Analiza utjecaja inercije rotora pumpe na promjenu tlaka u cjevovodu nakon ispada pumpe

Jelušić, Toni

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:087112

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Toni Jelušić

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Student:

izv. prof. dr. sc. Ivo Džijan, dipl. ing. Toni Jelušić

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Ivi Džijanu na pomoći pri izradi ovog rada.

Toni Jelušić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum 24 -02- 2017	Prilog
Klasa: 602-04/17- 6/4	
Ur.broj: 15-1703-17-129	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Toni Jelušić** Mat. br.: 0035190821

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza utjecaja inercije rotora pumpe na promjenu tlaka u cjevovodu nakon ispada pumpe**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of pump rotor inertia on the pressure waves caused by pump failure**

Opis zadatka:

Pri nagloj promjeni režima strujanja u cjevovodnim sustavima dolazi do nestacionarnog strujanja u kojem se pojavljuju podtlačni i pretlačni valovi tlaka, što se naziva hidrauličkim udarom. Na primjer, hidraulički udar može uzrokovati ispad pumpe odnosno iznenadni prekid napajanja motora pumpe ugrađene u cjevovod zbog prekomjernog zagrijavanja, vibracija ili drugog razloga.

Pri modeliranju ponašanja pumpe nakon njenog ispada iz rada obično se pretpostavlja da visina dobave pumpe trenutno pada na nulu, pri čemu se zanemaruje inercija rotirajućih dijelova pumpe jer to ide na stranu sigurnosti proračuna. U radu je potrebno načiniti model u kojem se uzima u obzir i inercija rotirajućih dijelova, te analizirati razliku u rezultatima kad se koristi model s inercijom i bez inercije. Model treba ugraditi u numeričku metodu karakteristika i testirati pri simulaciji nestacionarnog strujanja u cjevovodima u nekoliko karakterističnih situacija.

Rad treba sadržavati:
1. Uvod s analizom rada pumpe u svim režimima.
2. Prikaz metode karakteristika za proračun nestacionarnog strujanja u cjevovodnom sustavu.
3. Model pumpe u kojem se uzima u obzir i inercija rotirajućih dijelova i način njegove ugradnje u metodu karakteristika.
4. Rezultate numeričke simulacije za nekoliko karakterističnih situacija.
5. Diskusiju rezultata, te zaključke.

Rezultate proračuna treba prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.
Treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade rada.

Zadatak zadan:
30. studenog 2016.

Rok predaje rada:
1. rok: 24. veljače 2017.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2017.
3. rok: 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 27.2. - 03.03. 2017.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2017.
3. rok: 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:
Ivo Džijan
Izv. prof. dr. sc. Ivo Džijan

Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA II
POPIS TABLICA III
POPIS OZNAKA IV
SAŽETAK VI
SUMMARY VII
1. UVOD 1
2. PUMPE 2
2.1. P1 zona rada 3
2.2. P2 zona rada 4
2.3. T1 zona rada 4
2.4. T2 zona rada 4
2.5. D1 zona rada 4
2.6. D2 zona rada 5
2.7. D3 zona rada 5
2.8. D4 zona rada 5
3. METODA KARAKTERISTIKA 7
4. RUBNI UVJET PUMPE U METODI KARAKTERISTIKA 12
4.1. Protok kroz pumpu i visina dobave pumpe 12
4.2. Promjena brzine vrtnje pumpe 14
4.3. Karakteristika cjevovoda i radna točka pumpe 16
5. POSTAVKE NUMERIČKE SIMULACIJE 19
5.1. Pretpostavke i pojednostavljenja u modelu za simulaciju 19
5.2. Parametri sustava 20
5.2.1. Parametri cjevovoda 20
5.2.2. Svojstva fluida 20
5.2.3. Parametri odabrane pumpe 20
5.3. Opis odabranih cjevovoda 22
6. REZULTATI NUMERIČKE SIMULACIJE 23
6.1. Kraći cjevovod 24
6.2. Dulji cjevovod 30
7. ANALIZA REZULTATA 34
7.1. Usporedba rezultata za kraći cjevovod 35
7.2. Usporedba rezultata za dulji cjevovod 36
8. ZAKLJUČAK 38
LITERATURA 39
PRILOZI 40

POPIS SLIKA

Slika 1. Zone načina rada pumpe po kvadrantima [1] ... 3
Slika 2. Centrifugalna pumpa tipa NN [3] ... 6
Slika 3. Karakteristike u *x-t* ravnini ... 9
Slika 4. Rubni uvjeti spremnika ... 10
Slika 5. Rubni uvjet pumpe ... 12
Slika 6. Radna točka pumpe ... 17
Slika 7. Promatrani sustav ... 19
Slika 8. Karakteristika pumpe NN 125-315 [3] ... 21
Slika 9. Radna točka pumpe u kraćem i duljem cjevovodu ... 23
Slika 10. Odabrani čvorovi za prikaz rezultata za kraći cjevovod ... 24
Slika 11. Piezometrička visina u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 24
Slika 12. Promjena visine dobave pumpe u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 25
Slika 13. Brzine u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 25
Slika 14. Uvećani prikaz brzina sa slike 13. ... 26
Slika 15. Piezometrička visina u čvoru 8 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije ... 27
Slika 16. Piezometrička visina u čvoru 14 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije ... 27
Slika 17. Piezometrička visina u čvoru 52 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije ... 28
Slika 18. Brzine u kraćem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe ... 28
Slika 19. Uvećani prikaz brzina sa slike 18. ... 29
Slika 20. Odabrani čvorovi za prikaz rezultata za dulji cjevovod ... 30
Slika 21. Piezometričke visine u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 30
Slika 22. Promjena visine dobave pumpe u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 31
Slika 23. Brzine u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe ... 32
Slika 24. Piezometričke visine u duljem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe ... 32
Slika 25. Brzine u duljem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe ... 33
Slika 26. Usporedba piezometričke visine u kraćem cjevovodu za čvor 8 ... 35
Slika 27. Usporedba brzine u kraćem cjevovodu za čvor 8 ... 35
Slika 28. Usporedba piezometričke visine u duljem cjevovodu za čvor 40 ... 36
Slika 29. Usporedba brzine u duljem cjevovodu za čvor 40 ... 36

POPIS TABLICA

Tablica 1. Parametri cjevovoda..... 20
Tablica 2. Svojstva fluida 20
Tablica 3. Parametri sustava za dulji i kraći cjevovod..... 22

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	[-]	koeficijent jednadžbe karakteristike pumpe
A_{scn}	$[\mathrm{mm}^2]$	površina poprečnog presjeka usisnog dijela cjevovoda
A_{del}	$[\mathrm{mm}^2]$	površina poprečnog presjeka tlačnog dijela cjevovoda
B	[-]	koeficijent jednadžbe karakteristike pumpe
C	[-]	koeficijent jednadžbe karakteristike pumpe
c	[m/s]	brzina zvuka
D	[mm]	promjer cjevovoda
D_{scn}	[mm]	promjer usisnog dijela cjevovoda
D_{del}	[mm]	promjer tlačnog dijela cjevovoda
E	[-]	efikasnost pumpe
E_c	[Pa]	modul elastičnosti materijala cjevovoda
g	$[\mathrm{m/s}^2]$	konstanta gravitacije
H	[m]	visina dobave pumpe
h	[m]	piezometrička visina u čvoru
$h_{p_{scn}}$	[m]	piezometrička visina u čvoru na ulazu u pumpu
$h_{p_{del}}$	[m]	piezometrička visina u čvoru na izlazu iz pumpe
I	$[\mathrm{kgm}^2]$	moment inercije pumpe
I_p	$[\mathrm{kgm}^2]$	inercija rotora pumpe i zahvaćenog fluida
I_m	$[\mathrm{kgm}^2]$	rotacijska inercija motora pumpe
K	[Pa]	volumenski modul elastičnosti
k	[mm]	visina hrapavosti unutarnje stijenke cijevi
L	[m]	duljina cjevovoda
L_{scn}	[m]	duljina usisnog dijela cjevovoda
L_{del}	[m]	duljina tlačnog dijela cjevovoda
N	$[\mathrm{min}^{-1}]$	brzina vrtnje pumpe
N^*	$[\mathrm{min}^{-1}]$	brzina vrtnje pumpe u radnoj točki
n	[-]	broj čvorova
P_{in}	[W]	ulazna snaga pumpe
P_o	[W]	snaga pumpe pri nultom protoku
P_{out}	[W]	izlazna snaga pumpe
P_s	[kW]	snaga vratila
Q	$[\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]$	protok
R	[-]	koeficijent
Re	[-]	Reynoldsov broj
S	[-]	koeficijent
s	[mm]	debljina stijenke cijevi
T	[-]	koeficijent

T^*	[Nm]	moment
t	[s]	vrijeme
v	[m/s]	brzina
$v_{p_{scn}}$	[m/s]	brzina u čvoru na ulazu u pumpu
$v_{p_{del}}$	[m/s]	brzina u čvoru na izlazu iz pumpe
α'	[-]	koeficijent kvadratne jednadžbe
β'	[-]	koeficijent kvadratne jednadžbe
γ	[-]	Courantov broj
γ'	[-]	koeficijent kvadratne jednadžbe
Δt	[s]	vremenski korak
Δx	[m]	razmak između čvorova
λ	[-]	koeficijent trenja
λ_{scn}	[-]	koeficijent trenja u usisnom dijelu cjevovoda
λ_{del}	[-]	koeficijent trenja u tlačnom dijelu cjevovoda
ν	$[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$	kinematska viskoznost
ρ	$[\mathrm{kg/m}^3]$	gustoća
ω	[rad/s]	kutna brzina

SAŽETAK

U radu je numerička metoda karakteristika primijenjena na proračun nestacionarnog strujanja fluida u cjevovodu nakon ispada pumpe iz rada. Dinamičko ponašanje pumpe, gdje se uzima u obzir inerciju rotirajućih dijelova pumpe i motora pumpe, uključeno je u metodu karakteristika kroz rubni uvjet pumpe. Numerička simulacija matematičkog modela napravljena je pomoću programskog paketa Octave.

Kako bi se utvrdio utjecaj inercije rotirajućih dijelova pumpe i motora pumpe, rezultati numeričke simulacije u kojoj se uzima u obzir inercija su uspoređeni s rezultatima simulacije uz zanemarenje inercije. Usporedba je pokazala da uzimanje u obzir inercije rotirajućih dijelova pumpe i motora znatno mijenja rezultate simulacije nestacionarne pojave u sustavu na način da se smanjuje promjena tlaka u cjevovodu i produžuje vrijeme potrebno za smanjivanje protoka na nulu.

Ključne riječi: metoda karakteristika, hidraulički udar, nestacionarno strujanje, inercija pumpe

SUMMARY

This paper shows the use of method of characteristics for calculating unsteady fluid flow in pipes after pump trip. The dynamic behavior of the pump, which takes into account the inertia of pump's rotary parts and motor, is included in the method of characteristics as a boundary condition. The numerical simulation was carried out using Octave program package.

To determine the influence of inertia of pump's rotary parts and motor, a comparison of simulation results with and without inertia has been made. This comparison showed that, when pump inertia is taken into account, simulation results for unsteady phenomena change considerably in such a way that the pressure alteration in the pipeline reduces and the time for flow to reach zero extends.

Key words: method of characteristics, water hammer, unsteady flow, pump inertia

1. UVOD

Promjene u načinu rada pumpe uzrokuju nestacionarne pojave u cjevovodnom sustavu na koji je je pumpa priključena. Pojavu nestacionarnog strujanja obično uzrokuju promjene kao što su pokretanje pumpe ili nagli prekid rada pumpe zbog prekida napajanja motora pumpe električnom energijom, preopterećenja i sličnih situacija. Nastalo nestacionarno strujanje u kojem imamo promjene tlaka i brzine strujanja uslijed naglih promjena u sustavu naziva se hidraulički udar. Nestacionarne pojave koje nastaju kao posljedica hidrauličkog udara su izrazito nepovoljne jer uzrokuju pojavu tlačnih valova koji dovode do naglog povećanja i smanjenja tlaka što može imati negativan utjecaj na pumpe priključene na cjevovodnu mrežu u kojoj se te promjene događaju ako pumpe nisu dimenzionirane za takve uvjete rada. Također, takva pojava u cjevovodu može dovesti do oštećenja cjevovoda.

Da bi se ispitao promatrani problem i predvidio utjecaj hidrauličkog udara na cjevovodni sustav uslijed ispada pumpe, vrši se numerička simulacija takvog ponašanja. Veličine koje nas pritom zanimaju su visine tlaka u čvorovima i brzine strujanja u svakom dijelu cjevovodnog sustava. Zbog promjene brzine vrtnje pumpe nakon ispada iz rada, potrebno je promatrati utjecaj inercije pokretnih dijelova pumpe na pojavu nestacionarnog režima strujanja. To se čini na način da se za određenu cjevovodnu mrežu s priključenom pumpom, u numeričku metodu karakteristika, koja se obično koristi za probleme koji su opisani hiperboličkim jednadžbama, a hidraulički udar spada u tu klasu problema, pumpa implementira kao rubni uvjet. Stoga su jednadžbe koje daju vezu između inercije rotirajućih dijelova i brzine vrtnje pumpe uključene u formulaciju metode karakteristika.

U numerički model jednostavnog cjevovoda je ugrađen numerički model centrifugalne pumpe tipa NN, te je za taj model izvršena numerička simulacija za nekoliko karakterističnih situacija kako bi se odredio utjecaj inercije pokretnih dijelova pumpe na promjene u cjevovodu nastale nakon ispada pumpe.

2. PUMPE

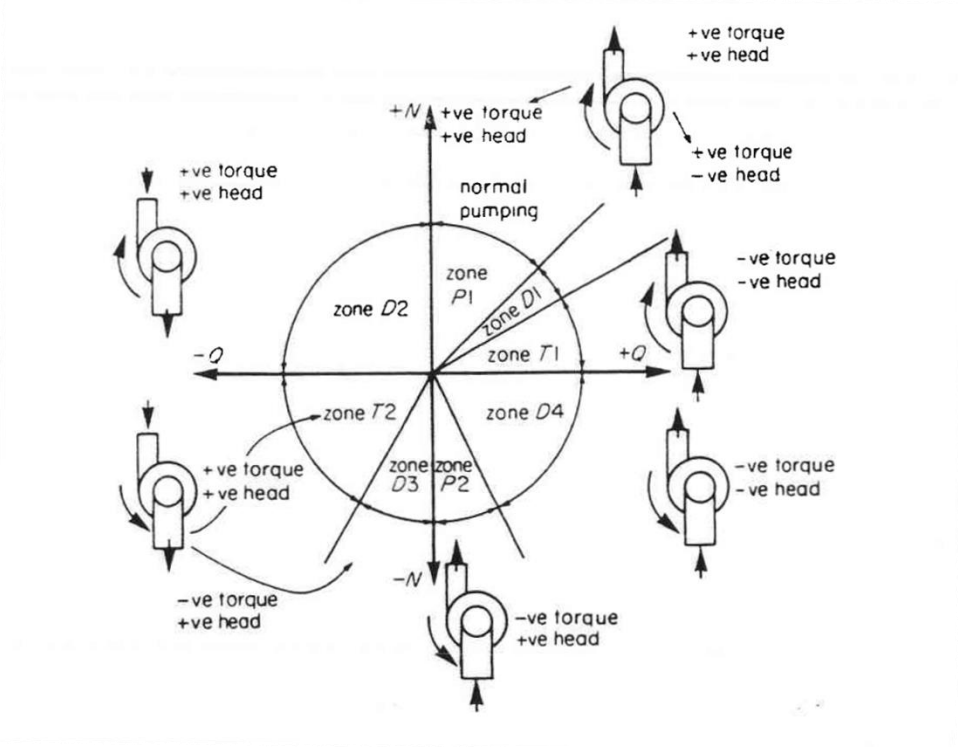
Pumpe su strojevi koji služe za transport kapljevina i najčešće se klasificiraju u dvije glavne skupine prema kriteriju načina pretvorbe mehaničke energije u energiju kapljevine. Prva skupina sadrži sve tipove pumpi čiji se rad temelji na potisku (volumenske pumpe), a drugu skupinu čine sve pumpe koje dinamički generiraju visinu dobave i protok (dinamičke pumpe). Kod volumenskih pumpi protok ne zavisi od visine dobave pumpe, već samo o brzini rada pumpe. Drugu skupinu najvećim dijelom čine centrifugalne pumpe i većina pumpi danas je ovog tipa. Karakteristika ovih pumpi jest da one generiraju protok i visinu dobave na temelju dinamičkih sila koje djeluju na fluid koji se potiskuje. Centrifugalne pumpe dijele se u tri kategorije:

- Radijalne pumpe
- Dijagonalne pumpe
- Turbo-pumpe

Kako bi se opisao odnos između brzine vrtnje pumpe, protoka kroz pumpu i visine dobave pumpe potrebno je odrediti jednadžbu koja povezuje te varijable. Kada se odredi ta jednadžba, mogu se odrediti spomenute varijable ovisno o tome koja od njih je nezavisna, a potom i brzine i piezometričke visine uzvodno i nizvodno od pumpe. Međutim, javlja se problem kada pumpa ne radi pri konstantnoj brzini. Postoje tri faze rada pumpe: pokretanje pumpe, rad u stacionarnim uvjetima i ispad pumpe iz rada. Posebno je zanimljivo promatrati nestacionarno strujanje u cjevovodu nakon ispada pumpe iz rada.

Dijagram (slika 1) u kojem se na apscisu nanosi protok kroz pumpu, a na ordinatu brzina vrtnje pumpe ima četiri kvadranta i može se podijeliti u osam zona koje se razlikuju prema predznacima brzine vrtnje, protoka, momenta i visine dobave pumpe. U taj dijagram se crtaju karakteristike pumpe koje predstavljaju krivulje konstantne visine dobave i konstantnog momenta.

Kako bi se mogla riješiti faza pokretanja pumpe, rad u stacionarnom stanju te naposljetku ispad pumpe iz rada, potrebno je dobro poznavati moguće načine rada pumpe u prvom kvadrantu, a po mogućnosti i za ostale kvadrante.



Slika 1. Zone načina rada pumpe po kvadrantima [1]

U nastavku će biti opisani mogući načini rada pumpe koji su prikazani na slici 1. Linije na slici 1 predstavljaju granice između pojedinih načina rada pumpe. Slovo *P* označava pumpni način rada kada pumpa predaje energiju fluidu (što se podrazumijeva kao normalni način rada), slovo *T* označava turbinski način rada kada pumpa oduzima energiju fluidu, a *D* označava način rada pumpe kao dinamometra.

2.1. P1 zona rada

Kada pumpa ima normalan način rada, to znači da radi u *P*1 zoni. Ako se ucrtaju vrijednosti brzine vrtnje pumpe i protoka kroz pumpu dobivena točka će se nalaziti u području između ordinate i linije pod 45° stupnjeva u odnosu na ordinatu. U tom području visina dobave pumpe bit će pozitivna (razlika piezometričke visine na izlazu iz pumpe i piezometričke visine na ulazu u pumpu bit će veća od nule), protok će biti pozitivan (smjer u kojem pumpa potiskuje fluid) i moment koji djeluje na pumpu će biti pozitivan (motor pumpe će predavati energiju pumpi). To znači da će u smjeru strujanja pumpa povećavati energiju fluida.

2.2. P2 zona rada

Ako na pumpu djeluje negativni moment tako da ona predaje energiju motoru, u kućištu će se javiti vrtlog koji će prouzročiti generiranje pozitivne visine dobave uz pozitivni protok koji će biti veoma mali. Iako će pumpa i dalje raditi kao pumpa, ona će to činiti uz malu efikasnost. Međutim, vrlo rijetko se događa da pumpa radi u ovom području.

2.3. T1 zona rada

Kada se pumpa isključi, u kratkom vremenu će još uvijek postojati protok kroz cjevovod i pumpu u pozitivnom smjeru pri čemu taj tok kapljevine još uvijek ima dovoljnu količinu gibanja kako bi okretao pumpu u pozitivnom smjeru i time uzrokovao dovođenje energije motoru što povećava brzinu vrtnje pumpe ili značajno produžuje period smanjivanja brzine vrtnje pumpe. Ova pojava ima velik utjecaj na sigurnost cjevovoda. Vrlo je važno predvidjeti pojavu ovakvog načina rada jer ako se ona ne uzme u obzir u analizi rada pumpe nakon njenog ispada će se pojaviti prijelazne pojave velikih amplituda, dok se u stvarnosti one ne dešavaju.

2.4. T2 zona rada

Radijalne pumpe su veoma slične turbinama. Ponekad je ta sličnost toliko izražena da će te pumpe raditi kao turbine, tj. oduzimat će energiju fluidu i pretvarati ju u mehaničku, a u konačnici i u električnu energiju. Ako se ne postavi nepovratni ventil, bilo koja pumpa može raditi u ovom području.

2.5. D1 zona rada

Da bi se objasnio način rada pumpe u *D*1 zoni kao primjer će se koristiti konfiguracija sustava kao na slici 7. Sustav čine dva spremnika, pumpa i cjevovod, s time da je razina fluida u uzvodnom spremniku niža od razine u nizvodnom spremniku. To je uobičajeni sustav gdje je potrebno koristiti pumpu i pumpa će raditi u normalnom režimu, tj. u *P*1 zoni.

Međutim, ako dođe do smanjivanja razine fluida u nizvodnom spremniku, razlika visina će se smanjivati što će dovesti do povećanja protoka. Ako se razina fluida u nizvodnom spremniku nastavi smanjivati spustit će se ispod razine u uzvodnom spremniku, a daljnjim smanjivanjem visina dobave pumpe će postati negativna. To će dovesti do situacije u kojoj motor pumpe i dalje radi pogoneći pumpu, ali pumpa će uništavati energiju oduzimajući je fluidu. Takav način rada pumpe naziva se dinamometarski način rada i klasificiran je kao *D*1 zona rada pumpe.

2.6. D2 zona rada

U slučaju da pumpa, pri pozitivnom smjeru okretanja, radi pri visini dobave koja je veća od visine dobave te pumpe pri nultom protoku, a nema ugrađen nepovratni ventil, smjer strujanja fluida kroz pumpu će se promijeniti i fluid će se vraćati kroz pumpu. To će rezultirati time da će, iako su moment i visina dobave pozitivni, protok biti negativan. U tom slučaju pumpa će uništavati energiju i ovaj režim rada je klasificiran kao *D*2 zona rada pumpe.

2.7. D3 zona rada

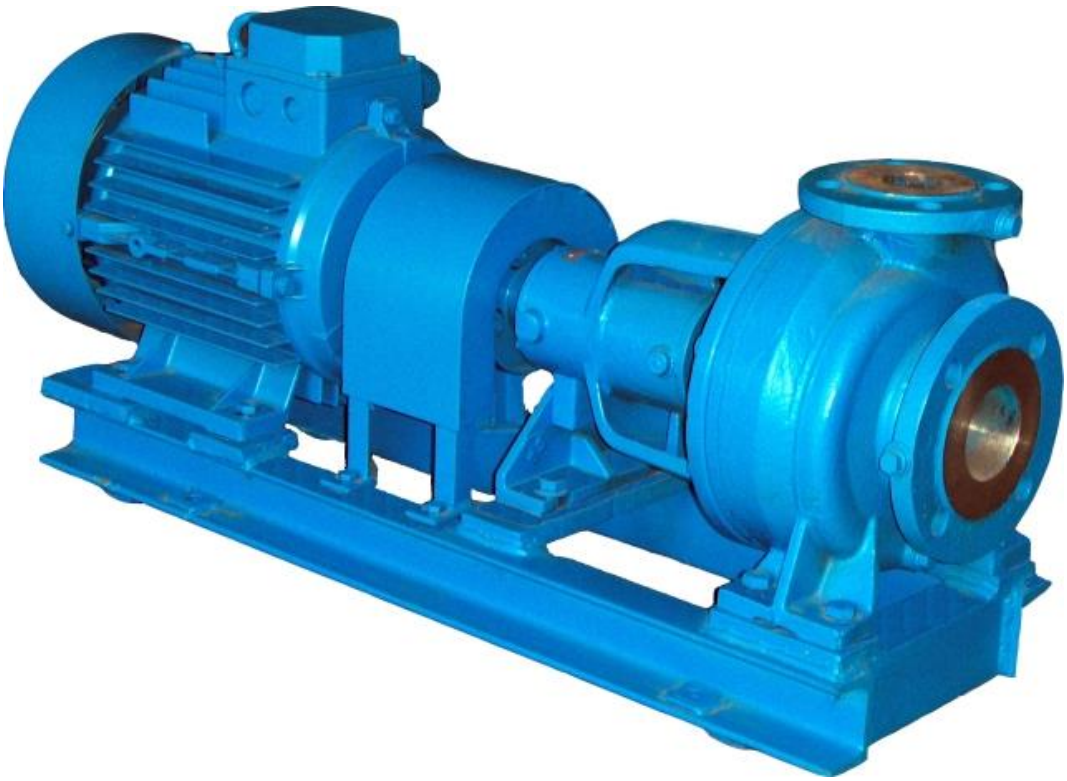
U *D*3 zoni pumpa se okreće u suprotnom smjeru i protok je negativan. Visina u dostavnom dijelu cjevovoda je veća od one u usisnom dijelu i ta velika razlika se uravnotežuje centripetalnim učincima koji se javljaju uslijed velike brzine vrtnje. Mali protok uzrokuje odvajanje strujanja u rotoru pumpe što dovodi do velikih energetskih gubitaka.

2.8. D4 zona rada

Vrlo je mala vjerojatnost da će pumpa raditi u *D*4 zoni rada jer se ona nalazi u četvrtom kvadrantu kako je prikazano na slici 1 i neuobičajeno je da bilo koja pumpa radi na način kao što je prikazano u četvrtom kvadrantu. Ako je rad pumpe kao u četvrtom kvadrantu to znači da će moment i visina dobave pumpe biti negativni, a protok pozitivan. Iako se u tom slučaju rotor vrti u obrnutom smjeru, on će generirati pozitivan protok. Međutim, ako protok postane prevelik, visina dobave pumpe će se početi smanjivati uslijed većeg trenja sve dok ne postane negativna što dovodi do dinamometarskog načina rada.

Ova analiza ukazuje na to da je potrebno dobro poznavati sve zone rada pumpe kako bi se prilikom simulacije neke pojave u obzir uzele sve bitne stavke i unaprijed predvidjelo kako će se pumpa ponašati u određenim uvjetima, a time će se osigurati da rezultati budu konzistentni.

Kao što je spomenuto, ovdje će se za simulaciju koristiti radne karakteristike centrifugalne pumpe tipa NN, proizvođača Croatia Pumpe Nova d.o.o prikazane na slici 2.



Slika 2. Centrifugalna pumpa tipa NN [3]

3. METODA KARAKTERISTIKA

Metoda karakteristika je numerička metoda koja se primjenjuje za rješavanje hiperboličkih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi na način da se te parcijalne diferencijalne jednadžbe transformiraju u obične diferencijalne jednadžbe, tj. vrši se prevođenje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi u karakterističan oblik te se pronalaze jednadžbe karakteristika. Kako bi se odredilo jesu li diferencijalne jednadžbe hiperboličkog tipa potrebno je odrediti diskriminantu kvadratne jednadžbe s koeficijentima koji su dobiveni iz koeficijenata koji se nalaze uz parcijalne derivacije u parcijalnoj diferencijalnoj jednadžbi.

Nakon što se odredi diskriminanta slijedi klasifikacija jednadžbi ovisno o njenom predznaku. Ako je diskriminanta manja od nule radi se o eliptičnim jednadžbama, u slučaju pozitivne diskriminante jednadžbe su hiperbolične, te ako je diskriminanta jednaka nuli radi se o paraboličnim jednadžbama. Ovdje će se ta metoda primijeniti na hidrodinamički model jednodimenzijskog izotermičkog nestacionarnog strujanja slabo stlačivog fluida, tj. na jednadžbe koje se koriste za rješavanje problema hidrauličkog udara.

Te jednadžbe su: alternativni oblik jednadžbe kontinuiteta (1) i alternativni oblik jednadžbe količine gibanja (2).

$$v\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{c^2}{g}\frac{\partial v}{\partial x}-v\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=0 \qquad \textbf{(1)}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\lambda v|v|}{2gD}=0 \qquad \textbf{(2)}$$

U jednadžbama je c brzina zvuka dana jednadžbom (3), λ koeficijent trenja koji se računa prema izrazu za koeficijent trenja prema formuli Swamee-Jain (4), g konstanta gravitacije, a D promjer.

$$c=\sqrt{\frac{1}{\rho\left(\frac{1}{K}+\frac{D}{E_c s}\right)}} \qquad \textbf{(3)}$$

U izrazu (3) ρ je gustoća fluida, K je volumenski modul elastičnosti, E_c je modul elastičnosti cijevi, a s je debljina stijenke cijevi.

$$\lambda = \frac{1.325}{\left[\ln\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2} \quad \textbf{(4)}$$

U izrazu (4) k predstavlja visinu hrapavosti stijenke cijevi, a Re je Reynoldsov broj.

Primjenom metode karakteristika na parcijalne diferencijalne jednadžbe (1) i (2) dobiva se karakteristična jednadžba sustava (5), tj. uvjet kompatibilnosti.

$$\pm\frac{g}{c}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{\lambda v|v|}{2D} - \frac{gv}{c}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = 0 \quad \textbf{(5)}$$

Član $-\frac{gv}{c}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$ je obično malen u odnosu na član $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ pa se zanemaruje. Pozitivna karakteristika ima nagib $\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{(\mathrm{v}+\mathrm{c})}$ i zapisuje se kao jednadžba (6), a negativna karakteristika ima nagib $\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{(\mathrm{v}-\mathrm{c})}$ i zapisuje se kao jednadžba (7). Jednadžbe (6) i (7) predstavljaju uvjete kompatibilnosti za pozitivnu i negativnu karakteristiku.

$$+\frac{g}{c}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{\lambda v|v|}{2D} = 0 \quad \textbf{(6)}$$

$$-\frac{g}{c}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{\lambda v|v|}{2D} = 0 \quad \textbf{(7)}$$

Ovo je sustav običnih diferencijalnih jednadžbi koji se može numerički riješiti uz prethodno definiranje početnih i rubnih uvjeta. Kod numeričkog postupka obično se primjenjuje metoda konačnih razlika tako da se diferencijali zamijene konačnim razlikama. Dobivene jednadžbe vrijedit će uzduž pozitivne C^+ i negativne karakteristike C^-. Budući da je u nestlačivom strujanju brzina strujanja zanemariva u odnosu na brzinu zvuka može se zaključiti da su u ovom slučaju karakteristike približno pravci.

Za provedbu numeričkog postupka cjevovod se dijeli na $n-1$ jednakih dijelova duljine Δx s tim da je n odabrani broj čvorova u kojima će se izračunati vrijednosti tlaka (visine tlaka) i protoka (brzine). Vremenski korak integracije Δt se odabire prema CFL (Courant-Fridrich-Lewy) kriteriju koji je prikazan u izrazu (8) gdje je γ CFL broj i predstavlja odstupanje od CFL kriterija. CFL broj treba biti manji ili jednak jedinici.

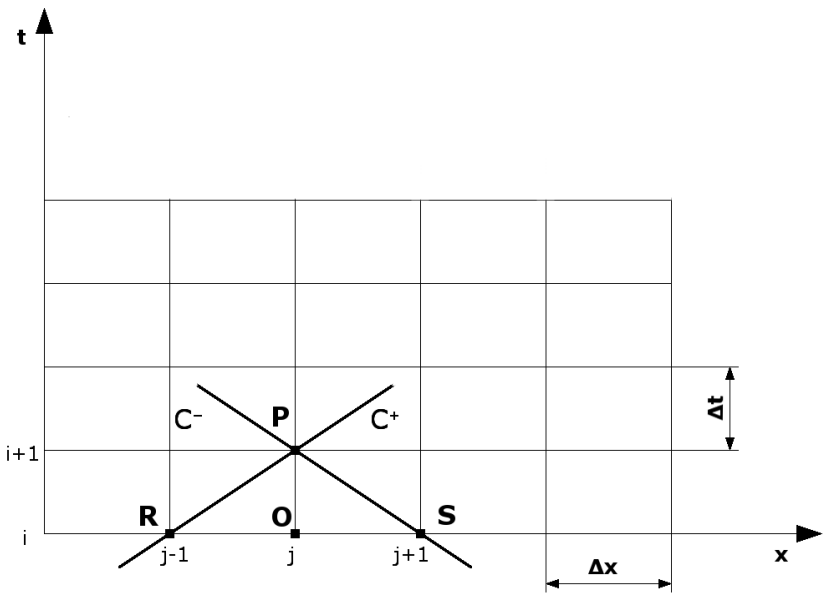
$$\Delta t \le \gamma \frac{\Delta x}{c} \qquad \textbf{(8)}$$

Jednadžbe kompatibilnosti, postavljene duž karakteristika prema slici 3 gdje su karakteristike prikazane tako da sijeku mrežu baš u odabranim čvorovima što se postiže odabirom CFL broja koji je jednak jedinici, te uz zamjenu infinitezimalnih razlika konačnim razlikama, mogu se zapisati za pozitivnu i negativnu karakteristiku. Stoga, jednadžba kompatibilnosti duž pozitivne karakteristike postaje jednadžba (9), a duž negativne karakteristike to je jednadžba (10).

$$+\frac{g}{c}\left(h_j^{i+1}-h_{j-1}^{i}\right)+\left(v_j^{i+1}-v_{j-1}^{i}\right)+\frac{\lambda v_{j-1}^{i}\left|v_{j-1}^{i}\right|\Delta t}{2D}=0 \qquad \textbf{(9)}$$

$$-\frac{g}{c}\left(h_j^{i+1}-h_{j+1}^{i}\right)+\left(v_j^{i+1}-v_{j+1}^{i}\right)+\frac{\lambda v_{j+1}^{i}\left|v_{j+1}^{i}\right|\Delta t}{2D}=0 \qquad \textbf{(10)}$$

U jednadžbama (9) i (10) indeks i+1 se odnosi na vremenski trenutak u kojem se izračunava vrijednost brzine i tlaka (vrijednosti tih veličina u svim prošlim vremenskim trenucima su poznate), a indeks j na prostorni čvor cjevovoda.



Slika 3. Karakteristike u *x*-*t* ravnini

Oduzimanjem jednadžbe (10) od jednadžbe (9) slijedi izraz za piezometričku visinu za promatrani čvor u slijedećem vremenskom trenutku (11) koji vrijedi za čvorove koji nisu na rubu.

$$h_j^{i+1} = \frac{1}{2}\left(h_{j-1}^i + h_{j+1}^i\right) + \frac{c}{2g}\left(v_{j-1}^i - v_{j+1}^i\right) - \frac{c}{2g}\frac{\lambda v_{j-1}^i \left|v_{j-1}^i\right| \Delta t}{2D} + \frac{c}{2g}\frac{\lambda v_{j+1}^i \left|v_{j+1}^i\right| \Delta t}{2D} \qquad \textbf{(11)}$$

Ako se pak jednadžbe (9) i (10) zbroje dobiva se izraz za brzinu u promatranom čvoru u sljedećem vremenskom trenutku (12) koji također vrijedi za čvorove unutar mreže.

$$v_j^{i+1} = \frac{g}{2c}\left(h_{j-1}^i - h_{j+1}^i\right) + \frac{1}{2}\left(v_{j-1}^i + v_{j+1}^i\right) - \frac{1}{2}\frac{\lambda v_{j-1}^i \left|v_{j-1}^i\right| \Delta t}{2D} - \frac{1}{2}\frac{\lambda v_{j+1}^i \left|v_{j+1}^i\right| \Delta t}{2D} \qquad \textbf{(12)}$$

Uz prikazane jednadžbe potrebno je odrediti izraze za izračun brzine na rubu. Ovdje postoje dva slučaja. Jedan za uzvodni spremnik te drugi za nizvodni spremnik.



Slika 4. Rubni uvjeti spremnika

Izraz za brzinu kod uzvodnog spremnika dobiva se pomoću jednadžbe postavljene duž negativne karakteristike koja je označena kao (10) uz zamjenu člana h_j^{i+1} sa h_1^N koji označava konstantnu piezometričku visinu na rubu. Slijedi izraz (13).

$$v_j^{i+1} = v_{j+1}^i + \frac{g}{c}\left(h_1^N - h_{j+1}^i\right) - \frac{\lambda v_{j+1}^i \left|v_{j+1}^i\right| \Delta t}{2D} \qquad \textbf{(13)}$$

Za nizvodni spremnik izraz za brzinu na rubu (14) dobiva se iz jednadžbe postavljene duž pozitivne karakteristike označene sa (9) gdje je član h_j^{i+1} zamijenjen s h_n^N koji označava da je piezometrička visina u spremniku konstantna.

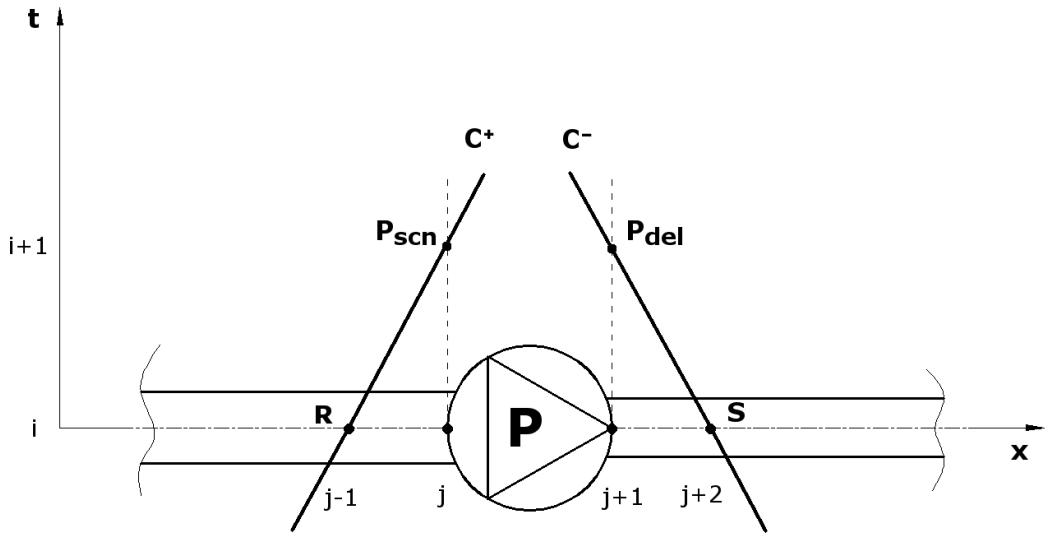
$$v_j^{i+1} = v_{j-1}^i - \frac{g}{c}\left(h_n^N - h_{j-1}^i\right) - \frac{\lambda v_{j-1}^i \left|v_{j-1}^i\right| \Delta t}{2D} \qquad \textbf{(14)}$$

U ovom slučaju pretpostavlja se da su piezometričke visine u spremnicima konstantne te se kao takve zadaju kao rubni uvjeti u svakom vremenskom trenutku.

4. RUBNI UVJET PUMPE U METODI KARAKTERISTIKA

4.1. Protok kroz pumpu i visina dobave pumpe

Na slici 5 prikazana je shema rubnog uvjeta pumpe ugrađene u cjevovod. U nastavku će biti dane relacije koje se mogu povezati s matematičkim zapisom metode karakteristika prikazane u prethodnom poglavlju.



Slika 5. Rubni uvjet pumpe

Izraz za visinu dobave pumpe prikazan je u jednadžbi (15) pri čemu je H [m] visina dobave pumpe, Q [m^3/s] protok kroz pumpu, A, B i C su koeficijenti, a N $\left[\mathrm{min}^{-1}\right]$ brzina vrtnje pumpe.

$$H = AN^2 + BNQ - CQ^2 \qquad \textbf{(15)}$$

Koeficijenti A, B i C mogu se odrediti iz karakteristike odabrane pumpe na način da se očitaju tri točke sa pripadnim protocima i visinama iz dijagrama karakteristike te se riješi dobiveni sustav od tri jednadžbe s tri nepoznanice. Kada su poznati koeficijenti jednadžbe (15) ona predstavlja aproksimaciju karakteristike odabrane pumpe.

Prema shemi rubnog uvjeta mogu se napisati jednadžbe kompatibilnosti duž pozitivne i negativne karakteristike. Jednadžba duž pozitivne karakteristike jest jednadžba (16), a duž negativne jednadžba (17).

$$h_{P_{scn}} - h_R + \frac{c_R}{g}\left(v_{P_{scn}} - v_R\right) + \frac{c_R}{g}\frac{\lambda_R v_R \left|v_R\right| \Delta t}{2D_{scn}} = 0 \quad \textbf{(16)}$$

$$-h_{P_{del}} + h_S + \frac{c_S}{g}\left(v_{P_{del}} - v_S\right) + \frac{c_S}{g}\frac{\lambda_S v_S \left|v_S\right| \Delta t}{2D_{del}} = 0 \quad \textbf{(17)}$$

U izrazima (16) i (17) članovi $h_{P_{scn}}$ i $h_{P_{del}}$ predstavljaju piezometričke visine u čvorovima na ulazu, odnosno izlazu pumpe, a analogno tome $v_{P_{scn}}$ i $v_{P_{del}}$ su brzine u tim istim čvorovima. Sukladno tome D_{scn} je promjer usisnog dijela cjevovoda, a D_{del} promjer tlačnog dijela cjevovoda. Indeksi *R* i *S* prema slici 5 označavaju da se radi o vrijednostima piezometričke visine (*h*), brzine zvuka (*c*), brzine fluida (*v*) i koeficijenta trenja (λ) u čvorovima neposredno uz ulaz i izlaz pumpe

Također, vrijede i slijedeće relacije. Jednadžba (18) je jednadžba kontinuiteta postavljena za ulazni i izlazni dio pumpe, a jednadžba (19) predstavlja visinu dobave pumpe.

$$Q = v_{P_{scn}} A_{scn} = v_{P_{del}} A_{del} \quad \textbf{(18)}$$

$$H = h_{P_{del}} - h_{P_{scn}} \quad \textbf{(19)}$$

Zbrajanjem jednadžbi (16) i (17) uz korištenje izraza (18) i (19) dobiva se slijedeća jednadžba (20).

$$H = \left[\frac{c_R}{gA_{scn}} + \frac{c_S}{gA_{del}}\right]Q + \left[\left(h_S - h_R\right) - \left(\frac{c_R v_R + c_S v_S}{g}\right) + \frac{c_R}{g}\frac{\lambda_R v_R \left|v_R\right| \Delta t}{2D_{scn}} + \frac{c_s}{g}\frac{\lambda_S v_S \left|v_S\right| \Delta t}{2D_{del}}\right] \quad \textbf{(20)}$$

Kombinacijom jednadžbi (15) i (20) dobiva se kvadratna jednadžba (21) iz koje se može odrediti protok kroz pumpu rješavanjem te jednadžbe prema izrazu (22).

$$\alpha' Q^2 + \beta' Q + \gamma' = 0 \quad \textbf{(21)}$$

$$Q = \frac{-\beta' \pm \sqrt{\beta'^2 - 4\alpha'\gamma'}}{2\alpha'} \quad \textbf{(22)}$$

Pri tome su koeficijenti kvadratne jednadžbe jednaki sljedećim izrazima.

$$\alpha' = C \tag{23}$$

$$\beta' = \left(\frac{c_R}{gA_{scn}} + \frac{c_S}{gA_{del}} \right) - BN \tag{24}$$

$$\gamma' = \left[\left(h_S - h_R \right) - \left(\frac{c_R v_R + c_S v_S}{g} \right) + \frac{c_R}{g} \frac{\lambda_R v_R \left| v_R \right| \Delta t}{2D_{scn}} + \frac{c_s}{g} \frac{\lambda_S v_S \left| v_S \right| \Delta t}{2D_{del}} \right] - AN^2 \tag{25}$$

Nakon što se odredi protok korištenjem prethodno izloženih jednadžbi, može se odrediti visina dobave prema jednadžbi (15).

4.2. Promjena brzine vrtnje pumpe

Kada znamo protok kroz pumpu i visinu dobave pumpe možemo odrediti izlaznu snagu pumpe prema izrazu (26).

$$P_{out} = \rho g Q H = \rho g Q \left(AN^2 + BNQ - CQ^2 \right) \tag{26}$$

Ulazna snaga se računa prema izrazu (27) gdje se koeficijenti *R*, *S* i *T* mogu odrediti očitavanjem tri vrijednosti protoka i efikasnosti iz karakteristike pumpe koje se potom uvrštavaju u jednadžbu (28). Tada imamo sustav od tri jednadžbe s tri nepoznanice koji se može lako riješiti.

$$P_{in} = \rho g \left(RN^2 Q + SNQ^2 + TN^3 \right) \tag{27}$$

Efikasnost pumpe jest upravo omjer ulazne i izlazne snage pumpe i prikazana je jednadžbom (28).

$$E = \frac{AN^2 Q + BNQ^2 - CQ^3}{RN^2 Q + SNQ^2 + TN^3} \tag{28}$$

Konačno, sada kada znamo efikasnost pumpe možemo odrediti snagu na vratilu. Postoje dva slučaja ovisno o tome radi li pumpa normalno (P1 zona) gdje je $H>0$, ili radi li pumpa u turbinskom načinu rada (T1 zona) gdje je $H<0$. Sukladno tome, ako je $H>0$ vrijedi jednadžba (29), a ako je $H<0$ vrijedi jednadžba (30) pri čemu je u oba slučaja P_s snaga na vratilu.

$$P_s = \frac{\rho g Q H}{E} \tag{29}$$

$$P_s = \frac{\rho g Q H}{E} - P_0 \left(\frac{N}{N^*} \right)^3 \tag{30}$$

U prethodne dvije jednadžbe P_0 [W] predstavlja snagu pumpe pri protoku Q=0 koja se može očitati iz P-Q dijagrama koji je također dostupan od dobavljača pumpe, $N \left[\text{min}^{-1} \right]$ je trenutna brzina vrtnje pumpe, a $N^* \left[\text{min}^{-1} \right]$ je brzina vrtnje pumpe u radnoj točki pri stacionarnom strujanju.

Sada kada znamo izraze za snagu pumpe, ovisno o načinu rada, može se izračunati brzina vrtnje pumpe u sljedećem vremenskom trenutku i koja je dana izrazom (38).

Izraz (38) izvodi se iz jednadžbe momenta vratila (31) uz aproksimaciju derivacije kutne brzine konačnim razlikama. U jednadžbi (31) T^* je moment koji djeluje na pumpu, a $\frac{\text{d}\omega}{\text{d}t}$ je derivacija kutne brzine, tj. kutno ubrzanje.

$$T^* = -I \frac{\text{d}\omega}{\text{d}t} \tag{31}$$

Aproksimacija derivacije kutne brzine konačnim razlikama prikazana ju u izrazu (32). $\Delta\omega$ se potom može prikazati kao (33).

$$T_1^* = -I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{32}$$

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \tag{33}$$

Odnos snage i momenta je kutna brzina ω (34).

$$T_1^* = \frac{P_{s1}}{\omega_1} \tag{34}$$

Također, vrijede jednadžbe (35) i (36) koje prikazuju odnos kutne brzine i brzine vrtnje pumpe.

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60} N_1 \tag{35}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{60} N_2 \tag{36}$$

Kombinacijom izraza (32)-(36) dolazi se do izraza (37).

$$\frac{P_{s1}}{\frac{2\pi}{60}N_1} = -I\frac{\frac{2\pi}{60}\left(N_1 - N_2\right)}{\Delta t} \tag{37}$$

Konačno, iz izraza (37) slijedi traženi izraz za promjenu brzine vrtnje pumpe (38).

$$N_2 = N_1 - \frac{3600P_{s1}\Delta t}{4\pi^2 N_1 I} \tag{38}$$

Veličina I jest ukupni moment inercije pumpe koji se može izračunati s dovoljnom točnošću prema izrazu (39). Međutim, ako postoje podaci od dobavljača, poželjno je koristiti te vrijednosti.

$$I = I_p + I_m \tag{39}$$

Veličina I_p predstavlja inerciju rotora pumpe i zahvaćenog fluida i opisan je izrazom (40), dok je I_m rotacijska inercija motora pumpe i dana je u izrazu (41).

$$I_p = 1{,}5\cdot 10^7\left(\frac{P_s}{N^3}\right)^{0{,}9556} \tag{40}$$

$$I_m = 118\left(\frac{P_s}{N}\right)^{1.48} \tag{41}$$

Izrazi (40) i (41) mogu se naći u [2].

4.3. Karakteristika cjevovoda i radna točka pumpe

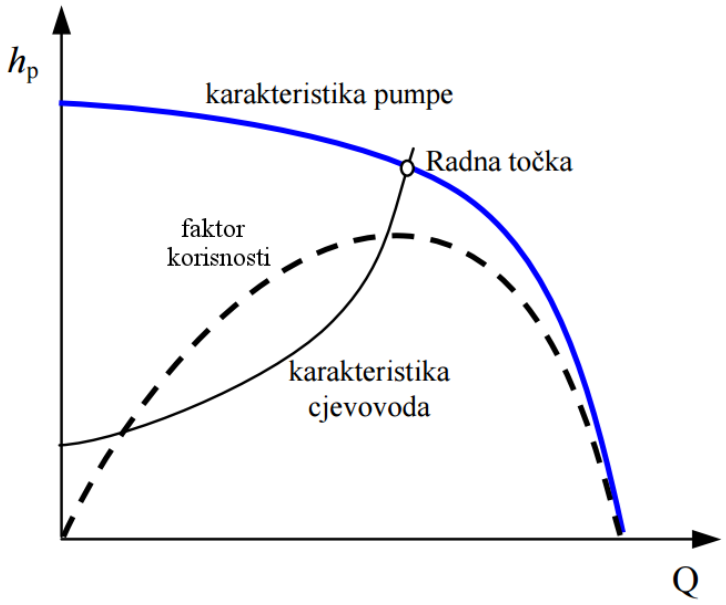
Da bi se odredila radna točka pumpe u stacionarnom režimu rada potrebno je odrediti karakteristiku cjevovoda. Karakteristika cjevovoda ovisi o rubnim uvjetima, geometriji cjevovoda, svim dijelovima koji izazivaju gubitke te o protoku kroz cjevovod. Za promatrani sustav prema slici 7 odredit će se karakteristika cjevovoda. Ako napišemo Bernoullijevu jednadžbu za dvije točke koje se nalaze na površini fluida svakog od spremnika dolazimo do sljedeće jednadžbe (42). Jednadžba (42) govori kolika mora biti visina dobave pumpe da bi se svladala razlika u visinama spremnika i gubici uslijed trenja.

$$H_c = \left(h_n - h_1\right) + \frac{8}{\pi^2 g}\left(\frac{\lambda_{scn}L_{scn}}{D_{scn}^5} + \frac{\lambda_{del}L_{del}}{D_{del}^5} + \frac{1}{D_{del}^4}\right)Q^2 \tag{42}$$

Ta jednadžba u kombinaciji s izrazom za Reynoldsov broj (43) te s jednadžbom za izračun koeficijenta trenja prema Swamee-Jainu (4) čini sustav jednadžbi koji se može iskoristiti za pronalazak veličina koje nas zanimaju, a to su protok i pad tlaka, tj. razlika piezometričkih visina.

$$Re = \frac{4Q}{\pi D \nu} \tag{43}$$

Za određivanje radne točke pumpe u definiranom cjevovodu potrebno je imati karakteristiku pumpe koja se može dobiti od proizvođača pumpi. Iz karakteristike pumpe je potrebno očitati tri točke sa pripadnim protocima i visinama dobave te se na temelju tih vrijednosti mogu odrediti koeficijenti *A*, *B* i *C* iz jednadžbe (15) koja služi kao aproksimacija karakteristike pumpe. Sada kada su poznati ti koeficijenti, aproksimaciju karakteristike pumpe možemo u kombinaciji s jednadžbom karakteristike cjevovoda (42) iskoristiti za određivanje protoka kroz pumpu i visine dobave pumpe koji su upravo vrijednosti tih veličina u radnoj točki. Ako se ove dvije krivulje ucrtaju u istom koordinatnom sustavu, upravo presjecište tih krivulja predstavlja radnu točku pumpe u stacionarnom režimu rada. Radna točka pumpe prikazana je na slici 6.



Slika 6. Radna točka pumpe

Kombinacijom jednadžbi (15) i (42) dobiva se kvadratna jednadžba (44) iz koje se može odrediti protok u stacionarnom režimu rada prema izrazu (45), a potom kada znamo protok i visina dobave iz jednadžbe (15).

$$\alpha' Q^2 + \beta' Q + \gamma' = 0 \tag{44}$$

$$Q_{stac} = \frac{-\beta' \pm \sqrt{\beta'^2 - 4\alpha'\gamma'}}{2\alpha'} \tag{45}$$

Pri tome su vrijednosti koeficijenata α', β' i γ' dani u nastavku.

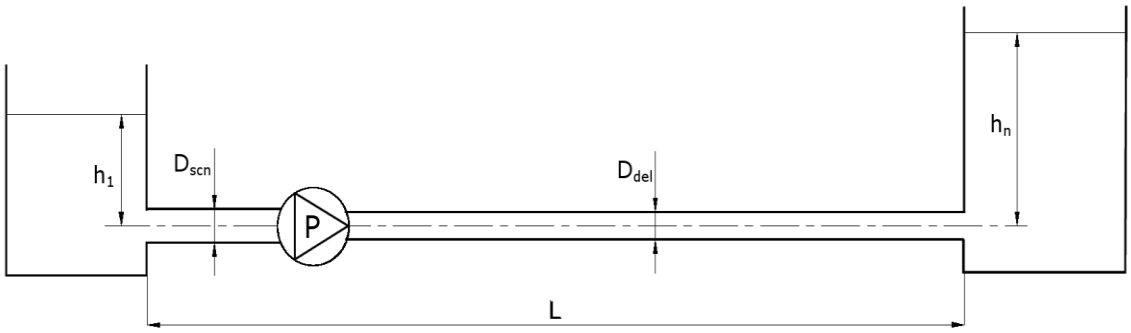
$$\alpha' = \frac{8}{\pi^2 g}\left(\frac{\lambda_{scn} L_{scn}}{D_{scn}^5} + \frac{\lambda_{del} L_{del}}{D_{del}^5} + \frac{1}{D_{del}^4}\right) + C \tag{46}$$

$$\beta' = -BN \tag{47}$$

$$\gamma' = \left(h_n - h_1\right) - AN^2 \tag{48}$$

5. POSTAVKE NUMERIČKE SIMULACIJE

Kako bi se mogla izvršiti simulacija i utvrditi utjecaj inercije potrebno je definirati sustav koji će se promatrati. Stoga je odabran jednostavni sustav koji je shematski prikazan na slici 7. Sustav čine dva spremnika, različitih razina fluida, u ovom slučaju vode, koji su povezani cjevovodom u koji je ugrađena pumpa koja daje energiju za svladavanje razlike u visini dvaju spremnika i gubitaka u sustavu. Geometrijski parametri sustava prikazani su na slici 7.



Slika 7. Promatrani sustav

5.1. Pretpostavke i pojednostavljenja u modelu za simulaciju

Na temelju matematičkih jednadžbi koje opisuju promatrani problem potrebno je uvesti neka pojednostavljenja da bi se simulacija mogla izvršiti. U protivnom je model presložen, teško ga je implementirati, a kao rezultat se dobiva vrlo nestabilno rješenje. Da bi se smanjila kompleksnost modela, pretpostavljeno je da se koeficijent trenja λ neće značajnije mijenjati u vremenu i da će biti jednak vrijednosti dobivenoj pri stacionarnom režimu rada. Pretpostavlja se da je temperatura vode konstantna i njen utjecaj na odgovarajuće parametre (gustoća, kinematska viskoznost) zanemariv, tj. ti parametri ne ovise o temperaturi vode. Isto tako u modelu nije uzeta u obzir pojava kavitacije. Promjer cjevovoda je konstantan u svim presjecima. CFL broj odabran je da bude jednak jedinici kako bi karakteristike sjekle mrežu točno u odabranim čvorovima, a sve kako bi se pojednostavnio proračun jer onda nije potrebno vršiti interpolaciju. Kada protok postane negativan, u tom trenutku se prekida simulacija pretpostavljajući da je došlo do zatvaranja nepovratnog ventila.

5.2. Parametri sustava

Za prikazani sustav definirani su svi parametri koji su potrebni za uspješno rješavanje problema. Za potpuno definirani sustav bilo je potrebno odabrati fluid koji će se transportirati, te pumpu koja će se koristiti kako bi osigurala transport fluida iz jednog spremnika u drugi.

5.2.1. *Parametri cjevovoda*

Tablica 1. Parametri cjevovoda

Parametar	s [mm]	E_c [Pa]	k [mm]
Vrijednost	4	$1{,}1 \cdot 10^{11}$	0,04

Legenda:

s - debljina stijenke cjevovoda
E_c - modul elastičnosti materijala cjevovoda
k - visina hrapavosti

5.2.2. *Svojstva fluida*

Za ovu simulaciju odabrana je voda kao najčešći fluid koji se transportira pomoću ovakvog sustava. Odabrana svojstva vode su:

Tablica 2. Svojstva fluida

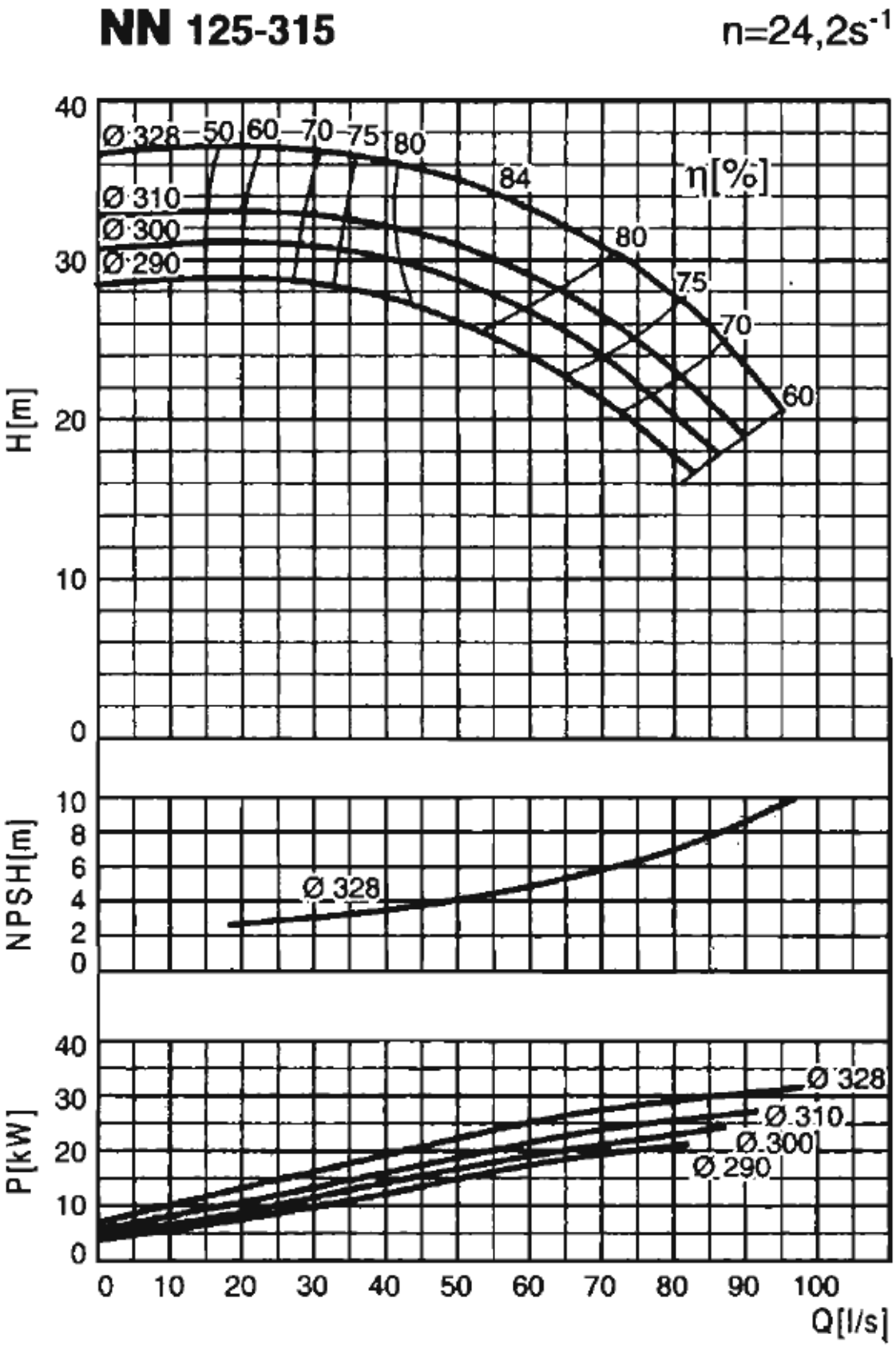
Veličina	ρ [kg/m^3]	ν [m^2/s]	K [Pa]
Vrijednost	998,2	$6{,}14\text{e}^{-7}$	$2{,}2774e^9$

Legenda:

ρ - gustoća vode
ν - kinematska viskoznost vode
K - volumenski modul elastičnosti vode

5.2.3. *Parametri odabrane pumpe*

Kao pumpa koja će se koristiti za transport vode odabrana je pumpa proizvođača Croatia Pumpe Nova d.o.o., tipa NN. Prema katalogu [3] odabrana je pumpa NN 125-315 i u spomenutom katalogu mogu se vidjeti svi parametri ove pumpe. Karakteristika pumpe prikazana je na slici 8. Odabrana je karakteristika za promjer rotora $\phi 328$.



Slika 8. Karakteristika pumpe NN 125-315 [3]

5.3. Opis odabranih cjevovoda

Da bi se dobili što potpuniji rezultati napravljena su dva karakteristična slučaja tako da svaki ima drugačije karakteristike sustava, prvenstveno u pogledu duljine cjevovoda i razlike između razina vode u spremnicima. U prvom slučaju promatran je cjevovod manje duljine i veće razlike u visini između spremnika, a u drugom je cjevovod produljen, a razlika visina u spremnicima je smanjena. Na taj način su uzete u obzir dvije krajnje situacije. Dodatno je još za svaki od tih slučajeva napravljena simulacija gdje je uzeta u obzir inercija pokretnih dijelova pumpe i slučaj kada se inercija zanemaruje gdje se pretpostavlja da nakon ispada pumpe utjecaja pumpe više nema.

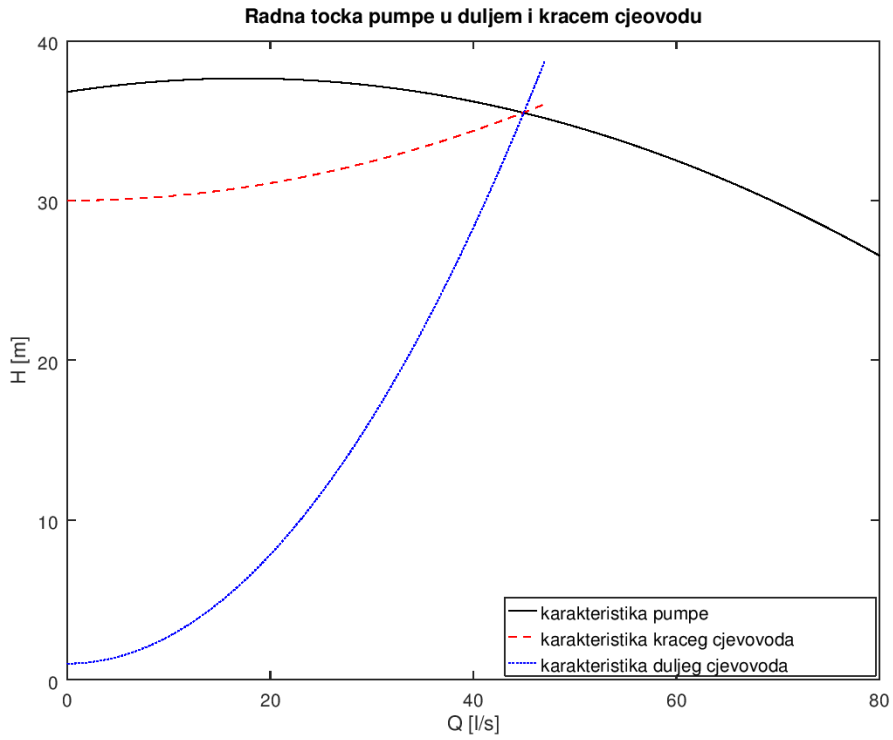
U sljedećoj tablici su prikazane numeričke vrijednosti svih preostalih parametara koji su potrebni za definiranje sustava.

Tablica 3. Parametri sustava za dulji i kraći cjevovod

Parametar	Vrijednost za kraći cjevovod	Vrijednost za dulji cjevovod
geodetska visina h_1 [m]	10	10
geodetska visina h_n [m]	40	15
promjer D_{scn} [mm]	150	
promjer D_{del} [mm]	125	
ukupna duljina L [m]	60,81	361,24
duljina usisnog dijela L_{scn} [m]	10,20	32,87
duljina tlačnog dijela L_{del} [m]	50,61	328,37
koeficijent trenja λ_{scn} [-]	0,0158	
koeficijent trenja λ_{del} [-]	0,0161	
broj čvorova n [-]	54	310

6. REZULTATI NUMERIČKE SIMULACIJE

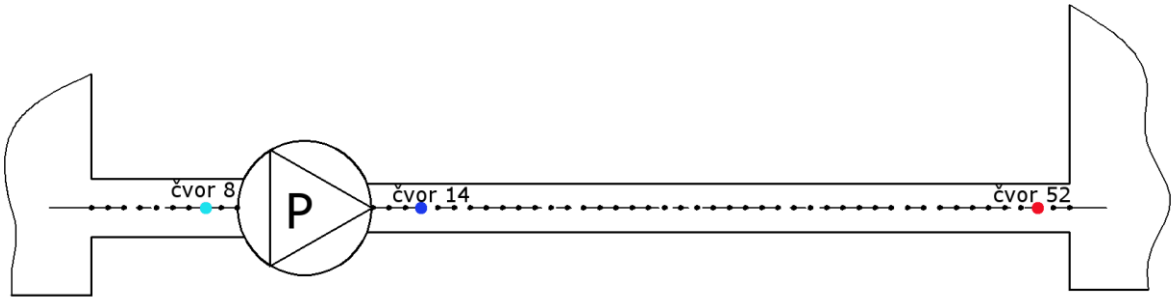
U nastavku su prikazani rezultati izvršenih simulacija. Promjenom različitih parametara sustava, kao što su duljina cjevovoda, razlika u visinama spremnika, te uzimanja u obzir ili zanemarivanja inercije pumpe, dobiveni su različiti slučajevi koji su nakon izvršenja simulacije dali različite odzive. Potrebno je napomenuti da su parametri kraćeg i duljeg cjevovoda odabrani tako da pumpa u stacionarnom režimu rada radi u istoj radnoj točki i za kraći i za dulji cjevovod što je prikazano na slici 9.



Slika 9. Radna točka pumpe u kraćem i duljem cjevovodu

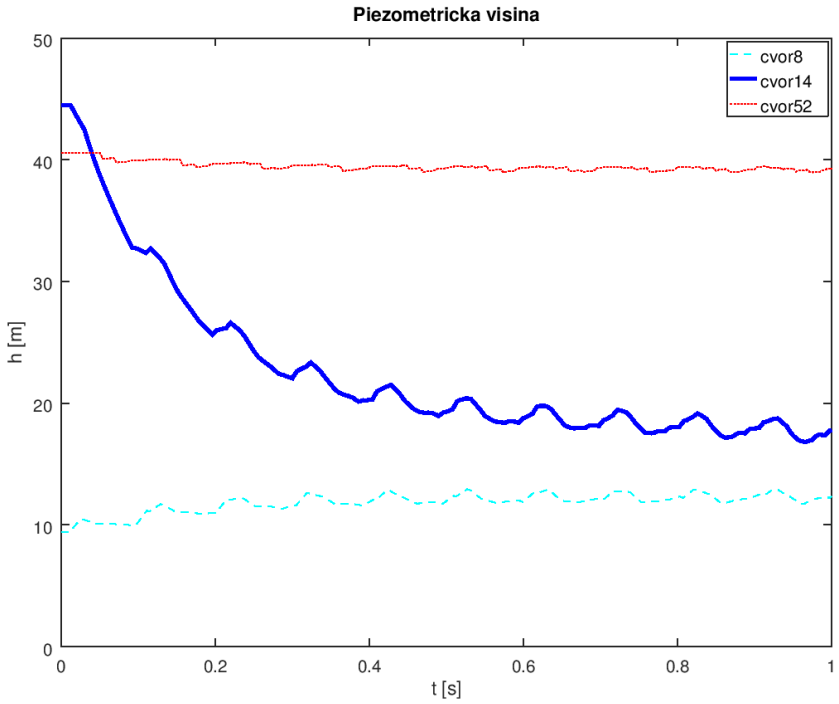
Budući da je za simulaciju sustava korištena metoda karakteristika, cjevovod je podijeljen na velik broj čvorova koji, kada se prikažu, daju nepregledne rezultate. Stoga grafovi prikazuju promjene koje se odvijaju u cjevovodu samo za nekoliko odabranih čvorova kako bi rezultati ostali pregledni. Čvorovi su odabrani tako da prikazuju promjene piezometričke visine i brzine strujanja na mjestima neposredno prije ulaznog dijela pumpe, neposredno poslije izlaznog dijela pumpe i u blizini utjecanja u nizvodni spremnik. Slika 10 prikazuje odabrane čvorove u kraćem cjevovodu, a slika 20 odabrane čvorove u duljem cjevovodu.

6.1. Kraći cjevovod



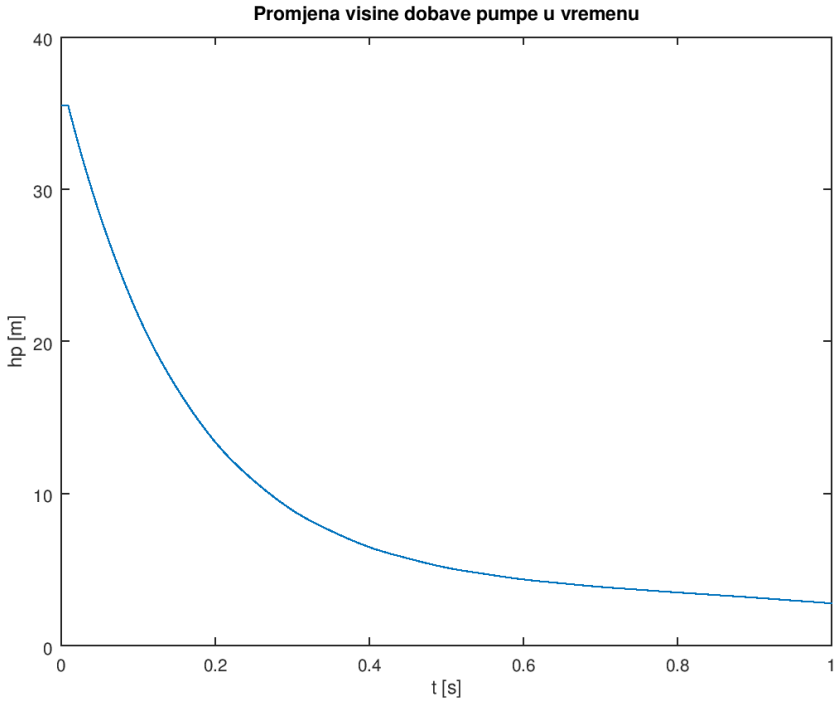
Slika 10. Odabrani čvorovi za prikaz rezultata za kraći cjevovod

Na slikama 11, 12, 13 i 14 prikazane su piezometričke visine, visina dobave pumpe i brzine u kraćem cjevovodu uz uključivanje inercije pumpe u model za simulaciju.



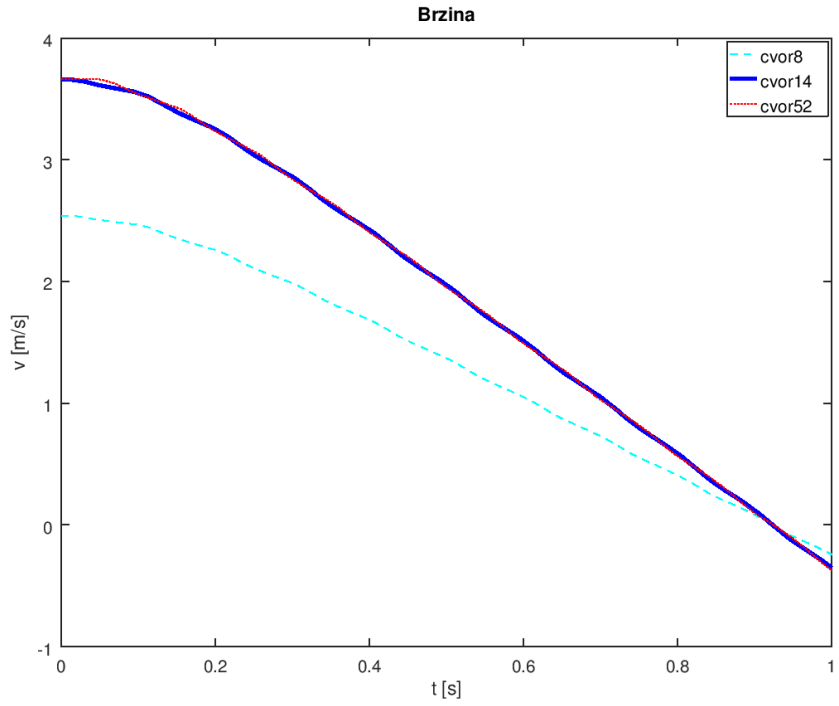
Slika 11. Piezometrička visina u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe

Na slici 11 vidimo da u čvoru 8 uzvodno od pumpe piezometrička visina blago raste. U tlačnom dijelu cjevovoda pad piezometričke visine je puno strmiji bliže pumpi, a kako se udaljavamo od pumpe prema mjestu utjecanja u spremnik pad piezometričke visine je sve manji.

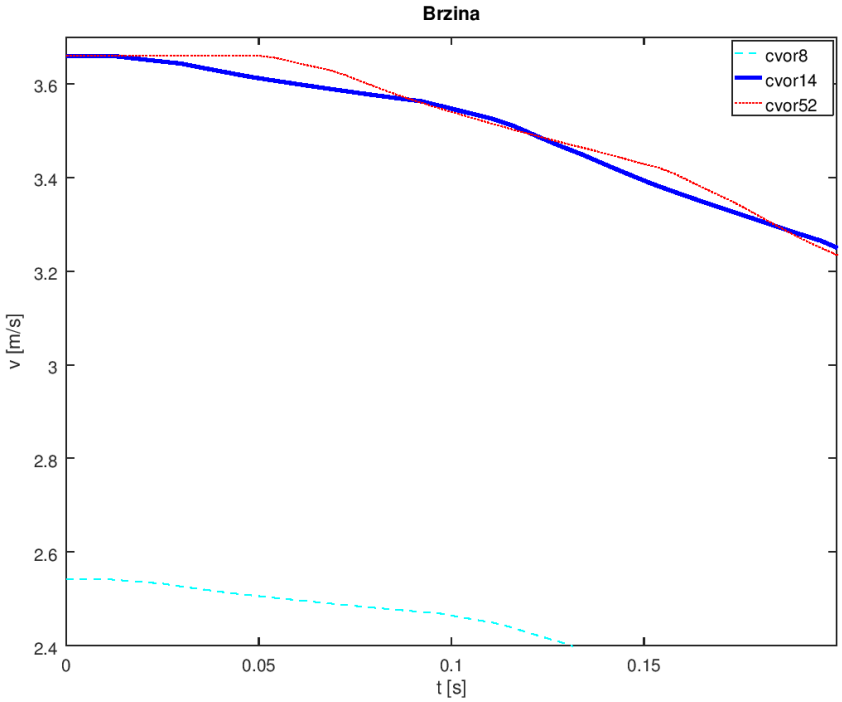


Slika 12. Promjena visine dobave pumpe u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe

Slika 12 prikazuje promjenu visine dobave pumpe u vremenu. Pad visine dobave je kontinuiran i nakon jedne sekunde pada blizu nuli.



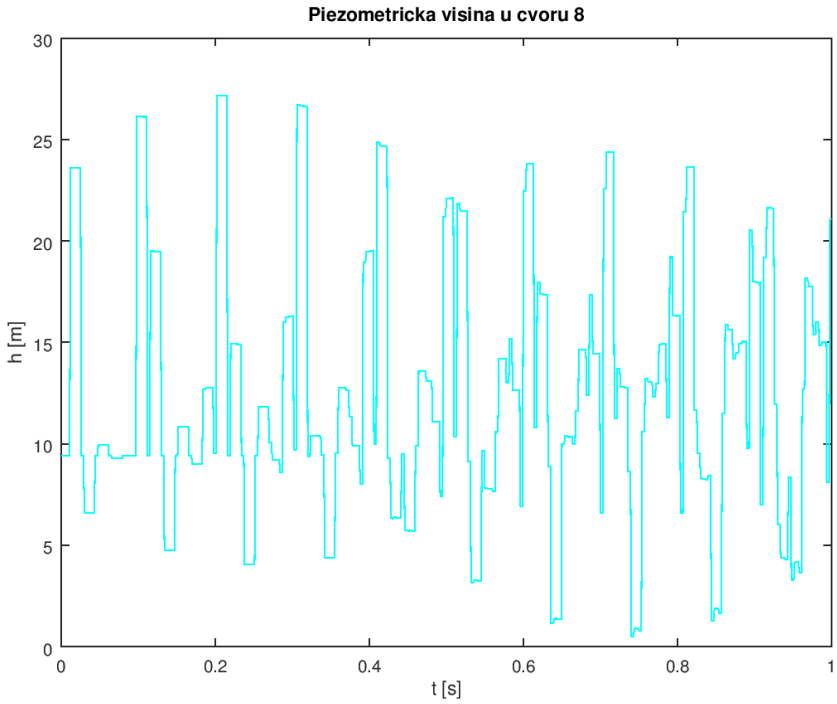
Slika 13. Brzine u kraćem cjevovodu uz inerciju pumpe



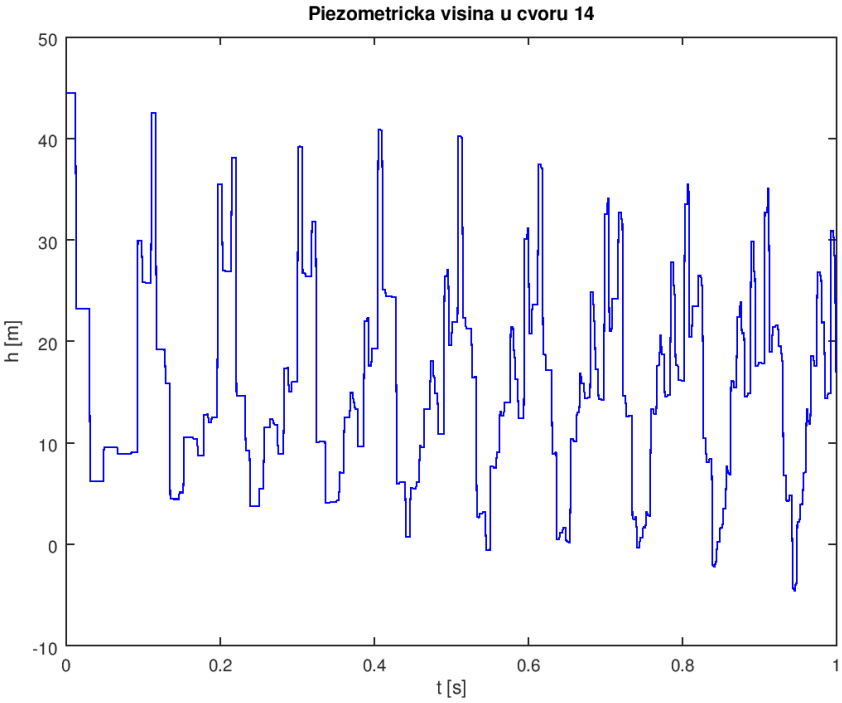
Slika 14. Uvećani prikaz brzina sa slike 13.

Slike 13 i 14 prikazuju promjenu brzine u vremenu. Na slici 13 vidi se da u usisnom i tlačnom dijelu cjevovoda vladaju različite brzine. Razlika u promjeni brzine za čvorove 14 i 52 nije jasno vidljiva pa je stoga taj dio uvećano prikazan na slici 14 gdje se vidi da razlika, iako je mala, postoji. Krivulje koje predstavljaju brzine često mijenjaju nagibe i postepeno padaju na nulu. Važno je napomenuti da se promjene u brzini prije počinju događati u čvoru bliže pumpi što se vidi kada se pobliže pogledaju krivulje za čvor 14 i čvor 52.

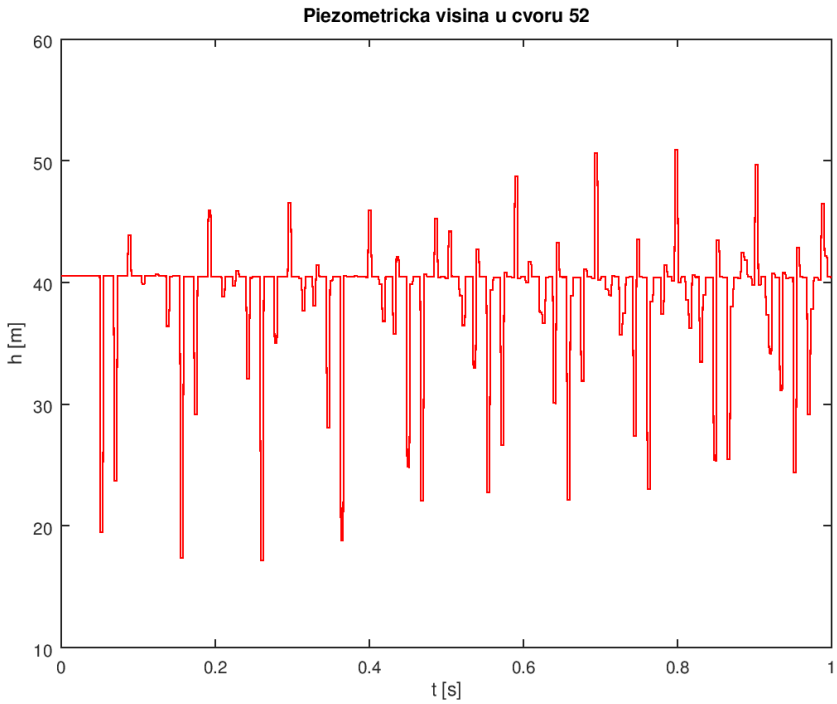
Piezometričke visine u slučaju zanemarivanja inercije nisu prikazane usporedno, nego za svaki čvor zasebno jer je inače prikazani dijagram dosta nepregledan, a mogu se vidjeti na slikama 15, 16, i 17. Kada se inercija pumpe zanemari rezultati postaju oscilatorni uz velike amplitude s time da je poremećaj najizraženiji bliže pumpi, a kako se udaljavamo od pumpe on biva sve manji i manji. To je posljedica trenja u cjevovodu.



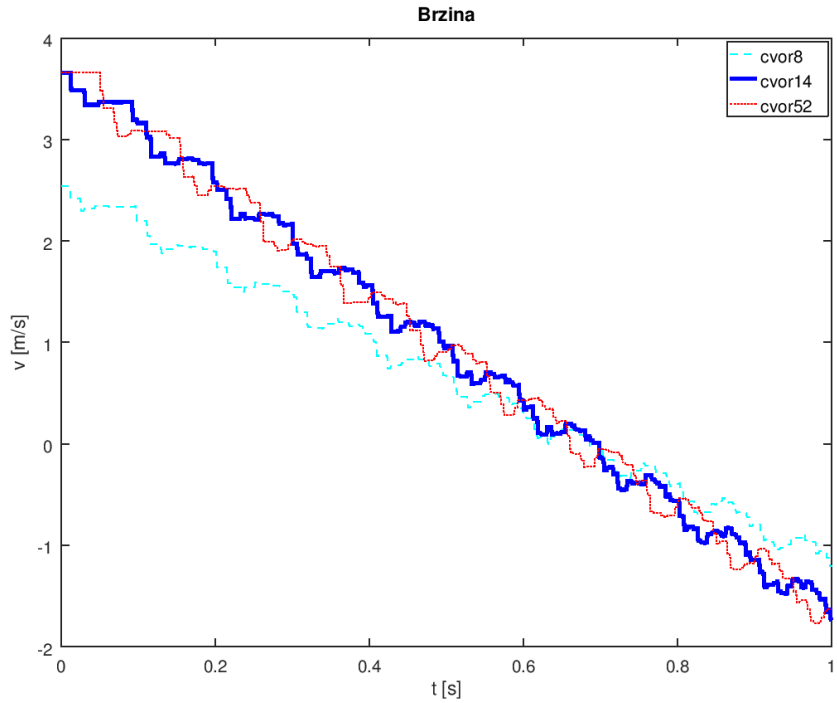
Slika 15. Piezometrička visina u čvoru 8 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije



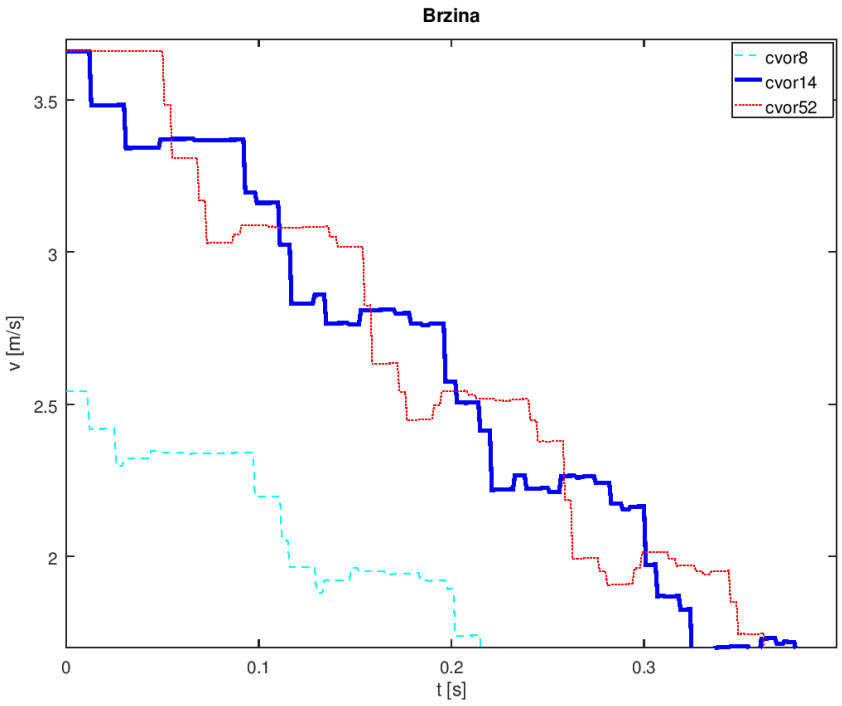
Slika 16. Piezometrička visina u čvoru 14 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije



Slika 17. Piezometrička visina u čvoru 52 kraćeg cjevovoda uz zanemarivanje inercije



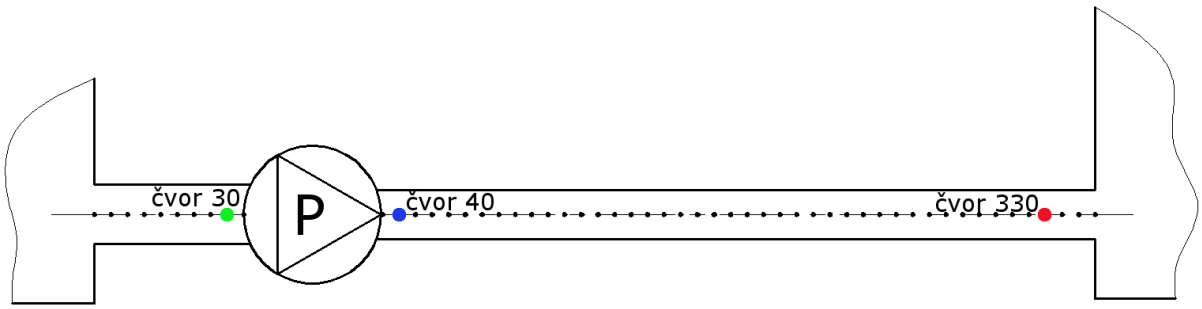
Slika 18. Brzine u kraćem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe



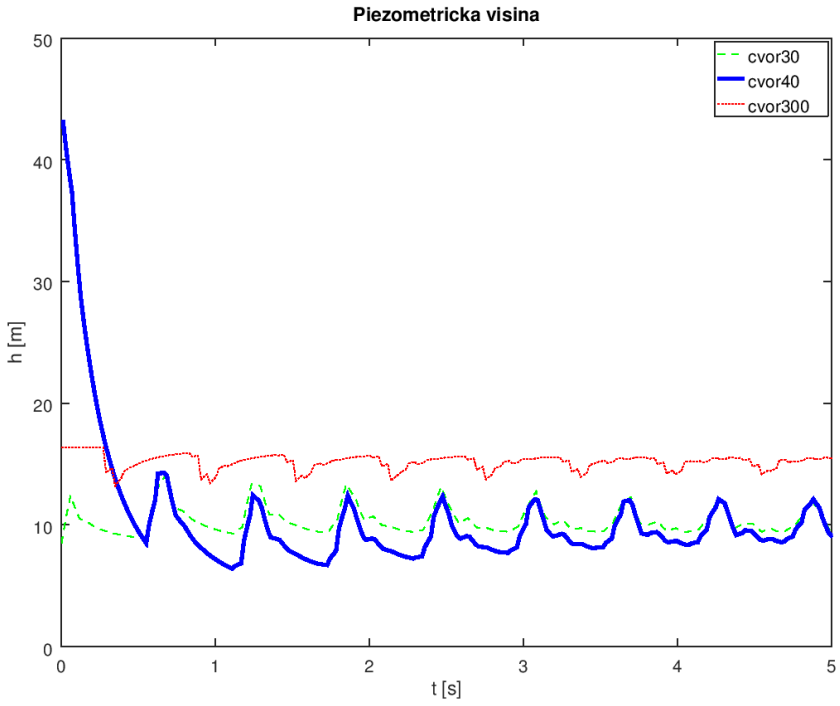
Slika 19. Uvećani prikaz brzina sa slike 18.

Slike 18 i 19 prikazuju brzine u čvorovima kada se inercija pumpe zanemari. Pad brzine, uz jednako vrijeme simulacije, je veći nego u slučaju kada je inercija uzeta u obzir. Nakon nekog vremena smjer strujanja se počinje mijenjati, međutim kako se pretpostavlja da će u tome trenutku doći do zatvaranja nepovratnog ventila tu simulacija prestaje. Slika 19 je uvećani prikaz kako bi se jasnije vidjela razlika. Nizvodno od pumpe pad brzine je veći, a uzvodno od pumpe manji. I u ovom slučaju je vidljivo da se promjene brzine prije događaju u čvorovima uz pumpu. Promjene su skokovite.

6.2. Dulji cjevovod

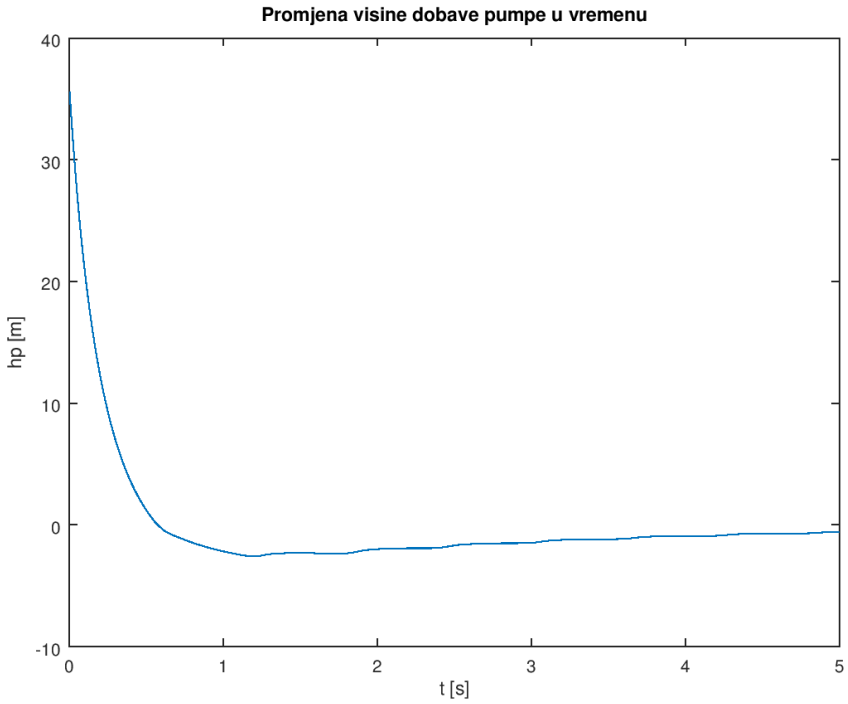


Slika 20. Odabrani čvorovi za prikaz rezultata za dulji cjevovod



Slika 21. Piezometričke visine u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe

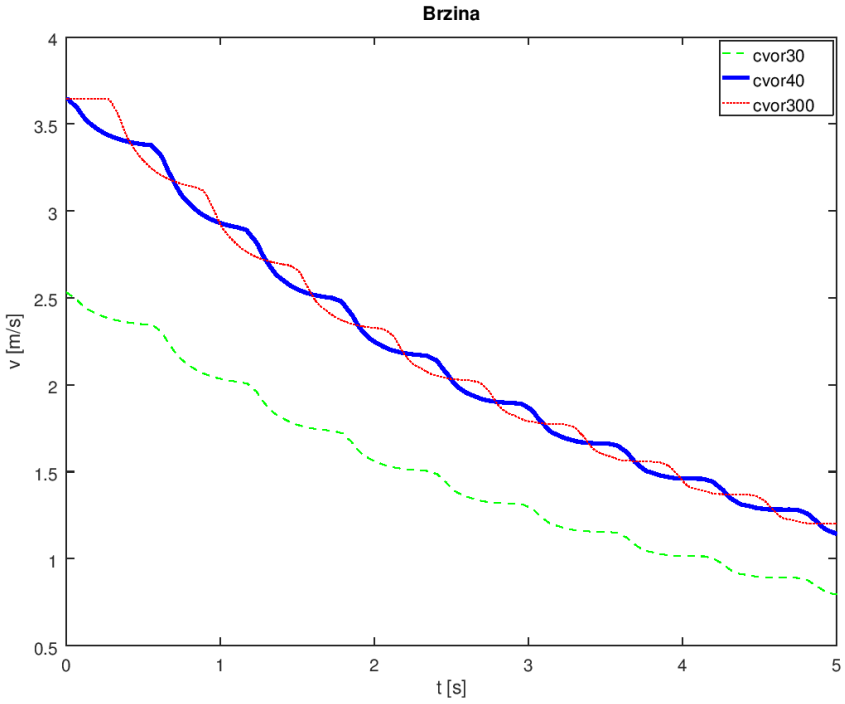
Slika 21 prikazuje piezometričke visine u čvorovima tijekom vremena za dulji cjevovod. Promjene se događaju uz blage skokove što je najviše uočljivo za čvor 40. Ponovo je promjena najveća bliže pumpi.



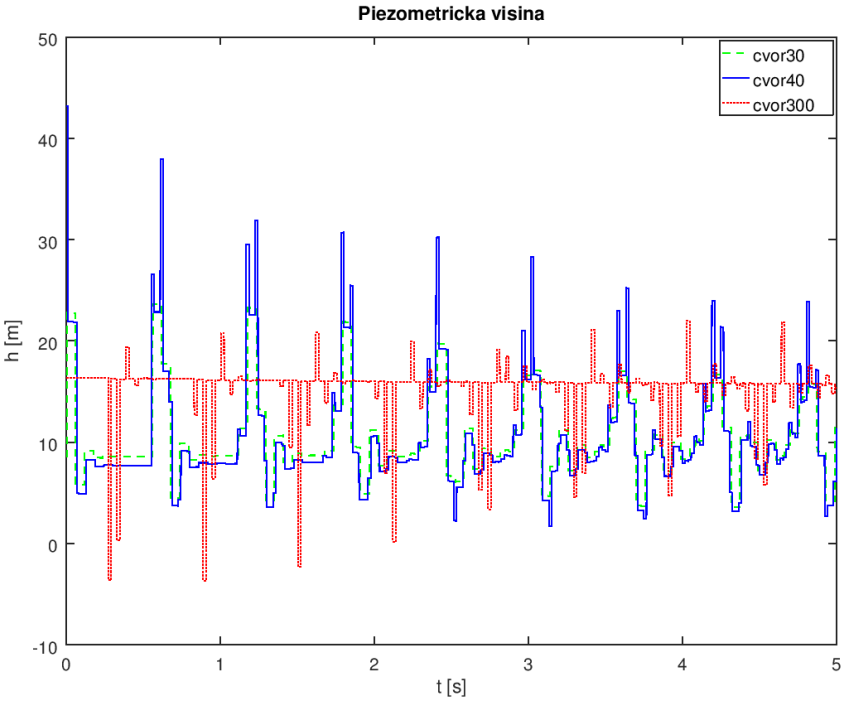
Slika 22. Promjena visine dobave pumpe u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe

Promjena visine dobave pumpe sa slike 22 pokazuje da ona ubrzo nakon ispada pumpe pada na nulu, postaje negativna i potom opet teži k nuli.

Promjene brzine su prikazane na slici 23. Sa slike 23 vidimo da je brzina kontinuirano pada s time da je u jednom trenutku taj pad veći pa se smanjuje i tako se ponavlja u vremenu s tim da pad brzine postaje sve manji kako ona pada na nulu. Mjesta na kojima imamo promjenu nagiba su veoma glatka što je posljedica inercije koja ne dopušta skokovite promjene kao što je slučaj kada se inercija pumpe zanemari.



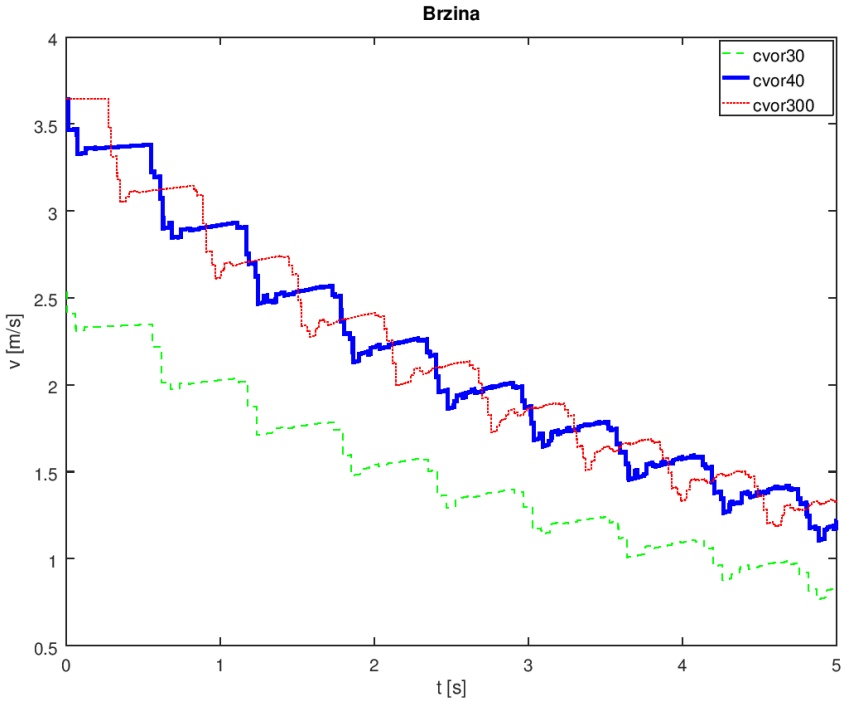
Slika 23. Brzine u duljem cjevovodu uz inerciju pumpe



Slika 24. Piezometričke visine u duljem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe

Kada se inercija pumpe zanemari piezometričke visine se više ne mijenjaju uz blage skokove već je porast tlaka izraženiji jer nema inercije. S vremenom se promjene počinju smanjivati zbog trenja u cjevovodu. Najmanje oscilacije su u čvoru uzvodno od pumpe, a najveće u najbližim čvorovima pumpi nizvodno od pumpe. Piezometričke visine u čvorovima prikazane su na slici 24.

Konačno, na slici 25 prikazana je promjena brzine u čvorovima kada se zanemari inercija pumpe. Ovdje su razlike jasno vidljive jer su oscilacije najveće od sva četiri slučaja. Iako promjene prije započinju u čvoru 40 bliže pumpi, u čvoru 300 koji je udaljeniji skokovi brzine su veći.



Slika 25. Brzine u duljem cjevovodu uz zanemarivanje inercije pumpe

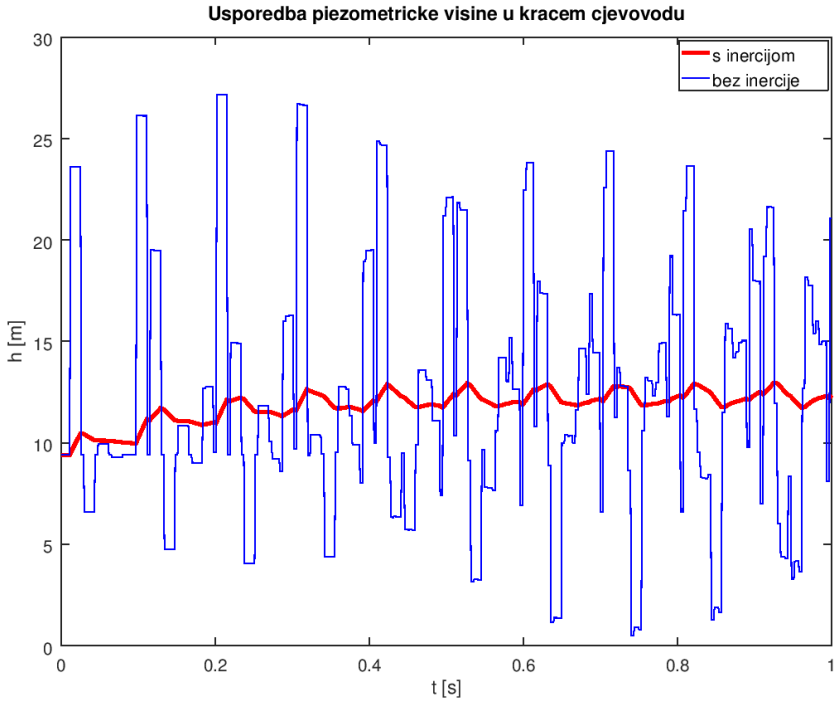
7. ANALIZA REZULTATA

Kao što je vidljivo na prikazanim slikama u prethodnom poglavlju, promjenom duljine cjevovoda i razlike razina vode u spremnicima uz istu radnu točku pumpe dobivaju se različiti odzivi nakon ispada pumpe. Tako se, na primjer, kada se promijeni duljina cjevovoda vidi da piezometričke visine variraju s manjom frekvencijom u duljem cjevovodu jer zbog povećane duljine udarnim valovima treba više vremena da prođu od jednog do drugog kraja cjevovoda. Također, postoji razlika ako se zanemari inercija pumpe u odnosu na model gdje je ona uzeta u obzir. Vidljivo je da su u modelu s inercijom rješenja glađa uz manje oscilacije. Promjene piezometričke visine poprimaju veće amplitude u modelu bez inercije dok su varijacije u modelu s inercijom mnogo manje. Razlog tome je što u slučaju kada se inercija zanemari nema nikakvog otpora prema porastu tlaka te se onda događaju veće promjene. Isto tako, važno je primijetiti da se promjene prvo događaju u čvorovima bliže pumpi što znači da se poremećaj širi od pumpe u oba smjera kao što je i očekivano.

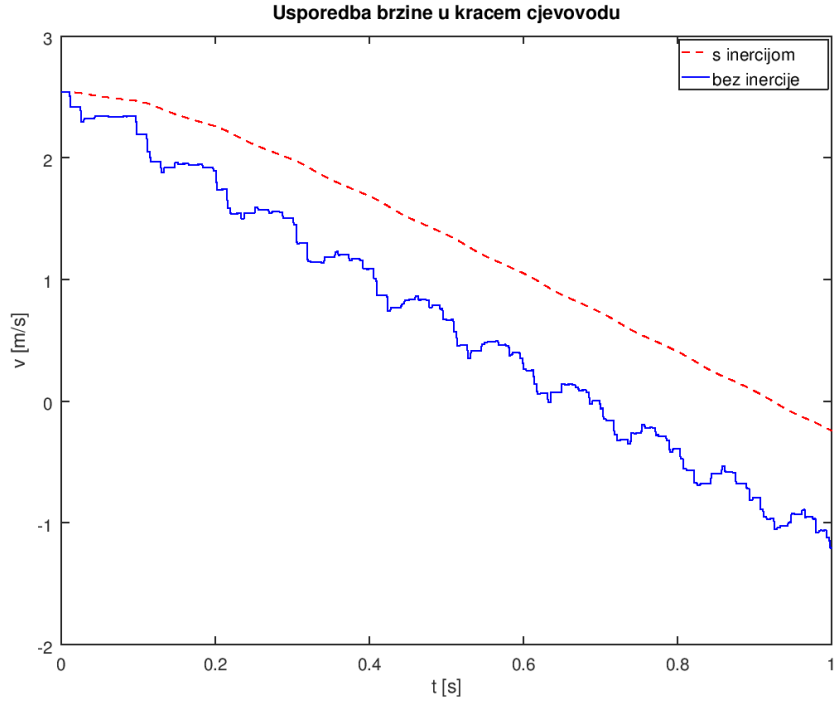
Budući da u model nije ugrađen nepovratni ventil, već se samo pretpostavlja da nakon promjene smjera strujanja imamo efekt zatvaranja ventila, rezultati pokazuju da pumpa može raditi normalno u *P1* zoni ili može imati turbinski način rada u zoni *T1*. To je posljedica toga što je sustav definiran tako da pumpa služi za transport vode iz spremnika gdje je geodetska visina manja u spremnik s većom geodetskom visinom, a prestankom rada pumpe nakon nekog vremena dolazi do izražaja upravo ta razlika u visinama, tj. tlaka što ga stvara težina fluida, pa dolazi do promjene smjera strujanja što je vidljivo na dijagramu brzina. Upravo zbog toga vrijednosti piezometričkih visina i brzina ne padaju na nulu, što bi se postiglo nakon nekog vremena od zatvaranja nepovratnog ventila, već je samo vidljivo kako se poremećaj nastao prekidom rada pumpe gubi i vrijednosti piezometričkih visina i brzina strujanja u čvorovima teže k određenim vrijednostima.

U nastavku će biti detaljnije i usporedno prikazane promjene piezometričke visine i brzine za slučajeve kada se u modelu uzima inercija pumpe te sukladno kada se inercija pumpe zanemaruje, posebno za dulji, a posebno za kraći cjevovod. Također valja napomenuti da će usporedba biti prikazana za jedan čvor kako bi se što bolje vidjela razlika i rezultati bili što pregledniji.

7.1. Usporedba rezultata za kraći cjevovod

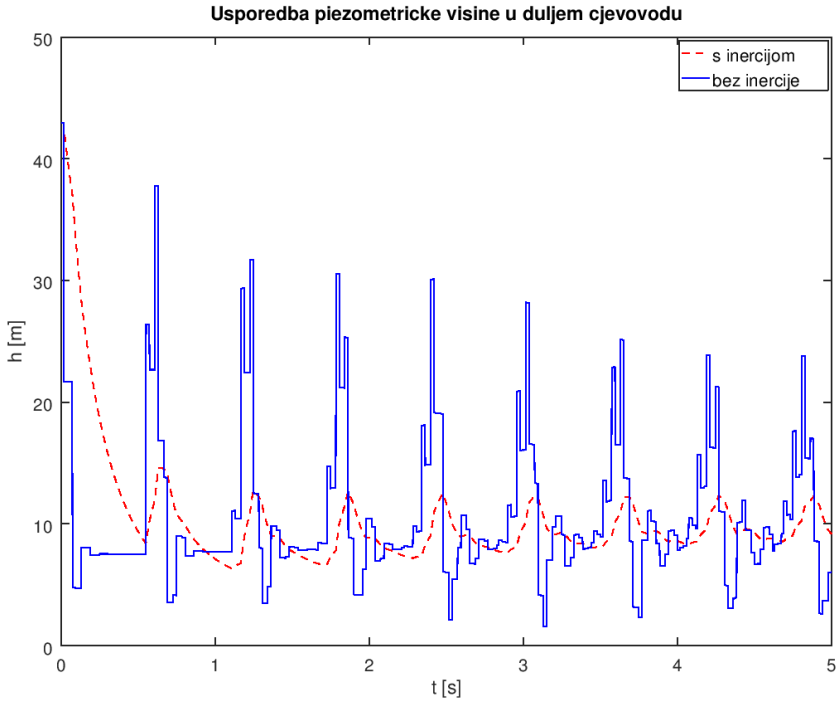


Slika 26. Usporedba piezometričke visine u kraćem cjevovodu za čvor 8

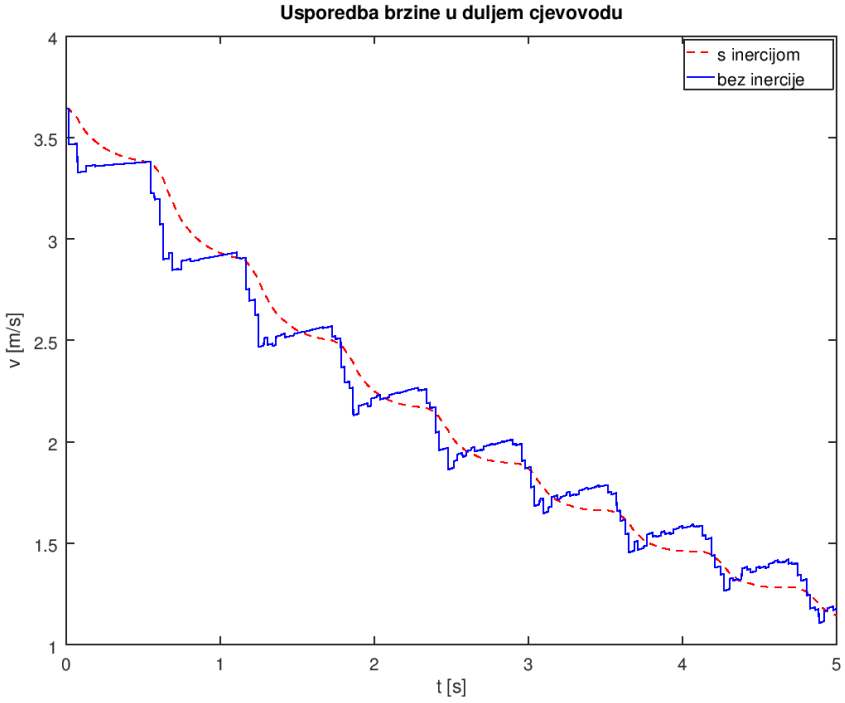


Slika 27. Usporedba brzine u kraćem cjevovodu za čvor 8

7.2. Usporedba rezultata za dulji cjevovod



Slika 28. Usporedba piezometričke visine u duljem cjevovodu za čvor 40



Slika 29. Usporedba brzine u duljem cjevovodu za čvor 40

Usporedba rezultata samo potvrđuje prethodno iznesena zapažanja. Važno je napomenuti da je utjecaj inercije fluida u duljem cjevovodu više izražen jer se radi o velikoj masi fluida koja se treba zaustaviti, a razlika u geodetskim visinama u spremnicima ne osigurava dovoljan tlak koji bi brže zaustavio strujanje pa je potrebno dulje vremena da se brzina strujanja smanji.

Kada se pogledaju usporedbe piezometričkih visina vidljivo je da na mjestima porasta i pada tlaka postoje puno veći skokovi u modelu bez inercije jer se rješenje ne može numerički izgladiti budući da smo u tom slučaju pretpostavili trenutni pad visine dobave pumpe na nulu pa to uzrokuje velike amplitude u promjeni piezometričke visine. Rješenje u slučaju kada je inercija uzeta u obzir je puno glađe i uz manje skokove upravo zbog toga jer se promjena visine dobave pumpe, iako u vrlo kratkom vremenu, događa postepeno. Usporedba brzina pokazuje da je pad brzine veći u modelu s inercijom pumpe i da ona stepenasto pada, dok je ponovo u modelu s inercijom rješenje glatko.

Iako je razlika u modelu s inercijom i onome bez inercije zamjetna, nije pogrešno ispitati promjene tlaka u cjevovodu u modelu bez inercije jer, kako rezultati pokazuju, u takvom modelu se predviđaju puno nepovoljniji radni uvjeti, pa će se cjevovod dimenzionirati sukladno tome, a što ukazuje na to da je proračun na strani sigurnosti u odnosu na slučaj kada se inercija pumpe uzima u obzir u modelu za simulaciju.

8. ZAKLJUČAK

Ispad pumpe iz rada pri transportu fluida u cjevovodnom sustavu uzrokuje nestacionarnosti koje se očituju u promjeni tlaka, tj. piezometričke visine te promjeni brzine strujanja fluida u cjevovodu. Stoga je potrebno vrlo dobro poznavati sve načine rada pumpe. Važno je predvidjeti moguće ponašanje pumpe kako bi se sukladno tome izradio odgovarajući model. Mora se osigurati da rezultati odgovaraju očekivanim rezultatima i da imaju fizikalnog smisla. Nagli prestanak rada pumpe može dovesti do višestrukog povećanja tlaka u cjevovodu što može biti nepovoljno kako za cijeli cjevovodni sustav, tako i za samu pumpu.

Za sprječavanje oštećenja, potrebno je provesti numeričku simulaciju nestacionarnog strujanja fluida u modelu cjevovoda koji odgovara stvarnoj situaciji kako bi se predvidjela pojava hidrauličkog udara i unaprijed utvrdilo da konfiguracija sustava neće dovesti do nekih nepredviđenih radnih uvjeta koji su nepovoljni za normalan rad sustava. Obično se u modeliranju ovakvih problema zanemaruje inercija pumpe kako bi se model pojednostavnio jer je u tom slučaju faktor sigurnosti ionako veći. Međutim, model u koji je uključena inercija rotirajućih dijelova pumpe i motora daje različite rezultate u odnosu na gore spomenuti model.

Cilj ovog rada bio je usporediti rezultate simulacije za modele sa i bez inercije rotirajućih dijelova pumpe i motora za dva cjevovoda koja se razlikuju po duljini cijevi i visini na koju dižu vodu, ali rade u istom stacionarnom režimu rada. Analizom rezultata utvrđeno je da su promjene piezometričke visine, tj. tlaka manje u modelu u kojem se inercija rotirajućih dijelova pumpe i motora uzima u obzir nego u modelu gdje se inercija zanemaruje. Uzimanje u obzir inercije rotirajućih dijelova pumpe i motora dovodi do sporijeg smanjivanja brzine nakon ispada pumpe u odnosu na slučaj kada se inercija zanemari i pretpostavi trenutni pad visine dobave pumpe na nulu.

LITERATURA

[1] Fox, J.A. : Transient Flow in Pipes, Open Channels and Sewers, Ellis Hartwood Limited, 1989.

[2] Wylie, E.B. , Streeter, V.L. : Fluid Transients in Systems, Prentice Hall, 1993.

[3] http://www.croatia-pumpe.com/images/pdf_katalozi/brodske_pumpe/NN.pdf

[4] Šavar, M. : Hidrodinamika cijevnih mreža, Zagreb, 2005.

[5] Virag, Z. , Šavar, M. , Džijan, I. : Mehanika fluida I, skripta, Zagreb, 2014.

PRILOZI

I. CD-R disc