Utjecaj trenja pri ispitivanju nosivosti korijena zuba na dinamičkoj kidalici

Vukić, Mislav

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:184575

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mislav Vukić

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Student:

Izv. prof. dr. sc. Krešimir Vučković, dipl. ing. Mislav Vukić

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru izv. prof. dr. sc. Krešimiru Vučkoviću na korisnim savjetima i ispravcima te što mi je omogućio izradu ovog rada svojim mentorstvom i nesebično pomogao svojim stručnim znanjem i iskustvom. Također se zahvaljujem svim profesorima, asistentima i kolegicama i kolegama studentima koji su mi na bilo koji način pomogli tijekom preddiplomskog studija.

Mislav Vukić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Mislav Vukić** Mat. br.: 0035204254

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Utjecaj trenja pri ispitivanju nosivosti korijena zuba na dinamičkoj kidalici**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Effect of friction in a gear single tooth bending fatigue test**

Opis zadatka:

Zamorni lom korijena zuba zupčanika javlja se kao posljedica cikličke naravi opterećenja. Zbog otežanog pristupa i relativno velikih brzina vrtnje, eksperimentalno određivanje dinamičke nosivosti korijena zuba zupčanika u radu je iznimno zahtjevno. Ispitivanjem zupčanika na dinamičkoj kidalici izbjegavaju se navedeni problemi budući da je zupčanik fiksiran u ispitnom postolju. Kako se po jednom ispitivanju istovremeno ciklički opterećuju samo dva zuba (ispitni i reaktivni), na jednom ispitnom zupčaniku moguće je provesti više ispitivanja te je ovaj način ujedno i ekonomski isplativiji.

U radu je, primjenom metode konačnih elemenata, potrebno modelirati utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba pri ispitivanju dinamičke nosivosti korijena zuba na dinamičkoj kidalici:

- prema metodi i parametrima opisanim u normi SAE J619:2017 te
- prema metodi opterećivanja zupčanika u tri točke zadržavajući pri tom geometriju zupčanika iz norme SAE J619:2017.

Vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz postojećih rješenja sličnih uređaja, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
29. studenog 2018.

Rok predaje rada:
1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Krešimir Vučković

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I

POPIS SLIKA III

POPIS TABLICA V

POPIS OZNAKA VI

SAŽETAK VII

SUMMARY VIII

1. UVOD 1

2. OŠTEĆENJA ZUPČANIKA 3

2.1. Utjecajni faktori na oštećenja zupčanika 3

2.1.1. Pogonsko opterećenje zupčanika 3

2.1.2. Pogonski uvjeti 4

2.1.3. Stanje materijala 5

2.1.4. Promjene na zubu izazvane štetnim utjecajima 6

2.2. Vrste oštećenja zupčanika 7

2.2.1. Nasilni lom zuba 8

2.2.2. Lom zuba uslijed zamora materijala 9

3. ISPITIVANJE ZUPČANIKA U ODNOSU NA ZAMOR MATERIJALA 10

3.1. Ispitivanje zamora metodom savijanja jednog zuba 10

3.1.1. Ispitno postolje na pulzatoru 11

3.1.2. NASA-in uređaj za ispitivanje zamora 12

3.1.3. Boeing ispitno postolje 13

3.1.4. Opterećenje zupčanika u tri točke 14

3.1.5. SAE ispitno postolje 15

4. UTJECAJ TRENJA PRI ISPITIVANJU NOSIVOSTI KORIJENA 17

4.1. Ispitni zupčanik 18

4.2. Ispitno opterećenje 20
4.3. Osnovne postavke simulacije 21
4.4. Opterećenje zupčanika u tri točke 22
4.4.1. Konstrukcija geometrije 23
4.4.2. Ulazne pretpostavke 24
4.4.3. Postavljanje simulacije 26
4.4.4. Analiza rezultata s elastičnim ponašanjem okvira 28
4.4.5. Analiza rezultata s idealno krutim okvirom 32
4.4.6. Analiza utjecaja debljine okvira i faktora trenja na naprezanje u korijenu zuba 35
4.4.7. Analiza utjecaja opterećenja na naprezanje u korijenu u ovisnosti o trenju 36
4.4.8. Konvergencija rezultata 40
4.5. Opterećenje zupčanika u SAE ispitnom postolju 42
4.5.1. Konstrukcija geometrije 43
4.5.2. Ulazne pretpostavke 44
4.5.3. Postavljanje simulacije 46
4.5.4. Analiza rezultata 49
4.5.5. Analiza utjecaja opterećenja na naprezanje u korijenu u ovisnosti o trenju 53
4.5.6. Konvergencija rezultata 55
5. ZAKLJUČAK 57
LITERATURA 58

POPIS SLIKA

Slika 1. Primjeri različitih vrsta zupčanika s obzirom na njihov oblik i položaj vratila [2] . 1
Slika 2. Čelnik s ravnim zubima i evolventnim ozubljenjem [3] 2
Slika 3. Mehaničko opterećenje zuba [1] 3
Slika 4. Oštećenje zuba stranim tijelom u zahvatu [5] 5
Slika 5. Nasilni lom zuba [7] 8
Slika 6. Lom zuba uslijed zamora materijala [8] 9
Slika 7. Ispitno postolje na pulzatoru [11] 11
Slika 8. NASA-in ispitni uređaj: a) shema, prema [13] b) stvarni postav [12] 12
Slika 9. Boeing ispitno postolje [9] 13
Slika 10. Opterećenje zupčanika u tri točke prema [14]: a) shema b) prikaz opterećenja 14
Slika 11. SAE ispitno postolje: a) shema [16] b) stvarni postav [9] 15
Slika 12. SAE ispitni zupčanik, prema [16] 16
Slika 13. Ovisnost naprezanja u korijenu σ^{e} o vremenu za više faktora trenja, prema [13] 17
Slika 14. Geometrija ispitnog zupčanika 18
Slika 15. Ispitno opterećenje u ovisnosti o vremenu 20
Slika 16. Ispitno postolje za opterećenje zupčanika u tri točke [17] 22
Slika 17. Geometrija okvira za ispitivanje opterećivanjem u tri točke 23
Slika 18. Djelovanje sila pri opterećivanju u slučaju okvira s elastičnim ponašanjem 25
Slika 19. Djelovanje sila pri opterećivanju u slučaju idealno krutog okvira 25
Slika 20. Model ispitivanja opterećenjem u tri točke 26
Slika 21. Mreža elemenata na mjestu dodira zupčanika i okvira 27
Slika 22. Dijagram ovisnosti normalne sile F_{n} na bok zuba o vremenu 28
Slika 23. Dijagram ovisnosti sile trenja F_{tr} na boku desnog zuba o vremenu 29
Slika 24. Dijagram ovisnosti omjera $F_{\mathrm{tr}}/F_{\mathrm{n}}$ o vremenu 30
Slika 25. Dijagram ovisnosti naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} o vremenu 31
Slika 26. Dijagram sile trenja F_{tr} na boku desnog zuba u vremenu za kruti okvir 32
Slika 27. Dijagram ovisnosti omjera $F_{\mathrm{tr}}/F_{\mathrm{n}}$ o vremenu za kruti okvir 33

Slika 28. Ovisnost naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} o vremenu za kruti okvir 34

Slika 29. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{\mathrm{FP,max}}$ o faktoru trenja μ i debljini okvira 35

Slika 30. Dijagram ovisnosti naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} u vremenu za maksimalno opterećenje od 20 kN 37

Slika 31. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu $\sigma_{\mathrm{FP,max}}$ o maksimalnom opterećenju *F* i faktoru trenja μ 38

Slika 32. Dijagram ovisnosti minimalnog naprezanja u korijenu $\sigma_{\mathrm{FP,min}}$ o minimalnom opterećenju *F* i faktoru trenja μ 39

Slika 33. Različite mreže za prikaz konvergencije modela opterećenja u tri točke 40

Slika 34. Dijagram konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{\mathrm{FP,max}}$ za model opterećenja u tri točke 41

Slika 35. Potrošna pločica za opterećivanje u SAE postolju: a) korištena b) prema normi .. 42

Slika 36. Geometrija za ispitivanje u SAE postolju 43

Slika 37. Rotacija točke dodira pri ispitivanju u SAE postolju 44

Slika 38. Djelovanje sila na ispitnom zubu pri opterećivanju u SAE postolju 45

Slika 39. Model ispitivanja SAE metodom 46

Slika 40. Mreža konačnih elemenata na: a) cijelom modelu b) ispitivanom dodiru i c) reaktivnom dodiru 48

Slika 41. Dijagram ovisnosti normalne sile na pločici F_{n} o vremenu za SAE ispitivanje 49

Slika 42. Dijagram ovisnosti sile trenja F_{tr} na boku opterećenog zuba o vremenu 50

Slika 43. Dijagram ovisnosti omjera $F_{\mathrm{tr}}/F_{\mathrm{n}}$ u vremenu za SAE ispitivanje 51

Slika 44. Dijagram naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} u vremenu za SAE ispitivanje 52

Slika 45. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{\mathrm{FP,max}}$ o maksimalnom opterećenju *F* i faktoru trenja μ 53

Slika 46. Dijagram ovisnosti minimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{\mathrm{FP,min}}$ o minimalnom opterećenju *F* i faktoru trenja μ 54

Slika 47. Različite mreže za prikaz konvergencije modela SAE ispitivanja 55

Slika 48. Dijagram konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{\mathrm{FP,max}}$ za SAE metodu ispitivanja 56

POPIS TABLICA

Tablica 1. Vrste oštećenja i pripadni mehanizmi trošenja [4] 7

Tablica 2. Geometrijski parametri ispitnog zupčanika 19

Tablica 3. Svojstva materijala ispitnog zupčanika 19

Tablica 4. Maksimalno naprezanje u korijenu zuba σ_{FP} za različite mreže elemenata 41

Tablica 5. Maksimalno naprezanje u korijenu zuba σ_{FP} za različite mreže elemenata 56

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
d	mm	promjer diobene kružnice
d_a	mm	promjer tjemene kružnice
d_b	mm	promjer temeljne kružnice
d_f	mm	promjer podnožne kružnice
E	GPa	modul elastičnosti
F	N	sila opterećivanja
F_n	N	normalna sila
F_{tr}	N	sila trenja
m	-	modul zupčanika
z	-	broj zubi
α	°	kut zahvatne linije
μ	-	faktor trenja
v	-	Poissonov koeficijent
ρ	kg/m^3	gustoća
σ^e	GPa	naprezanje u korijenu zuba za elastično ponašanje materijala
σ_{FP}	MPa	naprezanje u korijenu zuba
$\sigma_{FP,max}$	MPa	maksimalno naprezanje u korijenu zuba
$\sigma_{FP,max}$	MPa	minimalno naprezanje u korijenu zuba

SAŽETAK

Zamor materijala uslijed cikličkog opterećenja jedan je od glavnih uzroka loma zuba zupčanika. Na mjestima gdje dolazi do koncentracije naprezanja, kao što je korijen zuba zupčanika, mogu nastati pukotine, a njihovim daljnjim širenjem može doći i do konačnog loma zuba što može imati katastrofalne posljedice na stroj.

Jedna od metoda kojom se ispituje nosivost korijena zuba zupčanika je metoda cikličkog savijanja jednog zuba. Takvo testiranje omogućuje prikupljanje podataka o ponašanju zupčanika u području zamora velikim brojem ciklusa na brz i financijski učinkovit način u kontroliranim laboratorijskim uvjetima. U uvodu rada dan je kratak pregled glavnih uzroka oštećenja zupčanika općenito, zajedno s vrstama najčešćih oštećenja zupčanika. U nastavku rada opisano je nekoliko metoda ispitivanja cikličkim savijanjem jednog ili više zuba istovremeno. Metoda opterećivanja zupčanika u tri točke i metoda ispitivanja u SAE postolju detaljnije će se obraditi. Fokus rada je na utjecaju sile trenja na rezultate ispitivanja navedenih metoda. Primarno će se razmotriti utjecaj sile trenja na naprezanje u korijenu zuba. Analiza spomenutih metoda biti će provedena pomoću metode konačnih elemenata, korištenjem programskog paketa *Abaqus 6.13-1.* Na samom kraju rada prikazat će se dobivenih rezultati i iz njih izvedeni zaključci.

Ključne riječi:

Zupčanik, nosivost korijena zuba, metoda cikličkog savijanja jednog zuba, sila trenja, metoda konačnih elemenata

SUMMARY

Fatigue caused by cyclic loading is one of the main reasons for gear tooth failure. In areas with high stress concentration, such as gear tooth root, cracks can develop and further spreading of those cracks can result in the final fracture of gear tooth, which can have catastrophic consequences on the machine.

One of the methods used for testing load capacity of gear tooth root is the single-tooth fatigue test. This type of test allows collecting fatigue data in high-cycle field of loading in a fast and economically efficient manner under controlled laboratory conditions. The introduction of this paper gives a brief overview of the main causes of gear tooth failures in general, along with the most common types of gear tooth failures. Furthermore, several methods for testing gear teeth via cyclic bending test are described. The three-point load application and the SAE method of testing will be examined in more details. Focus of this paper lies in the effect of friction on the results of single-tooth bending fatigue tests performed by abovementioned methods. It will be primary to consider the effect of friction on the gear tooth root stress. The analysis of these methods will be carried out using the finite element method, with the help of *Abaqus 6.13-1* software package. At the very end of the paper, the results obtained from previous analyses will be presented along with the conclusions drawn from them.

Key words:

Gear, tooth root load capacity, single-tooth bending fatigue test, friction, finite element method

1. UVOD

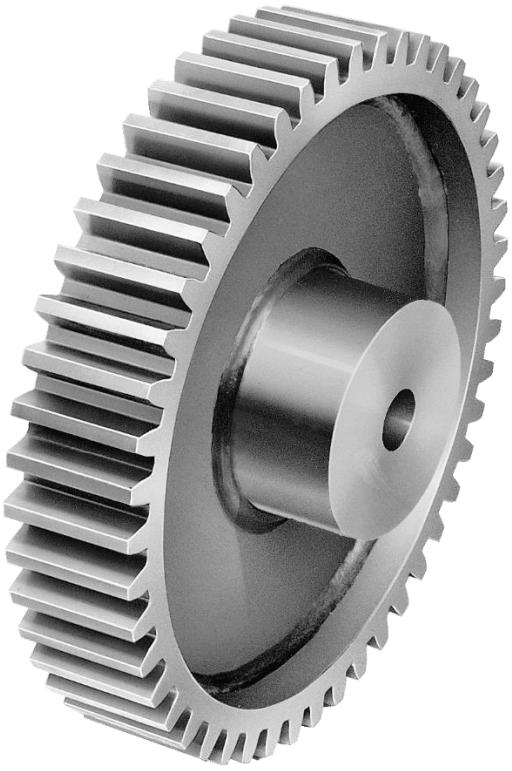
Zupčanici su jedna od važnijih i raširenijih skupina strojnih dijelova za prijenos snage i gibanja u strojogradnji. Razlog tome je njihov veliki stupanj djelovanja te dug vijek trajanja jer prenose snagu i gibanje oblikom za razliku od alternativnog načina prijenosa trenjem, kakav koriste remenice i tarenice. Općenito, upareni zupčanici mogu se podijeliti u nekoliko skupina [Slika 1.] ovisno o njihovom obliku i međusobnom položaju vratila prema [1]:

- Cilindrični zupčanici:
  - s ravnim zubima
  - s kosim zubima
  - sa strelastim zubima
  - s unutrašnjim ozubljenjem
- Stožnici:
  - s ravnim zubima
  - s kosim zubima
  - sa zakrivljenim zubima
  - s unutrašnjim ozubljenjem
- Vijčanici
- Pužna kola



Slika 1. Primjeri različitih vrsta zupčanika s obzirom na njihov oblik i položaj vratila [2]

Od svih navedenih skupina jedna se može izdvojiti kao najučestalija u praktičnoj primjeni, a to su cilindrični zupčanici s ravnim zubima i evolventnim ozubljenjem [Slika 2.]. Zbog jednostavnosti njihove izrade, zbog toga što se pri njihovom radu ne javlja aksijalna sila te zbog toga što su neosjetljivi na manje promjene osnog razmaka pa se lako mogu montirati imaju široku primjenu u strojevima svih vrsta. Jedan od glavnih razloga za to, uz one već navedene, je i niža cijena njihove izrade u odnosu na ostale vrste zupčanika.



Slika 2. Čelnik s ravnim zubima i evolventnim ozubljenjem [3]

Na sve zupčanike stavljaju se visoki zahtjevi kako u pogledu snage koju treba prenijeti tako i u pogledu brzine vrtnje pri radu te same točnosti rada. Posljedično tome zahtijeva se visoka točnost pri izradi zupčanika. [1]

Često su pogonski uvjeti zupčanika vrlo teški zbog čega može doći do njihovog oštećenja. Kako bi se ta oštećenja izbjegla, budući da do njih može doći na mnogo načina, potrebno je dobro poznavati sve vrste oštećenja kao i njihove uzroke.

2. OŠTEĆENJA ZUPČANIKA

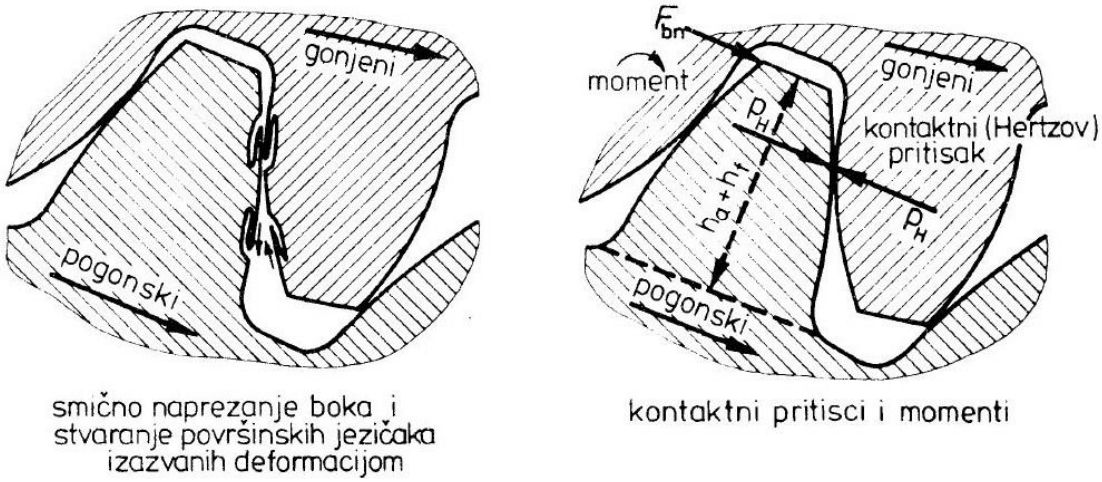
2.1. Utjecajni faktori na oštećenja zupčanika

Nosivost zupčanika mora biti takva da unutar predviđenog vijeka trajanja ne dođe do oštećenja. Postoji mnogo faktora koji mogu uzrokovati ili doprinijeti oštećenju zupčanika pa se tako uzroci oštećenja mogu podijeliti u četiri glavne kategorije [1]:

- Pogonsko opterećenje zupčanika
- Pogonski uvjeti
- Stanje materijala
- Promjene na zubu izazvane štetnim utjecajima

2.1.1. Pogonsko opterećenje zupčanika

Pogonsko opterećenje zupčanika posljedica je zakretnih momenata koje oni prenose i proizlazi iz kinematike rada zupčanika. Ono izaziva smično naprezanje bokova, kontaktne (Hertzove) pritiske te uzrokuje pojavu normalnog naprezanja u korijenu i uzduž bokova zubi. [1]



Slika 3. Mehaničko opterećenje zuba [1]

Normalna sila koja djeluje s jednog zuba na drugi u smjeru zahvatne crte, na promjeru diobene kružnice zupčanika, dijeli se na obodnu i radijalnu komponentu koje skupa predstavljaju mehaničko opterećenje zuba zupčanika [Slika 3.].

Prilikom zahvata zubi, svaki od njih ima svoju brzinu koja se može rastaviti na normalnu i tangencijalnu komponentu. Normalna komponenta brzine jednog, mora biti jednaka normalnoj komponenti brzine drugog boka tijekom cijelog zahvata kako bi se bokovi cijelo vrijeme dodirivali. Ukoliko to nije slučaj, doći će do odvajanja bokova u zahvatu ili će jedan bok prodrijeti u drugi. Tangencijalna komponenta brzine s druge strane, ovisi o točki na zahvatnoj liniji u kojoj se bokovi tijekom zahvata nalaze. Ako tangencijalna komponenta brzine jednog boka poraste, ona drugog boka će se smanjiti i obrnuto. Te promjene događaju se kada se dodir ne ostvaruje u kinematskom polu, tj. točki dodira kinematskih kružnica zupčanika u zahvatu. Zbog toga što tangencijalne komponente brzine bokova zuba nisu jednake tijekom cijelog zahvata dolazi do pojave klizanja. Upravo to klizanje bokova dovodi do pomicanja površinskih slojeva materijala bokova pogonskog i gonjenog zupčanika. Uzduž linije dodira bokova javljaju se tada naprezanja površinskih slojeva izazvana kontaktnim (Hertzovim) pritiscima zbog čega će se materijal na dodirnim površinama bokova elastično i plastično deformirati. [1]

Obodna komponenta sile izaziva u korijenu zuba naprezanje na savijanje čija će raspodjela ovisiti o elastičnim deformacijama zuba, broju okretaja zupčanika te greškama ozubljenja. Radi tih elastičnih deformacija gonjeni zupčanik izbjegava preuzimanje opterećenja pa se radi toga mijenja položaj hvatišta sile, na gonjenom zupčaniku prema podnožju, a na pogonskom prema tjemenu zupčanika. Na taj način, zbog većeg momenta savijanja, dolazi do većeg opterećenja pogonskog zupčanika na savijanje u odnosu na gonjeni. [1]

2.1.2. Pogonski uvjeti

Uvjeti koji se javljaju za vrijeme rada zupčanika u stvarnosti uglavnom se razlikuju od uvjeta postavljenih u proračunu. Ipak, pri današnjem stanju znanosti i tehnike, moguće je prilikom proračuna i konstrukcije uzeti u obzir sve više stvarnih pogonskih uvjeta. Mazivo, strana tijela, korozija i lutajuće struje mogu za vrijeme rada zupčanika izazvati smetnje pri zahvatu, a samim time i oštećenja zupčanika.

Površine bokova zubi u trenutnoj točki dodira razdvojene su uljnim filmom i gibaju se jedna prema drugoj u suprotnim smjerovima. Međutim, ne može se svaki put stvoriti dovoljan sloj maziva potreban za uspješno podmazivanje među bokovima zubi, tako da dolazi do metalnog dodira među zubima. Klizanjem metala po metalu pod velikim opterećenjem dolazi do povećanog trenja što ima za posljedicu povećanje temperature i lokalnog zagrijavanja te pojavu abrazije odnosno adhezije. [4]

U sredstvima za podmazivanje mogu se naći strana tijela poput strugotina od obrade ili djelića materijala odvojenih uslijed lokalnog preopterećenja, zatim čestice prašine, ogorine, pijesak i sl. Ukoliko bilo što od navedenog dospije u zahvat između bokova, ono na bok zuba djeluje kao oštrica alata za skidanje čestica i dovodi do oštećenja boka [Slika 4.]. [4]

Koroziju mogu izazvati voda i kiseline ili nepovoljan sastav kemijskih dodataka u kombinaciji s vodom, zatim produkti starenja ulja, organske kiseline te oksidacijska ulja. [4]



Slika 4. Oštećenje zuba stranim tijelom u zahvatu [5]

Lutajuće struje uzrokuju lokalno zagrijavanje i taljenje materijala na površinama bokova, a mogu nastati kao posljedica pojave električnog napona između zupčanika koji je proizašao iz razlike potencijala na osovinama električnih strojeva ili se javio uslijed lošeg uzemljenja prilikom zavarivanja dijelova reduktora. [4]

2.1.3. Stanje materijala

U ovu skupinu uzroka oštećenja zupčanika spadaju greške u materijalu, kvaliteta toplinske i površinske obrade, geometrijske pogreške te greške pri montaži zupčanika.

Greške u materijalu javljaju se kao posljedica nesavršenosti lijevanja što može dovesti do stvaranja uključina, pora, plinskih mjehura i slojevite i nepovezane strukture. [1]

Što se tiče kvalitete toplinske obrade, ona može uzrokovati oštećenje ukoliko se zupčanik izvede kao previše mekan ili tvrd. Naime, ukoliko je zupčanik premekan potrošit će se puno brže od očekivanog vijeka trajanja, dok se kod pretvrdog, a samim time i prekrtog zupčanika, dogodi lom u puno kraćem vremenu od očekivanog. Također, u slučaju grube površinske obrade bokova zupčanika, uslijed klizanja i valjanja može doći do odrezivanja ili do plastičnog deformiranja hrapavih vrhova. [4]

Geometrijska pogreška može se pojaviti prilikom strojne obrade, a glavna posljedica koju uzrokuje je nepravilan zahvat. Ukoliko je zahvat između zuba nepravilan dolazi do prevelikog tlaka na glavi ili podnožju zuba, a posljedica toga su velika naprezanja u samim zubima. [4]

Kao i u slučaju geometrijske pogreške, pogreška pri montaži može dovesti do nepravilnog zahvata, a samim time i do nepravilnog opterećenja bokova zuba u zahvatu. [1]

2.1.4. Promjene na zubu izazvane štetnim utjecajima

Štetni utjecaji koji uzrokuju oštećenja su elastične deformacije bokova zuba, elastične deformacije presjeka zuba, sila trenja, abrazivno trošenje bokova te korozija trenja.

Elastične deformacije bokova i presjeka zuba ovise o veličini opterećenja samog zupčanika. Pri većim opterećenjima može doći do toga da se dijelovi površina bokova zuba zupčanika, koji se lakše plastično deformiraju, savijaju čime nastaju uzvišenja na površini. Ta uzvišenja, nastala valjanjem savijanih dijelova, dovode do očvršćivanja materijala te izazivaju povećanja kontaktnih pritisaka, a mogu dovesti i do daljnjih deformacija. [1]

Zbog sile trenja klizanje boka po boku dovodi do pomicanja površinskih slojeva materijala. Kao posljedica stalnog pomicanja površinskih slojeva, u njima dolazi do promjene strukture, a i do pojave plastičnih deformacija zbog čega se smanjuje mogućnost daljnjih deformacija te dolazi do pucanja i razdvajanja površine boka zuba. [1]

Pri klizanju tvrdog boka po mekom boku u zahvatu dvaju zuba zupčanika, javlja se jako abrazivno djelovanje, kao i kada strana tijela dospiju između bokova zuba u zahvatu kada je spomenuto djelovanje također veoma intenzivno. [1]

Korozija trenja može se opaziti ako se dvije površine dodira izložene normalnoj sili pomiču međusobno u malom opsegu. Trenjem i time izazvanim trošenjem dodiruju se novonastale površine metala koje brzo oksidiraju. Produkti te oksidacije bivaju tada prešani i utisnuti u površinu boka zuba. [1]

2.2. Vrste oštećenja zupčanika

Kao što je bitno poznavati uzroke oštećenja zupčanika, tako je za inženjere bitno poznavati i vrste oštećenja koja se mogu javiti na zupčanicima. Generalno, oštećenja zupčanika mogu se podijeliti na ona koja je praktički nemoguće izbjeći i ona koja se kvalitetnim održavanjem mogu spriječiti ili umanjiti. Pri tome je posebno važno razlikovati oštećenja zupčanika koja onemogućavaju učinkovito ispunjavanje namjene stroja od onih oštećenja koja ne stvaraju znatne probleme u normalnom radu stroja. Naime, u mnogo slučajeva, oštećenja koja onemogućuju daljnji rad stroja, moguće je na vrijeme spriječiti. S obzirom na uzrok i obujam samog oštećenja, ona se znatno razlikuju te ih je moguće podijeliti u četiri osnovne skupine [Tablica 1.] s obzirom na izgled oštećenog zupčanika i mehanizam nastajanja [4].

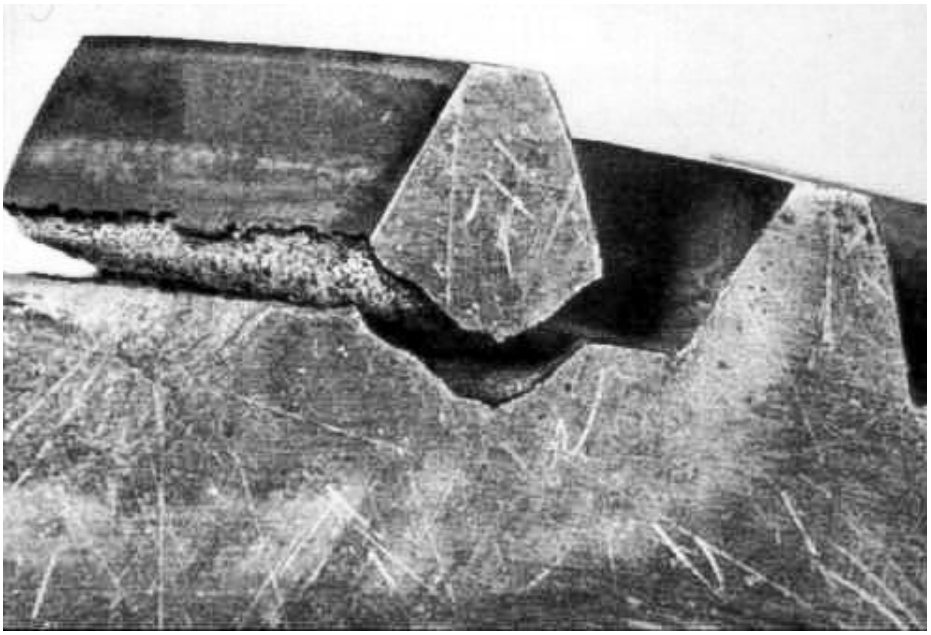
Tablica 1. Vrste oštećenja i pripadni mehanizmi trošenja [4]

Vrsta oštećenja	Mehanizam nastanka
Istrošenost	abrazija, adhezija, erozija, korozija, kavitacija
Rupičenje bokova (eng. *pitting*)	površinski zamor materijala
Deformacije uslijed plastičnog tečenja	plastična deformacija
Lom zuba	nasilni lom, lom uslijed zamora materijala

Tri najčešće vrste oštećenja, koje zajedno čine više od pola svih oštećenja zupčanika, su abrazivno trošenje zuba te nasilni lom i lom uslijed zamora materijala [6]. Budući da se u ovom radu bavimo ispitivanjem nosivosti korijena zuba na dinamičkoj kidalici, koje za cilj ima postizanje loma zuba uslijed zamora materijala kontinuiranim, vremenski promjenjivim opterećenjem, koncentrirat ćemo se na oštećenje u obliku loma zuba dok ostale vrste oštećenja nećemo detaljnije obrađivati. Također je bitno naglasiti da se lom zuba općenito smatra najopasnijom vrstom oštećenja zuba jer dovodi do katastrofalnih posljedica za stroj, ukoliko do loma dođe. Može doći do loma samo jednog dijela zuba ili cijelog zuba, a u nekim slučajevima moguć je i lom nekoliko zubi u nizu. U velikoj većini slučajeva, kada do loma dođe, zupčanik više nije upotrebljiv tako da ga je bitno pravilno i točno ispitati kako bismo što preciznije odredili njegov vijek trajanja i izbjegli katastrofalne posljedice na stroj ukoliko zupčanik zakaže.

2.2.1. Nasilni lom zuba

Nasilne lomove zuba izazivaju trenutna opterećenja pri kojima naprezanja prelaze čvrstoću loma zuba (preopterećenja), a do njih dolazi najčešće uslijed udarnog opterećenja. Među dinamičke efekte koji mogu dovesti do preopterećenja, osim udarnog opterećenja, ubrajamo još i kolebanja okretnog momenta, neizbalansiranost, greške pri montaži, deformacije kućišta, prevelike progibe vratila, istrošenost ležajeva i sl. Takva opterećenja, koja dovode do nasilnog loma, i po nekoliko su puta veća od onih opterećenja koja izazivaju lom zbog umornosti. Zbog brze propagacije pukotine, struktura opisanog nasilnog loma je grubozrnata [Slika 5.]. [1]



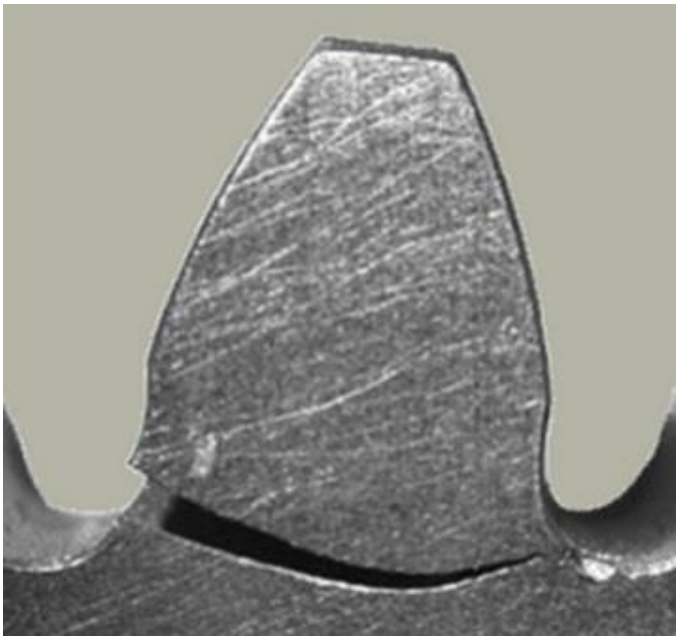
Slika 5. Nasilni lom zuba [7]

Ovakav lom najčešće se javlja na rubovima kao posljedica slabog nalijeganja bokova zuba. Naime, istrošenost bokova povećava udio dinamičkog opterećenja, a svako odstupanje evolvente boka zuba dovodi do povećanja udarnog opterećenja ili do prevelikog progiba. Početak loma nalazi se najčešće na prijelaznom polumjeru u korijenu zuba jer je korijen zuba, s obzirom na sile koje djeluju pri udarnom opterećenju, najviše opterećen. [1]

Nasilni lomovi na dijelovima koji su bliži čelu zuba ili na bridovima čela zuba javljaju se kao posljedica grešaka nastalih prije ili za vrijeme ugradnje samog zupčanika. [1]

2.2.2. Lom zuba uslijed zamora materijala

Budući da su zupčanici dinamički opterećeni strojni dijelovi, do loma zuba može doći i kad naprezanja u korijenu zuba ne prelaze čvrstoću loma. Do takvih lomova dolazi uslijed zamora materijala kad su dinamička naprezanja izazvana opterećenjem veća od dinamičke izdržljivosti. Takav lom vrlo je lako prepoznatljiv po karakterističnoj plohi loma koja se sastoji od dva dijela. Prvi dio plohe loma sitnozrnate je strukture i nastaje sukcesivnim lomom zbog umornosti materijala koji se širi iz središta inicijalnog mjesta loma. Drugi dio plohe loma ima grubozrnatu strukturu kakva je karakteristična za nasilni lom zuba. Takva struktura upućuje na to da će se inicijalna pukotina, ako ju nastavimo opterećivati, postupno širiti tako dugo dok preostali presjek zuba više neće biti u mogućnosti podnijeti to opterećenje [Slika 6.] što će dovesti do nasilnog loma zuba. [4]



Slika 6. Lom zuba uslijed zamora materijala [8]

Inicijalna pukotina najčešće nastaje zbog koncentracije naprezanja na tom mjestu. Postoje razni razlozi pojave koncentracije naprezanja poput zareza na prijelazu boka u korijen zuba nastalih brušenjem boka, pogrešne toplinske obrade, oštrog prijelaza između tvrdog i mekog sloja materijala, rubnog pritiska, jako napredovalog rupičenja (eng. *pitting*) i sl. [1]

3. ISPITIVANJE ZUPČANIKA U ODNOSU NA ZAMOR MATERIJALA

Budući da na zupčanike u stvarnim uvjetima pogona djeluje velik broj utjecajnih faktora koji mogu dovesti do njihovog oštećivanja, predviđanje ponašanja zupčanika u tim uvjetima vrlo je složeno. Zbog te složenosti, zupčanici se prije upotrebe podvrgavaju raznim testovima.

Mehanička ispitivanja zupčanika s obzirom na zamor materijala služe za procjenjivanje trajnosti zupčanika pod određenim opterećenjem. Glavna funkcija tih ispitivanja je generiranje podataka prema kojima se kasnije određuju dozvoljena naprezanja i slična ograničenja koja se koriste u proračunima zupčanika. Ispitivanjem je potrebno uzeti u obzir sve bitne utjecaje na vijek trajanja zupčanika, međutim kako bi to bilo teško izvedivo u samo jednom ispitivanju, možemo reći da se mehaničko ispitivanje zupčanika s obzirom na zamor dijeli na tri glavna ispitivanja:

- Ispitivanje zamora pri valjnom kontaktu (eng. *Rolling contact fatigue test* – RCF test):
    - simulira kotrljanje odnosno klizanje koje se događa u zahvatu dvaju zupčanika, najčešće se koristi za procjenjivanje otpornosti bokova zuba na rupičenje, ali može služiti i za ispitivanje drugih oštećenja [9]
- Ispitivanje sa zatvorenim mehaničkim tokom snage:
    - Simulira približne pogonske uvjete u zahvatu dvaju zupčanika tako da su ispitni zupčanici u dugotrajnom međusobnom zahvatu pod opterećenjem
- Ispitivanje zamora savijanjem jednog zuba (eng. *Single tooth fatigue test* – STF test):
    - jedna od najraširenijih metoda ispitivanja zamora materijala zuba zupčanika

Budući da se u ovom radu bavimo ispitivanjem nosivosti korijena zuba koje se provodi pomoću STF testa ili dulje STBF (eng. *Single tooth bending fatigue test*) testa, prva dva navedena ispitivanja neće se detaljnije obrađivati.

3.1. Ispitivanje zamora metodom savijanja jednog zuba

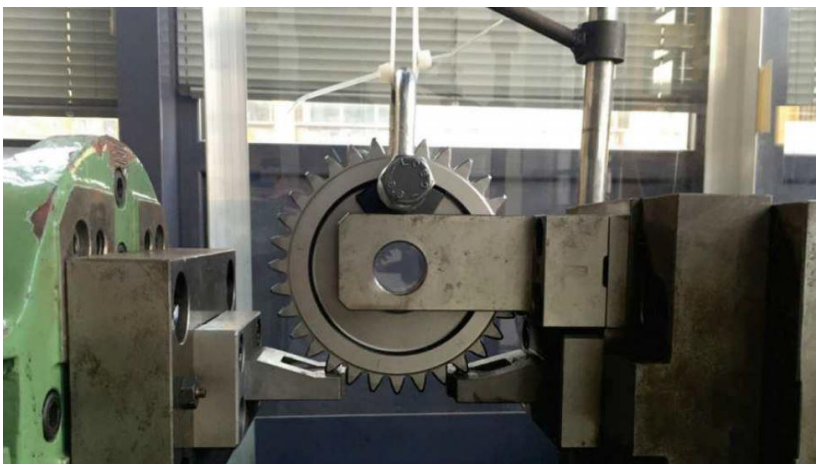
Kako je već rečeno, radi se o metodi cikličkog savijanja jednog zuba, korištenoj za ispitivanje zamora materijala zuba zupčanika. Ispitivanje se provodi na dinamičkim kidalicama gdje se ispituje jedan po jedan zub, s definiranim načinom opterećivanja. Kontroliranim uvjetima i izborom točke opterećivanja osigurano je postizanje loma zuba uslijed zamora prije nego se zub ošteti na neki drugi način. Ovakav način testiranja omogućuje prikupljanje velike količine podataka o zamornom ponašanju zupčanika u kontroliranim laboratorijskim uvjetima po relativno niskoj cijeni u odnosu na druge metode.

Kako se tijekom ispitivanja ispituje samo jedan zub, a zupčanik ne rotira, može se reći da ispitivanje ne odgovara u potpunosti stvarnim pogonskim uvjetima. No, ono ima svoje prednosti kao npr. mogućnost brzog prikupljanja podataka o zamoru materijala zuba zupčanika. Zahvaljujući tome mogu se provesti različite analize utjecaja raznih materijala, toplinskih obrada, obrada površine i konstrukcijskih varijacija zuba na zamor zupčanika. Također, dodatna prednost ove metode je u tome što se na jednom zupčaniku može provesti veći broj ispitivanja jer u jednom ispitivanju uglavnom sudjeluju samo dva zuba, jedan koji se ispituje i drugi koji služi kao oslonac.

U praksi postoji više različitih vrsta postolja za ispitivanje zamora materijala zuba pa je ovdje dan kratak pregled često korištenih postolja za ispitivanje.

3.1.1. Ispitno postolje na pulzatoru

Za razliku od ostalih, kasnije spomenutih postolja, koja se uglavnom primjenjuju u Sjedinjenim Američkim Državama, ovaj tip ispitnog postolja najčešće se koristi u Europi. Iako postoji više varijacija ovakvog postolja, svaka od njih se bazira na principu razvijenom na Tehničkom fakultetu u Münchenu. Naime, na simetrično složenom postolju istovremeno se opterećuju i ispitivani i reaktivni zub, s dvije identične i uravnotežene sile [Slika 7.]. Zbog jednakog opterećenja na oba zuba, oni su opterećeni na istoj udaljenosti od korijena, a budući da linija opterećenja oba zuba tangira temeljnu kružnicu zupčanika, samim opterećivanjem zupčanika postiže se ravnoteža sila. Zbog toga zupčanik može slobodno stajati u postolju bez vlastitog uležištenja, tj. osovina mu se može ukloniti nakon njegovog pozicioniranja. [10] [11]



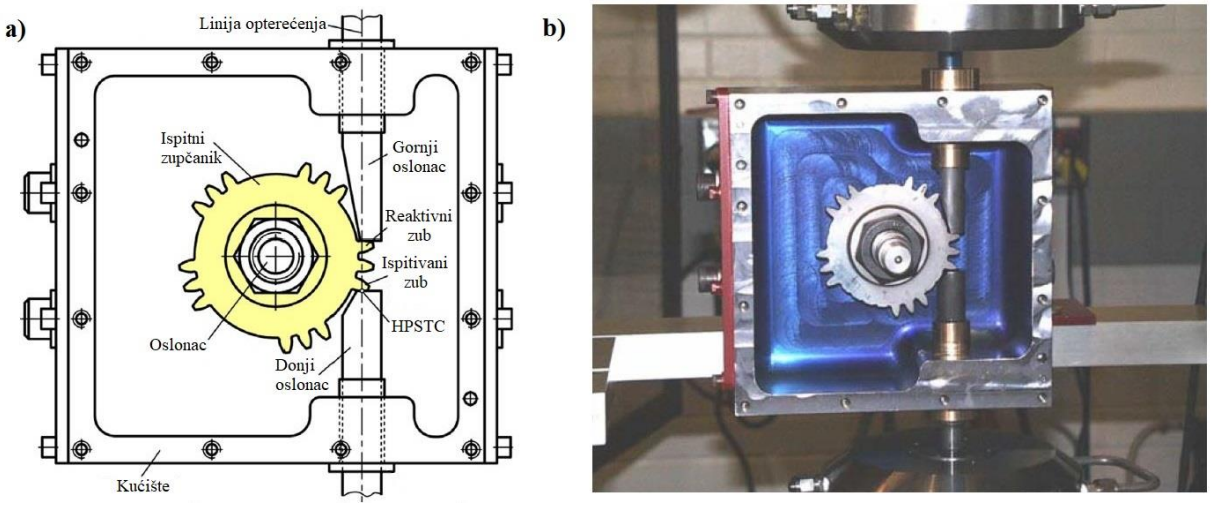
Slika 7. Ispitno postolje na pulzatoru [11]

3.1.2. NASA-in uređaj za ispitivanje zamora

Za razliku od ostalih navedenih metoda ispitivanja, ovdje ne govorimo o postolju već o posebnom NASA-inom uređaju za ispitivanje oštećenja uslijed zamora materijala zuba. Glavna karakteristika ovog uređaja, koja ga razlikuje od ostalih metoda ispitivanja, je to što može postići visoke frekvencije ispitivanja, čak do 1000 Hz. To svojstvo omogućuje da se ispituju vrlo izdržljivi materijali kojima treba velik broj ciklusa do loma.

Ispitni zupčanik se postavlja na oslonac u uređaju nakon čega se učvrsti pomoću dva potporna oslonca. Gornji potporni oslonac ostaje nepomičan tijekom ispitivanja i na njega se naslanja reaktivni zub. Donji oslonac s druge strane služi kao linearni aktuator te u ciklusima opterećuje ispitivani zub [Slika 8.]. Linija opterećenja prolazi kroz središnje osi potpornih oslonaca i tangentna je na temeljnu kružnicu zupčanika. [12]

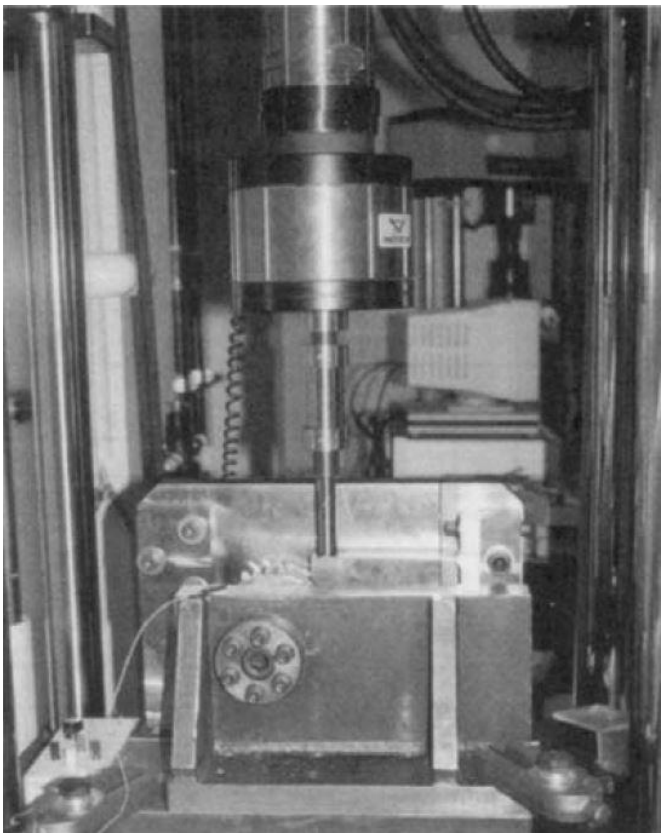
Sam zupčanik napravljen je sa setovima od 3 zuba po obodu, namijenjenih za jedno ispitivanje, tj. u svakom ispitivanju nalazi se jedan zub između reaktivnog i ispitivanog zuba. Točka dodira između donjeg potpornog oslonca i ispitivanog zuba, odnosno točka opterećivanja, nalazi se u krajnjoj točki jednostrukog zahvata zuba (eng. *highest point of single-tooth contact* – HPSTC). Reaktivni zub se na gornji potporni oslonac oslanja u blizini korijena zuba. [12]



Slika 8. NASA-in ispitni uređaj: a) shema, prema [13] b) stvarni postav [12]

3.1.3. Boeing ispitno postolje

Boeing ispitno postolje nalazi svoju primjenu najčešće u zrakoplovnoj industriji. Kod ovog postolja zupčanik se postavlja na osovinu unutar kućišta, a opterećuje se pomoću pomičnog klipa koji ga opterećuje u ciklusima. Točnije, čelo klipa naslanja se na šuplju elastičnu konzolu, pravokutnog poprečnog presjeka, preko koje se sila prenosi na zupčanik [Slika 9.]. Sam vrh konzole, preko kojeg se ustvari prenosi opterećenje, nije šupalj već se radi o punom komadu materijala. Zbog toga što je konzola šuplja, njene stjenke vrlo su tanke pa se prilikom opterećivanja njihovo ponašanje geometrijski može opisati kao prelazak iz pravokutnika i paralelogram. Na taj način, gornja površina punog bloka preko koje se vrši opterećivanje ostaje horizontalna čime je pomak točke opterećenja sveden na minimum. [9]

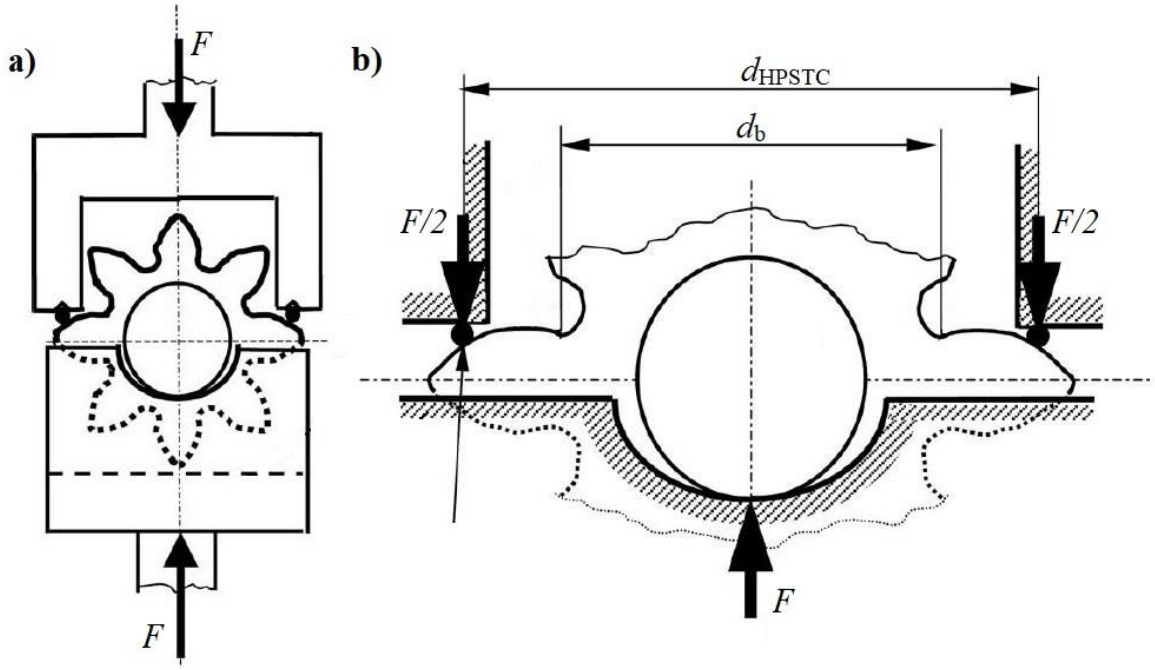


Slika 9. Boeing ispitno postolje [9]

Kontakt na ispitivanom zubu nalazi se u krajnjoj točki jednostrukog zahvata, dok se reaktivni zub koji preuzima silu reakcije oslanja na nepomični blok unutar kućišta u početnoj točki jednostrukog zahvata. [9]

3.1.4. Opterećenje zupčanika u tri točke

Iako je ovo ispitivanje na prvi pogled slično ispitivanju na pulzatoru, razlika je u tome što u ovom ispitivanju zupčanik ima vlastiti oslonac. Naime, zupčanik se postavi na donji dio postolja zajedno sa svojom osovinom čime se sprječava njegov radijalni i aksijalni pomak. Potom se na njega s gornje strane prisloni drugi dio postolja preko kojeg se opterećenje prenosi na zupčanik [Slika 10.]. Točnije, gornji dio postolja oslanja se na male valjke koji se pak oslanjaju na bok zupčanika tako da se opterećenje zapravo prenosi preko spomenutih valjaka na zupčanik. Valjci se koriste kako bi se osigurao dodir u točki za više ispitivanih zupčanika bez potrebe za promjenom postolja. [14]

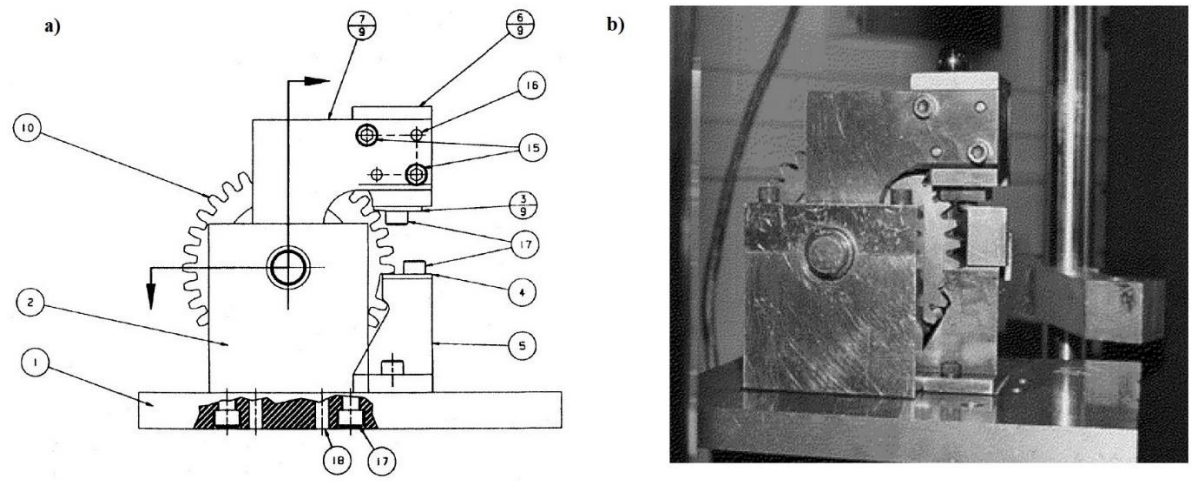


Slika 10. Opterećenje zupčanika u tri točke prema [14]: a) shema b) prikaz opterećenja

Samo postolje izvedeno je tako da dodir valjaka s bokovima ispitivanih zuba bude u krajnjoj točki jednostrukog zahvata. Analitički gledano, ovo ispitivanje može se promatrati kao ispitivanje samo jednog zuba zbog simetričnosti prikazane konstrukcije. Svaki zub se zapravo ponaša kao konzola čija je duljina jednaka polumjeru kružnice na kojoj leži krajnja točka jednostrukog zahvata, a oslonjena je u središtu, gdje i zupčanik. [14]

3.1.5. SAE ispitno postolje

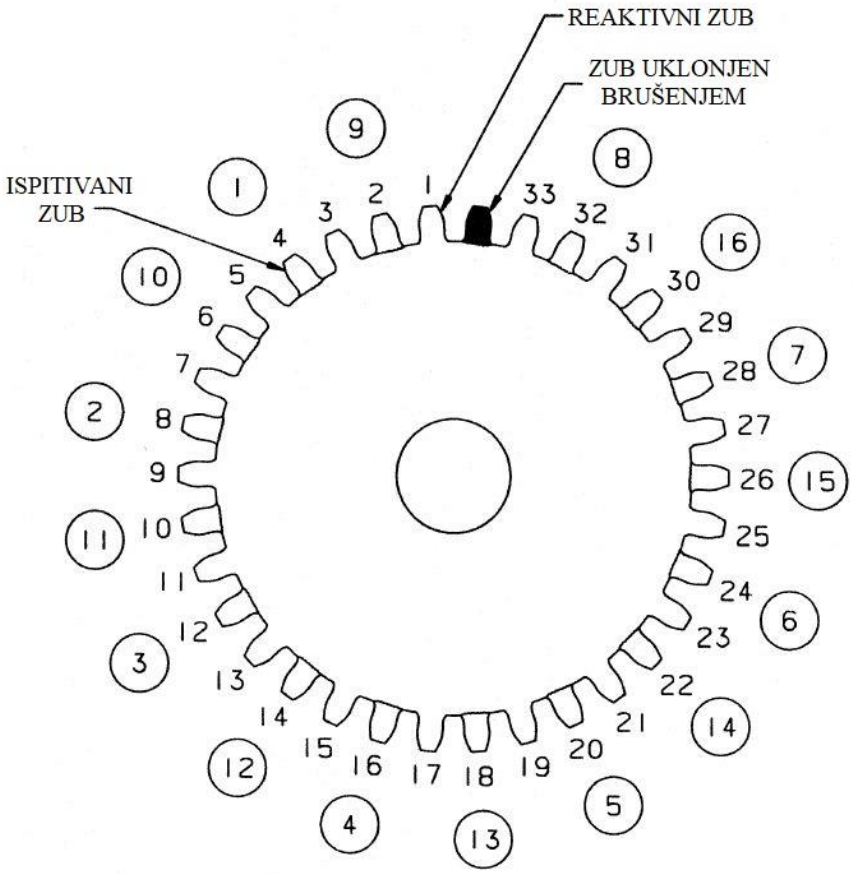
Kako bi se omogućilo dobivanje konzistentnih i ponovljivih rezultata koji se mogu vjerodostojno uspoređivati, Američko društvo inženjera u autoindustriji (*Society of Automotive Engineers* – SAE International) razvilo je standardno ispitno postolje, postupak ispitivanja i geometriju ispitnog zupčanika. Postolje je konstruirano tako da se može postaviti u različite uređaje za ispitivanje i to u horizontalnom ili vertikalnom položaju, ovisno o tome što ispitujemo. U nekim slučajevima može se postaviti čak i naopako. [15]



Slika 11. SAE ispitno postolje: a) shema [16] b) stvarni postav [9]

Postolje [Slika 11.a)] leži na temeljnoj ploči (1) te se sastoji od dva oslonca (2) između kojih se postavlja zupčanik (10) sa svojom osovinom. Zupčanik se s donje strane oslanja na nepomični blok (5) i to u točki blizu korijena zuba, točnije, na nepomičnom bloku nalazi se izmjenjiva potrošna pločica (4), spojena za nepomični blok vijkom (17), preko koje se ostvaruje dodir sa zupčanikom. S gornje strane na zupčanik se naslanja pomični blok u obliku slova L (9) koji je oslonjen na istu osovinu kao i sam zupčanik, a sastoji se od glave bloka (6) i dvije ruke za oslanjanje (7). Dodir gornjeg bloka i zupčanika ostvaruje se na samom vrhu zuba, na tjemenoj kružnici, i to ne direktno s gornjim pomičnim blokom već s izmjenjivom potrošnom pločicom (3) koja je vijkom (17) spojena na gornji blok. Spomenuti gornji blok u njegovom vrhu opterećuje npr. dinamička kidalica preko kuglice i sfernog udubljenja kako bi se osiguralo zadržavanje vertikalne linije opterećenja prilikom ispitivanja tijekom kojeg dolazi do zakreta gornjeg bloka oko njegovog oslonca. [16]

Geometrija ispitnog zupčanika konstruirana je prema zupčanicima koji se koriste u autoindustriji i to na način da se svaki ispitni zupčanik maksimalno iskoristi. Naime, na jednom zupčaniku može se provesti ukupno šesnaest ispitivanja što je velika prednost ove metode ispitivanja u pogledu financijskih troškova.



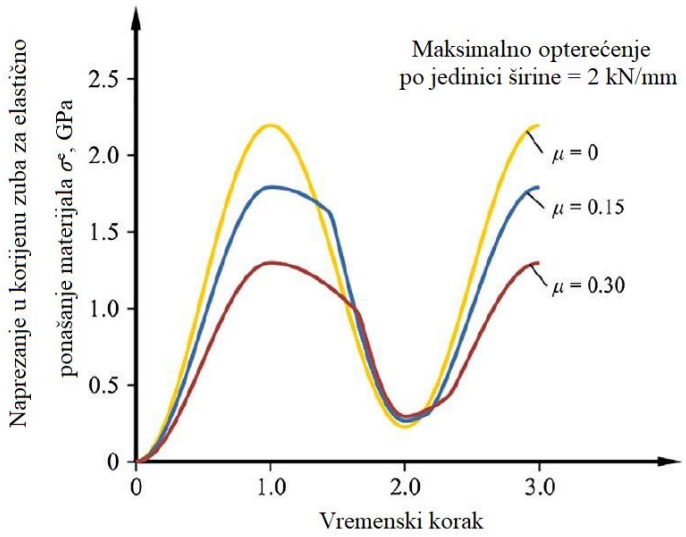
Slika 12. SAE ispitni zupčanik, prema [16]

Prije samog ispitivanja potrebno je ukloniti zub ispod reaktivnog zuba kako bi se on mogao neometano osloniti na donji blok. Budući da u svakom ispitivanju sudjeluju dva zuba zupčanika, ispitni zub opterećen gornjim blokom te reaktivni zub oslonjen na donji blok, a između tih zubi nalaze se dva zuba zupčanika, zupčanik se nakon prvog ispitivanja zakrene za četiri zuba čime ispitivani zub dolazi na mjesto uklonjenog zuba [Slika 12.]. Kako se ispitivanje vrši do loma zuba, jasno je kako je ovakav način ispitivanja vrlo učinkovit i financijski isplativ kako je već rečeno. [15]

4. UTJECAJ TRENJA PRI ISPITIVANJU NOSIVOSTI KORIJENA

Kao što smo već rekli, na zupčanike utječe velik broj raznih faktora pri njihovom radu stoga je potrebno pažljivo pristupiti njihovom ispitivanju. Ono oštećenje koje nas zanima u ovom radu je zamorni lom korijena zuba zupčanika koji se javlja kao posljedica cikličke naravi opterećenja. Zbog otežanog pristupa korijenu i relativno velikih brzina vrtnje, eksperimentalno određivanje dinamičke nosivosti korijena zuba zupčanika u radu je iznimno zahtjevno. No, ispitivanjem zupčanika na dinamičkoj kidalici izbjegavaju se navedeni problemi budući da je zupčanik pri ispitivanju fiksiran u nekom od navedenih ispitnih postolja.

U mnogim znanstvenim radovima na temu ispitivanja nosivosti korijena zuba moguće je primijetiti da nije jasno definiran utjecaj trenja između ispitnog zupčanika i dijelova postolja koji ga opterećuju, odnosno dijelova na koje se naslanja, na naprezanje u korijenu zuba. Generalno mišljenje koje se može izvesti iz većine radova je da sila trenja nema značajan utjecaj na samo ispitivanje pa neće biti uzeta u obzir. No, prema [13] pokazalo se da to nije slučaj. Naime, u navedenom članku [13] razmatran je utjecaj trenja prilikom ispitivanja zupčanika na NASA-inom uređaju i ispostavilo se da trenje može značajno utjecati na iznos naprezanja u korijenu zuba. Osim toga može doći do znatne promjene u obliku krivulje naprezanja u ovisnosti o vremenu na kojoj se javljaju određene deformacije u odnosu na slučaj opterećivanja bez trenja [Slika 13.].

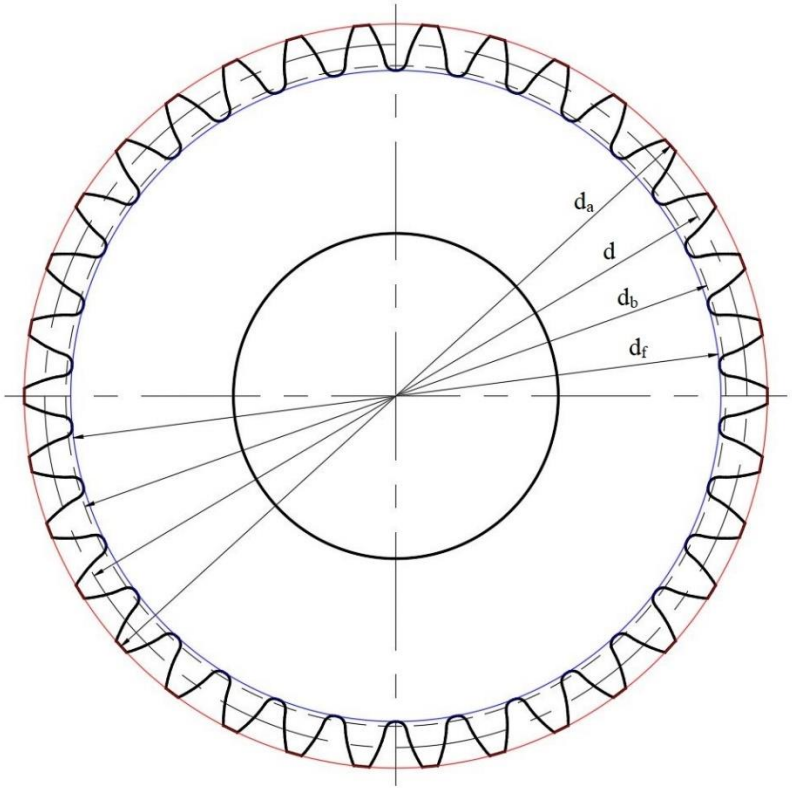


Slika 13. Ovisnost naprezanja u korijenu σ^e o vremenu za više faktora trenja, prema [13]

U ovom radu je cilj istražiti kakav točno utjecaj ima sila trenja pri ispitivanju na dva različita modela ispitnog postolja izradom simulacije primjenom metode konačnih elemenata. Prvi je model ispitivanja u kojem se opterećenje zupčanika vrši u tri točke, a drugi je ispitivanje u SAE postolju prema službenoj SAE normi [16]. Sve ulazne pretpostavke, ograničenja i eventualne modifikacije biti će navedene kasnije.

4.1. Ispitni zupčanik

Prema zadatku, simulacije oba modela ispitivanja biti će provedene na zupčaniku iste geometrije [Slika 14.]. Točnije, korišteni zupčanik definiran je prema SAE normi [16].



Slika 14. Geometrija ispitnog zupčanika

Radi se o cilindričnom zupčaniku s vanjskim ozubljenjem i ravnim zubima bez pomaka profila i bez skraćenja tjemena. Budući da prema normi [16] postoje dopuštena odstupanja pojedinih dimenzija zupčanika, svaki ispitni zupčanik ne mora nužno biti potpuno identičan. S obzirom na to prikazat ćemo sve karakteristične dimenzije korištenog ispitnog zupčanika [Tablica 2.].

Tablica 2. Geometrijski parametri ispitnog zupčanika

Parametar zupčanika	Oznaka i vrijednost
Broj zubi	$z = 34$
Modul	$m = 4{,}23$ mm
Kut zahvatne linije	$\alpha = 20°$
Promjer diobene kružnice	$d = 143{,}934$ mm
Promjer temeljne kružnice	$d_\mathrm{b} = 135{,}252$ mm
Promjer podnožne kružnice	$d_\mathrm{f} = 133{,}245$ mm
Promjer tjemene kružnice	$d_\mathrm{a} = 152{,}28$ mm

Što se materijala zupčanika tiče, korišten je obični konstrukcijski čelik s prikazanim svojstvima [Tablica 3.].

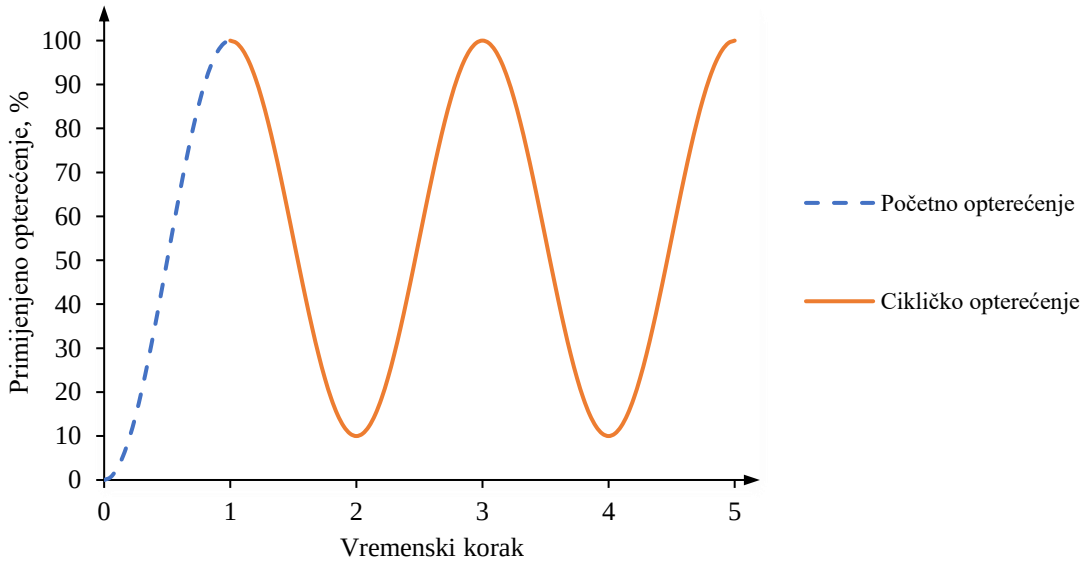
Tablica 3. Svojstva materijala ispitnog zupčanika

Svojstvo materijala	Oznaka i vrijednost
Modul elastičnosti	$E = 210$ GPa
Poissonov koeficijent	$\nu = 0{,}3$
Gustoća	$\rho = 7850$ kg/m^3

Točnija specifikacija materijala, u smislu sastava čelika, njegove tvrdoće, toplinske obrade i slično, nije uzeta u obzir budući da želimo što jasniji prikaz utjecaja sile trenja na nosivost korijena. Na ovaj način dobit ćemo puno širu sliku spomenutog utjecaja trenja, nego što bismo dobili za precizno definirani čelični materijal.

4.2. Ispitno opterećenje

Osim što će u obje simulacije ispitivanja biti korišten isti zupčanik, primjenjivat će se i jednak način opterećivanja spomenutog zupčanika. Budući da razmatranim ispitivanjima želimo postići lom zuba uslijed zamora materijala, nema smisla opterećivati zupčanik kontinuirano već je potrebno u ciklusima opterećivati, odnosno rasterećivati, ispitivani zupčanik. Na taj način dobivaju se vjerodostojni rezultati o nosivosti korijena zuba iz kojih se u konačnici određuje dinamička izdržljivost. Najjednostavniji način za postizanje vremenski promjenjivog opterećenja je primjenom sinusne funkcije [Slika 15.].



Slika 15. Ispitno opterećenje u ovisnosti o vremenu

Ispitno opterećenje može se podijeliti u dva koraka. Prvi korak predstavlja početno opterećenje odnosno početak ispitivanja u kojem je potrebno doći iz potpuno rasterećenog stanja zupčanika do maksimalnog opterećenja. Drugi korak je opterećivanje u ciklusima u kojima se opterećenje mijenja od maksimalnog opterećenja do odabrane minimalne granice opterećenja, koja u našem slučaju iznosi 10 % od maksimalnog iznosa. Opterećenje je izraženo u postocima budući da se tijekom ispitivanja njegov iznos može mijenjati. U eksperimentalnim ispitivanjima promjene iznosa opterećenja u drugom koraku izvodile bi se onoliko puta koliko je potrebno da dođe do loma zuba. Budući da je zadatak ovog rada napraviti simulaciju takvog ispitivanja, broj ciklusa promjene opterećenja od maksimalnog do minimalnog pa ponovno do maksimalnog ograničen je na dva ciklusa.

4.3. Osnovne postavke simulacije

Kako ćemo za obje odabrane metode ispitivanja nosivosti korijena zuba napraviti simulaciju postupka ispitivanja, možemo unaprijed definirati određene postavke koje će biti zajedničke u oba slučaja. Parametre poput iznosa opterećenja, kinematičkih ograničenja te tipova korištenih elemenata i njihove raspodjele navest ćemo kasnije za svaku simulaciju posebno. Za izradu simulacija koristit ćemo programski paket *Abaqus 6.13-1*.

Simulacije koje ćemo kasnije postaviti izvršavati će nelinearnu analizu za linearno elastično ponašanje materijala u dvodimenzionalno definiranom modelu.

Za sve dijelove koje ćemo modelirati u predstojećim simulacijama reći ćemo da su izrađeni od čelika, čija su svojstva dana ranije, kod definiranja ispitnog zupčanika [Tablica 3.]. Također ćemo pretpostaviti da je taj čelik homogen i izotropan. Homogenošću smo pretpostavili jednoliku raspodjelu gustoće kroz čitavi materijal, dok smo svojstvom izotropnosti pretpostavili jednoliku raspodjelu svojstava materijala u svim smjerovima.

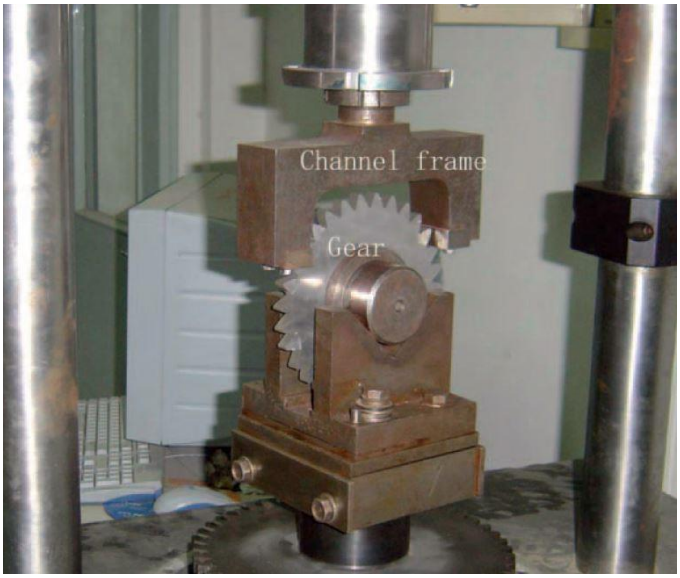
Budući da govorimo o ispitivanjima u kojima se nama najvažnije pojave događaju na mjestima međusobnog dodira uključenih dijelova, vrlo je bitno kako ćemo definirati taj njihov međusobni dodir. Za definiranje dodira koristili smo formulaciju *Penalty* uz opciju *Finite sliding* čime smo osigurali da program tijekom cijele simulacije prati promjenu čvorova na odabranim površinama koji sudjeluju u dodiru u svakom danom trenutku. Osim dodira među odgovarajućim površinama potrebno je definirati i trenje za što smo također koristili *Penalty* formulaciju.

Kako ispitujemo naprezanja u korijenu zuba zupčanika koji se može smatrati tankim tijelom, pri definiranju tipova elemenata koje ćemo raspodijeliti u mrežu možemo koristiti formulaciju *Plane Stress*. Naime ova formulacija pretpostavlja da su naprezanja duž debljine modela jednaka nuli zbog čega se koristi samo za modele malih debljina.

4.4. Opterećenje zupčanika u tri točke

Prva metoda ispitivanja nosivosti korijena zuba koju ćemo simulirati je metoda opterećenja zupčanika u tri točke. Ispitivanje za koje ćemo provesti simulaciju sličnog je principa kao ono već spomenuto ranije prema [14]. Ipak, postoji određena razlika u točki i načinu ostvarivanja dodira između ispitivanog zupčanika i konstrukcije postolja.

Što se načina dodira tiče, razlika u odnosu na [14] je u tome što se dodir između zupčanika i konstrukcije postolja neće ostvarivati preko malih valjaka već će bokovi ispitivanog zupčanika i konstrukcije postolja biti u izravnom dodiru. Takav način ispitivanja korišten je u eksperimentalnoj analizi zupčanika izrađenih od čelične legure 38SiMnMo [17]. Navedeno ispitivanje provedeno je na postolju u kojem je zupčanik uležišten na svojoj osovini i postavlja se na dva oslonca. Potom ga se s gornje strane pritisne pomoću okvira za opterećivanje u obliku slova U kojim se istovremeno opterećuju dva zuba zupčanika [Slika 16.]. Za točku dodira uzet ćemo sjecište boka zuba i okomite tangente na temeljnu kružnicu zupčanika. Na taj način tangenta će presijecati evolventu boka zuba pod pravim kutom i jednostavno ćemo moći ostvariti dodir s horizontalnom površinom okvira za opterećivanje.



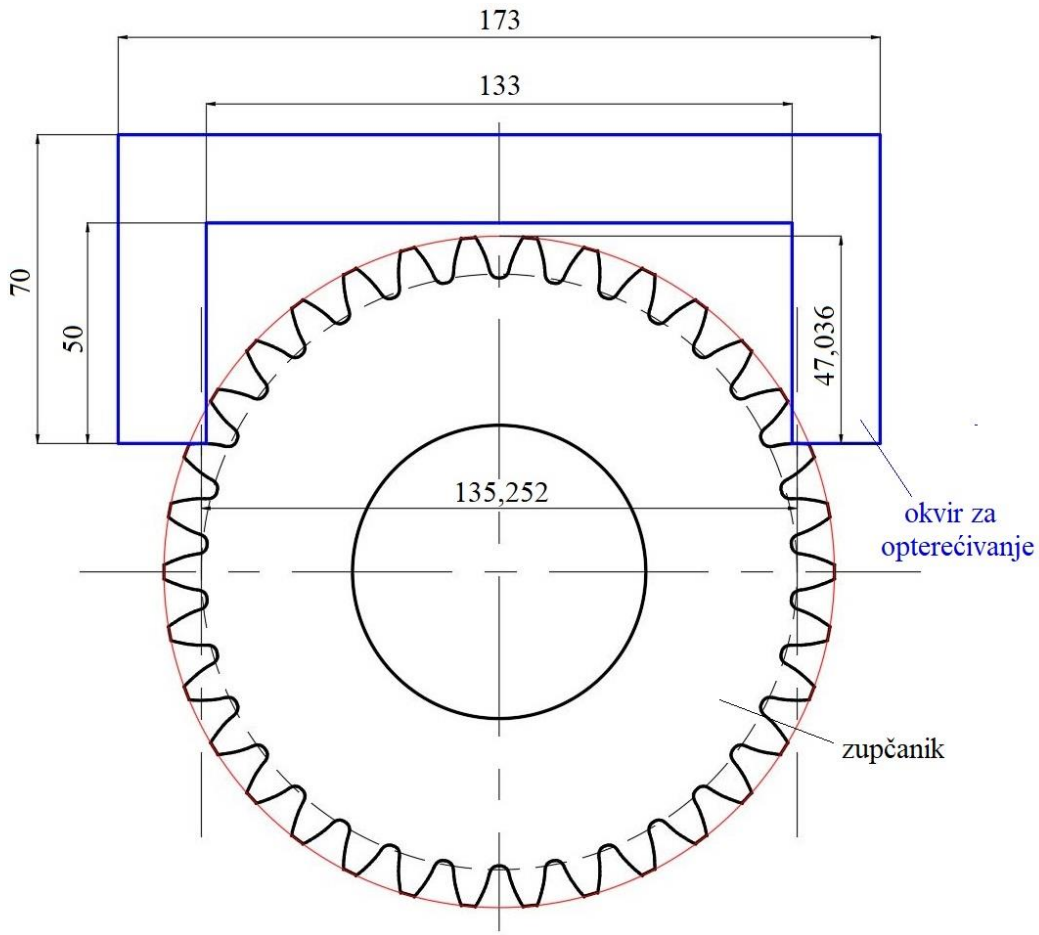
Slika 16. Ispitno postolje za opterećenje zupčanika u tri točke [17]

Može se reći kako je ovo određena kombinacija ispitivanja opterećenjem u tri točke prema [14], gdje zupčanik ima vlastito uležištenje, te ispitivanja na pulzatoru gdje se zupčanik simetrično opterećuje direktnim dodirom između postolja i zupčanika uz istu dodirnu točku kao i ovdje.

Bitno je naglasiti kako su se u provedenom eksperimentu [17] na vrhove okvira za opterećivanje postavljale izmjenjive pločice kako bi se trošenje materijala ograničilo samo na spomenute pločice i kako bi se osiguralo da se opterećivanje provodi s tvrđim materijalom od materijala zupčanika. Budući da trošenje ne možemo simulirati, a već smo rekli da se nećemo baviti točnim sastavima materijala i njihovim svojstvima, pri izradi simulacije model ispitnog postolja biti će pojednostavljen.

4.4.1. Konstrukcija geometrije

Budući da u navedenom eksperimentu [17] nisu predstavljene točne dimenzije okvira za opterećivanje kojim se ispitivanje provodilo, potrebno je najprije odrediti njegovu geometriju nužnu za uspješno provođenje simulacije. Do potrebne geometrije dolazimo pomoću programskog paketa *AutoCAD Mechanical 2019* [Slika 17.].



Slika 17. Geometrija okvira za ispitivanje opterećivanjem u tri točke

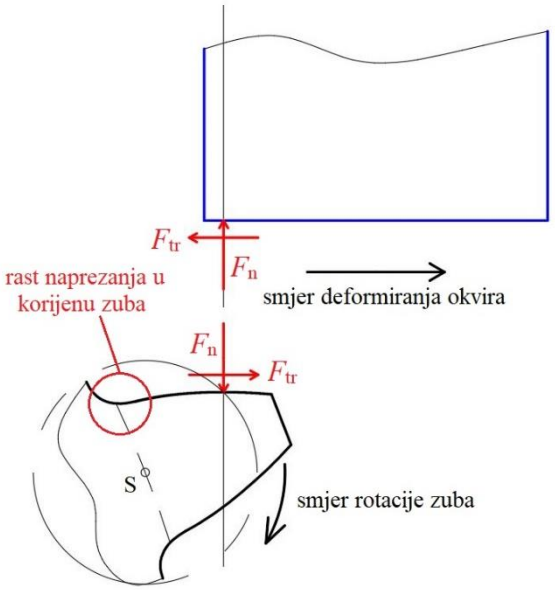
Kako bismo pojednostavili simulaciju koju moramo provesti potrebno je definirati koji dijelovi postolja su nam zapravo potrebni tj. koji dijelovi sudjeluju u samom procesu opterećivanja. U ovom slučaju to su okvir za opterećivanje i naravno, zupčanik. Ostatak postolja, odnosno oslonci i osovina zupčanika, biti će simulirani kinematičkim ograničenjima u idućem koraku. Budući da su nam dimenzije zupčanika definirane zadatkom, a dimenzije okvira za opterećivanje nam nisu poznate, moramo ih prilagoditi onome što želimo postići. Koristeći ono što nam je dostupno iz [17] možemo pretpostaviti omjer visine zuba i širine kraka okvira za opterećivanje od otprilike 1:2. Kad povučemo okomitu tangentu na temeljnu kružnicu dobivamo željenu točku dodira u njenom sjecištu s bokom zuba. Sada znamo minimalnu visinu okvira za opterećivanje koja nam je potrebna da ne bi došlo do dodira sa zubima koje ne ispitujemo. Budući da smo odlučili zadržati konstantu širinu okvira za opterećivanje, poznate su nam sve njegove dimenzije kako je i prikazano [Slika 17.].

4.4.2. Ulazne pretpostavke

Naš cilj je istražiti ima li sila trenja određen utjecaj na naprezanje u korijenu zuba koje će se javiti prilikom provođenja simulacije. Stoga je potrebno razmotriti način na koji će se dijelovi u kontaktu tijekom simulacije gibati.

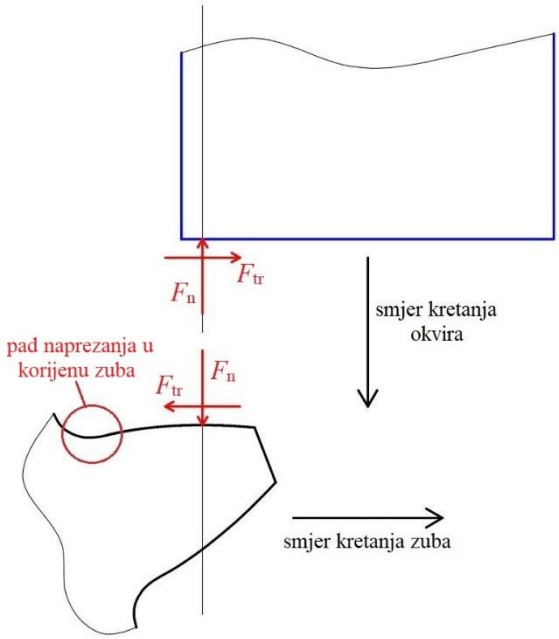
U simulacijama koje ćemo provoditi razlikujemo dva slučaja. Prvi slučaj će biti kada okviru za opterećivanje zadamo čelik kao materijal i pretpostavimo da će se prilikom samog opterećivanja okvir elastično deformirati. Drugi slučaj ćemo dobiti ako postavimo okvir za opterećivanje kao idealno kruto tijelo što znači da se tijekom opterećivanja neće ni na koji način deformirati. Ovakvim promjenama svojstava okvira za opterećivanje mijenjat ćemo način na koji sila trenja djeluje u sustavu, a njene promjene utjecat će na naprezanja u korijenu zuba.

U prvom slučaju možemo pretpostaviti da će doći do klizanja površine okvira za opterećivanje po površini boka zuba tijekom onog dijela ciklusa u kojem opterećenje raste od svoje minimalne vrijednosti do maksimuma. Na taj način će se krakovi okvira za opterećivanje kretati prema van, a uslijed takvog klizanja, sila trenja će na okviru djelovati prema unutra. Na boku zuba će u tom slučaju sila trenja djelovati prema van u odnosu na središte zupčanika i na taj način dodatno, vlačno opterećivati korijen zuba. Sam zub savijat će se oko središta kružnice [Slika 18. – točka S] po kojoj se odvija dodir, a ono se nalazi na sjecištu simetrale zuba i temeljne kružnice zupčanika [Slika 18.].



Slika 18. Djelovanje sila pri opterećivanju u slučaju okvira s elastičnim ponašanjem

Što se drugog slučaja tiče, idealno kruti okvir za opterećivanje neće doživljavati nikakve deformacije pri opterećivanju zbog čega će površina boka zuba klizati po površini okvira, a sila trenja će promijeniti svoj smjer. Sada će sila trenja rasterećivati korijen zuba, odnosno povećanjem faktora trenja, a time i sile trenja, smanjivat će se naprezanje u korijenu [Slika 19.].

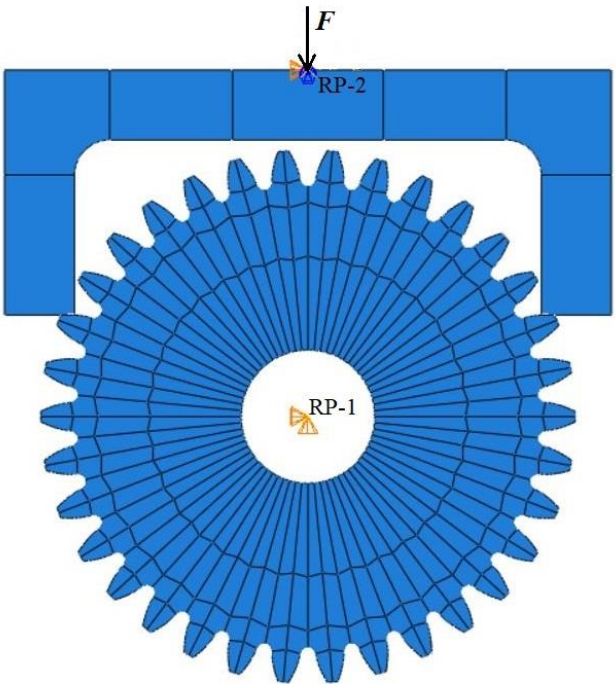


Slika 19. Djelovanje sila pri opterećivanju u slučaju idealno krutog okvira

4.4.3. Postavljanje simulacije

Kako je već rečeno, simulacija će biti provedena pomoću metode konačnih elemenata koristeći programski paket *Abaqus 6.13-1,* a kako bismo ju dodatno pojednostavili i skratili vrijeme njenog izvođenja, cijeli problem bit će postavljen dvodimenzionalno. Kako nam sve sile djeluju u jednoj ravnini, možemo problem promatrati kao takav, uz zadavanje debljine okviru za opterećivanje i zupčaniku. No, prije toga potrebno je pomoću prethodno definirane geometrije izraditi modele u navedenom programu. Što se debljine tiče, kako ni ona nije definirana u [17], prema onome što nam je dostupno možemo procijeniti da se debljine navedenih dijelova međusobno odnose u omjeru 3:1 pa će za početak biti postavljena debljina zupčanika od 10 jedinica debljine, a okvira 30. Utjecaj debljine na samo ispitivanje bit će razmatran kasnije.

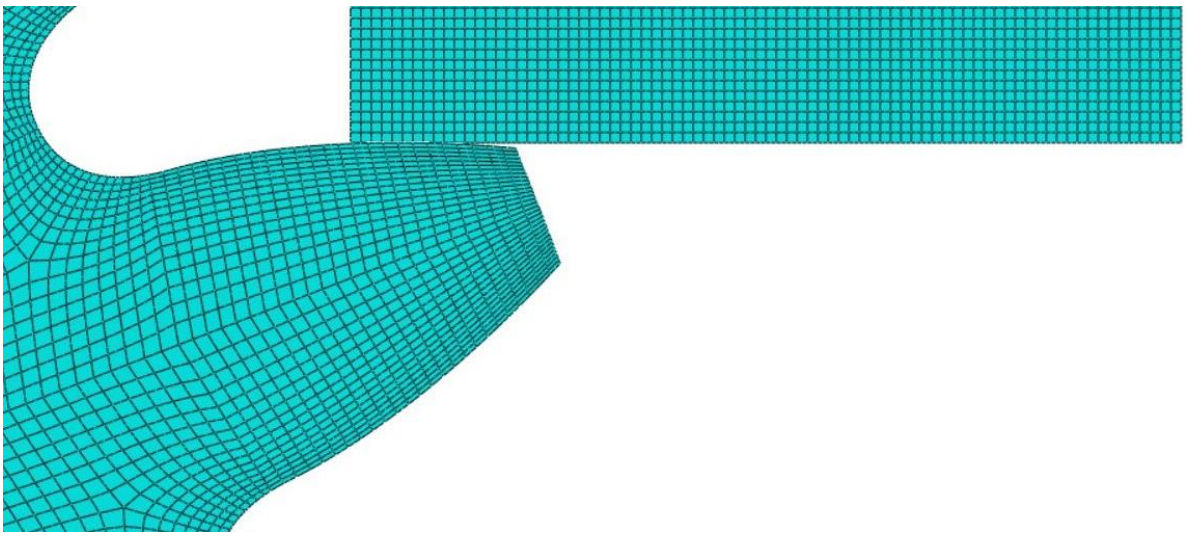
Nakon kreiranja particija na modelima zupčanika i okvira za opterećivanje [Slika 20.], koje služe za jednostavnije i pravilnije definiranje mreže, definirali smo dodir između dvaju bokova zuba ispitnog zupčanika i dviju površina okvira za opterećivanje. S obzirom da su geometrija i opterećenje simetrični u odnosu na vertikalnu os, može se promatrati i samo polovica modela, no nismo se odlučili za to kako bismo bili sigurni u dobivena rješenja. Naime, na ovaj način znamo da nam obje strane našeg modela moraju dati iste rezultate, a ako bude tako, možemo reći da je simulacija uspješno i točno napravljena.



Slika 20. Model ispitivanja opterećenjem u tri točke

Nakon ostvarivanja dodira među pojedinim dijelovima, postavili smo odgovarajuća ograničenja na svaki od njih. Sva ograničenja definirana su korištenjem referentnih točaka (eng. *reference point* – RP) radi jednostavnosti. Tako smo središte zupčanika vezali za referentnu točku 1 (RP-1) u kojoj smo postavili ograničenje horizontalnog i vertikalnog pomaka uz dopušteni zakret. Što se okvira za opterećivanje tiče, njega smo vezali za referentnu točku 2 (RP-2) uz ograničenje horizontalnog pomaka i zakreta kako bismo zadovoljili simetriju problema i omogućili samo vertikalni pomak [Slika 20.]. Referentnu točku 2 vezali smo za gornju plohu središnje particije okvira za opterećivanje zato što se na njegovom vrhu nalazi uzvišenje (pretpostavka je da se okvir izrađuje takav u jednom komadu ili se uzvišenje zavari) preko kojeg se zapravo prenosi sila s dinamičke kidalice, kako je ranije prikazano [Slika 16.]. Na taj način vezanja referentne točke 2 simulirali smo krutost gornjeg dijela okvira za opterećivanje.

U mreži konačnih elemenata biti će više elemenata u blizini dodira boka zuba zupčanika i okvira za opterećivanje [Slika 21.], dok je u dijelovima koji ne sudjeluju ni na koji način u ispitivanju, tj. na koje se jako malo ili nimalo ne prenose naprezanja, broj elemenata u mreži smanjen kako bi se ubrzao proces same simulacije. Za konačne elemente u mreži koristili smo pravokutne elemente drugog reda bez reducirane integracije (eng. *8-node biquadratic plane stress quadrilateral* – CPS8). Na zupčaniku općenito, mreža je sastavljena od manjih elemenata budući da ćemo s njegove površine očitavati rezultate.

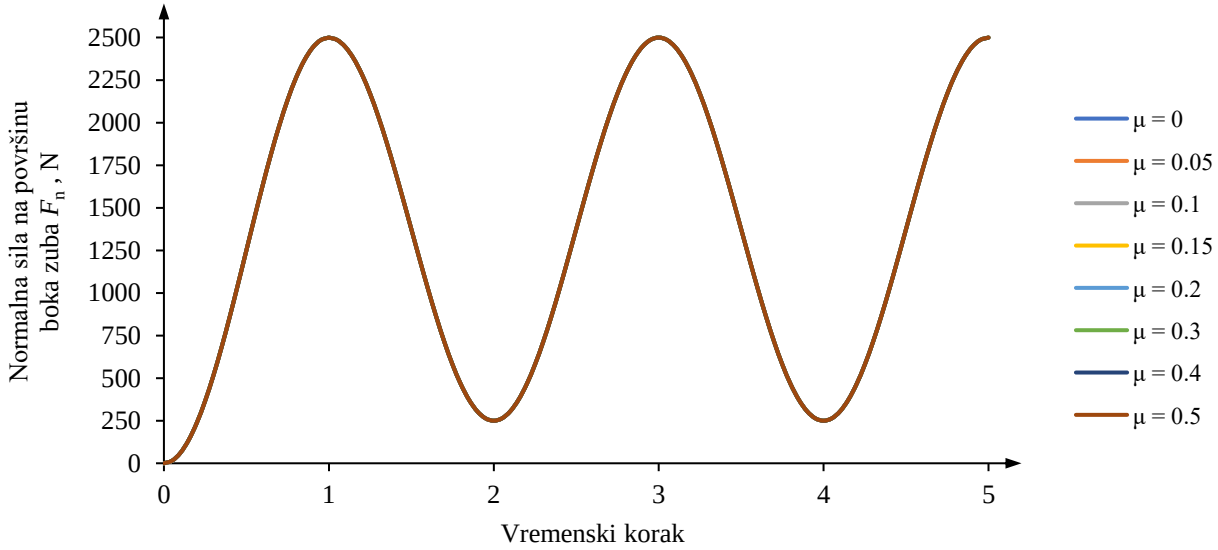


Slika 21. Mreža elemenata na mjestu dodira zupčanika i okvira

4.4.4. Analiza rezultata s elastičnim ponašanjem okvira

Najprije ćemo analizirati rezultate dobivene u slučaju kada je okvir za opterećivanje u simulaciji postavljen kao čelični dio zbog čega će se elastično deformirati prilikom opterećivanja. U ovom dijelu, svi prikazani rezultati odnose se na ranije spomenuti omjer debljina okvira za opterećivanje i zupčanika 3:1, odnosno debljine 30 i 10. Napravljene su i analize za različite međuodnose debljina, ali o tome će biti riječi kasnije. Maksimalna sila za koju ćemo ovdje analizirati rezultate iznosi 5 kN, što znači da se zupčanik nakon početnog maksimalnog opterećenja, rasterećivao i opterećivao u intervalu iznosa sile od 0,5 do 5 kN. Zašto smo koristili ovako malo opterećenje bit će pojašnjeno kasnije u analizi utjecaja opterećenja na naprezanje u korijenu zuba.

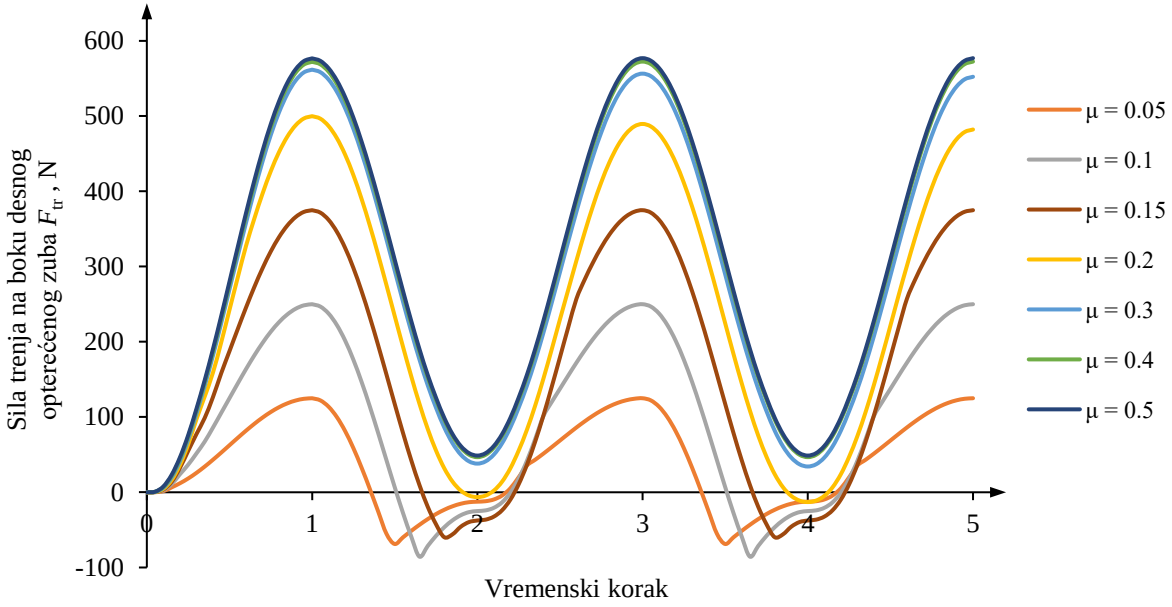
Prije nego što smo krenuli u analizu najvažnijeg dijela rezultata, odnosno naprezanja u korijenu zuba i sile trenja na mjestu dodira, provjerili smo kakvi su iznosi normalnih sila na dodirne površine u ovisnosti o faktoru trenja. Da bismo mogli reći da su simulacije vjerodostojne, iznosi normalnih sila na dodirnu površinu F_n moraju se potpuno poklapati, budući da faktor trenja podloge μ ne utječe na njih ni na koji način, što se ovdje i dogodilo [Slika 22.]. Simulacije su napravljene za faktore trenja u rasponu od $\mu = 0$ do $\mu = 0{,}5$. Iako normalna sila na bok zuba djeluje u negativnom smjeru globalnog koordinatnog sustava modela, biti će prikazana kao pozitivna isključivo radi prirodnijeg prikaza dijagrama.



Slika 22. Dijagram ovisnosti normalne sile F_n na bok zuba o vremenu

Sada kada znamo da su nam simulacije bile uspješne, nastavljamo dalje s analizom. Svi daljnji rezultati biti će prikazani za dodir boka zuba i površine okvira s desne strane modela kako bi nam sila trenja na boku zuba u prikazima imala pozitivan iznos budući da djeluje udesno, od središta zupčanika, a ne prema njemu.

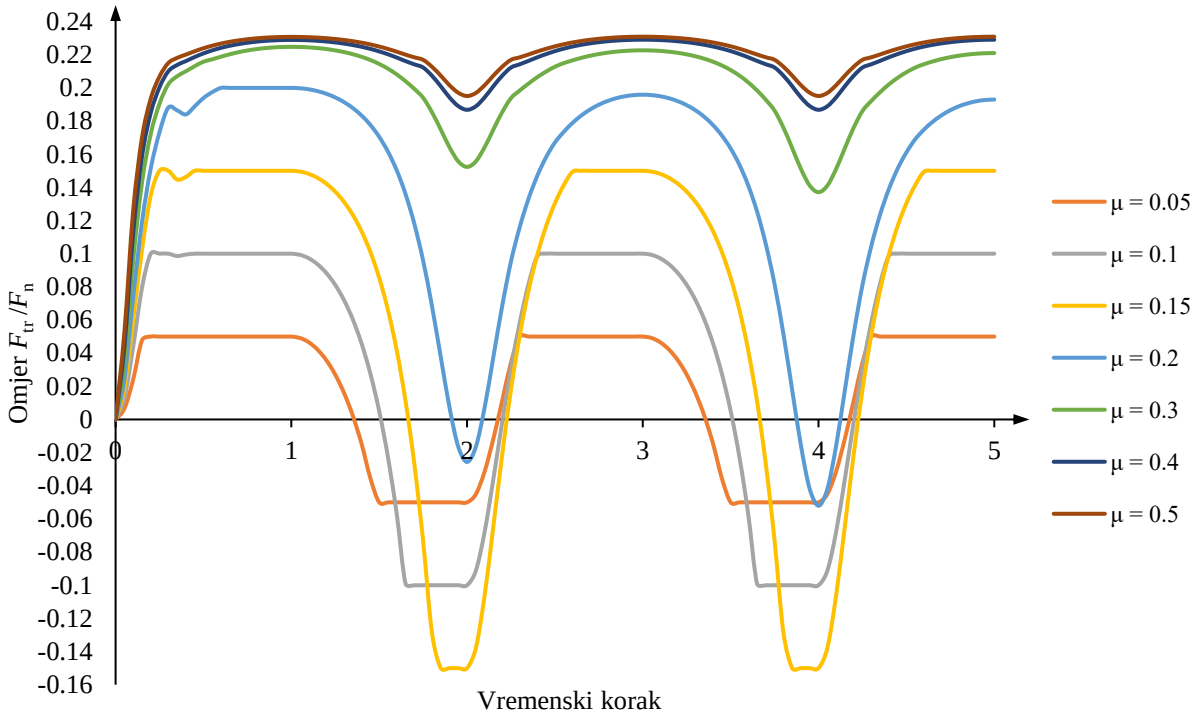
Sljedeće što trebamo analizirati je promjena sile trenja F_{tr} u ovisnosti o vremenu za različite faktore trenja [Slika 23.]. S obzirom da prikazujemo rezultate za bok desnog opterećenog zuba, sila trenja treba imati pozitivan smjer na horizontalnoj osi u globalnom koordinatnom sustavu modela, što se u većem dijelu i ostvarilo. Iz očitih razloga, krivulja sile trenja za faktor trenja $\mu = 0$ neće biti grafički prikazana.



Slika 23. Dijagram ovisnosti sile trenja F_{tr} na boku desnog zuba o vremenu

Naime, vidljivo je da sila trenja pri manjim faktorima trenja prilikom rasterećivanja u određenom trenutku mijenja svoj smjer. Na taj način sila trenja u tom periodu rasterećivanja zupčanik tlačno opterećuje čime zapravo dodatno rasterećuje korijen zuba, odnosno smanjuje zubu naprezanje u korijenu. Taj efekt postoji sve dok faktor trenja ne prijeđe preko iznosa $\mu = 0{,}2$ nakon čega sila trenja u svakom trenutku ispitivanja dodatno, vlačno opterećuje korijen zuba ispitivanog zupčanika. Također se može primijetiti da su iznosi sile trenja približno jednake vrijednosti kada faktor trenja prijeđe granicu od $\mu = 0{,}3$.

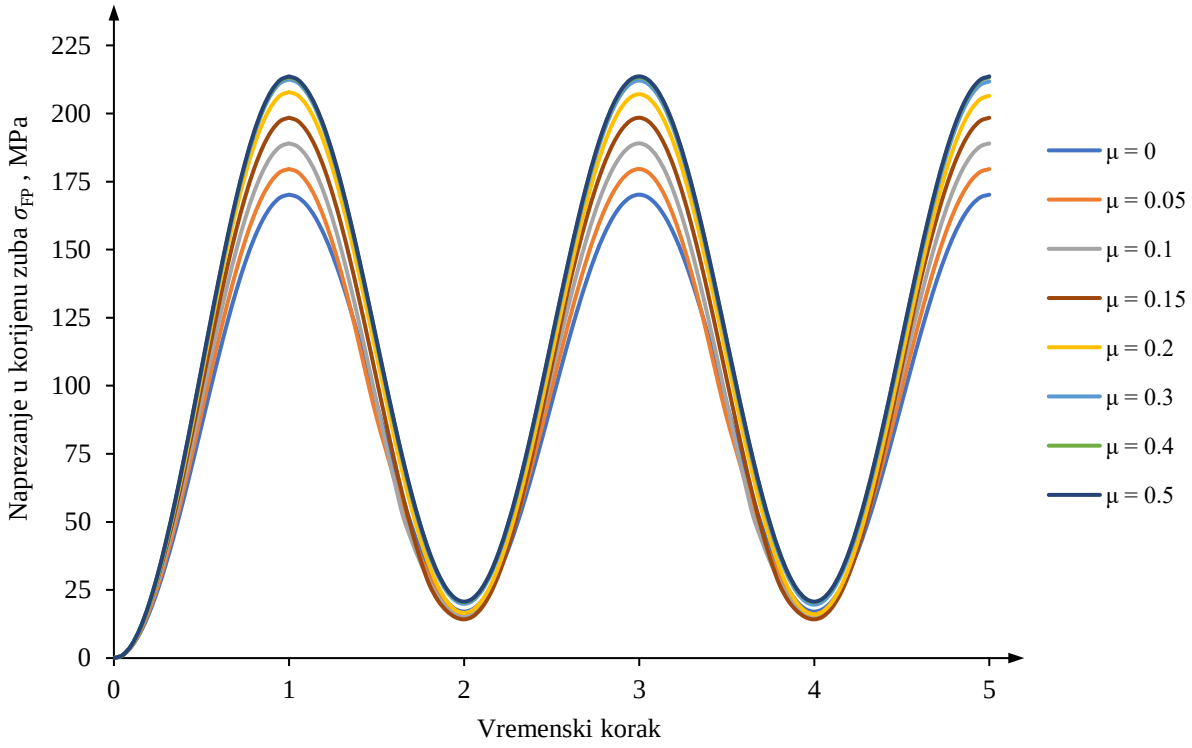
Prije nego što prikažemo naprezanja u korijenu zuba analizirat ćemo u kojim slučajevima i kada je došlo do klizanja između površine boka zuba i površine okvira za opterećivanje [Slika 24.]. Do spomenutog klizanja dolazi kada se apsolutna vrijednost omjera sile trenja F_{tr} i normalne sile F_{n} izjednači s pripadajućim faktorom trenja μ, no grafički nećemo prikazivati apsolutnu vrijednost radi bolje preglednosti prikaza. Ponovno slučaj bez trenja neće biti grafički prikazan.



Slika 24. Dijagram ovisnosti omjera $F_{\mathrm{tr}}/F_{\mathrm{n}}$ o vremenu

Opet se može primijetiti da se granica nakon koje dolazi do promjene u ponašanju dijagrama, u ovom slučaju do prestanka pojave klizanja između dodirnih površina, nalazi pri faktoru trenja od $\mu = 0{,}2$. Nakon tog iznosa faktora trenja u sustavu više ne dolazi do proklizavanja. Također se može primijetiti, prema obliku krivulja, da je proklizavanje dugotrajnije prilikom opterećivanja zupčanika nego njegovog rasterećivanja.

Preostaje još prikazati promjenu naprezanja u korijenu zuba u ovisnosti o različitim faktorima trenja za definirane debljine u omjeru 3:1 te silu promjenjivu od 0,5 do 5 kN [Slika 25.]. Analiza naprezanja provedena je usporedno sa svim ostalim, već prikazanim dijagramima, kako bismo bili sigurni da se svi izvedeni zaključci međusobno upotpunjuju bez bilo kakvih suprotnosti.



Slika 25. Dijagram ovisnosti naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} o vremenu

Lako je vidljivo da naprezanje u korijenu zuba ispitivanog zupčanika raste s porastom faktora trenja kao što je i predviđeno na početku. No, važno je primijetiti da taj porast staje kada faktor trenja dosegne određenu granicu, točnije iznos od $\mu = 0{,}3$. Nakon spomenute granice, naprezanja u korijenu zuba su gotovo pa identična. Još jednu stvar je bitno naglasiti, ako se vratimo natrag na dijagram ovisnosti sile trenja o vremenu [Slika 23.] u kojem ona mijenja svoj smjer u određenim trenucima ispitivanja, možemo to povezati s ovim dijagramom. U trenucima najnižeg iznosa opterećenja, koji slijede nakon rasterećenja zupčanika, a prethode ponovnom opterećivanju, vidljivo je kako je naprezanje u korijenu zuba dodatno umanjeno kod nižih faktora trenja. To je posljedica ranije spomenute promjene smjera sile trenja.

Iz svega navedenog može se zaključiti kako se faktor trenja $\mu = 0{,}2$ nameće kao određena granica nakon koje ispitivanje dolazi u stabilno stanje i na njega i njegove rezultate, bar što se naprezanja u korijenu zuba tiče, sila trenja više nema značajnog utjecaja. Dok s druge strane, za faktore trenja manje od navedene granice, vrijedi suprotno te ovisno o sili trenja, točnije faktoru trenja, dobivamo veće ili manje klizanje dodirnih površina kao i različite iznose naprezanja u korijenu zuba.

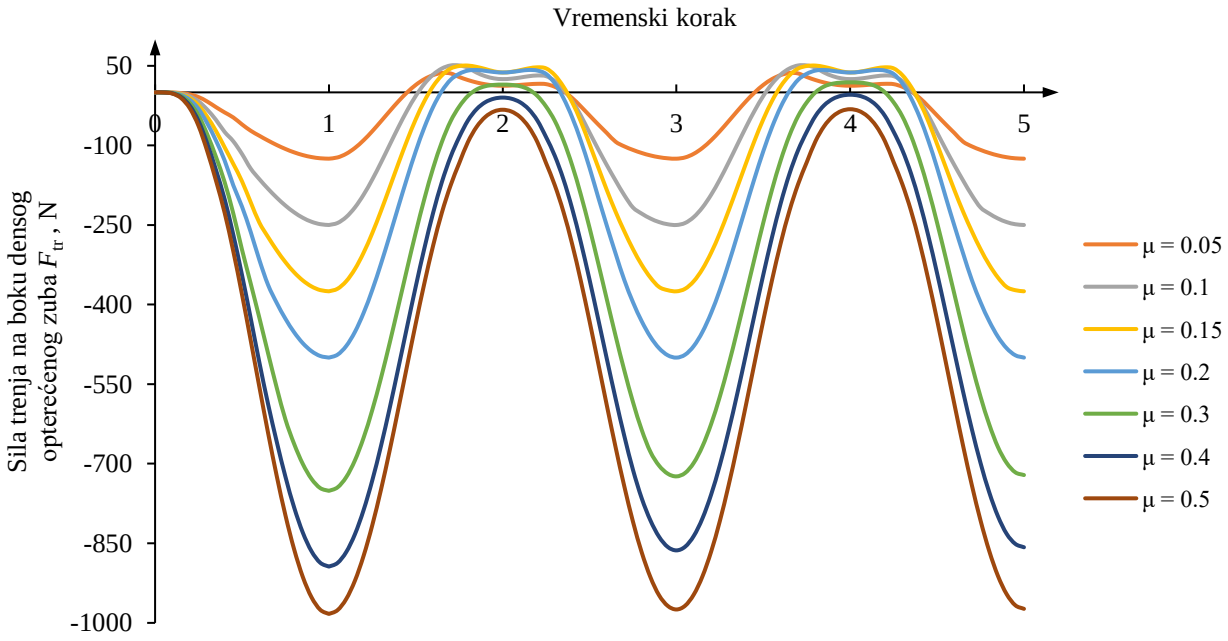
4.4.5. Analiza rezultata s idealno krutim okvirom

Kada okviru za opterećivanje zadamo da se ponaša kao idealno kruto tijelo, znamo da se tada okvir neće ni najmanje deformirati tijekom ispitivanja. Također, u tom slučaju njegova debljina postaje parametar bez ikakvog utjecaja na sustav. Ostali uvjeti u simulaciji poput debljine zupčanika, raspona faktora trenja i sile u kojem se dijelovi opterećuju i rasterećuju, ostali su nepromijenjeni u odnosu na prethodno analizirani slučaj s elastičnim ponašanjem okvira.

Kao i u prethodnoj analizi, najprije smo provjerili je li došlo do poklapanja iznosa normalnih sila na površinu boka zuba kako bismo bili sigurni u uspješnost i točnost izvedenih simulacija. Budući da je do poklapanja došlo, a dijagram se nimalo ne razlikuje od onog koji je prikazan u prethodnoj analizi [Slika 22.], ovdje ga nećemo ponovno grafički prikazivati.

Kako bismo mogli izravno usporediti rezultate ove analize s rezultatima one prethodne, ovdje će također svi rezultati biti prikazani za dodir površine boka zuba i okvira za opterećivanje s desne strane modela. Na taj način ćemo odmah vidjeti promjene u ponašanju sile trenja, a potom i naprezanja u korijenu koje očekujemo.

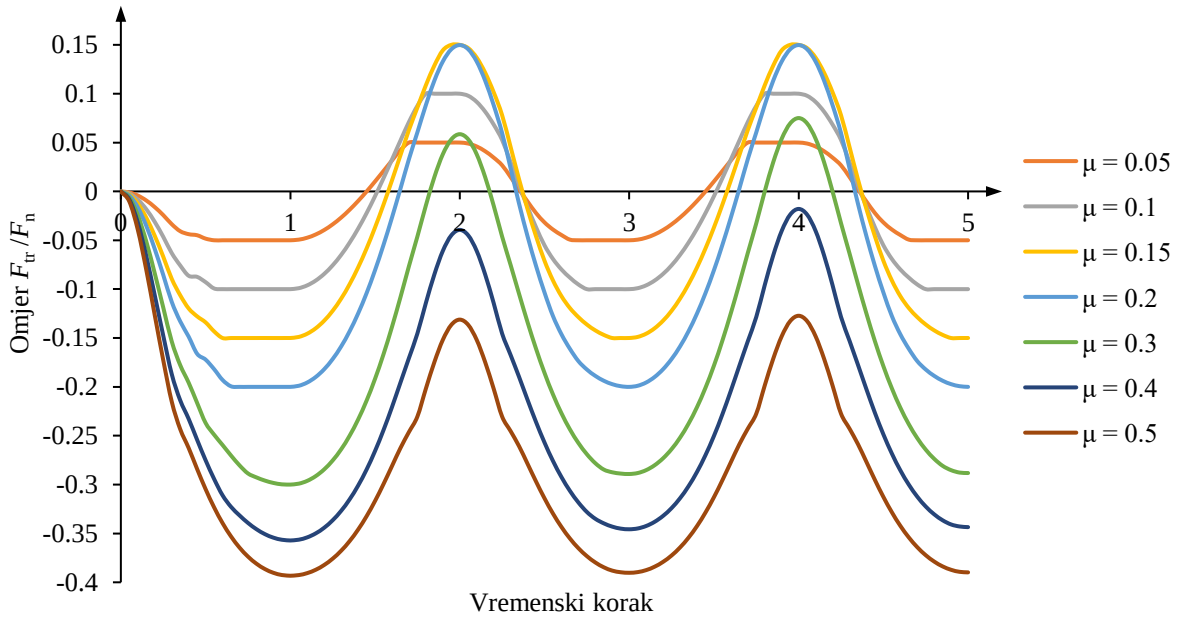
Prvo nam slijedi prikaz promjene sile trenja na boku zuba u ovisnosti o vremenu [Slika 26.]. Početnom pretpostavkom utvrdili smo da bi u ovom slučaju sila trenja trebala imati negativan smjer horizontalne osi u globalnom koordinatnom sustavu, što se opet u većem dijelu dijagrama ostvarilo. Kao i prije, analiza s faktorom trenja $\mu = 0$ ovdje neće biti prikazana grafički.



Slika 26. Dijagram sile trenja F_{tr} na boku desnog zuba u vremenu za kruti okvir

Prema očekivanjima, sila trenja ima negativan predznak, ali opet u određenim intervalima mijenja svoj smjer. Može se primijetiti da će u ovom slučaju, zadnja analiza s promjenom smjera sile trenja, biti ona s faktorom trenja $\mu = 0{,}3$. Ovdje promjena smjera sile trenja znači da će u tim trenucima dolaziti do dodatnog opterećivanja korijena zuba. Dakle, u preostalom vremenu, koje čini većinu ukupnog vremena, sila trenja uzrokovat će tlačno opterećenje korijena zuba čime će se naprezanja u korijenu zuba smanjivati porastom sile trenja, odnosno faktora trenja. Općenito gledajući, sile trenja u ovom slučaju znatno su većeg iznosa nego u prethodno provedenoj analizi i ne približavaju se istom iznosu s porastom faktora trenja kako je to prije bio slučaj.

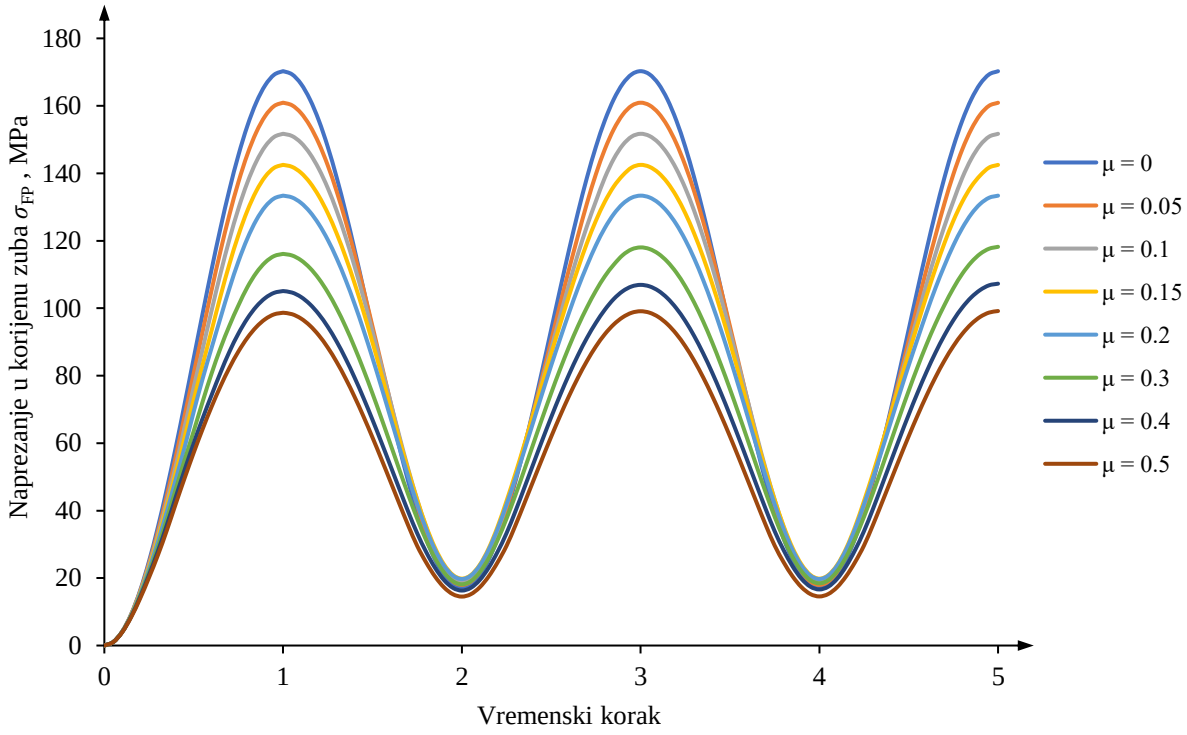
Opet ćemo, prije analize naprezanja u korijenu zuba, provesti analizu klizanja između dodirnih površina [Slika 27.] koja bi se ipak trebala malo razlikovati u odnosu na prethodni slučaj. Budući da je za slučaj bez trenja taj omjer jednak nuli, nećemo ga grafički prikazivati.



Slika 27. Dijagram ovisnosti omjera F_{tr}/F_n o vremenu za kruti okvir

Klizanje i u ovom slučaju traje duže prilikom opterećivanja nego što je to slučaj pri rasterećivanju, no u usporedbi s prethodnom analizom, klizanje u sustavu općenito čini manji dio ukupnog vremena. Granica nakon koje više ne dolazi do klizanja pomaknuta je na $\mu = 0{,}3$ za razliku od prethodne analize gdje je bila na $\mu = 0{,}2$.

Preostaje još prikazati promjenu naprezanja u korijenu zuba za trenutni slučaj s idealno krutim okvirom za opterećivanje [Slika 28.]. Opet ćemo se osvrnuti na ostale dijagrame prilikom analize naprezanja kako bismo bili sigurni u konzistentnost rezultata kroz cijelu analizu.



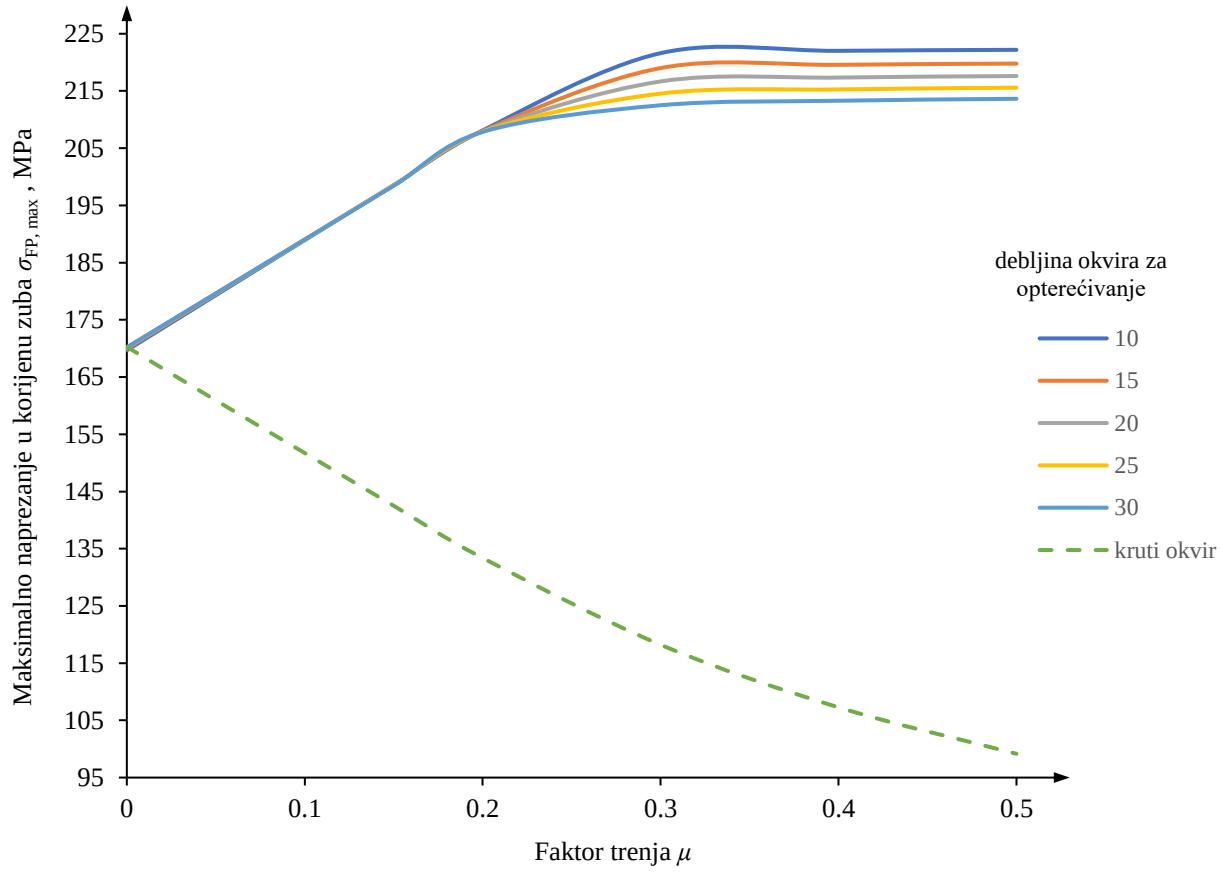
Slika 28. Ovisnost naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} o vremenu za kruti okvir

Odmah na prvi pogled vidljivo je kako se ovdje događa suprotna stvar od one u prethodnoj analizi. Naime, s porastom faktora trenja, a time i sile trenja, dolazi do pada naprezanja u korijenu zuba upravo zbog toga što sila trenja stvara tlačno naprezanje na korijen zuba. Ono što se može primijetiti je da u ovom slučaju naprezanje kontinuirano pada, odnosno ne dolazi do određene granice gdje je jednako za više različitih faktora trenja. U skladu s ponašanjem sile trenja [Slika 26.], u trenucima kada ona mijenja smjer, povećava se i naprezanje u korijenu što je vidljivo u povećanju naprezanja za niže faktore trenja u trenucima rasterećivanja.

U ovoj se analizi, osim suprotnog djelovanja sile trenja i suprotne promjene naprezanja, može primijetiti još jedna glavna razlika. Granica na kojoj sustav postaje stabilniji, odnosno klizanje prestaje, podigla se na faktor trenja $\mu = 0{,}3$. No, bez obzira na prestanak klizanja, sila trenja se, kao i naprezanje, i dalje mijenja u vremenu za razliku od prethodno provedene analize.

4.4.6. Analiza utjecaja debljine okvira i faktora trenja na naprezanje u korijenu zuba

U prethodnim analizama simulacije su bile provedene za različite faktore trenja, no debljine zupčanika i okvira za opterećivanje nisu mijenjane. Uzimajući u obzir sve do sad prikazane rezultate možemo reći da se pokazalo da trenje ima znatnog utjecaja na naprezanje u korijenu zuba. Zato bi bilo dobro odmah ispitati utječe li nekako na to sve i parametar debljine pojedinih dijelova ispitnog postolja. Stoga smo napravili potpunu analizu opisanog problema s nekoliko simulacija za svaki faktor trenja u kojima se mijenjao samo jedan parametar, a to je debljina okvira za opterećivanje. Debljina zupčanika održavana je kao konstantna i iznosila je 10 jedinica debljine, dok se debljina okvira mijenjala u rasponu od 10 do 30 s korakom od 5 jedinica debljine. U analizu je uključen i slučaj idealno krutog okvira za opterećivanje kao određena referenca koja predstavlja granični slučaj koji možemo postići. Nakon izrade svih simulacija analizirali smo rezultate i odlučili razmotriti utjecaj debljine okvira za opterećivanje i faktora trenja na iznos maksimalnog naprezanja u korijenu zuba [Slika 29.].



Slika 29. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{FP,max}$ o faktoru trenja μ i debljini okvira

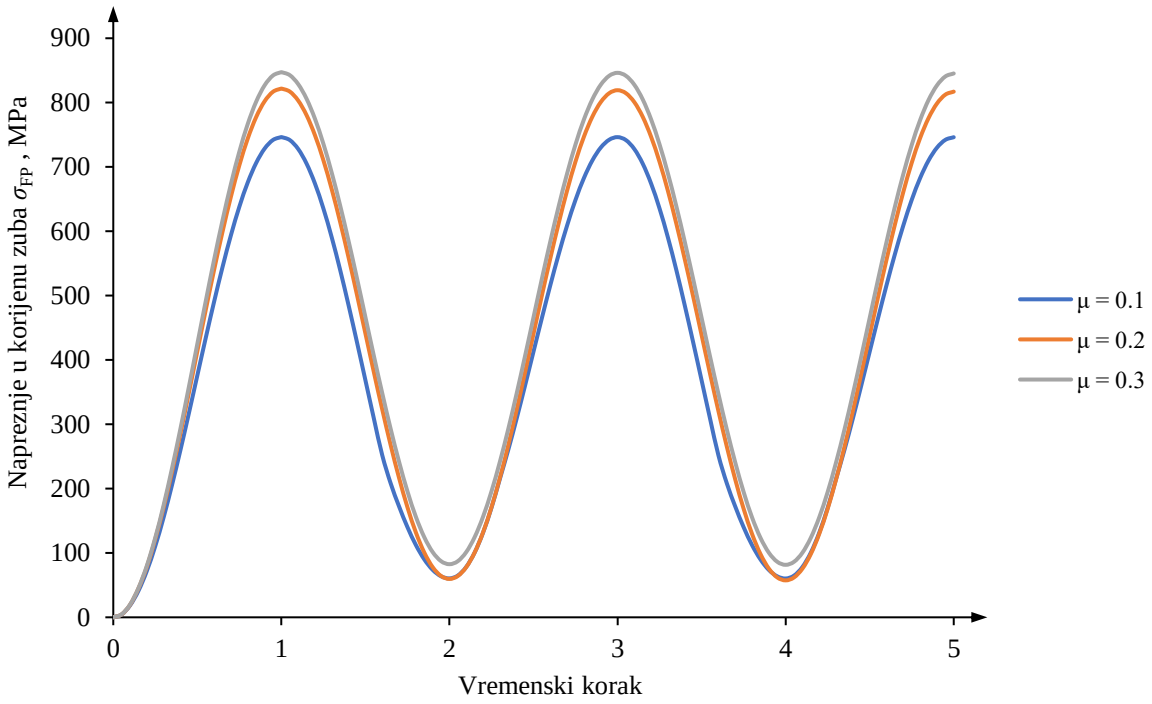
U dijagramu je jasno vidljiva suprotnost prethodno analiziranih slučajeva. Okvir za opterećivanje kao kruto tijelo drastično smanjuje maksimalno naprezanje u korijenu zuba povećanjem faktora trenja, dok se potpuno suprotan efekt postiže primjenom okvira za opterećivanje kao tijela s elastičnim svojstvima. No, bitno je naglasiti da je ipak to smanjenje naprezanja uslijed korištenja krutog okvira izraženije od povećanja uslijed korištenja okvira elastičnog ponašanja. Osim toga, pri povećanju, maksimalno naprezanje u korijenu zuba dolazi do određene konstantne vrijednosti kada se više ne mijenja pod utjecajem faktora trenja. Kada sva naprezanja postignu svoje konstantne vrijednosti možemo utvrditi da će se najveće naprezanje u korijenu zuba postići s okvirom za opterećivanje najmanje debljine i obrnuto.

Najzanimljiviji podatak koji se može izvući iz ove analize je to što debljina okvira za opterećivanje nema skoro pa nikakvog utjecaja na maksimalno naprezanje u korijenu zuba pri niskim faktorima trenja, točnije faktorima trenja za koje vrijedi $\mu \leq 0{,}2$. Tek iznad te granice počinje se javljati razlika u maksimalnom naprezanju u korijenu zuba u ovisnosti o debljini okvira za opterećivanje. Ovaj podatak je jako važan budući da se u svim realnim slučajevima faktor trenja kreće ispod navedene granice. Faktori trenja iznad $\mu = 0{,}2$ u ovakvim ispitivanjima, kao i pri korištenju strojnih dijelova poput zupčanika, postižu se vrlo teško, gotovo pa se može reći i nikada.

4.4.7. Analiza utjecaja opterećenja na naprezanje u korijenu u ovisnosti o trenju

Sada kada smo analizirali sve bitne podatke, odnosno ono što nas je najviše zanimalo, možemo još analizirati ponašanje modela pri različitim opterećenjima. Budući da smo do sad koristili jednako opterećenje u svim analizama, ovo može poslužiti kao dobra kontrola da vidimo dolazi li do nekakvih promjena ukoliko uvedemo veće ili manje opterećenje u sustav.

Kao što smo ranije napomenuli, opterećenje koje smo koristili u provedenim analizama nije jako veliko i da bi takvo opterećenje dovelo do loma zuba bilo bi potrebno znatno više ciklusa opterećivanja i rasterećivanja u jednom ispitivanju. No, budući da ne radimo realni eksperiment već računalnu simulaciju cilj nam je bio doći samo do načina ponašanja sile trenja za vrijeme ispitivanja. Stoga ćemo napraviti par simulacija sa znatno većim opterećenjem kako bismo analizirali je li došlo do promjene u izgledu krivulje naprezanja u korijenu zuba u ovisnosti o vremenu ili nije [Slika 30.]. Simulacije ćemo provesti za nekoliko različitih faktora trenja i ciklus opterećenja koji se mijenja od 0,2 kN do 20 kN na modelu istih debljina zupčanika i okvira za opterećivanje koje smo koristili u prvotnoj analizi.

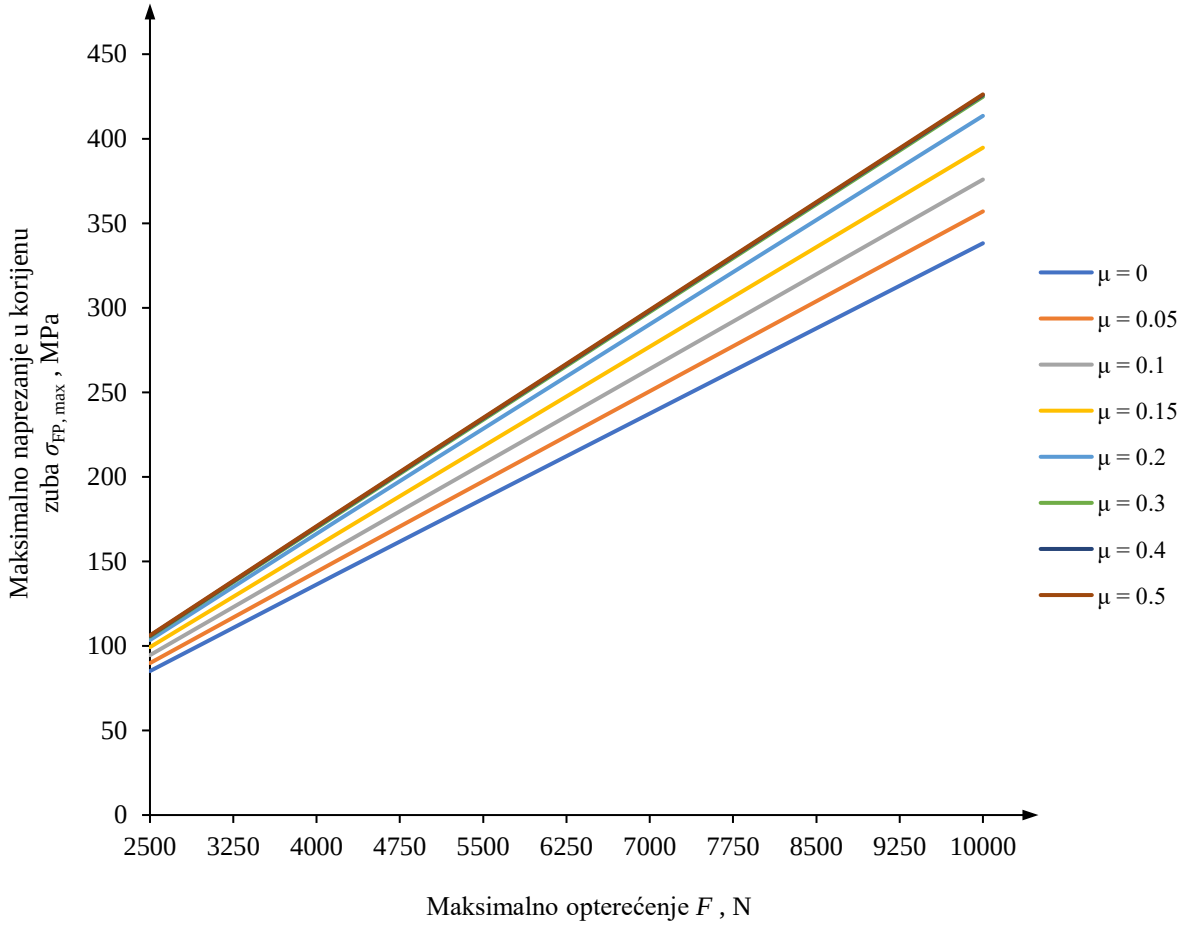


Slika 30. Dijagram ovisnosti naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} u vremenu za maksimalno opterećenje od 20 kN

Vidljivo je kako trend promjene naprezanja u korijenu zuba ostaje isti i za veća opterećenja tako da možemo reći kako ranije predstavljeni rezultati vjerno predočuju utjecaj sile trenja na naprezanje u korijenu zuba.

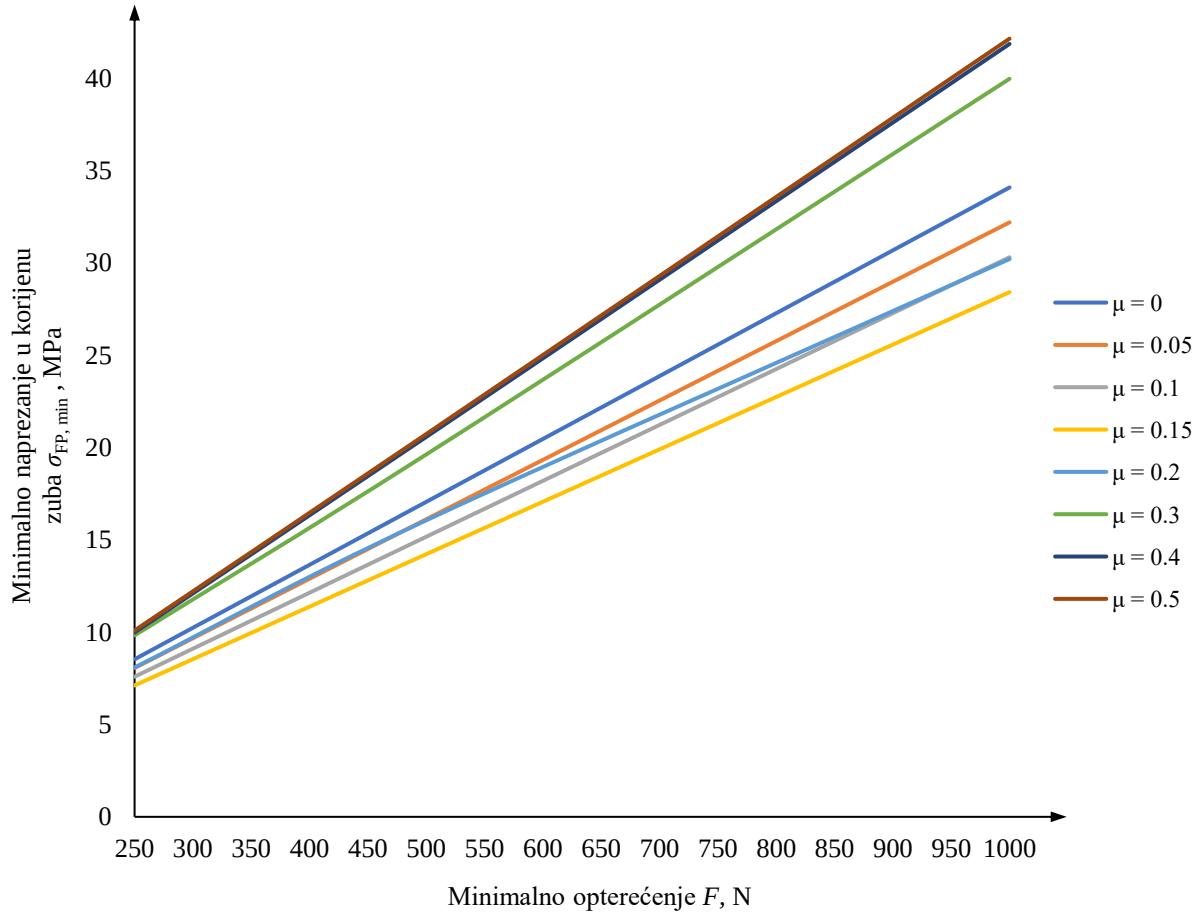
Prikazat ćemo još promjenu graničnih vrijednosti naprezanja u korijenu zuba u ovisnosti o maksimalnom, odnosno minimalnom, opterećenju i faktoru trenja. Budući da je logično očekivati da će s porastom opterećenja rasti i naprezanje u korijenu zuba, preostaje samo provjeriti hoće li doći do promjene u ovisnosti graničnih naprezanja u korijenu zuba o faktoru trenja. Naime, kako možemo vidjeti iz prethodnih analiza, pri najvećem faktoru trenja postići će se najveće naprezanje u korijenu zuba i obrnuto.

Najprije će biti prikazano ponašanje maksimalnog naprezanja u korijenu zuba [Slika 31.], a potom i ponašanje minimalnog naprezanja u korijenu zuba [Slika 32.] u ovisnosti o odgovarajućem opterećenju i faktoru trenja. Za provođenje ove analize uzeli smo još dva opterećenja uz ono već korišteno ranije. Jedno veće, koje se mijenja u ciklusima od 1 do 10 kN, te drugo, manje, koje se pak mijenja u ciklusima od 0,25 do 2,5 kN.



Slika 31. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu $\sigma_{FP,max}$ o maksimalnom opterećenju F i faktoru trenja μ

Jasno je vidljivo kako nema iznenađujućih rezultata, maksimalno naprezanje u korijenu zuba raste proporcionalno s maksimalnim opterećenjem gdje se maksimalno naprezanje ostvaruje pri najvećim faktorima trenja. Možemo primijetiti, kao i ranije, da kod najvećih faktora trenja više nema razlike u maksimalnom naprezanju u korijenu zuba. Točnije, za faktore trenja za koje vrijedi $\mu \geq 0{,}3$, pri istom opterećenju naprezanje u korijenu zuba biti će jednako, neovisno o iznosu sile trenja odnosno iznosu faktora trenja.



Slika 32. Dijagram ovisnosti minimalnog naprezanja u korijenu $\sigma_{FP,min}$ o minimalnom opterećenju F i faktoru trenja μ

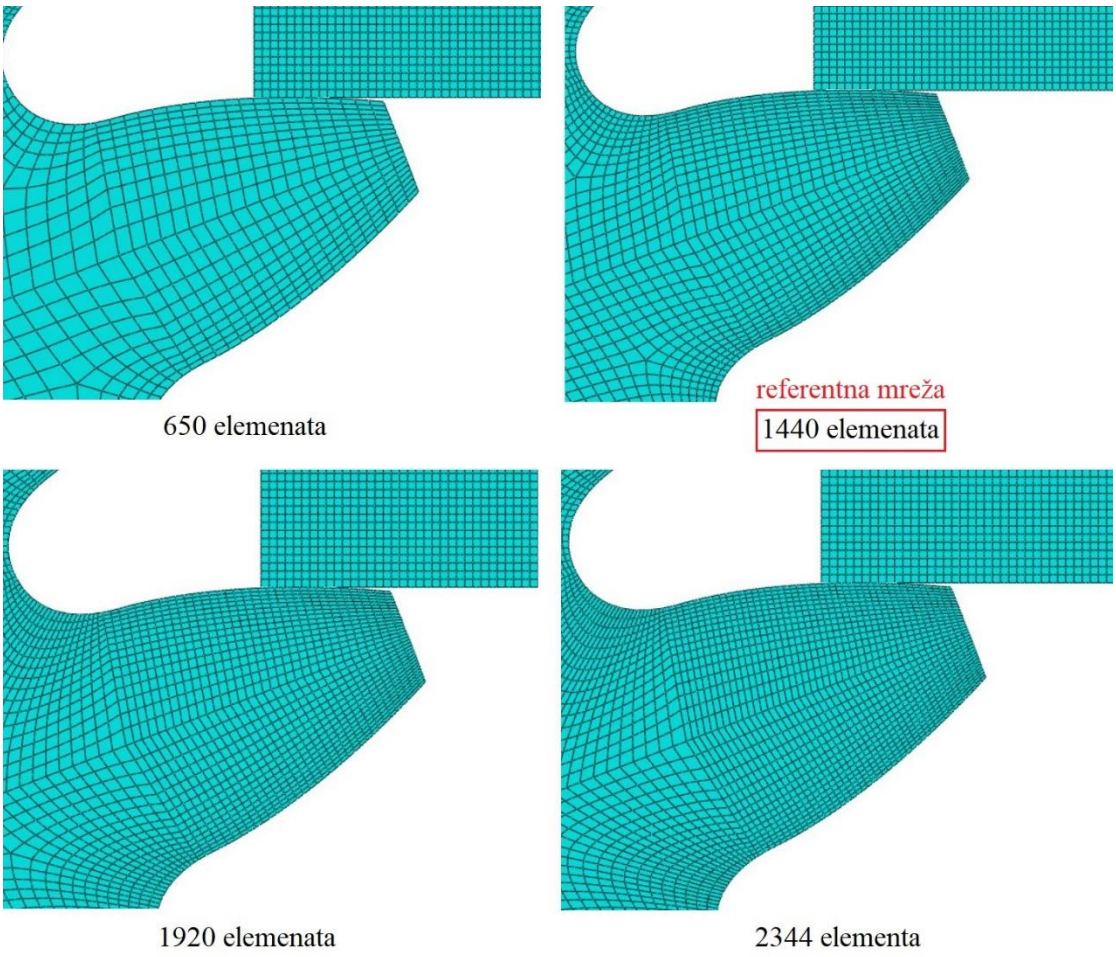
Možemo vidjeti da minimalno naprezanje u korijenu zuba raste s porastom opterećenja što je sasvim logično. No, za razliku od maksimalnog naprezanja u korijenu zuba, minimalno naprezanje ipak doživljava veće promjene u ovisnosti o faktoru trenja. Vidimo kako ono pada s porastom faktora trenja do već spominjane granice od $\mu = 0{,}2$, nakon čega normalno počinje rast minimalnog naprezanja porastom faktora trenja. Ovaj pad pri nižim faktorima trenja posljedica je djelovanja sile trenja koja mijenja svoj smjer te rasterećuje korijen zuba u tim trenucima kako smo već ranije opisali.

Ako usporedimo dijagrame [Slika 31., Slika 32.] zaključit ćemo da se amplituda naprezanja povećava za određeni iznos pri faktorima trenja u rasponu od $\mu = 0$ do $\mu = 0{,}2$, dok pri većim faktorima trenja ostaje približno konstantna.

4.4.8. Konvergencija rezultata

Na kraju možemo još prikazati konvergenciju rezultata budući da smo simulacije provodili pomoću metode konačnih elemenata. Na taj način, dodatno ćemo utvrditi vjerodostojnost dobivenih podataka.

Konvergenciju ćemo ispitati promjenom broja elemenata u mreži na najvažnijim mjestima modela, točnije na zubima zupčanika koji se podvrgavaju opterećenju. Također, odabrat ćemo jedan slučaj opterećenja pri istom faktoru trenja za sve korištene mreže elemenata kako bismo ispravno prikazali konvergenciju rezultata. Koristit ćemo model opterećenja u kojem se sila mijenja u ciklusima od 0,5 do 5 kN, a faktor trenja između dodirnih površina iznosi $\mu = 0{,}15$. Još jedan parametar koji moramo zadržati konstantnim tijekom svih simulacija za prikaz konvergencije je debljina pojedinih dijelova, tako da ćemo zadržati početno zadane debljine od 30 jedinica za okvir za opterećivanje, te 10 jedinica za zupčanik.



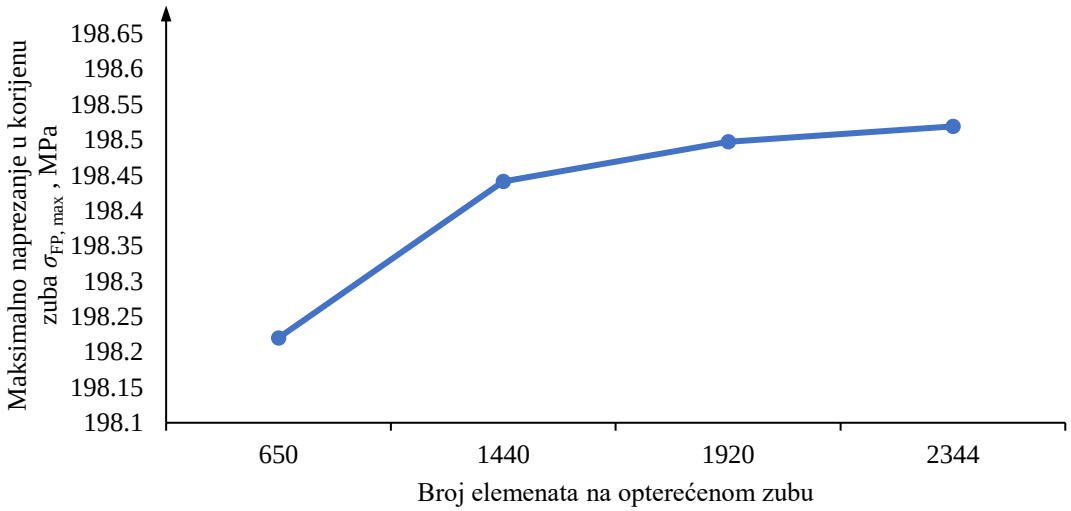
Slika 33. Različite mreže za prikaz konvergencije modela opterećenja u tri točke

Uz referentnu mrežu, koju smo koristili tijekom svih prethodno analiziranih simulacija, za prikaz konvergencije koristit ćemo još tri različite mreže, jednu s manjim brojem elemenata od referentne, a dvije s većim brojem elemenata [Slika 33.]. Kako je i rečeno, broj elemenata koji uspoređujemo, odnosno koji mijenjamo, odnosi se samo na particije ona dva zuba koja se opterećuju (prikazani brojevi elemenata odnose se na jedan opterećeni zub).

Usporedbu dobivenih rezultata provest ćemo tablično i grafički, a veličina preko koje smo odlučili pratiti konvergenciju je naprezanje u korijenu opterećenog zuba [Tablica 4., Slika 34.].

Tablica 4. Maksimalno naprezanje u korijenu zuba σ_{FP} za različite mreže elemenata

Maksimalno naprezanje σ_{FP} [MPa]	Broj elemenata na zubu
198,29	650
198,441	1440
198,497	1920
198,519	2344



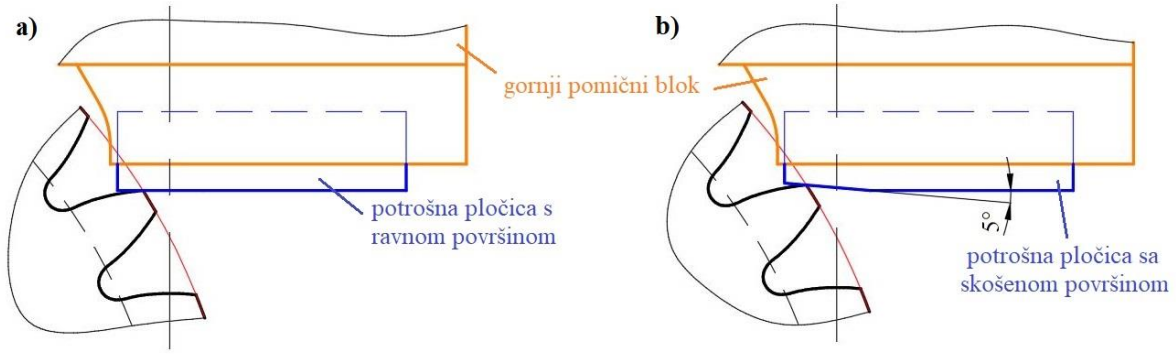
Slika 34. Dijagram konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{FP,max}$ za model opterećenja u tri točke

Lako je vidljivo kako iznosi maksimalnog naprezanja u korijenu zuba povećanjem broja elemenata teže prema konstantnoj vrijednosti tako da možemo reći da je konvergencija postignuta i da korištenjem manjih elemenata u simulacijama ne bismo dobili drugačija rješenja.

4.5. Opterećenje zupčanika u SAE ispitnom postolju

Druga metoda ispitivanja koju ćemo analizirati je ranije opisana metoda ispitivanja u SAE ispitnom postolju prema službenoj normi [16]. Za razliku od prethodne analize, ovdje je geometrija cijelog postolja jasno definirana tako da će se kao takva i koristiti u predstojećim simulacijama. Ipak, napravit ćemo jednu promjenu vezanu uz sami dodir zupčanika i gornjeg pomičnog bloka u obliku slova L koji ga opterećuje. Sam princip rada ovog ispitnog postolja opisan je ranije tako da se tu neće ponavljati.

Dodir ispitnog zuba s gornjim pomičnim blokom ostvaruje se preko izmjenjive potrošne pločice koja se vijkom veže za gornji pomični blok. Prema podacima danima u normi [16], površina pločice koja dodiruje zupčanik u njegovom vrhu, skošena je. U ovom radu napravit će se analiza ove metode ispitivanja za slučaj ravne površine potrošne pločice preko koje se odvija dodir s vrhom zupčanika [Slika 35.].

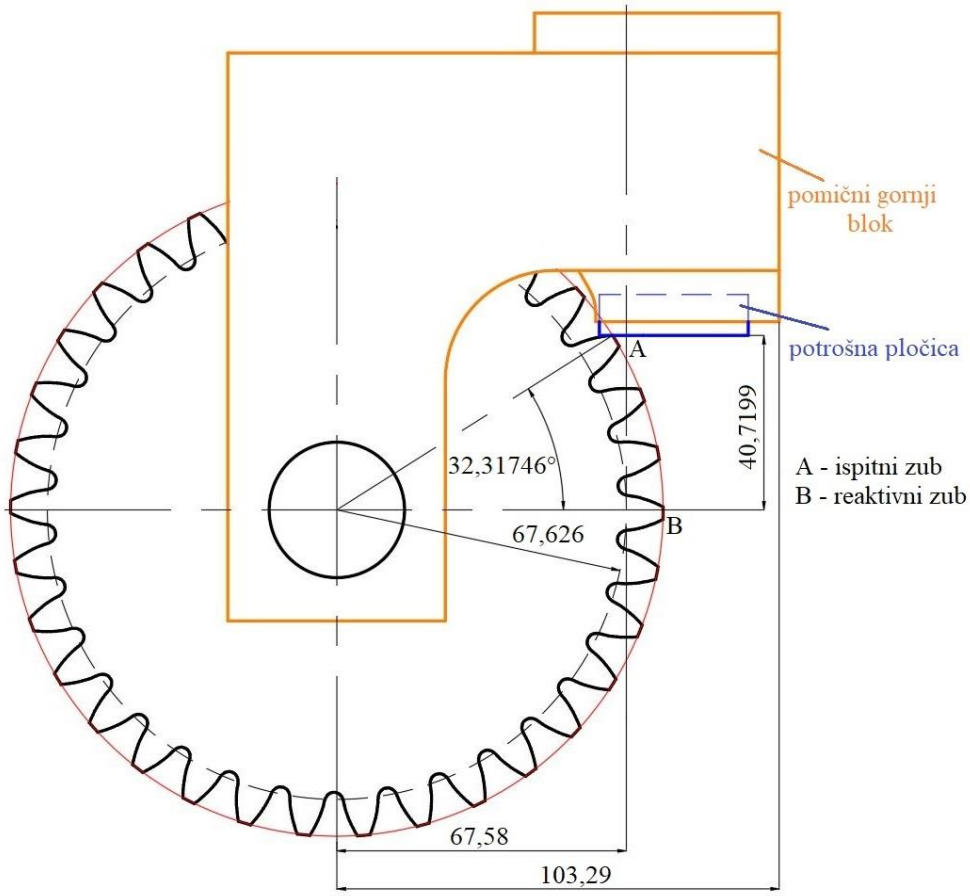


Slika 35. Potrošna pločica za opterećivanje u SAE postolju: a) korištena b) prema normi

Osim što se u ovoj metodi ispitivanja dodir vrši na vrhu zuba, odnosno na njegovoj tjemenoj kružnici, postoji još jedna bitna razlika u odnosu na prethodno analizirano ispitivanje. Naime, u ovom slučaju točka dodira ne leži na liniji opterećenja, a isto tako linija opterećenja nije tangentna na temeljnu kružnicu zupčanika. Upravo iz tih razloga je ova metoda ispitivanja zanimljiva za analizu kako bismo vidjeli koliko je ovakav način postavljanja opterećenja povoljan ili nepovoljan za uspješnost samog ispitivanja naprezanja u korijenu zuba.

4.5.1. Konstrukcija geometrije

Iako je ovdje geometrija cijelog ispitnog postolja već definirana, nisu nam svi dijelovi postolja potrebni kako bismo uspješno izvršili simulaciju tako da ćemo najprije konstruirati geometriju svih dijelova koji direktno sudjeluju u ispitivanju i međusobno ih povezati. Za definiranje potrebne geometrije koristit ćemo programski paket *AutoCAD Mechanical 2019* [Slika 36.].



Slika 36. Geometrija za ispitivanje u SAE postolju

Najvažniji podatak koji moramo definirati ovom geometrijom je kut pod kojim se opterećena točka na ispitnom zubu nalazi u odnosu na horizontalu. On nam je potreban kako bismo, pri postavljanju simulacije, pravilno pozicionirali zupčanik kako bismo bili sigurni da se dodir s gornjim pomičnim blokom ostvari upravo u željenoj točki tj. u samom vrhu ispitivanog zuba.

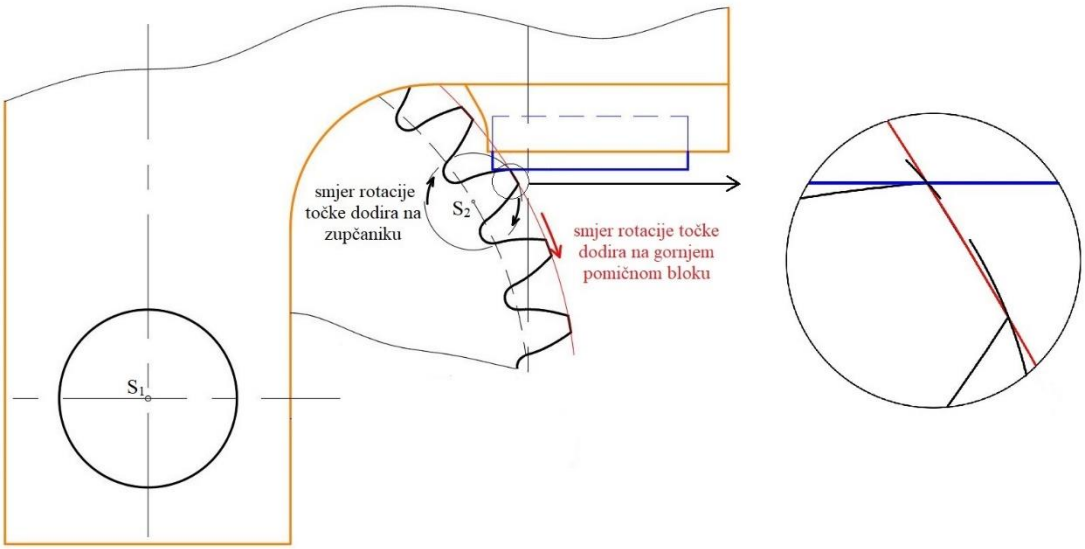
Također se može primijetiti kako linija opterećenja uistinu nije tangentna na temeljnu kružnicu ispitivanog zupčanika, ali nalazi se vrlo blizu.

Pri konstrukciji geometrije nismo uzimali donji oslonac u obzir iako će nam on biti potreban u simulaciji. Naime, dodir na reaktivnom zubu događa se u točki blizu korijena zuba koja nije precizno definirana normom [16]. Uzimajući u obzir navedeno, možemo pretpostaviti da je za donji oslonac bitno samo da dodiruje bok reaktivnog zuba što je moguće bliže njegovom korijenu. To ćemo ostvariti pri postavljanju simulacije. Također, prije provođenja simulacije potrebno je ukloniti zub ispod reaktivnog zuba kako bi se uopće omogućilo nalijeganje zupčanika na donji oslonac.

4.5.2. Ulazne pretpostavke

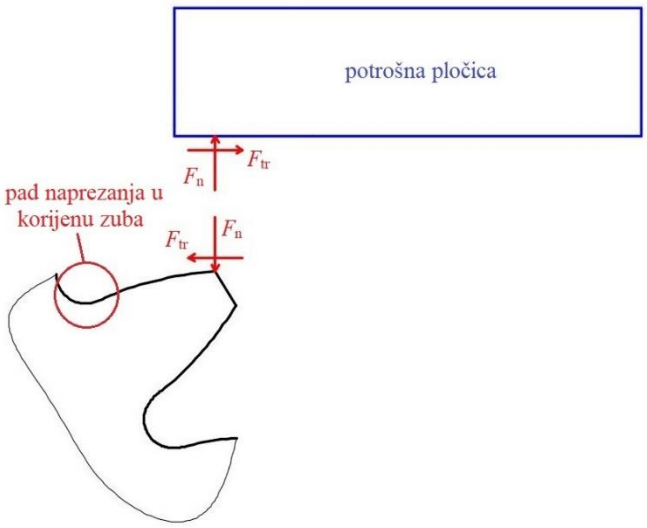
Kao i kod prethodne analize opterećenja zupčanika u tri točke, i ovdje nam je cilj istražiti kako sila trenja može utjecati na naprezanje u korijenu zuba ovisno o opterećenju sustava i faktoru trenja između dodirnih površina. Prije nego što krenemo u kreiranje same simulacije potrebno je postaviti osnovne pretpostavke o tome što će se zapravo događati između gornjeg pomičnog bloka i zupčanika tijekom ispitivanja.

Da bismo mogli reći što će se u sustavu događati moramo definirati kako će se gibati ispitivani zub, a kako gornji pomični blok. Budući da se opterećenje na zupčanik prenosi rotacijom gornjeg pomičnog bloka, moramo definirati karakteristične kružnice po kojima će se točka dodira kretati gledano iz perspektive ispitnog zuba kao i iz perspektive gornjeg pomičnog bloka [Slika 37.].



Slika 37. Rotacija točke dodira pri ispitivanju u SAE postolju

Kao što smo već spomenuli, gibanje točke dodira tijekom ispitivanja možemo opisati iz dvije perspektive. Ako prvo pogledamo samo gibanje gornjeg pomičnog bloka s izmjenjivom potrošnom pločicom, primijetit ćemo da će se uslijed njegove rotacije točka dodira gibati po tjemenoj kružnici zupčanika, tj. središte rotacije točke dodira na gornjem pomičnom bloku nalazit će se u središtu zupčanika [Slika 37. – točka S_1]. S druge strane, ako promotrimo točku dodira na ispitnom zubu, možemo zaključiti kako će se ona uslijed savijanja zuba gibati po kružnici čije se središte nalazi u središtu korijena zuba [Slika 37. – točka S_2]. Pretpostavili smo da će se središte korijena zuba oko kojeg se on savija nalaziti na sjecištu simetrale zuba i temeljne kružnice zupčanika. Iz detaljnog prikaza vidimo da će se uslijed prenošenja opterećenja gornjeg pomičnog bloka na vrh ispitnog zuba, točka dodira na zubu gibati van kružnice po kojoj se giba točka dodira na gornjem pomičnom bloku. Drugim riječima to znači da će doći do klizanja vrha ispitnog zuba udesno po površini potrošne pločice na gornjem pomičnom bloku. To klizanje među dodirnim površinama dovest će do pojave sile trenja koja će u ovom slučaju djelovati na korijen zuba tako da će ga rasterećivati, odnosno smanjivat će naprezanje u korijenu [Slika 38.].



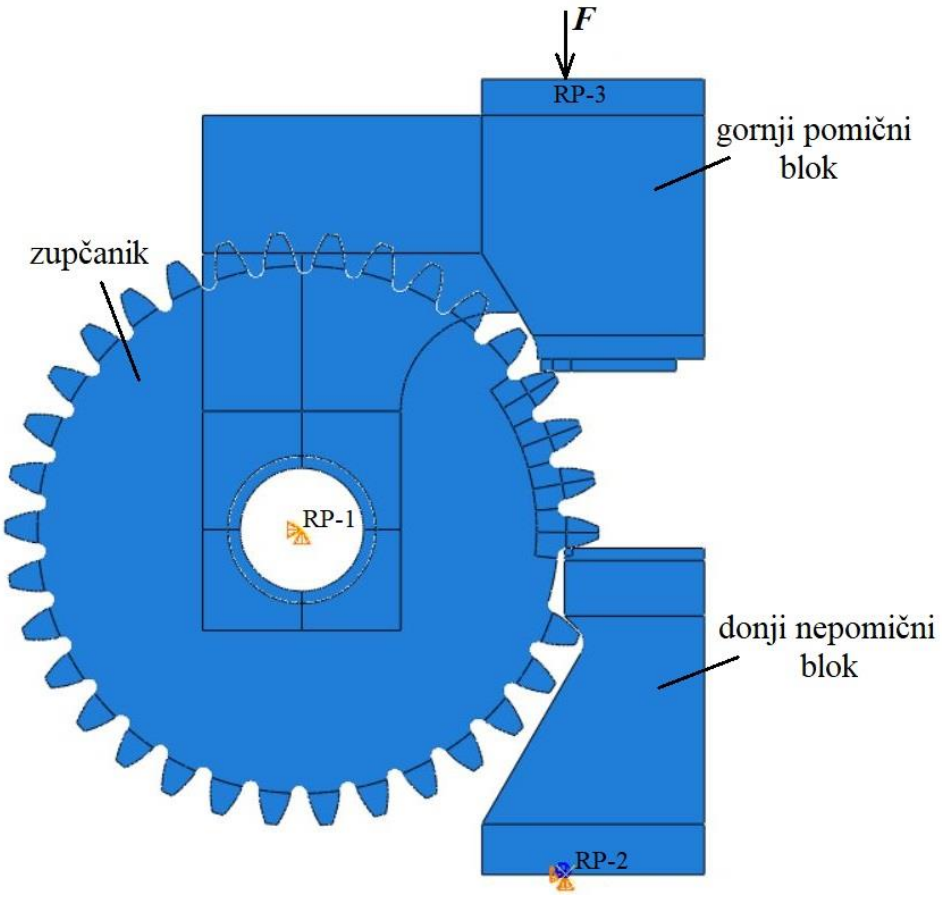
Slika 38. Djelovanje sila na ispitnom zubu pri opterećivanju u SAE postolju

Što se tiče reaktivnog zuba, on će se također htjeti saviti, ali u puno manjoj mjeri budući da se na donji oslonac naslanja u točki blizu korijena zuba. Ipak, zbog savijanja koje se javlja na oba zuba, a posebno na ispitnom zubu, potrebno je napraviti simulaciju kako bismo dalje mogli komentirati ponašanje i kretanje svih dijelova promatranog sustava.

4.5.3. Postavljanje simulacije

Poput prethodne, i ova simulacija biti će provedena pomoću metode konačnih elemenata koristeći programski paket *Abaqus 6.13-1*. Problem će opet biti razmatran kao dvodimenzionalan budući da sve sile djeluju u jednoj ravnini. Naravno, opet će se uzeti u obzir debljine pojedinih dijelova koje su dane normom [16]. No, prije toga potrebno je pomoću prethodno definirane geometrije izraditi modele u navedenom programu.

Za razliku od prethodno analiziranog ispitivanja, u SAE metodi ispitivanja zupčanika postoji puno više dijelova postolja pa tako npr. gornji pomični blok nije jedan dio konstante debljine već se sastoji od ukupno 3 dijela koja su nam potrebna za vjerodostojan prikaz ispitivanja u simulaciji. Kako bismo izbjegli komplicirani model za simulaciju od više dijelova, neke od njih povezali smo u jedan dio pa smo koristeći postupak particioniranja, različitim participama dali odgovarajuće debljine. Na taj način dobili smo model za simulaciju koji se sastoji od svega tri dijela, donjeg nepomičnog bloka, zupčanika te gornjeg pomičnog bloka [Slika 39.].

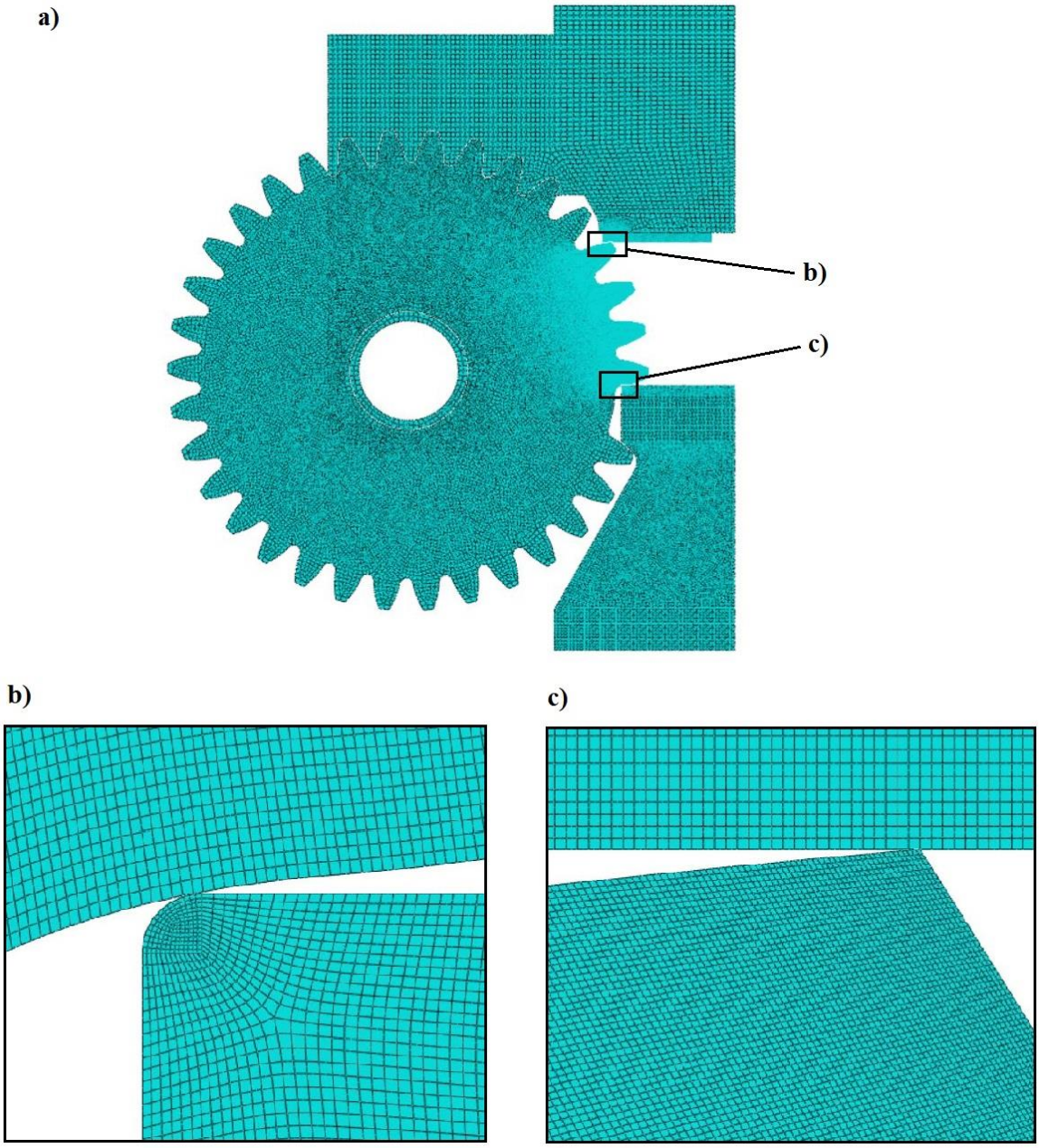


Slika 39. Model ispitivanja SAE metodom

Kada smo sve dijelove posložili u konačni model, definirali smo dva mjesta dodira u modelu. Prvo mjesto dodira nalazi se između donjeg nepomičnog bloka i reaktivnog zuba u točki blizu korijena istog tog zuba dok je drugo mjesto dodira između ispitnog zuba i gornjeg pomičnog bloka, u samom vrhu zuba kao što smo već spomenuli ranije.

Da bismo mogli pokrenuti simulaciju potrebno je još dodati odgovarajuća ograničenja i opterećenja, ponovno koristeći referentne točke (eng. *reference point* – RP) radi jednostavnosti. Što se ograničenja tiče, zupčanik i gornji pomični blok vezani su za točku RP-1 i omogućena im je samo rotacija oko iste. Donji nepomični blok potpuno je vezan za točku RP-2 jer mu ne smijemo dozvoliti nikakav pomak, a točka RP-3 nam služi isključivo za djelovanje ispitnog opterećenja i vezana je za cijelu gornju plohu pomičnog bloka, ali slobodna je u prostoru. No, prije nego što u sustav uključimo ispitno opterećenje željeli smo osigurati ostvarivanje dodira između svih dijelova budući da je problem ipak složeniji od slučaja opterećivanja u tri točke jer postoje tri dijela koja moraju doći u međusobni dodir. Pa smo tako dodali dva vremenska koraka prije početka cikličkog opterećenja u kojima se najprije donji nepomični oslonac primakne zupčaniku djelovanjem sile u iznosu 1 N u referentnoj točki 2 (u spomenutom koraku omogućili smo mu vertikalni pomak dok smo blokirali zakret zupčanika, a po završetku tog istog koraka vratili smo sva početna ograničenja), a potom se djelovanjem momenta od 1 Nm u referentnoj točki 1, gornji pomični blok zarotira na vrh ispitnog zuba. Na ovaj način ostvarili smo dodir na oba mjesta djelovanjem vrlo malih opterećenja što neće utjecati na vjerodostojnost i ispravnost podataka dobivenih simulacijama.

Za izradu mreže konačnih elemenata opet smo odabrali pravokutne elemente drugog reda bez reducirane integracije (eng. *8-node biquadratic plane stress quadrilateral* – CPS8). Kao i ranije, mreža je napravljena strukturirano i s većim brojem elemenata na mjestima dodira kako bismo dobili točnije rezultate, dok je na ostatku modela mreža kreirana slobodno [Slika 40.]. Naime, za razliku od prethodno analiziranog problema, ovdje je mreža puno složenija i kad bismo ju napravili s malim elementima po cijelom modelu drastično bismo produljili vrijeme trajanja simulacije. Na ovaj način, izradom mreže s manjim elementima na nama najbitnijim mjestima, dobit ćemo rezultate zadovoljavajuće točnosti za provođenje analize uz puno kraće vrijeme trajanja simulacije.



Slika 40. Mreža konačnih elemenata na: a) cijelom modelu b) ispitivanom dodiru i c) reaktivnom dodiru

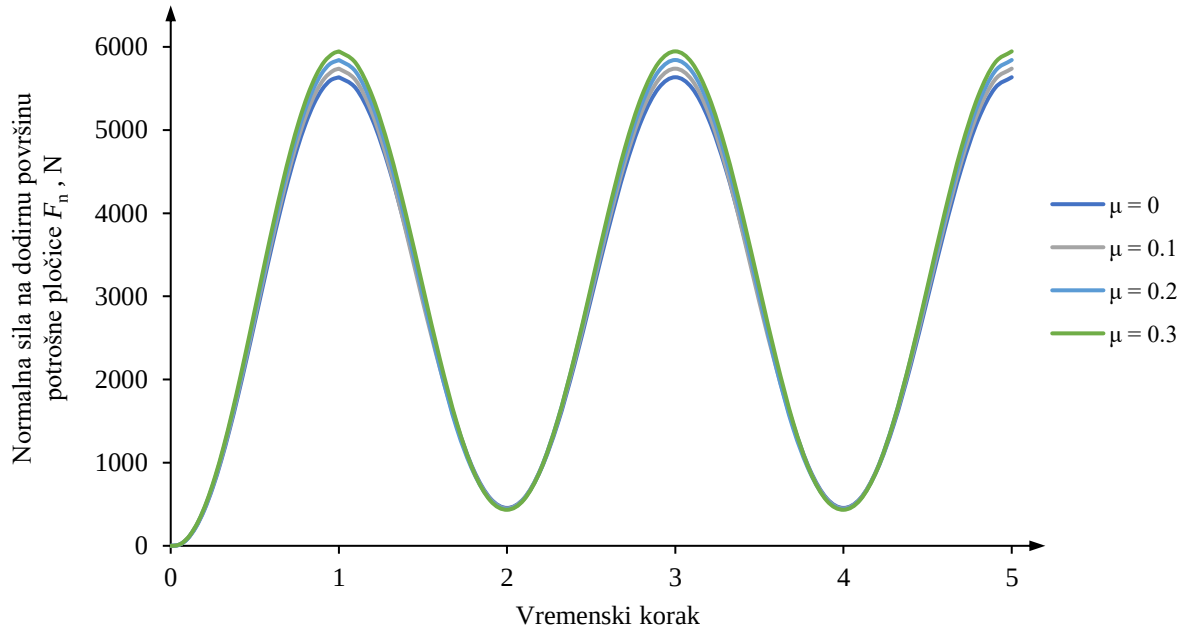
Lako je vidljivo kako smo mrežu vrlo malih elemenata postavili svega na četiri zuba zupčanika te na mjesta dodira na gornjem pomičnom i donjem nepomičnom bloku [Slika 40.].

4.5.4. Analiza rezultata

Kao i u prethodnom modelu ispitivanja zupčanika i ovdje ćemo analizirati utjecaj sile trenja na naprezanje u korijenu zuba. Budući da je ovaj problem složeniji te je zahtijevao izradu gušće mreže konačnih elemenata, simulacije su trajale znatno duže od onih za prethodno analizirani slučaj. Stoga smo u analizu uzeli manji raspon faktora trenja, počevši od $\mu = 0$ pa do $\mu = 0{,}3$. Osim toga, analizirali smo i utjecaj promjene opterećenja na naprezanje u korijenu, ali o tome više kasnije. Za početak, analizirat ćemo ponašanje SAE ispitnog postolja pri maksimalnom opterećenju od 10 kN, koje se u ciklusima mijenja do minimalnog iznosa od 1 kN.

Iako u ovom modelu ispitivanja dolazi do dodira na dva različita mjesta, nećemo ih oba razmatrati u analizi. Naime, znamo da se zbog njihovog međusobnog položaja, kao i položaja u odnosu na cijeli model, na tim mjestima javljaju različite sile. No, također znamo da dodir između reaktivnog zuba i donjeg nepomičnog bloka postoji isključivo kako bi uveo ravnotežu u sustav, pa možemo reći da nas sile na tom dijelu modela ne zanimaju.

Najprije ćemo provjeriti ponašanje normalne sile F_n za dodir boka opterećenog zuba i potrošne izmjenjive pločice. Zbog prirodnijeg prikaza promatrat ćemo silu na površini potrošne pločice.

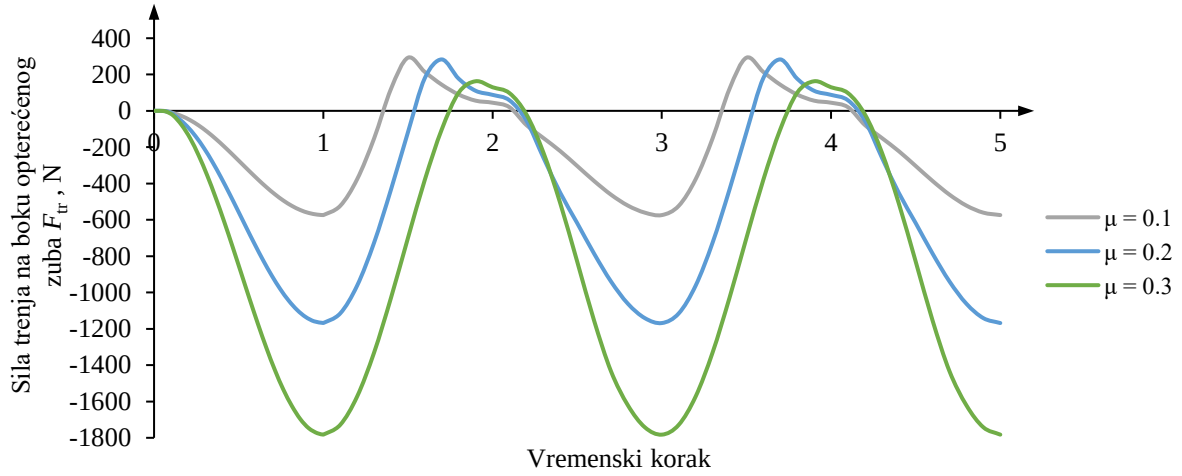


Slika 41. Dijagram ovisnosti normalne sile na pločici F_n o vremenu za SAE ispitivanje

Možemo primijetiti kako su se većim dijelom iznosi normalnih sila poklopili, samo u trenucima maksimalnog opterećenja javljaju se određene razlike [Slika 41.].

Ako malo razmislimo zaključit ćemo da se pri većim faktorima trenja zub lakše opire pomicanju udesno, što znači da će točka dodira, odnosno hvatište normalne sile, biti bliže središtu rotacije zupčanika čime se smanjuje krak njenog momenta oko istog tog središta. Budući da ostale sile neće mijenjati položaj, kako bi se ostvarila ravnoteža momenata u sustavu, mora doći do malog porasta normalne sile pri povećanju faktora trenja.

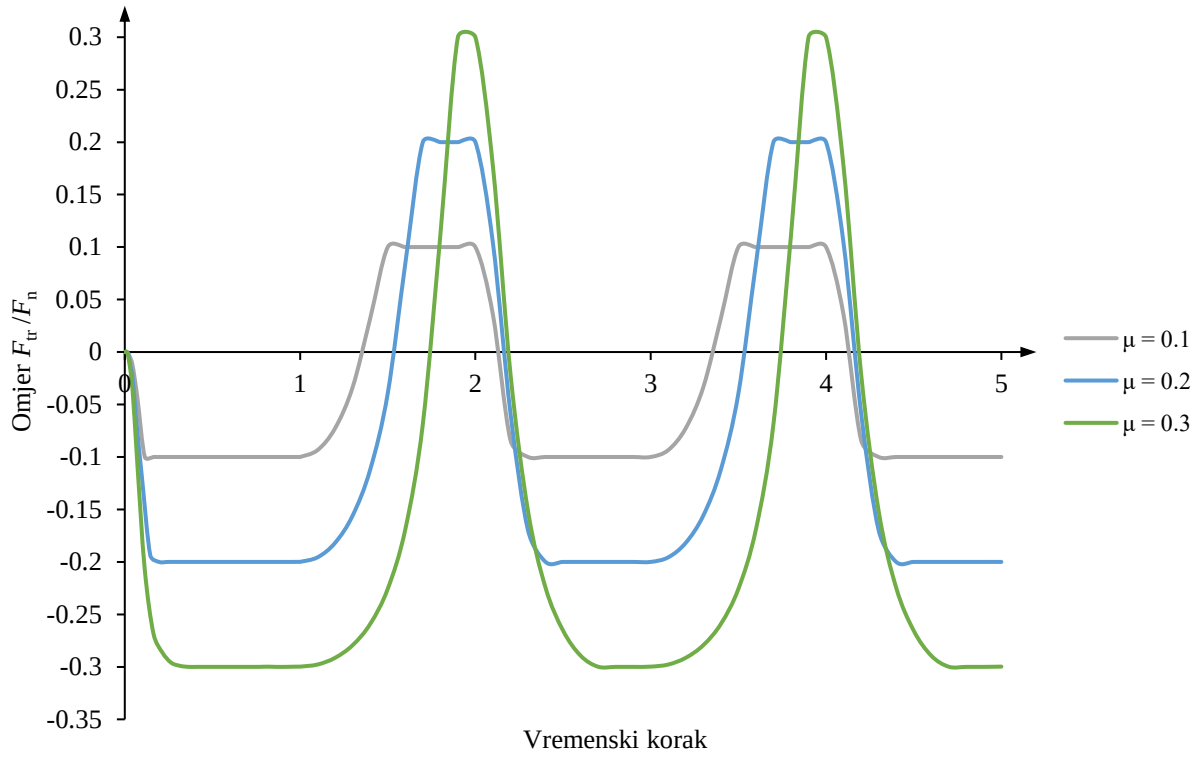
Najprije ćemo izvršiti analizu sile trenja u vremenu koja se javlja na boku ispitnog zuba prilikom njegovog opterećivanja odnosno rasterećivanja u ciklusima ranije navedenom silom [Slika 42.]. Kao i prije, faktor trenja $\mu = 0$ smo isključili iz ovog dijela analize.



Slika 42. Dijagram ovisnosti sile trenja F_{tr} na boku opterećenog zuba o vremenu

Ako se prisjetimo naše pretpostavke s početka, koja je govorila da će sila trenja na boku opterećenog zuba ispitnog zupčanika djelovati prema korijenu zuba, vidimo da je ona točna. Jasno je vidljivo kako sila trenja većim dijelom vremena opterećivanja ima negativan iznos što znači da djeluje ulijevo, tj. prema korijenu zuba. To znači da će ovo ispitivanje rezultirati s manjim naprezanjem u korijenu zuba ovisno o veličini faktora trenja prisutnog između dodirnih površina. Naime, sila trenja pri svakom rasterećivanju zupčanika mijenja svoj smjer čime zapravo povećava naprezanje u korijenu zuba u tom periodu. No, vidljivo je da povećanjem faktora trenja, sila postaje sve manje i manje sklona promjeni smjera. Da smo napravili analizu za faktor trenja veći od $\mu = 0{,}3$ vjerojatno bismo mogli primijetiti kako sila trenja više ne mijenja svoj smjer prilikom rasterećivanja.

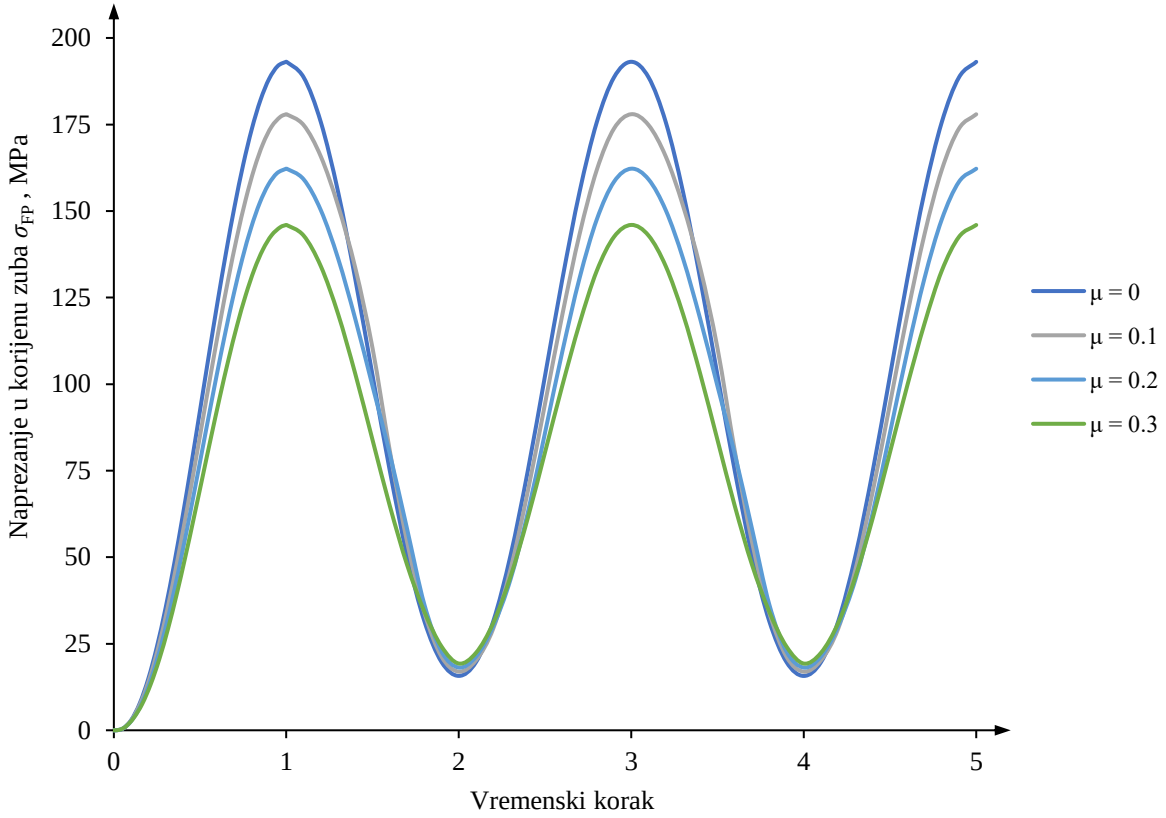
Sada kada znamo kako se ponaša sila trenja u sustavu možemo analizirati u kojim trenucima ispitivanja dolazi do klizanja između boka ispitivanog zuba i površine potrošne izmjenjive pločice na gornjem pomičnom bloku. Kao i do sada, to ćemo analizirati preko omjera sile trenja na boku opterećenog zuba F_{tr} i normalne sile F_{n} [Slika 43.].



Slika 43. Dijagram ovisnosti omjera $F_{\mathrm{tr}}/F_{\mathrm{n}}$ u vremenu za SAE ispitivanje

U onim trenucima kada se apsolutna vrijednost spomenutog omjera izjednači s pripadajućim faktorom trenja možemo sa sigurnošću reći da je došlo do klizanja među površinama. Vidimo da je ovdje to slučaj za sve analizirane faktore trenja te da je klizanje najveće prilikom prvog opterećivanja. Općenito gledajući, dolazi do većeg klizanja prilikom opterećivanja nego rasterećivanja što ima smisla budući da se zub opire gibanju, a u nemogućnosti pružanja dovoljno otpora, odnosno ostvarivanja dovoljno velike normalne sile između površina, dolazi do proklizavanja. No, ako malo bolje pogledamo trend kretanja krivulja u dijagramu, možemo zaključiti da pri većim faktorima trenja do proklizavanja najvjerojatnije neće doći.

Ono što nam je najbitnije za analizu ostaje nam za kraj, a to su naprezanja u korijenu opterećenog zuba. Njih smo analizirali s obzirom na već navedeni raspon faktora trenja, uključujući ovdje i slučaj bez trenja [Slika 44.].



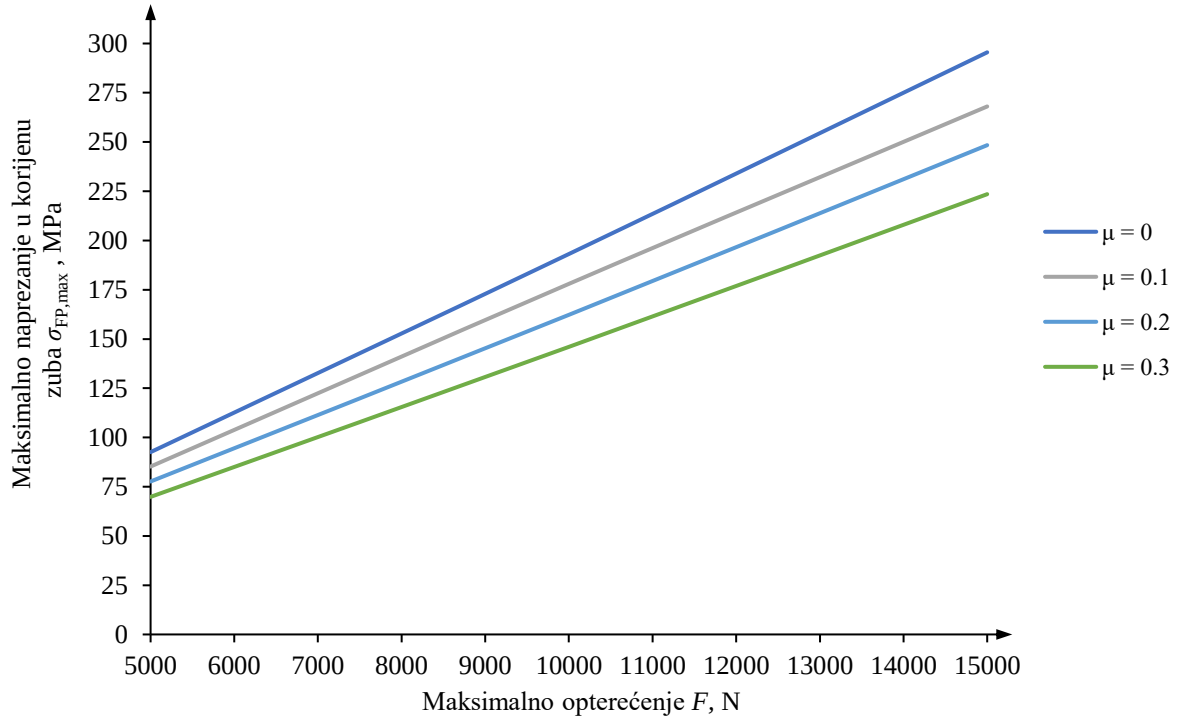
Slika 44. Dijagram naprezanja u korijenu zuba σ_{FP} u vremenu za SAE ispitivanje

U skladu sa svim već navedenim rezultatima, naprezanja se povećanjem faktora trenja smanjuju čime smo dokazali našu pretpostavku s početka. Zanimljivo je primijetiti kako prilikom rasterećivanja zupčanika dolazi do blagog širenja krivulje naprezanja što je posljedica promjene smjera djelovanja sile trenja koja u tom periodu dodatno opterećuje korijen zuba. Budući da nismo proveli simulacije za veće faktore trenja ne možemo reći hoće li se pojaviti neka granica nakon koje više ne dolazi do znatnih promjena naprezanja u korijenu zuba.

Uzevši sve u obzir, možemo reći kako i ova metoda ispitivanja zupčanika nije imuna na djelovanje sile trenja zbog čega je potrebno uvijek uzimati njen utjecaj u obzir kako bismo točno znali koliko je zapravo naprezanje u korijenu zuba pri pojedinim uvjetima površine.

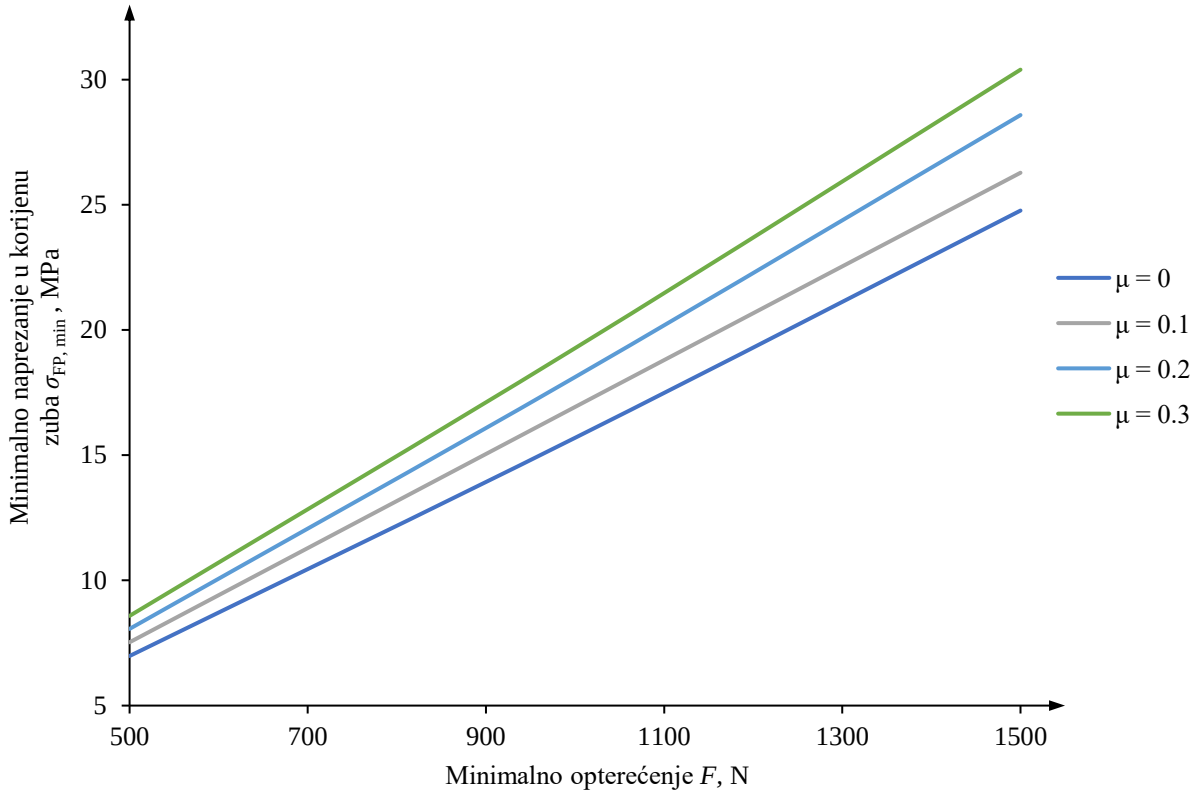
4.5.5. Analiza utjecaja opterećenja na naprezanje u korijenu u ovisnosti o trenju

Ranije smo spomenuli kako ćemo napraviti analizu i za više različitih opterećenja tako da smo se odlučili napraviti još nekoliko simulacija u kojima bismo prikazali taj utjecaj. Uz opterećenje koje smo koristili u prethodnoj analizi za ovu metodu ispitivanja, dodali smo još jedno manjeg i jedno većeg iznosa kako bismo ipak dobili određeni raspon rezultata. Korištena su opterećenja koja se u ciklusima mijenjaju od 0,5 do 5 kN, te od 1,5 do 15 kN. Kao i u prethodnoj analizi, najprije ćemo prikazati promjenu maksimalnog [Slika 45.], a potom i minimalnog naprezanja u korijenu zuba [Slika 46.] u ovisnosti o faktoru trenja i odgovarajućem opterećenju.



Slika 45. Dijagram ovisnosti maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{FP,max}$ o maksimalnom opterećenju F i faktoru trenja μ

Ovaj dijagram vrlo je jednostavan i lako razumljiv budući da pokazuje ono što smo već više puta zaključili tijekom izrade ovog rada. Povećanjem maksimalnog opterećenja, naravno raste i maksimalno naprezanje, ali ako istovremeno povećavamo faktor trenja, doći će do smanjenja naprezanja u korijenu zuba. Takvo ponašanje posljedica je djelovanja sile trenja koja rasterećuje korijen zuba tj. smanjuje naprezanje u korijenu svojim djelovanjem.



Slika 46. Dijagram ovisnosti minimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{FP,min}$ o minimalnom opterećenju F i faktoru trenja μ

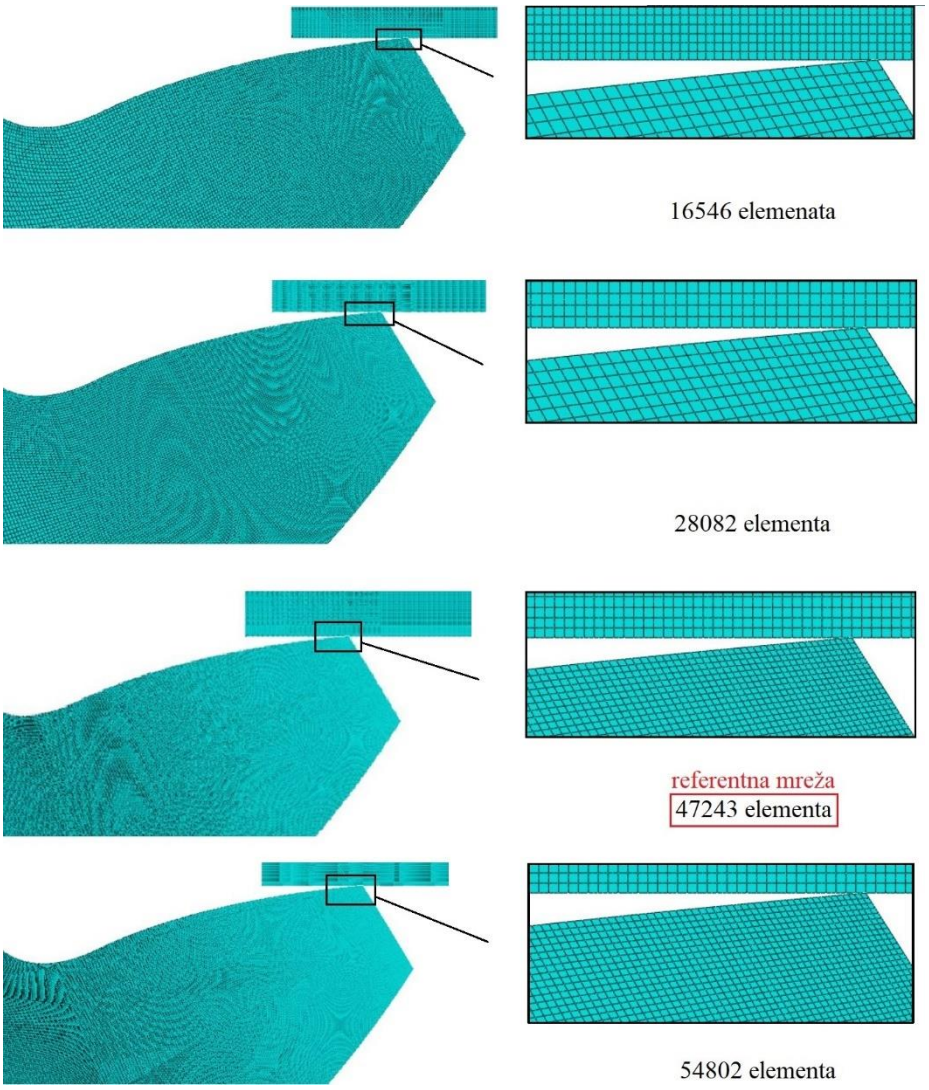
Minimalno naprezanje raste s porastom minimalnog opterećenja što se moglo očekivati i bez provođenja bilo kakve analize. Što se odnosa s faktorom trenja tiče, njegovim porastom također raste i naprezanje u korijenu zuba. Naime, ako se prisjetimo da je sila trenja pri SAE ispitivanju mijenjala smjer pri niskim opterećenjima, zaključit ćemo da je ovakav trend rasta minimalnog naprezanja posljedica djelovanja upravo sile trenja i njenog dodatnog opterećivanja korijena zuba u tim trenucima.

Ako sad pažljivije promotrimo dijagrame ovisnosti minimalnog i maksimalnog naprezanja u korijenu zuba u ovisnosti o faktoru trenja i odgovarajućem opterećenju, možemo reći kako će se amplituda naprezanja, pri povećanju faktora trenja, smanjivati.

4.5.6. Konvergencija rezultata

Za kraj analize SAE ispitivanja nosivosti korijena zuba, provjerit ćemo konvergenciju dobivenih rezultata. Na taj način dodatno ćemo potvrditi točnost već prikazanih podataka, naravno, ako se konvergencija postigne.

Konvergenciju ćemo provjeravati promjenom broja elemenata u mreži na određenom mjestu. Dakle nećemo mijenjati mrežu na čitavom modelu već samo na ispitivanom zubu zupčanika. Da bismo mogli uspoređivati rezultate za sve kreirane mreže, konstantnim ćemo održavati faktor trenja te režim opterećenja sustava. Za opterećenje koristit ćemo promjenu u ciklusima od 1 do 10 kN jer smo isto opterećenje koristili u većem dijelu analize SAE ispitivanja, dok smo za faktor trenja odabrali koristiti $\mu = 0{,}1$.



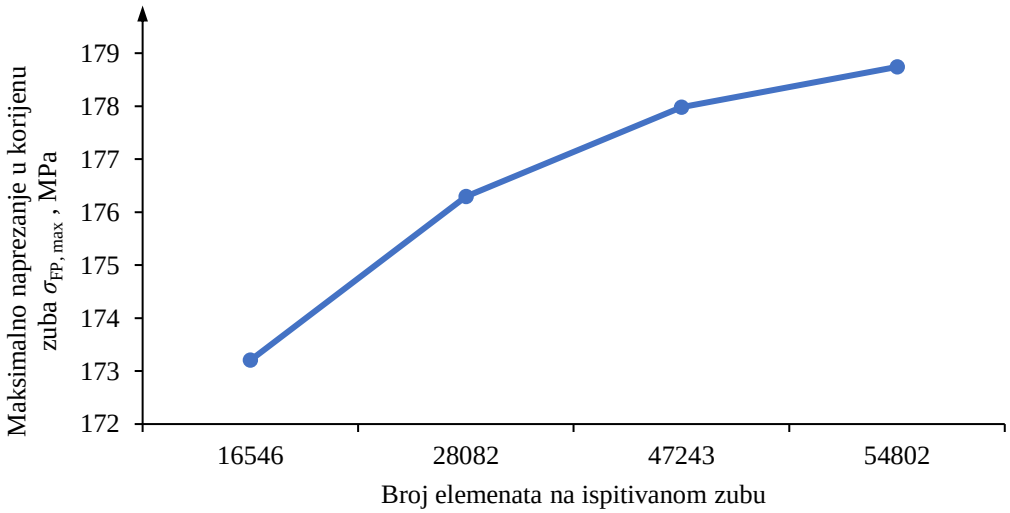
Slika 47. Različite mreže za prikaz konvergencije modela SAE ispitivanja

Kao i kod provjere konvergencije u prethodno analiziranom modelu ispitivanja, i ovdje ćemo koristiti dodatne tri mreže konačnih elemenata uz onu koju smo koristili tijekom izrade cijele analize ispitivanja u SAE ispitnom postolju. U odnosu na definiranu referentnu mrežu, od ostale tri mreže jedna će imati više, a preostale dvije manje elemenata [Slika 47.]. Broj elemenata koji mijenjamo i uspoređujemo odnosi se samo na particije ispitivanog zuba zupčanika.

Konvergenciju smo odlučili pratiti preko maksimalnog naprezanja u korijenu ispitivanog zuba, a usporedbu dobivenih rezultata prikazat ćemo tablično i grafički [Tablica 5., Slika 48.].

Tablica 5. Maksimalno naprezanje u korijenu zuba σ_{FP} za različite mreže elemenata

Maksimalno naprezanje σ_{FP} [MPa]	Broj elemenata na zubu
173,204	16546
176,295	28082
177,982	47243
178,741	54802



Slika 48. Dijagram konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba $\sigma_{FP,max}$ za SAE metodu ispitivanja

Vidimo kako je konvergencija malo sporija nego u slučaju opterećivanja u tri točke, no to ne iznenađuje budući da se radi o puno složenijem problemu. Konačno, možemo zaključiti kako je konvergencija postignuta te opravdano možemo smatrati predstavljene rezultate točnima.

5. ZAKLJUČAK

U samom radu više puta smo napomenuli kako je ispitivanje zupčanika na različite utjecajne faktore kojima su izloženi u radu vrlo važan postupak u njihovom životnom ciklusu. Jedno od tih vrlo važnih ispitivanja je i ispitivanje nosivosti korijena zuba kojim se određuje dinamička izdržljivost zupčanika. Koristeći se metodom konačnih elemenata podrobnije smo analizirali dvije od ukupno pet, u radu navedenih, metoda ispitivanja nosivosti korijena zuba, točnije zanimao nas je utjecaj sile trenja na njegovu nosivost.

Analiza metode opterećivanja zupčanika u tri točke pokazala je kako sila trenja može na različite načine utjecati na naprezanje u korijenu zuba. Ukoliko se zupčanik opterećuje idealno krutim tijelom, naprezanje u korijenu zuba smanjivat će se povećanjem faktora trenja, a time i sile trenja. S druge strane, naprezanje u korijenu povećavat će se porastom faktora odnosno sile trenja ukoliko se zupčanik opterećuje tijelom s elastičnim svojstvima. Ipak, to povećanje će doseći određenu granicu nakon koje će naprezanje u korijenu zuba biti približno konstantno, neovisno o faktoru trenja. Još jedan zanimljivi podatak dobiven analizom ove metode je činjenica da debljina okvira kojim smo opterećivali zupčanik ni na koji način ne utječe na naprezanje u korijenu pri manjim faktorima trenja koji se najčešće i javljaju u praksi.

Druga analiza, tj. analiza metode ispitivanja nosivosti korijena zuba pomoću normiranog SAE ispitnog postolja pokazala je kako će pri opterećivanju ispitnog zuba sila trenja rasterećivati njegov korijen. To znači da svako ispitivanje provedeno tom metodom daje manje iznose naprezanja u korijenu zuba ukoliko faktor trenja tijekom ispitivanja nije sveden na minimum te također smanjuje ukupnu amplitudu naprezanja u korijenu zuba.

Kada se osvrnemo na obje analize, vidjet ćemo da postoje različiti slučajevi i načini djelovanja sile trenja na ispitivanje. U nekim slučajevima, za određene faktore trenja, sila trenja je unutar istog ciklusa čak i mijenjala smjer te na taj način naizmjenično opterećivala i rasterećivala korijen zuba. Iz svega navedenog bitno je izvući ispravan zaključak, a to je kako sila trenja može imati značajan utjecaj na rezultate ispitivanja nosivosti korijena zuba. Naime, promjena u amplitudi naprezanja od 10 % može uzrokovati povećanje ili smanjenje od faktora tri u radnom vijeku zupčanika [18]. Stoga treba uvijek nastojati definirati faktor trenja prije samog početka ispitivanja ili osigurati dovoljno uspješno podmazivanje kako bi se taj faktor trenja spustio na minimum. U protivnom, ako se trenje pri ispitivanju zanemari, možemo doći u situaciju da dobijemo rezultate koji ne odgovaraju stvarnosti.

LITERATURA

[1] Oberšmit, E.: *Ozubljenja i zupčanici*, FSB Zagreb, 1982.

[2] http://www.globalibmc.com/Gears, 10. veljače 2019.

[3] http://www.linngear.com/part-type/spur/, 10. veljače 2019.

[4] Lukša, F.: *Oštećenja zupčanika*

[5] http://bevelgearsindia.com/, 15. veljače 2019.

[6] *Metals Handbook, vol 11 Failure Analysis and Prevention*, ASM International, 1986.

[7] http://marinersrepository.blogspot.com/p/gear-wear-and-failures.html, 15. veljače 2019.

[8] https://www.geartechnology.com/articles/0815/Tooth_Flank_Fracture_-_Basic_Principles_and_Calculation_Model_for_a_Sub-Surface-Initiated_Fatigue_Failure_Mode_of_Case-Hardened_Gears/, 15. veljače 2019.

[9] Davis, J.R.: *Gear Materials, Properties and Manufacture*, ASM International, 2005.

[10] Gasparini, G., Mariani, U., Gorla, C., Filippini, M., Rosa, F.: *Bending Fatigue Tests of Helicopter Case Carburized Gears*, Gear Technology, 2009.

[11] Gorla, C., Rosa, F., Conrado, E.: *Bending Fatigue Strength of Case Carburized and Nitrided Gear Steels for Aeronautical Applications*, International Journal of Applied Engineering Research, 2017.

[12] Handschuh, R. F., Krantz, T. L., Lerch, B. A., Burke, C. S.: *Investigation of Low-Cycle Bending Fatigue of AISI 9310 Steel Spur Gears*, NASA/TM-2017-214914, 2007.

[13] Vučković, K., Galić, I., Božić, Z., Glodež, S.: *Effect of friction in a single-tooth fatigue test*, International Journal of Fatigue, 2018.

[14] Akata, E., Altinbalik, M. T., Çan, Y.: *Three point load application in single tooth bending fatigue test for evaluation of gear blank manufacturing methods*, International Journal of Fatigue, 2004.

[15] Buenneke, R. W., Slane, M. B., Semenek, M. P., Shea, M. M., Tripp, J. E.: *Gear Single Tooth Bending Fatigue Test*, SAE Technical Paper Series, 1982.

[16] Standard SAE J1619, *Single Tooth Gear Bending Fatigue Test*, SAE International, 2017.

[17] Bian, X. X., Zhou, G., Liwei, Tan, J. Z.: *Investigation of bending fatigue strength limit of alloy steel gear teeth*, J. Mechanical Engineering Science, 2012.

[18] Stephens, R. I., Fatemi, A., Stephens, R. R., Fuchs, H. O.: *Metal Fatigue in Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 2001.