

# Analiza stabilnosti i upravljivosti male bespilotne letjelice

---

Krcatović, Ivan

Master's thesis / Diplomski rad

2015

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:392030>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Ivan Krcatović**

Zagreb, 2015 godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Analiza stabilnosti i upravljivost male bespilotne letjelice

Stability and Control Analysis of Small Unmanned  
Aircraft

Mentori:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak.

Student:

Ivan krcatović

Zagreb, 2015 godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Ivan Krcatović

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva

**DIPLOMSKI ZADATAK**

Student: **Ivan Kratović** Mat.br.: 0035179040

Naziv rada na

hrvatskom jeziku: **Analiza stabilnosti i upravljivosti male bespilotne letjelice**

Naziv rada na

engleskom jeziku: **Stability and Control Analysis for Small Unmanned Aircraft**

Opis zadatka:

Predmet analize je mala bespilotna letjelica namjenjena nadzoru mora i priobalja za potrebe spašavanja, ranog otkrivanja požara te nadzor državnih granica koja ima definiranu preliminarnu konfiguraciju s maksimalnom operativnom masom od 8 kg.

Za odabranu preliminarnu konfiguraciju male bespilotne letjelice potrebno je analizirati statičku i dinamičku stabilnost te upravljivost, a temeljem rezultata analize, po potrebi, predložiti izmjene na preliminarnoj analizi.

U radu je potrebno:

- Za preliminarnu konfiguraciju male bespilotne letjelice pokazati potrebne geometrijske i inercijske značajke;
- Procijeniti uzdužne i bočne aerodinamičke koeficijente;
- Za odabrane režime leta odrediti linearne modele uzdužnog i bočnog gibanja
- Provesti analizu statičke i dinamičke stabilnosti, za uzdužno i bočno gibanje
- Ocjeniti kvalitetu upravljanja

Zadatak zadao:

Izv. Prof.dr.sc. Milan Vrdoljak

# SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	IV
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
Sažetak .....	VIII
Summary .....	IX
1. Uvod.....	1
2. Geometrijske i inercijske značajke letjelice .....	2
2.1. Krilo letjelice .....	2
2.2. Rep letjelice .....	3
2.3. Trup letjelice.....	5
2.4. Motor i propeler.....	6
2.5. Geometrijske i inercijske značajke ostalih komponenti letjelice.....	7
3. Uzdužni i bočni aerodinamički koeficijenti letjelice.....	11
3.1. Procjena aerodinamičnih koeficijenata krila .....	12
Procjena otpora trenja krila .....	14
Aerodinamički koeficijenti krila .....	15
3.2. Procjena aerodinamičkih koeficijenata repa.....	16
Procjena otpora trenja repa.....	19
Aerodinamički koeficijenti repa.....	19
3.3. Procjena uzdužnih i bočnih aerodinamičkih koeficijenata trupa.....	20
Procjena otpora trenja trupa .....	20
Aerodinamički koeficijenti trupa .....	21
3.4. Ukupni aerodinamički koeficijenti letjelice .....	21
3.5. Utjecaj pogona.....	22
Proračun pogonske sile i momenta.....	22
4. Analiza statičke stabilnosti letjelice .....	26
4.1. Uzdužna statička stabilnost .....	26
4.2. Bočna statička stabilnost .....	29
5. Analiza horizontalnog leta letjelice.....	31
5.1. Potrebna sila i snaga letjelice.....	31
5.2. Procjena doleta letjelice i trajanja leta.....	33

6.	Linearni model letjelice.....	36
6.1.	Jednadžbe gibanja u prostoru stanja .....	39
6.2.	Model uzdužnog gibanja .....	39
6.3.	Model bočnog gibanja .....	46
7.	Ocjena kvalitete upravljanja letjelice .....	53
7.1.	Ocjena kvalitete neposrednog upravljanja uzdužnog gibanja .....	53
7.2.	Ocjena kvalitete neposrednog upravljanja bočnog gibanja .....	54
7.3.	Ocjena kvalitete upravljanja letjelice za nadzor i spašavanje.....	55
8.	Zaključak.....	61
	Literatura .....	62
	Prilozi .....	64

## POPIS SLIKA

Slika 2.1.	Geometrija aeroprofila krila .....	2
Slika 2.2.	3D model krila.....	3
Slika 2.3.	Aeroprofil repa .....	4
Slika 2.4.	3D model repa .....	4
Slika 2.5.	3D model trupa.....	6
Slika 2.6.	3D model motora.....	7
Slika 2.7.	Utjecajne komponente na letjelici .....	8
Slika 2.8.	Geometrijske karakteristike letjelice .....	9
Slika 3.1.	Koeficijent uzgona ovisno o napadnom kutu (WASP) .....	13
Slika 3.2.	Koeficijent otpora u ovisnosti o napadnom kutu (WASP).....	13
Slika 3.3.	Koeficijent momenta propinjanja aeroprofila (WASP) .....	14
Slika 3.4.	Sile pri upravljanju kormilom visine.....	16
Slika 3.5.	Sile pri upravljanju kormilom smjera.....	17
Slika 3.6.	Koeficijent uzgona ovisno o napadnom kutu (NACA 0008).....	17
Slika 3.7.	Koeficijent otpora ovisan o napadnom kutu (NACA 0008) .....	18
Slika 3.8.	Koeficijent momenta propinjanja aeroprofila ovisan o napadnom kutu (NACA 0008)	18
Slika 3.9.	Položaj hvatišta pogonskih sila u odnosu na težište.....	23
Slika 3.10.	Aproksimacija rezultata eksperimenta polinomom trećeg reda .....	24
Slika 4.1.	Odnos ravnotežnog napadnog kuta i otklona kormila visine ( $V = 19\text{m/s}$ ).....	27
Slika 4.2.	Analiza promjene otklona kormila visina ovisnih o brzini leta za $\alpha = 0^\circ$ .....	28
Slika 4.3.	Analiza promjene napadnog kuta ovisnog o brzini leta za horizontalni let .....	28
Slika 4.4.	Otklon krilaca i kormila smjera pri ravnotežnom letu ( $\beta \neq 0$ ) .....	30
Slika 5.1.	Potrebna sila u horizontalnom letu .....	31
Slika 5.2.	Potrebna snaga u horizontalnom letu .....	32
Slika 6.1.	Korijeni uzdužnog gibanja za maksimalni dolet .....	42
Slika 6.2.	Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila visine .....	43
Slika 6.3.	Korijeni uzdužnog gibanja za maksimalno trajanje leta .....	45
Slika 6.4.	Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila visine .....	45
Slika 6.5.	Korijeni sustava bočnog gibanja za maksimalni dolet.....	48
Slika 6.6.	Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila smjera .....	49
Slika 6.7.	Odziv letjelice na poremećaj otklona krilaca .....	49



Slika 6.8.	Korijeni sustava bočnog gibanja za maksimalno trajanje leta .....	51
Slika 6.9.	Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila smjera .....	52
Slika 6.10.	Odziv letjelice na poremećaj otklona krilaca .....	52
Slika 7.1.	Ocjena kvalitete upravljanja dugoperiodičnog moda.....	56
Slika 7.2.	Parametri gušenja kratkoperiodičnog moda koji se ocjenjuju .....	57
Slika 7.3.	Parametri za ocjenu prirodne frekvencije kratkoperiodičnog moda .....	57
Slika 7.4.	Kriterij upravljivosti za aperiodski mod.....	58

## POPIS TABLICA

Tablica 2.1.	Karakteristike krila .....	3
Tablica 2.2.	Karakteristike repa.....	5
Tablica 2.3.	Karakteristike trupa .....	6
Tablica 2.4.	Karakteristike motora i propelera .....	7
Tablica 2.5.	Karakteristike letjelice .....	9
Tablica 3.1.	Jednadžbe aerodinamičkih koeficijenata k.s. letjelice.....	11
Tablica 3.2.	Karakteristike aeroprofila krila.....	14
Tablica 3.3.	Procjena otpora trenja krila.....	15
Tablica 3.4.	Aerodinamički koeficijenti kombinacije krilo trup (WB) .....	15
Tablica 3.5.	Karakteristike aeroprofila repa .....	19
Tablica 3.6.	Procjena otpora trenja repa .....	19
Tablica 3.7.	Aerodinamički koeficijenti kombinacije trupa i repa (Bh).....	19
Tablica 3.8.	Procjena otpora trenja trupa.....	20
Tablica 3.9.	Aerodinamički koeficijenti trupa.....	21
Tablica 3.10.	Aerodinamički koeficijenti letjelice .....	21
Tablica 5.1.	Veličine vezane za režime leta ( $E_{max}$ i $R_{max}$ ) .....	35
Tablica 7.1.	Granice klasa letova za dugoperiodični mod.....	53
Tablica 7.2.	Granice klasa letova za kratkoperiodične letove .....	53
Tablica 7.3.	Granice klase letova za omjer prirodne frekvencije i normalnog opterećenja	54
Tablica 7.4.	Kriterijj upravljivosti aperiodskog moda.....	54
Tablica 7.5.	Kriterijj upravljivosti Duch moda.....	55
Tablica 7.6.	Kriterijj upravljivosti spiralnog moda .....	55
Tablica 7.7.	Kriterijj za ocjenu kvalitete upravljanja Duch moda .....	59
Tablica 7.8.	Kriterijj za ocjenjivanje upravljivosti spiralnog moda .....	59

## POPIS OZNAKA

$S_{ref}$	$[m^2]$	Referentna površina letjelice
$b$	$[m]$	Raspon krila s podtrupnim dijelom
$c_A$	$[m]$	Duljina aerodinamičke tetive krila
$A$	–	Vitkost krila
$i_w$	$[^\circ]$	Postavni kut krila
$i_T$	$[^\circ]$	Postavni kut repa
$l_m$	$[m]$	Položaj težišta
$l_n$	$[m]$	Položaj neutralne točke
$S_T$	$[m^2]$	Površina repa
$x_T$	$[m]$	Položaj hvatišta potisne sile u smjeru osi x
$z_T$	$[m]$	Položaj hvatišta potisne sile u smjeru osi z
$m$	$[kg]$	Masa letjelice
$I_x$	$[kgm^2]$	Moment tromosti oko osi x
$I_y$	$[kgm^2]$	Moment tromosti oko osi y
$I_z$	$[kgm^2]$	Moment tromosti oko osi z
$D_p$	$[m]$	Promjer diska propelera
$n_p$	$[okr/s]$	Broj okretaja propelera
$\alpha$	$[^\circ]$	Napadni kut letjelice
$\beta$	$[^\circ]$	Kut klizanja letjelice
$\delta_l$	$[^\circ]$	Otklon krilaca
$\delta_n$	$[^\circ]$	Otklon kormila smijera
$\delta_m$	$[^\circ]$	Otklon kormila visine
$\gamma$	$[^\circ]$	Postavni kut kraka repa u odnosu na horizontal
$C_T$	–	Koeficijent potiska propelera
$F_{p\sigma}$	$[N]$	Sila u ravnini propelera
$J$	–	Korak napredovanja propelera
$\rho$	$[kg/m^3]$	Gustoća zraka
$g$	$[m/s^2]$	Ubrzanje zemljine sile teže
$P_{bat}$	$[W]$	Snaga baterija
$P_{req}$	$[W]$	Potrebna snaga
$E$	$[h]$	Trajanje leta
$R$	$[km]$	Dolet zrakoplova

## Sažetak

U ovom radu napravljen je model bespilotne letjelice maksimalne mase 4 kg, te je provjerena statička i dinamička stabilnost leta. Na temelju poznate geometrije izrađen je 3D model letjelice u programskom paketu *SolidWorks* iz kojeg su određeni momenti tromost, položaj težišta i ukupna masa letjelice. Metodom projektne aerodinamike procijenjeni su svi aerodinamički koeficijenti letjelice, te kao provjera aerodinamičkog modela napravljen je model letjelice u programskom paketu *Xflr5*. Zbrajanjem utjecaja aerodinamike i pogona definira se konačni aerodinamički model letjelice. Na konačnom modelu letjelice najprije se vrši analiza statičke uzdužne i bočne stabilnosti kojom se određuje da li je letjelica statički stabilna ili ne. Nakon utvrđivanja statičke stabilnosti analizani su režimi leta u kojima će letjelica provoditi najviše vremena. Na temelju tih režima izrađuju se linearni model letjelice kojim se provjerava da li je letjelica dinamički stabilna. Nakon definiranja sustava jednadžbi za oba režima leta napravljena je analiza dinamičke stabilnost i analiza odziva letjelice. Za kraj rada provedena je analiza ocjene upravljanja uzdužnog i bočnog gibanja. Ocjenom upravljivost je moguće usporediti novu letjelicu s ostalim postojećim letjelicam. Ova analiza daje dobar uvid u moguće promjene prilikom slijedećih koraka u projektiranju letjelice.

**Ključne riječi:**       Bespilotna letjelica, projektna aerodinamika, linearni model, statička stabilnost, dinamička stabilnost

## Summary

In this thesis a model of small unmanned aircraft with maximum mass of 4 kg is made. Static and dynamic stability of model is then checked. 3D model of aircraft is made base on previously define geometry, and all inertial moments, masses, and centre of gravity positions are listed from this model made in *Solidworks*. The aerodynamic model of an aircraft is made using analytic method and then checked with help of the *Xflr5* program packet. Effects of the aerodynamic and propulsion are summarize in final model, which longitudinal and lateral static stability is then checked. Aircraft study level flight modes are analyses and determinate, based on those flight modes linear models of aircraft are made. Dynamic stability and system response of linear models is then checked. Criteria for longitudinal and lateral control is then apply on linear model. This criterion is useful because it provides comparison between new aircraft and already existing aircrafts. Control criteria can provides good assumption on next step of designing the aircraft.

**Keywords :** unmanned aircraft, analitic aerodynamics, linear model, static stability, dynamic stability

## 1. Uvod

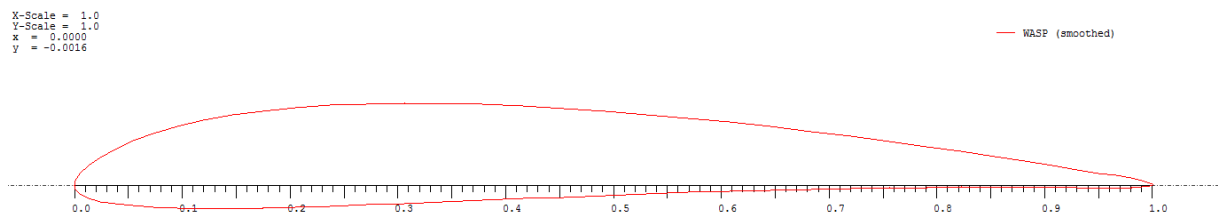
Ideja vodilja prilikom izrade ovog rada je napraviti malu bespilotnu letjelicu koja bi služila kao sredstvo izviđanja prilikom potrage za unesrećenim osobama na nepristupačnim terenima. Cilj rada je utvrditi aerodinamičke koeficijente prema izvodima pokazanim u [1] kao i provjera statičke i dinamičke stabilnosti letjelice prema [2]. Za kraj će biti utvrđeno da li letjelica zadovoljava uvjete upravljivosti. Preliminarni dizajn letjelice je napravljen u predhodnom radu prema literaturi [3] glavna vodilja projekta je ta da se letjelica može izraditi u što kraćem roku s minimalnim troškovima izrade i održavanja. Operater letjelice bi imao zadatak lansirati letjelicu i upisati područje potrage ili nadzora u GPS te bi letjelica sama krenula u izvršavanje misije dok se operater može usredotočiti na analiziranje slike koju mu odašilje letjelica. Rad je postavljen tako da se u prvom dijelu analiziraju masene karakteristike svih dijelova letjelice pojedinačno. Model letjelice je izrađen u programskom paketu *SolidWorks*. Gdje su se koristili materijali iz *Solidworks* biblioteke tako da 3D model bude što je moguće realniji. Letjelica je opremljena aktuatorima, baterijama i opremom za snimanje čija masa je preuzeta od proizvođača. Prilikom dimenzioniranja letjelice raspon krila i dužina trupa su ograničene tako da letjelica bude lako prenosiva. Nakon utvrđivanja geometrijskih i masenih karakteristika letjelice slijedi procjena aerodinamičkih koeficijenata. Procjena aerodinamičkih koeficijenata je izvršena prema literaturi [1] i [4]. Jedan od uvjeta je bio brzina leta letjelice iz razloga što se željelo postići to da letjelica može vršiti potragu i u uvjetima koji nisu idealni za let. Najvažniji uvjet je brzina krstarenja postavljen tako da zadovoljava brzinu koja nadmašuje najveću godišnju prosječnu brzinu vjetra u Republici Hrvatskoj dva put [5]. Aero profili krila i repa su preuzeti iz [6] te analizirani u programskom paketu *Xflr5*. Važan utjecaj na aerodinamiku ima i pogon osobito na koeficijente momenata oko središta mase zbog ne konvencionalno postavljenog propelera. Podaci o propeleru koji koristi letjelica su preuzet iz [7]. Nakon procjene svih statičkih i dinamičkih aerodinamičkih koeficijenata slijedi analiza statičke stabilnosti. Zbog jednostavnosti letjelice želi se izbjeći rješenje koje bi zahtjevalo povratne veze prilikom upravljanja stog je bitno da letjelica ima "urođenu stabilnost". Analiza statičke stabilnosti je izrađena kao u [1]. Nakon utvrđivanja uzdužne i bočne stabilnosti slijedi analiza horizontalnog leta. Letjelica ovog tipa nije namijenjena za zahtjevne manevre, već za let u ravnotežnom letu s minimalnim odstupanjem od njega. Prilikom izvršavanja misije zanimljiva su dva režima leta: Režim leta maksimalnog doleta i režim leta maksimalnog trajanja leta. Letjelica je pogonjena elektro motorom pa je maksimalni dolet i maksimalno trajanje leta proračunato prema [8]. Kod proračuna svojstava baterije korišteni su podaci proizvođača za baterije *Panasonic NCR 18650*. Nakon određivanja režima leta slijedi analiza dinamičke stabilnosti letjelice. U radu je korišten linearni model letjelice zbog svoje jednostavnosti. U ovoj fazi projektiranja on daje dovoljno točne rezultate za analizu stabilnosti. Za referentne režime leta određeni su režim maksimalnog doleta i maksimalnog trajanja leta. Nakon određivanja dinamičke stabilnosti slijedi ocjena upravljivosti letjelice koja je izvršena prema literaturi [4]

## 2. Geometrijske i inercijske značajke letjelice

Bespilotna letjelica je namijenjen za izvršavanje misije nadzora granica i za potrage unesrećenih osoba na nepristupačnim terenima. Misije za koje je letjelica namijenjena se razlikuju u teretu koje letjelica nosi kao i režimu leta kojim letjelica leti. Prilikom nadzora državne granice na moru u dnevnim satima kada je vidljivost dobra nema potrebe za kamerama s infracrvenim lećama, što znači da letjelica ne mora nositi dvije kamere za snimanje. Prilikom noćnog nadzora državne granice nema potrebe za kamerama koje nemaju mogućnost noćnog snimanja pa se letjelica oprema samo s kamerama za noćno snimanje. Prilikom potrage i spašavanja kao i kod nadzora granice pokrivene šumom potrebno je opremiti letjelicu s dvije kamere što povećava masu letjelice a time i mijenja momente inercije letjelice i raspored komponenti u njoj. U daljnjem radu koristiti će se podaci o letjelici koja ima maksimalnu masu.

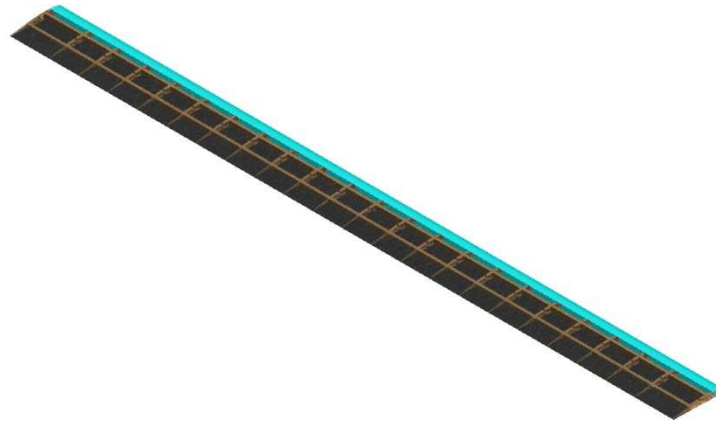
### 2.1. Krilo letjelice

Zbog jednostavnosti izrade letjelica koristi pravokutno krilo bez strijele i uvijanja. Krilo leti u području malih Reynoldsovih brojeva u rasponu od 80 000 do 300000 što znači da letjelica mora imati aeroprofil koji je namijenjen letu u područjima niskih Reynoldsovih brojeva. Aeroprofil krila je "Mike Foks WASP low Reynolds number airfoil" preuzet iz [6]. Slika 2.1. prikazuje geometriju aeroprofila krila.



**Slika 2.1. Geometrija aeroprofila krila**

Krilo će biti izrađeno u kombinaciji ugljičnih kompozita i drva balze za rebra i ramenjače dok je pokrov krila napravljen od kompozita na bazi epoksidne smole ojačane staklenim vlaknima. Iako staklo plastika ima veću gustoću od ugljičnih kompozita izabrana je zbog cijene. Letjelica leti pri brzinama do 30 m/s i zahtjeva tvrdi pokrov krila. Za manje brzine može se koristiti folija koja je znatno lakša. Krilo ima dvije ramenjače na  $\frac{1}{4}$  tetive krila nalazi se glavna ramenjača koja nosi većinu opterećenja. Stražnja ramenjača se nalazi na  $\frac{3}{4}$  tetive krila a njena funkcija uz prenošenje opterećenja je da se na nju pričvršćuju upravljačke površine. Model krila je napravljen u programskom paketu *Solidworks*. Kod izrade modela materijali korišteni u modelu su preuzeti iz [9] tako da se dobije što vjerniji prikaz rasporeda masa na krilu. Slika 2.2 prikazuje 3D model krila bez gornjake.



**Slika 2.2. 3D model krila**

U tablici 2.1. su prikazane sve geometrijske i inercijske karakteristike krila.

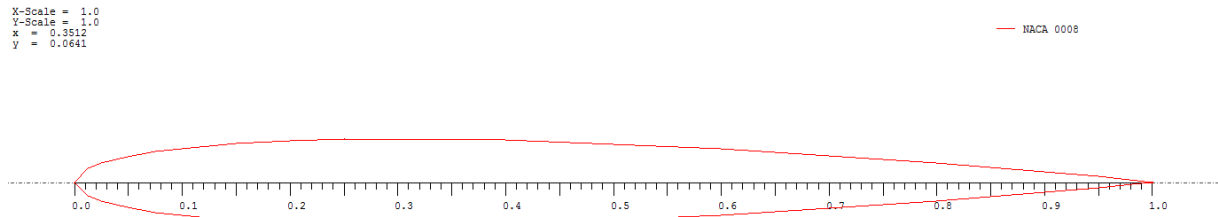
**Tablica 2.1. Karakteristike krila**

Raspon krila [m]	1,7
Duljina tetive krila [m]	0,135
Površina krila [m <sup>2</sup> ]	0,216
Referentna površina krila [m <sup>2</sup> ]	0,23
Kvašena površina krila [m <sup>2</sup> ]	0,401
Vitkost krila	12,6
Postavni kut krila [°]	5
Masa krila [kg]	0,28
Moment tromosti oko osi x [kgm <sup>2</sup> ]	0,00038716
Moment tromosti oko osi y [kgm <sup>2</sup> ]	0,06688502
Moment tromosti oko osi z [kgm <sup>2</sup> ]	0,06726023
Aeroprofil	WASP (smoothed)

## 2.2.Rep letjelice

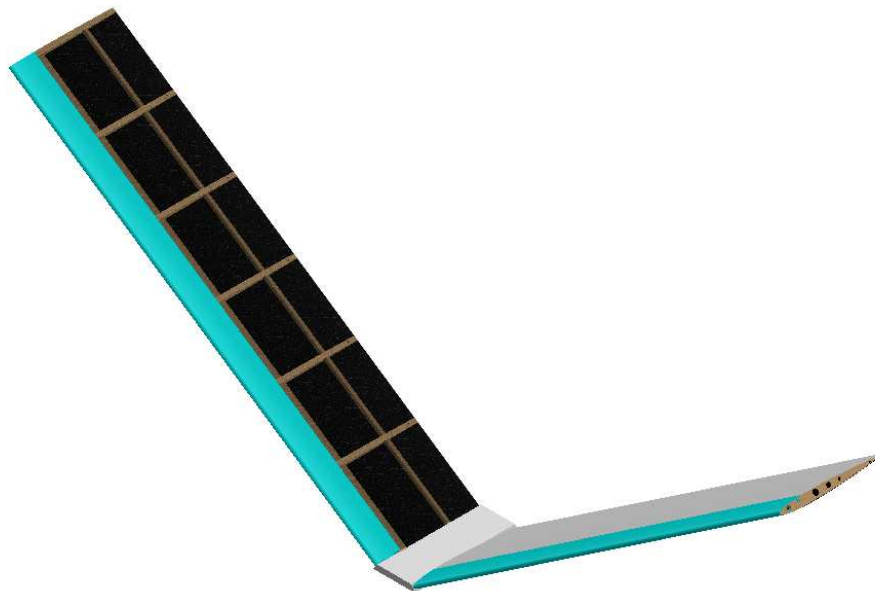
Letjelica je namijenjena za ručno lansiranje što zahtjeva malu konačnu masu letjelice, ali to znači da letjelica nema podvozje za slijetanje već slijeće na "trbuh". Iz tog razloga korištena je konfiguracija s V repom. Rep je izrađen istim materijalima i tehnikama kao i krilo. Postavni kut između krakova repa i horizontalne ravnine je 34° ovakav položaj krakova dobiven je prilikom preliminarnog proračuna stabilnosti te pomoću eksperimentalnih jednadžbi preuzetih iz [10]. Aeroprofil korišten za izradu repa je profil serije NACA008. Ova oznaka označava simetrični aeroprofil s maksimalnom debljinom od 8 % duljine aerodinamičke tetive repa. Geometrija aeroprofila prikazana je na slici 2.3. u nastavku.





**Slika 2.3. Aeroprofil repa**

Kao i kod krila za rep je napravljen model u *solidworks*\_u sa realnim materijalima preuzetim iz [9] koji također ima dvije ramenjače gdje se na stražnju ramenjaču pričvršćuju upravljačke površine. Na slici 2.4. prikazan je 3D model repa bez gornjake.



**Slika 2.4. 3D model repa**

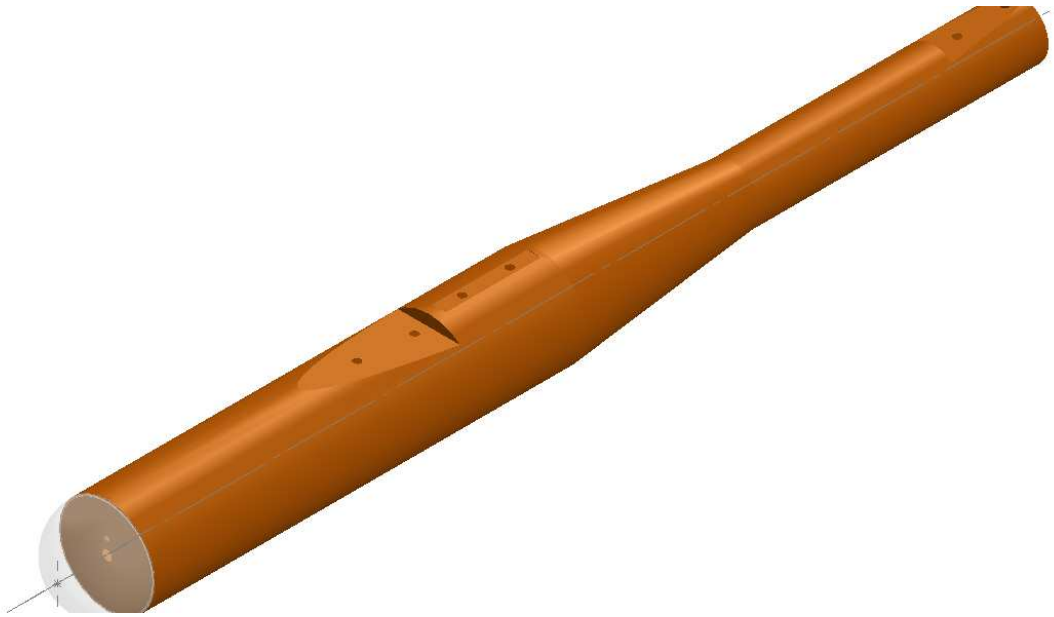
. Tablica 2.2. prikazuje geometrijske i masene karakteriste repa dobivene iz 3D modela.

**Tablica 2.2. Karakteristike repa**

Raspon repa [m]	0,85
Duljina tetive repa [m]	0,1
Površina repa [m <sup>2</sup> ]	0,085
Kvašena površina repa [m <sup>2</sup> ]	0,1725
Postavni kut kraka repa [°]	34°±2°
Postavni kut repa [°]	4
Vitkost repa	8,5
Masa repa [kg]	0,088
Moment inercije oko osi x [kgm <sup>2</sup> ]	0,0005199
Moment inercije oko osi y [kgm <sup>2</sup> ]	0,00416042
Moment inercije oko osi z [kgm <sup>2</sup> ]	0,00453135
Aeroprofil	NACA 0008

### 2.3. Trup letjelice

Trup letjelice nosi sve komponente konstrukcije uz krilo i rep za trup se pričvršćuju sve ostale komponente. Unutar trupa moraju stati baterije, aktuatori, cijela avionika i kamera pričvršćena sprijeda. Trup je cilindričnog oblika sa sfernim prednjim dijelom koji štiti kameru od oštećenja. Trup je dizajniran tako da uz minimalnu kvašenu površinu stanu sve komponente potrebne za operaciju letjelice bez stvaranja dodatnog aerodinamičkog otpora. Donja strana trupa je deblja zbog potrebe za slijetanjem na "truh". Na trup uz krilo i rep pričvršćen je i motor koji je postavljen iznad krila. Trup je napravljen od kombinacije kompozita ojačanim aramidnim vlaknima i kompozita ojačanim staklenim vlaknima. Na slici 2.5. prikazan je 3D model trupa dok su u tablici 2.3. prikazane masene i geometrijske karakteristike trupa.



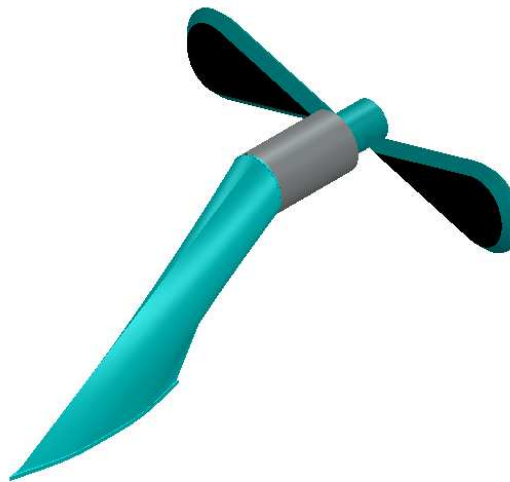
Slika 2.5. 3D model trupa

Tablica 2.3. Karakteristike trupa

Duljina trupa [m]	1,003
Maksimalni promjer trupa [m]	0,1
Minimalni promjer trupa [m]	0,06
Kvašena površina trupa [m <sup>2</sup> ]	0,253
Vitkost trupa (l/w)	10,03
Masa trupa [kg]	0,250
Moment tromosti oko osi x [kgm <sup>2</sup> ]	0,00046398
Moment tromosti oko osi y [kgm <sup>2</sup> ]	0,01947160
Moment tromosti oko osi z [kgm <sup>2</sup> ]	0,01947709

## 2.4. Motor i propeler

Motor koji pokreće letjelicu je istosmjerni elektromotor bez četkica, koji uz malu masu daje ne zanemarivih 100 W izlazne snage. Motor koji koristi ova letjelica je Maxon EC-4pole 30 specifikacije motora su preuzete od proizvođača. Uz motor je uparen propeler APC sport 8x10 čije su karakteristike preuzete iz [7] Prilikom izrade modela motora i propelera korišteni su podaci proizvođača s tim da u sklop ide još i nosač motora napravljen od ugljičnog kompozita. 3D model je napravljen u *solidworksu* i prikazan na slici 2.6. Dok su ostale karakteristike prikazane u tablici 2.4.



Slika 2.6. 3D model motora

Tablica 2.4. Karakteristike motora i propelera

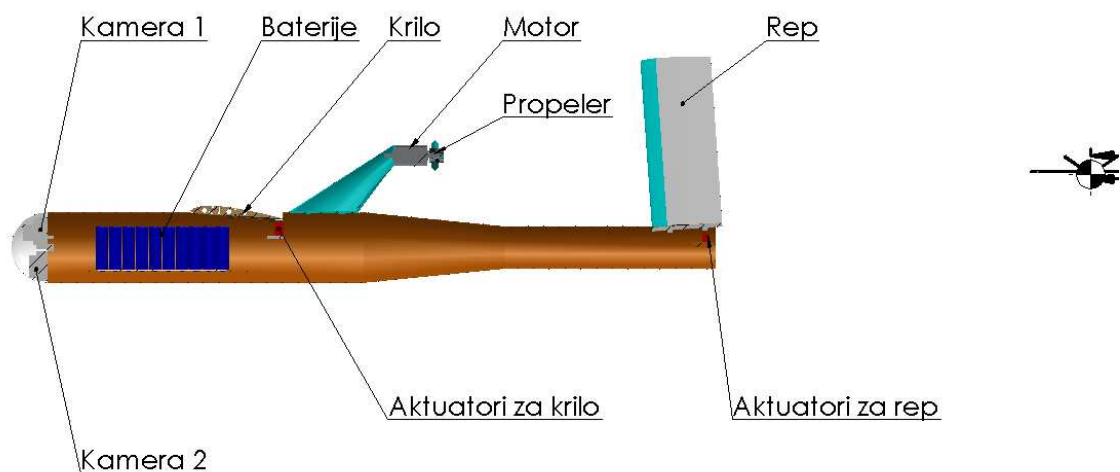
Motor	Maxon EC-4 pole
Masa motora [kg]	0,21
Snaga motora [W]	100
Dimenzije motora [m x m]	0,047 x 0,03
Propeler	APC Sport 8x10
Masa propelera [kg]	0,093
Dimenzije propelera [m]	0,203
Korak napredovanja propelera	0,0254
Masa nosača motora [kg]	0,016
Ukupna masa sklopa [kg]	0,32
Ukupna kvašena površina [m <sup>2</sup> ]	0,03

## 2.5. Geometrijske i inercijske značajke ostalih komponenti letjelice

U skupinu ostalih komponenti letjelice spadaju aktuatori upravljačkih površina, baterije i korisni teret. Ostale komponente poput matičnih ploča, žica, komunikacijskih uređaja, itd. nemaju znatan utjecaj na masu i oblik letjelice pa ih u ovom radu zanemarujemo. Aktuatori upravljačkih površina su smješteni unutar trupa letjelice iz razloga što za njih nema mjesta unutar krila. Za upravljanje letjelicom koriste se dvije vrste aktuatora: S1000 proizvođača Becker teški 13 g i D47 proizvođača Dymond teški 4,7 g. Aktuatori S1000 su korišteni za upravljanje upravljačkim površinama na krilu dok su D47 korišteni za upravljanje repnim

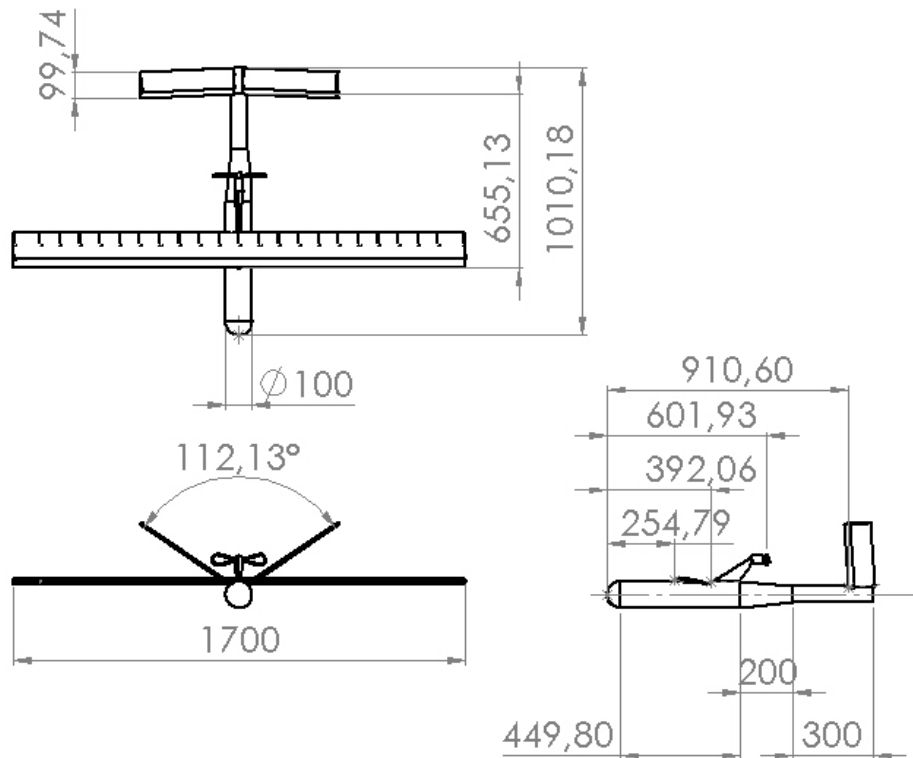
površinama. Litium-ion baterije koje stvaraju 24 v uz 214 Wh/kg gravimetrsku gustoću. Letjelica pomoću ovih baterija može letjeti 4,5 h uz maksimalan koristan teret, masa baterija iznosi 1,767 kg. Ostali detalji o baterijama priloženi su u prilogu. U koristan teret ulaze kamera s lećom za dnevno snimanje te kamera za noćno snimanje. Uz obje kamere se ugrađuju njihovi odašiljači te pretvornici za el energiju. Geometrijske i inercijske značajke cijele letjelice

Geometrijske i inercijske karakteristike letjelice ovise o masi i rasporedu svih komponenti letjelice. Ukoliko promijenimo masu baterija mijenja se položaj težišta i iznos momenata tromosti. Zbog male ukupne mase letjelica je jako osjetljiva na promjenu mase većih komponenti osobito onih udaljenijih od težišta. Zbog velike promjene u korisnom teretu potrebno je moći pomaknuti položaj baterija tako da težište ostane u rasponu u kojem je letjelica stabilna a da još ima zadovoljavajuću upravljivost. Slika 2.7. prikazuje presjek letjelice u bokocrtu na kojem su prikazani sve veće komponente koje utječu na masu, položaj težišta i momente inercije.



**Slika 2.7. Utjecajne komponente na letjelici**

Osim masenih karakteristika letjelice jako su bitne geometrijske značajke. Geometrijske značajke definiraju položaj svih aerodinamičkih površina na letjelici. Posebno je zanimljiv i važan parametar položaja repa u odnosu na krilo. Također u ovom slučaju motor letjelice se nalazi izvan osi letjelice što stvara dodatni moment u odnosu na težište. Raspored uzgonskih i upravljačkih površina definiraju upravljivost i stabilnost letjelice o čemu će više biti riječ u trećem dijelu. Na slici 2.8. prikazane su najzanimljivije dimenzije letjelice.



**Slika 2.8. Geometrijske karakteristike letjelice**

Veličine koje su zanimljive za daljnji proračun aerodinamike i stabilnosti prikazane su u tablici 2.5. Sve veličine u ovoj tablici su izvučene iz Solidworks modela koji je napravljen prema prijašnjim radovima.

**Tablica 2.5. Karakteristike letjelice**

Referentna površina [m <sup>2</sup> ]	0,23
Ukupna duljina [m]	1,01
Raspon krila [m]	1,7
Maksimalan promjer trupa [m]	0,1
Maksimalna visina [m]	0,32
Položaj napadne točke krila x os [m]	0,254
Položaj napadne točke krila z os [m]	0,0524
Položaj napadne točke repa x os [m]	0,91
Položaj napadne točke repa z os [m]	0,144
Položaj hvatišta sile potiska x os [m]	0,6
Položaj hvatišta sile potiska z os [m]	0,133
Kvašena površina letjelice [m <sup>2</sup> ]	0,9

Moment inercije oko osi x [kgm <sup>2</sup> ]	0,080778
Moment inercije oko osi y [kgm <sup>2</sup> ]	0,191861
Moment inercije oko osi z [kgm <sup>2</sup> ]	0,258333
Ukupna masa letjelice [kg]	3,815
Položaj težišta x os [m]	-0,35
Položaj težišta z os [m]	-0,016

Položaj svih komponenti je određen prema vrhu trupa za x kordinatu dok je simetrala trupa referentna za sve visine. U cjelom daljnjem proračunu zadane visine i udaljenosti su mjerene od ovih referentnih točaka.

### 3. Uzdužni i bočni aerodinamički koeficijenti letjelice

Aerodinamički koeficijenti se dobivaju podjelom aerodinamičke sile s referentnom silom. Cijelo djelovanje zraka na letjelicu može se zamijeniti jednom silom i jednim momentom oko središte mase letjelice. Sila ima tri komponente u koordinatnom sustavu letjelice  $[X \ Y \ Z]^T$  oznaka komponente označava smjer djelovanja. Moment u koordinatnom sustavu letjelice ima komponente  $[L \ M \ N]^T$ , gdje je  $L$  označava moment valjanja, moment oko osi  $x$ ,  $M$  označava moment propinjanja, moment oko osi  $y$  i na kraju  $N$  označava moment skretanja, moment oko osi  $z$ . Koordinatni sustav letjelice je vezan za letjelicu i kreće se s njom, dok se os  $x$  aerodinamičkog koordinatnog sustav poklapa s aerodinamičku brzinu. Aerodinamički koeficijenti krila i repa se proračunavaju u aerodinamičkom koordinatnom sustavu što znači da je potrebna pretvorba iz aerodinamičkog koordinatnog sustava u koordinatni sustav letjelice ta transformacija se vrši matricama transformacije koje se označavaju s  $L$ . Referentna sila je jednaka za sve komponente aerodinamičke sile i računa se kao produkt referentnog tlaka i referentne površine. Referentni tlak  $q_\infty = \rho V^2 / 2$  je dinamički tlak i posljedica je brzine letjelice odnosno u teoriji brzine ne poremećene struje. Referentna površina je površina krila s dijelom trupa koji se nalazi između dva polukrila i označava se s  $S_{ref}$ . Dok je referentna sila jednaka za proračun svih aerodinamičkih koeficijenata vezanih za silu. Kod proračuna koeficijenata aerodinamičkog momenta postoje dvije referentne duljine iako u teoriji bi trebala postojati samo jedna. Referentna duljina valjanja i skretanja je jednaka rasponu krila  $b$ , dok je referentna duljina za propinjanja jednaka duljini aerodinamičke tetive krila  $c_A$ . Tablica 3.1. prikazuje jednadžbe za proračun svih aerodinamičkih koeficijenata.

**Tablica 3.1. Jednadžbe aerodinamičkih koeficijenata k.s. letjelice**

Koeficijent aksijalne sile	$C_x = \frac{X}{q_\infty S_{ref}}$
Koeficijent bočne sile	$C_y = \frac{Y}{q_\infty S_{ref}}$
Koeficijent normalne sile	$C_z = \frac{Z}{q_\infty S_{ref}}$
Koeficijent momenta valjanja	$C_l = \frac{L}{q_\infty S_{ref} b}$
Koeficijent momenta propinjanja	$C_m = \frac{M}{q_\infty S_{ref} c_A}$
Koeficijent momenta skretanja	$C_n = \frac{N}{q_\infty S_{ref} b}$

Svi aerodinamički koeficijent su funkcija:

- Machova broja  $Ma = \frac{V}{a}$ ,
- Reynoldsova broja  $Re = \frac{\rho V l}{\mu}$ ,



- Napadnog kuta  $\alpha$
- Kuta klizanja  $\beta$
- Bezdimenziskih kutnih brzina aerodinamičke brzine u odnosu na letjelicu

$$\dot{\alpha}^* = \frac{\dot{\alpha}}{V_\infty/c_A}, \quad \dot{\beta}^* = \frac{\dot{\beta}}{V_\infty/b},$$

- Bezdimenzijskih kutnih brzina letjelice

$$p^* = \frac{p}{V_\infty/b}; \quad q^* = \frac{q}{V_\infty/c_A}; \quad r^* = \frac{r}{V_\infty/b}$$

- Otklona upravljačkih površina

$\delta_l$  Otklon krilaca

$\delta_m$  Otklon kormila pravca

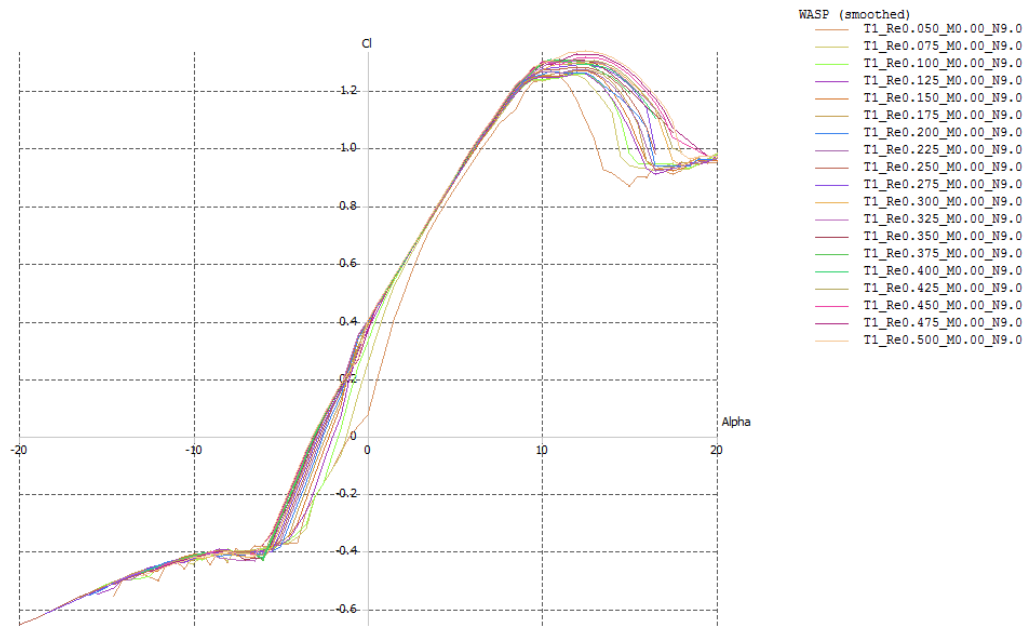
$\delta_n$  Otklon kormila visine

Letjelica leti u rasponu brzina od 10 do 30 m/s što znači da utjecaj mahovog broja možemo zanemariti. Konfiguracija letjelice je konvencionalna konfiguracija s V-repom što znači da su kormilo visine i kormilo pravca iste kontrolne površine. Iako njihov utjecaj možemo promatrati odvojeno o tome više u nastavku.

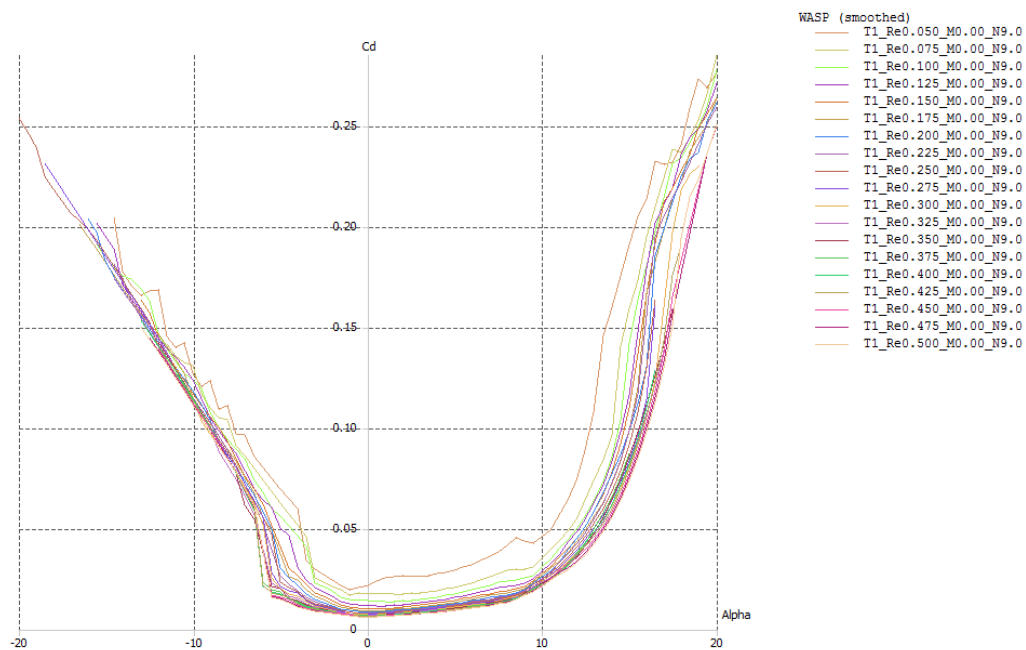
Aerodinamika letjelice će se prikazati u linearnom modelu jer letjelica ne leti u režimima leta koji zahtijevaju velike napadne kutove. Misija letjelice se svodi na poljetanje, dovođenje na visinu i krstarenje prema zadanoj putanji. Svi segmenti leta se ostvaruju u linearnom području aerodinamičkih koeficijenata.

### 3.1. Procjena aerodinamičnih koeficijenata krila

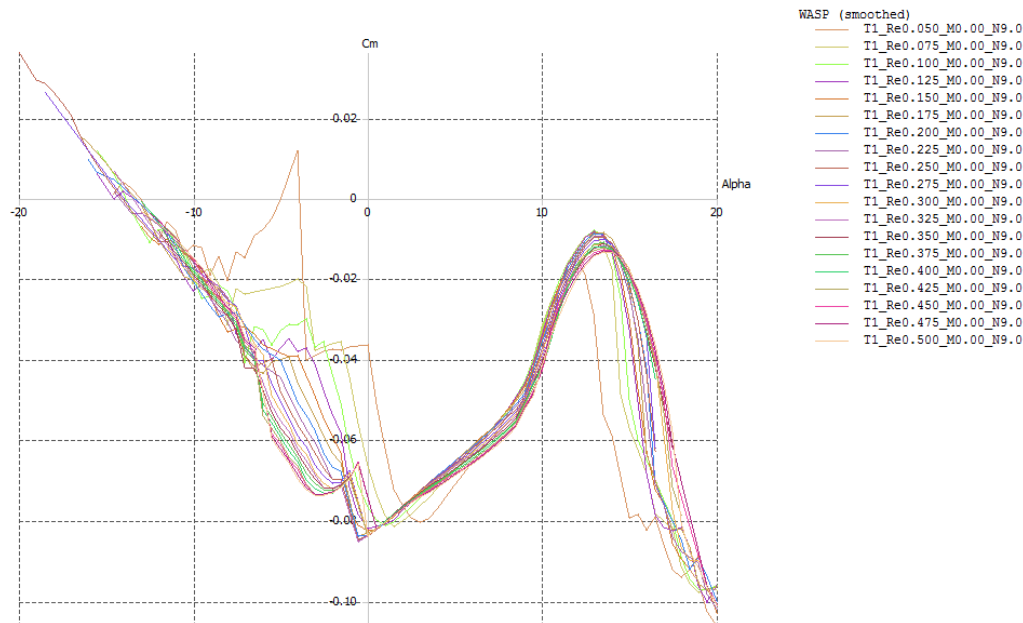
Krilo letjelice je pravokutno krilo bez uvijanja s aeroprofilom WASP low Reynolds number airfoil". Geometrija aeroprofila je prikazana na slici 2.1. u prethodnom odlomku. Aerodinamičke karakteristike aeroprofila su proračunate u programu *Xflr5* [13] koji koristi *Xfoil kod* [14] koji je provjeren i pouzdan kod za proračun aerodinamike aeroprofila. Nakon analize dobivene vrijednosti se koriste za proračune aerodinamičkih koeficijenata krila. Na slikama 3.1., 3.2., 3.3. su prikazani rezultati analize aeroprofila krila u rasponu reynoldsovih brojeva od 50 000 do 500 000.



Slika 3.1. Koeficijent uzgona ovisno o napadnom kutu (WASP)



Slika 3.2. Koeficijent otpora u ovisnosti o napadnom kutu (WASP)



**Slika 3.3. Koeficijent momenta propinjanja aeroprofila (WASP)**

Nakon proračuna veličine koje su nam potrebne u nastavku prikazane su u tablici 3.2.

**Tablica 3.2. Karakteristike aeroprofila krila**

Koeficijent uzgona ovisan o napadnom kutu	$c_{l\alpha} = 5,54$
Napadni kut nultog uzgona	$\alpha_0 = -2,9$
Minimalni otpor	$c_{d0} = 0,008$
Debljina profila krila	$0,0935 \cdot c_A$
Položaj maksimalne debljine	$0,27 \cdot c_A$

### ***Procjena otpora trenja krila***

Otpor krila se dijeli na dva dijela, jedan dio otpora je posljedica trenja između krila i zrak i naziva se *nulti otpor* ( $C_{D0}$ ), dok je drugi dio otpora posljedica generiranja uzgona te se naziva *inducirani otpor* ( $C_{Di}$ ). Nulti otpor se sastoji od tri dijela a to su: otpor trenja, otpor dna i valni otpor. Za cijelu letjelicu vrijedi da je valni otpor i otpor dna zanemariv. Valni otpor je posljedica raspodjele tlaka na površini krila. Eksperimentima je dokazano da pri malim brzinama otpor letjelice je jednak otporu trenja, iz toga se može zaključiti da je valni otpor zanemariv pri manjim brzinama. Otpor dna se pojavljuje zbog razlike tlaku u neporemećenoj struji i tlaku u tragu iza dijelova letjelice. Ta sila je sila koja je usmjerena suprotno od kretanja letjelice te ona "koči" letjelicu. Sila otpora dna je produkt razlike tlaka i površine na koju tlak djeluje. Za male letjelice ovog tipa površina na koju bi taj tlak djelovao je mala pa se sila može zanemariti. Procjena nultog otpora letjelice svodi se na procjenu trenja između letjelice i zraka. Ova procjena je izvršena prema [11] a najbitnije parametar pri procjeni otpora trenja je

Reynoldsov broj. Ukoliko je Reynoldsov broj manji od  $3 \cdot 10^5$  strujanje je laminarno, pri većim vrijednostima Reynoldsovih brojeva dolazi do laminarnog strujanja na početku ali u jednom dijelu prelazi iz laminarnog u turbulentno strujanje. Sva strujanja s Reynoldsovim brojem većim od  $1 \cdot 10^7$  su u potpunosti turbulentna strujanja. Za krilo letjelice Reynoldsov broj se računa za referentnu duljinu koja je jednaka duljini aerodinamičke tetive krila i brzinu krstarenja u uvjetima standardne atmosfere. Prema [11] za proračun otpora potrebne su i geometrijske karakteristike krila. Tablica 3.3. prikazuje sve potrebne veličine za procjenu otpora trenja krila s rezultatima analize za let na razini mora.

**Tablica 3.3. Procjena otpora trenja krila**

Reynoldsov broj	180939,7
Bezdimenziska debljina krila	0,0935
Položaj najveće debljine krila	0,27
L	2
$FF_w$	1,195
Koeficijent trenja $c_f(f(Re))$	$3,122 \cdot 10^{-3}$
Koeficijent trenja krila $(C_{D0})_w$	$6,513 \cdot 10^{-3}$

U Tablici 3.3. L predstavlja faktor vezan uz položaj maksimalne debljine krila. Za proračun otpora još je potrebno proračunati faktor koji uzima u obzir zakrivljenost površina. Zakrivljenost površina utječe na raspodjelu tlaka što utječe na koeficijent trenja faktor taj faktor je označen s  $FF_w$ .

#### ***Aerodinamički koeficijenti krila***

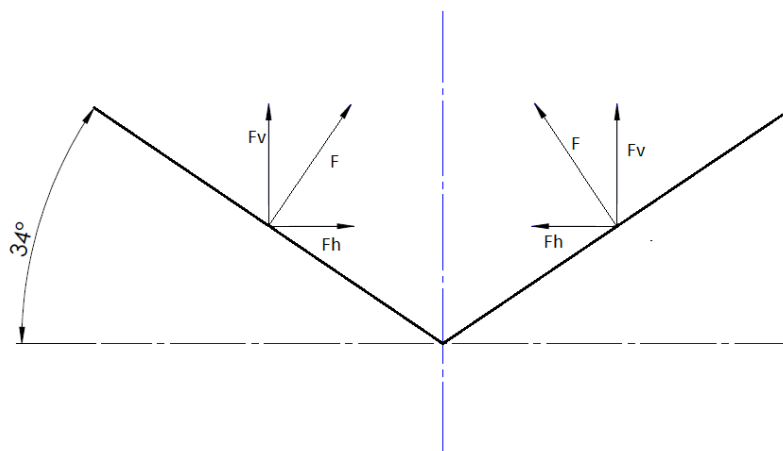
Za proračun aerodinamičkih koeficijenata krila korištene su jednadžbe preuzete iz [1] i [2]. Za usporedbu rezultata u prilogu su priloženi rezultati iz programskog paketa *xflr5* kao provjera. Tablica 3.4. prikazuje aerodinamičke koeficijente krila.

**Tablica 3.4. Aerodinamički koeficijenti kombinacije krilo trup (WB)**

(masa tereta 1 kg)	
Nulti član kombinacije	$C_{N0} = 0,5272$
Gradijent normalne sile po $\alpha$	$C_{N\alpha} = 5,1270$
Nulti član momenta propinjanja	$C_{m0} = -0,0648$
Gradijent momenta propinjanja po $\alpha$	$C_{m\alpha} = -0,1766$
Gradijent momenta skretanja	$C_{n\beta} = 0,0052$
Gradijent momenta skretanja od krilaca	$C_{n\delta l} = -0,2560$
Moment valjanja zbog položaja krila	$C_{l\beta} = 0,0251$
Gradijent momenta valjanja od krilaca	$C_{l\delta l} = 0,2246$
Gradijent momenta valjanja zbog r	$C_{lr} = 0,8117$

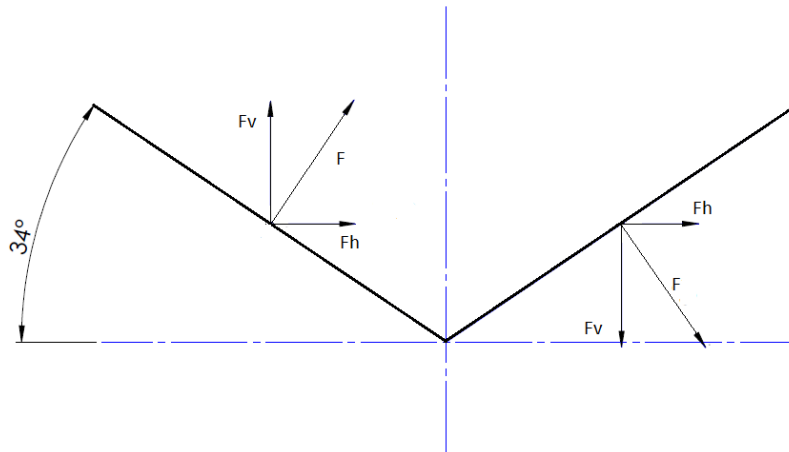
### 3.2. Procjena aerodinamičkih koeficijenata repa

Konfiguracija letjelice uključuje V rep što znači da jedna upravljačka površina obavlja funkciju kormila visine i kormila smjera. Iako fizički spojene ove dvije upravljačke površine možemo odvojiti prilikom upravljanja. Komanda pilota za otklon kormila visine podrazumijeva pomak obje upravljačke površine repa za jednak otklon u istom smjeru što znači da se sile uzrokovane otklonom upravljačkih površina mogu odvojiti na horizontalnu i vertikalnu komponentu. U ovom slučaju horizontalne komponente su jednakog iznosa a suprotnog smjera te se poništavaju. Ovakav način upravljanja omogućuje da letjelicu promatramo kao da ima vertikalni i horizontalni rep. Slika 3.4. prikazuje skicu raspodjele sila prilikom otklona upravljačkih površina koje simuliraju otklon kormila visine.



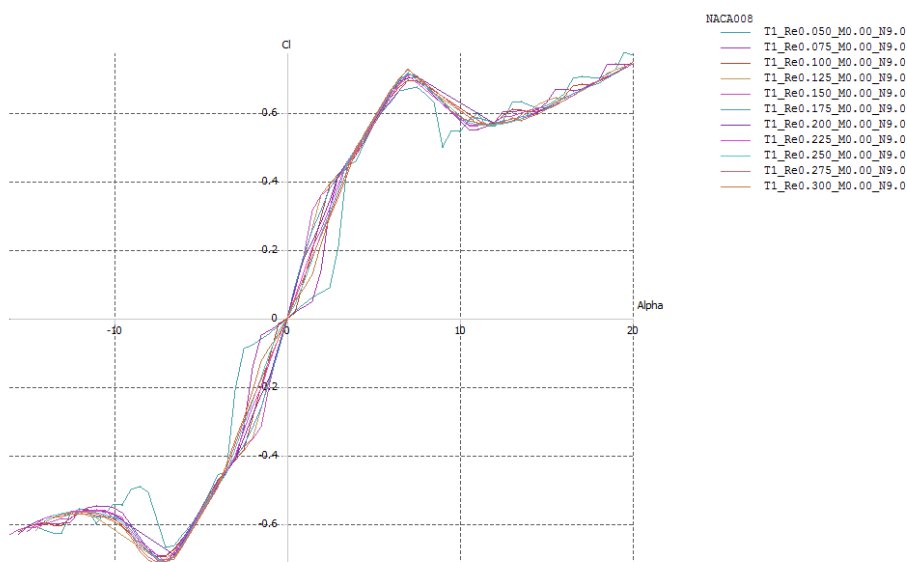
**Slika 3.4. Sile pri upravljanju kormilom visine**

Slika 3.5. prikazuje raspored sila u slučaju komande pilota za pomak kormila smjera. Prilikom pomaka upravljačkih površina tako da simuliraju pomak kormila smjera pojavljuje se spreg sila koji uz skretanje vrši i valjanje letjelice. Ovaj spreg je jedina razlika između V repa i konvencionalnog repa.

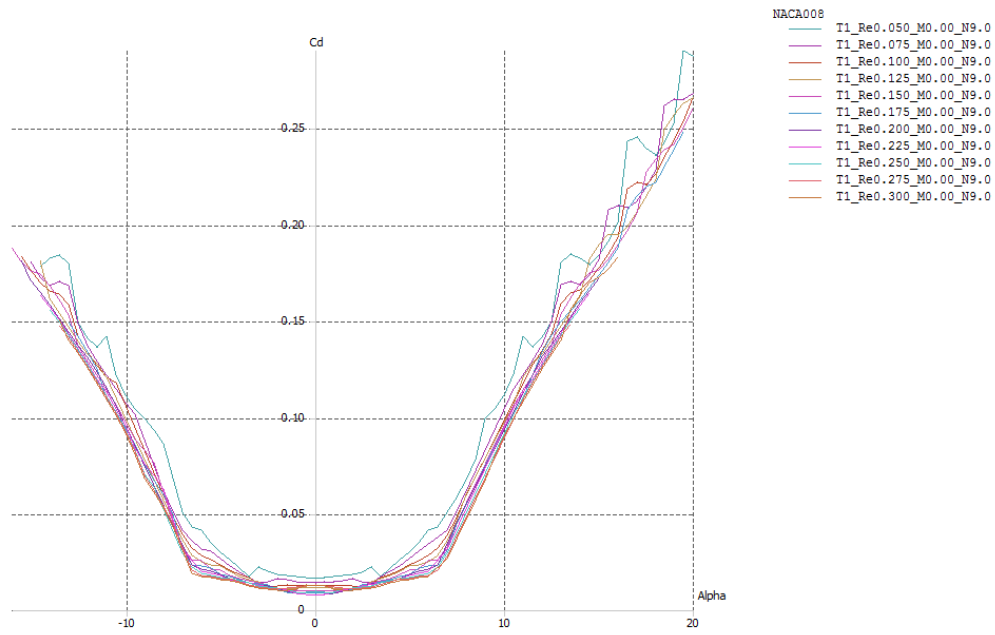


**Slika 3.5. Sile pri upravljanju kormilom smjera**

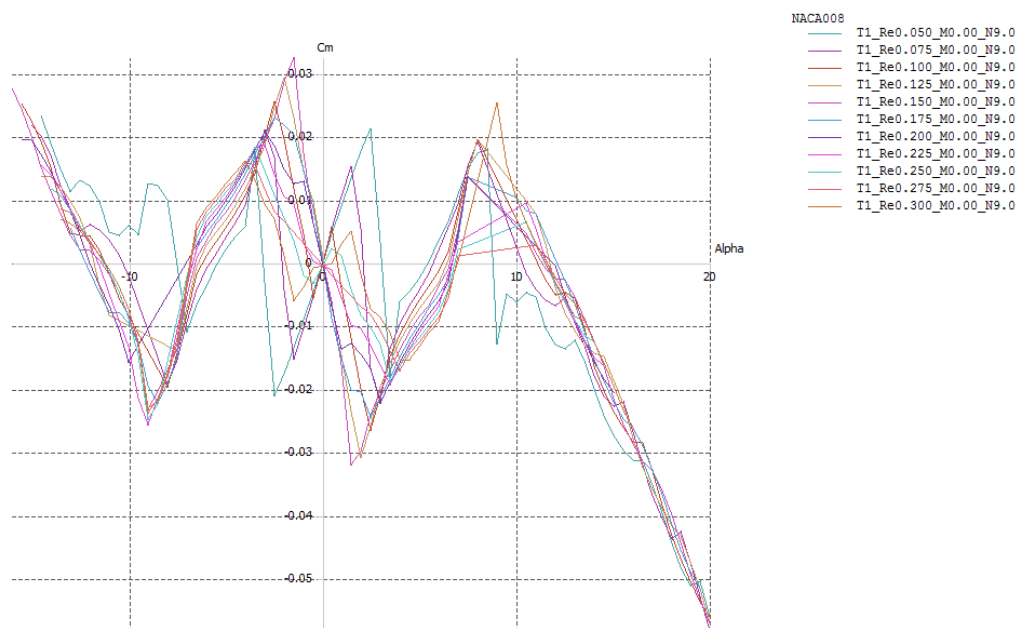
Ovakvim pristupom prema repnim upravljačkim površinama možemo primjeniti procjenu aerodinamičkih koeficijenata kao u [1] a najprije će se odrediti otpor trenja repa. Profil korišten za izradu repa je standardni NACA simetrični profil koji je najčešće korišten za ovakav tip letjelica a njegova oznaka je NACA 0008. Dimenzije profila su preuzete iz [6] a analiza je izvršena u programskom paketu *Xflr5* pomoću koda *Xfoil* kao i za krilo. Na slikama 3.5.,3.6.,3.7., su prikazani rezultati analize aeroprofila za raspon Reynoldsovih brojeva od 50000 do .300000.



**Slika 3.6. Koeficijent uzgona ovisno o napadnom kutu (NACA 0008)**



Slika 3.7. Koeficijent otpora ovisan o napadnom kutu (NACA 0008)



Slika 3.8. Koeficijent momenta propinjanja aeroprofila ovisan o napadnom kutu (NACA 0008)

**Tablica 3.5. Karakteristike aeroprofila repa**

Koeficijent uzgona ovisan o napadnom kutu	4,58
Napadni kut nultog uzgona	0
Minimalni otpor	0,01
Debljina profila krila	$0,08 \cdot c_t$
Položaj maksimalne debljine	$0,3 \cdot c_t$

***Procjena otpora trenja repa***

Procjena otpora trenja repa je jednaka kao i procjena trenja krila [11]. Razlika ovih dviju procjena su dimenzije repa i krila kao i položaj i veličina upravljačkih površina. Kod repa referentna duljina je također duljina aerodinamičke tetive repa koja je kraća od tetive krila. Manja duljina tetive repa znači i manji Reynoldsov broj jer je pretpostavka da brzina leta i stanje atmosfere na repnim površinama odgovara brzini i stanju atmosfere na površini krila. Ovom pretpostavkom možemo zaključiti da ukoliko je strujanje na krilu bilo laminarno strujanje na repu također je laminarno. Tablica 3.6. prikazuje koeficijent otpora trenja i karakteristične veličine za procjenu otpora trenja repa.

**Tablica 3.6. Procjena otpora trenja repa**

Reynoldsov broj	134029,2
Bezdimenziska debljina krila	0,08
Položaj najveće debljine krila	0,3
L	1,2
FF <sub>t</sub>	1,1
Koeficijent trenja $c_f$ (f(Re))	$3,627 \cdot 10^{-3}$
Koeficijent trenja repa $(C_{D0})_T$	$3,1226 \cdot 10^{-3}$

***Aerodinamički koeficijenti repa***

Proračun aerodinamičkih koeficijenata repa je jednak onome kod aerodinamičkih koeficijenata krila. Razlika je u položaju hvatišta sile na repu u odnosu na težište te dumenzije repa i geometrije aeroprofila. Tablica 3.7. Prikazuje sve aerodinamičke koeficijente repa za maksimalnu poletnu masu

**Tablica 3.7. Aerodinamički koeficijenti kombinacije trupa i repa (Bh)**

Nulti član kombinacije	$C_{N0} = -0,1138$
Gradijent normalne sile kombinacije po $\alpha$	$C_{N\alpha} = 0,7233$
Gradijent normalne sile po otklonu kormila visine $\delta_m$	$C_{N\delta m} = 0,4359$
Gradijent normalne sile po kutnoj brzini propinjanja $q$	$C_{zq} = -3,6982$
Gradijent normalne sile po promjeni napadnog kuta $\dot{\alpha}$	$C_{z\dot{\alpha}} = -0,5083$
Nulti član momenta propinjanja	$C_{m0} = 0,0684$



Gradijent momenta propinajna po $\alpha$	$C_{m\alpha} = -0,4344$
Gradijent momenta propinjanja po $\delta_m$	$C_{m\delta m} = -0,2635$
Gradijent momenta propinjanja po $q$	$C_{mq} = -16,45$
Gradijent momenta propinjanja po $\dot{\alpha}$	$C_{m\dot{\alpha}} = -2,26$
Gradijent bočne sile po kutu klizanja	$C_{Y\beta} = -0,5921$
Gradijent bočne sile od otklonu kormila pravca	$C_{Y\delta n} = 0,1983$
Gradijent bočne sile zbog $r$	$C_{Yr} = 0,1336$
Gradijent bočne sile zbog $p$	$C_{Yp} = -0,0529$
Utjecaj vertikalne komponente repa na valjanje	$C_{l\beta} = -0,0828$
Gradijent valjanja po kutnoj brzini skretanja $r$	$C_{lr} = 0,0393$
Gradijent valjanja po otklonu kormila pravca	$C_{l\delta n} = 0,0326$
Gradijent momenta skretanja od vertikalnog repa	$C_{n\beta} = 0,2091$
Gradijent momenta skretanja od kormila pravca	$C_{n\delta n} = -0,07$
Gradijent momenta skretanja od brzine skretanja	$C_{nr} = -0,0472$
Gradijent momenta skretanja od brzine valjanja	$C_{np} = -0,011$

### 3.3. Procjena uzdužnih i bočnih aerodinamičkih koeficijenata trupa

Glavna funkcija trupa letjelice je smještaj svih komponenti potrebnih za obavljanje misije letjelice. Trup letjelice mora i preuzeti opterećenja od krila, repa i motora što znači da njegov oblik mora osigurati dovoljnu čvrstoću uz minimalnu masu. Trup letjelice je cilindričan s maksimalnim promjerom od 100 mm. Oblik trupa je prikazan na slici 2.5.. unutar trupa su smještene baterije, aktuatori, navigacijski i komunikacijski uređaji kao kamere koje se promatraju kao koristan teret. Iako je moguće suziti trup na pojedinim dijelovima to nije učinjeno zbog proizvodnje. Složenija geometrija trupa bi zahtijevala drugačiji postupak izrade što bi dodatno povisilo cijenu. Trenutni oblik trupa stvara otpor koji bi se mogao smanjiti promjenom oblika. Smanjenje otpora promjenom oblika trupa je malo pa je odluka o jednostavnijem obliku trupa opravdana.

#### *Procjena otpora trenja trupa*

Procjena otpora trenja je napravljena po uzoru na [11]. Za procjenu otpora trenja potrebna nam je ukupna oplakivana površina trupa koja se računa iz 3D modela. Jedino oko trupa letjelice se stvara turbulentni granični sloj to se događa zbog velike duljine opstrujavanja. Referentna duljina trupa je jednaka ukupnoj duljini trupa. U tablici 3.8. su prikazane karakteristične veličine za procjenu otpora trupa.

**Tablica 3.8. Procjena otpora trenja trupa**

Rynoldsov broj	1273279
FR	9,5
FF	1,094
Koeficijent trenja $c_f (f(Re))$	$5,241 \cdot 10^{-4}$
Koeficijent trenja trupa $(C_{D0})_B$	$6,185 \cdot 10^{-4}$

U tablici 3.8. oznaka FR označava vitkost trupa, računa se kao omjer ukupne duljine trupa i maksimalne širine trupa. FF je faktor vezan za vitkost trupa. Dok je koeficijent otpora izračunat prema schlicingovoj formuli jer je opstrujavanje turbulentno.

### *Aerodinamički koeficijenti trupa*

Iako trup nema veliki utjecaj na aerodinamičke karakteristike većinju utjecaja možemo zanemariti prema krilima i repu. Prilikom procjene aerodinamičkih koeficijenata ove letjelice utjecaj trup na moment propinjanja kao i moment skretanja nije zanemaren. Tablica 3.9. prikazuje aerodinamičke koeficijente trupa koji nisu zanemareni.

**Tablica 3.9. Aerodinamički koeficijenti trupa**

Koeficijent momenta propinjanja trupa	$C_{m\alpha} = 0,1377$
Koeficijent momenta skretanja trupa	$C_{n\beta} = -0,0179$

### **3.4. Ukupni aerodinamički koeficijenti letjelice**

Konačan oblik aerodinamičkih koeficijenata je zbroj utjecaja svih komponenti letjelice koje su u dodiru sa zrakom. Konačan oblik aerodinamičkog modela zrakoplova je prikazan u tablici 3.10. te će se u daljnjem proračunu koristiti upravo ti podaci. Za stabilnost letjelice uz aerodinamiku znatan utjecaj ima i pogon. Utjecaj pogona je obrađen u idućem poglavlju.

**Tablica 3.10. Aerodinamički koeficijenti letjelice**

	Uzdužni koeficijenti
Nulti otpor	$CD_0 = 0,0152$
Koeficijent induciranog otpora	$K = 0,0272$
Nulti član uzgona	$CN_0 = 0,4133$
Gradijent uzgona po napadnom kutu	$CN_\alpha = 5,8503$
Gradijent uzgona po otklonu kormila visine	$CN_{\delta m} = 0,4359$
Gradijent zbog promjene napadnog kuta	$CN_{\dot{\alpha}} = -0,5083$
Gradijent zbog kutne brzine propinjanja $q$	$CN_q = -3,6982$
Nulti član momenta propinjanja	$Cm_0 = -0,0035$
Geadijant momenta propinjanja po napadnom kutu	$Cm_\alpha = -2,120$
Gradijent momenta propinjanja po otklonu kormila visine	$Cm_{\delta m} = -0,2635$
Gradijent momenta propinjanja zbog promjene napadnog kuta	$Cm_{\dot{\alpha}} = -2,2612$
Gradijent momenta propinjanja zbog kutne brzine propinjanja $q$	$Cm_q = -16,4502$
	Bočni koeficijenti
Gradijent bočne sile po kutu klizanja	$CY_\beta = -0,5921$
Gradijent bočne sile zbog otklona kormila pravca	$CY_{\delta n} = 0,1983$
Gradijent bočne sile zbog kutne brzine skretanja $r$	$CY_r = 0,1336$
Gradijent bočne sile zbog kutne brzine valjanja $p$	$CY_p = -0,0529$
Gradijent momenta skretanja po kutu klizanja	$Cn_\beta = 0,1861$

Gradijent momenta skretanja zbog otklona krilaca	$Cn_{\delta l} = -0,2560$
Gradijent momenta skretanja zbog otklona kormila pravca	$Cn_{\delta n} = -0,07$
Gradijent momenta skretanja zbog kutne brzine skretanja $r$	$Cn_r = -0,0472$
Gradijent momenta skretanja zbog kutne brzine valjanja $p$	$Cn_p = 0,0011$
Gradijent momenta valjanja po kutu klizanja	$Cl_{\beta} = -0,0577$
Gradijent momenta valjanja zbog otklona krilaca	$Cl_{\delta l} = 0,2246$
Gradijent momenta valjanja zbog otklona kormila pravca	$Cl_{\delta n} = 0,0326$
Gradijent momenta valjanja zbog kutne brzine skretanja $r$	$Cl_r = 0,8303$

Konačni aerodinamički model ima oblik

$$C_D = CD_0 + KC_L^2$$

$$C_Y = CY_{\beta} \cdot \beta + CY_{\delta n} \cdot \delta n + CY_r \cdot r^* + CY_p \cdot p^*$$

$$C_Z = C_N = CN_0 + CN_{\alpha} \cdot \alpha + CN_{\delta m} \cdot \delta m + CN_{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + CN_q \cdot q$$

$$C_l = Cl_{\beta} \cdot \beta + Cl_{\delta l} \cdot \delta l + Cl_{\delta n} \cdot \delta n + Cl_r \cdot r^*$$

$$C_m = Cm_0 + Cm_{\alpha} \cdot \alpha + Cm_{\delta m} \cdot \delta m + Cm_{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + Cm_q \cdot q$$

$$C_n = Cn_{\beta} \cdot \beta + Cn_{\delta l} \cdot \delta l + Cn_{\delta n} \cdot \delta n + Cn_r \cdot r^* + Cn_p \cdot p^*$$

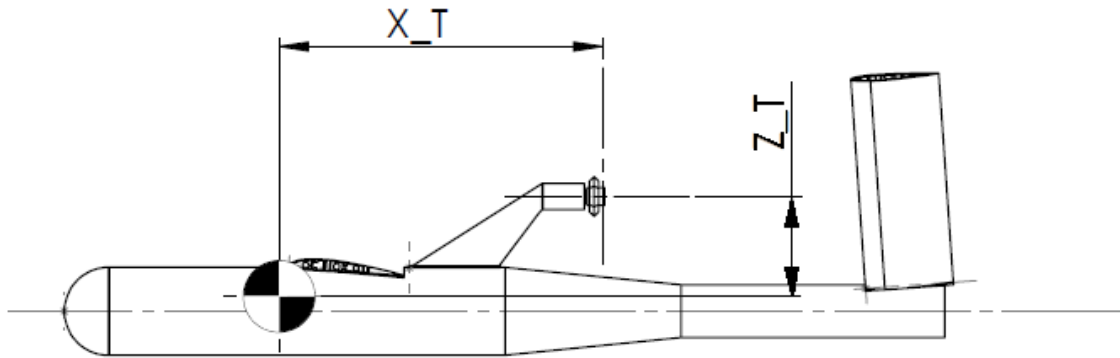
### 3.5. Utjecaj pogona

Motor i propeler letjelice su opisani u poglavlju 2.4. Analiza motora je napravljena unutar projekta z te motor zadovoljava sve zahtjeve za let. Letjelica leti u režimima ravnotežnog leta te ne zahtjeva nagle promjene snage tako da motor ne utječe na dinamiku leta. Utjecaj pogonske sile na ovu letjelicu je veći nego kod konvencionalne konfiguracije zbog položaja propelera izvan trupa. Položaj propelera je iznad trupa iz razloga sletanja na truh. Zbog povišenog položaja i potisnog propelera moment koji stvara propeler nije zanemariv. Os rotacije je paralelna s osi zrakoplova ali je postavljena iznad trupa. Propeleri koji pogone ovakav tip letjelica su posebno dizajnirani za male reynoldsove brojeve jer letjelice lete malim brzinama. Iako broj okretaja motora nadilazi broj okretaja većih propelera zbog malih dimenzija i male brzine leta Reynoldsov broj ostaje manji. Propeler koji je odabran da pogoni letjelicu je APC sport 8x10. Ovaj propeler je odabran zbog male mase i prihvatljivih performansi. Utjecaj pogona na dinamiku leta je proračunat prema literaturi [1] prikazan u nastavku.

#### *Proračun pogonske sile i momenta*

Pogonska sila propelera je u smjeru osi letjelice i gura letjelicu prema naprijed veličina pogonske sile  $T$  mora biti jednaka sili otpora ukoliko je let ravnotežan. Kod letjelica pogonjenih propelerom uz pogonsku silu javlja se i komponenta sile u ravnini diska. Veličina ove komponente može iznositi i do 30% potisne sile. Uzmemo li u obzir položaj propelera u

odnosu na težište moment ove sile može biti bitan za proračun stabilnosti. Slika 3.9. prikazuje položaj hvatišta sila na propeleru u odnosu na težište.



**Slika 3.9. Položaj hvatišta pogonskih sila u odnosu na težište**

Sila u ravnini elise  $F_{P\sigma} \cdot \sigma$  je proporcijonalna kutu između nadolazeće struje  $\sigma$  i osi rotacije. Dok se koeficijent proporcijonalnosti računa pomoću eksperimentalnih mjerenja za ovaj slučaj, u općem slučaju može se proračunati pomoću teorije vrtloga. Proračun pogonskih sila je izveden prema [2]. Koeficijent proporcijonalnosti se računa prema jednadžbi,

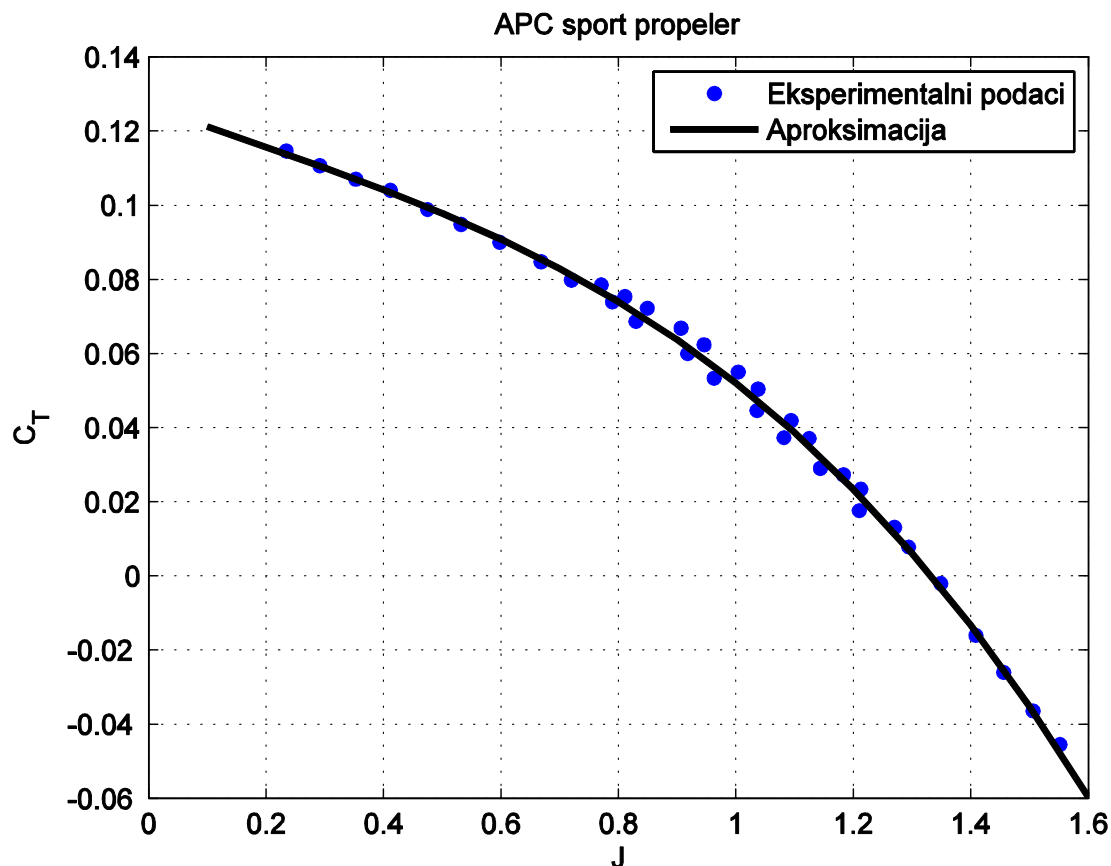
$$F_{P\sigma} = \frac{\rho V^2}{2} \cdot N_B \cdot S_P \cdot \frac{\delta C_{Nblade}}{\delta \alpha} \cdot f(T)$$

U gornjoj jednadžbi 3.1.  $N_B$  označava broj krakova propelera što je u ovom slučaju 2. Površina diska elise je označena s  $S_P$  dok su gradijent ploštice elise  $\frac{\delta C_{Nblade}}{\delta \alpha}$  i funkcija pogonske sile elise  $f(T)$  izvučeni iz dijagrama u [2] i na dijagramima je napravljena aproksimacija koja je rezultirala polinomima prikazani u nastavku. Gradijent ploštice elise  $\frac{\delta C_{Nblade}}{\delta \alpha}$  ovisi o funkciji napredovanja propelera kao i o vrsti propelera. Funkcija pogonske sile elise je funkcija vezana uz potisnu silu propelera, geometriju propelera i brzinu leta letjelice.

$$\frac{\delta C_{Nblade}}{\delta \alpha} = 0,0007378 \cdot J^3 - 0,009947 \cdot J^2 + 0,05132 \cdot J$$

$$f(T) = 0,04329 \cdot \left( \frac{T}{\rho \cdot V^2 \cdot D_P^2} \right)^3 - 0,2412 \cdot \left( \frac{T}{\rho \cdot V^2 \cdot D_P^2} \right)^2 + 0,7529 \cdot \left( \frac{T}{\rho \cdot V^2 \cdot D_P^2} \right) + 1,021$$

Zbog potrebe za jednadžbom koeficijenta potiska  $C_T$  podatke preuzete s [7] potrebno je aproksimirati rezultate tako da se dobije jednadžba s varijablom  $J$ .  $J$  je funkcija napredovanja propelera i ovisi o broju okretaja motora, dimenzije propelera i brzini leta. Krivulja polinoma je uspoređena s rezultatima ispitivanja nakon aproksimacije i prikazana je na slici 3.10.



Slika 3.10. Aproksimacija rezultata eksperimenta polinomom trećeg reda

Polinom koji opisuje promjenu koeficijenta potiska je prikazan u nastavku.

$$C_T = 0,0327 \cdot J^3 + 0,0155 \cdot J^2 - 0,0574 \cdot J + 0,1268$$

Jednadžba koraka napredovanja propelera i jednadžba potisne sile su definirane prema [2] i prikazane u nastavku.

$$J = \frac{V}{nD_p}$$

$$T = C_T \rho n^2 D_p^4$$

Aerodinamička brzina na ulazu u disk propelera ulaz pod napadnim kutom  $\alpha_p$  i kutom klizanja  $\beta_p$ . Os rotacije propelera može biti postavljena pod nekim postavnim kutom  $\alpha_T$  u odnosu na os letjelice. Pošto se u ovom slučaju radi o potisnom propeleru na ulaz u disk propelera može doći i povinuta struja pod kutom  $\varepsilon_p$  zbog geometrije letjelice. Konfiguracija letjelice je tako zamišljena da je propeler postavljen iznad letjelice pa savijanje struje možemo zanemariti. U režimima leta s velikim napadnim kutom propeler ulazi u zavjetrinu letjelice te mu se smanjuje iskoristivost te u takvim slučajevima ne bi mogli zanemariti savijanje struje, ali letjelice je zamišljena da leti u režimima ravnotežnog let s malim napadnim kutovima pa je

pretpostavka opravdana. Na kraju imamo da je kut struje na ulazu u propeler jednaka napadnom kutu letjelice,

$$\alpha_P = \alpha$$

Također ista pretpostavka vrijedi i za bočno savijanje struje pa je kut klizanja struje na ulazu u disk propelera jednak kutu klizanja letjelice.

$$\beta_P = \beta$$

Utjecaj pogona na let letjelice je preko sila i momenata koje generira elisa propelera. Sile u smjeru glavnih osi tromosti letjelice su:

$$F_X = T$$

$$F_Y = -F_{P\sigma} \cdot \beta_P$$

$$F_Z = -F_{P\sigma} \cdot \alpha_P$$

Momenti valjanja, propinjanja i skretanja koje uzrokuje propeler su prikazani u nastavku.

$$L_F = z_T \cdot F_{P\sigma} \cdot \beta_P$$

$$M_F = x_T \cdot F_{P\sigma} \cdot \alpha_P + z_T \cdot T$$

$$N_F = -x_T \cdot F_{P\sigma} \cdot \beta_P$$

Nakon što je proračunata cijela aerodinamika letjelice kao i utjecaj pogona u nastavku teksta slijedi izrada linearnog modela leta. Koji prati dva režima ravnotežnog leta koji su zanimljivi za analizu iz razloga što će letjelica letjeti u ta dva režima većinu vremena.

## 4. Analiza statičke stabilnost letjelice

Prilikom izvršavanja misije od letjelice se očekuje da će većinu vremena provoditi u ravnotežnom letu bez zahtjevnih manevara. Ravnotežni let podrazumijeva režim leta u kojem je suma svih momenata oko središta mase jednaka nuli. Ovim se osigurava da letjelica neće mijenjati orijentaciju oko niti jedne osi već će ostati u početnom stanju, bilo to da se rotira nekom kutnom brzinom ili da miruje. Ravnotežni let je stabilan kada se nakon nekog vanjskog poremećaja letjelica vrati u ravnotežni let. Postoje dvije stabilnosti ravnotežnog leta: uzdužna stabilnost i bočna stabilnost. Letjelica je uzdužno stabilna ako poremećaj napadnog kuta stvara promjenu momenta propinjanja koja nastoji poništiti taj poremećaj napadnog kuta.

### 4.1. Uzdužna statička stabilnost

Da bi letjelica bila uzdužno stabilna potrebno je da za svaki otklon kormila visine  $\delta_m$  postoji napadni kut  $\alpha_{rav}$  koji stvara moment oko središta mase koji poništava moment uzrokovan otklonom kormila visine. Jednadžba statičke ravnoteže leta je:

$$0 = M_0 + M_{\delta m} \delta_m + M_{\alpha} \alpha_{rav}$$

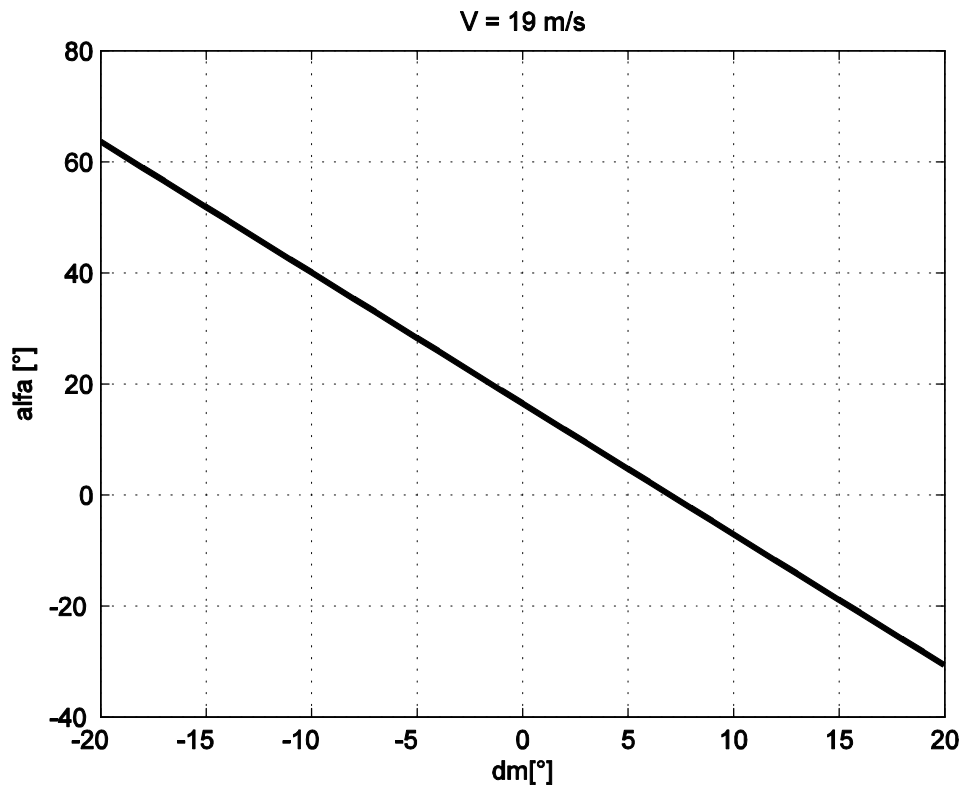
Kod letjelice s konfiguracijom nalik ovoj veliki utjecaj na momente oko središta mase imaju sile prouzrokovane pogonom. Zbog specifično postavljenog motora potisna sila i sila u ravnini elise su na velikom kraku pa stvaraju moment oko središta mase koji se ne može zanemariti. Na slici 4.1. prikazan je raspon ravnotežnih napadnih kutova u odnosu na otklone kormila visine za brzinu leta od 19 m/s. Zbog specifičnosti letjelice prikazane su i jednadžbe kojima se određuju iznosi momenata oko središta mase za uzdužno gibanje.

$$M_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 S c_A C_{m0} + T z_T$$

$$M_{\delta m} = \frac{1}{2} \rho V^2 S c_A C_{m\delta m}$$

$$M_{\alpha} = \frac{1}{2} \rho V^2 S c_A C_{m\alpha} + F_{p\sigma} x_T$$

Veličina  $T$  u gornjim jednadžbama predstavlja potisak propelera potreban da savlada otpore pri letu konstantnom brzinom.  $F_{p\sigma}$  predstavlja silu koju propeler stvara u ravnini diska propelera. Iznos sile  $F_{p\sigma}$  ovisi o napadnom kutu letjelice. Veličine  $z_T$  i  $x_T$  predstavljaju položaj hvatišta sila na propeleru u odnosu na težište letjelice.

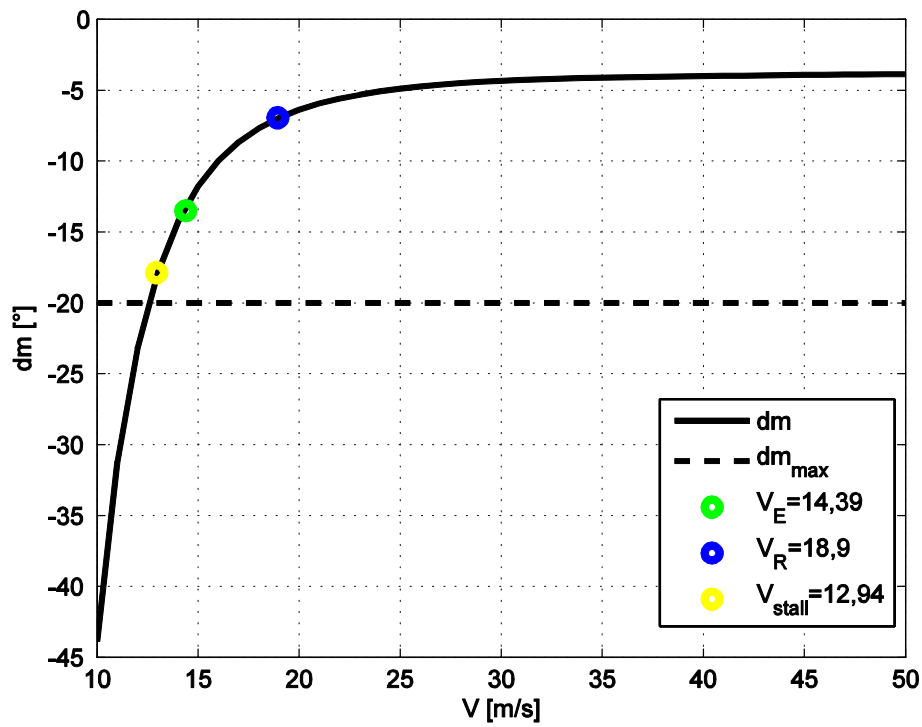


**Slika 4.1. Odnos ravnotežnog napadnog kuta i otklona kormila visine ( $V = 19\text{m/s}$ )**

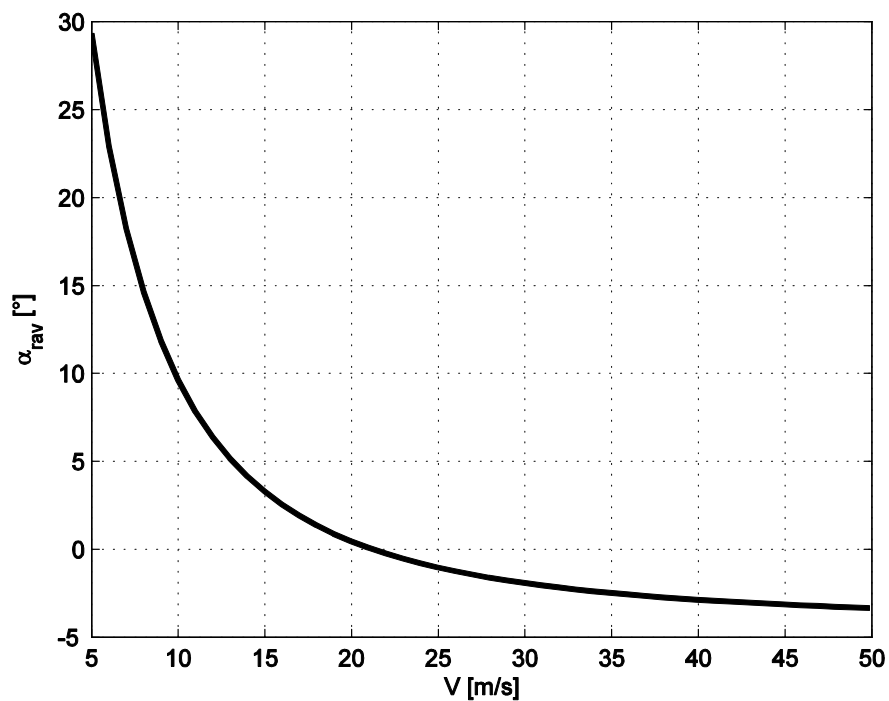
Kada se utvrdi da je letjelica statički stabilna zanimljivo je i provjeriti u kojem rasponu brzina letjelica može ostvariti horizontalni let a da se održi statička stabilnost. Ova analiza se izvodi tako da se za konstantni napadni kut mijenja brzina leta sve dok se ne postigne maksimalni mogući otklon kormila visine. Slika 4.2. prikazuje rezultate takve analize za ovu letjelicu. Vidimo da pri malim brzinama komponente sile od kormila visine ne mogu poništiti moment prouzrokovan momentom propinjanja letjelice. U ovom slučaju to ne predstavlja problem jer je brzina sloma uzgona manja od brzine koja je minimalna za uspostavljanje ravnotežnog leta. Vidimo da se otklon kormila visine asimptotski približava vrijednosti  $4^\circ$  kod većih brzina leta.

Još jedan zanimljiv parametar za stabilnost letjelice je položaj neutralne točke. Za konvencionalnu konfiguraciju letjelice položaj neutralne točke mora biti iza položaja težišta ako je letjelica statički stabilna. Ova tvrdnja proizlazi iz uvjeta da gradijent po napadnom kutu koji je zbroj komponente aerodinamike i pogona mora biti manji od 0.





Slika 4.2. Analiza promjene otklona kormila visina ovisnih o brzini leta za  $\alpha = 0^\circ$



Slika 4.3. Analiza promjene napadnog kuta ovisnog o brzini leta za horizontalni let

Tijekom analize statičke stabilnosti za ravnotežni napadni kut otklon kormila visine je konstantno otklonjen u negativnom smjeru. Promjenom položaja repa moguće je povećati utjecaj repa te smanjiti potrebu za tim dodatnim otklonom. Pomicanje repa u nazad ili povećanje površine repa eliminiralo bi taj problem. Još jedan faktor koji utječe na stabilnost je položaj motora odnosno položaj hvatišta pogonske sile u odnosu na težište. U ovom slučaju nestabilnost stvara sila u ravnini diska propelera koji ima veliki krak u odnosu na težište pa njenom eliminacijom ili premještanjem položaja propelera moguće je poboljšati stabilnost letjelice.

#### 4.2. Bočna statička stabilnost

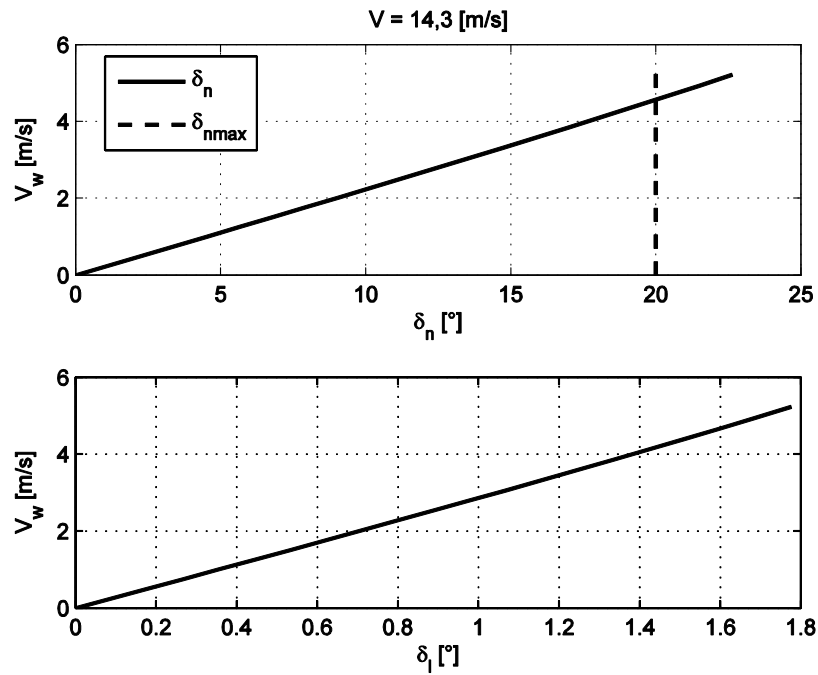
Za razliku od uzdužne statičke stabilnosti gdje je pozitivan moment propinjanja povećavao napadni kut, kod bočne stabilnosti pozitivan kut klizanja smanjuje kut klizanja. To znači da je u poprečnoj ravnini potrebno imati pozitivan moment skretanja da bi se letjelica okretala u vjetar što je čini statički stabilnom. Kod momenta skretanja uz aerodinamičke momente treba također pridodati momente uzrokovane pogonom. Uvjet bočne stabilnosti je da ukupni moment skretanja

$$N^A + N^F = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} b C_{N\beta} \beta - F_{P\sigma} (l_m - l_p) \beta > 0$$

Ispunjavanjem ovog uvjeta zrakoplov ostaje bočno stabilan. Zanimljivo je provesti analizu maksimalnog kuta skretanja pri određenoj brzini. Ovom se analizom može provjeriti koji je maksimalni kut klizanja za koji je još moguće održati stabilan let. U analizi je zanimljivije promatrati bočnu komponentu brzine koje je definirana kao.

$$V_W = V \tan(\beta)$$

Gdje je  $V$  brzina krstarenja a  $\beta$  kut klizanja[1]. Analiza je izvršena za brzinu  $V = 14,3 \text{ m/s}$ , dok se kut klizanja povećava. Mora se naglasiti da je maksimalni otklon kormila smjera jednak maksimalnom otklonu kormila visine jer su to iste upravljačke površine što je objašnjeno ranije u tekstu. Slika 4.4 prikazuje potreban otklon kormila smjera i krilaca za održavanje horizontalnog ravnotežnog leta pri promjeni kuta klizanja za konstantnu brzinu.



**Slika 4.4. Otklon krilaca i kormila smjera pri ravnotežnom letu ( $\beta \neq 0$ )**

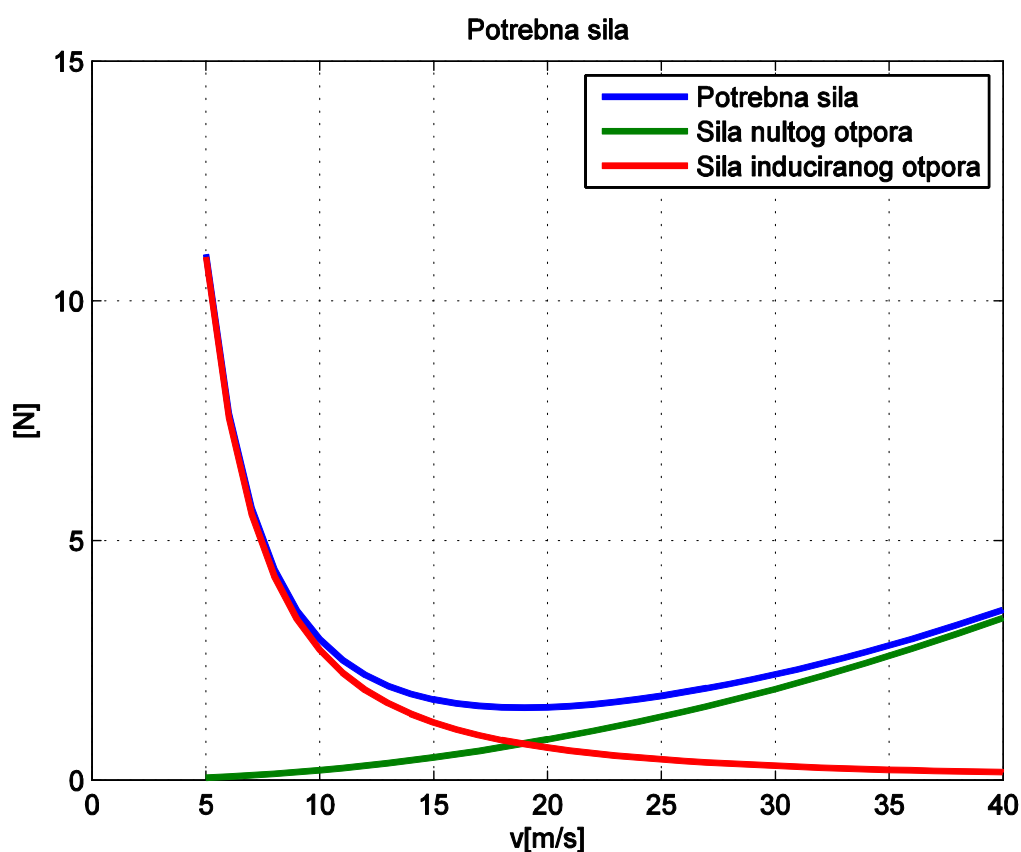
Iz dijagrama na slici 4.4 se zaključuje da je maksimalni kut klizanja za brzinu od 14,3 m/s pri kojem letjelica još može letjeti u ravnotežom horizontalnom letu jednak  $\beta = 18^\circ$ . Ta vrijednost odgovara komponenti bočnog vjetra od  $V_w = 4,7 \text{ m/s}$ . Zaključak je da pri nižim brzinama letjelica neće moći zadržati zadanu trajektoriju ako brzina bočnog vjetra prijeđe brzinu od 4,7 m/s za režim leta koji zahtjeva ovu brzinu. Slikom 4.4 se pokazuje da je letjelica bočno stabilna u uvjetima kada je bočni vjetar manji od vrijednosti 4,7 m/s.

## 5. Analiza horizontalnog leta letjelice

Namjena za koju je letjelica izrađena je nadgledanje i traganje, ove dvije misije podrazumjevaju horizontalan let tijekom većeg dijela leta. Iz tog razloga važno je provjeriti sve parametre koji su vezani za ovaj režim leta. Kao što je naglašeno u tekstu od posebnog značaja su dva režima leta: maksimalni dolet i maksimalno trajanje leta. Oba režima leta se svode na pronalaženje optimalnog stava letjelice omjera napadnog kuta i otklona kormila visine. Osim maksimalnog doleta i trajanja leta u ovom odjeljku će mo analizirati potrebnu silu i snagu letjelice za različite brzine leta. Tim se želi provjeriti dali je letjelica u stanju letjeti pri većim brzinama ako dođe do ekstremnih situacija. Stoga će se najprije odrediti potrebna sila i potrebna snaga koju motor treba osigurati za određenu brzinu leta.

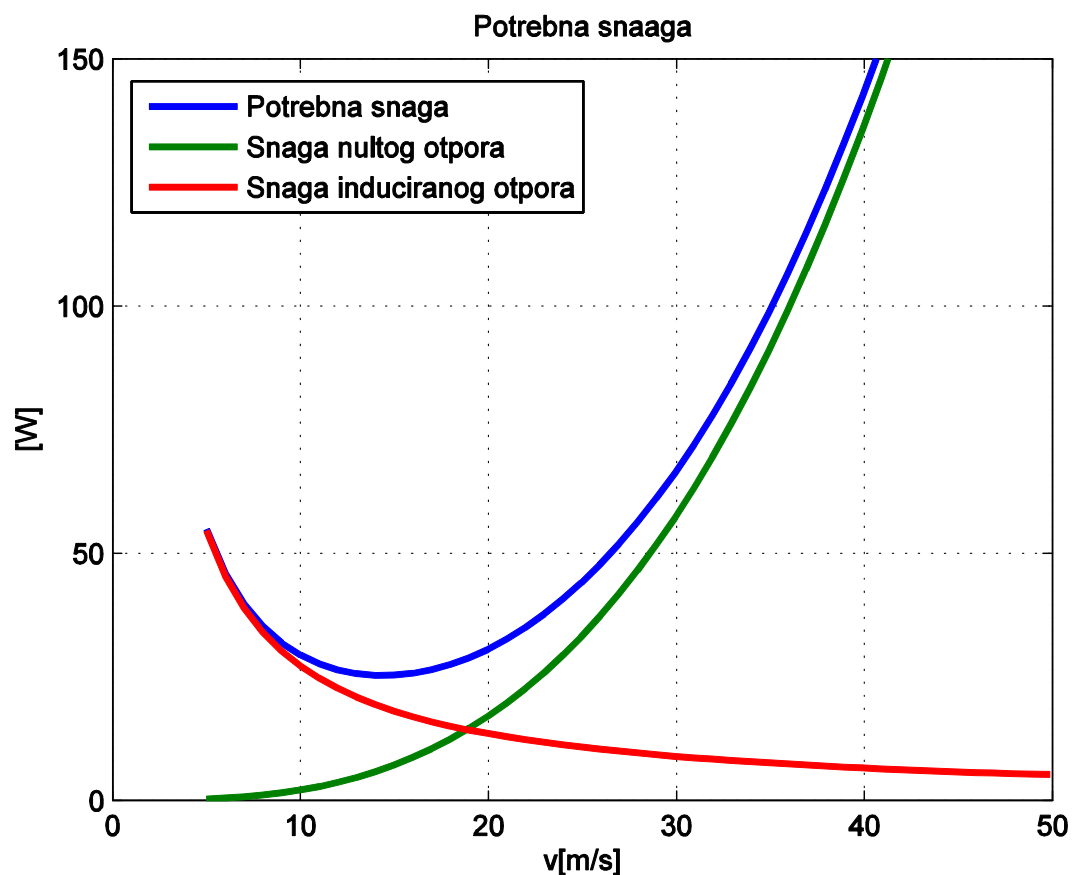
### 5.1. Potrebna sila i snaga letjelice

Sila koju potiska koju propeler mora ostvariti pri stacionarnom letu je jednaka sili otpora letjelice. Sila otpora uključuje silu trenja kao i inducirani otpor koji je nusprodukt stvaranja uzgona. Dijagram na slici 5.1 prikazuje potrebnu silu za savladavanje sile otpora u horizontalnom letu.



Slika 5.1. Potrebna sila u horizontalnom letu

Znamo da je prilikom manjih brzina potrebno stvoriti uzgon povećanjem napadnog kuta. Povećanje napadnog kuta povećava silu uzgona koja je proporcijonalna napadnom kutu što dovodi do stvaranja većeg induciranog otpora što je prikazano crvenom linijom na slici 5.1. Dok otpor trenja ovisi o brzini povećanjem brzine povećava se i otpor trenja što je na slici 5.1 prikazano zelenom linijom. Zbroj ovih sila otpora diktira iznos potrebne sile za stacionarni horizontalni let. Maksimalna potrebna sila se pojavljuje kada je ispunjen uvjet da je inducirani otpor jednak otporu pri nultom uzgonu. Parametar potrebne snage je zanimljiviji jer znamo kolika je snaga motora kojom raspolažemo. Potrebna snaga je umnožak brzine leta i potrebne sile. Kao i za silu potrebnu snagu možemo prikazati kao zbroj snaga induciranog i nultog otpora.



Slika 5.2. Potrebna snaga u horizontalnom letu

Nakon analize potrebne sile i snage slijedi analiza dvaju režima leta u kojima će letjelica boraviti najduže vrijeme.

## 5.2. Procjena doleta letjelice i trajanja leta

Za razliku od letjelica pogonjenih motorima s unutarnjim sagorjevanjem ova letjelica je pogonjena elektro motorom što otežava procjenu doleta i trajanja leta zrakoplova. Kod motora s unutarnjim sagorjevanjem postoji veza između snage broja okretaja i potrošnje koje su prikazane u mnogim literaturama, dok je kod elektro motora ta procjena malo složenija. Procjenu trajanja leta i doleta letjelice će biti izvršena prema [8]. U ovom radu je prikazan postupak procjene trajanja leta i doleta zrakoplova. Za oba režima leta je potrebno odrediti potrebnu snagu za let što je napravljeno u predhodnom odlomku. U nastavku je ispisana jednadžba potrebne snage

$$P_{req} = \frac{1}{2} \rho V^3 S_{ref} C_{D0} + \frac{2W^2 k}{\rho V S_{ref}}$$

Što odgovara jednadžbi za potrebnu snagu horizontalnog leta. Ovo je snaga koju letjelica mora imati ako leti horizontalno brzinom  $V$ . Snaga dolazi iz elektro motora koji osim savladavanja otpora letjelice mora i savladati sve gubitke pretvorbe energije, prijenosa i propelera koji su karakteristika pogonske grupe. Naravno snagu za rad motora osiguravaju baterije. Peukertova jednadžba koja govori o vremenu koji baterija može opskrbljivati potrošača je

$$t = \frac{C}{i^n}$$

Gdje je  $t$  vrijeme u satima,  $i$  je struja potrebna potrošaču u amperima i  $C$  je kapacitet baterija u amper satima. Parametar pražnjenja  $n$  ovisi o vrsti baterije i temperaturi okoline baterije. Parametar  $n$  varira prilikom starenja baterije. Problem koji se javlja kod ove jednadžbe je što se može primjeniti isključivo za struju pd 1 ampera. Nadogradnja gornje jednadžbe je

$$t = \frac{Rt}{i^n} \left( \frac{C}{Rt} \right)^n$$

U gornjoj jednadžbi  $Rt$  je parametar izražen u satima koji odgovara vremenu koje je potrebno da se utvrdi koliki je kapacitet baterija. Najčešće iznosi 1 sat za prijenosne baterije. Snaga baterija je izražena kao

$$P_B = V \cdot i$$

U ovoj jednadžbi  $V$  je napon baterije izražen u voltima. Proširenjem gornje jednadžbe s jednadžbom () slijedi.

$$P_B = V \frac{C}{Rt} \left( \frac{Rt}{t} \right)^{1/n}$$

Pošto motor mora savladati sve otpore i gubitke on crpi snagu iz baterije tako da se snaga baterija umanjuje za otpore što nakon uvrštavanja u jednadžbu () slijedi

$$\left(\frac{Rt}{t}\right)^{1/n} \frac{C}{Rt} = \frac{1}{\eta_{tot}V} \left[ \frac{1}{2} \rho V^3 S_{ref} C_{D0} + \frac{2W^2k}{\rho V S_{ref}} \right]$$

Množenjem jednadžbe za snagu baterija s vremenom slijedi izraz za trajanje pražnjenja baterije

$$E = t = Rt^{1-n} \left[ \frac{\eta_{tot}V \cdot C}{\frac{1}{2} \rho V^3 S_{ref} C_{D0} + \frac{2W^2k}{\rho V S_{ref}}} \right]^n$$

Ovom jednadžbom se može računati trajanje leta električno pogonjene letjelice. Iz [1] znamo da je uvjet za maksimalno trajanje leta

$$C_{D0} = K C_l^2$$

Dok je uvjet za maksimalni dolet zrakoplova jednak

$$C_{D0} = K C_l^2$$

Nakon uvrštavanja gornjih jednadžbi u jednadžbu za brzinu pri horizontalnom letu slijede jednadžbe za brzinu leta kojim letjelica mora letjeti da ispuni uvjete maksimalnog doleta i trajanja leta.

$$V_{Emax} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D0}}}}$$

$$V_{Rmax} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}}$$

Nakon proračuna brzina optimalnih za režime leta maksimalnog doleta i trajanja leta dobiveni iznosi se uvrštavaju u jednadžbu za trajanje leta. Prilikom proračunavanja maksimalnog doleta potrebno je jednadžbu za trajanje leta pomnožiti s brzinom leta. Nakon uvrštavanja brzine maksimalnog doleta u jednadžbu za potrebnu snagu slijedi jednadžba za proračun maksimalnog doleta.

$$E_{max} = Rt^{1-n} \left( \frac{\eta_{tot}V \times C}{\left(\frac{2}{\sqrt{\rho S_{ref}}}\right) C_{D0}^{\frac{1}{4}} \left(2W \sqrt{\frac{K}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}} \right)^n$$

Jednadžba za maksimalno trajanje leta je izražena u satima, ovom jednadžbom se računa maksimalno trajanje leta za zrakoplov s električnim pogonom koji leti u režimu leta maksimalnog trajanja leta. Jednadžba za maksimalan dolet letjelice je

$$R_{max} = Rt^{1-n} \left( \frac{\eta_{tot} V \times C}{\left( \frac{2}{\sqrt{\rho S_{ref}}} \right) C_{D0}^{\frac{1}{4}} (2W\sqrt{K})^{\frac{3}{2}}} \right)^n \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref}}} \sqrt{\frac{k}{C_{D0}}} \cdot 3,6$$

Gornjom jednadžbom se računa maksimalan dolet letjelice s električnim pogonom rezultat je izražen u kilometrima. Nakon proračuna brzine maksimalnog doleta proračunava se napadni kut i otklon kormila visine. Nakon utvrđivanja režima leta u kojima će letjelica provoditi najveći dio misije slijedi proračun dinamičke stabilnosti. Proračun dinamičke stabilnosti se vrši preko linearnog modela letjelice opisanog u nastavku. Tablica 4.1. prikazuje napadne kuteve i brzine za režime leta maksimalnog trajanja i maksimalnog doleta.

**Tablica 5.1. Veličine vezane za režime leta ( $E_{max}$  i  $R_{max}$ )**

	Prijeđena udaljenost [km]	Trajanje leta [h]	Brzina leta [m/s]	Napadni kut [°]	Brzina sloma uzgona [m/s]
Dolet letjelice	303	4,4	18,93	3,52	12,9
Trajanje leta	272	5,2	14,4	8,9	



## 6. Linearni model letjelice

Matematički model letjelice se zasniva na opisivanju gibanja središta mase letjelice i gibanja letjelice oko središta mase. Letjelica ima šest stupnjeva slobode gibanja, a upravljanje se vrši pomoću promjene odnosa između masenih i aerodinamičkih sila. Ovakav model se naziva 6DOF sustav sa šest stupnjeva slobode gibanja. Ovakav model gibanja najbolje opisuje sve režime leta i koristi se u detaljnoj analizi dinamike letjelice. Letjelica za nadzor i spašavanje većinu leta provodi u ravnotežnom letu ili u prijelazu iz jednog u drugi ravnotežni let. Ovakav režim leta omogućuje da letjelicu analiziramo sa jednostavnijim modelom leta taj model leta se naziva linearni model leta. Kod linearnog modela leta analiza počinje s pretpostavkom referentnog gibanja. Referentno gibanje je ravnotežni let pri nekom otklonu kormila visine kojim se osigurava da suma momenata za ravnotežni napadni kut bude jednaka nuli. Nakon određivanja referentnog stanja potrebno je definirati jednadžbe poremećaja koje definiraju odziv letjelice na promjenu uvjeta u ravnotežnom letu. U ovom radu je korišten 6DOF model preuzet iz [1] te je naknadno dorađen zbog nekonvencionalno postavljenog motora. Jednadžbe poremećaja letjelice su prikazane u nastavku.

$$\begin{aligned}\Delta \dot{u} &= \left( X_u^0 - \frac{T^0 \cos \alpha_T}{mu} \right) \Delta u + X_\alpha^0 \Delta \alpha - g \cos \vartheta^0 \Delta \vartheta \\ \Delta \dot{\beta} &= \frac{Y_\beta^0}{u^0} \Delta \beta + \frac{Y_p^0}{u^0} \Delta p + \left( -1 + \frac{Y_r^0}{u^0} \right) \Delta r + \frac{g \cos \vartheta^0}{u^0} \Delta \phi + \frac{Y_{\delta_n}^0}{u^0} \Delta \delta_n \\ \Delta \dot{\alpha} &= \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{mu}}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta u + \frac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \alpha + \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta q - \frac{g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \vartheta + \frac{Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \delta_m \\ \Delta \dot{p} &= L_\beta^0 \Delta \beta + L_p^0 \Delta p + L_r^0 \Delta r + L_{\delta_l}^0 \Delta \delta_l + L_{\delta_n}^0 \Delta \delta_n \\ \Delta \dot{q} &= M_\alpha^0 \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{mu}}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta u + \left( M_\alpha^0 \frac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \right) \Delta \alpha + \left( M_q^0 + M_\alpha^0 \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \right) \Delta q \\ &\quad - \frac{M_\alpha^0 g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \vartheta + \left( M_{\delta_m}^0 + \frac{M_\alpha^0 Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \right) \Delta \delta_m \\ \Delta \dot{r} &= N_\beta^0 \Delta \beta + N_p^0 \Delta p + N_r^0 \Delta r + N_{\delta_l}^0 \Delta \delta_l + N_{\delta_n}^0 \Delta \delta_n \\ \Delta \dot{\phi} &= \Delta p + \tan \theta^0 \Delta r \\ \Delta \dot{\vartheta} &= \Delta q \\ \Delta \dot{\psi} &= \frac{\Delta r}{\cos \vartheta^0}\end{aligned}$$

Ovih devet jednadžbi prikazuju jednadžbe poremećaja linearnog modela letjelice. Devet parametara poremećaja se mogu zapisati kao vektor poremećaja s devet komponenti.

Sve komponente su funkcija vremena i tri upravljačka otklona  $\Delta\delta_l$ ,  $\Delta\delta_m$  i  $\Delta\delta_n$ . Koefficienti uz parametre poznate su konstante izračunate za referentno stanje.

$$\Delta X = [\Delta u \ \Delta\beta \ \Delta\alpha \ \Delta p \ \Delta q \ \Delta r \ \Delta\phi \ \Delta\vartheta \ \Delta\psi]'$$

Jednadžbe koefficienta koji se množe s komponentama vektora poremećaja su.

$$X_u^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial u} = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{m} C_X^0$$

$$X_\alpha^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \alpha} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref}}{m} C_{X\alpha}^0$$

$$Y_\beta^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \beta} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref}}{2m} C_{Y\beta}^0$$

$$Y_p^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial p} = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{2m} C_{Yp}^0$$

$$Y_r^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{2m} C_{Yr}^0$$

$$Y_{\delta_n}^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \delta_n} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref}}{2m} C_{Y\delta_n}^0$$

$$Z_u^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial u} = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{m} C_Z^0$$

$$Z_\alpha^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \alpha} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref}}{2m} C_{Z\alpha}^0 + F_{P\sigma}$$

$$Z_{\dot{\alpha}}^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_a}{2m} C_{Z\dot{\alpha}}^0$$

$$Z_q^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial q} = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_a}{2m} C_{Zq}^0$$

$$Z_{\delta_m}^0 = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \delta_m} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref}}{2m} C_{Z\delta_m}^0$$

$$L_\beta^0 = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{\rho V^{0^2} S_{ref} b}{2I_x} C_{l\beta}^0 + F_{P\sigma} \cdot Z_T$$

$$L_p^0 = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\rho V^0 S_{ref} b^2}{2I_x} C_{lp}^0$$

$$L_r^0 = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial r} = \frac{\rho V^0 S_{ref} b^2}{2I_x} C_{lr}^0$$

$$L_{\delta_n}^0 = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial \delta_n} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} b}{2I_x} C_{l\delta_n}^0$$

$$L_{\delta_l}^0 = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial \delta_l} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} b}{2I_x} C_{l\delta_l}^0$$

$$M_{\alpha}^0 = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} c_a}{2I_y} C_{m\alpha}^0 + F_{P\sigma} \cdot x_T$$

$$M_{\dot{\alpha}}^0 = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_a^2}{2I_y} C_{m\dot{\alpha}}^0$$

$$M_q^0 = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial q} = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_a^2}{2I_y} C_{mq}^0$$

$$M_{\delta_m}^2 = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial \delta_m} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} c_a}{2I_y} C_{m\delta_m}^0$$

$$N_{\beta}^2 = \frac{1}{I_z} \frac{\partial N}{\partial \beta} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} b}{2I_z} C_{m\beta}^0 + F_{P\sigma} \cdot x_T$$

$$N_p^0 = \frac{1}{I_z} \frac{\partial N}{\partial p} = \frac{\rho V^0 S_{ref} b^2}{2I_z} C_{mp}^0$$

$$N_r^0 = \frac{1}{I_z} \frac{\partial N}{\partial r} = \frac{\rho V^0 S_{ref} b^2}{2I_z} C_{mr}^0$$

$$N_{\delta_n}^0 = \frac{1}{I_z} \frac{\partial N}{\partial \delta_n} = \frac{\rho V^{02} S_{ref} b}{2I_z} C_{m\delta_n}^0$$

Prilikom proračuna koeficijenata uz aerodinamičke sile pridodane su i sile od pogona. Zbog ne konvencionalnog položaja motora sile uzrokovane propelerom moraju se uzeti u obzir prilikom računanja dinamičke stabilnosti letjelice.

## 6.1. Jednadžbe gibanja u prostoru stanja

Linearizirane jednadžbe 6DOF modela leta za uzdužno i bočno gibanje mogu se zapisati u prostoru stanja što je za numeričku analizu vrlo pogodno. Kako se ove jednadžbe često koriste za sintezu i analizu sustava upravljanja na zrakoplovima, u interesu je izravno primjeniti alate teorije upravljanja više-varijabilnim sustavima. Za slučaj malih poremećaja oko referentnog stanja linearizirane jednadžbe gibanja zrakoplova predstavljaju klasični primjer linearnog sustava više varijabli s konstantnim koeficijentima (vremenski neovisnim, eng. Linear time invariant system LTI system). Gibanje, odnosno stanje, bilo kakvog linearnog dinamičkog sustava može se opisati minimalnim brojem varijabli koje nazivamo vektor stanja  $\mathbf{x}$ . Pri tome broj elemenata vektora stanja  $n$  potreban za cjeloviti opis gibanja sustava ovisi o broju stupnjeva slobode gibanja sustava. Time bi sustav bio opisan u više-dimenzionalnom prostoru, prostoru stanja

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t).$$

U općem opisu prostora stanja potrebno je dodati još jednu jednadžbu kojom se definiraju izlazi sustava, vektor izlaza  $\mathbf{y}(t)$ . Jednadžba izlaza je

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t).$$

Za opisivanje sustava sa  $n$  elemenata vektora stanja  $\mathbf{x}$ ,  $m$  elemenata vektora upravljanja  $\mathbf{u}$  te  $r$  izlaza matrice  $\mathbf{y}$  matrica  $\mathbf{A}$  ima dimenziju  $n \times n$ , matrica  $\mathbf{B}$  ima dimenziju  $n \times m$ . Dok matrica  $\mathbf{C}$  ima dimenziju  $r \times n$  a matrica  $\mathbf{D}$   $r \times m$ . Za većinu problema primjena sustava gibanja zrakoplova za izlaz se definira vektor stanja, odnosno  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$  što znači da je matrica  $\mathbf{C}$  dimenzija  $n \times n$  te je također jedinična matrica  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$  te matrica  $\mathbf{D}$  je nul matrica.

## 6.2. Model uzdužnog gibanja

Model gibanja letjelice se može razdvojiti na dva dijela: uzdužni model gibanja i bočni model gibanja. Razdvajanje ovog modela se opravdava time što zrakoplov u horizontalnoj ravnini upravlja svojim letom pomoću otklona kormila visine. Otklon kormila visine ne utječe na bočno gibanje letjelice te se gibanje u horizontalnoj ravnini može promatrati zasebno. Elementi vektora stanja koji opisuju gibanje letjelice u horizontalnom letu su:  $\Delta u, \Delta \alpha, \Delta \vartheta, \Delta q$ . Dok se upravljanje vrši pomoću otklona kormila visine  $\Delta \delta_m$ . Jednadžbe gibanja u horizontalnoj ravnini su.

$$\Delta \dot{u} = \left( X_u^0 - \frac{T^0 \cos \alpha_T}{m u} \right) \Delta u + X_\alpha^0 \Delta \alpha - g \cos \vartheta^0 \Delta \vartheta$$

$$\Delta \dot{\alpha} = \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{m u}}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta u + \frac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \alpha + \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta q - \frac{g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \vartheta + \frac{Z_{\delta m}^0}{u^0 - Z_\alpha^0} \Delta \delta_m$$

$$\Delta \dot{q} = M_{\dot{\alpha}}^0 \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{mu^0}}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \Delta u + \left( M_{\alpha}^0 \frac{Z_{\alpha}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \right) \Delta \alpha + \left( M_q^0 + M_{\dot{\alpha}}^0 \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \right) \Delta q$$

$$- \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \Delta \vartheta + \left( M_{\delta_m^0} + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \right) \Delta \delta_m$$

$$\Delta \dot{\vartheta} = \Delta q$$

Mali poremećaji skretanja ili valjanja ne utječu na jednadžbe uzdužnog gibanja. Ove jednadžbe su linearne jednadžbe s konstantnim koeficijentima te ih možemo zapisati u prostoru stanja kao,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\Delta\mathbf{e}(t).$$

Koeficijenti unutar matrica  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  se računaju za referentna stanja. Prilikom proračuna referentnih stanja letjelice za nadzor i spašavanje referentna stanja su određena tako da se poklapaju sa režimima leta u kojima će letjelica provoditi najviše vremena, a to su režim leta za maksimalni dolet i maksimalno trajanje leta. Izbor modela ovisi o izboru misije. Općenito matrica  $\mathbf{A}$  ima oblik.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u^0 - \frac{T^0 \cos \alpha_T}{mu^0} & X_{\alpha}^0 & 0 & -g \cos \vartheta^0 \\ \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{mu^0}}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & \frac{Z_{\alpha}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & -\frac{g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ M_{\dot{\alpha}}^0 \frac{Z_u^0 - \frac{T^0 \sin \alpha_T}{mu^0}}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & M_{\dot{\alpha}}^0 + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 Z_{\alpha}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & M_q^0 + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 (u^0 + Z_q^0)}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & -\frac{M_{\dot{\alpha}}^0 g \sin \vartheta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

A matrica  $\mathbf{B}$  ima oblik

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ M_{\delta_m}^0 + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Za režim leta maksimalnog doleta brzina leta je brzina  $V_{Rmax} = 18.94 \text{ m/s}$  dok se let odvija na visini od  $100 \text{ m}$  nadmorske visine. Otkloni kormila visine i ravnotežni napadni kut su

$$\alpha_{Rmax} = 3.52^\circ$$

$$\delta_{mRmax} = -6.85^\circ$$

Potrebna pogonska sila  $T_{Rmax} = 1.78N$  dok je sila u ravnini diska rotacije  $F_{p\sigma} = 0.23 N$ . Nakon uvrštavanja svih vrijednosti koje odgovaraju režimu leta maksimalnog doleta matrica **A** uzdužnog gibanja glasi.

$$\mathbf{A}_{Rmax} = \begin{bmatrix} -0,0035 & 11,4083 & 0 & -9,7256 \\ -0,0604 & -4,0619 & 0,9792 & -0,0678 \\ 0,0383 & -2,0902 & -5,2390 & 0,0430 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrica **B** uzdužnog gibanja za otklon koramila visine  $\delta_{m_{Rmax}}$  je,

$$\mathbf{B}_{Rmax} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0302 \\ -10,5655 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nakon definiranja svih elemenata matrica **A** i **B** za referentni let potrebno je pronaći korijene sustava. Realne veličine korijena sustava govori o tome dali je letjelica stabilna ili nestabilna dok imaginari dio predstavlja frekvenciju moda pa razlikujemo kratko peridični mod uzdužnog gibanja koji ima visoku frekvenciju i dobro je prigušen dok je dugoperiodični mod slabije prigušen uz nižu frekvenciju. Korijeni sustava su

$$s_1 = -4,6039 + 1,3420i$$

$$s_2 = -4,6039 - 1,3420i$$

$$s_3 = -0,0483 + 0,3417i$$

$$s_4 = -0,0483 - 0,3417i$$

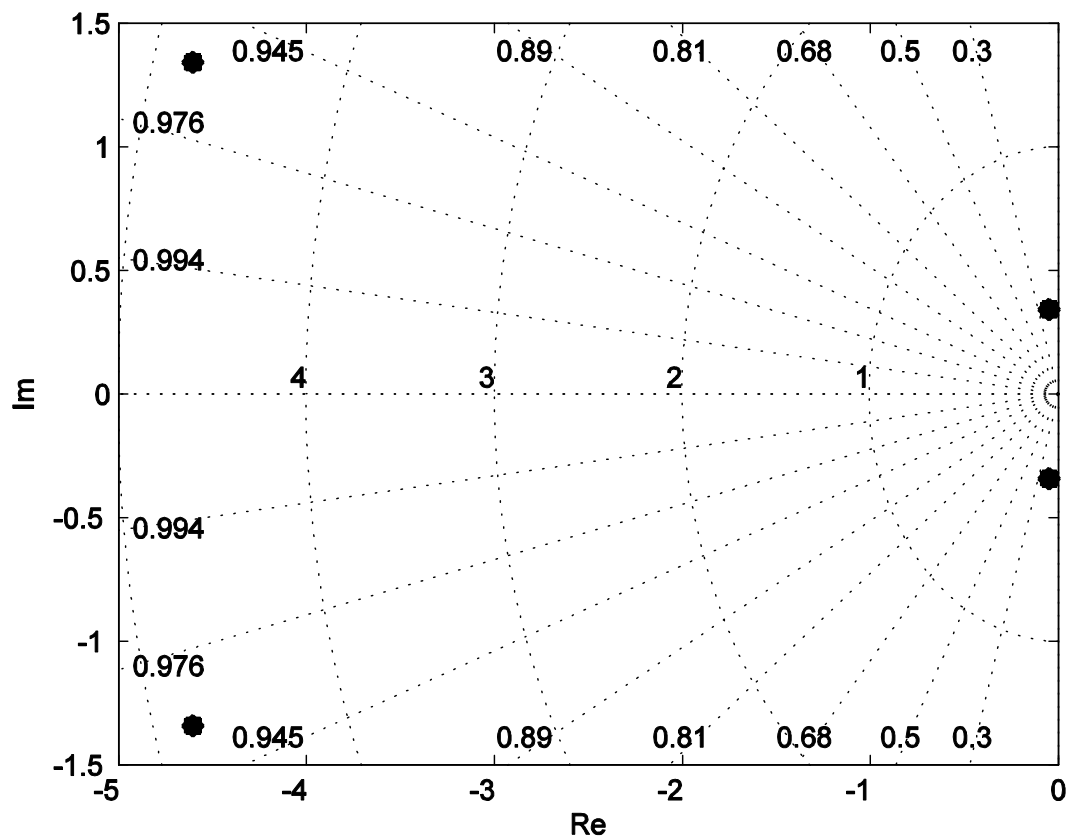
Korijeni sustava prikazani su dijagramom na slici 6.1. u nastavku prije toga će se odrediti prirodna frekvencija modova  $\omega_{Rmax}$  i njihovo prigušenje  $\zeta_{Rmax}$ .

$$\omega_{1Rmax} = 4,7955 \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{1Rmax} = 0,96$$

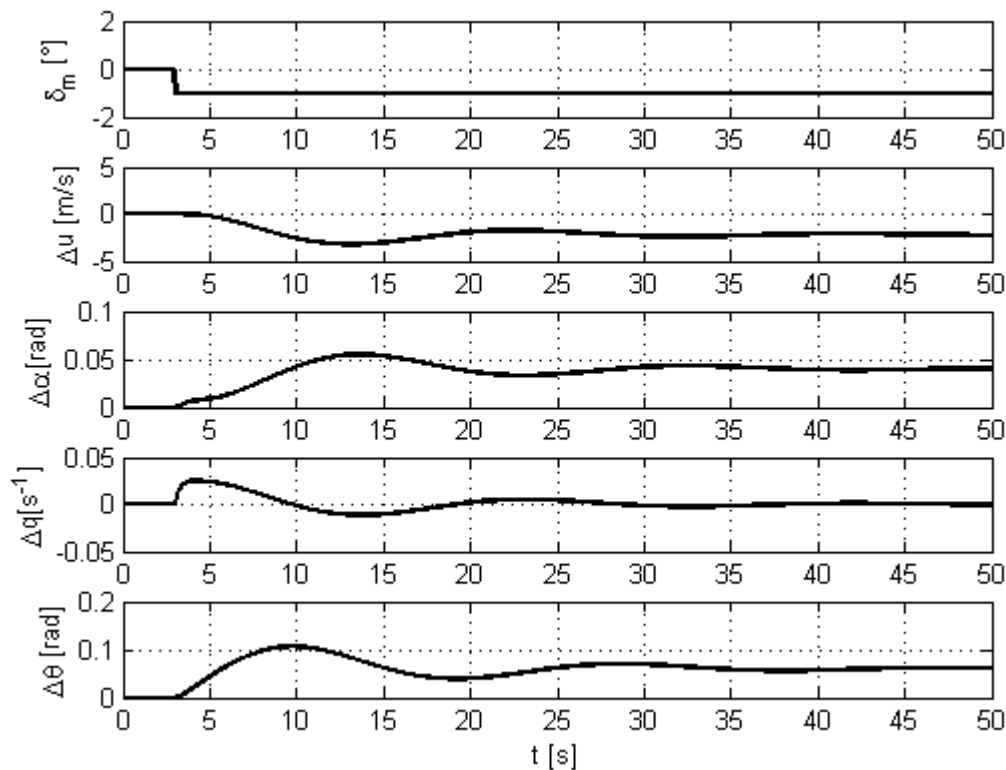
$$\omega_{2Rmax} = 0,3451 \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{2Rmax} = 0,14$$



Slika 6.1. Korijeni uzdužnog gibanja za maksimalni dolet

Sada je zanimljivo provjeriti odziv sustava na odskočnu funkciju. Ovim primjerom se želi pokazati kako će sustav djelovati prilikom unošenja poremećaja u ravnotežni let.



**Slika 6.2. Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila visine**

Nakon proračuna dinamičke stabilnosti i odziva sustava za referentno stanje koje odgovara stavu letjelice pri režimu leta maksimalnog doleta slijedi proračun uzdužne dinamičke stabilnosti i odziva letjelice pri režimu leta maksimalnog trajanja leta.

Za režim leta koji omogućava maksimalno trajanje leta brzina leta je  $V_{Emax} = 14,39 \text{ m/s}$ . Visina na kojoj se odvija let jednaka je visini za maksimalni dolet što je  $100 \text{ m}$  nadmorske visine. Otklon kormila visine i ravnotežni napadni kut su:

$$\alpha_{Emax} = 8,9^\circ$$

$$\delta_{mEmax} = -13,28^\circ$$

Potrebna pogonska sila  $T_{Emax} = 1.764 \text{ N}$  dok je sila u ravnini diska rotacije  $F_{P\sigma} = 0.22 \text{ N}$ . Nakon uvrštavanja svih vrijednosti koje odgovaraju režimu maksimalnog trajanja leta matrica **A** uzdužnog gibanja glasi.

$$A_{Emax} = \begin{bmatrix} -0,016 & 13,5612 & 0 & -9,5630 \\ -0,0607 & -3,1247 & 0,9792 & -0,1535 \\ 0,0262 & -1,0340 & -3,5597 & 0,0662 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Matrica  $\mathbf{B}$  uzdužnog gibanja za otklon koramila visine  $\delta_{m_{Emax}}$  je,

$$\mathbf{B}_{Emax} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0232 \\ -5,4559 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nakon definiranja matrica  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  slijedi proračun korijena matrice  $\mathbf{A}$  iz kojih možemo utvrditi dali je letjelica dinamički stabilna pri ovom režimu ili nije. Korijeni sustava jednadžbi su:

$$s_1 = -3,2699 + 1,0681i$$

$$s_2 = -3,2699 - 1,0681i$$

$$s_3 = -0,0803 + 0,3315i$$

$$s_4 = -0,0803 - 0,3315i$$

Iz rezultata vidimo da je letjelica dinamički stabilna i u ovom režimu leta. Grafički prikaz korijena se nalazi na slici 6.3. u nastavku. Osim korijena zanimljiv podatak je i vlastita frekvencija i prigušenje modova uzdužnog gibanja. Iznos vlastite frekvencije modova i njihova prigušenja prikazani su u nastavku.

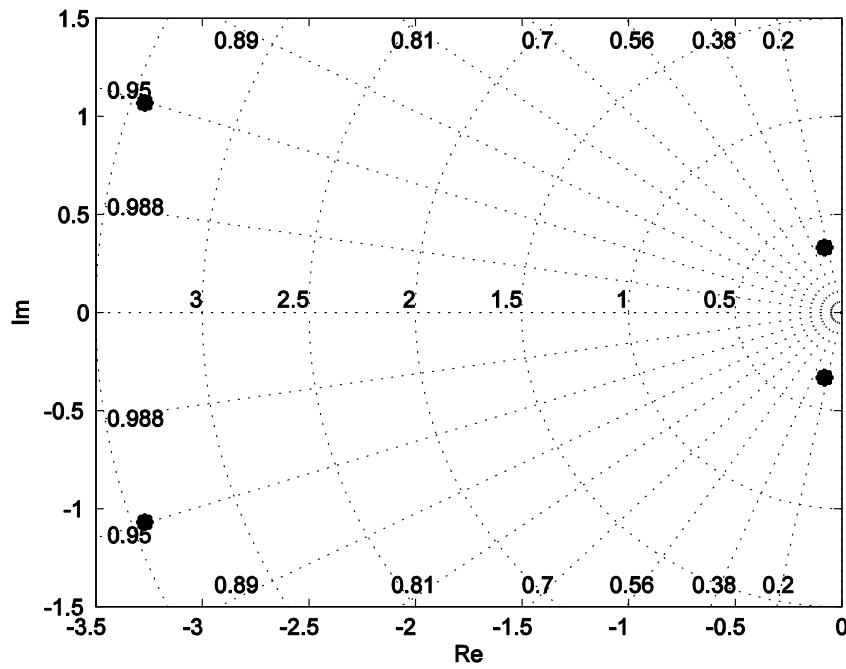
$$\omega_{1Emax} = 3,44 \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta_{1Emax} = 0,95$$

$$\omega_{2Emax} = 0,3411 \text{ s}^{-1}$$

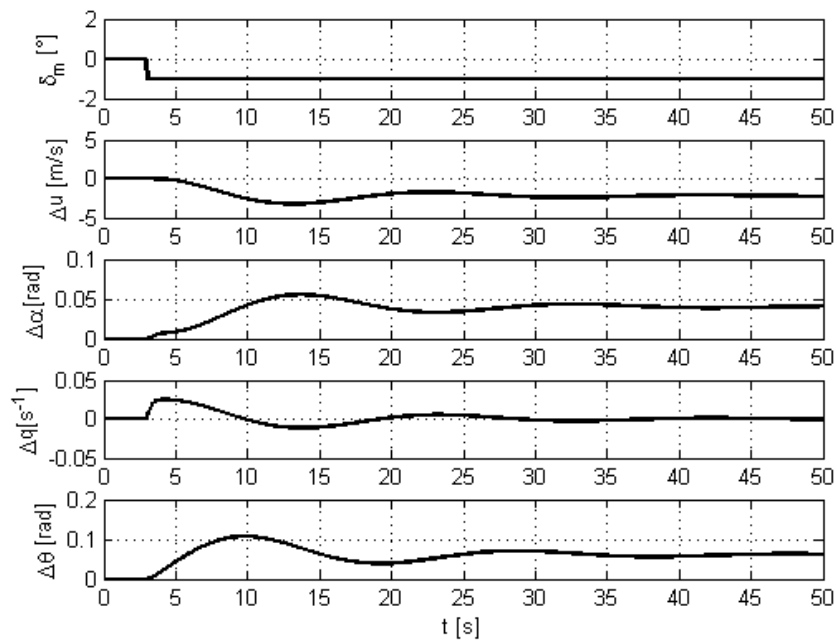
$$\zeta_{2Emax} = 0,235$$

Nakon analize uzdužnog gibanja još je potrebno dali je letjelica stabilna u bočnom gibanju. Bočno gibanje se za razliku od uzdužnog ne može rastaviti na gibanje kojim upravlja kormilo smjera i gibanje kojim upravljaju krilca jer su ova dva gibanja spregnuta te se računaju zajedno. Model bočnog gibanja je proračunat u slijedećem odjeljku.



Slika 6.3. Korijeni uzdužnog gibanja za maksimalno trajanje leta

Kao i za prvi slučaj provjerit će se odziv letjelice na odskočnu funkciju a rezultati analize prikazani su u dijagramu na slici 6.4.



Slika 6.4. Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila visine

### 6.3. Model bočnog gibanja

Proračun bočnog gibanja i njegove stabilnosti daje odgovor na pitanja dali će letjelica biti dinamički stabilna ukoliko na nju djeluje promjena komponente brzine u horizontalnoj ravni. Dali će se letjelica vratiti u stanje ravnoteže nakon djelovanja poremećaja bočnog vjetra. Opisivanje bočnog gibanja letjelice se izvodi pomoću pet jednadžbi koje su dio ukupnog dinamičkog modela letjelice. Kod bočnog gibanja moguće je proračunavati četiri jednadžbe koje su spregnute dok se peta jednadžba koja se odnosi na promjenu smjera leta može naknadno riješiti. Sustav jednadžbi bočnog gibanja je:

$$\Delta\dot{\beta} = \frac{Y_{\beta}^0}{u^0}\Delta\beta + \frac{Y_p^0}{u^0}\Delta p + \left(-1 + \frac{Y_r^0}{u^0}\right)\Delta r + \frac{g\cos\vartheta^0}{u^0}\Delta\phi + \frac{Y_{\delta n}^0}{u^0}\Delta\delta_n$$

$$\Delta\dot{p} = L_{\beta}^0\Delta\beta + L_p^0\Delta p + L_r^0\Delta r + L_{\delta l}^0\Delta\delta_l + L_{\delta n}^0\Delta\delta_n$$

$$\Delta\dot{r} = N_{\beta}^0\Delta\beta + N_p^0\Delta p + N_r^0\Delta r + N_{\delta l}^0\Delta\delta_l + N_{\delta n}^0\Delta\delta_n$$

$$\Delta\dot{\phi} = \Delta p + \tan\theta^0\Delta r$$

$$\Delta\dot{\psi} = \frac{\Delta r}{\cos\vartheta^0}$$

Kod bočnog gibanja upravljanje letjelicom je spregnuto pa matrica **B** ima dva reda dok matrica **A** ima iste dimenzije kao i matrica **A** modela uzdužnog gibanja. Jednadžba gibanja u prostoru stanja su jednake onima kod uzdužnog gibanja, te glase:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\Delta\mathbf{e}(t).$$

Elementi matrice **A** za bočno gibanje su:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\beta}^0}{u^0} & \frac{Y_p^0}{u^0} & \frac{Y_r^0}{u^0} - 1 & \frac{g\sin\vartheta^0}{u^0} \\ L_{\beta}^0 & L_p^0 & L_r^0 & 0 \\ N_{\beta}^0 & N_p^0 & N_r^0 & 0 \\ 0 & 1 & tg\vartheta^0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dok su elementi matrice **B**:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & B_{\delta n}^{\beta} \\ B_{\delta l}^p & B_{\delta n}^p \\ B_{\delta l}^r & B_{\delta n}^r \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Kod bočnog gibanja matrice **A** i **B** su također konstantne i određuju se za ista referentna stanja kao i kod uzdužnog gibanja.

Prilikom računanja elemenata iz matrica **A** i **B** također vrijede isti parametri za referentno stanje kao i kod uzdužnog gibanja uz to kut klizanja u referentnom gibanju je jednak nuli ( $\beta = 0$ ). Matrice **A** i **B** za režim leta maksimalnog doleta su.

$$A_{Rmax} = \begin{bmatrix} -0,4109 & -0,0033 & -0,9917 & 0,5146 \\ -60,7553 & -60,6651 & 78,4993 & 0 \\ 61,3335 & -0,0317 & -1,3952 & 0 \\ 0 & 1 & 0,132 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{Rmax} = \begin{bmatrix} 0 & 0,1376 \\ 236,56 & 34,345 \\ -84,28 & -23,07 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nakon određivanja veličina svih komponenti matrica **A** i **B** slijedi proračun korijena sustava jednadžbi koji su jednaki,

$$s_1 = -60,6517$$

$$s_2 = -1,2526 - 7,9398i$$

$$s_3 = -1,2526 + 7,9398i$$

$$s_4 = 0,6856$$

Grafički prikaz korijena sustava jednadžbi je prikazan na slici 6.5. Iz korijena možemo zaključiti da je letjelica dinamički nestabilna jer ima jedan pozitivan korijen. Pozitivna vrijednost korijena znači da letjelica nema tendenciju vraćanja u ravnotežni položaj nakon djelovanja poremećaja.

Prvi korijen odgovara aperiodičnom modu valjanja

$$\tau_v = 0,0114 \text{ s}$$

Konjugirano kompleksni korijeni se nazivaju Dutch mod koji se sastoji od skretanja i valjanja a njihova frekvencija i prigušenje je jednako:

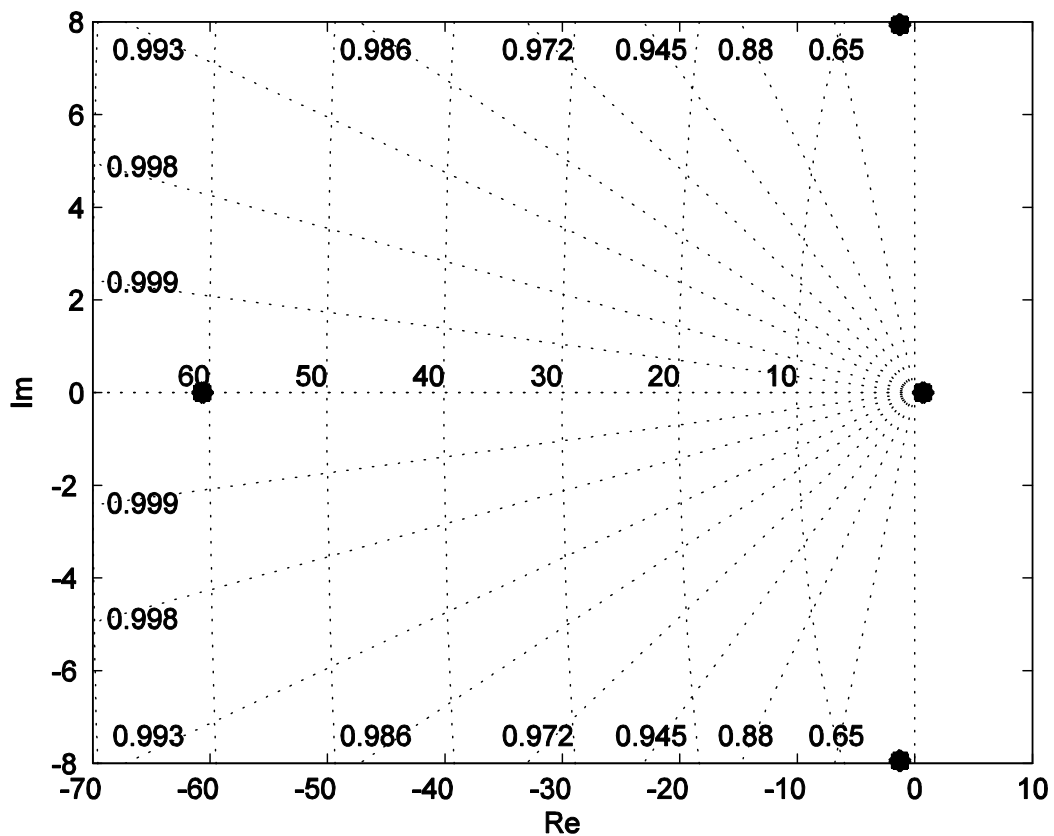
$$\omega = 8,038 \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta = 0,1558$$

Posljednji korijen odgovara spiralnom modu koji je nestabilan, a njegov period je jednak

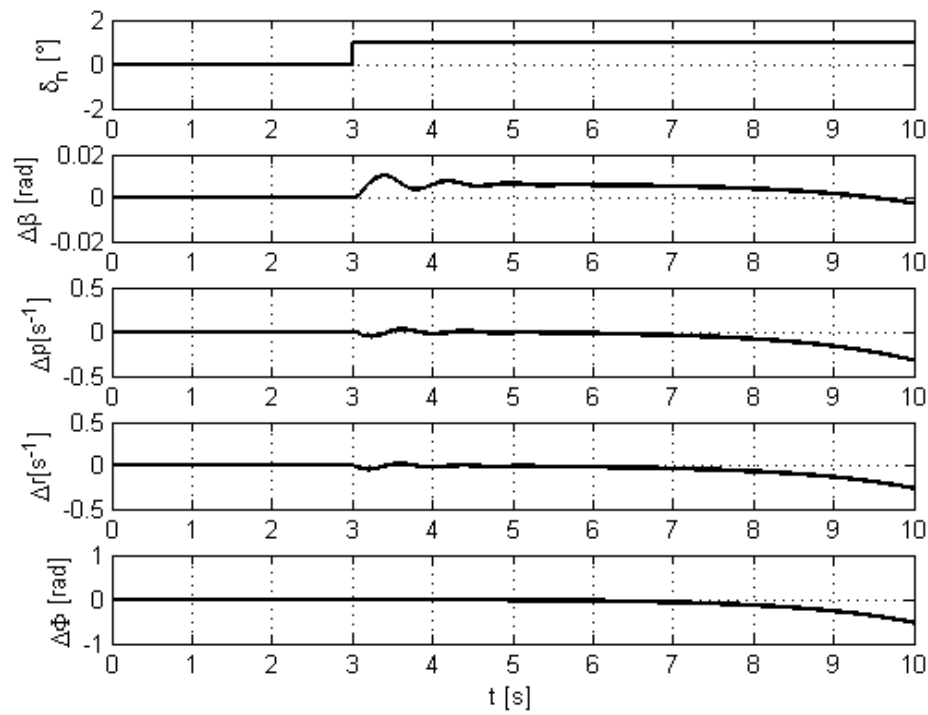
$$\tau_s = 1,1 \text{ s}$$

Jednostavnom povratnom vezom je moguće otkloniti nestabilnost spiralnog moda što je čest slučaj u općoj aviaciji.

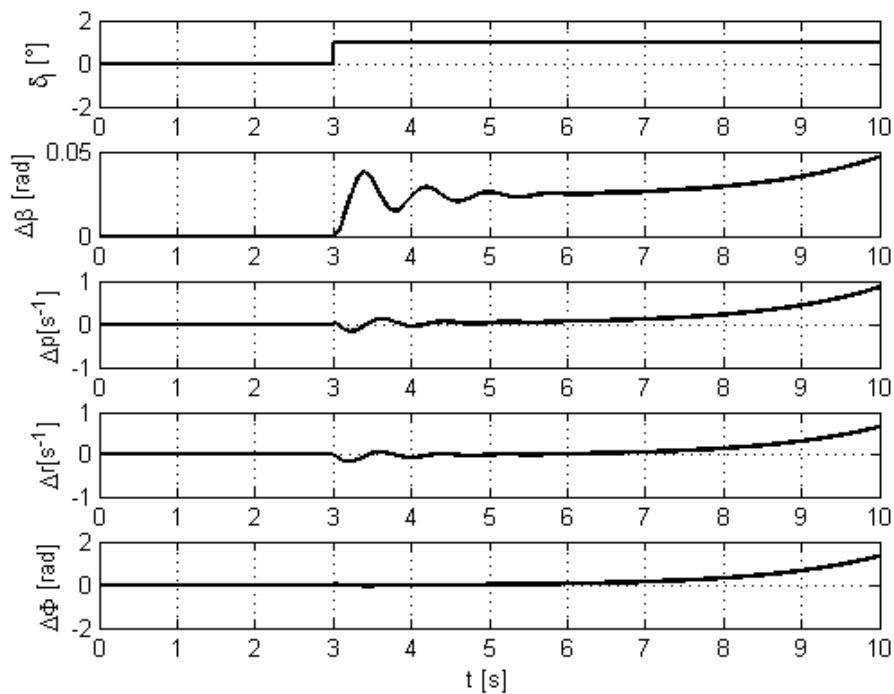


**Slika 6.5. Korijeni sustava bočnog gibanja za maksimalni dolet**

Osim dinamike letjelice zanimljivo je provjeriti odzive sustava na odskočnu funkciju. Potrebno je napraviti analizu za poremećaj otklona kormila smijera isto kao i za poremećaj otklona krilaca. Slike 6.6 i 6.7. prikazuju odziv sustava na pobudu otklona kormila smjera i krilaca.



**Slika 6.6. Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila smjera**



**Slika 6.7. Odziv letjelice na poremećaj otklona krilaca**

Kao i kod uzdužne stabilnosti provjerit će se dinamička stabilnost za referentno gibanje koje odgovara režimu leta za maksimalno trajanje leta. Svi parametri leta su jednaki kao i kod uzdužnog gibanja. Za referentno stanje kut klizanja je jednak nuli ( $\beta = 0$ )

Matrica **A** za ovako postavljeno referentno stanje je jednaka.

$$\mathbf{A}_{Emax} = \begin{bmatrix} -0,31540 & -0,00330 & -0,9916 & 0,6727 \\ -35,0646 & -46,0955 & 59,6466 & 0 \\ 35,4356 & -0,0241 & -1,0601 & 0 \\ 0 & 1 & 0,2287 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dok je matrica **B** jednaka:

$$\mathbf{B}_{Emax} = \begin{bmatrix} 0 & 0,1056 \\ 136,577 & 19,8292 \\ -48,6610 & -13,317 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Korijeni sustava su proračunati i njihove vrijednosti su prikazane u nastavku.

$$s_1 = -46,0961$$

$$s_2 = -1,1468 - 6,1327i$$

$$s_3 = -1,1468 + 6,1327i$$

$$s_4 = 0,9186$$

Period i frekvencija modova su:

Prvi korijen odgovara aperiodičnom modu valjanja

$$\tau_v = 0,015 \text{ s}$$

Konjugirano kompleksni korjени se nazivaju Dutch mod koji se sastoji od skretanja i valjanja a njihova frekvencija i prigušenje je jednako:

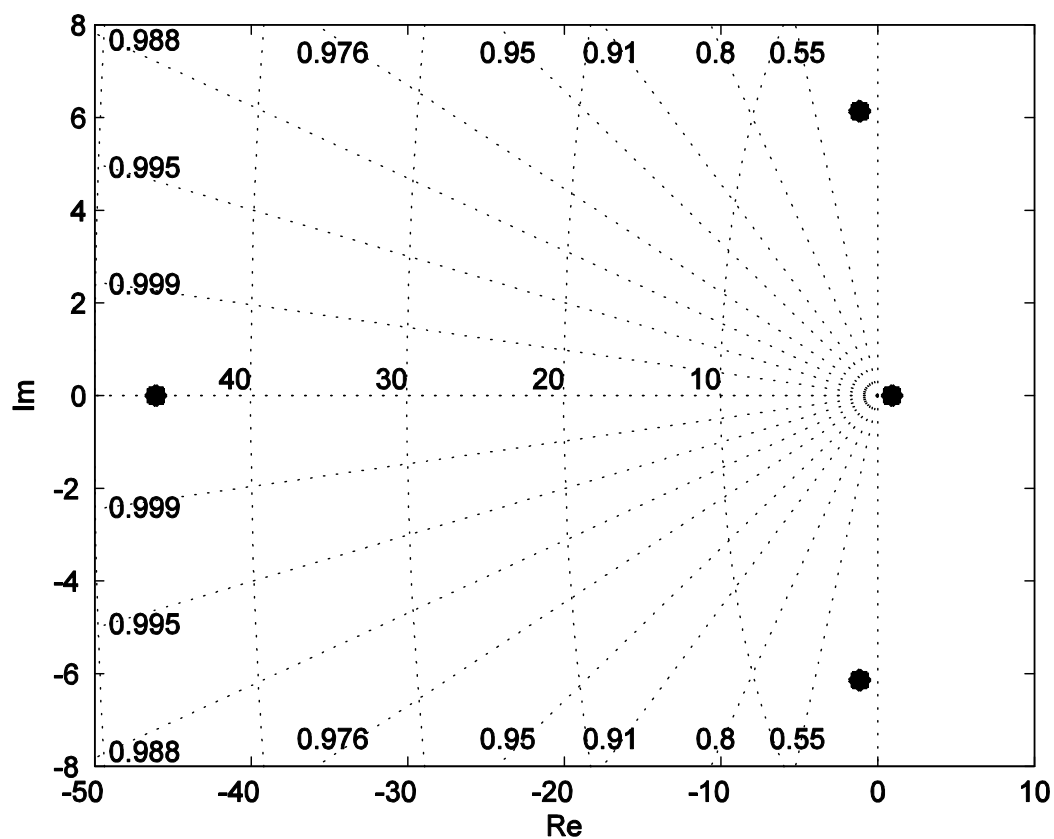
$$\omega = 6,2390 \text{ s}^{-1}$$

$$\zeta = 0,1838$$

Posljednji korijen odgovara spiralnom modu koji je nestabilan, a njegov period je jednak

$$\tau_s = 0,8 \text{ s}$$

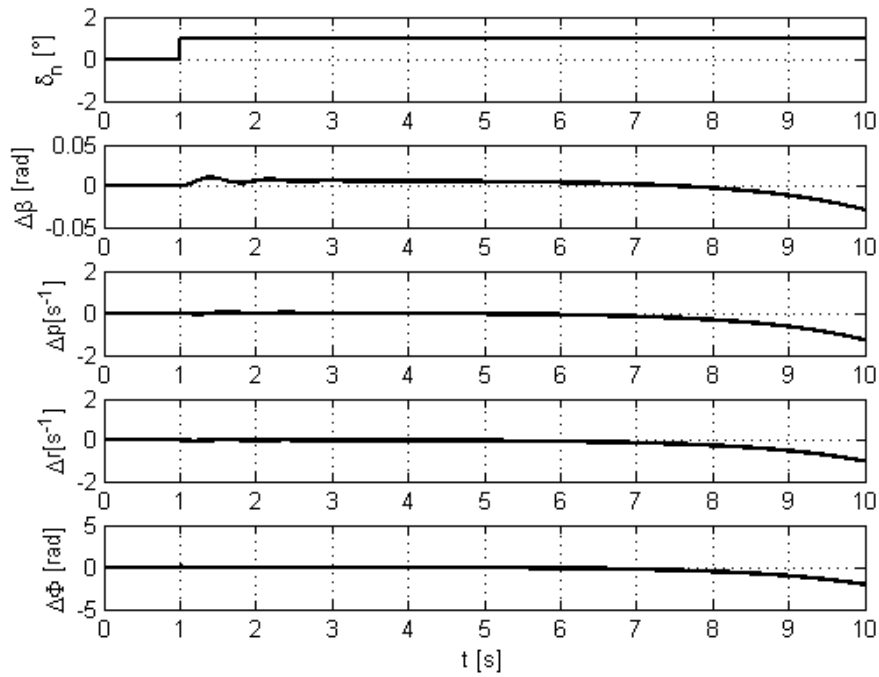
Grafički prikaz korijena sustava je prikazan na slici 6.8.



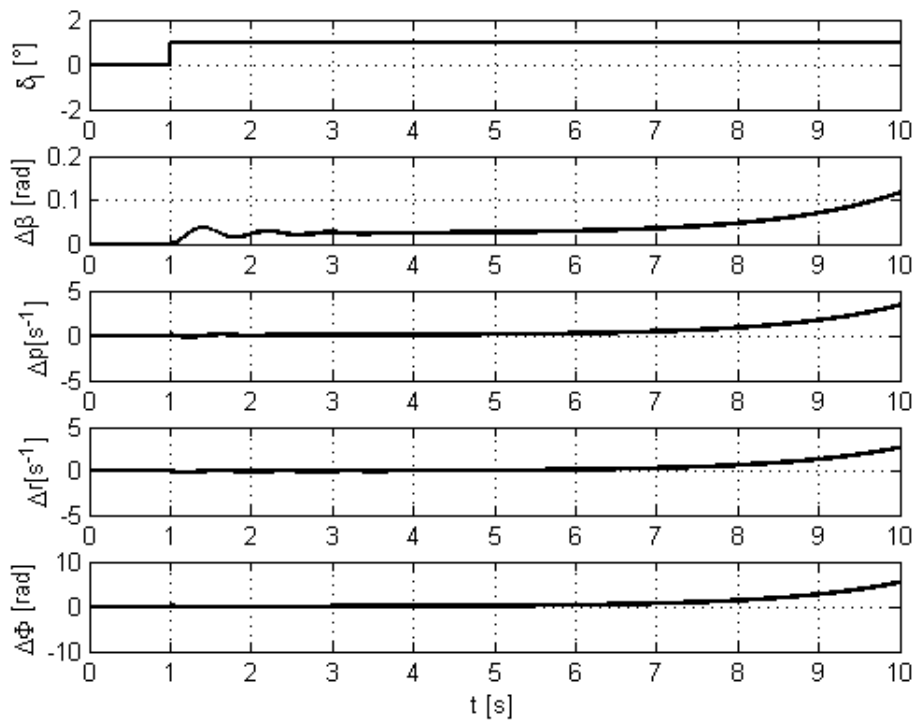
Slika 6.8. Korijeni sustava bočnog gibanja za maksimalno trajanje leta

Odziv letjelice na uzbuđu kormila smjera i krilaca prikazani su na dijagramima na slikama 6.9 i 6.10.





**Slika 6.9.** Odziv letjelice na poremećaj otklona kormila smjera



**Slika 6.10.** Odziv letjelice na poremećaj otklona krilaca

## 7. Ocjena kvalitete upravljanja letjelice

### 7.1. Ocjena kvalitete neposrednog upravljanja uzdužnog gibanja

Vlastite vrijednosti matrice A jedan su od objektivnih ocjena kvalitete letjelice. Ta se ocjena provodi na osnovi veličina koje ovise o korijenima karakteristične jednadžbe. Letovi se svrstavaju u tri kategorije : A, B i C, a u svakoj kategoriji letova letjelica se svrstaje u tri klase. Klase su određene uvjetima koji se postavljaju korijenima karakteristične jednadžbe, a ti uvjeti ovise o kategoriji leta.

U kategoriju A spadaju letovi tijekom kojih se izvode brzi manevri i čija putanja mora biti vrlo precizna

U kategoriju B uvrštavaju se letovi tijekom kojih nema zahtjeva za velikim manevarskim sposobnostima niti za velikom točnošću putanje, ali ovi zahtjevi mogu biti postavljeni u blažoj formi.

Treća kategorija letova C obuhvaća letove koji nemaju potrebu za velike manevarske sposobnosti ali letjelica mora osigurati preciznu putanju.

Dugoperiodičnim modovima ocjenjuju se sve klase zrakoplova prema parametru gušenja  $\zeta$  ili prema vremenu  $\tau$  za sve kategorije letova.

**Tablica 7.1. Granice klase letova za dugoperiodični mod**

Prva klasa zrakoplova	$\zeta > 0,04$
Druga klasa zrakoplova	$\zeta > 0$
Treća klasa zrakoplova	$\tau > 55 \text{ s}$

Kod kratkoperiodičnih modova ocjenjuje se parametar gušenja koji ima tri klase ovisno o kategoriji leta prema tablici 7.2. preuzetoj iz [2]. Postoje granični slučajevi kod ocjenjivanja kratkoperiodičnih modova a to su: premalo prigušenje (dovodi do neugodnog njihanja) i preveliko prigušenje (zrakoplov je lijen).

**Tablica 7.2. Granice klase letova za kratkoperiodične letove**

$\zeta$ za kratkoperiodične modove				
Klasa	Kategorije A i C		Kategorija B	
	od	do	od	Do
I	0,35	1,30	0,30	2,00
II	0,25	2,0	0,20	2,00
III	0,15	-	0,15	-

Kao i za prigušenja propisuju se granice za odnos prirodne frekvencije kratkoperiodičnog moda prema gradijentu normalnog opterećenja po napadnom kutu. Tablica 7.3. prikazuje granice ovih ocjena upravljanja koja je preuzeta iz [2].

**Tablica 7.3. Granice klase letova za omjer prirodne frekvencije i normalnog opterećenja**

$\frac{\omega_n^2}{n_\alpha}$						
Kategorija	A		B		C	
Klasa	od	do	od	do	od	do
I	0,28	3,6	0,085	3,6	0,16	3,6
II	0,16	10,0	0,038	10,0	0,096	10,0
III	0,16	-	0,038	-	0,096	-

## 7.2. Ocjena kvalitete neposrednog upravljanja bočnog gibanja

Prvi kriterij kod ocijenjivanja upravljanja bočnog gibanja se odnosi na aperiodični mod s negativnim realnim korijenom. Recipročna vrijednost tog korijena s negativnim predznakom naziva se vremenska konstanta moda i ona pokazuje koliko brzo isčezava aperiodični mod. Kao i kod uzdužnog gibanja granice vremenskih konstanti moda su prikazane u tablici 7.4. preuzetoj iz [2]. U ovom slučaju te vrijednosti ne ovise samo o kategoriji letova (A, B i C) već ovise i o klasifikaciji zrakoplova.

**Tablica 7.4. Kriterij upravljivosti aperiodskog moda**

Maksimalna vremenska konstanta $\tau_{\max}$				
Kategorija leta	Klasa zrakoplova	Razina kvalitete		
		1	2	3
A	I,IV	1,0	1,4	10
	II,III	1,4	3,0	10
B	Svi	1,4	3,0	10
C	I,II-C,IV	1,0	1,4	10
	II-L,III	1,4	3,0	10

Klase zrakoplova iz tablice 7.4. su:

Klasi I čine mali laki zrakoplovi

Klasu II čine zrakoplovi srednje težine i srednjih manevarskih sposobnosti

II-C (carrier operation)

II-L (land operation)

Klasu III su teški zrakoplovi male do srednje manevarske sposobnosti

Klasu IV čine zrakoplovi velike manevarske sposobnosti

Drugi uvjet upravljivosti se odnosi na Duch mod od konjugirano kompleksnog korijena. Ovaj kriterij ovisi o kategoriji leta, razini kvalitete i klasi zrakoplova što zahtjeva tri uvjeta:

Prvi uvjet je  $\delta_{min}$

Drugi uvjet je  $\omega_{n min} = (\sqrt{\delta^2 + \omega^2})_{min}$

Treći uvjet je  $\zeta_{min}$

Pregled minimalnih vrijednosti ispisan je u tablici 7.5[2].

**Tablica 7.5. Kriterij upravljivosti Duch moda**

Minimalni uvjeti za Duch mod					
Razina kvalitete	Kategorija leta	Klasa zrakoplova	$\delta_{min}$	$\omega_{n min}$	$\zeta_{min}$
1	A	I, IV	0,35	1,0	0,19
		II, III	0,35	0,4	0,19
	B	Svi	0,15	1,0	0,08
	C	I, II-C, IV	0,15	1,0	0,08
II-L, III		0,15	0,4	0,08	
2	sve	svi	0,05	0,4	0,02
3	sve	svi	-	0,4	0,02

Treći kriterij se odnosi na spiralni mod ovaj mod je često nestabilan pa je kriterij postavljen tako da se propisuje minimalno vrijeme za koje će se udvostručiti amplituda. Propisane vrijednosti za vrijeme udvostručenja amplitude dane se u tablici 7.6. preuzete iz [2].

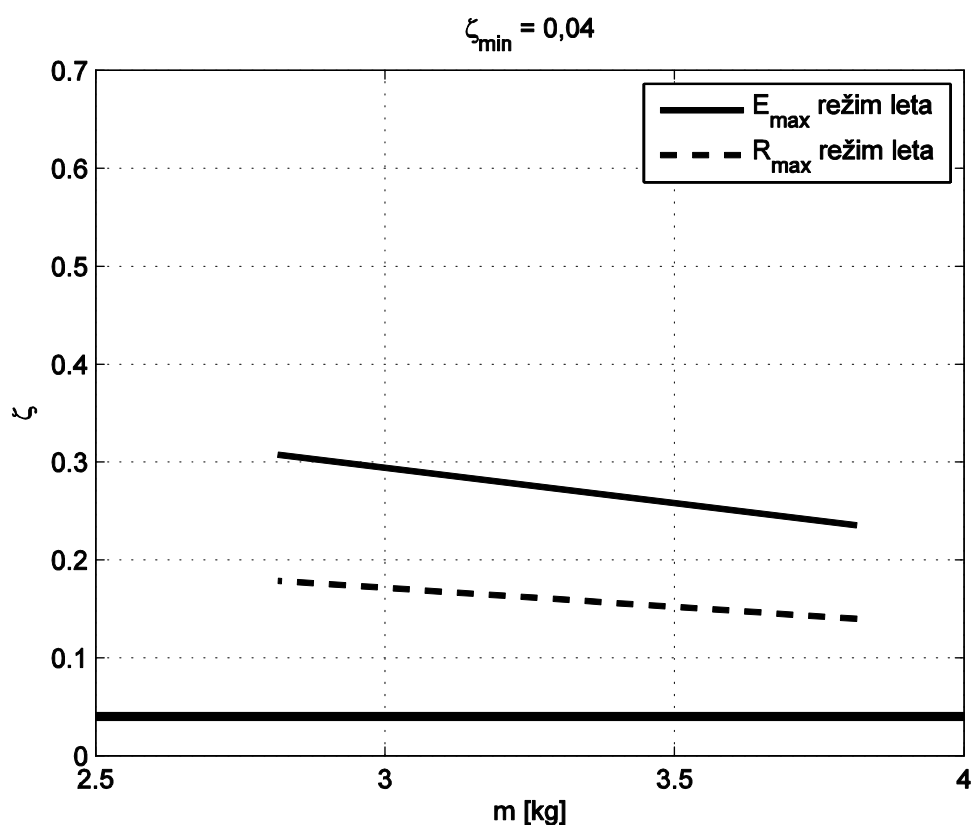
**Tablica 7.6. Kriterij upravljivosti spiralnog moda**

Minimalno vrijeme udvostručenja $t_{2 min}$				
Klasa zrakoplova	Kategorija leta	Razina kvalitete		
		1	2	3
I i IV	A	12	12	4
	B i C	20	12	4
II, III	Sve	20	12	4

### 7.3. Ocjena kvalitete upravljanja letjelice za nadzor i spašavanje

Ocjenu kvalitete upravljanja je potrebno provesti za sve poletne mase pri početku misije. Pošto je letjelica pogonjena elektro motorom te se masa letjelice tijekom leta ne mijenja., Ocjena kvalitete upravljanja izvršena je za maksimalnu poletnu masu od 1 kg korisnog tereta i za minimalnu moguću masu koja je bez tereta. Također je pretpostavljeno da se svi koeficijenti mijenjaju linearno u ovisnosti o masi. Letjelica za vrijeme leta neće letjeti zahtjevnim manevrima ali će morati pratiti obrise terene iz tog razloga letjelici je dodjeljena

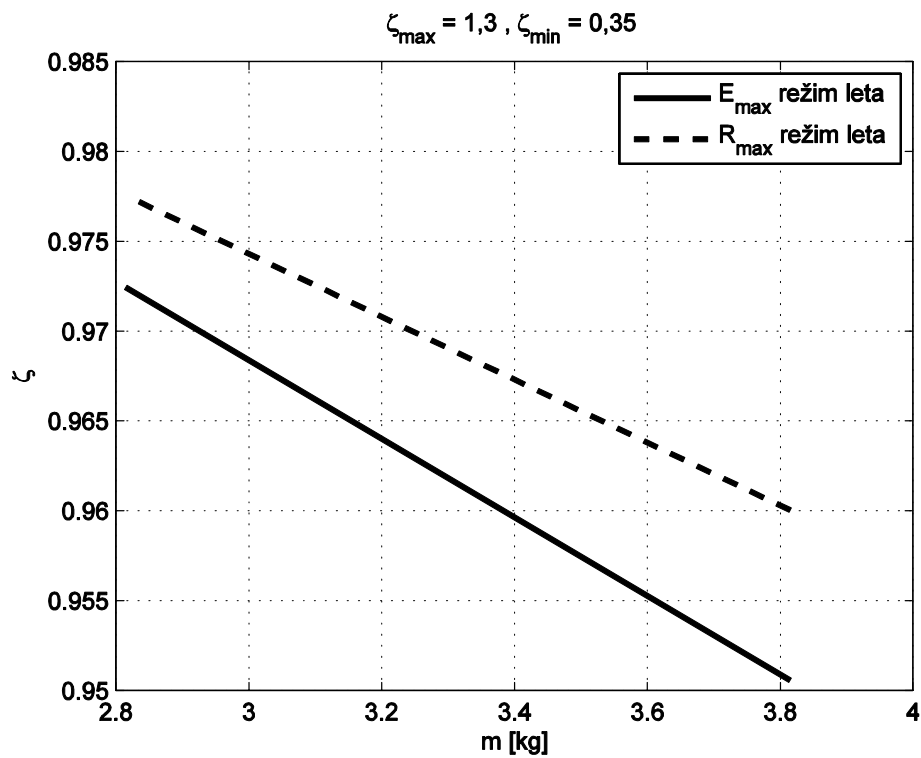
kategorija leta C. Ocjena kvalitete uzdužne upravljivosti će se izvršiti prema kriterijima za kategoriju leta C prema tablicama 7.1. ,7.2. ,7.3. U nastavku su prikazane slike s dijagramima koji prikazuju veličine koeficijenata vezanim za ocijenu upravljanja letjelicom za uzdužno gibanja. Prikazan su dva slučaja stava letjelice, prvi slučaj kada je referentno stanje jednako onom stanju kada letjelica leti u režimu maksimalnog doleta a drugi slučaj je kada je referentno stanje jednako stanju letjelice kada je u režimu leta maksimalnog trajanja leta.



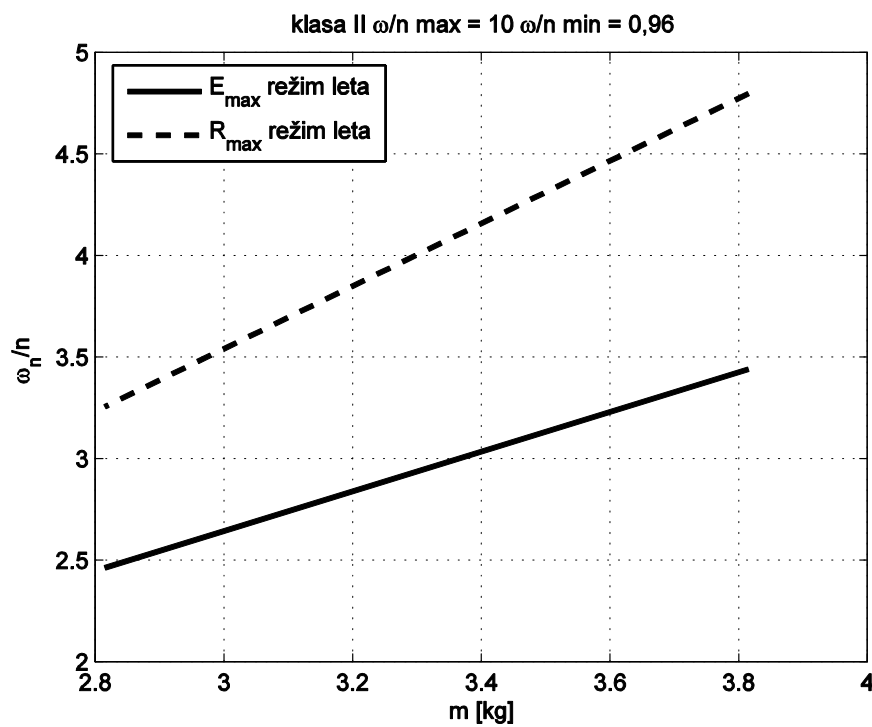
**Slika 7.1. Ocjena kvalitete upravljanja dugoperiodičnog moda**

Na slici 7.1. se vidi da je letjelica zadovoljila ocjenu upravljanja za dugoperiodični mod prve klase za koji je minimalno prigušenje  $\zeta > 0,04$ . Iz dijagrama se vidi da letjelica ispunjava taj uvjet za sve poletne mase i za oba promatrana režima leta.

Na slici 7.2. prikazano je gušenje kratkoperiodičnog moda. Iz dijagrama se vidi da je letjelica bez problema zadovoljila uvjet prve klase upravljivosti. Za sve poletne mase i za promatrane režime leta prigušenje kratkoperiodičnog moda je unutar granica prve klase upravljivosti.



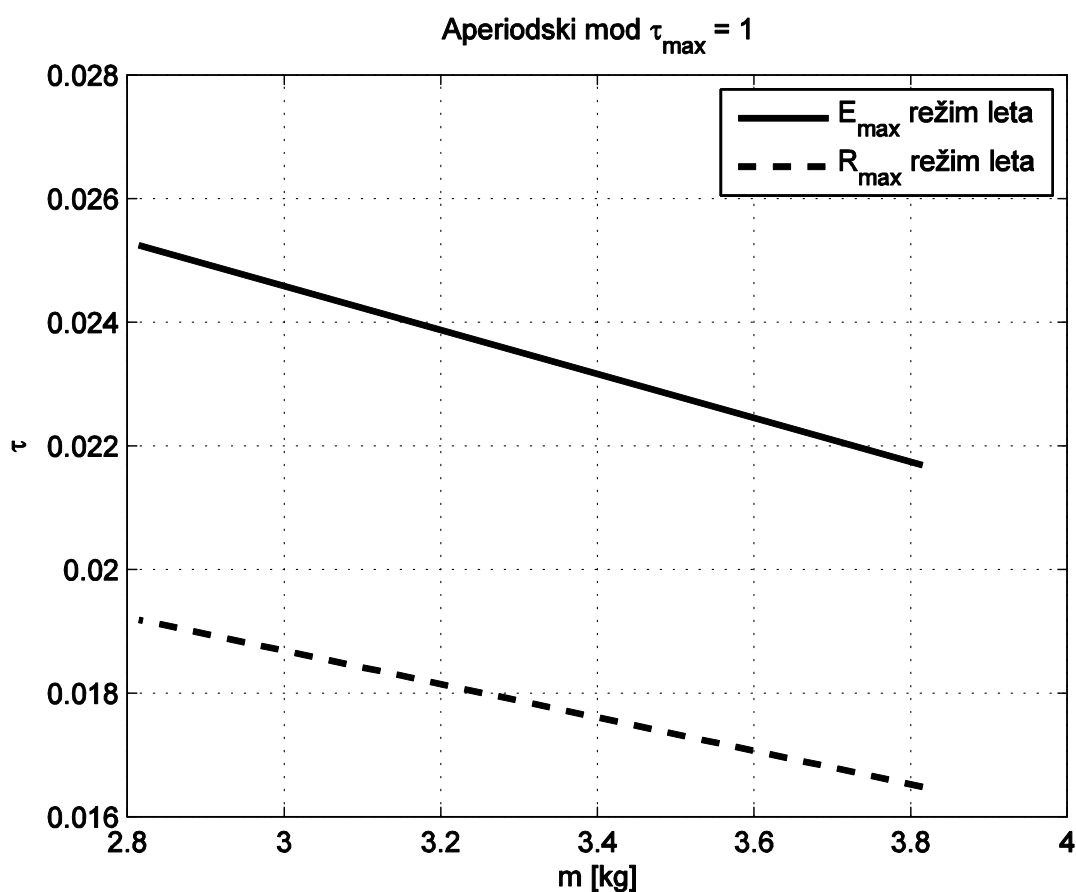
Slika 7.2. Parametri gušenja kratkoperiodičnog moda koji se ocjenjuju



Slika 7.3. Parametri za ocjenu prirodne frekvencije kratkoperiodičnog moda

Slika 7.3. prikazuje uvjet vlastite frekvencije kratkoperiodičnog moda i on ne zadovoljava uvijete prve klase za kategoriju leta C . Za ovaj kriterij upravljivosti letjelica zadovoljava uvjete druge klase.

Za kriterij bočne upravljivosti, osim kategorije leta potrebno je definirati još i klasu zrakoplova. Literatura koja je korištena za ocjenu kvalitete upravljanja ne pokriva male bespilotne letjelice pa je uzeta kategorija malih lakih zrakoplova koja je najbliža kategoriji bespilotnih letjelica. Iz tablice 7.4. vidimo da je kriterij prve klase za kategoriju leta C taj da je  $\tau_{max} = \frac{1}{-s_1} = 1$  što znači da letjelica mora imati vrijednost ovog koeficijenta za aperiodični mod manja od jedan ako ga želi zadovoljiti. Slika 7.4. prikazuje promjenu koeficijenta  $\tau$  za raspon masa od maksimalne moguće do minimalne moguće mase leta letjelice.



**Slika 7.4. Kriterij upravljivosti za aperiodski mod**

Za Duch mod potrebno je ispuniti tri kriterija za ocjenu upravljanja. Zanima nas apsolutna vrijednost realnog dijela konjugirano kompleksnog korijena, modul korijena i faktor gušenja. Rezultati su prikazani u tablici 7.7.

**Tablica 7.7. Kriterij za ocjenu kvalitete upravljanja Duch moda**

Režim leta	Masa letjelice	$\delta$	$\omega_n = \sqrt{\delta^2 + \omega^2}$	$\zeta$
Max trajanje leta	Minimalna masa	1,1477	5,4671	0,2099
	Maksimalna masa	1,1463	6,2389	0,1837
Max dolet	Minimalna masa	1,2305	6,9806	0,1644
	Maksimalna masa	1,2526	8,0380	0,1558
Uvjet upravljivosti	Razina kvalitete I	$\delta_{min} = 0,15$	$\omega_{nmin} = 1,0$	$\zeta_{min} = 0,08$

Iz tablice se vidi da je letjelica zadovoljila sve uvjete za razinu I kvalitete upravljanja Duch moda bočnog gibanja. Za kraj ostaje ocijena kvalitete upravljanja nestabilnog spiralnog moda. Kriterij upravljanja je veličina vremenske konstante udvostručenja poremećaja  $t = \ln \frac{2}{s_4}$ .

Rezultati su prikazani u tablici 7.8. također za iste režime leta i iste mase kao i predhodne analize ocijene upravljivosti.

**Tablica 7.8. Kriterij za ocjenjivanje upravljivosti spiralnog moda**

Režim leta	Masa letjelice	$t = \ln \frac{2}{s_4}$
Max trajanje leta	Minimalna masa	0,6744
	Maksimalna masa	0,7546
Max dolet	Minimalna masa	0,8875
	Maksimalna masa	1,0110
Uvjet upravljivosti	Razina kvalitete III	$t_{2min} = 4 \text{ s}$

Vidimo da letjelica ne zadovoljava niti jednu razinu upravljanja što znači da je previše nestabilna u spiralnom modu. Brzina povećavanja poremećaja je znatno veća od dopuštene te za smirivanje ovog mod potrebno je dodatno uvođenje povratne veze ili promjene u konfiguraciji letjelice.

Nakon detaljnije analize se može zaključiti da su glavni krivci ovakvog ponašanja dinamički gradijenti momenta valjanja ( $C_{lp}$  i  $C_{lr}$ ) uvidom u jednadžbe kojima se procjenjuju ovi koeficijenti može se promijeniti konfiguracija letjelice. U nastavku će biti prikazan jedan mogući pristup rješavanja ovog problema.

Analizom je utvrđeno da je potrebno smanjiti gradijent uz kutnu brzinu skretanja  $C_{lr}$  da bi letjelica postala stabilnija u spiralnom modu. Osim navedenog koeficijenta letjelica može postati stabilnija i povećanjem gradijenta uz kutnu brzinu valjanja  $C_{lp}$ . Jednadžba procjene gradijenta momenta valjanja po kutnoj brzini valjanja je

$$C_{lp} = C_{N\alpha} f(\Lambda, A_m, A\beta)$$



Iz jednadžbe možemo utvrditi da se povećanje ovog gradijenta može postići dodavanjem kuta strijele na napadni rub krila. Dijagram u literaturi [2] pokazuje promjenu funkcije  $f(\Lambda, A_m, A\beta)$  prilikom promjene kuta strijele napadnog ruba krila. Kao što je predhodno rečeno bolja stabilnost spiralnog moda je moguća i promjenom gradijenta uz brzinu skretanja  $C_{lr}$ . Ovaj gradijent se mijenja pod utjecajem promjene geometrije repa i krila. Utjecaj na gradijent momenta valjanja zbog kutne brzine skretanja od krila definiran je.

$$(C_{lr})_w = \frac{1}{6}(C_N)_w$$

Dio gradijenta na koji utjecaj ima krilo ovisi o rasponu krila, površini krila i kutu strijele napadnog ruba krila. Tako da promjena kuta strijele napadnog ruba utječe pozitivno na dva gradijenta vezana za stabilnost spiralnog moda. Drugi dio gradijenta momenta valjanja po kutu skretanja je vezan za položaj i geometriju repa. Jednadžba za određivanje ovog dijela gradijenta je.

$$(C_{lr})_t = \eta_v \frac{S_v}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_v \frac{l_{cv} - l_m z_v}{b} \frac{z_v}{b}$$

U gornjoj jednadžbi  $S_v$  predstavlja površinu vertikalnog stabilizatora,  $(C_{N\alpha})_v$  je aerodinamički koeficijent vertikalnog repa,  $l_{cv}$  je položaj hvatište normalne sile na vertikalnom repu koji se mjeri od vrha letjelice dok je  $z_v$  položaj visine hvatišta normalne sile na vertikalnom repu mijeren od simetrale trupa. Iz jednadžbe za procjenu gradijenta momenta valjanja zbog kutne brzine skretanja se vidi da smanjenjem površine vertikalnog stabilizatora ili približavanjem vertikalnog stabilizatora težištu iznos gradijenta se smanjuje što je potrebno za poboljšavanje stabilnosti u spiralnom modu. Ove dvije veličine se mogu izraziti kao volumen vertikalnog repa.

Nakon provedene analize može se zaključiti da se poboljšanja upravljivosti i stabilnost spiralnog moda mogu izvršiti dodavanjem strijele napadnom rubu krila te smanjenje volumena vertikalnog repa letjelice. Ovom promjenom u konfiguraciji se može osigurati stabilniji let letjelice uz veću kvalitetu upravljanja što je i cilj ovakvih analiza.

## 8. Zaključak

Diplomski rad je obuhvatio područja analize aerodinamike i mehanike leta male bespilotne letjelice namijenjene traganju i nadzoru. Prvi korak nakon definiranja geometrije bio je izrada 3D modela letjelice iz kojeg su dobiveni momenti tromosti i masa letjelice za maksimalnu masu polijetanja. Osim momenata tromosti također je proračunat i položaj težišta letjelice. Nakon završetka 3D modela u kojem se utvrdila cijela geometrija letjelice slijedi procjena aerodinamičkih koeficijenata. Procjena aerodinamičkih koeficijenata je izvršena pomoću metoda projektne aerodinamike kao i pomoću programskog paketa *Xflr5*. Kao rezultat ove analize dobiveni su svi aerodinamički koeficijenti letjelice koji su korišteni u daljnjem proračunu stabilnosti i upravljivosti letjelice. Analizom stabilnosti je utvrđeno da je letjelica uzdužno statički i dinamički stabilna dok je kod bočne stabilnosti nestabilan spiralni mod. Nestabilnost spiralnog moda može se eliminirati promjenom geometrije ili korištenjem povratne veze kod upravljanja letjelicom. Na kraju rada je dana ocjena upravljivosti letjelice kojom se određuje klasa upravljivosti letjelice. Upravljivost uzdužnog gibanja letjelice za dva kriterija zadovoljava najbolju klasu upravljivosti a za treći kriterij u srednju klasu upravljivosti letjelice. Upravljivost u bočnom gibanju pokazuje da letjelica za dva stabilna moda zadovoljava prvu klasu upravljivosti ali kod nestabilnog spiralnog moda letjelica pre brzo povećava nestabilnost uslijed uzbude. Moramo naglasiti da su kriteriji ocjene upravljivosti korišteni u ovom radu vezani za veće zrakoplove od ovog, ali zbog rane faze projektiranja ovi uvjeti zadovoljavaju točnost potrebnu za ovu fazu projektiranja. Zbog velikog odstupanja spiralnog moda napravljena je i analiza kojom se želi usmjeriti daljnji razvoj konfiguracije s ciljem bolje upravljivosti spiralnog moda samim time bi se olakšalo upravljanje letjelicom kao i opći dojam kod mogućeg kupca.

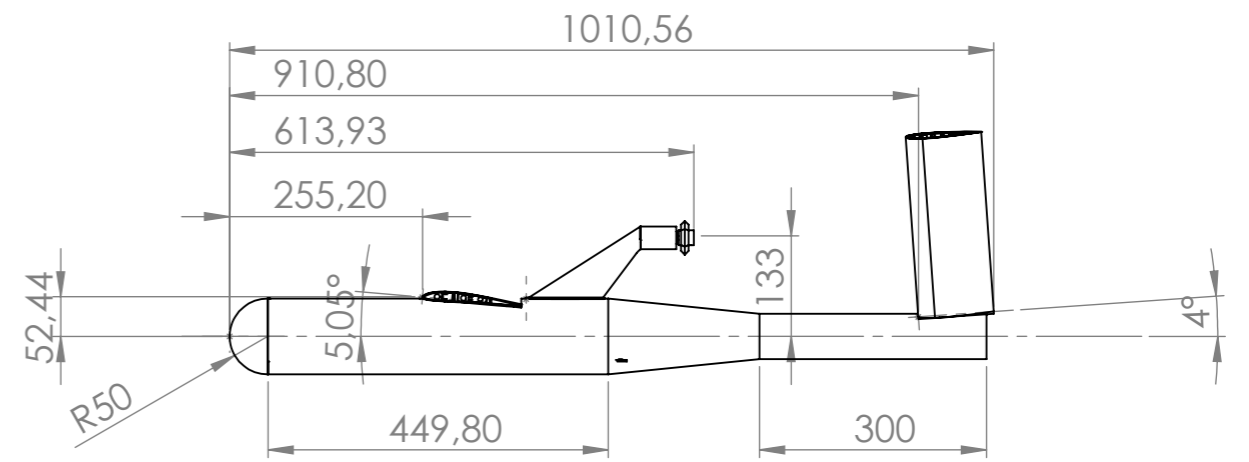
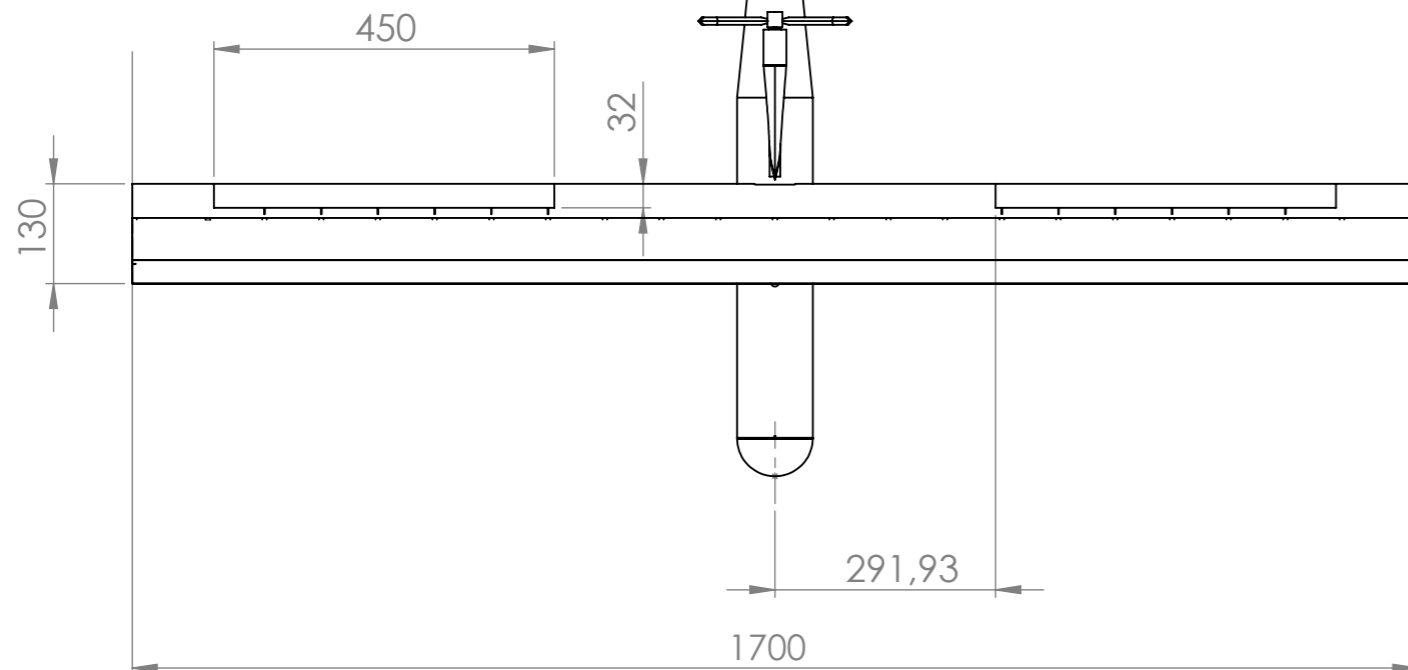
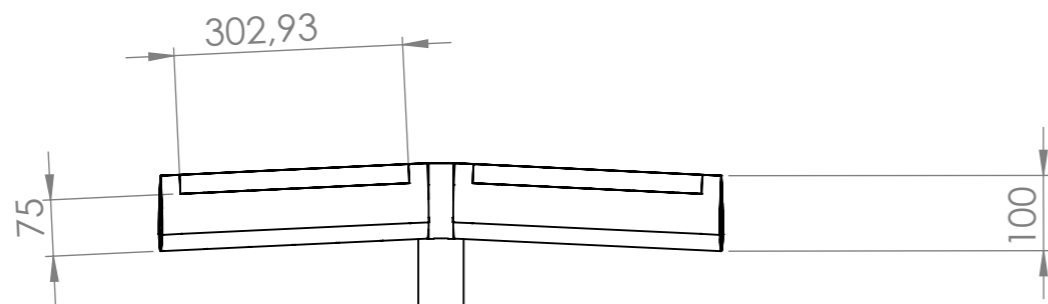
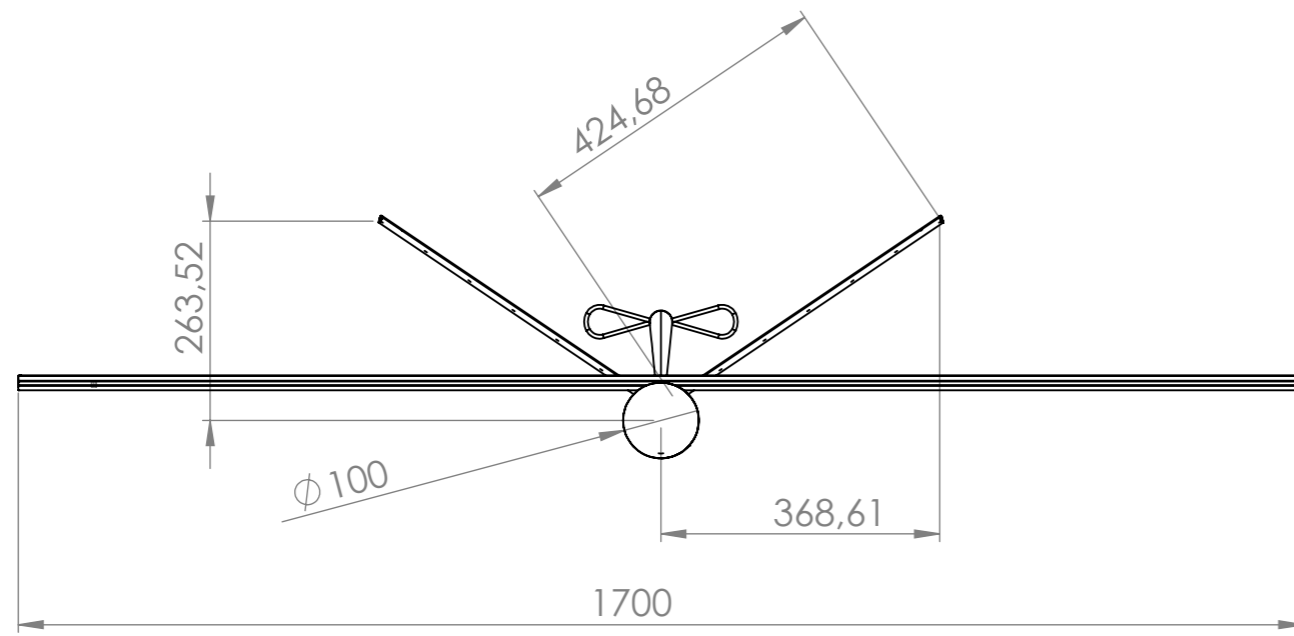
**Literatura**

- [1] Slobodan Janković and Milan Vrdoljak, Performanse Zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2009. Nastavni materijali 2009/10.
- [2] Slobodan Janković, Todor Kostić, and Milan Vrdoljak, Stabilnost i upravljivost Zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2008. Nastavni materijali 2008/09.
- [3] André NOTH, Design of Solar Powered Airplanes for Continuous Flight, ETH Zürich September 2008
- [4] S. Janković, Mehanika leta zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2002. <http://fsb.hr/aero/>
- [5] Državni hidrometeorološki zavod, [www.dhmz.hr](http://www.dhmz.hr)
- [6] UIUC Airfoil Database, <http://aerospace.illinois.edu>
- [7] UIUC Propeller Database, <http://aerospace.illinois.edu/m-selig/props/propDB.html>, srpanj 2014.
- [8] Lance W. Traub, Range and Endurance Estimates for Battery-Powered Aircraft, Embry-Riddle Aeronautical University, Prescott, Arizona 86301 DOI: 10.2514/1.C031027
- [9] SolydWorks library, [www.solidworks.com/library](http://www.solidworks.com/library)
- [10] Ajoy, Kumar and Kundu, Aircraft Design, [www.cambridge.org/9780521885164](http://www.cambridge.org/9780521885164)
- [11] Dr. Leland M. Nicolai, Technical Fellow, ESTIMATING R/C MODEL AERODYNAMICS AND PERFORMANCE. Lockheed Martin Aeronautical Company June 2009
- [12] MathWorks Inc. MATLAB product help, 2014.
- [13] Xflr5, [www.xflr5.com](http://www.xflr5.com)

- [14] Drela, M. XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. In Low Reynolds Number Aerodynamics. Proceedings of the Conference Notre Dame, ed. J.T.Mueller, Springer, 1989., pp.1-12

## **Prilozi**

- I. Tehnički crtež letjelice
- II. Masene karakteristike letjelice
- III. Rezultati proračuna aerodinamičkih koeficijenata pomoću programskog paketa *Xflr5*
- IV. Elektro motor maxon motor 309756



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DRAWN: van Kratočić				SIGNATURE		DATE		TITLE: <b>Bespilotna letjelica</b>			
CHK'D								DWG NO. <b>1</b>			
APPV'D								A3			
MFG						MATERIAL:		SCALE: 1:20			
Q.A						WEIGHT:		SHEET 1 OF 1			

Mass properties of letjelica  
Configuration: Default  
Coordinate system: Coordinate System3

Mass = 3.81514790 kilograms

Volume = 0.00153845 cubic meters

Surface area = 2.40190801 square meters

Center of mass: ( meters )

X = -0.35068165

Y = 0.00036320

Z = -0.01692362

Principal axes of inertia and principal moments of inertia: ( kilograms \* square meters )

Taken at the center of mass.

Ix = (0.99570394, 0.00411829, 0.09250247) Px = 0.08077817

Iy = (0.00416073, -0.99999131, -0.00026591) Py = 0.19186102

Iz = (0.09250057, 0.00064965, -0.99571242) Pz = 0.25833318

Moments of inertia: ( kilograms \* square meters )

Taken at the center of mass and aligned with the output coordinate system.

Lxx = 0.08229932 Lxy = 0.00045151 Lxz = 0.01635364

Lyx = 0.00045151 Lyy = 0.19185917 Lyz = 0.00008532

Lzx = 0.01635364 Lzy = 0.00008532 Lzz = 0.25681389

Moments of inertia: ( kilograms \* square meters )

Taken at the output coordinate system.

Ixx = 0.08339251 Ixy = -0.00003442 Ixz = 0.03899580

Iyx = -0.00003442 Iyy = 0.66212965 Iyz = 0.00006187

Izx = 0.03899580 Izy = 0.00006187 Izz = 0.72599219

Type 1 (Fixed speed, uzdužno gibanje)  
3D-Panels/VLM2

VInf = 20.000 m/s  
Alpha = 0.00°  
Mass = 0.000 kg  
XCP = -0.013 m  
YCP = -0.000 m  
ZCP = -0.007 m

CL = 0.54404  
CD = 0.02244  
VCD = 0.01234  
ICD = 0.01010  
CX = 0.02020  
CY = -0.00000  
Cl = 0.00000  
Cm = 0.85972  
ICm = 0.85796  
VCm = 0.00176  
Cn = 0.00000  
ICn = 0.00000  
VCn = -0.00000

Type 1 (Fixed speed, bočno gibanje)  
3D-Panels/VLM2

VInf = 20.000 m/s  
Alpha = 0.00°  
Mass = 0.000 kg  
Beta = 1.00°

XCP = -0.013 m  
YCP = -0.001 m  
ZCP = -0.007 m

CL = 0.54387  
CD = 0.02247  
VCD = 0.01235  
ICD = 0.01012  
CX = 0.02024  
CY = -0.00207  
Cl = 0.00013  
Cm = 0.85938  
ICm = 0.85762  
VCm = 0.00176  
Cn = 0.00070  
ICn = 0.00068  
VCn = 0.00002

Type 7 (Stability analysis)  
3D-Panels/VLM2

VInf = 21.726 m/s  
Alpha = 0.19°  
Mass = 0.000 kg  
Control value = 0.00

XNP = 0.079 m  
XCP = -0.010 m  
YCP = -0.000 m  
ZCP = -0.007 m

CL = 0.56181  
CD = 0.02260  
VCD = 0.01205  
ICD = 0.01055  
CX = 0.02106



xf1r5 Op point

CY = -0.00000  
 CL = 0.00000  
 Cm = 0.00166  
 ICm = 0.00000  
 VCm = 0.00166  
 Cn = 0.00000  
 ICn = 0.00000  
 VCn = -0.00000

Non-dimensional Stability Derivatives:

CXu = -0.02111  
 CLu = 0.00026  
 Cmu = 0.00000

CXa = 0.42217  
 CLa = -0.98948  
 Cma = -3.63138

CXq = 0.29983  
 CLq = -3.44157  
 Cmq = -21.76945

CYb = -0.43241  
 CLb = -0.01679  
 Cnb = 0.15357

CYp = -0.00563  
 CLp = -0.64175  
 Cnp = -0.00867

CYr = 0.10528  
 CLr = 0.18165  
 Cnr = -0.04271

Longitudinal modes:

Eigenvalue = -4.64757- 13.59581i  
 Undamped Natural Frequency = 2.164 Hz  
 Damped Natural Frequency = 2.287 Hz  
 Damping Ratio = 0.323  
 Normalized Eigenvector:  
 u/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 w/u0 = 4.07585+ 0.87373i  
 q/(2.u0.MAC) = 0.00000+ 0.00000i  
 theta(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = -4.64757+ 13.59581i  
 Undamped Natural Frequency = 2.164 Hz  
 Damped Natural Frequency = 2.287 Hz  
 Damping Ratio = 0.323  
 Normalized Eigenvector:  
 u/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 w/u0 = 4.07585- 0.87373i  
 q/(2.u0.MAC) = 0.00000+ 0.00000i  
 theta(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = -0.00359- 0.61482i  
 Undamped Natural Frequency = 0.098 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.098 Hz  
 Damping Ratio = 0.006  
 Normalized Eigenvector:  
 u/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 w/u0 = -0.00099+ 0.00010i  
 q/(2.u0.MAC) = 0.00000+ 0.00000i  
 theta(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = -0.00359+ 0.61482i

xf1r5 Op point

Undamped Natural Frequency = 0.098 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.098 Hz  
 Damping Ratio = 0.006  
 Normalized Eigenvector:  
 u/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 w/u0 = -0.00099- 0.00010i  
 q/(2.u0.MAC) = 0.00000+ 0.00000i  
 theta(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Lateral modes:

Eigenvalue = -41.66632+ 0.00000i  
 Undamped Natural Frequency = 0.000 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.000 Hz  
 Damping Ratio = 0.000  
 Normalized Eigenvector:  
 v/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 p/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 r/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 phi(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = -0.69340- 5.18742i  
 Undamped Natural Frequency = 0.826 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.833 Hz  
 Damping Ratio = 0.132  
 Normalized Eigenvector:  
 v/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 p/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 r/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 phi(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = -0.69340+ 5.18742i  
 Undamped Natural Frequency = 0.826 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.833 Hz  
 Damping Ratio = 0.132  
 Normalized Eigenvector:  
 v/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 p/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 r/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 phi(rad) = 1.00000+ 0.00000i

Eigenvalue = 0.11165+ 0.00000i  
 Undamped Natural Frequency = 0.000 Hz  
 Damped Natural Frequency = 0.000 Hz  
 Damping Ratio = 0.000  
 Normalized Eigenvector:  
 v/u0 = 0.04603+ 0.00000i  
 p/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 r/(2.u0.Span) = 0.00000+ 0.00000i  
 phi(rad) = 1.00000+ 0.00000i

## EC-4pole 30 Ø30 mm, brushless, 100 Watt High Power

Part number 309756


[Enlarge image](#)

- [▶ Compare product](#)
- [▶ Add to wish list](#)
- [▶ Make a request](#)

### Price scales

Price per unit	1-4	<b>CHF 617.40</b>
	5-19	<b>CHF 525.50</b>
	20-49	<b>CHF 427.60</b>
	from 50	<b>On request</b>

Prices excluding VAT

[Start combination](#)

Order quantity

1

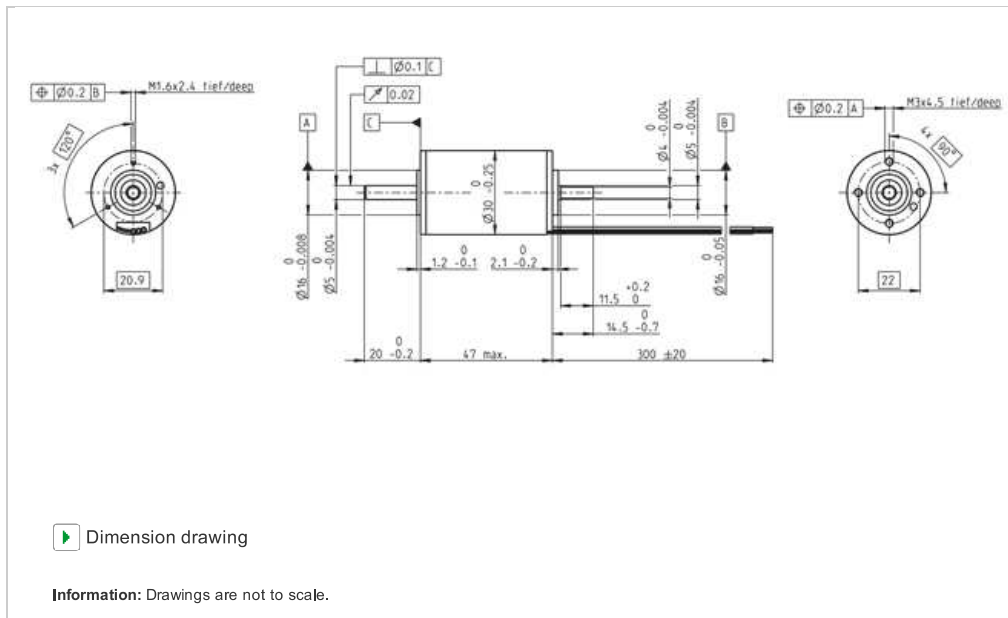
[Add to cart](#)
[Print specifications](#)

### Description

This **4-pole power motor** is one of the best in its class and demonstrates excellent performance thanks to maxon's winding technology: top performance per volume and weight unit, quality and security thanks to largely automated production, inertia-free motion and of course an unprecedented service life.

### Specifications

#### Technical illustrations


[▶ Dimension drawing](#)

#### Values at nominal voltage

Nominal voltage	24 V
No load speed	17800 rpm
No load current	539 mA
Nominal speed	16800 rpm
Nominal torque (max. continuous torque)	61.9 mNm
Nominal current (max. continuous current)	5.3 A
Stall torque	1240 mNm
Stall current	96.9 A
Max. efficiency	86 %

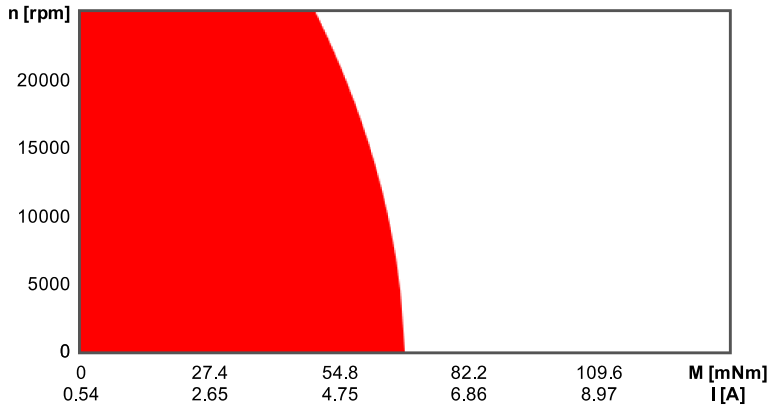
#### Characteristics

Terminal resistance	0.248 Ω
Terminal inductance	0.03 mH
Torque constant	12.8 mNm/A
Speed constant	748 rpm/V
Speed / torque gradient	14.5 rpm/mNm
Mechanical time constant	2.78 ms
Rotor inertia	18.3 gcm <sup>2</sup>

#### Thermal data

Thermal resistance housing-ambient	8.96 K/W
Thermal resistance winding-housing	0.74 K/W
Thermal time constant winding	3.84 s
Thermal time constant motor	968 s
Ambient temperature	-20...+100 °C

Max. winding temperature	+155 °C
<b>Mechanical data</b>	
Bearing type	ball bearings
Max. speed	25000 rpm
Axial play	0 - 0.14 mm
Max. axial load (dynamic)	5,5 N
Max. force for press fits (static)	73 N
(static, shaft supported)	2000 N
Max. radial load	25 N, 5 mm from flange
<b>Other specifications</b>	
Number of pole pairs	2
Number of phases	3
Number of autoclave cycles	0
<b>Product</b>	
Weight	210 g

**Operating Range**

Continuous operation range

Short term operation range

**Downloads**

**Catalog page**

- > [Catalog pages \(deutsch, PDF 93 KB\)](#)
- > [Catalog page \(english, PDF 466 KB\)](#)
- > [カタログのページ \(日本語, PDF 107 KB\)](#)

Version 2015  
Version 2014  
Version 2014

**CAD-Files (DXF)**

- > [CAD drawing \(DXF\) \(ZIP 4 KB\)](#)

Version 2012

**CAD-Files (STEP)**

- > [CAD drawing \(STEP\) \(ZIP 28 KB\)](#)

Version 2012