 07, No. 2, 2001., str 125-131
17. Copeland, T.E., Weston, J.F.: *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison-Weasley Publishing Company, 1988.
18. Choudhry, M.: *Bank Asset and Liability Management : Strategy Trading Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester, 2011.
19. Elton, E. J., Gruber, M. J.: *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1991.
20. Elton, E. J., Gruber, M. J.: Modern Portfolio Theory, 1950 to date, *Journal of Banking & Finance*, Vol.21, No.11/12, 1997., str.1743-1759
21. Ercegovac, R.: Teorijska osporavanja primijenjenih financijskih modela i nove znanstvene paradigme, *Ekonomski pregled*, 2008., str. 289-303
22. Fabozzi, F. J., Gupta F., Markowitz, H.M.: The Legacy of Modern Portfolio Theory, *The Journal of Investing*, 2002., str. 7-22
23. Fisher, L.: Using Modern Portfolio Theory To Mantain an Efficiently Diversified Portfolio, *Financial Analysts Journal*, 1975., str. 761-767
24. Foley, B. J.: *Tržišta kapitala*, drugo izdanje, MATE, Zagreb, 2006.
25. Garrison, R., Noreen, E.: *Managerial Accounting*, 9th Ed. McGraw-Hill/Irwin, International Edition, 2000.
26. Grčić, B., Rozga, A.: *Poslovna statistika*, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 2004.
27. Jakšić, S.: Primjena Markowitzeve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze, *Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu*, Vol. 5, No. 1, 2007., str. 331-344
28. Jerončić, M., Aljinović, Z.: Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu, *Ekonomski pregled*, 62 (9-10), 2011., str. 583-606
29. Jurman, A.: *Optimalizacija ulaganja sredstava banaka u vrijednosne papire*, znanstveni rad, Ekonomski Fakultet, Sveučilište u Rijeci, 2006.
30. Latković, M., Barac, Z.: *Optimizacija dioničkih portfelja na rubnim tržištima kapitala*, Zagreb, 1999.
31. Leko, V.: *Rječnik bankarstva*, Masmedia, Zagreb, 1998.
32. Madir, J.: *Tržište kapitala*, Gospodarska misao, 2009.
33. Marasović, B., Šego, B.: Izbor optimalnog portfelja alternativnim mjerama rizika, *Računovodstvo i financije*, 52, 7, 2006., str. 66-71

34. Marasović, B.: Modeli optimizacije investicijskog portfelja, Magistarski rad, Ekonomski fakultet, Split, 2006.
35. Markowitz, H.: Portfolio Selection, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1., American Finance Association, 1952., str. 77-91
36. Markowitz, H.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, John Wiley and Sons, 1959.
37. Michel, A., Shaked, I.: Does Business Diversification Affect Performance?, Financial Management, Vol.13, No.4, 1984., str. 18-25
38. Miljan, I.: Ocjena efikasnosti ulaganja u indeks Zagrebačke burze prema MPT modelu, Ekonomska istraživanja, 2002.
39. Mishkin, F. S., Eakins, S. G.: Financijska tržišta + institucije, MATE, Zagreb, 2005.
40. Olgić Draženović, B.: Uloga i utjecaj institucionalnih investitora na razvoj tržišta kapitala odabranih tranzicijskih temelja i Republike Hrvatske, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet Rijeka, Rijeka, 2012.
41. Orsag, S.: Financiranje emisijom vrijednosnih papira, RIFIN; Zagreb, 2002.
42. Orsag, S.: Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja, Sarajevo, 2011.
43. Parkinson, M.: The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return, Journal of Business, 53, 1980., str. 61-65
44. Pivac S., Biljan-August M., Štambuk, A.: Statistička analiza u ekonomiji, Ekonomski fakultet u Splitu, 2010.
45. Pojatina, D.: Tržište kapitala, Ekonomski fakultet Split, Split, 2000.
46. Posedel, P.: Moderna teorija portfelja, materijali s kolegija Financijski modeli, Ekonomski fakultet u Zagrebu, Zagreb, 2008.
47. Rozga, A.: Statistika za ekonomiste, V. izmijenjeno izdanje, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 2009.
48. Rubinstein, M.: Markowitz's portfolio selection, a fifty-year retrospective, The journal of finance, 2002.
49. Rudd, A., Clasing, H.K.: Modern portfolio theory: The principles of investment management, 1988.
50. Saunders, A., Cornett, M. M.: Financijska tržišta i institucije, II. izdanje, Masmedia, Zagreb, 2007.
51. Sharpe, W. F.: Mutual Fund Performance, Journal of Business, 39(S1), 1966., str. 119–138

52. Statman, M.: How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?, The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22, No. 3, 1987.
53. Tkalac Verčić, A., Sinčić Ćorić, D., Pološki Vokić, N.: Priručnik za metodologiju istraživačkog rada: kako osmisliti, provesti i opisati znanstveno i stručno istraživanje, Zagreb: M.E.P., 2010.
54. Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B.: Matematički modeli u financijskom upravljanju, Ekonomski fakultet Split, Split, 2006.
55. Vidučić, Lj.: Financijski menadžment, V. dopunjeno i izmjenjeno izdanje, RRiF plus, Split, 2006.
56. Vizek, M., Dadić, T.: Integration of Croatian, CEE and EU equity markets: cointegration approach, Ekonomski pregled, 57 (9-10), 2006., str. 631-638
57. Zelenika, R.: Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela, IV. izdanje, Ekonomski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2000.
58. Žiković, S.: Formiranje optimalnog portfolija hrvatskih dionica i mjerenje tržišnog rizika primjenom VaR metode, magistarski rad, Ekonomski fakultet u Ljubljani, Ljubljana, 2005.
59. Žugaj, M., Dumičić, K., Dušak, V.: Temelji Znanstvenoistraživačkog rada: Metodologija i metodika, Varaždin, Tiva, 2006.
60. www.hanfa.hr
61. www.hgk.hr – web stranica Hrvatske gospodarske komore
62. www.hnb.hr – web stranica Hrvatske narodne banke
63. www.hrportfolio.hr – web stranica financijskog portala hrportfolio
64. www.poslovni.hr – web stranica Poslovnog dnevnika
65. www.zse.hr – web stranica Zagrebačke burze

POPIS GRAFIKONA:

Grafikon 1: Struktura trgovine po sektorima	32
Grafikon 2: Kretanje indeksa CROBEX [®] kroz prvo tromjesečje 2017. godine	33
Grafikon 3: Efikasna granica.....	43
Grafikon 4: Struktura odabranog optimalnog Portfelja X.....	44
Grafikon 5: Kretanje tjednih prinosa odabranog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX [®] ...	45
Grafikon 6: Prikaz tjednih prinosa optimalnog Portfelja X i CROBEX [®] -a u investicijskom periodu.....	52

POPIS SLIKA:

Slika 1: Sistemska i nesistemska rizik u odnosu na sveukupni rizik.....	12
Slika 2: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je indiferentan u odnosu na rizik i investitora koji je sklon riziku	19
Slika 3: Skup mogućih portfelja.....	22
Slika 4: (a) skup minimalne varijance, (b) efikasna granica	23
Slika 5: Struktura tržišta zagrebačke burze	28
Slika 6: Organizacija Zagrebačke burze.....	29
Slika 7: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika optimalnog Portfelja X prema povijesnim podacima.....	47
Slika 8: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika tržišnog indeksa CROBEX [®] prema povijesnim podacima.....	49
Slika 9: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika Portfelja X u investicijskom razdoblju.....	53
Slika 10: Histogrami tjednih prinosa i deskriptivna statistika indeksa CROBEX [®] u investicijskom razdoblju	54

POPIS TABLICA:

Tablica 1: Usporedni prikaz prometa prvog tromjesečja 2016. i 2017. godine	30
Tablica 2: Usporedni prikaz tržišne kapitalizacije prvog tromjesečja 2016. i 2017. godine ...	31
Tablica 3: Prikaz prometa u prva tri mjeseca 2017. godine	31
Tablica 4: Usporedba trgovanja u prvom tromjesečju 2016. i 2017.	32
Tablica 5: Tržišna kapitalizacija indeksa u prvom tromjesečju 2016. i 2017.	33
Tablica 6: Indeksna košarica CROBEX [®] na dan 10.03.2017.	39
Tablica 7: Prosječni tjedni prinosi i varijance dionica CROBEX [®] -a	40
Tablica 8 Popis dionica koje ulaze u sastav optimalnog Portfelja X	41
Tablica 9: Portfelji koji čine efikasnu granicu	42
Tablica 10: Struktura odabranog optimalnog Portfelja X	43
Tablica 11: Beta koeficijenti dionica Portfelja X i beta koeficijent Portfelja X	51
Tablica 12: Performanse optimalnog Portfelja X i tržišnog indeksa CROBEX [®] u investicijskom razdoblju	55
Tablica 13: Beta koeficijenti dionica sastavnica optimalnog Portfelja X i pripadajućih udjela u Portfelju X	55
Tablica 14: Sharpeov indeks za Portfelj X i tržišni indeks CROBEX [®]	58
Tablica 15: Usporedni prikaz koeficijenata mjera asimetrije i zaobljenosti	58

PRILOZI:

PRILOG 1: Zадnje cijene dionica u promatranim tjednima

	ADPL	ADRS2	ARNT	ATGR	ATPL	BLJE	DDJH	DLKV	ERNT	HIMR	HT	INGR	KOEI	KRAS	LEDO	LKPC	LKRI	OPTE	PODR	RIVP	SUNH	TPNG	ULPL	VART	ZABA
08.01.2016	95	361,02	317	822,21	130	24,89	29,17	13,5	1014	500	140,6	2,7	650,1	500	9000	651,55	42,48	1,83	327,1	23,82	20,41	73	137,99	17	36,5
15.01.2016	96,73	342,55	326,92	822,21	120	22,66	29,99	12,39	989	500	139	2,79	630	499	9000	640,02	40,77	1,88	310,22	22,86	20,41	74,99	136	15,18	35,64
22.01.2016	95,35	345,1	317,98	806	120	24	32,32	12,68	975,19	500	139,9	2,92	637	499,99	8970	630	42	1,8	313,06	22,93	20,41	70	133,99	15,54	36,8
29.01.2016	92,51	345	339,68	810	117,79	23,5	33,11	12,69	986	478	139,6	3,04	647,99	500	8969	620,15	41,99	1,9	319	22,85	19,51	69,95	132	14,53	37,2
05.02.2016	96,4	342	343,91	814,01	108	22,62	35,32	11,72	965	490	141,1	2,78	647	500	8900	620	41	1,84	315,24	22,8	20,4	70	122,9	14,55	37,9
12.02.2016	94,9	341	337	810,11	100	22,5	34,9	11,3	940	500	140,22	2,58	638,99	500,12	8810,01	630	38,83	1,79	317,8	22,93	21,3	71	109,5	14,55	38
19.02.2016	96,5	359,97	335	805,2	107	23	37,85	10,97	994	495	146,5	2,52	640,55	510,01	8765	649,99	40,02	1,9	315	22,87	20	71,49	125	14,4	39,26
26.02.2016	101,5	359,79	325	809	99	22,31	37,5	11,32	998	495	141,03	2,88	635,26	510,02	8850	640	40	1,92	317,96	23,25	20	67,55	123,5	14	39
04.03.2016	101	354	335	810	114	22	37	11,3	994,99	545,45	140,93	2,68	640	520	8850	600,3	40,02	1,85	306,02	23,41	20	67,32	124	14,85	39,49
11.03.2016	101	354,35	335	805	114	21,25	36,28	11,74	1000	500,02	143,1	2,71	635	542	9030	600	41,5	1,82	309	23,99	21,5	73,65	120,01	13,71	39,42
18.03.2016	99	366,98	330	810,03	103,45	19,36	35,57	10,61	1041,5	500	143	2,68	648,74	530	9041	600,01	41,5	1,99	324,99	24,4	20,5	73,6	111	14	39
24.03.2016	101,2	381,5	331,96	800,16	111	20,31	34,04	10,86	1114,49	505	144,4	2,76	640	533,04	9474	600,02	43,49	1,86	322	24,85	20,41	75	111,49	15	40,48
01.04.2016	102,48	390,26	333	805	116	20,05	31,52	10,7	1096,02	522	145	2,7	645,89	550	9512	615	41,9	1,82	315,01	24,57	21,66	77,89	115,3	14,25	41,95
08.04.2016	102	390	326	823	110,79	19,41	30	10,15	1089,02	505	146,32	2,52	631,18	540,02	9500	607	41,9	1,84	321	24,5	22,45	77,87	114,85	14,15	39,64
15.04.2016	99,24	405	324,73	815,3	118,95	19,56	36	10,44	1088,06	510	147,3	2,51	645	520,07	9313,01	600,23	41,51	1,75	329,5	24,57	22,53	75,01	118	14,86	41,68
22.04.2016	97,9	398	326,19	815,01	120,5	18,55	38,2	10,63	1080	520	147,56	2,58	655	521	9450	603,09	43,5	1,75	330,04	24,68	22,52	75,91	117,9	16	41
29.04.2016	99,99	395	326,2	815	127,7	19	42,83	11,63	1081	515	144,4	2,53	645	518	9730	582	41,81	1,8	329	24,5	23,3	74,01	114	15,06	41,96
06.05.2016	97	392	324	815,01	120	19,11	44,99	12,29	1110,5	539,99	138,77	2,5	649,98	510	9730	580,01	43,18	1,79	343	24,04	23,28	76,49	119	14,49	40,2
13.05.2016	94,75	392,4	325	830	123,65	19,69	42,07	11,5	1118,94	544,98	139,52	2,39	669,51	495	9850	585,5	46	1,72	340	23,96	21,73	77,48	113,77	14,85	41,4
20.05.2016	99,5	394	322,87	815,01	130	20,5	41,76	12,2	1124	572,28	140,01	2,44	669	474	9856,02	605	47	1,65	344,85	23,78	22,5	79,97	112,9	15,31	40
27.05.2016	106,59	394	325	815,01	134,53	20,42	40,92	12,49	1122	561	140,8	2,44	683,6	474	9975,05	582,1	45,5	1,65	350,99	24,01	23,15	79,97	112	15,5	40,5
03.06.2016	114,8	387,5	325	813,01	130	19,68	40,3	12,88	1012	570	140,31	2,56	689,99	480	9850	590	45,5	1,7	344	24,2	23,79	78,75	110	14,9	40,87
10.06.2016	110	399,2	325	816,71	130,28	19,29	40,78	12,72	1028,91	541,07	140,49	2,5	670	480	9870	575,01	47,25	1,65	343	23,95	24,24	76	112	14,35	39,9
17.06.2016	113,01	385	336	815,41	137	18,71	39,72	12,54	1008,01	570	141,32	2,45	667,07	485	9800	576,5	45,1	1,5	338	24	23,53	73,92	111,99	14,38	39,01
24.06.2016	109	385	345	800	130,3	18,51	40,9	12,37	990	588	138,86	2,47	650	480	9400	570	44,11	1,5	325,01	24,11	24	70,16	108,88	14,5	39,04

	ADPL	ADRS2	ARNT	ATGR	ATPL	BLJE	DDJH	DLKV	ERNT	HIMR	HT	INGR	KOEI	KRAS	LEDO	LKPC	LKRI	OPTE	PODR	RIVP	SUNH	TPNG	ULPL	VART	ZABA
01.07.2016	112,99	377,01	346,99	815	139,86	19,97	41,6	13,39	1008	580	141,11	2,45	636,85	490	9600	558,02	47	1,65	328,23	24,89	23,99	74,8	107,99	14,5	39
08.07.2016	122,99	381,97	359	815	150	19,5	42,15	13,02	1016	570	143,45	2,4	675	480	9800	572	48	1,55	339	25	22,11	71,5	105,1	15,41	39,85
15.07.2016	120	384	360	824,99	175	21,98	41,16	13,48	1006	570	142,9	2,31	665	490	9949	581	46,4	1,62	334	24,75	22,98	71,71	118,61	15	39,99
22.07.2016	114,52	395	399,92	818	195	22,03	42,03	13,06	1004	775	143	2,46	675	495,01	10101	576,02	49	1,67	340	25,48	23,99	73	131	15	40,55
29.07.2016	111,5	411,88	401	814	182	23	43	13,47	1006	752	143,99	2,45	663	510,01	10150	580	47,14	1,7	359	26,62	23,7	71	132,8	15,04	41,99
04.08.2016	112,52	402,1	398,99	814,2	172	21,55	45,6	13,51	1009	717	142,54	2,49	656	510	10450	586	48,99	1,58	356	26,75	23,8	74,5	125,5	14,99	41
12.08.2016	118,01	400,01	390,5	814,1	185,11	21,17	54	13,5	1027,49	796	142,55	2,51	658,01	525	10600	610	48,3	1,65	359	27,16	23	72	130	18,5	41,72
19.08.2016	118	403,21	389,24	816,6	185	20,3	47,41	13,02	1020	785,52	143,95	2,4	657,9	509	10650	589	48,98	1,72	361	28,95	23,1	71	125,67	16,16	41,58
26.08.2016	119	404,1	408	816,1	181,7	22	52,9	13	1040	789,99	146,1	2,51	669,89	515	10699,8	581,26	48,9	1,77	365	29,05	24	70,02	126,6	17,99	42
02.09.2016	124,4	406	392,2	822	174	22,98	48,5	13,08	1096,48	790	154,75	2,43	674,9	524,9	10650	563,16	47,1	2,29	358	28,85	24,5	72	132	17,1	41,1
09.09.2016	129,3	419	415	848,4	190	23	47,3	12,88	1149	795	156,2	2,45	673	520	10750	570	48,5	2,29	360	28,8	24	77,56	137,75	16,15	41,5
16.09.2016	126,25	423,99	427	847	177,95	24,69	49,2	13,18	1156	790	162,5	2,69	662,5	525	10645	564,02	47,1	2,79	360,01	30,32	24,71	75	125	17,3	45,31
23.09.2016	132,25	435,01	429,99	871,99	190	27	50,6	13,21	1131	784,01	164,71	2,78	680	520	10750	607,95	47,99	2,82	381	33,18	24,98	76,84	125	17,4	49
30.09.2016	136,5	437,5	435	869,5	180,02	27	50,76	13,57	1142	792,99	163,98	3,08	677	525	10750	582,2	47,1	2,75	379	34	23,85	75	124,1	19,1	49,5
07.10.2016	140	480	429	879,01	199,9	25,6	51,51	14,36	1159,99	800,05	165,3	2,92	690	521	11250	575,04	47,41	2,73	381	35	23,85	73	123,8	18	52,47
14.10.2016	139,5	462	435	867,5	240	25,91	51,1	14,6	1153	800	161	3,04	685,01	530	11100	581,46	47,47	2,79	373,02	35,15	23,85	73,5	124	17,95	49,52
21.10.2016	140	450	422	866,05	285	25,88	51	15,1	1145	800,26	160	2,99	683,16	520,18	11150	580,05	48,7	2,72	372,1	32,9	23,85	77	135,49	17,11	50
28.10.2016	140	450	426	860,02	290,01	25,85	49,85	15	1141,11	804,9	164,16	2,99	675	538	11369	560	48,89	2,7	369,1	32,58	24,4	77,75	132	16,7	51
03.11.2016	138	449,1	400,25	879,1	307,65	24,5	49,25	14,76	1129	805	165,2	2,61	675	530	11350	558,01	47,54	2,55	367,04	31,52	24,2	74	133,46	15,9	48
11.11.2016	137,8	452	424,94	875,3	349,47	24,5	50,49	14,32	1118	807,6	162,75	2,62	684,99	530	11210	543	48,5	2,59	372,98	32,06	24	75,88	155	15,22	49
18.11.2016	137,64	453,99	430	883,77	370,98	23,19	47,3	14	1102	804	162,74	2,64	685	530	11100	545,01	46,99	2,64	382	33,8	24	74,01	178	15,61	49,2
25.11.2016	139,84	457	432	890,01	355	24,82	47,37	14,45	1132	800,03	163,51	2,9	693	530,02	11000	560	47,04	2,59	380	34,6	23,8	74,03	157,5	16,9	50,99
01.12.2016	138,2	459,99	427	873,01	323,01	25	48,78	14,04	1145	808,5	168,01	3	680,03	535	11000	560,01	46,86	2,59	379,99	34,24	23,7	71,75	158	16	51,92
09.12.2016	135,55	457	417,07	869,05	322	24,15	46,79	14,16	1140,5	809	171,04	3,09	682	525,29	10950	569,9	46,49	2,74	375,51	34,09	24	74,04	156,03	17,1	53
16.12.2016	134	454	429,99	867,05	278,33	23,5	44,86	13,52	1146	800	172	3,03	680	540	10900	561	45,6	2,77	374	33,77	24	74,5	160	16,99	50,7
22.12.2016	137,99	456,41	440	870	294,94	23,7	44,71	13,35	1153,99	780	174,05	3,09	691,5	540	10880,1	561,25	48	2,69	376,7	34,18	24	73,1	175	16,24	54,07
30.12.2016	138	459,9	468,5	882	282,55	23,22	46	13,39	1164	815	169	3,08	690	540	10665	567,5	48,49	2,69	377,5	34,86	24	75	160	16,95	54

PRILOG 2: Tjedni prinosi dionica, očekivani prinosi, varijance i standardne devijacije

ADPL	ADRS2	ARNT	ATGR	ATPL	BLJE	DDJH	DLKV	ERNT	HIMR	HT	INGR	KOEI	KRAS	LEDO	LKPC	LKRI	OPTE	PODR	RIVP	SUNH	TPNG	ULPL	VART	ZABA
0,0180	-0,0525	0,0308	0,0000	-0,0800	-0,0939	0,0277	-0,0858	-0,0250	0,0000	-0,0114	0,0328	-0,0314	-0,0020	0,0000	-0,0179	-0,0411	0,0270	-0,0530	-0,0411	0,0000	0,0269	-0,0145	-0,1132	-0,0238
-0,0144	0,0074	-0,0277	-0,0199	0,0000	0,0575	0,0748	0,0231	-0,0141	0,0000	0,0065	0,0455	0,0110	0,0020	-0,0033	-0,0158	0,0297	-0,0435	0,0091	0,0031	0,0000	-0,0689	-0,0149	0,0234	0,0320
-0,0302	-0,0003	0,0660	0,0050	-0,0186	-0,0211	0,0241	0,0008	0,0110	-0,0450	-0,0021	0,0403	0,0171	0,0000	-0,0001	-0,0158	-0,0002	0,0541	0,0188	-0,0035	-0,0451	-0,0007	-0,0150	-0,0672	0,0108
0,0412	-0,0087	0,0124	0,0049	-0,0868	-0,0382	0,0646	-0,0795	-0,0215	0,0248	0,0107	-0,0894	-0,0015	0,0000	-0,0077	-0,0002	-0,0239	-0,0321	-0,0119	-0,0022	0,0446	0,0007	-0,0714	0,0014	0,0186
-0,0157	-0,0029	-0,0203	-0,0048	-0,0770	-0,0053	-0,0120	-0,0365	-0,0262	0,0202	-0,0063	-0,0747	-0,0125	0,0002	-0,0102	0,0160	-0,0544	-0,0275	0,0081	0,0057	0,0432	0,0142	-0,1154	0,0000	0,0026
0,0167	0,0541	-0,0060	-0,0061	0,0677	0,0220	0,0811	-0,0296	0,0559	-0,0101	0,0438	-0,0235	0,0024	0,0196	-0,0051	0,0312	0,0302	0,0596	-0,0088	-0,0026	-0,0630	0,0069	0,1324	-0,0104	0,0326
0,0505	-0,0005	-0,0303	0,0047	-0,0777	-0,0305	-0,0093	0,0314	0,0040	0,0000	-0,0381	0,1335	-0,0083	0,0000	0,0097	-0,0155	-0,0005	0,0105	0,0094	0,0165	0,0000	-0,0567	-0,0121	-0,0282	-0,0066
-0,0049	-0,0162	0,0303	0,0012	0,1411	-0,0140	-0,0134	-0,0018	-0,0030	0,0971	-0,0007	-0,0720	0,0074	0,0194	0,0000	-0,0640	0,0005	-0,0371	-0,0383	0,0069	0,0000	-0,0034	0,0040	0,0589	0,0125
0,0000	0,0010	0,0000	-0,0062	0,0000	-0,0347	-0,0197	0,0382	0,0050	-0,0870	0,0153	0,0111	-0,0078	0,0414	0,0201	-0,0005	0,0363	-0,0163	0,0097	0,0245	0,0723	0,0899	-0,0327	-0,0799	-0,0018
-0,0200	0,0350	-0,0150	0,0062	-0,0971	-0,0931	-0,0198	-0,1012	0,0407	0,0000	-0,0007	-0,0111	0,0214	-0,0224	0,0012	0,0000	0,0000	0,0893	0,0505	0,0169	-0,0476	-0,0007	-0,0780	0,0209	-0,0107
0,0220	0,0388	0,0059	-0,0123	0,0704	0,0479	-0,0440	0,0233	0,0677	0,0100	0,0097	0,0294	-0,0136	0,0057	0,0468	0,0000	0,0468	-0,0676	-0,0092	0,0183	-0,0044	0,0188	0,0044	0,0690	0,0372
0,0126	0,0227	0,0031	0,0060	0,0441	-0,0129	-0,0769	-0,0148	-0,0167	0,0331	0,0041	-0,0220	0,0092	0,0313	0,0040	0,0247	-0,0372	-0,0217	-0,0219	-0,0113	0,0594	0,0378	0,0336	-0,0513	0,0357
-0,0047	-0,0007	-0,0212	0,0221	-0,0460	-0,0324	-0,0494	-0,0528	-0,0064	-0,0331	0,0091	-0,0690	-0,0230	-0,0183	-0,0013	-0,0131	0,0000	0,0109	0,0188	-0,0029	0,0358	-0,0003	-0,0039	-0,0070	-0,0566
-0,0274	0,0377	-0,0039	-0,0094	0,0711	0,0077	0,1823	0,0282	-0,0009	0,0099	0,0067	-0,0040	0,0217	-0,0376	-0,0199	-0,0112	-0,0094	-0,0501	0,0261	0,0029	0,0036	-0,0374	0,0271	0,0490	0,0502
-0,0136	-0,0174	0,0045	-0,0004	0,0129	-0,0530	0,0593	0,0180	-0,0074	0,0194	0,0018	0,0275	0,0154	0,0018	0,0146	0,0048	0,0468	0,0000	0,0016	0,0045	-0,0004	0,0119	-0,0008	0,0739	-0,0164
0,0211	-0,0076	0,0000	0,0000	0,0580	0,0240	0,1144	0,0899	0,0009	-0,0097	-0,0216	-0,0196	-0,0154	-0,0058	0,0292	-0,0356	-0,0396	0,0282	-0,0032	-0,0073	0,0340	-0,0253	-0,0336	-0,0605	0,0231
-0,0304	-0,0076	-0,0068	0,0000	-0,0622	0,0058	0,0492	0,0552	0,0269	0,0474	-0,0398	-0,0119	0,0077	-0,0156	0,0000	-0,0034	0,0322	-0,0056	0,0417	-0,0190	-0,0009	0,0330	0,0429	-0,0386	-0,0428
-0,0235	0,0010	0,0031	0,0182	0,0300	0,0299	-0,0671	-0,0664	0,0076	0,0092	0,0054	-0,0450	0,0296	-0,0299	0,0123	0,0094	0,0633	-0,0399	-0,0088	-0,0033	-0,0689	0,0129	-0,0449	0,0245	0,0294
0,0489	0,0041	-0,0066	-0,0182	0,0501	0,0403	-0,0074	0,0591	0,0045	0,0489	0,0035	0,0207	-0,0008	-0,0434	0,0006	0,0328	0,0215	-0,0415	0,0142	-0,0075	0,0348	0,0316	-0,0077	0,0305	-0,0344
0,0688	0,0000	0,0066	0,0000	0,0343	-0,0039	-0,0203	0,0235	-0,0018	-0,0199	0,0056	0,0000	0,0216	0,0000	0,0120	-0,0386	-0,0324	0,0000	0,0176	0,0096	0,0285	0,0000	-0,0080	0,0123	0,0124
0,0742	-0,0166	0,0000	-0,0025	-0,0343	-0,0369	-0,0153	0,0307	-0,1032	0,0159	-0,0035	0,0480	0,0093	0,0126	-0,0126	0,0135	0,0000	0,0299	-0,0201	0,0079	0,0273	-0,0154	-0,0180	-0,0395	0,0091
-0,0427	0,0297	0,0000	0,0045	0,0022	-0,0200	0,0118	-0,0125	0,0166	-0,0521	0,0013	-0,0237	-0,0294	0,0000	0,0020	-0,0257	0,0377	-0,0299	-0,0029	-0,0104	0,0187	-0,0355	0,0180	-0,0376	-0,0240
0,0270	-0,0362	0,0333	-0,0016	0,0503	-0,0305	-0,0263	-0,0143	-0,0205	0,0521	0,0059	-0,0202	-0,0044	0,0104	-0,0071	0,0026	-0,0466	-0,0953	-0,0147	0,0021	-0,0297	-0,0277	-0,0001	0,0021	-0,0226
-0,0361	0,0000	0,0264	-0,0191	-0,0501	-0,0107	0,0293	-0,0136	-0,0180	0,0311	-0,0176	0,0081	-0,0259	-0,0104	-0,0417	-0,0113	-0,0222	0,0000	-0,0392	0,0046	0,0198	-0,0522	-0,0282	0,0083	0,0008

	ADPL	ADRS2	ARNT	ATGR	ATPL	BLJE	DDJH	DLKV	ERNT	HIMR	HT	INGR	KOEI	KRAS	LEDO	LKPC	LKRI	OPTE	PODR	RIVP	SUNH	TPNG	ULPL	VART	ZABA
	0,0360	-0,0210	0,0058	0,0186	0,0708	0,0759	0,0170	0,0792	0,0180	-0,0137	0,0161	-0,0081	-0,0204	0,0206	0,0211	-0,0212	0,0635	0,0953	0,0099	0,0318	-0,0004	0,0640	-0,0082	0,0000	-0,0010
	0,0848	0,0131	0,0340	0,0000	0,0700	-0,0238	0,0131	-0,0280	0,0079	-0,0174	0,0164	-0,0206	0,0582	-0,0206	0,0206	0,0247	0,0211	-0,0625	0,0323	0,0044	-0,0816	-0,0451	-0,0271	0,0609	0,0216
	-0,0246	0,0053	0,0028	0,0122	0,1542	0,1197	-0,0238	0,0347	-0,0099	0,0000	-0,0038	-0,0382	-0,0149	0,0206	0,0151	0,0156	-0,0339	0,0442	-0,0149	-0,0101	0,0386	0,0029	0,1209	-0,0270	0,0035
	-0,0467	0,0282	0,1052	-0,0085	0,1082	0,0023	0,0209	-0,0317	-0,0020	0,3072	0,0007	0,0629	0,0149	0,0102	0,0152	-0,0086	0,0545	0,0304	0,0178	0,0291	0,0430	0,0178	0,0994	0,0000	0,0139
	-0,0267	0,0418	0,0027	-0,0049	-0,0690	0,0431	0,0228	0,0309	0,0020	-0,0301	0,0069	-0,0041	-0,0179	0,0299	0,0048	0,0069	-0,0387	0,0178	0,0544	0,0438	-0,0122	-0,0278	0,0136	0,0027	0,0349
	0,0091	-0,0240	-0,0050	0,0002	-0,0565	-0,0651	0,0587	0,0030	0,0030	-0,0477	-0,0101	0,0162	-0,0106	0,0000	0,0291	0,0103	0,0385	-0,0732	-0,0084	0,0049	0,0042	0,0481	-0,0565	-0,0033	-0,0239
	0,0476	-0,0052	-0,0215	-0,0001	0,0735	-0,0178	0,1691	-0,0007	0,0182	0,1045	0,0001	0,0080	0,0031	0,0290	0,0143	0,0401	-0,0142	0,0434	0,0084	0,0152	-0,0342	-0,0341	0,0352	0,2104	0,0174
	-0,0001	0,0080	-0,0032	0,0031	-0,0006	-0,0420	-0,1302	-0,0362	-0,0073	-0,0133	0,0098	-0,0448	-0,0002	-0,0310	0,0047	-0,0350	0,0140	0,0415	0,0056	0,0638	0,0043	-0,0140	-0,0339	-0,1352	-0,0034
	0,0084	0,0022	0,0471	-0,0006	-0,0180	0,0804	0,1096	-0,0015	0,0194	0,0057	0,0148	0,0448	0,0181	0,0117	0,0047	-0,0132	-0,0016	0,0287	0,0110	0,0034	0,0382	-0,0139	0,0074	0,1073	0,0101
	0,0444	0,0047	-0,0395	0,0072	-0,0433	0,0436	-0,0868	0,0061	0,0529	0,0000	0,0575	-0,0324	0,0075	0,0190	-0,0047	-0,0316	-0,0375	0,2576	-0,0194	-0,0069	0,0206	0,0279	0,0418	-0,0507	-0,0217
	0,0386	0,0315	0,0565	0,0316	0,0880	0,0009	-0,0251	-0,0154	0,0468	0,0063	0,0093	0,0082	-0,0028	-0,0094	0,0093	0,0121	0,0293	0,0000	0,0056	-0,0017	-0,0206	0,0744	0,0426	-0,0572	0,0097
	-0,0239	0,0118	0,0285	-0,0017	-0,0655	0,0709	0,0394	0,0230	0,0061	-0,0063	0,0395	0,0935	-0,0157	0,0096	-0,0098	-0,0105	-0,0293	0,1975	0,0000	0,0514	0,0292	-0,0336	-0,0971	0,0688	0,0878
	0,0464	0,0257	0,0070	0,0291	0,0655	0,0894	0,0281	0,0023	-0,0219	-0,0076	0,0135	0,0329	0,0261	-0,0096	0,0098	0,0750	0,0187	0,0107	0,0567	0,0901	0,0109	0,0242	0,0000	0,0058	0,0783
	0,0316	0,0057	0,0116	-0,0029	-0,0540	0,0000	0,0032	0,0269	0,0097	0,0114	-0,0044	0,1025	-0,0044	0,0096	0,0000	-0,0433	-0,0187	-0,0251	-0,0053	0,0244	-0,0463	-0,0242	-0,0072	0,0932	0,0102
	0,0253	0,0927	-0,0139	0,0109	0,1047	-0,0532	0,0147	0,0566	0,0156	0,0089	0,0080	-0,0533	0,0190	-0,0076	0,0455	-0,0124	0,0066	-0,0073	0,0053	0,0290	0,0000	-0,0270	-0,0024	-0,0593	0,0583
	-0,0036	-0,0382	0,0139	-0,0132	0,1828	0,0120	-0,0080	0,0166	-0,0060	-0,0001	-0,0264	0,0403	-0,0073	0,0171	-0,0134	0,0111	0,0013	0,0217	-0,0212	0,0043	0,0000	0,0068	0,0016	-0,0028	-0,0579
	0,0036	-0,0263	-0,0303	-0,0017	0,1719	-0,0012	-0,0020	0,0337	-0,0070	0,0003	-0,0062	-0,0166	-0,0027	-0,0187	0,0045	-0,0024	0,0256	-0,0254	-0,0025	-0,0662	0,0000	0,0465	0,0886	-0,0479	0,0096
	0,0000	0,0000	0,0094	-0,0070	0,0174	-0,0012	-0,0228	-0,0066	-0,0034	0,0058	0,0257	0,0000	-0,0120	0,0337	0,0195	-0,0352	0,0039	-0,0074	-0,0081	-0,0098	0,0228	0,0097	-0,0261	-0,0243	0,0198
	-0,0144	-0,0020	-0,0623	0,0219	0,0590	-0,0536	-0,0121	-0,0161	-0,0107	0,0001	0,0063	-0,1359	0,0000	-0,0150	-0,0017	-0,0036	-0,0280	-0,0572	-0,0056	-0,0331	-0,0082	-0,0494	0,0110	-0,0491	-0,0606
	-0,0015	0,0064	0,0599	-0,0043	0,1275	0,0000	0,0249	-0,0303	-0,0098	0,0032	-0,0149	0,0038	0,0147	0,0000	-0,0124	-0,0273	0,0200	0,0156	0,0161	0,0170	-0,0083	0,0251	0,1496	-0,0437	0,0206
	-0,0012	0,0044	0,0118	0,0096	0,0597	-0,0550	-0,0653	-0,0226	-0,0144	-0,0045	-0,0001	0,0076	0,0000	0,0000	-0,0099	0,0037	-0,0316	0,0191	0,0239	0,0529	0,0000	-0,0250	0,1384	0,0253	0,0041
	0,0159	0,0066	0,0046	0,0070	-0,0440	0,0679	0,0015	0,0316	0,0269	-0,0050	0,0047	0,0939	0,0116	0,0000	-0,0090	0,0271	0,0011	-0,0191	-0,0052	0,0234	-0,0084	0,0003	-0,1224	0,0794	0,0357
	-0,0118	0,0065	-0,0116	-0,0193	-0,0944	0,0072	0,0293	-0,0288	0,0114	0,0105	0,0271	0,0339	-0,0189	0,0094	0,0000	0,0000	-0,0038	0,0000	0,0000	-0,0105	-0,0042	-0,0313	0,0032	-0,0547	0,0181
	-0,0194	-0,0065	-0,0235	-0,0045	-0,0031	-0,0346	-0,0417	0,0085	-0,0039	0,0006	0,0179	0,0296	0,0029	-0,0183	-0,0046	0,0175	-0,0079	0,0563	-0,0119	-0,0044	0,0126	0,0314	-0,0125	0,0665	0,0206
	-0,0115	-0,0066	0,0305	-0,0023	-0,1457	-0,0273	-0,0421	-0,0463	0,0048	-0,0112	0,0056	-0,0196	-0,0029	0,0276	-0,0046	-0,0157	-0,0193	0,0109	-0,0040	-0,0094	0,0000	0,0062	0,0251	-0,0065	-0,0444
	0,0293	0,0053	0,0230	0,0034	0,0580	0,0085	-0,0033	-0,0127	0,0069	-0,0253	0,0118	0,0196	0,0168	0,0000	-0,0018	0,0004	0,0513	-0,0293	0,0072	0,0121	0,0000	-0,0190	0,0896	-0,0451	0,0644
	0,0001	0,0076	0,0628	0,0137	-0,0429	-0,0205	0,0284	0,0030	0,0086	0,0439	-0,0294	-0,0032	-0,0022	0,0000	-0,0200	0,0111	0,0102	0,0000	0,0021	0,0197	0,0000	0,0257	-0,0896	0,0428	-0,0013
OČEKIVANI PRINOS	0,0073	0,0047	0,0077	0,0014	0,0152	-0,0014	0,0089	-0,0002	0,0027	0,0096	0,0036	0,0026	0,0012	0,0015	0,0033	-0,0027	0,0026	0,0076	0,0028	0,0075	0,0032	0,0005	0,0029	-0,0001	0,0077
VARIJANCA	0,0009	0,0006	0,0009	0,0001	0,0058	0,0020	0,0033	0,0015	0,0006	0,0028	0,0003	0,0024	0,0003	0,0003	0,0002	0,0006	0,0009	0,0036	0,0005	0,0006	0,0010	0,0011	0,0035	0,0036	0,0010
ST.DEV.	0,0307	0,0240	0,0294	0,0112	0,0761	0,0452	0,0575	0,0392	0,0253	0,0529	0,0177	0,0488	0,0169	0,0184	0,0155	0,0238	0,0307	0,0597	0,0215	0,0250	0,0312	0,0336	0,0591	0,0596	0,0318

PRIOLOG 3: Matrica varijanci i kovarijanci

	ADRS2	ARNT	ATGR	ERNT	HT	KOEI	KRAS	LEDO	PODR	RIVP
ADRS2	0,00057462	-0,00000391	0,00002799	0,00026164	0,00013182	0,00010601	-0,00003791	0,00009451	0,00021836	0,00021992
ARNT	-0,00000391	0,00086413	-0,00000674	-0,00000830	-0,00007120	0,00007466	0,00008153	-0,00004551	-0,00000130	0,00015419
ATGR	0,00002799	-0,00000674	0,00012592	0,00002365	0,00000711	0,00002578	-0,00002670	0,00003149	0,00004448	0,00004665
ERNT	0,00026164	-0,00000830	0,00002365	0,00063946	0,00012898	0,00001733	0,00000372	0,00012764	0,00010174	0,00000137
HT	0,00013182	-0,00007120	0,00000711	0,00012898	0,00031370	0,00003584	0,00006509	0,00002915	-0,00000522	0,00005883
KOEI	0,00010601	0,00007466	0,00002578	0,00001733	0,00003584	0,00028488	-0,00008889	0,00002552	0,00014638	0,00006977
KRAS	-0,00003791	0,00008153	-0,00002670	0,00000372	0,00006509	-0,00008889	0,00033794	0,00003572	-0,00009798	0,00003850
LEDO	0,00009451	-0,00004551	0,00003149	0,00012764	0,00002915	0,00002552	0,00003572	0,00023960	0,00005266	0,00003108
PODR	0,00021836	-0,00000130	0,00004448	0,00010174	-0,00000522	0,00014638	-0,00009798	0,00005266	0,00046364	0,00024422
RIVP	0,00021992	0,00015419	0,00004665	0,00000137	0,00005883	0,00006977	0,00003850	0,00003108	0,00024422	0,00062438

PRILOG 4: Zadnje cijene dionica, prinosi, očekivani prinosi, varijance i standardne devijacije

	ADRS2	ARNT	ATGR	HT	KOEI	KRAS	LEDO	PODR	RIVP
05.01.2017	464,5	494	878,7	167	703	540	11000	382,25	36,16
13.01.2017	468,39	515,95	910	173,03	710	540	10805	379,02	38,99
20.01.2017	466,09	511	939	174	759,01	540	10761	382,9	38,79
27.01.2017	470	511,66	922	172,6	780	543,31	10450	393	39,08
03.02.2017	491	534,99	933,99	173,5	825	555,04	10100	412,5	42,45
10.02.2017	491,7	580	941,52	175	800	545,22	9800	413	40,91
17.02.2017	500	560	945,99	180,03	817	551,01	9899	412	42,05
24.02.2017	508,04	520	999,99	190	860	560	9599,69	421,89	42,03
03.03.2017	506,98	529,95	900,06	187	841	560	9466	407	42,46
10.03.2017	498	510	919	185,01	848	570	9398	403,15	42,02
17.03.2017	494,99	505,9	905	179,9	830	540	8000	388,85	43,99
24.03.2017	489	500	890	174,5	799,99	520	7300	365	43,65
31.03.2017	470,8	485	809,98	173,79	790	470,01	7130	358,8	42,85

PRINOSI	ADRS2	ARNT	ATGR	HT	KOEI	KRAS	LEDO	PODR	RIVP
	0,00834	0,04347	0,035	0,03547	0,00991	0	-0,0179	-0,0085	0,07535
	-0,0049	-0,0096	0,03137	0,00559	0,06675	0	-0,0041	0,01018	-0,0051
	0,00835	0,00129	-0,0183	-0,0081	0,02728	0,00611	-0,0293	0,02604	0,00745
	0,04371	0,04459	0,01292	0,0052	0,05609	0,02136	-0,0341	0,04843	0,08272
	0,00142	0,08078	0,00803	0,00861	-0,0308	-0,0179	-0,0302	0,00121	-0,037
	0,01674	-0,0351	0,00474	0,02834	0,02103	0,01056	0,01005	-0,0024	0,02748
	0,01595	-0,0741	0,05551	0,0539	0,05129	0,01618	-0,0307	0,02372	-0,0005
	-0,0021	0,01895	-0,1053	-0,0159	-0,0223	0	-0,014	-0,0359	0,01018
	-0,0179	-0,0384	0,02082	-0,0107	0,00829	0,0177	-0,0072	-0,0095	-0,0104
	-0,0061	-0,0081	-0,0154	-0,028	-0,0215	-0,0541	-0,1611	-0,0361	0,04582
	-0,0122	-0,0117	-0,0167	-0,0305	-0,0368	-0,0377	-0,0916	-0,0633	-0,0078
	-0,0379	-0,0305	-0,0942	-0,0041	-0,0126	-0,1011	-0,0236	-0,0171	-0,0185
OČEKIVAN I PRINOS	0,00112	-0,0015	-0,0068	0,00332	0,00972	-0,0116	-0,0361	-0,0053	0,01415
VARIJANCA	0,00038	0,00168	0,00219	0,00059	0,00116	0,0012	0,00198	0,00087	0,00125
ST. DEV.	0,01946	0,04098	0,04676	0,02437	0,034	0,03471	0,04451	0,02947	0,0354