

# Model leta helikoptera temeljen na modelu gibanja materijalne točke

---

**Bračić, Roko**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:008628>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-08**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Roko Bračić**

Zagreb, 2024

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **Model leta helikoptera temeljen na modelu gibanja materijalne točke**

Mentori:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak  
Dr. sc. Marijan Andrić

Student:

Roko Bračić

Zagreb, 2024

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof.dr.sc. Milanu Vrdoljaku i komentoru dr.sc. Marijanu Andriću na pomoći i savjetima prilikom izrade diplomskog rada, te na izdvojenom vremenu.

Zahvaljujem i kolegama i prijateljima s kojima sam proveo mnogo lijepih trenutaka tijekom studija, a najviše od svega zahvaljujem svojoj obitelji na podršci koju su mi pružali tijekom studiranja.

Roko Bračić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva/zrakoplovnog  
inženjerstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Roko Bračić** JMBAG: 0035222597

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Model leta helikoptera temeljen na modelu gibanja materijalne točke**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Helicopter flight model based on point mass model**

Opis zadatka:

Model leta temeljen na modelu gibanja materijalne točke od interesa je kod analize performansi letjelice i drugih analiza kod kojih je dovoljan podatak o trajektoriji letjelice, što može imati namjenu za planiranje leta, kod simulatora za kontrolu leta ili za simulaciju zračnog prometa u simulatoru leta druge letjelice. Takav model leta pretpostavlja da je letjelica uvijek u ravnotežnom položaju što čini proširenje modela materijalne točke te pruža dodatne informacije o letu osim same trajektorije. Kod helikoptera taj model je potrebno dodatno prilagoditi, osim silama specifičnim za helikopter i određivanjem ravnotežnog leta. Kako je kod helikoptera izražena sprega uzdužnog i bočnog gibanja te gibanja glavnog rotora problem određivanja ravnotežnog leta helikoptera je zahtjevna zadaća. Kod cjelokupnog nelinearnog modela leta helikoptera zadaća određivanja ravnotežnog leta obuhvaća rješavanje sustava jednačbi u kojem je broj nepoznanica veći od broja jednačbi. Za ovdje primijenjeni pojednostavljeni model gibanja za očekivati je primjena i pojednostavljene procedure određivanja ravnotežnog leta.

U radu je za odabranu konfiguraciju helikoptera potrebno:

- Prikazati geometrijske i druge potrebne podatke odabrane konfiguracije helikoptera;
- Odrediti potrebne aerodinamičke značajke helikoptera;
- Formulirati prikladan postupak analize ravnotežnog leta helikoptera;
- Formulirati modela leta helikoptera temeljenog na modelu gibanja materijalne točke koja uključuje i određivanje ravnotežnog leta i napraviti njegovu programsku implementaciju;
- Usporediti rezultate modela s dostupnim podacima.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan: Datum predaje rada: Predviđeni datumi obrane:  
26. rujna 2024. 28. studeni 2024. 5., 6. i 9. prosinca 2024.

Zadatak zadao: Predsjednik Povjerenstva:  
Prof. dr.sc. Milan Vrdoljak Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak  
Dr. sc. Marijan Andrić

## SADRŽAJ

1. Uvod .....	1
2. Geometrijske i aerodinamičke značajke odabranog helikoptera .....	2
2.1. Geometrijske značajke glavnog rotora .....	3
2.2. Geometrijske značajke repa i repnog rotora .....	5
3. Ravnotežni let prema Van Hoydonck-u .....	7
3.1. Određivanje parametara ravnotežnog leta helikoptera Bo105 .....	9
4. Ravnotežni let prema Bramwell-u .....	13
4.1. Određivanje parametara ravnotežnog leta helikoptera Bo105 .....	13
4.2. Proračun bočne ravnoteže .....	20
4.3. Usporedba Van Hoydonck i Bramwell pristupa .....	22
5. Model leta A .....	23
5.1. Start .....	25
5.2. Glavna skripta .....	25
5.3. RK .....	26
5.4. Diferencijalne jednačbe modela A .....	27
5.5. Potrošnja goriva .....	31
5.6. Trim prema Bramwell-u .....	34
5.7. Parametri leta .....	35
5.8. Motor .....	39
5.9. Podatci o helikopteru .....	39
6. Model leta B .....	40
6.1. Start .....	42

6.2. Glavna skripta.....	42
6.3. RK integrator .....	42
6.4. Diferencijalne jednačbe .....	43
6.5. Trim prema Van Hoydonck-u.....	45
6.6. Parametri leta .....	47
7. Rezultati.....	48
7.1. Dolet .....	48
7.2. Let unaprijed određenim komandama pilota .....	51
7.3. Let modela leta B.....	61
7.4. Usporedba modela A i modela B.....	66
8. Zaključak .....	67

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1 Helikopter Bo105 [1] .....	2
Slika 2.2 Geometrijske karakteristike helikoptera Bo105 [2] .....	3
Slika 3.1 Sile i momenti koji djeluju na helikopter [2] .....	7
Slika 3.2 Rotacijski ciklus glavnog rotora [6] .....	8
Slika 3.3 Glavne sile helikoptera u horizontalnom letu-1 [6] .....	10
Slika 3.4 Kolektivni i ciklični ravnotežni kut helikoptera Van Hoydonck-u .....	12
Slika 4.1 Glavne sile helikoptera u horizontalnom letu-2 [3] .....	13
Slika 4.2 Kolektivni ravnotežni kut prema Bramwell-u .....	18
Slika 4.3 Ciklični ravnotežni kut prema Bramwell-u .....	19
Slika 4.4 Ravnotežni bočni ciklični kut prema Bramwell-u .....	21
Slika 4.5 Usporedba rezultata trima Bramwell i Van Hoydonck pristupa sa rezultatima testova u letu .....	22
Slika 5.1 Blok shema modela leta A .....	24
Slika 5.2 Funkcija aproksimacije potrošnje goriva .....	32
Slika 5.3 Potrebna i raspoloživa snaga helikoptera .....	38
Slika 6.1 Shema modela leta B .....	41
Slika 7.1 Dolet modela leta A .....	48
Slika 7.2 Maksimalni dolet prema priručniku leta [6] .....	49
Slika 7.3 Dolet modela leta B .....	50



---

Slika 7.4 Trajektorija leta prema modelu A .....	51
Slika 7.5 Horizontalna projekcija trajektorije modela A.....	52
Slika 7.6 Vertikalne projekcije trajektorije modela A.....	53
Slika 7.7 Brzina leta i uzdužne komande pilota .....	54
Slika 7.8 Kut skretanja i bočni ciklični postavni kut.....	56
Slika 7.9 Stav helikoptera.....	57
Slika 7.10 Napadni kut glavnog rotora i trupa .....	58
Slika 7.11 Sile na helikopter .....	59
Slika 7.12 Kutovi mahanja i brzina .....	60
Slika 7.13 Trajektorija modela leta B.....	61
Slika 7.14 Projekcija trajektorije modela B .....	62
Slika 7.15 Uzdužne komande modela B .....	63
Slika 7.16 Brzina leta, napadni kut rotora i sila otpora modela B.....	65

## POPIS TABLICA

Tablica 2.1. Parametri helikoptera Bo105.....	4
Tablica 2.2 Geometrijske značajke repa helikoptera Bo105.....	5
Tablica 2.3 Geometrijske značajke repnog rotora.....	5
Tablica 5.1 Aproksimacija potrošnje goriva .....	33

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$m^2$	Površina glavnog rotora
$A_h$	$m^2$	Površina horizontalnog stabilizatora
$A_v$	$m^2$	Površina vertikalnog stabilizatora
$A_1$	rad	Bočni ciklični kut glavnog rotora
$a_0$	rad	Kut konusa
$a_1$	rad	Uzdužni kut mahanja
$B_1$	rad	Uzdužni ciklični kut glavnog rotora
$b_1$	rad	Bočni kut mahanja
$C_{D,S}$	$m^2$	Frontalna površina helikoptera
$C_{l,\alpha}$	1/rad	Gradijent uzgona aeroprofila kraka glavnog rotora
$C_{l,\alpha t}$	1/rad	Gradijent uzgona aeroprofila kraka repnog rotora
$C_{ms}$	-	Koeficijent momenta propinjanja zbog pomaka zgloba glavnog rotora
$C_T$	-	Koeficijent pogonske sile
$C_Q$	-	Koeficijent okretnog momenta
$D$	N	Otpor helikoptera
$D_f$	N	Otpor trupa

---

$D_h$	N	Sila otpora horizontalnog repa
$D_v$	N	Sila otpora vertikalnog repa
$d_0$	-	Omjer otpora trupa i glavnog rotora
$g$	$m/s^2$	Ubrzanje sile teže
$H$	N	Sila otpora rotora
$H_t$	N	Sila otpora repnog rotora
$h$	m	Visina glavnog rotora od centra mase
$h_{c,D}$	-	Koeficijent sile otpora rotora
$h_t$	m	Visina repnog rotora od centra mase
$I_b$	$kgm^2$	Moment inercije
$i_m$	rad	Postavni kut glavnog rotora
$i_{m,t}$	rad	Postavni kut repnog rotora
$L$	N	Sila uzgona
$L_f$	N	Sila uzgona trupa
$L_h$	N	Sila uzgona horizontalnog stabilizatora
$L_r$	N	Sila uzgona glavnog rotora
$l$	m	Uzdužna udaljenost centra mase od vrha helikoptera
$l_h$	m	Udaljenost horizontalnog stabilizatora od vrha helikoptera
$l_t$	m	Udaljenost repa od vrha helikoptera

---

$l_v$	m	Udaljenost vertikalnog stabilizatora od vrha helikoptera
$m$	kg	Masa helikoptera
$N$	-	Broj elisa glavnog rotora
$N_t$	-	Broj elisa repnog rotora
$P_M$	kW	Snaga motora
$P_0$	kW	Snaga motora na razini mora
$P_{req}$	kW	Potrebna snaga glavnog rotora
$p$	Pa	Tlak na visini leta
$p_0$	Pa	Tlak na razini mora
$Q$	Nm	Okretni moment
$R$	m	Polumjer glavnog rotora
$R_t$	m	Polumjer repnog rotora
$s$	m	Prijeđeni put
$T$	N	Sila potiska glavnog rotora
$T_t$	N	Sila potiska repnog rotora
$t$	s	Vrijeme
$t$	K	Temperatura
$t_c$	-	Koeficijent sile potiska glavnog rotora
$t_0$	K	Temperatura standardne atmosfere

---

$V$	m/s	Brzina leta helikoptera
$\hat{V}$		Brzina normirana prema vršnoj brzini kraka
$\bar{V}$		Brzina normirana prema koeficijentu potiska
$v_h$	-	Inducirana brzina na rotoru tijekom lebdenja
$v_i$	-	Inducirana brzina na rotoru
$\bar{v}_i$		Inducirana brzina normirana prema koeficijentu potiska
$v_0$	-	Inducirana brzina na rotoru tijekom lebdenja
$W$	N	Težina helikoptera
$w_c$	-	Koeficijent težine helikoptera
$x$	m	Položaj na osi x
$y$	m	Položaj na osi y
$\alpha_f$	rad	Napadni kut trupa
$\alpha_{TPP}$	rad	Napadni kut glavnog rotora
$\alpha_{tp}$	rad	Napadni kut repne ravnine
$\gamma$	rad	Kut penjanja
$\gamma$	/	Lock-ov broj
$\delta$	-	Koeficijent otpora aeroprofila kraka glavnog rotora
$\Theta$	rad	Kut propinjanja
$\theta_0$	rad	Kolektivni kut glavnog rotora

---

$\theta_{tw}$	rad	Kut uvijanja elise
$\lambda$	-	Koeficijent vertikalne brzine struje
$\lambda_D$	-	Koeficijent inducirane brzine relativno na ravninu diska
$\lambda_i$	-	Koeficijent inducirane brzine
$\mu$	-	Koeficijent napredovanja
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća
$\sigma$	-	Koeficijent ispunjenosti rotora
$\phi$	rad	Kut valjanja helikoptera
$\chi$	rad	Kut skretanja helikoptera
$\psi$	°	Položaj u rotacijskom ciklusu glavnog rotora
$\Omega$	rad/s	Kutna brzina glavnog rotora
$\Omega_t$	rad/s	Kutna brzina repnog rotora

## SAŽETAK

U diplomskom radu prikazan je postupak izrade i implementacija modela leta temeljenog na modelu gibanja materijalne točke. Prikazane su sve potrebne geometrijske i aerodinamičke karakteristike razmatranog helikoptera Bo105, te su opisana dva različita načina proračuna ravnotežnog leta helikoptera. Prvi proračun izvršen je prema Van Hoydonck-u, te je za njega potrebno manje računalnih resursa od drugog proračuna prema Bramwell-u, koji pruža kompletniju i precizniju sliku parametara ravnotežnog leta. Nadalje, proračun prema Bramwell-u dodatno prikazuje i rezultate za bočnu ravnotežu. Opisan je postupak implementacije parametara ravnotežnog leta u model leta te je prikazana izrada dva modela leta različite kompleksnosti. Za oba modela su provedene demonstracije složene trajektorije za koje su prikazani rezultati.

Ključne riječi: model leta helikoptera, model materijalne točke, ravnotežni let helikoptera, uzdužni trim helikoptera, bočni trim helikoptera



## **SUMMARY**

Main topic of this master's thesis is the process of creation and implementation of a helicopter flight model based on point mass model. Helicopter used as example in the thesis is Bo105, whose aerodynamic and geometric parameters were shown, as well as two different approaches to calculation of the helicopter trim conditions. First approach to trim was done according to Van Hoydonck, which was less complex and thus faster than the second approach, which was done according to Bramwell. However, Bramwell's approach turned to be more precise and complete. Also, it included calculation of lateral trim. Implementation of trim conditions to the model were described, and two models of different complexity were created and explained. In the end, both models have been tested and the results of flight parameters were shown and analysed.

Key words: Helicopter flight model, point mass model, helicopter trim, longitudinal helicopter trim, lateral helicopter trim

## 1. Uvod

Zadatak ovog diplomskog rada je izraditi model leta helikoptera temeljen na modelu gibanja materijalne točke. Model leta zrakoplova je matematički i fizički prikaz ponašanja zrakoplova u letu. Takav model koristi se za analizu performansi letjelice, a može se koristiti i za planiranje leta te kod simulatora zračne plovidbe za potrebe kontrole leta. Također, može se koristiti u simulatorima leta za simulaciju druge letjelice.

Ideja modela je da vjerodostojno prikaže dinamiku ravnotežnog leta helikoptera rješavanjem diferencijalnih jednadžbi gibanja središta mase. Samo određivanje ravnotežnog leta kod helikoptera predstavlja kompleksan problem zbog sprege gibanja glavnog rotora, repnog rotora i trupa helikoptera. Određivanje parametara ravnotežnog leta obuhvaća rješavanje sustava jednadžbi u kojem je broj nepoznanica veći od broja jednadžbi.

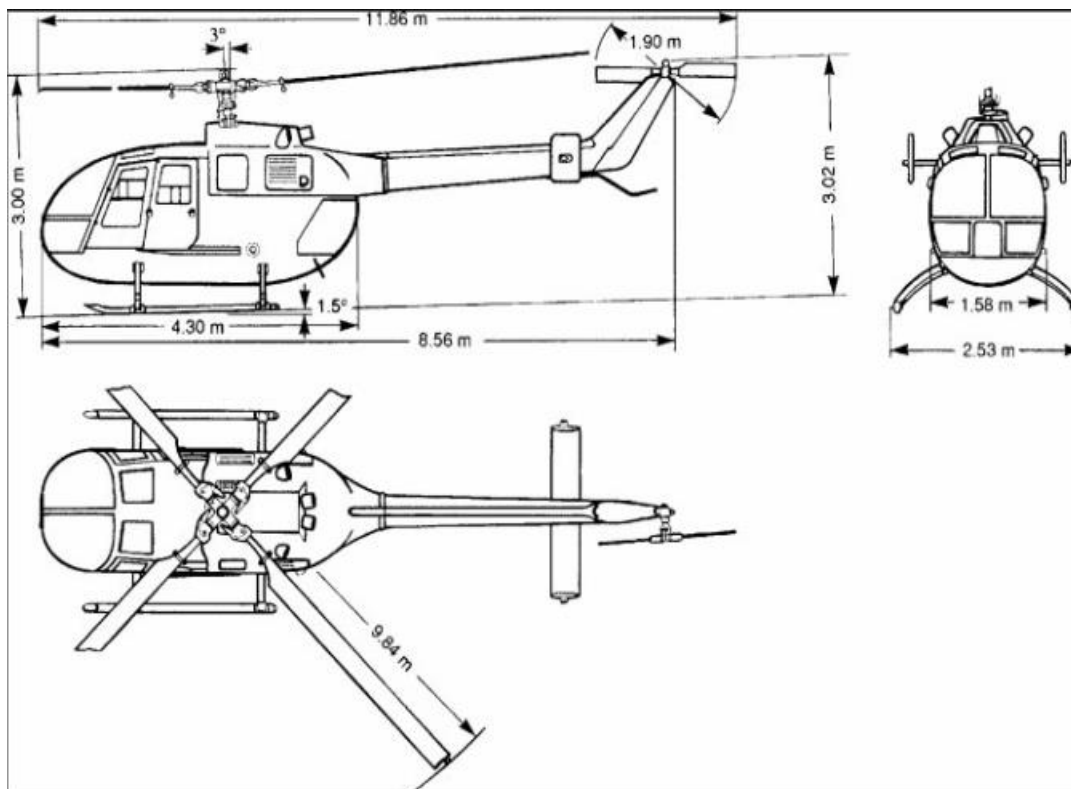
U drugom poglavlju prikazane su geometrijske i aerodinamičke značajke helikoptera Bo105. Treće poglavlje prikazuje proračun parametara ravnotežnog leta prema Van Hoydonck-u, dok je u četvrtom poglavlju prikazan proračun parametara ravnotežnog leta prema Bramwell-u. Peto poglavlje prikazuje kompleksniju verziju modela leta, koja uključuje proračun ravnotežnog leta prema Bramwell-u, a nazvana je model leta A. Šesto poglavlje prikazuje jednostavniju verziju modela leta, nazvanu model leta B, u kojoj je sadržan proračun ravnotežnog leta prema Van Hoydonck-u. Sedmo poglavlje prikazuje rezultate za obje verzije modela, te je dana usporedba sa letačkim priručnikom helikoptera Bo105. U osmom poglavlju prikazan je zaključak cijelog rada i budući koraci za unaprjeđenje modela.

## 2. Geometrijske i aerodinamičke značajke odabranog helikoptera

U ovom poglavlju prikazane su geometrijske i aerodinamičke značajke odabranog helikoptera Bo-105 koji je prikazan na slici 2.1. Bo-105 je laki, dvomotorni helikopter civilne namjene kojeg proizvodi Njemačka tvrtka MBB. Ušao je u upotrebu 1970.-ih kao prvi laki dvomotorni helikopter na svijetu. Opremljen je sa 2 Alisson 250-C20B motora koji ga opskrbljuju sa 620 kW snage. Proizvodio se do 2001. godine te je u tom razdoblju proizvedeno više od 1600 primjeraka od kojih veliki broj leti i danas. Geometrijske značajke helikoptera prikazane su na slici 2.2.



**Slika 2.1 Helikopter Bo105 [1]**



Slika 2.2 Geometrijske karakteristike helikoptera Bo105 [2]

## 2.1. Geometrijske značajke glavnog rotora

Geometrijske značajke glavnog rotora helikoptera dobivene su iz [2], [3], [4] i [5], a prikazane su u tablici 2.1.

Tablica 2.1. Parametri helikoptera Bo105

Opis	Simbol	Vrijednost	Mjerna jedinica
Radijus	R	4.91	m
Tetiva	c	0.27	m
Broj elisa	N	4	
Ispunjenost rotora	$\sigma$	0.12	
Brzina okretaja	$\Omega$	44.4	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Gradijent uzgona aeroprofila elise	$c_{l\alpha}$	6.113	$\frac{1}{\text{rad}}$
Koeficijent otpora aeroprofila elise	$\delta$	0.0074	
Kut uvijanja elise	$\theta_{tw}$	-0.14	Rad
Uzdužna udaljenost centra mase	l	-0.0163	m
Lockov broj	$\gamma$	5.087	
Postavni kut glavnog rotora	$i_M$	-3	°

## 2.2. Geometrijske značajke repa i repnog rotora

Geometrijske značajke repa dobivene su iz [2] i [5], te su prikazane u tablici 2.2.

**Tablica 2.2 Geometrijske značajke repa helikoptera Bo105**

Opis	Simbol	Vrijednost	Mjerna jedinica
Površina horizontalnog stabilizatora	$A_H$	0.803	$m^2$
Udaljenost horizontalnog stabilizatora od C.G.	$l_H$	4.5763	m
Površina vertikalnog stabilizatora	$A_V$	0.805	$m^2$
Udaljenost vertikalnog stabilizatora od C.G.	$l_V$	5.4323	m

Geometrijske značajke repnog rotora dobivene su iz [2] i [5], a prikazane su u tablici 2.3.

**Tablica 2.3 Geometrijske značajke repnog rotora**

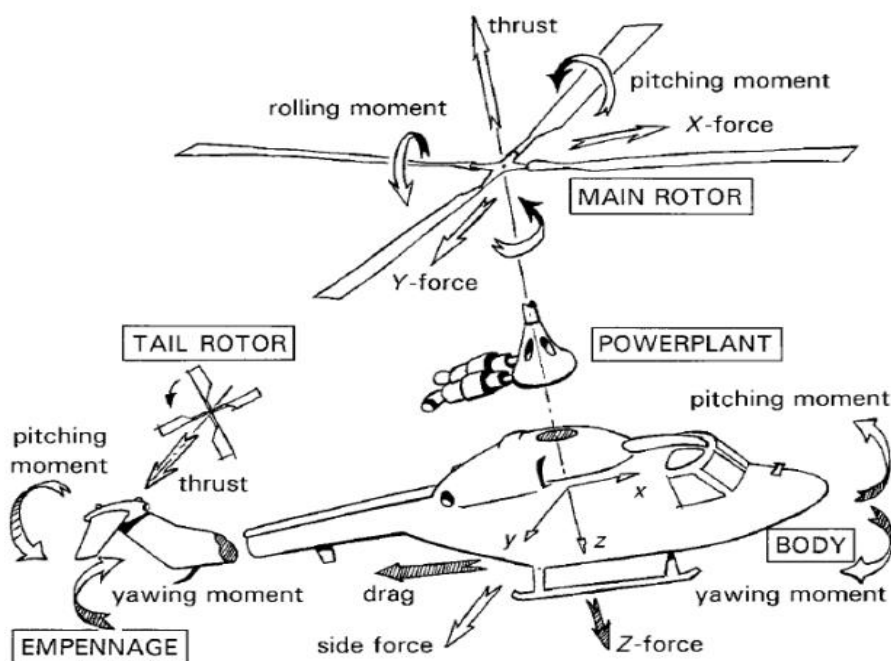
Opis	Simbol	Vrijednost	Mjerna jedinica
Radijus	$R_t$	0.95	m
Broj elisa	$N_t$	2	
Brzina okretaja	$\Omega_t$	233.1	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Gradijent uzgona aeroprofila elise	$c_{l\alpha,t}$	5.7	$\frac{1}{\text{rad}}$
Koeficijent otpora aeroprofila elise	$c_{D,t}$	0.008	
Uzdužna udaljenost centra mase	$l_t$	6.0163	m
Postavni kut repnog rotora	$i_{M,t}$	0	°

### 3. Ravnotežni let prema Van Hoydonck-u

Ravnotežni let helikoptera predstavlja složeno stanje u kojem se sve sile i momenti koji djeluju na helikopter uravnotežuju, što rezultira time da helikopter zadržava konstantnu visinu, brzinu i pravac kretanja. Za razliku od zrakoplova s fiksnim krilima koji ostvaruju uzgon pri nastrujavanju struje zraka na nepomične površine, kod helikoptera se uzgon stvara rotiranjem krakova rotora. To omogućava helikopteru da lebdi na mjestu, no značajno komplicira aerodinamičku sliku i samo uravnoteženje sila. Za sam proračun ravnotežnog leta potrebno je odrediti potrebni uzgon, aerodinamički otpor, ciklični postavni kut rotora i kolektivni postavni kut rotora.

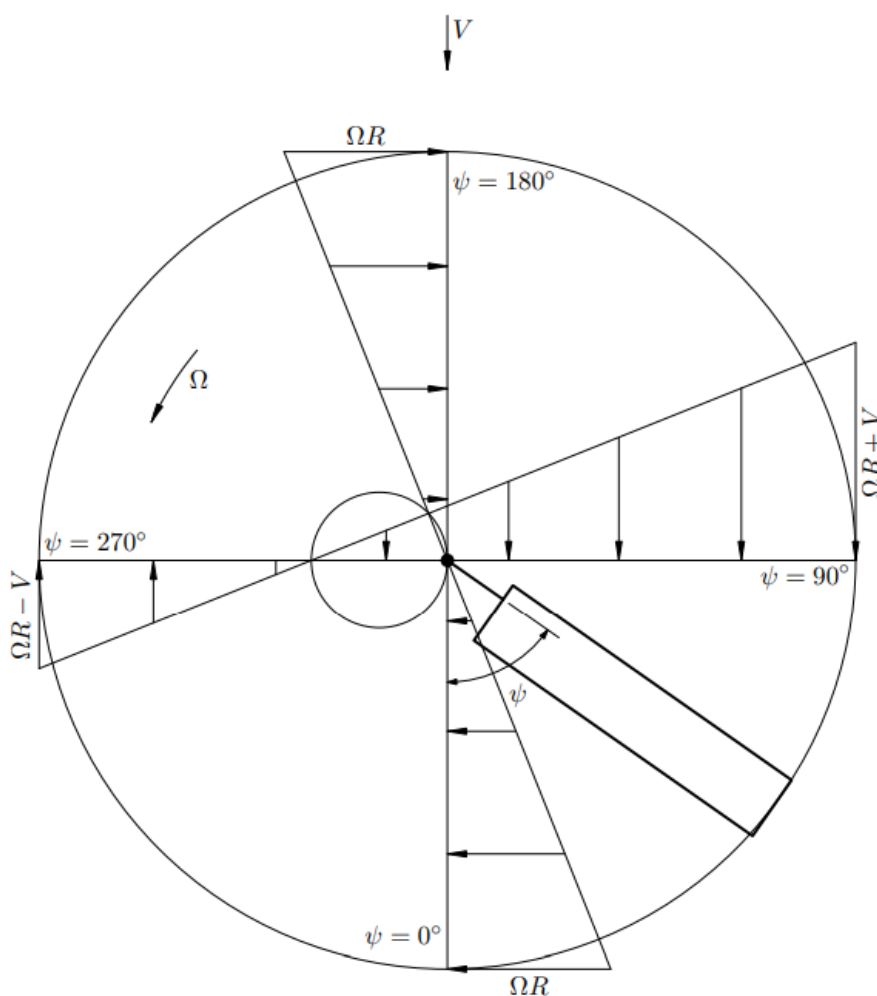
Na slici 3.1 prikazane su sile i momenti koji djeluju na helikopter. U ravnotežnom letu, glavne sile koje djeluju na helikopter su potisak, težina, otpor i uzgon, pri čemu je uzgon glavnog rotora funkcija potiska. Potisak glavnog rotora stvara uzgon koji letjelicu drži u zraku, dok repni rotor služi za stabilizaciju momenta koji glavni rotor proizvodi, čime se sprječava nekontrolirana rotacija helikoptera oko uzdužne osi.



Slika 3.1 Sile i momenti koji djeluju na helikopter [2]



U idealnim uvjetima ravnotežnog leta, vektorska suma svih sila koje djeluju na helikopter bila bi jednaka nuli, što podrazumijeva da je težina helikoptera uravnotežena vertikalnom komponentom potiska. Kada se helikopter giba u nekom pravcu, to mu omogućava pojava horizontalne sile potiska. Za održavanje stabilnosti ravnotežnog leta u horizontalnom letu, potrebna je precizna sinkronizacija nagiba krakova glavnog rotora, kao i podešavanje snage i postavnog kuta lopatica repnog rotora.



Slika 3.2 Rotacijski ciklus glavnog rotora [6]

Za kontrolu glavnog rotora, pilot na raspolaganju ima dvije komande, kolektivnu i cikličnu palicu. Kolektivna palica se koristi za simultano podešavanje postavnog kuta svih krakova rotora i značajno utječe na ukupnu silu uzgona. Kada pilot povuče kolektivnu palicu prema sebi, povećava se postavni kut svih krakova i podiže se ukupna sila potiska koju rotor proizvodi.

Ciklično upravljanje omogućava pilotu da mijenja postavni kut pojedinačnog kraka u ovisnosti o njegovom položaju u rotacijskom ciklusu koji je prikazan na slici 3.2. Guranjem ciklične palice naprijed, krakovima se povećava postavni kut kada prolaze kroz prvi dio rotacijskog ciklusa od  $\Psi = 90^\circ$  do  $\Psi = 270^\circ$ , dok im se u drugom dijelu rotacijskog ciklusa od  $\Psi = 270^\circ$  do  $\Psi = 90^\circ$  postavni kut smanjuje. To uzrokuje da se na drugom dijelu rotacijskog ciklusa stvara veći uzgon, te rotor postaje asimetričan. Zbog asimetrije, cijeli rotor se naginje naprijed te se stvara horizontalna sila potiska koja pokreće helikopter naprijed. Sličan princip vrijedi za pomicanje palice natrag, kao i lijevo i desno.

Horizontalni let helikoptera ima i izrazito složenu sliku strujanja. Naime, uz brzinu rotacije od samog rotora, na krakovima rotora se pridodaje i brzina horizontalnog leta helikoptera, tako da postoje zone u kojima je strujanje suprotnog smjera od smjera neporemećene struje. Nadalje, zbog koncentracije opterećenja u blizini vrha kraka, stvaraju se koncentrirani vrtlozi jače cirkulacije koji se formiraju iza svakog kraka kroz koje ti krakovi prolaze više puta. Prolazeći u ponovnim rotacijama kroz izrazito vrtložnu struju, na rotoru se induciraju izrazito promjenjive brzine po intenzitetu i smjeru, uslijed čega dolazi i do promjenjive pogonske sile.

### 3.1. Određivanje parametara ravnotežnog leta helikoptera Bo105

Iz svega navedenog lako je zaključiti kako je rotor helikoptera izrazito kompleksan, te za određivanje ravnotežnog leta rotora ne postoji egzaktno matematičko rješenje, tako da je potrebno uvesti određene pretpostavke.[4]

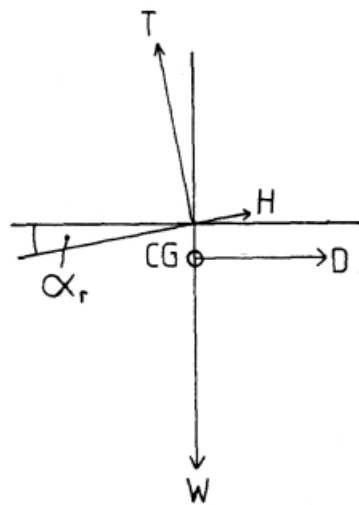
Pretpostavke koje se uvode su sljedeće:

- Krakovi rotora su kruti i ne uvijaju se
- Inducirana brzina u ravnini rotora ne ovisi o radijusu niti o azimutu
- Centar gravitacije helikoptera se nalazi u istoj liniji kao glavna os rotora
- Pretpostavlja se da su simetrični pokreti neovisni o asimetričnima
- Pretpostavka malih kutova
- Razdvajanje uzdužne i bočne ravnoteže

- Zanemaruje se sila otpora rotora  $H$

Početak proračuna ravnotežnog leta leži u činjenici da prilikom ravnotežnog leta brzina i visina helikoptera ostaju konstantne, a suma sila na helikopter mora biti jednaka nuli.

Skiciranjem glavnih sila koje djeluju na helikopter u horizontalnom letu nastane skica prikazana na slici 3.3.



**Slika 3.3 Glavne sile helikoptera u horizontalnom letu-1 [6]**

S obzirom da se zanemaruje  $H$ , jasno je da vrijedi jednačba:

$$T = \sqrt{W^2 + D^2} \quad (3.1)$$

Težina helikoptera dobivena je iz sljedećeg izraza:

$$W = m \cdot g \quad (3.2)$$

A sila otpora izračunata je kao sila otpora frontalne površine prema sljedećoj jednačbi:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot C_{D,S} \quad (3.3)$$

Pri čemu je  $C_{D,S}$  umnožak frontalne površine i koeficijenta otpora, koji je u ovom slučaju procijenjen na  $C_{D,S} = 2.05 \text{ m}^2$  [2].

Iz jednadžbe (3.1) poznata nam je sila potiska, te koeficijent potiska iznosi:

$$C_T = \frac{T}{\rho \cdot \Omega^2 \cdot R^4 \cdot \pi} \quad (3.4)$$

Sada je moguće postaviti Glauert-ovu jednadžbu za koeficijent potiska:

$$C_T = 2\lambda_i \sqrt{\left(\frac{V}{\Omega R} \cos\left(\frac{D}{W}\right)\right)^2 + \left(\frac{V}{\Omega R} \sin\left(\frac{D}{W}\right) + \lambda_i\right)^2} \quad (3.5)$$

A s obzirom da je iz jednadžbe (3.4) poznat koeficijent potiska, može se izračunati koeficijent inducirane brzine  $\lambda_i$ .

Sljedeće je potrebno riješiti sustav dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice, uzdužni kut mahanja  $a_1$  i kolektivni kut glavnog rotora  $\theta_0$ :

$$a_1 = \frac{\frac{8}{3}\mu\theta_0 - 2\mu(\lambda + \lambda_i)}{1 - \frac{1}{2}\mu^2} \quad (3.6)$$

i

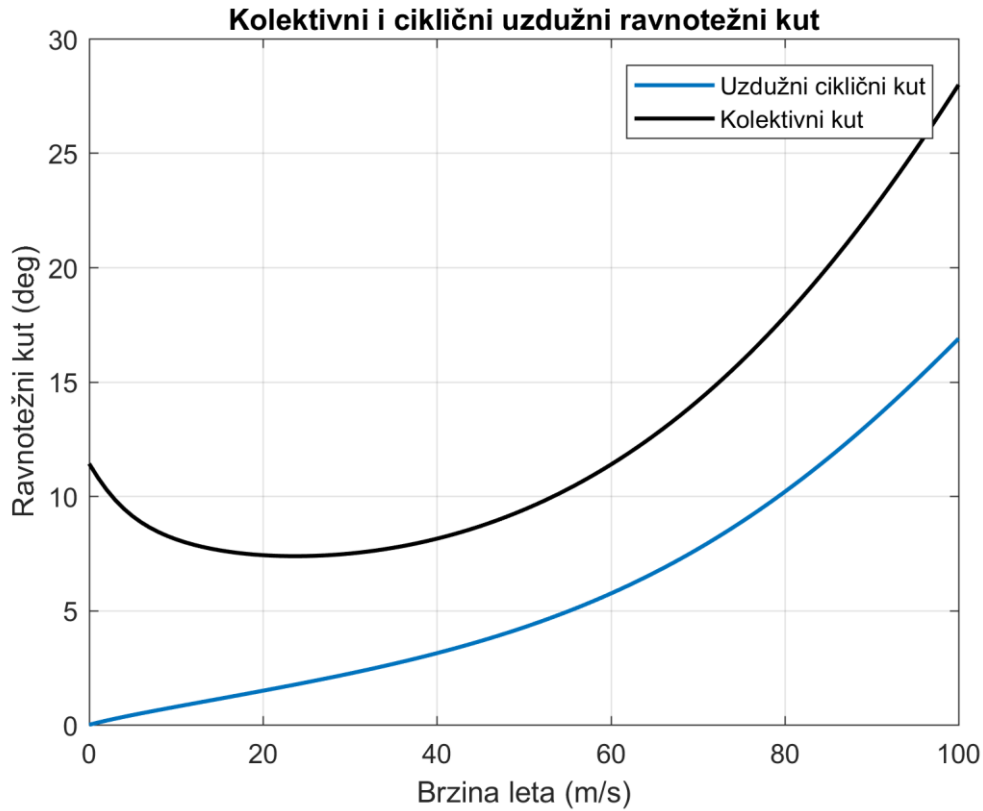
$$C_T = C_{l\alpha} \frac{\sigma}{4} \left( \frac{2}{3}\theta_0 + \theta_0\mu^2 - (\lambda + \lambda_i) \right) \quad (3.7)$$

Ciklični postavni kut je moguće izračunati nakon što je poznat uzdužni kut mahanja  $a_1$ , prema jednadžbi:

$$a_1 + B_1 = \frac{\frac{8}{3}\mu \left[ \theta_0 - \frac{3}{4}\lambda + \frac{3}{4}\mu B_1 + \frac{3}{4}\theta_{tw} \right]}{1 - \frac{1}{2}\mu^2} \quad (3.8)$$

gdje  $B_1$  označava uzdužni ciklični postavni kut rotora.

Na slici 3.4 dan je prikaz kolektivnog i uzdužnog cikličnog postavnog kuta ovisno o brzini za brzine od  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do  $V = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



Slika 3.4 Kolektivni i ciklični ravnotežni kut helikoptera Van Hooydonck-u

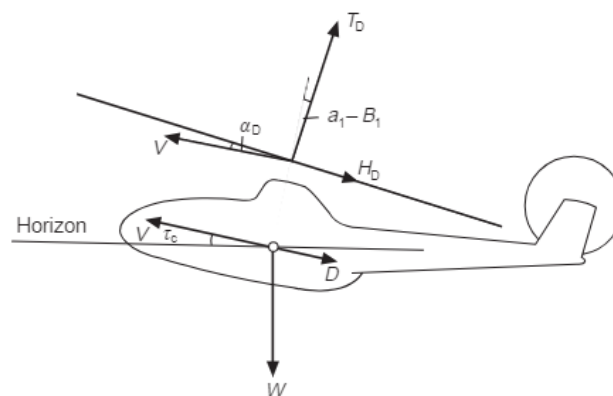
## 4. Ravnotežni let prema Bramwell-u

Proračun ravnotežnog leta prema Van Hoydonck-u je poprilično jednostavan i brz, no pobližim uvidom u proračun jasno je kako postoji nekoliko bitnih mana tog proračuna. Pogonska sila se računa vektorski iz sile težine i sile otpora, što ne mora nužno biti točno. Isto tako, koeficijent pogonske sile se smatra jednakim kao Glauert-ov koeficijent pogonske sile, što je aproksimacija i nije potpuno točno.

Zbog navedenog se provodi proračun ravnotežnog leta prema Bramwell-u [3], koji je nešto složeniji, ali i precizniji.

### 4.1. Određivanje parametara ravnotežnog leta helikoptera Bo105

Slika 4.1 prikazuje skicu glavnih sila koje djeluju na helikopter tijekom horizontalnog leta.



Slika 4.1 Glavne sile helikoptera u horizontalnom letu-2 [3]

Kako bi bili zadovoljeni uvjeti ravnotežnog leta, suma sila koje su skicirane mora biti jednaka nuli, odnosno moraju se zadovoljiti jednadžbe:

$$T \cos(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) - H \sin(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) = W + D \sin \gamma \quad (4.1)$$

i

$$T \sin(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) + H \cos(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) = -D \cos \gamma. \quad (4.2)$$

Kada se primijeni pretpostavka malih kutova, jednadžbe (4.1) i (4.2) poprimaju sljedeći oblik:

$$T = W + D \sin \gamma \quad (4.3)$$

i

$$T(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) + H = -D \cos \gamma \quad (4.4)$$

Sila otpora helikoptera  $D$  može se zapisati kao:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{D,S} \quad (4.5)$$

gdje je  $C_{D,S}$  frontalna površina helikoptera koja je procijenjena na  $C_{D,S} = 2.05 \text{ m}^2$ .

Nakon čega se jednadžbe (4.3) i (4.4) mogu zapisati u formi koeficijenta dijeljenjem sa  $\rho \sigma A \Omega^2 R^2$  nakon čega poprimaju oblik:

$$t_c = w_c + \frac{1}{2} \hat{V}^2 d_0 \sin \gamma \quad (4.6)$$

i

$$t_c(\alpha_{T_{PP}} + \gamma) + h_{c_D} = -\frac{1}{2} \hat{V}^2 d_0 \cos \gamma \quad (4.7)$$

gdje  $w_c$  predstavlja koeficijent težine koji se računa prema jednadžbi:

$$w_c = \frac{W}{\rho \sigma A \Omega^2 R^2} \quad (4.8)$$

a  $d_0$  omjer otpora tijela i glavnog rotora koji iznosi:

$$d_0 = \frac{C_{D,S}}{\sigma A} \quad (4.9)$$

Rješavanjem jednadžbe (4.6) može se izračunati napadni kut glavnog rotora  $\alpha_{TPP}$ :

$$\alpha_{TPP} = \frac{-\left(\frac{1}{2}\hat{V}^2 d_0 \cos \gamma + h_{cD}\right)}{t_c} - \gamma \quad (4.10)$$

S obzirom na pretpostavku malih kutova, uvedena je aproksimacija  $t_c = w_c$  s kojom jedina nepoznanica u jednadžbi (4.10) ostaje  $h_{cD}$  koja se mora računati iterativno.

Iz jednadžbi je vidljivo kako najveći utjecaj na vrijednost  $h_{cD}$  predstavlja otpor aeroprofila krakova rotora, tako da se za prvu pretpostavku  $h_{cD}$  uzima vrijednost:

$$h_{cD} = \frac{1}{4}\mu\delta \quad (4.11)$$

čime se računa prva aproksimacija napadnog kuta glavnog rotora.  $\delta$  predstavlja koeficijent otpora aeroprofila kraka glavnog rotora, a preuzeta je iz [5].

Sljedeći korak je izračun vertikalne brzine struje prema jednadžbi:

$$\lambda_D = \hat{V} \sin \alpha_{TPP} - \lambda_i = \mu \tan \alpha_{TPP} - \lambda_i \quad (4.12)$$

Koeficijent inducirane brzine  $\lambda_i$  može se izračunati prema jednadžbi:

$$\lambda_i = \bar{v}_i \frac{v_0}{\Omega R} \quad (4.13)$$



Inducirana brzina na disku za lebdenje  $v_0$  se računa prema jednadžbi

$$v_0 = \sqrt{\frac{W}{2\rho R^2\pi}} \quad (4.14)$$

Osrednjena inducirana brzina na glavnom rotoru se računa prema jednadžbama:

$$\bar{v}_{i_0} = \frac{1}{\bar{V}} \quad (4.15)$$

i

$$\bar{V} = \frac{\mu\Omega R}{v_0} \quad (4.16)$$

gdje je  $\mu$  koeficijent napredovanja i računa se prema jednadžbi:

$$\mu = \frac{V}{\Omega R} \quad (4.17)$$

Rješavanjem sljedeće jednadžbe računa se kolektivni kut glavnog rotora za ravnotežni let  $\theta_0$ :

$$t_c = \frac{C_{l\alpha}}{4} \left[ \frac{2}{3} \theta_0 \frac{1 - \mu^2 + 9\mu^4/4}{1 + 3\mu^2/2} + \lambda_D \frac{1 - \mu^2/2}{1 + 3\mu^2/2} \right] \quad (4.18)$$

Uz aproksimaciju  $t_c = w_c$ .

Kako bi se dobila bolja vrijednost  $h_{c_D}$  potrebno je izračunati aproksimaciju kuta mahanja  $a_1$  koja se računa prema jednadžbi:

$$a_1 = \frac{2\mu(4\theta_0/3 + \lambda_D)}{1 + 3\mu^2/2} \quad (4.19)$$

Nakon čega je moguće izračunati novu vrijednost  $h_{cD}$  prema jednadžbi:

$$h_{cD} = \frac{1}{4}\mu\delta + \frac{C_{l\alpha}\lambda_D}{4} \left[ \frac{1}{2}a_1 - \mu\theta_0 \right]. \quad (4.20)$$

S novom vrijednosti  $h_{cD}$  potrebno se vratiti u jednadžbu (4.10) i iterativno rješavati postupak dok se ne izračunaju točne vrijednosti kolektivnog kuta glavnog rotora i kuta mahanja.

U ovom radu se točnost računala na tri decimale za što je bilo potrebno 26 iteracija.

Ostalo je izračunati ravnotežni uzdužni ciklični postavni kut.

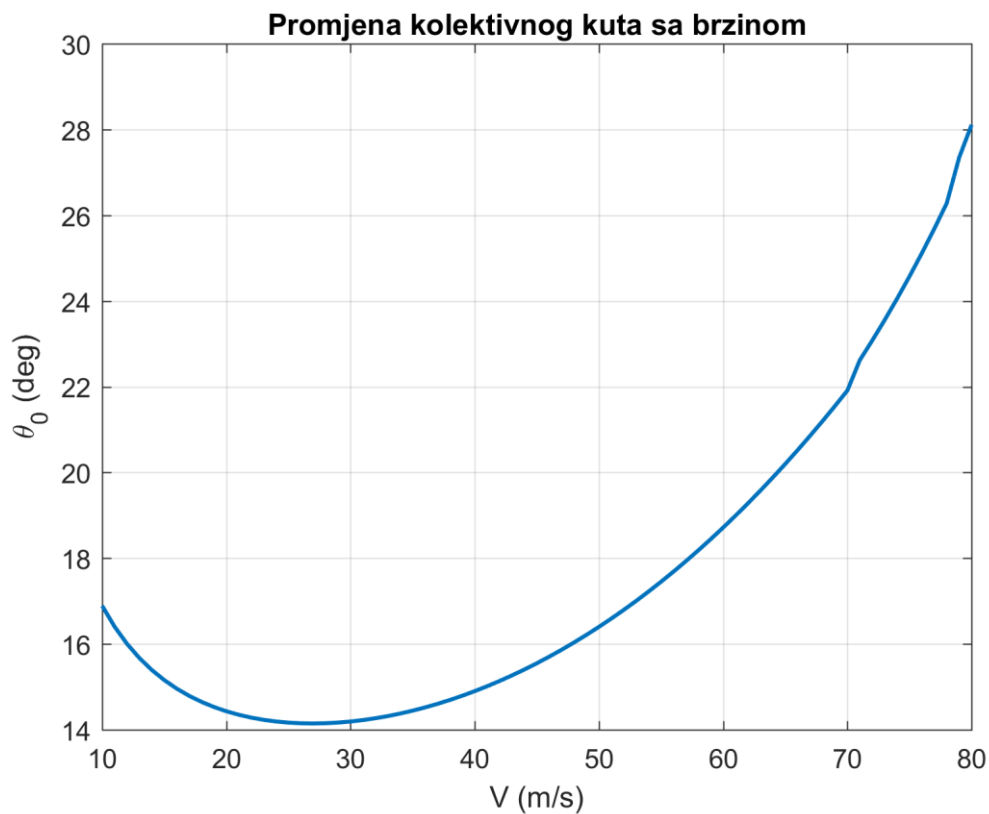
Prvo je potrebno izračunati kut konusa  $a_0$  prema jednadžbi:

$$a_0 = \frac{\gamma}{8} \left[ \theta_0 \frac{1 - 19\mu^2/18 + 3\mu^4/2}{1 + 3\mu^2/2} + \frac{4}{3}\lambda_D \frac{1 - \mu^2/2}{1 + 3\mu^2/2} \right] \quad (4.21)$$

Nakon čega se ravnotežni uzdužni ciklični postavni kut  $B_1$  računa iz jednadžbe:

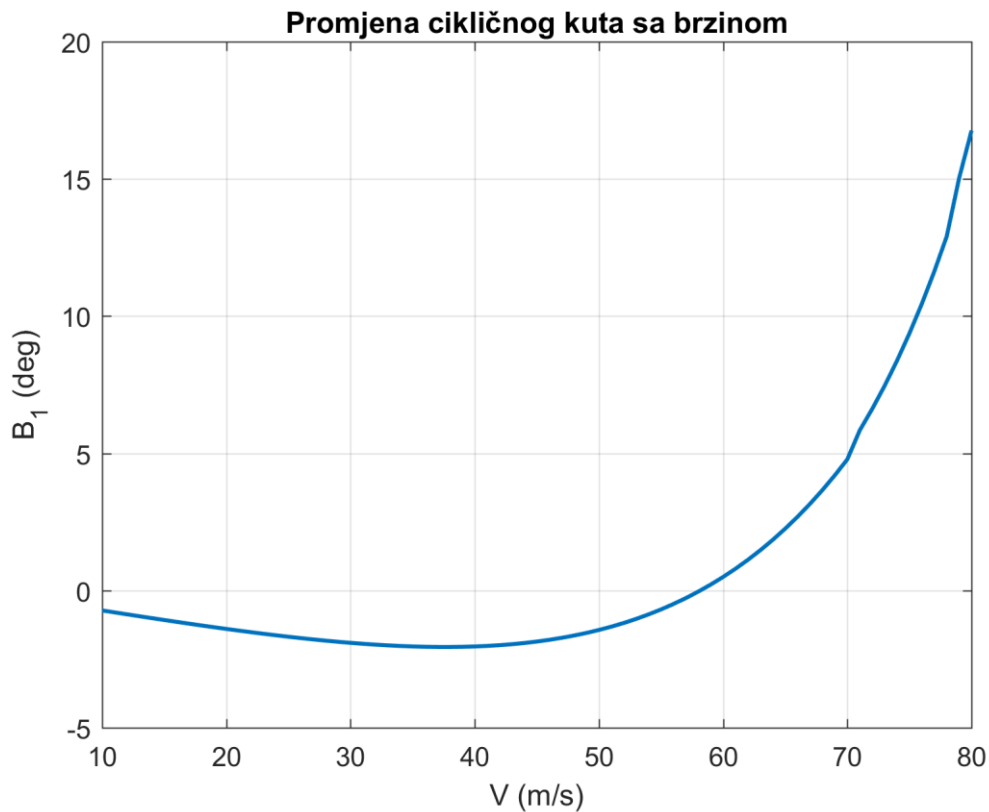
$$a_1 + B_1 = \frac{\frac{8}{3}\mu \left[ \theta_0 - \frac{3}{4}\lambda + \frac{3}{4}\mu B_1 + \frac{3}{4}\theta_{tw} \right]}{1 - \frac{1}{2}\mu^2}. \quad (4.22)$$

Vrijednosti ravnotežnog kolektivnog kuta u ovisnosti o brzini leta helikoptera, za raspon brzina od  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do  $V = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  prikazani su na slici 4.2.



**Slika 4.2** Ravnotežni kolektivni kut prema Bramwell-u

Vrijednosti ravnotežnog uzdužnog cikličnog postavnog kuta  $u$  ovisnosti o brzini leta helikoptera, za raspon brzina od  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do  $V = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  prikazani su na slici 4.3.



**Slika 4.3 Ravnotežni ciklični postavni kut prema Bramwell-u**

Moguće je izračunati i koeficijent momenta glavnog rotora  $C_Q$  prema jednadžbi:

$$C_Q = \delta(1 + 3\mu^2)/8 - \lambda_D t_c - \mu h_{cD} \quad (4.23)$$

## 4.2. Proračun bočne ravnoteže

Proračun bočne ravnoteže kreće od pretpostavke kako je repni rotor jedini element helikoptera koji uravnotežuje moment glavnog rotora. To bi značilo kako sila potiska repnog rotora mora biti jednaka umnošku okretnog momenta glavnog rotora i njegove udaljenosti od glavnog rotora. [3]

$$T_t = Q/l_t R \quad (4.24)$$

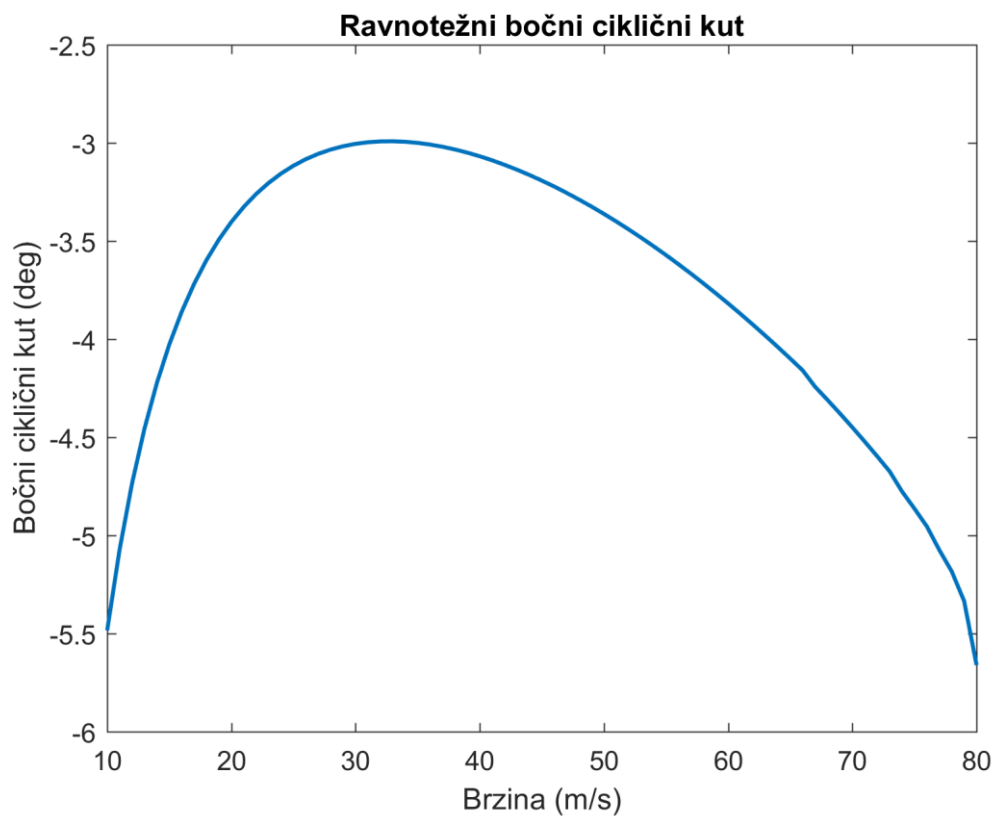
Moguće je izračunati i bočni kut mahanja  $b_1$  iz jednadžbe:

$$b_1 = \frac{4(\mu a_0 + 1.1v^{1/2}\lambda_i)/3}{1 + \mu^2/2} \quad (4.25)$$

Kada je poznat bočni kut mahanja i sila potiska repnog rotora, može se izračunati ravnotežni bočni ciklični postavni kut glavnog rotora prema jednadžbi:

$$A_1 = -b_1 - \frac{(T_t/W)t_c h_t}{t_c h + C_{m_s}} \quad (4.26)$$

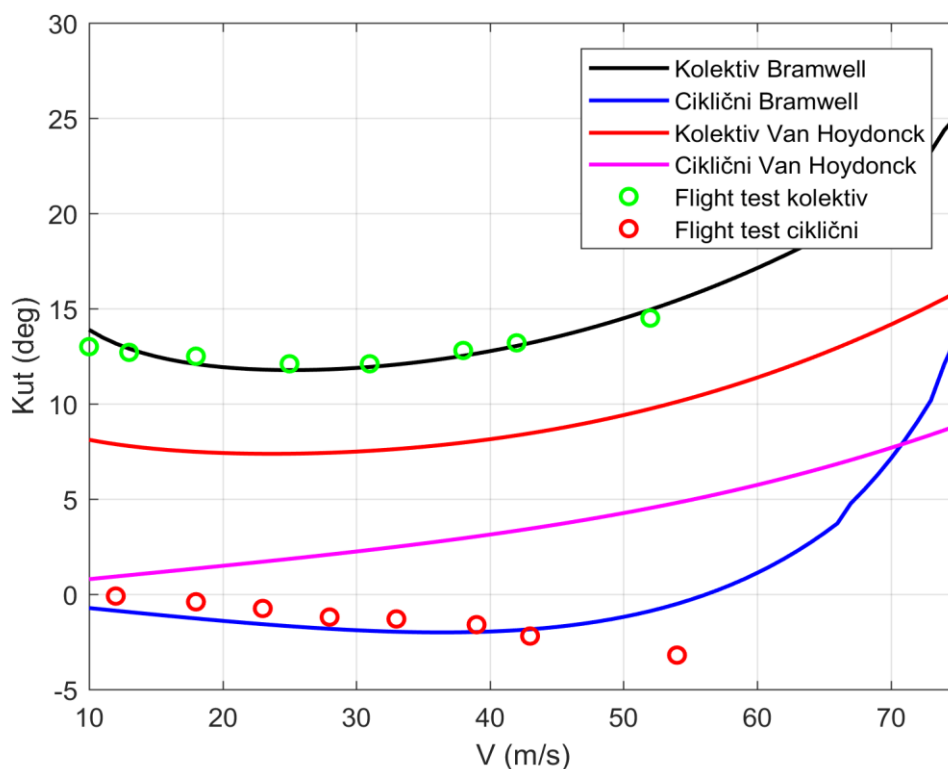
Vrijednosti ravnotežnog bočnog cikličnog postavnog kuta, za raspon brzina od  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do  $V = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  prikazani su na slici 4.4.



**Slika 4.4** Ravnotežni bočni ciklični postavni kut prema Bramwell-u

### 4.3. Usporedba Van Hoydonck i Bramwell pristupa

Na slici 4.5 prikazane su vrijednosti ravnotežnog kolektivnog i ravnotežnog uzdužnog cikličnog postavnog kuta prema oba pristupa, za raspon brzina od  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do  $V = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sa rezultatima testiranja na helikopteru[2].



**Slika 4.5 Usporedba rezultata trima Bramwell i Van Hoydonck pristupa sa rezultatima testova u letu**

Sa slike 4.5 vidljivo je kako iznosi za kolektivni ravnotežni kut prema Bramwell-u skoro u potpunosti odgovaraju rezultatima testiranja na samoj letjelici koji su preuzeti iz [2], dok su rezultati za ravnotežni uzdužni ciklični postavni kut glavnog rotora približno točni do brzine od otprilike  $V = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  nakon čega se stvara veća razlika.

Iznosi ravnotežnih uzdužnih upravljačkih kutova prema Van Hoydonck-u se više razlikuju od rezultata testiranja u usporedbi prema Bramwell-u, ali valja naglasiti kako je riječ o značajno jednostavnijem modelu, koji se izvodi puno brže, te kao takav može biti od koristi ako se koristi u ispravnim situacijama.

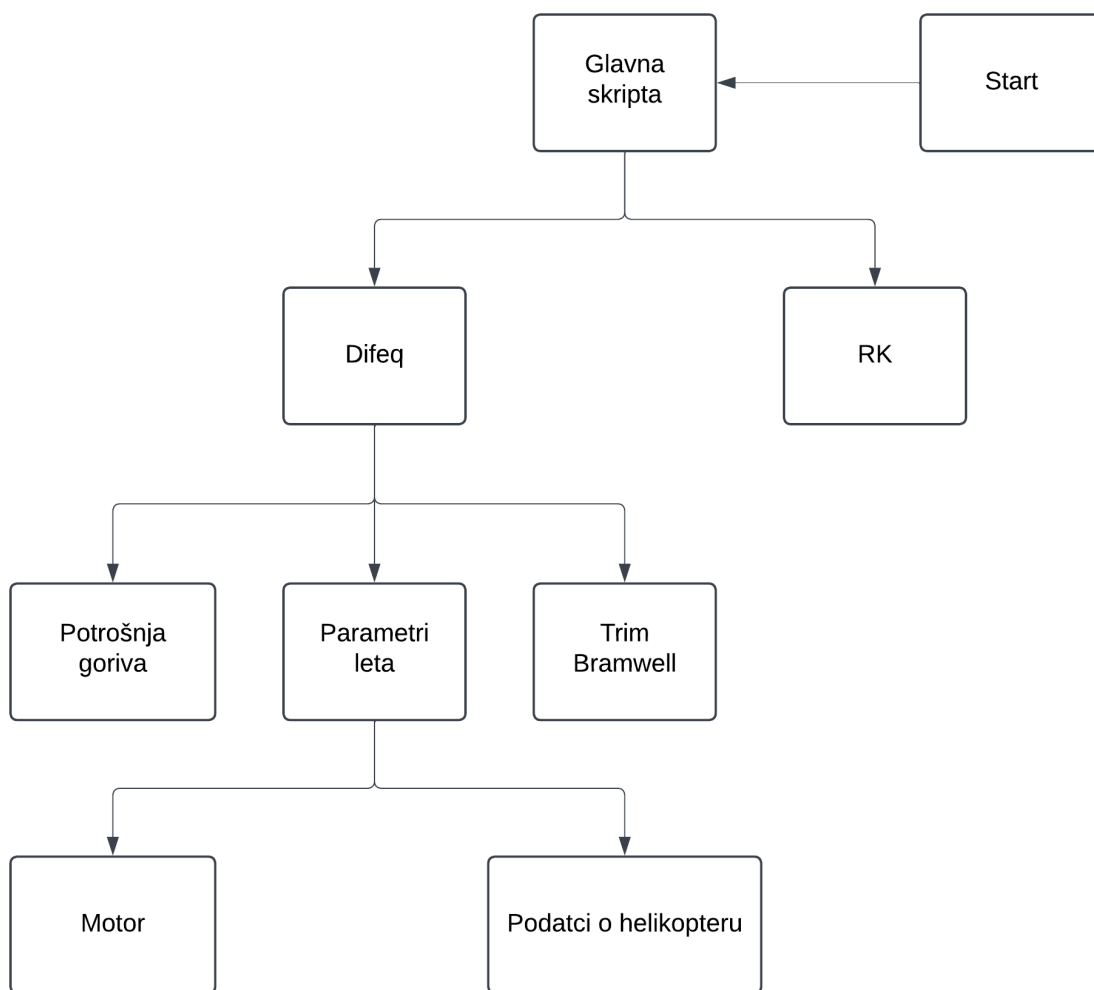
## 5. Model leta A

Modeliranje leta helikoptera predstavlja važan korak u analizi, simulaciji i procjeni performansi tijekom leta. Jedan od pristupa modeliranju je korištenjem modela gibanja materijalne točke. Glavna pretpostavka modela je da se svi efekti mase i inercije letjelice mogu svesti u jednu točku, težište letjelice, te se fokusira na glavne sile i aerodinamičke parametre koji određuju let helikoptera. U ovom poglavlju biti će prikazan način implementacije promatranog modela leta u programski paket MATLAB, te će se prikazati teorijska osnova koja opisuje promatrani model.

U modelu gibanja materijalne točke zanemaruju se rotacijske značajke helikoptera i utjecaj momenta inercije, čime se olakšava analiza osnovnih parametara leta kao što su brzina, visina, potrošnja goriva i stabilnost. Zahvaljujući tome, ovaj model često predstavlja osnovu za daljnji razvoj složenijih modela kao što su 6DOF model leta na simulatoru, a koristi se i u simulacijama zračnog prometa za potrebe kontrole leta.

Na slici 5.1 prikazana je blok shema modela leta u MATLAB-u za helikopter Bo105, koji je tema ovog rada. [7]





Slika 5.1 Blok shema modela leta A

## 5.1. Start

Start je input skripta cijelog modela u koju se unose početni parametri leta, brzina i visina, te se inicijalizira vektor stanja  $XL$ . Vektor stanja je vektor koji se sastoji od osam članova koji zapisuje određene parametre u svakom trenutku leta:

$$XL = [V, \gamma, \chi, x, y, H, s, m] \quad (5.1)$$

Pri čemu prvi član  $V$  označava brzinu leta,  $\gamma$  kut penjanja,  $\chi$  kut skretanja,  $x$  položaj na osi  $x$ ,  $y$  položaj na osi  $y$ ,  $H$  visinu leta,  $s$  ukupan prijeđeni put i  $m$  masu letjelice.

## 5.2. Glavna skripta

Na početku skripte, koja je glavna skripta programa, definirano je trajanje simulacije u koracima, gdje varijabla  $N$  označava broj koraka a svaki korak traje 0.02 sekunde.

Nakon što se učitaju početni uvjeti iz skripte Start, započinje simulacija leta. Pozivaju se funkcije difeq i RK, te se integriraju diferencijalne jednadžbe modela gibanja središta mase helikoptera.

Nakon svakog vremenskog koraka, provjeravaju se uvjeti leta koji su postavljeni, te se izvođenje simulacije prekida ukoliko dođe do kršenja tih uvjeta. Uvjeti su:

- Uvjet prema visini, gdje je u letačkom priručniku helikoptera Bo105 zadano kako je maksimalna visina leta helikoptera 5000 metara.
- Uvjet potrošnje goriva koji definira trenutak kada će helikopter ostati bez goriva.
- Uvjet brzine leta koji definira najveću moguću brzinu leta helikoptera Bo105 prema letačkom priručniku koja iznosi 75 metara u sekundi.
- Uvjet maksimalne snage, koji provjerava imaju li motori helikoptera dovoljno snage za let u određenim uvjetima na određenoj visini.

### 5.3. RK

Runge-Kutta integrator implementiran u ovoj skripti koristi Runge-Kutta metodu četvrtog reda za rješavanje diferencijalnih jednadžbi zadanih u skripti difeq koja će biti opisana u daljnjim poglavljima. Runge-Kutta metoda četvrtog reda jedna je od najčešće korištenih numeričkih integratora za rješavanje diferencijalnih jednadžbi. Koristi se za aproksimaciju rješenja početnih problema diferencijalnih jednadžbi oblika  $\frac{dy}{dt} = f(t, y), y(t_0) = y_0$ . Gdje je  $f(t, y)$  funkcija koja definira brzinu promjene varijable  $y$  u vremenu  $t$ , a  $y_0$  je vrijednost varijable  $y$  u vremenskom trenutku  $t_0$ . Glavna prednost ovog integratora je što ne zahtjeva previše računalnih resursa, a nudi visoku razinu točnosti.

#### 5.4. Diferencijalne jednadžbe modela A

Jednadžbe gibanja središta mase letjelice se mogu prilagoditi za helikopter, te se mogu postaviti diferencijalne jednadžbe za intenzitet brzine i kutove leta [6]:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{T \sin \alpha_{TPP} - H \cos \alpha_{TPP} + D + H_T}{m} - g \sin \gamma \quad (5.2)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP} + L}{mV} \cos \Phi - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (5.3)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP} + L}{mV \cos \gamma} \sin \Phi \quad (5.4)$$

Pri čemu se sila otpora  $D$  određuje kao zbroj otpora tijela i horizontalnog i vertikalnog stabilizatora:

$$D = D_h + D_v + D_f \quad (5.5)$$

S obzirom da je sila otpora horizontalnog stabilizatora u ovom slučaju jako malog iznosa, ona će se zanemariti, tako da sila otpora iznosi:

$$D = D_v + D_f \quad (5.6)$$

Sila uzgona  $L$  određuje se kao zbroj sile uzgona od rotora, što je zapravo vertikalna komponenta sile potiska i sile uzgona tijela helikoptera:

$$L = L_f + L_r \quad (5.7)$$

Kako je silu otpora i uzgona koju generira tijelo helikoptera izrazito teško izračunati, u ovom radu se koriste aproksimacije tih komponenti sila dobivenih testiranjima u aero tunelu koje je dao Gareth Padfield u svojoj knjizi *Helicopter Flight Dynamics*. [2]

Tako prema [2], komponenta sile otpora koju generira tijelo iznosi:

$$D_f = -580.6 - 454.0\alpha_f + 6.2\alpha_f^2 + 4648.9\alpha_f^3 \quad (5.8)$$

a komponenta sile uzgona koju generira tijelo helikoptera iznosi:

$$L_f = -51.1 - 1202.0\alpha_f + 1515.7\alpha_f^2 - 604.2\alpha_f^3 \quad (5.9)$$

gdje  $\alpha_f$  označava napadni kut trupa.

Na isti način se računa i sila uzgona repnih površina, koja iznosi:

$$L_{tp} = -3.262\alpha_{tp} \quad (5.10)$$

gdje  $\alpha_{tp}$  označava napadni kut repa, koji je zbog jednostavnosti pretpostavljen kao:

$$\alpha_{tp} = \alpha_f \quad (5.11)$$

Uz zanemarivanje H sile diferencijalne jednadžbe gibanja središta mase imaju oblik:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{T \sin \alpha_{TPP} + D}{m} - g \sin \gamma \quad (5.12)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP} + L}{mV} \cos \Phi - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (5.13)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP} + L}{mV \cos \gamma} \sin \Phi \quad (5.14)$$

Integracijom jednadžbe (5.12) računa se intenzitet brzine, jednadžbe (5.13) kut penjanja helikoptera, a jednadžbe (5.14) kut skretanja helikoptera.

Diferencijalne jednadžbe položaja imaju oblik:

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \gamma \cos \chi \quad (5.15)$$

$$\frac{dy}{dt} = -V \cos \gamma \sin \chi \quad (5.16)$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \quad (5.17)$$

Integracijom jednadžbe (5.15) računa se položaj na osi x, jednadžbe (5.16) položaj na osi y i jednadžbe (5.17) visina helikoptera.

Diferencijalna jednačina mase ima oblik:

$$\frac{dm}{dt} = -qms \quad (5.18)$$

gdje  $qms$  označava funkciju potrošnje goriva koja će biti objašnjena u sljedećem poglavlju.

### 5.5. Potrošnja goriva

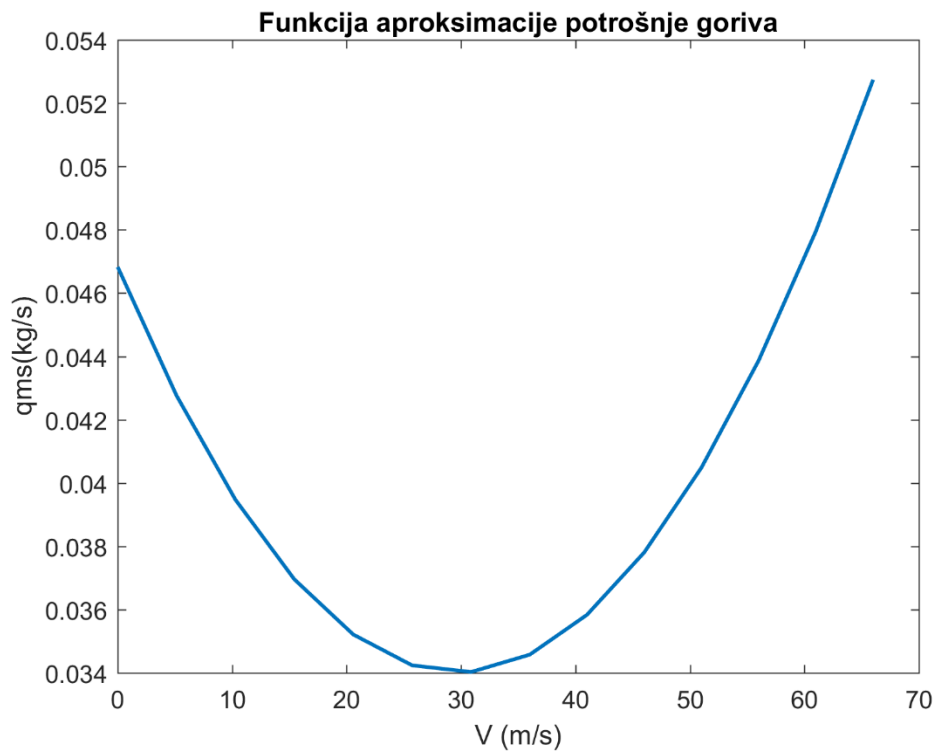
U ovom dijelu je napravljena aproksimacija potrošnje goriva helikoptera Bo105 na različitim visinama pri različitim brzinama. U službenom priručniku leta[8] dane su tablice potrošnje goriva ovisno o uvjetima leta. Tablice su poprilično kompleksne te ih nije bilo moguće u izvornom obliku uključiti u model, tako da su one aproksimirane.

Prvo je provedena aproksimacija potrošnje goriva ovisno o brzini leta, te je u MATLAB-u, pomoću ugrađene funkcije *polyfit* potrošnja opisana polinomom trećeg reda za koji se procijenilo kako je dovoljne točnosti za ovaj model. Tako se potrošnja goriva u ovisnosti o brzini leta izražena u kilogramima goriva po sekundi leta računa pomoću jednadžbe:

$$qms = 1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428 \quad (5.19)$$



Na slici 5.2 prikazana je funkcija aproksimacije.



**Slika 5.2** Funkcija aproksimacije potrošnje goriva

Nakon aproksimacije potrošnje goriva prema brzini, pomoću if-else petlji provedena je aproksimacija potrošnje prema visini leta na način da je aproksimacija na slici 5.2 napravljena za visinu od  $H = 2000$  m, te se od te aproksimacije dodaje ili oduzima potrošnja ovisno o visini leta. Funkcije aproksimirane po visini prikazane su u tablici 5.1.

Tablica 5.1 Aproksimacija potrošnje goriva

Visina	Aproksimacija
$H < 1200$	$qms = 1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428$
$1199 < H < 1828$	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) - 5.5 \cdot 10^{-4}$
$1827 < H < 3048$	$qms = 1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428$
$3047 < H < 3352$	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) + 5.5 \cdot 10^{-4}$
$3351 < H < 3657$	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) + 0.0014$
$3656 < H < 3962$	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) + 0.0028$
$3961 < H < 4267$	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) + 0.0056$

4266<H<4572	$qms = (1.1281 \cdot 10^{-8} \cdot V^3 + 1.345 \cdot 10^{-5} \cdot V^2 - 8.4791 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.0428) + 0.0083$

### 5.6. Trim prema Bramwell-u

U ovom dijelu modela se uključuje proračun za trim helikoptera prema Bramwell-u kako je opisano u poglavlju 4. Trim prema Bramwell-u je odabran zbog rezultata koji su puno bliži rezultatima testiranja samog helikoptera.

U programskom paketu MATLAB napisana je funkcija, koristeći jednadžbe koje su navedene u poglavlju 4. Prilikom pozivanja funkcije potrebno je definirati ulazne varijable, koje su sadržane u vektoru stanja  $XL$ . To su brzina leta  $V$ , visina leta  $H$ , i masa letjelice  $m$ . Nakon što se unutar skripte provedu iteracije, dobivaju se rezultati koji uključuju ravnotežni kolektivni i ravnotežni ciklični postavni kut glavnog rotora, te ravnotežni bočni ciklični postavni kut glavnog rotora, koji se koriste dalje u proračunu parametara leta koji je opisan u sljedećem poglavlju.

## 5.7. Parametri leta

U ovom dijelu programa računaju se svi parametri leta potrebni za rješavanje diferencijalnih jednadžbi modela.

Prvo se poziva funkcija podatci o helikopteru koja sadrži potrebne podatke o helikopteru, a detaljnije je opisana u poglavlju 5.9.

Nakon toga se učitavaju parametri atmosfere pomoću funkcije isoatmos. Radi se o standardnoj atmosferi, a funkcija je preuzeta iz [9]

Sljedeća se poziva funkcija motori koja daje podatke o raspoloživoj snazi motora, a detaljnije je objašnjena u sljedećem poglavlju.

Uzimanjem u obzir uvjeta ravnotežnog leta i manipulacijom jednadžbom za intenzitet brzine leta (5.12), ona poprima sljedeći oblik:

$$-T \sin(\alpha_{TPP}) - D = W \sin(\gamma) \quad (5.20)$$

Isto se može učiniti s jednadžbom kuta propinjanja (5.13) koja poprima sljedeći oblik:

$$T \cos(\alpha_{TPP}) + L = W \cos(\gamma) \quad (5.21)$$

Dijeljenjem jednadžbi (5.20) i (5.21) nastaje sljedeći izraz:

$$\frac{\sin(\alpha_{TPP})}{\cos(\alpha_{TPP})} = \frac{-W \sin(\gamma) - D}{W \cos(\gamma) - L} \quad (5.22)$$

Iz kojeg slijedi:

$$\tan(\alpha_{TPP}) = \frac{-W \sin(\gamma) - D}{W \cos(\gamma) - L} \quad (5.23)$$

Iz jednadžbe (5.23) sada je moguće izračunati ravnotežni napadni kut glavnog rotora u horizontalnom letu. Problem predstavlja što on ovisi o otporu i uzgonu koji ovise o napadnom kutu trupa. Napadni kut trupa je funkcija napadnog kuta glavnog rotora, tako da je jasno kako će se proračun morati odvijati iterativno.

Prvi korak je uvesti pretpostavke za uzgon i otpor trupa. Otpor trupa je pretpostavljen kao otpor frontalne površine helikoptera te se računa prema sljedećoj jednadžbi:

$$D = 0.5\rho V^2 C_{D,S} \quad (5.24)$$

gdje  $C_{D,S}$  predstavlja umnožak koeficijenta otpora i frontalne površine helikoptera te je pretpostavljen na  $C_{D,S} = 2.05$ .

Za uzgon trupa se očekuje mali broj tako da je on za početak pretpostavljen kao nula.

Prvi korak je računanje napadnog kuta glavnog rotora prema jednadžbi (5.23), nakon čega se iterativno računa inducirana brzina glavnog rotora prema jednadžbi:

$$v_i = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V \cos \alpha_{T_{PP}})^2 + (V \sin \alpha_{T_{PP}} + v_i)^2}} \quad (5.25)$$

Sljedeće se računa koeficijent napredovanja  $\mu$  prema jednadžbi:

$$\mu = \frac{V}{\Omega R} \quad (5.26)$$

koeficijent inducirane brzine  $\lambda_i$  prema jednadžbi:

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} \quad (5.27)$$

te koeficijent brzine struje  $\lambda$  prema jednadžbi:

$$\lambda = \mu t g(\alpha_{T_{PP}}) + \lambda_i. \quad (5.28)$$

Koeficijent potiska računa se prema jednadžbi

$$C_T = \frac{1}{2} \sigma c_{l_\alpha} \left[ \frac{1}{3} \theta_0 (1 + 3\mu^2/2) - \frac{1}{2} \lambda \right] \quad (5.29)$$

Iz čega se računa potisak  $T$  prema jednadžbi:

$$T = \rho(\Omega R)^2 R^2 \pi C_T \quad (5.30)$$

Aproksimacija uzdužnog kuta mahanja  $a_1$  računa se prema jednadžbi:

$$a_1 + B_1 = \frac{\frac{8}{3}\mu \left[ \theta_0 - \frac{3}{4}\lambda + \frac{3}{4}\mu B_1 + \frac{3}{4}\theta_{tw} \right]}{1 - \frac{1}{2}\mu^2} \quad (5.31)$$

Nakon čega je moguće izračunati napadni kut trupa prema jednadžbi:

$$\alpha_f = \alpha_{TPP} - a_1 - i_M \quad (5.32)$$

gdje  $i_M$  označava postavni kut rotora koji na helikopteru B0105 iznosi  $i_M = -3^\circ$ .

Kada je izračunat napadni kut trupa moguće je izračunati otpor i uzgon prema aproksimaciji koju je dao Padfield[3].

Otpor se računa prema jednadžbi:

$$D = -580.6 - 454.0\alpha_f + 6.2\alpha_f^2 + 4648.9\alpha_f^3 \quad (5.33)$$

a uzgon prema jednadžbi:

$$L_f = -51.1 - 1202.0\alpha_f + 1515.7\alpha_f^2 - 604.2\alpha_f^3 \quad (5.34)$$

Uzgon repa se računa prema jednadžbi:

$$L_{f,t} = -3.262\alpha_{tp} \quad (5.35)$$

gdje je  $\alpha_{tp} = \alpha_f$ .

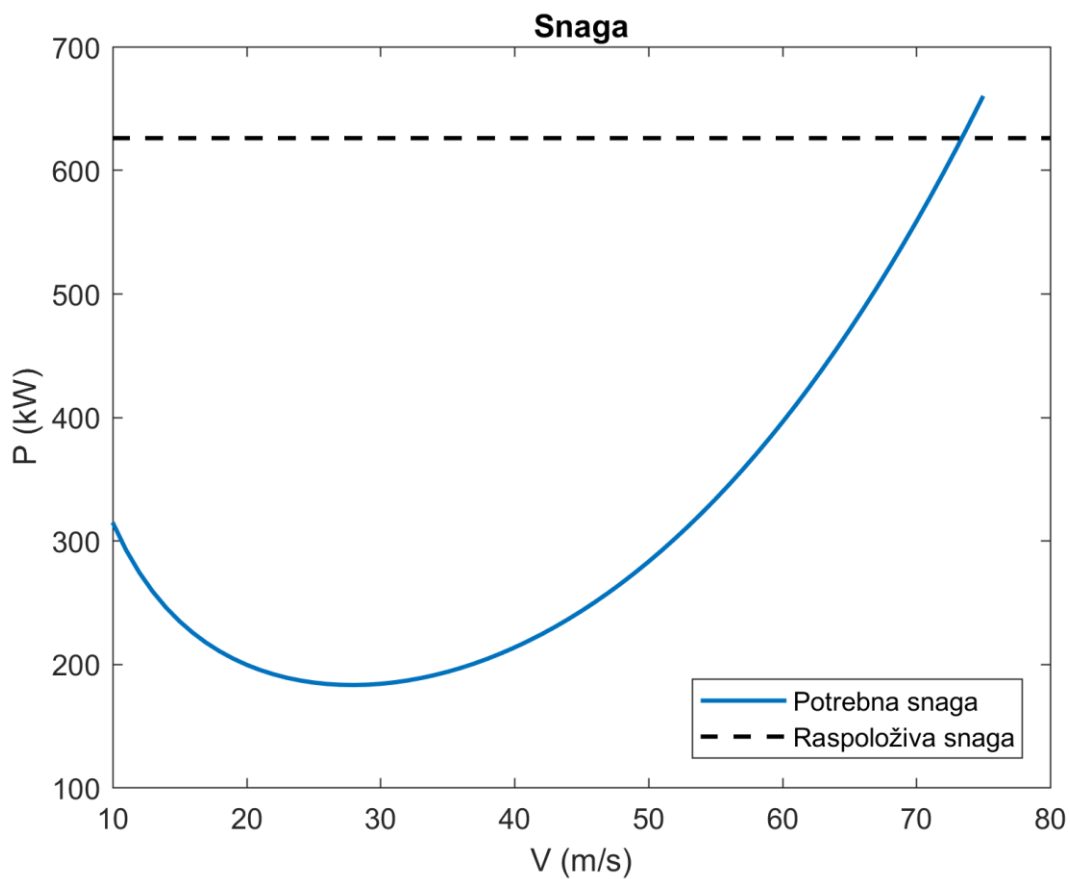
Nakon izračuna otpora i uzgona, potrebno je vratiti se u izračun napadnog kuta (5.23) glavnog rotora i iterativno računati sve do pronalaska rješenja. S tolerancijom postavljenom na treću decimalu, sustav konvergira u 28 iteracija.

Potrebno je još izračunati potrebnu snagu glavnog rotora kako bi se ona mogla usporediti sa raspoloživom snagom motora.

Iz jednadžbe (4.23) poznat je iznos koeficijenta momenta glavnog rotora  $C_Q$  iz čega je moguće izračunati potrebnu snagu glavnog rotora [3]:

$$P_{req} = C_Q \sigma A \rho R^3 \Omega^3 \quad (5.36)$$

Na slici 5.3 prikazan je dijagram raspoložive i potrebne snage za raspon brzina od  $V = 10 \frac{m}{s}$  do  $V = 80 \frac{m}{s}$  i visinu od  $H = 2000$  m.



Slika 5.3 Potrebna i raspoloživa snaga helikoptera

## 5.8. Motor

Funkcija motori daje podatke o raspoloživoj snazi motora ovisno o visini leta. Ulaz u skriptu je nazivna snaga motora na visini  $H = 0$  koja za helikopter Bo105 iznosi  $P_0 = 2 \cdot 313$  kW. Nakon toga se računa omjer tlaka i temperature na visini  $H = 0$  m i visini leta, te se aproksimira snaga koju motor može dati na visini leta prema jednadžbi:

$$P_M = P_0 \cdot \frac{p/p_0}{t/t_0} \quad (5.37)$$

gdje  $p$  i  $t$  označavaju tlak, odnosno temperaturu na visini leta, a  $p_0$  i  $t_0$  tlak i temperaturu na visini mora.

## 5.9. Podatci o helikopteru

U funkciji su navedeni osnovni podatci o helikopteru koji su prikazani u tablicama 2.1, 2.2 i 2.3 te se koriste kao ulazni podatci u skriptu koja računa parametre leta.



## 6. Model leta B

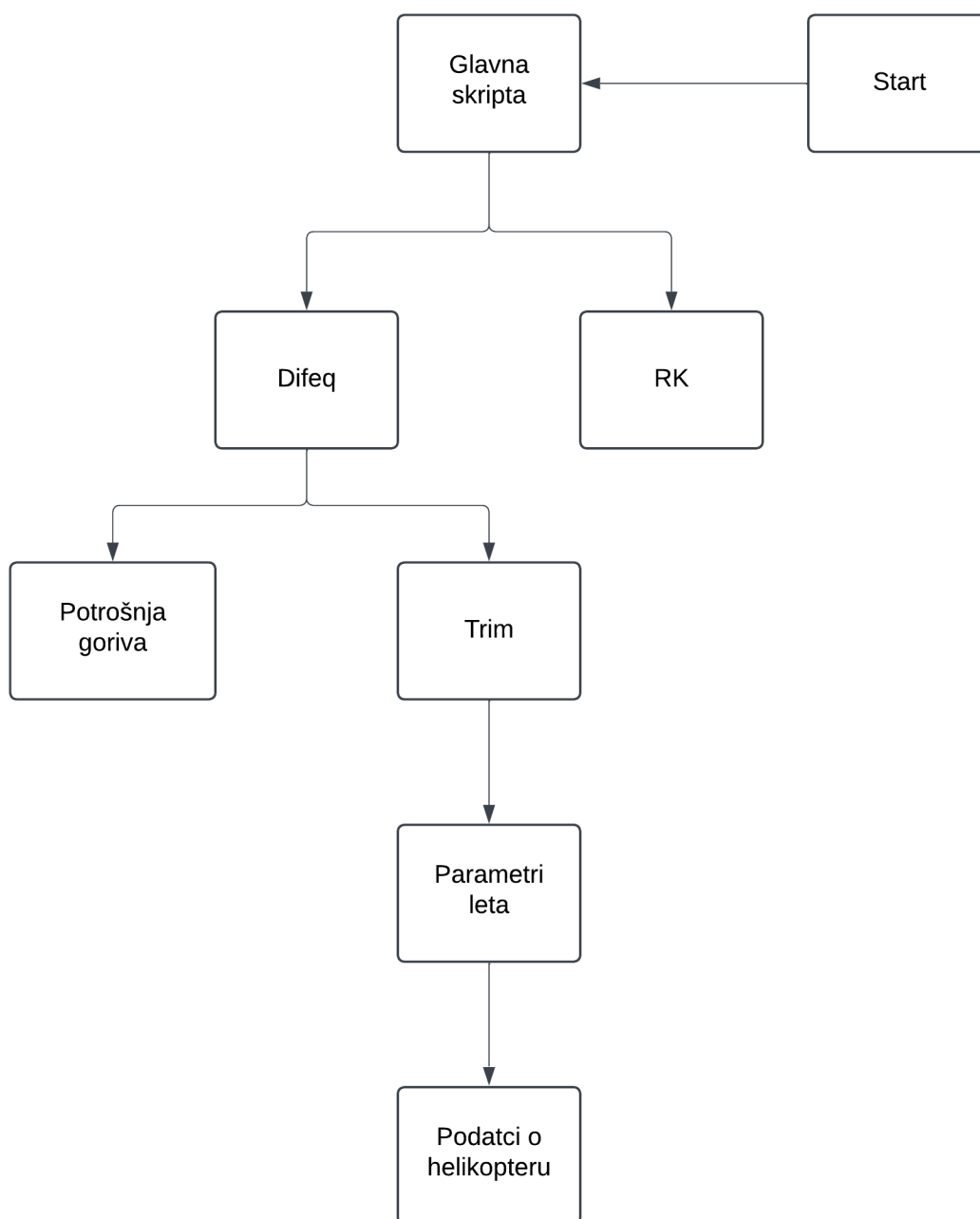
Nakon izrade modela leta koji je opisan u poglavlju 4, ustvrdilo se nekoliko bitnih činjenica. Model je izuzetno zahtjevan za pokretanje, te je izvođenje samog modela poprilično dugotrajan proces. Razlog tomu leži u činjenici kako je model sastavljen od više iteracijskih skripti, koje zahtijevaju veliku procesorsku snagu za rješavanje. Isto tako, računanje vrijednosti ravnotežnog leta prema Bramwell-u je izrazito kompleksno i iako bliže vrijednostima testiranja helikoptera, izvodi se značajno sporije od Van Hoydonck-ovog pristupa.

Druga činjenica je kako su iznosi uzgona trupa i repa, kao što je bilo i očekivano, izrazito mali brojevi, čiji je učinak na krajnji rezultat upitan. Isto tako, iznos otpora helikoptera bi se mogao pretpostaviti iz otpora frontalne površine helikoptera.

Uzimajući u obzir ove činjenice, pristupilo se izradi novog, jednostavnijeg modela gibanja materijalne točke, u kojem će se zanemariti sila uzgona trupa i repa, te će se sila otpora promatrati kao funkcija frontalne površine helikoptera. Isto tako, koristiti će se Van Hoydonck-ov pristup izračunu ravnotežnog leta, kako bi se model što je više moguće pojednostavnio.

To bi za rezultat trebalo imati smanjeni broj potrebnih iteracija, jednostavniju sliku aerodinamike helikoptera, te brže izvođenje simulacije.

Shema pojednostavljenog modela prikazana je na slici 6.1.



**Slika 6.1 Shema modela leta B**

Pojednostavljeni model se sastoji od osam skripti koje će biti objašnjene u narednim poglavljima.

### **6.1. Start**

Skripta start koncipirana je na isti način kao i u modelu A, te je objašnjena u poglavlju 5.1.

### **6.2. Glavna skripta**

Na početku skripte je određeno trajanje simulacije kao broj koraka integracije, pri čemu je, kao i u prvom modelu, korak postavljen na 0.02 sekunde. Nakon što se učitaju početni uvjeti iz skripte Start, započinje simulacija leta.

Pozivaju se skripte difeq i RK, te se integriraju diferencijalne jednadžbe modela gibanja središta mase helikoptera.

Nakon svakog vremenskog koraka, provjeravaju se uvjeti leta koji su postavljeni, te se izvođenje simulacije prekida ukoliko dođe do kršenja tih uvjeta. Uvjeti za prekid simulacije su identični kao u poglavlju 5.2.

### **6.3. RK integrator**

Način postavljanja Runge-Kutta integratora identičan je modelu A, te je opisan u poglavlju 5.4.

#### 6.4. Diferencijalne jednačbe

Jednačbe gibanja središta mase letjelice mogu se prilagoditi za helikopter, te se mogu postaviti diferencijalne jednačbe za intenzitet brzine i kutove leta. S obzirom da se u ovom modelu zanemaruje uzgon trupa i repa helikoptera, kao i da se otpor helikoptera računa kao otpor frontalne površine, odnosno:

$$L = 0 \quad (6.1)$$

i

$$D = D_{C_{D,S}} \quad (6.2)$$

Diferencijalne jednačbe gibanja središta mase letjelice će poprimiti oblik:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{T \sin \alpha_{TPP} + D}{m} - g \sin \gamma \quad (6.3)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP}}{mV} \cos \Phi - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (6.4)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{T \cos \alpha_{TPP}}{mV \cos \gamma} \sin \Phi \quad (6.5)$$

Integracijom jednačbe (6.3) računa se intenzitet brzine, jednačbe (6.4) kut penjanja helikoptera, a jednačbe (6.5) kut skretanja helikoptera.

Diferencijalne jednačbe položaja imaju oblik:

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \gamma \cos \chi \quad (6.6)$$

$$\frac{dy}{dt} = -V \cos \gamma \sin \chi \quad (6.7)$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \quad (6.8)$$

Integracijom jednačbe (6.6) računa se položaj na osi x, jednačbe (6.7) položaj na osi y i jednačbe (6.8) visina helikoptera.

Diferencijalna jednačba mase ima oblik:

$$\frac{dm}{dt} = -qms \quad (6.9)$$

gdje  $qms$  označava funkciju potrošnje goriva koja je objašnjena u poglavlju 5.6.

## 6.5. Trim prema Van Hoydonck-u

U skriptu se prvo poziva funkcija Parametri leta, koja daje informacije o potisku helikoptera i napadnom kutu glavnog rotora, a koja će biti objašnjena u poglavlju 6.6.

Nakon toga, prvi korak je izračun konstante Lock-ov broj prema jednadžbi:

$$\gamma = \frac{\rho C_{l\alpha} c R^4}{I_b} \quad (6.10)$$

gdje  $I_b$  predstavlja moment inercije lopatice rotora oko njenog korijena.

Lock-ov broj kvantificira kako će krak rotora reagirati na aerodinamičke sile u odnosu na vlastitu inerciju. Ako  $\gamma$  poprima veće vrijednosti to znači da su aerodinamičke sile dominantnije, što znači da krakovi brže reagiraju na promjene u strujanju zraka. Ako  $\gamma$  poprima niže vrijednosti to znači da su krakovi tromiji i da će sporije reagirati na promjenu aerodinamičkih parametara. Nakon izračuna Lock-ova broja, slijedi izračun ukupne sile otpora koristeći jednadžbu (3.3)

Kao što je navedeno u uvodu poglavlja, ukupna sila otpora u pojednostavljenom modelu se aproksimira kao sila otpora frontalne površine helikoptera. Nakon proračuna u prvom modelu, gdje je u obzir uzeta aproksimacija iz knjige Gareth-a Padfield-a, zaključilo se kako je procjena  $C_{D,S}$  bila pre velika, te se ona u trenutnoj verziji modela uzima kao

$$C_{D,S} = 1.05 \text{ m}^2 \quad (6.11)$$

Slijedi izračun koeficijenta napredovanja  $\mu$  koji se računa prema jednadžbi (4.17) te koeficijenta potiska prema jednadžbi (3.4).

Iterativno se računa inducirana brzina na rotoru prema jednadžbi (5.25), nakon čega se računa koeficijent inducirane brzine  $\lambda_i$  prema jednadžbi (5.27).

Koeficijent brzine struje  $\lambda$  se računa prema jednadžbi (5.28).

Nadalje, potrebno je riješiti sustav dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice iz jednadžbi (3.6) i (3.7) iz kojih je potrebno izračunati kolektivni kut glavnog rotora  $\theta_0$  i uzdužni kut mahanja  $\alpha_1$ .

Ravnotežni ciklični postavni kut  $B_1$  moguće je izračunati nakon što je poznat  $a_1$ , prema jednadžbi (3.8).

## 6.6. Parametri leta

Prvo se poziva skripta podatci o letjelici koja sadrži geometrijske podatke helikoptera, a opisana je u poglavlju 5.10

Nakon pozivanja skripte s generalnim podacima, računa se otpor kako je opisano u poglavlju 6.5.

Uzimanjem u obzir uvjete ravnotežnog leta i manipulacijom jednačbom za intenzitet brzine leta(6.3), ona poprima sljedeći oblik:

$$-T \cdot \sin(\alpha_{TPP}) - D = W \cdot \sin(\gamma) \quad (6.12)$$

Isto se može učiniti s jednačbom kuta propinjanja (6.4) koja poprima sljedeći oblik:

$$T \cdot \cos(\alpha_{TPP}) = W \cdot \cos(\gamma) \quad (6.13)$$

Dijeljenjem jednačbi (6.15) i (6.16) dobiva se sljedeći izraz:

$$\frac{\sin(\alpha_{TPP})}{\cos(\alpha_{TPP})} = \frac{-W \cdot \sin(\gamma) - D}{W \cdot \cos(\gamma)} \quad (6.14)$$

Iz kojeg slijedi:

$$\tan(\alpha_{TPP}) = \frac{-W \cdot \sin(\gamma) - D}{W \cdot \cos(\gamma)} \quad (6.15)$$

Rješavanjem jednačbe (6.18) lako se računa napadni kut glavnog rotora.

Sljedeći korak je izračun potiska glavnog rotora. Uz pretpostavke pojednostavljenog modela o zanemarivanju uzgona tijela i repa, kao i o pojednostavljenom izračunu otpora, te zadržavajući pretpostavke prvog modela o zanemarivanju sile otpora glavnog rotora, sila potiska se može proračunati vektorski sa slike 3.3. Jednačba sile potiska u ovom slučaju glasi:

$$T = \frac{W}{\cos(\alpha_{TPP})} \quad (6.16)$$

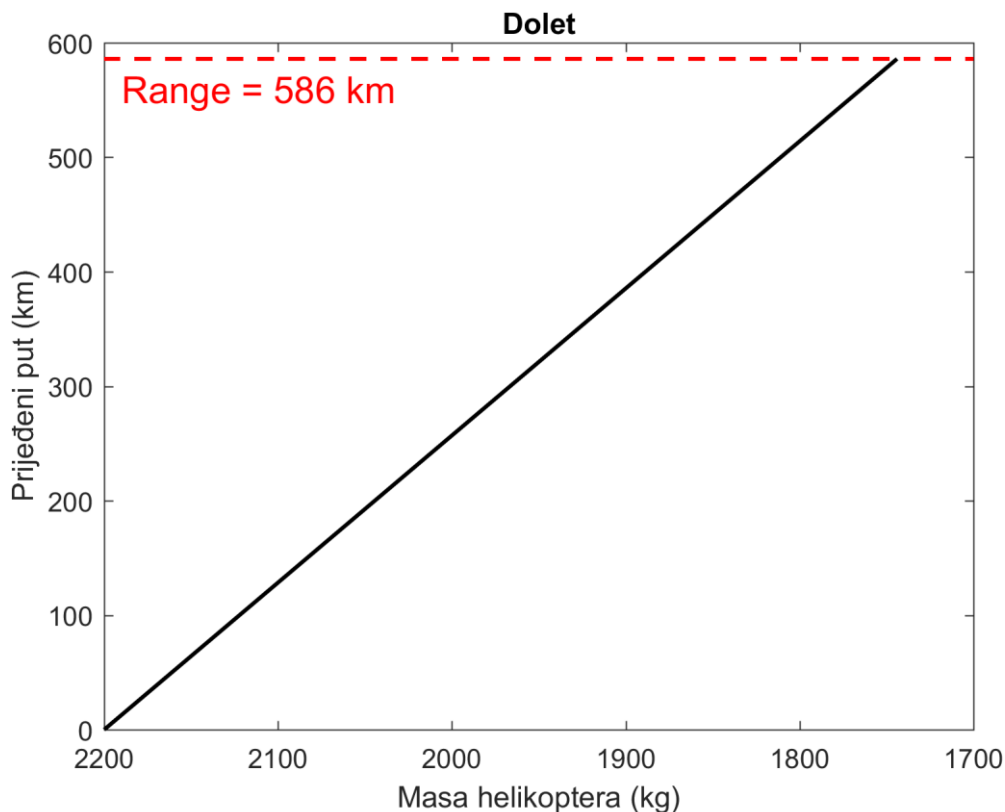


## 7. Rezultati

U ovom poglavlju prikazati će se rezultati simulacija, te će se prikazati usporedbe između simulacija A i B, kao i usporedbe određenih parametara helikoptera sa letačkim priručnikom radi verifikacije modela.

### 7.1. Dolet

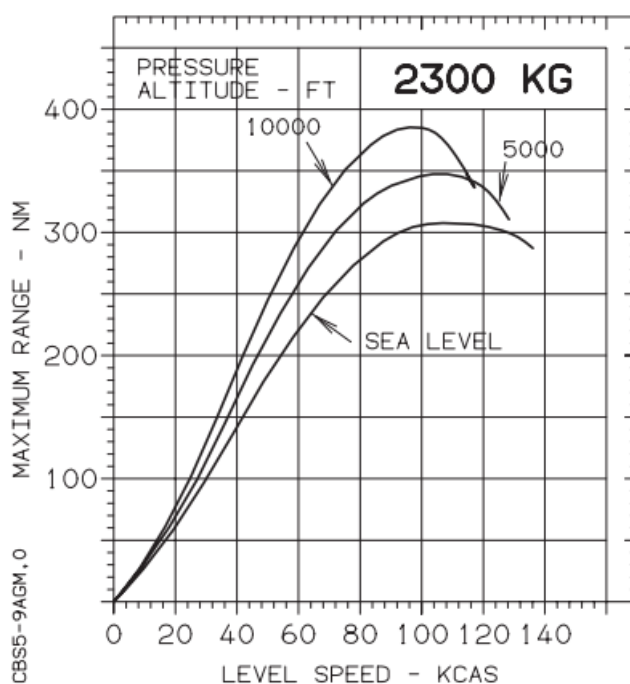
Maksimalni dolet je dobiven na način da helikopter u modelu leta leti pravocrtnim horizontalnim letom sa spremnikom goriva od 456 kilograma. Brzina leta iznosi konstantnih  $V = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , a visina je  $H = 2000 \text{ m}$ . Simulacija je prekinuta nakon što je potrošeno svo gorivo, što je modelirano kao pad ukupne mase helikoptera za 456 kilograma na vrijednost  $m = 1744 \text{ kg}$ . Na slici 7.1 prikazan je prijeđeni put helikoptera u ovisnosti o potrošenom gorivu u modelu leta A.



Slika 7.1 Dolet modela leta A

Kao što je vidljivo sa dijagrama, simulacija je prekinuta nakon prijeđenih 586 kilometara, što označava maksimalni dolet helikoptera prema modelu.

Na slici 7.2 je prikazan dijagram maksimalnog doleta iz priručnika leta za helikopter Bo105.



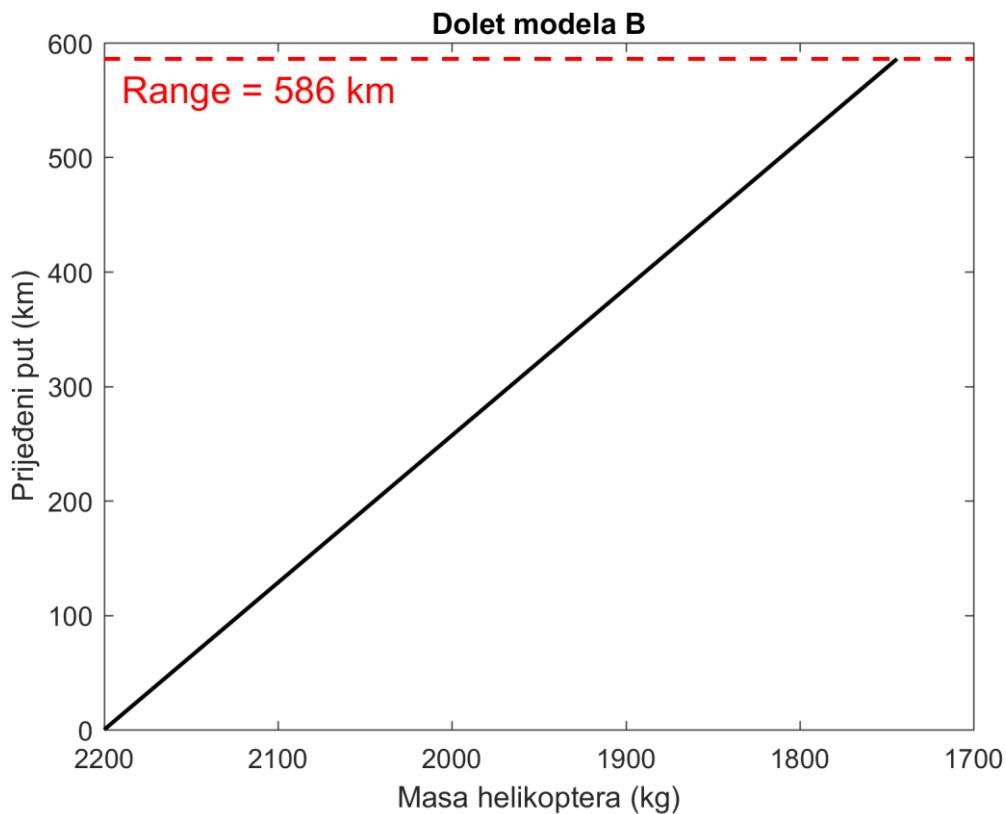
**Slika 7.2 Maksimalni dolet prema priručniku leta [6]**

Dijagram je zadan za masu polijetanja od 2300 kilograma, dok je masa helikoptera u modelu 2200 kilograma ali ta razlika će biti zanemariva u konačnom rezultatu.

Brzina je na dijagramu prikazana u čvorovima, visina u stopama, a maksimalni dolet u nautičkim miljama. Kako bi mogli usporediti dolet sa modelom, potrebno je preračunati mjerne jedinice pri čemu brzina iznosi  $V = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 77.75 \text{ kt}$ , a visina  $H = 2000 \text{ m} = 6500 \text{ ft}$ . Iz dijagrama se da očitati kako maksimalni dolet iznosi otprilike 320 nautičkih milja što je preračunato u kilometre 592.64 kilometra.

Usporedbom modela sa priručnikom leta vidljivo je kako se razlikuju u svega 1.12% što se smatra dovoljno točnim.

Isto je napravljeno i sa modelom leta B čiji je prijeđeni put u ovisnosti o potrošnji goriva prikazan na slici 7.3.



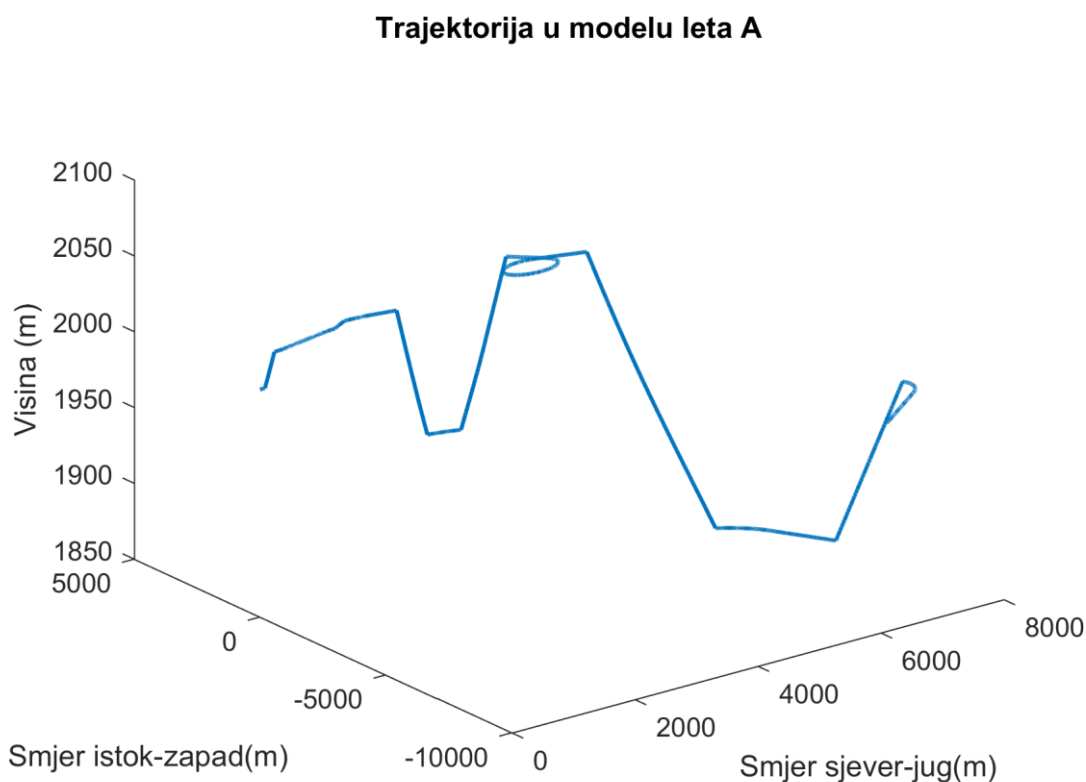
**Slika 7.3 Dolet modela leta B**

S dijagrama je vidljivo kako je maksimalni dolet na modelu leta B identičan maksimalnom doletu modela leta A čime se i model B smatra dovoljno dobrim u smislu doleta i potrošnje goriva.

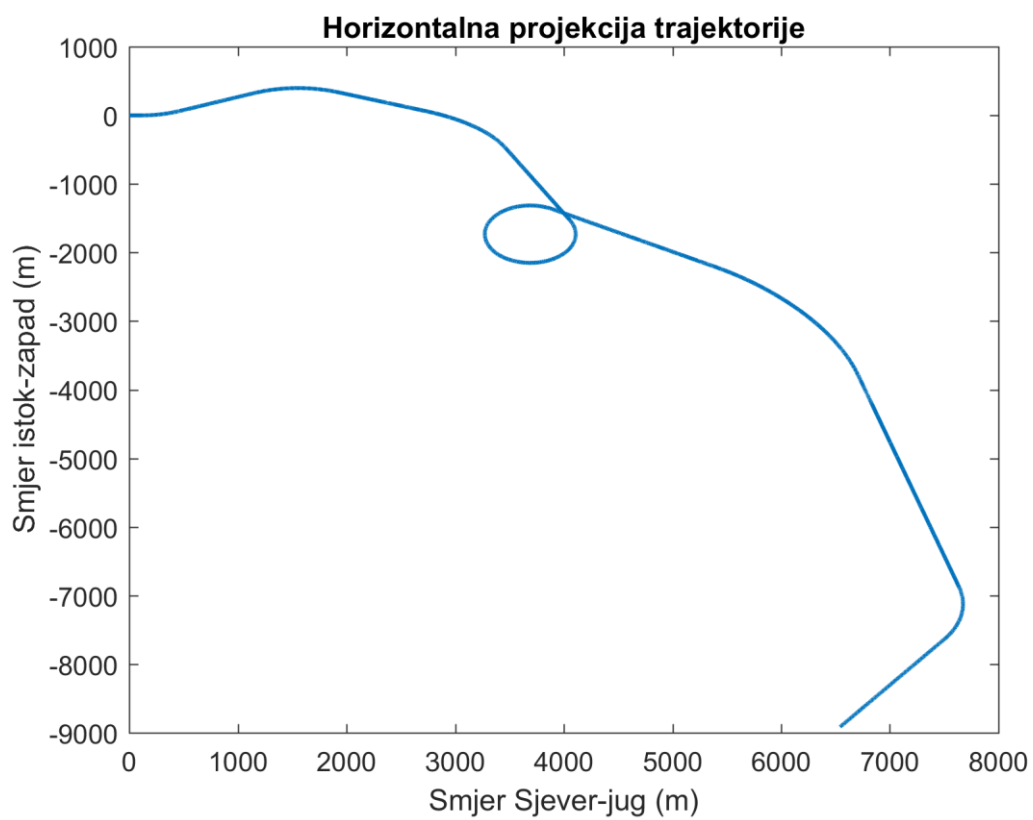
Kod oba modela, ovaj let je trajao četiri sata i četiri minute, što se isto tako poklapa sa istrajnosti leta iz letačkog priručnika, za zadane uvjete, unutar jedan posto.

## 7.2. Let unaprijed određenim komandama pilota

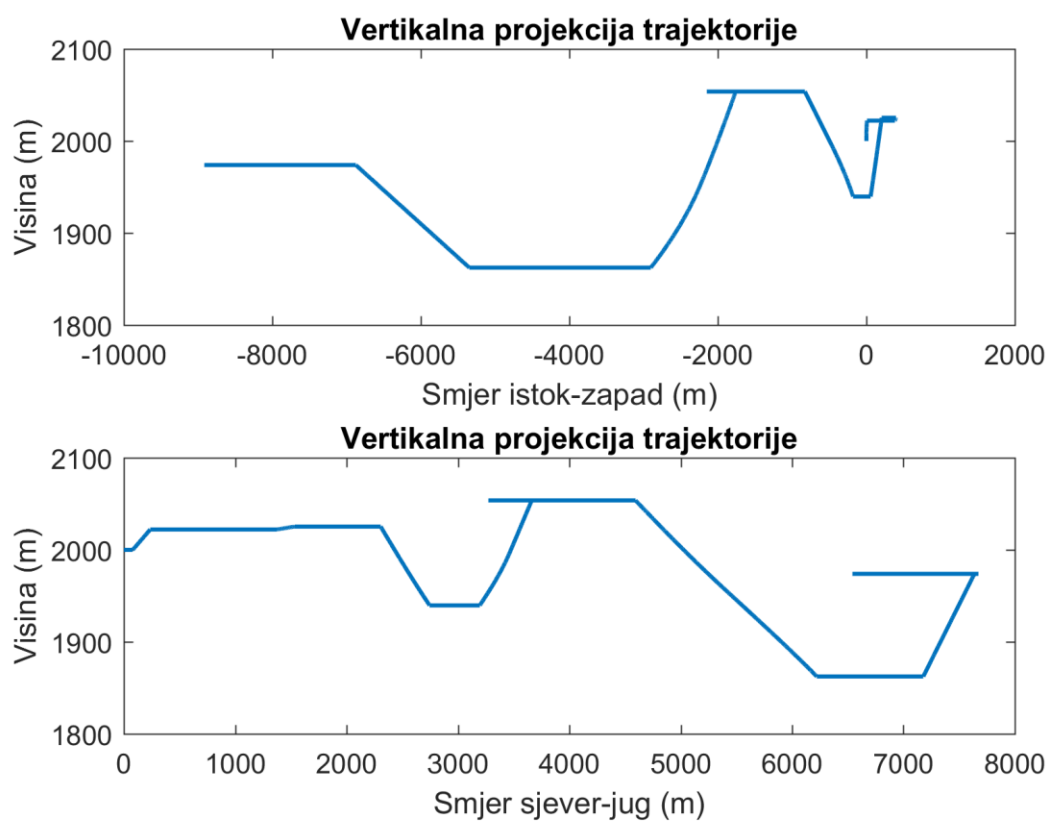
Kako bi se prikazali svi parametri leta u modelu su se simulirali pomaci upravljačkih palica pilota, na način da su se zadavali otkloni upravljačkih kutova, tj. otkloni kolektivnog kuta glavnog rotora, uzdužnog cikličnog postavnog kuta i bočnog cikličnog postavnog kuta. Trajektorija nastala iz takvog leta prikazana je na slici 7.4. Zbog jasnijeg praćenja trajektorije, na slikama 7.5 i 7.6 prikazane su vertikalna i horizontalna projekcija same trajektorije.



**Slika 7.4** Trajektorija leta prema modelu A

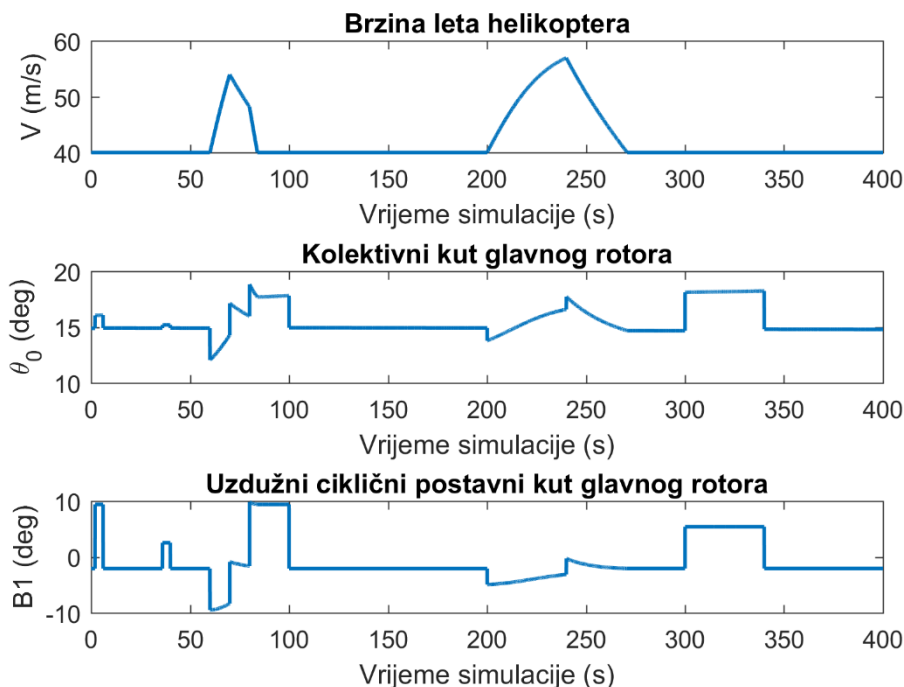


**Slika 7.5 Horizontalna projekcija trajektorije modela A**



Slika 7.6 Vertikalne projekcije trajektorije modela A

Brzina leta helikoptera, zajedno s promjenama uzdužnih komandi pilota, odnosno cikličnog postavnog kuta i kolektivnog kuta prikazani su na slici 7.7.



Slika 7.7 Brzina leta i uzdužne komande pilota

Usporedbom trajektorije i uzdužnih komandi pilota vidljivo je kako se pomak ciklične palice mora korigirati pomicanjem kolektivne palice. Pomicanjem ciklične palice u pozitivnom smjeru visina raste, dok pomicanjem u negativnu opada.

Pozitivni pomaci ciklične palice se balansiraju povećanjem kolektivnog kuta, što rezultira povećanjem pogonske sile, odnosno njene vertikalne komponente koja predstavlja glavnu uzgonsku silu rotora, a samim time i helikoptera. Zbog tog sprega kolektivne i ciklične palice helikopter zadržava konstantnu brzinu tijekom penjanja.

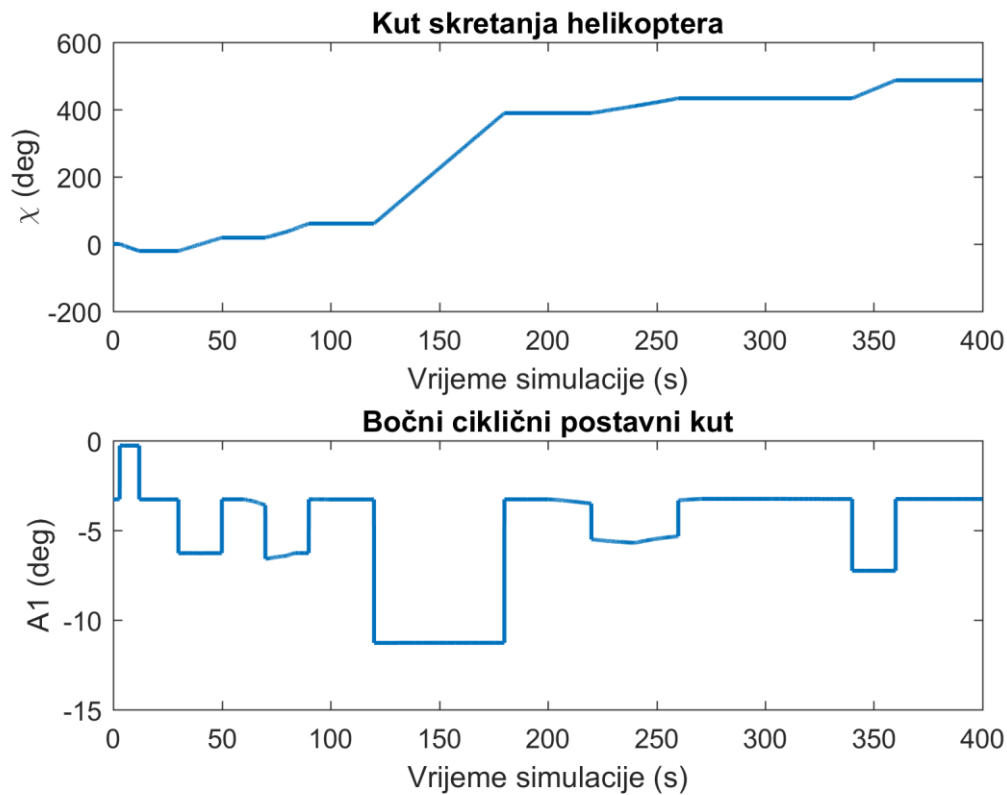
Pomicanje ciklične palice u negativnom smjeru balansira se smanjenjem kolektivnog kuta glavnog rotora, pri čemu je cilj smanjiti silu potiska i na taj način gubiti na visini. Ono što je vidljivo sa slike 7.7 je kako brzina leta raste prilikom smanjenja visine.

Do povećanja brzine prilikom spuštanja dolazi zbog pretvorbe potencijalne energije u kinetičku prilikom pada visine. Struja optjecanja rotora se pojačava, te daje energiju rotoru koji zbog toga povećava uzgonsku silu. Uslijed tog povećanja uzgonske sile, rotor višak energije mora pretočiti u povećanje brzine kako bi nastavio gubiti na visini.

Vidljivo je isto tako kako se već prije završetka spuštanja brzina kreće stabilizirati, te se potpuno stabilizira vrlo brzo nakon ponovnog postizanja ravnoteže helikoptera na određenoj visini.



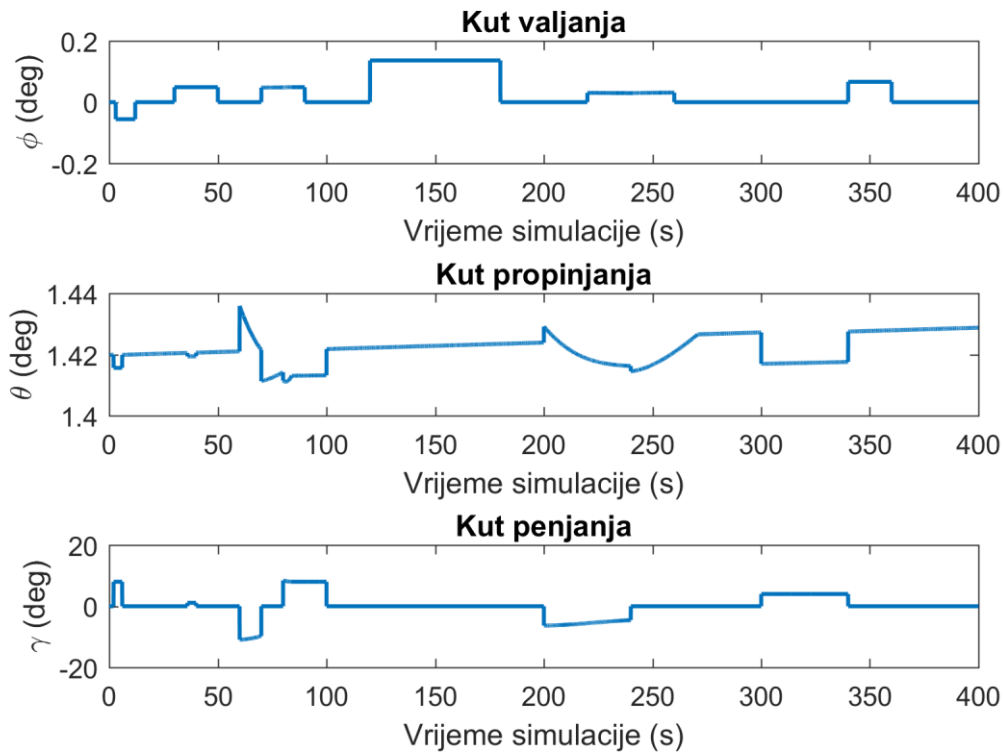
Promjena bočnog cikličnog kuta prikazana je na slici 7.8, kao i promjena kuta skretanja.



**Slika 7.8 Kut skretanja i bočni ciklični postavni kut**

Pomicanjem bočne ciklične palice u negativnom smjeru helikopter se valja u lijevo, dok se pomicanjem u pozitivnom smjeru, helikopter valja desno. Iz slike 7.7 vidljivo je kako brzina tijekom valjanja ostaje konstantna, kao i kolektivni i uzdužni ciklični kut. Razlog tomu leži u pretpostavci kako su uzdužna i bočna stabilnost odvojene.

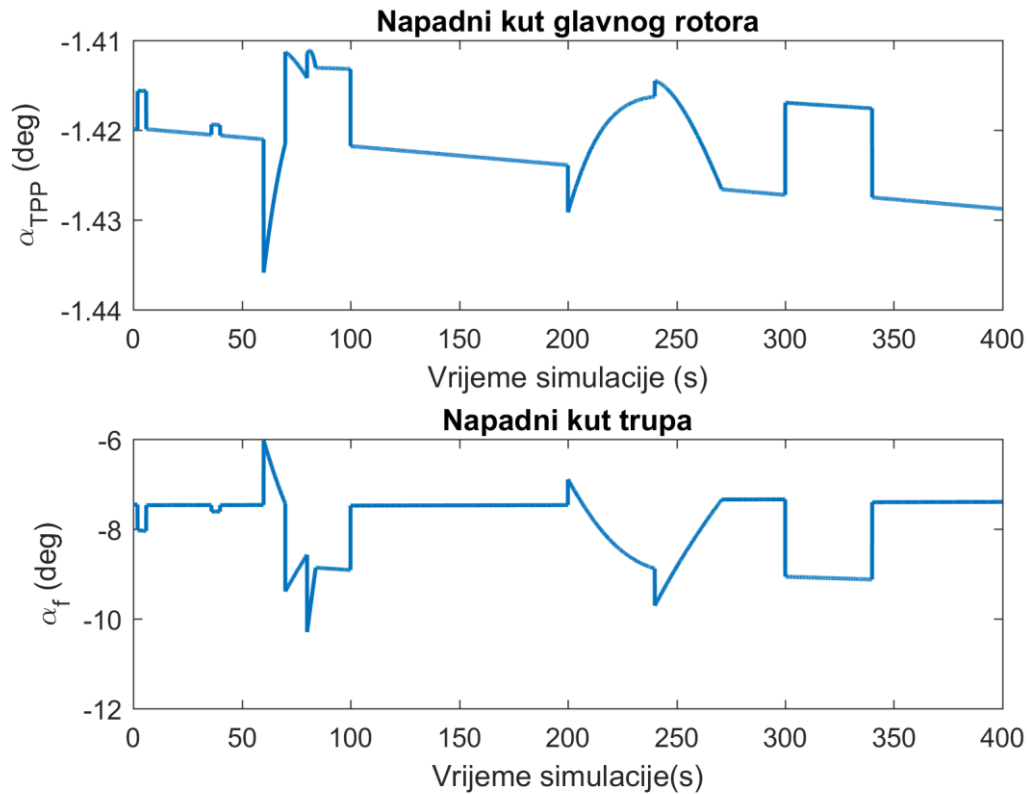
Na slici 7.9 prikazani su kut valjanja, kut propinjanja i kut penjanja helikoptera.



**Slika 7.9 Stav helikoptera**

Usporedbom slike 7.8 i 7.9 vidljivo je kako promjena bočnog cikličnog kuta utječe na kut valjanja helikoptera. Isto tako, usporedbom slika 7.7 i 7.9 vidljiv je utjecaj kolektivnog kuta i uzdužnog cikličnog kuta na kut penjanja i kut propinjanja.

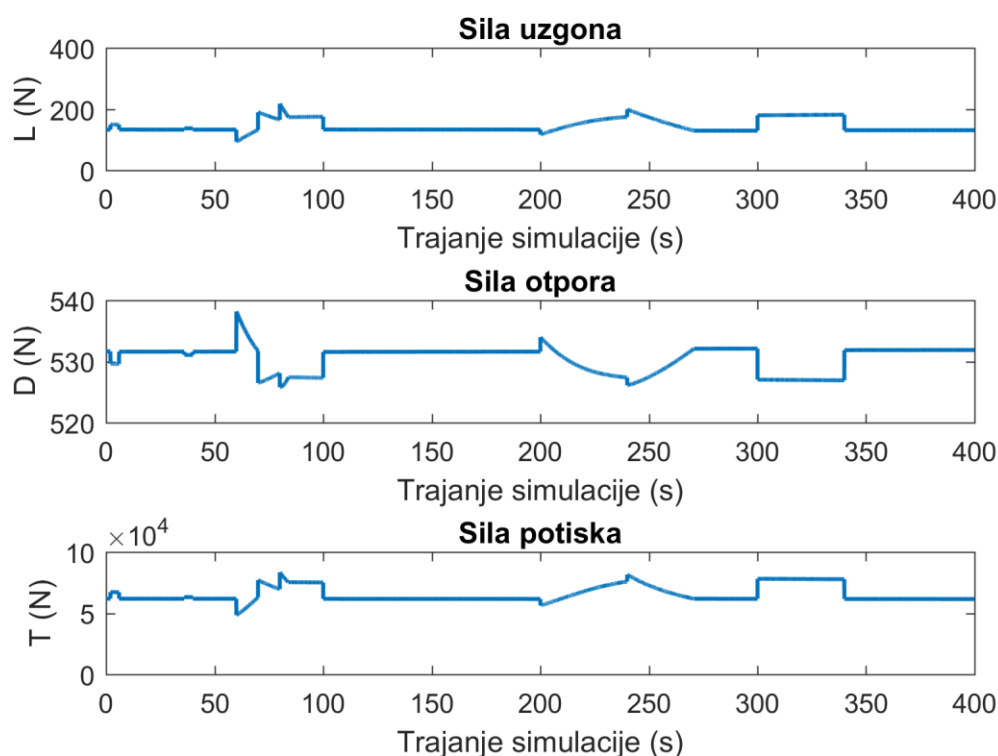
Promjena napadnog kuta glavnog rotora, napadnog kuta trupa helikoptera i uzdužnog kuta zamahivanja prikazana je na slici 7.10.



**Slika 7.10** Napadni kut glavnog rotora i trupa

Usporedbom slike 7.9 i 7.10 može se usporediti napadni kut glavnog rotora i kut propinjanja, gdje je lako zamijetiti kako su ta dva dijagrama zapravo zrcaljena, što odgovara očekivanim vrijednostima.

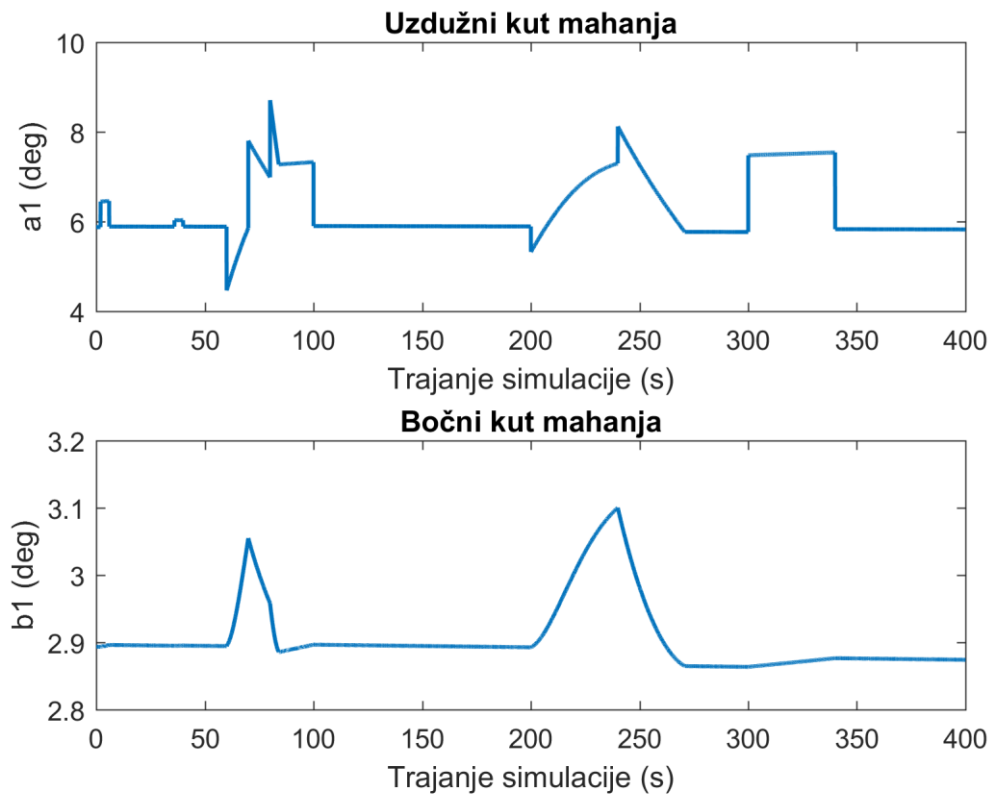
Promjene sile uzgona, sile otpora i sile potiska glavnog rotora prikazane su na slici 7.11.



**Slika 7.11 Sile na helikopter**

Usporedbom slike 7.7 sa dijagramom sile potiska sa slike 7.11 uočava se poveznica sile potiska i povećanja brzine leta prilikom spuštanja. Uzme li se za primjer spuštanje između 60-e i 90-e sekunde leta, uočljivo je kako se na početku spuštanja ciklična palica pomiče u negativnom smjeru, kao i kolektivna palica. Zadavanjem tih komandi dolazi do pada sile potiska u prvom trenutku što je vidljivo na slici 7.11 no u sljedećih desetak sekundi sila potiska ne samo da se vraća na prvobitnu vrijednost, već i dodatno raste. Kako je cilj spuštanja gubitak visine, taj višak potiska se mora usmjeriti prema povećanju brzine leta kako ne bi došlo do zadržavanja visine. Nakon što se upravljački kutovi vrte na ravnotežne vrijednosti, dolazi do naglog pada brzine, rasta kuta propinjanja, kao i rasta kuta penjanja, te se vrlo brzo helikopter vraća u horizontalni ravnotežni let na novoj visini.

Brzina leta i uzdužni i bočni kut zamahivanja prikazani su na slici 7.12

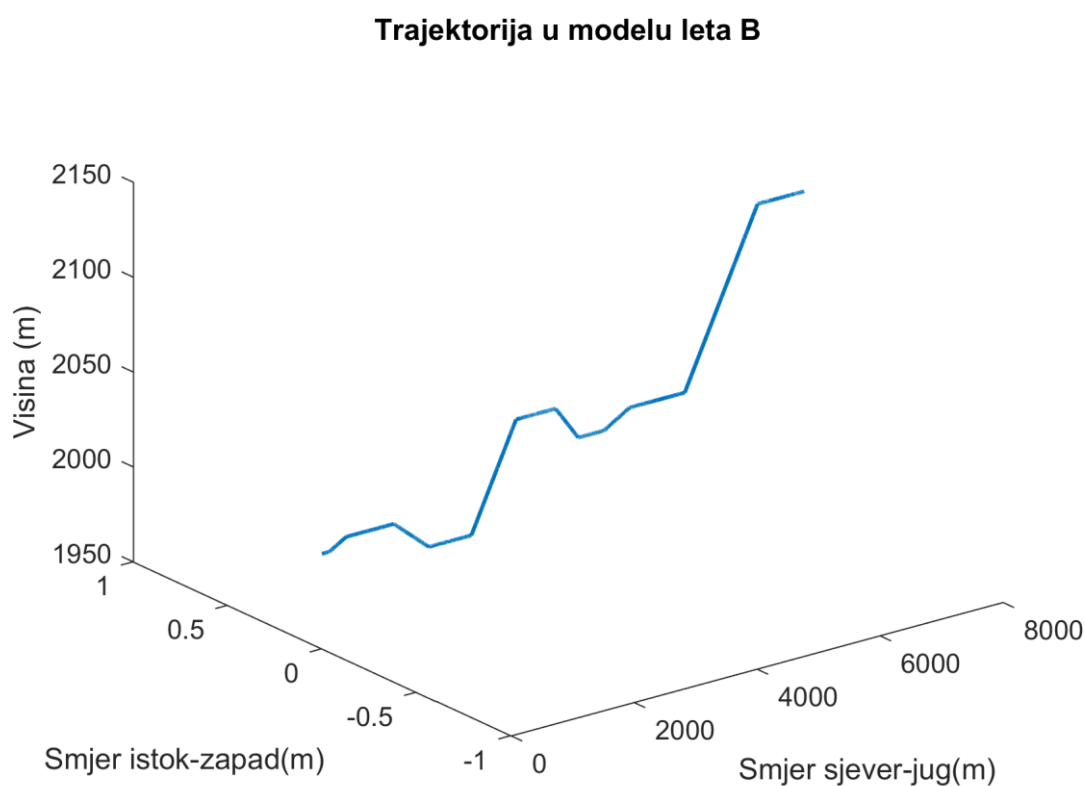


Slika 7.12 Kutovi mahanja i brzina

### 7.3. Let modela leta B

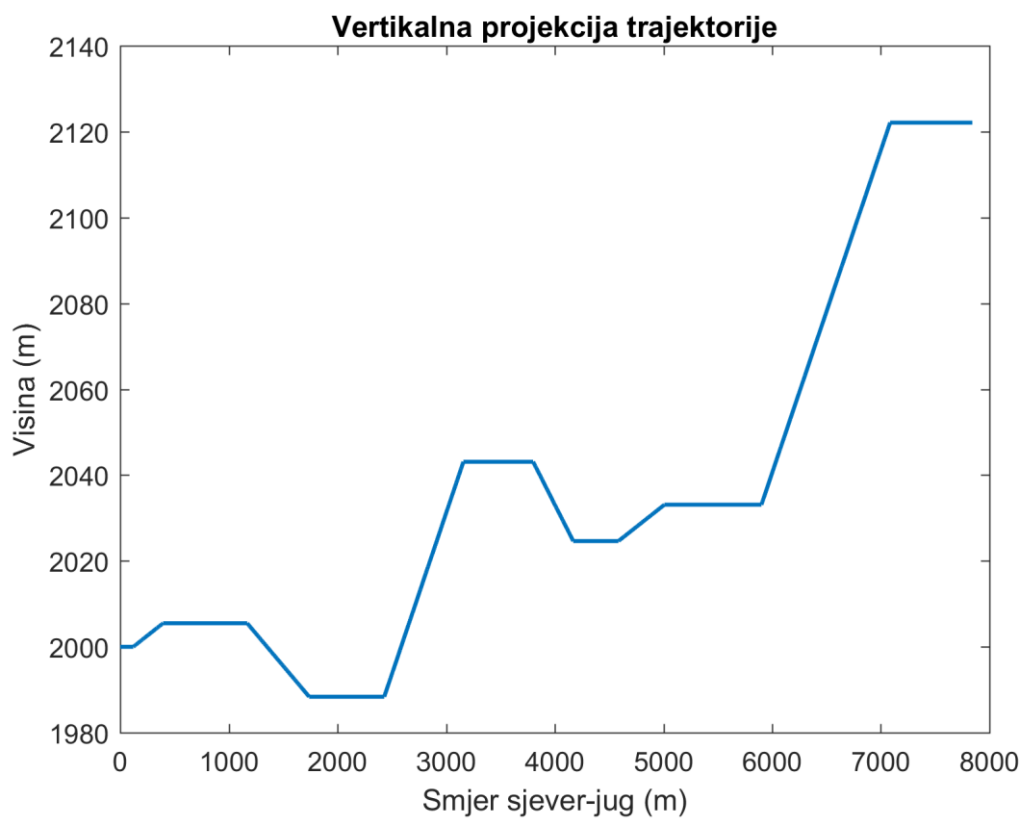
S obzirom kako je model B značajno pojednostavljen, te koristi prvu verziju proračuna trima zbog brzine izvođenja, jedna od mana je i nepostojanje bočnog trima helikoptera. To znači kako bi dodavanje bilo kakvih bočnih komandi modelu rezultiralo gubitkom bočne stabilnosti, tako da će se primjer leta iz modela B ograničiti na horizontalni ravnotežni let, te penjanje i spuštanje.

Na slici 7.13 je prikazana trajektorija primjera leta modela B.



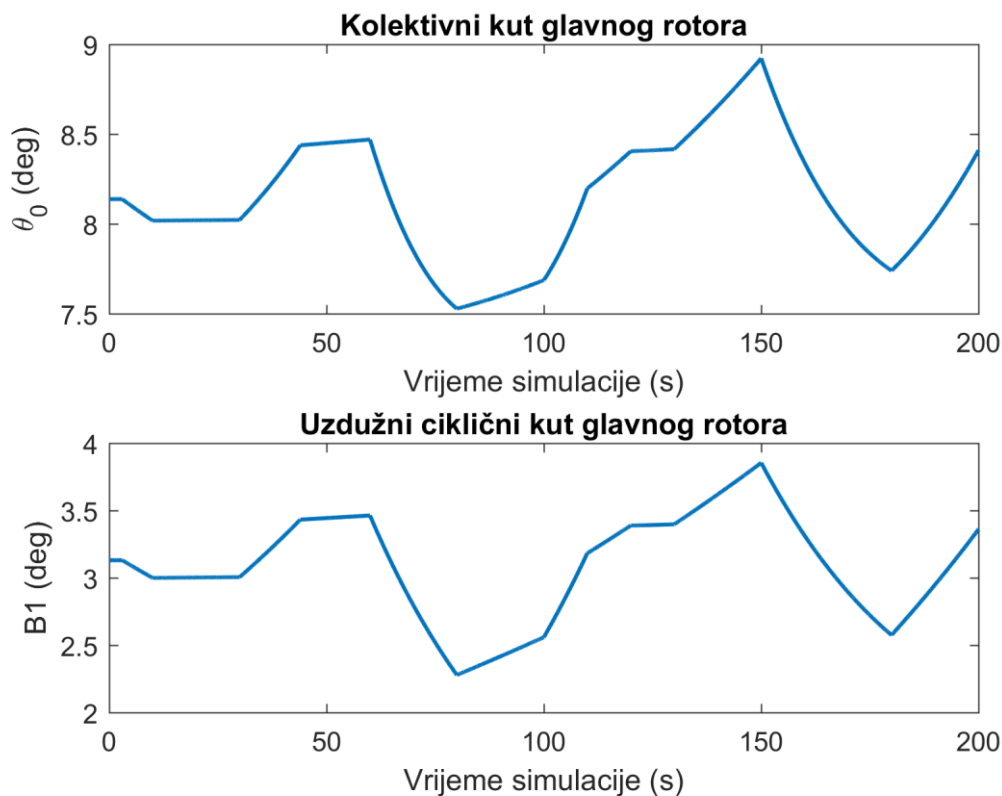
Slika 7.13 Trajektorija modela leta B

Na slici 7.14 prikazana je projekcija trajektorije zbog lakšeg praćenja.



**Slika 7.14 Projekcija trajektorije modela B**

Na slici 7.15 prikazane su uzdužne komande pilota, kolektivni kut glavnog rotora i ciklični kut glavnog rotora.



**Slika 7.15 Uzdužne komande modela B**

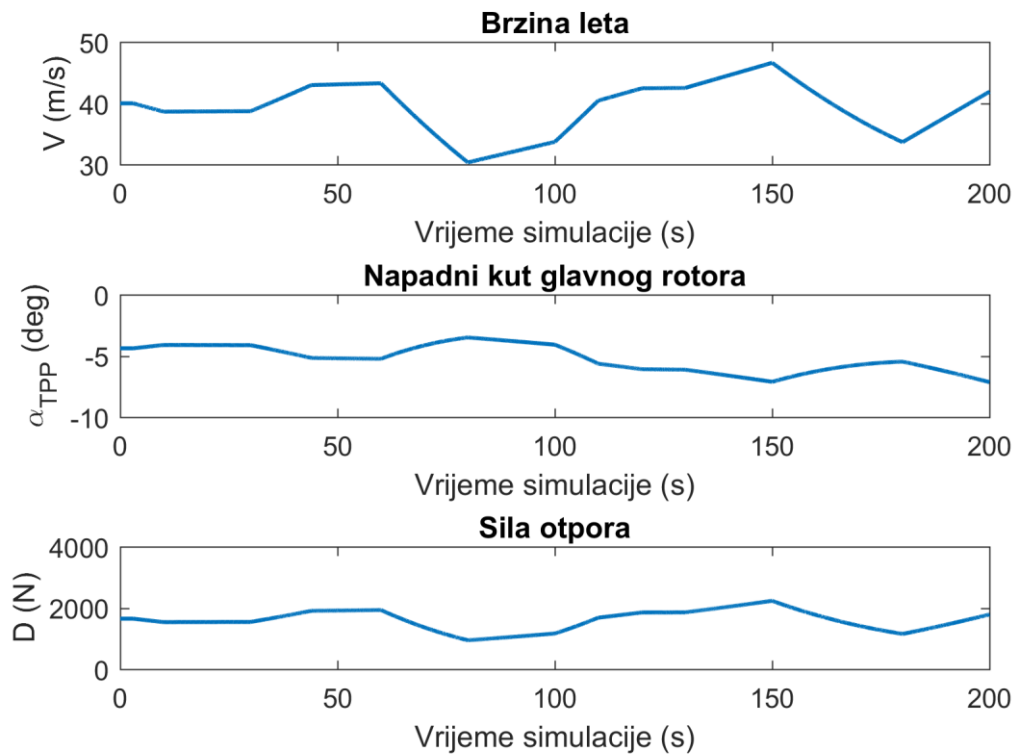
Usporedbom trajektorije modela leta B i uzdužnih komandi pilota, vidljivo je kako se pomicanjem uzdužnog cikličnog kuta u negativnom smjeru visina povećava, dok se to pomicanje kompenzira smanjenjem kolektivnog kuta. Ono što je neobično prilikom toga je da dolazi do povećanja visine, a visina bi se u tom slučaju trebala smanjivati.

Takvo ponašanje se može objasniti na način da se energija rotora koristi za povećanje visine zbog čega dolazi do pada brzine, kao što se vidi na slici 7.16. Vektor sile potiska se pomiče u vertikalnom smjeru, zbog čega dolazi do smanjenja njegove horizontalne komponente, a povećanja vertikalne. To se očituje i blagom promjenom napadnog kuta rotora u pozitivnom smjeru, što je također vidljivo na slici 7.16.



Pomicanje uzdužnog cikličnog kuta u pozitivnom smjeru kompenzira se povećanjem kolektivnog kuta. Takvim pomicanjem pilot obično ima namjeru postići povećanje visine, no u modelu dolazi do njenog pada. To se može objasniti položajem napadnog kuta glavnog rotora tijekom tog manevra koji se naginje u negativnom smjeru i samim tim usmjerava vektor potiska prema horizontalnom smjeru, povećavajući brzinu. Rezultat toga je naravno smanjenje vertikalne komponente sile potiska, što rezultira gubitkom visine.

Na slici 7.16 prikazani su brzina leta, napadni kut glavnog rotora i sila otpora helikoptera.



**Slika 7.16 Brzina leta, napadni kut rotora i sila otpora modela B**

Isto tako, vidljivo je kako se brzina prilikom izlazaka iz penjanja i spuštanja jako teško i sporo stabilizira, što znači kako trim helikoptera u tim uvjetima nije na zadovoljavajućoj razini.

#### **7.4. Usporedba modela A i modela B**

Usporede li se modeli A i B, lako je uočljivo kako je model A značajno precizniji i točniji u pogledu parametara leta. Upravljanje modelom daje očekivane i realne rezultate, te je stabilnost modela zadovoljavajuća. Isto tako, model A, uz uzdužnu dinamiku, sadrži i bočnu, što ga značajno upotpunjuje.

Model B se s druge strane izvodi nekoliko desetaka puta brže od modela A, te je značajno jednostavniji, dok je otprilike jednako točan kao i model A ako se u obzir uzme isključivo horizontalni ravnotežni let. Kao takav i dalje može biti od značajne koristi prilikom provjere maksimalnog doleta helikoptera, te planiranja puta.

## 8. Zaključak

U radu je prikazan i objašnjen postupak izrade modela leta helikoptera zasnovanog na modelu gibanja materijalne točke. Prikazana su dva postupka proračuna ravnotežnog leta helikoptera. Proračun prema Van Hoydonck-u, koji je jednostavniji iz razloga što koristi pretpostavke koje reduciraju broj nepoznanica u jednadžbama, ali koje ne moraju nužno biti potpuno točne za sve uvjete leta. Iz tog razloga su rezultati parametara ravnotežnog leta manje precizni od drugog pristupa, prema Bramwell-u. Pristup prema Bramwell-u zasniva se na iterativnom računanju parametara ravnotežnog leta, te uz parametre uzdužne ravnoteže, računa i parametre bočne ravnoteže. Nedostatak tog pristupa je što je iterativni izračun nekoliko puta sporiji i zahtjeva veću procesorsku snagu. Usporedbom rezultata trim-a prema Bramwell-u sa rezultatima letačkog testiranja, vidljivo je kako rezultati za kolektivni postavni ravnotežni kut koreliraju sa rezultatima letačkog testiranja za cijeli raspon brzina. Rezultati za ciklični uzdužni postavni ravnotežni kut isto tako koreliraju sa rezultatima letačkog testiranja, ali do brzine od oko 45 m/s.

Izrađena su dva modela leta helikoptera različite kompleksnosti. Model leta A značajno je kompleksniji model, koji za proračun ravnotežnog leta koristi pristup prema Bramwell-u, kao i aproksimacije testiranja iz aerotunela prema Padfield-u [3] za izračun otpora i uzgona trupa i repa helikoptera. Zbog sveobuhvatnosti modela iz rezultata je moguće vidjeti kompletnu sliku opstrujavanja glavnog i repnog rotora helikoptera te spregu dinamike između glavnog rotora i trupa helikoptera. Također su modelirani pomaci komandnih palica zbog čega je moguće upravljati modelom leta.

Model leta B je pojednostavljen zbog korištenja trim-a prema Van Hoydonck-u te zanemarivanja utjecaja trupa helikoptera na dinamiku leta. Kao takav, model se znatno brže računa i zahtjeva manju procesorsku snagu, ali ima određene nedostatke. To su prije svega nedostatak bočne ravnoteže, kao i nemogućnost prikaza sprege rotora i trupa što rezultira manje preciznim rezultatima. Nadalje, iz rezultata testiranja, vidljivo je kako trim helikoptera nije zadovoljavajući jer se parametri leta nakon pobude izrazito sporo stabiliziraju. Model se može primijeniti za planiranje leta i za procjenu doleta, gdje je u rezultatima testiranja, kao i model leta A, pokazao točnost unutar 1.14% u usporedbi za službenim letačkim priručnikom.

Za daljnji razvoj modela leta A bilo bi korisno dodati dinamiku trupa i rotora tijekom lebdenja te spuštanje i penjanje tijekom lebdenja. Nadalje, korisno bi bilo dodati sustav upravljanja s pilotom u petlji u stvarnom vremenu kako bi se postojećim modelom moglo upravljati u stvarnom vremenu. Također, skripta razvijena za trim prema Bramwell-u mogla bi se upotrijebiti prilikom razvoja 6DOF modela leta helikoptera u simulatoru.

**LITERATURA**

- [1] Airplane market. Dostupno: <https://airplane-market.com> [23.listopada 2024.]
- [2] Padfield G. D.: Helicopter flight dynamics: The theory and application of flying qualities and simulation modelling, second edition, Oxford, 2007.
- [3] Bramwell, A. R. S., Done, G., Balmford, D.: Bramwell's helicopter dynamics, second edition, Oxford, 2001.
- [4] Van Hoydonck, W. R. M.: Report of the helicopter performance, stability and control practical AE4-213, Delft, 2003.
- [5] Caliskan, S.: Development of forward flight trim and longitudinal dynamic stability codes and their application to a UH-60 helicopter, Middle East Technical University, 2009.
- [6] Vrdoljak, M.; Osnove aerodinamike i mehanike leta helikoptera, Zagreb, 2017.
- [7] Vrdoljak, M. , Zovak I.: Application of the steady state model for flight path planning of the fighter airplane including take-off and landing, Zagreb
- [8] EUROCOPTER Deutschland: Bo105 CB-5/CBS-5 Approved rotorcraft flight manual, Donauworth, 1995.
- [9] Janković, S.: Mehanika leta zrakoplova, Zagreb, 2001.