Simulacija leta radio-upravljane letjelice

Barać, Mirna Inge

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:659539

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-24**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

Mirna Inge Barać

Zagreb, 2019.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

SIMULACIJA LETA RADIO-UPRAVLJANE LETJELICE

Mentor:
Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:
Mirna Inge Barać

Zagreb, 2019.

Zahvaljujem asistentu Marijanu Andriću na pomoći pri postavljanju simulacije, doc.dr.sc. Tomislavu Radišiću sa Zavoda za aeronautiku Prometnog fakulteta u Zagrebu na posudbi upravljačke stanice te svojoj obitelji na podršci tijekom studija. Najveće hvala mom mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na pruženom znanju, pomoći i podršci tijekom studija i tijekom izrade diplomskog rada.

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, srpanj 2019. Mirna Inge Barać

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Mirna Inge Barać** Mat. br.: 0035194675

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Simulacija leta radio-upravljane letjelice**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Flight simulation of a radio-controlled aircraft**

Opis zadatka:

Simulacija leta između ostalog omogućava uvid u značajke stabilnosti i upravljivosti letjelice, a ukoliko se simulacija provodi u realnom vremenu s pilotom u petlji moguće je steći i subjektivni dojam o letjelici i njenoj upravljivost. S kvalitetnijim vizualnim sustavom simulacije poput primjene prikaza širokog kuta ojačava se vizualni dojam pilota, a time i kvaliteta simulacije, posebno za primjer radio-upravljane bespilotne letjelice. Takvo subjektivno ispitivanje, pored uobičajenih postupaka objektivne analize stabilnosti i upravljivosti letjelice, moguće je provesti tijekom projektiranja letjelice i po potrebi uključiti promjene u samom projektu s ciljem poboljšanja značajki letjelice. Primjer provedbe takvog ispitivanja je za potrebe pripreme projekta radio-upravljane bespilotne letjelice za natjecanje Air Cargo Challenge.

U radu je potrebno:

- prikazati podatke o odabranoj letjelici,
- procijeniti inercijske značajke letjelice,
- napraviti procjenu kompletnog aerodinamičkog modela odabrane letjelice,
- odrediti značajke pogonske grupe (elektromotora i propelera),
- analizirati značajke dinamičke stabilnosti i upravljivosti letjelice,
- primijeniti prethodno određene značajke u model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja implementiran na dostupnoj simulacijskoj platformi i provesti simulacije leta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan: 2. svibnja 2019.

Rok predaje rada: 4. srpnja 2019.

Predvideni datumi obrane: 10., 11. i 12. srpnja 2019.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Sadržaj

Sadržaj v

Popis slika vii

Popis tablica ix

Popis oznaka x

Sažetak xii

Summary xiii

1. Uvod 1

2. Geometrijske značajke letjelice HUSZ Jaeger 3

2.1. Osnovni podaci . . . 3

2.2. Inercijske značajke . . . 3

2.3. Geometrija letjelice . . . 5

3. Aerodinamički model letjelice 8

3.1. Aeroprofil krila i stabilizacijskih površina . . . 10

3.2. Položaji hvatišta sila . . . 13

3.3. Procjena aerodinamičkih koeficijenata letjelice . . . 15

3.3.1. Otpor . . . 16

3.3.2. Normalna sila . . . 19

3.3.3. Moment propinjanja 20
3.3.4. Bočna sila 21
3.3.5. Moment skretanja 22
3.3.6. Moment valjanja 23
3.4. Usvojene jednadžbe aerodinamičkih momenata 25

4. Značajke pogonske grupe **26**
4.1. Propeler 26
4.2. Pogonska sila i moment motora 28

5. Analiza značajki dinamičke stabilnosti i upravljivosti **30**
5.1. Linearni model gibanja 30
5.1.1. Linearni model uzdužnog gibanja 34
5.1.2. Linearni model bočnog gibanja 35
5.2. Linearni model letjelice HUSZ Jaeger 35
5.2.1. Linearni model uzdužnog gibanja letjelice HUSZ Jaeger 36
5.2.2. Linearni model bočnog gibanja letjelice HUSZ Jaeger 38

6. Analiza mogućih poboljšanja letjelice HUSZ Jaeger **43**

7. Simulacija leta **48**
7.1. Model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja 48
7.2. Implementcija modela u Simulinku 49
7.2.1. Blok pilota 49
7.3. Vizualizacija 52
7.4. Prikaz simulacije 52

8. Zaključak **57**

Literatura **60**

Popis slika

2.1 HUSZ Jaeger 3D model 4
2.2 Korišteni koordinatni sustav 5
2.3 Glavne dimenzije letjelice 6

3.1 Aeroprofil S1223 RTL 10
3.2 Koeficijent uzgona S1223 RTL u ovisnosti o napadnom kutu prema [4] . . 11
3.3 Koeficijent momenta propinjanja S1223 RTL u ovisnosti o napadnom kutu 12
3.4 Aeroprofil NACA0012 13
3.5 Koeficijent uzgona NACA0012 u ovisnosti o napadnom kutu 14
3.6 Nulti otpor u ovisnosti o brzini leta 17
3.7 Polara letjelice za brzinu $V = 14\,\mathrm{m/s}$ 18

4.1 Koeficijent pogonske sile propelera APC 12x7 27

5.1 Odziv letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona kormila visine 39
5.2 Odziv letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona kormila visine 40
5.3 Odziv letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca 41
5.4 Odziv letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca 42

6.1 Odziv izmijenjene letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca 46

6.2 Odziv izmijenjene letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca 47

7.1 *Taranis X9D Plus* upravljačka stanica 50
7.2 Blok upravljačke stanice Taranis X9D Plus u Simulinku 51
7.3 Blok pilota 51
7.4 Vizualizacija u *Flight Gearu* 52
7.5 Zakrivljeno platno i projektori 53
7.6 Prikaz putanje letjelice u prostoru 54
7.7 Upravljački signali letjelice 54
7.8 Komponente aerodinamičke brzine 55
7.9 Kutovi stava letjelice 55
7.10 Kutne brzine letjelice 56
7.11 Napadni kut i kut klizanja letjelice 56

Popis tablica

2.1 Osnovni podaci o letjelici HUSZ Jaeger 4
2.2 Položaj težišta letjelice u ovisnosti o utovarenom teretu 4
2.3 Podaci o geometrijskim karakteristikama letjelice 7

3.1 Podaci o aeroprofilima 13
3.2 Gradijenti koeficijenta normalne sile 19
3.3 Gradijenti koeficijenta momenta propinjanja 21
3.4 Gradijenti koeficijenta bočne sile 21
3.5 Gradijenti koeficijenta momenta skretanja 23
3.6 Gradijenti koeficijenta momenta valjanja 24

4.1 Osnovni podaci o motoru, bateriji i propeleru 26

5.1 Parametri potrebni za ravnotežan let 36
5.2 Korijeni karakteristične jednadžbe uzdužnog gibanja letjelice 37
5.3 Parametri kriterija za ocjenu kvalitete upravljanja 38
5.4 Korijeni karakteristične jednadžbe bočnog gibanja letjelice 40
5.5 Parametri kriterija za ocjenu kvalitete upravljanja 41

6.1 Usporedba vrijednosti gradijenata bitnih za stabilnost spiralnog moda . . 45
6.2 Korijeni karakteristične jednadžbe bočnog gibanja letjelice za letjelicu s promjenama 45
6.3 Usporedba vrijednosti vremenske konstante spiralnog moda 46

Popis oznaka

α napadni kut, [rad] . . . 9
β kut klizanja, [rad] . . . 9
δ_m kut otklona kormila visine, [rad] . . . 9
δ_n kut otklona kormila smjera, [rad] . . . 9
δ_n kut otklona krilaca, [rad] . . . 9
Λ strijela, [°] . . . 5
$\mathbf{\Omega}$ matrica vektora kutne brzine letjelice, [rad/s] . . . 31
$\mathbf{A}$ matrica sustava . . . 34
$\mathbf{B}$ matrica upravljanja . . . 34
$\mathbf{I}$ tenzor inercije, [kgm^2] . . . 5
$\mathbf{V_K}$ matrica komponenti brzine leta, [m/s] . . . 31
ω_n prirodna frekvencija moda, [rad/s] . . . 37
ϕ, θ, ψ kutovi stava letjelice, [rad] . . . 31
ρ gustoća zraka, [kg/m^3] . . . 8
τ vremenska konstanta moda, [s] . . . 37
$\mathbf{M}$ matrica sume momenata koji djeluju na letjelicu, [Nm] . . . 31
ζ prigušenje moda . . . 37
A vitkost . . . 5
b raspon, [m] . . . 5
c tetiva, [m] . . . 5
C_D koeficijent sile otpora . . . 10
C_L koeficijent sile uzgona . . . 10

C_l koeficijent momenta valjanja . . . 10
C_m koeficijent momenta propinjanja . . . 10
C_N koeficijent normalne sile . . . 10
C_n koeficijent momenta skretanja . . . 10
C_X koeficijent aksijalne sile . . . 10
C_{D0} koeficijent nultog otpora . . . 10
C_{m0} nulti moment propinjanja . . . 10
D promjer propelera, [m] . . . 27
i postavni kut, [°] . . . 5
J koeficijent napredovanja . . . 27
L moment valjanja, [Nm] . . . 8
M moment propinjanja, [Nm] . . . 8
N moment skretanja, [Nm] . . . 8
n broj okretaja motora, [n^{-1}] . . . 27
p, q, r kutne brzine letjelice, [rad/s] . . . 9
S površina, [m^2] . . . 5
s korijen karakteristične jednadžbe sustava . . . 37
S_{ref} referentna površina, [m^2] . . . 8
T potisna sila, [N] . . . 27
u, v, w komponente brzine leta, [m/s] . . . 31
V brzina, [m/s] . . . 8
X aksijalna sila, [N] . . . 8
Y bočna sila, [N] . . . 8
$Z(N)$ normalna sila, [N] . . . 8
$\mathbf{F}$ matrica sume sila koje djeluju na letjelicu, [N] . . . 31
$\mathbf{H}$ matrica komponenti kinetičkog momenta, [Nms] . . . 31
$\mathbf{r}$ matrica komponenti vektora položaja, [m] . . . 31
$\mathbf{s}$ matrica stava, [rad] . . . 31
q_∞ dinamički tlak, [Pa] . . . 8

Sažetak

U radu je promatrana radio-upravljana letjelica HUSZ Jaeger namijenjena za sudjelovanje na natjecanju *Air Cargo Challenge 2019*. Prikazani su osnovni podaci o letjelici te koristeći računalni 3D model dobivene njene inercijske značajke. Prema zadanim komponentama pogona određene su značajke pogonske grupe. Napravljen je aerodinamički model letjelice promatrajući pritom letjelicu s minimalnim teretom i letjelicu s očekivanim teretom. Zatim su analizirane značajke dinamičke stabilnosti i upravljivosti za oba slučaja i prema toj analizi predložene moguće izmjene u svrhu poboljšanja dinamike letjelie. Konačno, model letjelice sa šest stupnjeva slobode gibanja implementiran je u Simulinku i let letjelice je simuliran.

Ključne riječi: simulacija leta, stabilnost, upravljivost, aerodinamički koeficijenti, aerodinamički model, radio-upravljana letjelica

Summary

This thesis analyzes the dynamics of a radio-controlled aircraft called HUSZ Jaeger, designed to compete in the Air Cargo Challenge 2019 competition. Firstly the basic information about the aircraft is given and using a 3D model its inertial characteristics are determined. According to the given propulsion components, the characteristics of the propulsion group are determined. An aerodynamic model of the aircraft is developed for two cases, the aircraft of minimal weight and the aircraft of expected weight. The characteristics of the aircraft dynamic stability and control are analyzed and according to obtained results possible modifications are suggested in order to improve aircraft dynamics. Finally, a six degrees of freedom model of the aircraft is implemented in Simulink and a simulation of the aircraft flight is simulated.

Keywords: flight simulation, stability, control, aerodynamic coefficients, aerodynamic model, radio-controlled aircraft

1 Uvod

Pri konstruiranju zrakoplova velik izazov predstavljaju problemi stabilnosti i upravljivosti, a simulacija leta omogućava uvid u njihove značajke. Ako se ispitivanja putem simulacije leta uključe u proces projektiranja letjelice, mogu dati vrijedan uvid u potencijalne izmjene letjelice s ciljem poboljšanja njenih dinamičkih značajki. Ako se pak simulacija izvodi u realnom vremenu s pilotom u petlji moguće je steći i subjektivni dojam o letjelici i njenoj upravljivosti.

U ovom radu promatrana letjelica je bespilotna radio-upravljana letjelica HUSZ Jaeger, konstruirana u sklopu projekta kolegija Osnivanje zrakoplova I i II u akademskoj godini 2018./2019. i namijenjena sudjelovanju na natjecanju *Air Cargo Challenge*. Autorica rada bila je dio tima koji je radio na konstruiranju letjelice pa je korisno dati određeno razgraničenje između ovog rada i samog projekta.

Projekt je izveden je u dvije faze, gdje je u drugoj fazi napravljeno detaljnije konstruiranje dijelova letjelice te detaljan CAD model koji je korišten u ovom radu. Preklapanje projekta i ovog rada događa se na samom kraju druge faze. U okviru ovog rada napravljen je točniji model tereta u prostoru za teret kako bi se bolje odredio položaj težišta. U okviru projekta analizirana je dinamička stabilnost i upravljivost letjelice gdje je zadatak autorice bio odrediti aerodinamičke koeficijente koji su kasnije korišteni u ovom radu. Pri tome je analiza dinamičke stabilnosti u okviru projekta napravljena koristeći samo aproksimacije modova dok je u ovom radu ta analiza napravljena koristeći linearni model gibanja. Rezultati dobiveni u ovom radu stoga imaju nešto višu razinu točnosti. U konačnici, ovaj rad može se smatrati svojevrsnim nastavkom projekta konstruiranja letjelice HUSZ Jaeger gdje je analiza dinamičke stabilnosti i upravljivosti proširena da

bi se dobila veća razina točnosti, a krajnji rezultat je uvid u moguća poboljšanja letjelice te mogućnost simulacije leta dok je sama letjelica još u proizvodnji.

2 Geometrijske značajke letjelice HUSZ Jaeger

Letjelica HUSZ Jaeger je bespilotna letjelica projektirana u sklopu kolegija *Osnivanje zrakoplova I* i *II* tijekom akademske godine 2018./2019. Letjelica je namijenjena za sudjelovanje na natjecanju *Air Cargo Challenge 2019* te je konstruirana u skladu s pravilnikom natjecanja, a u trenutku pisanja ovog rada je u izradi. Konfiguracija letjelice odabrana na samom početku projekta, a čini ju pravokutno krilo postavljeno visoko na trupu i T-rep.

2.1. Osnovni podaci

Tablica 2.1 prikazuje osnovne podatke o letjelici. Cilj natjecanja *Air Cargo Challenge* je napraviti deset preleta u što manjem vremenu i sa što više tereta. Prema pravilniku natjecanja, letjelica ima spremnik za teret u kojeg se postavljaju utezi različitih masa. U skladu s time, letjelica ima raspon mogućih masa, pri čemu je minimalna masa minimalni zahtijevani teret kako bila uzdužno stabilna, dok je maksimalna masa određena konstrukcijom, odnosno čvrstoćom ramenjače.

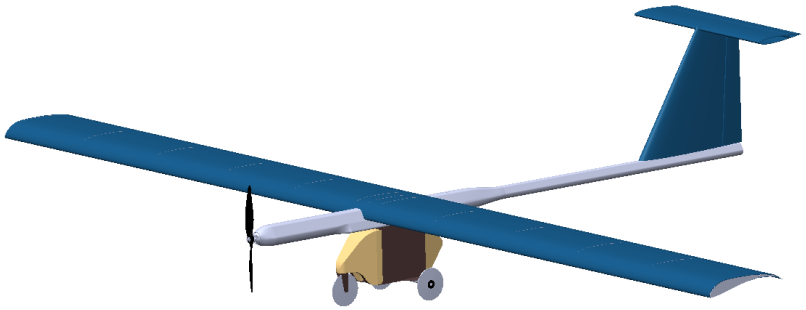
2.2. Inercijske značajke

Računalni 3D model promatrane letjelice izrađen je pomoću programskog paketa *Solidworks*, prikazan na slici 2.1.

Dijelovima letjelice zadan je materijal i debljina oplate prema [2] te je tako dobivena masa i težišta pojedinih komponenti, kao i momenti tromosti letjelice. Bitno je napome-

Tablica 2.1: Osnovni podaci o letjelici HUSZ Jaeger

Raspon krila	3,49 m
Površina krila	0,94 m^2
Masa letjelice (uključujući motor, baterije i sustave)	3,9 kg
Minimalna masa tereta	3 kg
Maksimalna masa tereta	10 kg
Brzina sloma uzgona	9 m/s
Brzina krstarenja	14 m/s



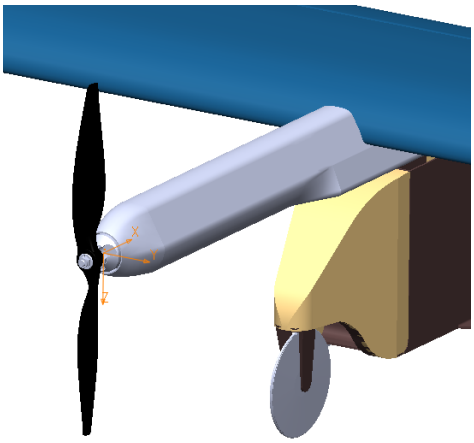
Slika 2.1: HUSZ Jaeger 3D model

nuti da težište prazne letjelice nije točno na poziciji težišta tereta, stoga položaj težišta ovisi o utovarenom teretu. Tablica 2.2 prikazuje položaj težišta letjelice za letjelicu s minimalnim teretom ($m_T = 3$ kg, $m = 6,9$ kg) i letjelicu s očekivanim teretom ($m = 6.3$ kg, $m = 10,2$ kg) u koordinatnom sustavu prikazanom na slici 2.2.

Za oba slučaja moguće je iz računalnog 3D modela dobiti tenzor inercije letjelice.

Tablica 2.2: Položaj težišta letjelice u ovisnosti o utovarenom teretu

Koordinata	Minimalni teret $m = 6,9$ kg	Očekivani teret $m = 10,2$ kg
x [m]	0.567	0.558
y [m]	0	0
z [m]	0.087	0.08



Slika 2.2: Korišteni koordinatni sustav

Za letjelicu s minimalnim teretom vrijedi

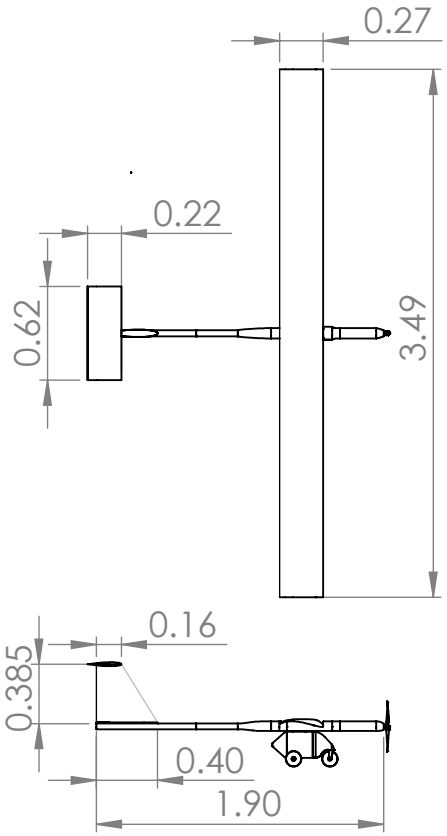
$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1,59 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 2,4 \end{bmatrix} \mathrm{kg\,m^2}, \tag{2.1}$$

a za letjelicu s očekivanim teretom

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1,61 & 0 & 0 \\ 0 & 1,02 & 0 \\ 0 & 0 & 2,41 \end{bmatrix} \mathrm{kg\,m^2}. \tag{2.2}$$

2.3. Geometrija letjelice

Tablica 2.3 prikazuje dimenzije letjelice korištene pri procjeni aerodinamičkih koeficijenata. Glavne dimenzije prikazane su na slici 2.3.



Slika 2.3: Glavne dimenzije letjelice

Tablica 2.3: Podaci o geometrijskim karakteristikama letjelice

Referentna površina, S_{ref}	0.94 m^2
Frontalna površina jednog kotača, $S_{front,k}$	0.003 m^2
Frontalna površina prostora za teret $S_{front,t}$	0.082 m^2
Površina krila, S_w	0.94 m^2
Raspon krila, b	3.49 m
Površina upravljačkih površina na krilu, S_{δ_w}	0.752 m^2
Tetiva krila, c_w	0.27 m
Vitkosti krila, A_w	13
Strijela krila, Λ_w	0°
Postavni kut krila, i_w	-2°
Površina vertikalnog stabilizatora, S_v	0.11 m^2
Raspon vertikalnog stabilizatora, b_v	0.385 m
Površina upravljačkih površina na vertikalnom stabilizatoru, S_{δ_v}	0.035 m^2
Korijenska tetiva vertikalnog stabilizatora, c_{rv}	0.4 m
Vršna tetiva vertikalnog stabilizatora, c_{tv}	0.16 m
Srednja aerodinamička tetiva vertikalnog stabilizatora, c_v	0.3 m
Vitkost vertikalnog stabilizatora, A_v	1.31
Strijela vertikalnog stabilizatora, Λ_v	36°
Površina horizontalnog stabilizatora, S_h	0.136 m^2
Raspon horizontalnog stabilizatora, b_h	0.62 m
Površina upravljačkih površina na vertikalnom stabilizatoru, S_{δ_h}	0.04 m^2
Tetiva horizontalnog stabilizatora, c_h	0.22 m
Vitkost horizontalnog stabilizatora, A_h	2.78
Strijela horizontalnog stabilizatora, Λ_h	0°
Postavni kut horizontalnog stabilizatora, i_h	-1.5°
Duljina prednjeg segmenta tijela, b_{b1}	0.745 m
Ekvivalentni promjer prednjeg segmenta tijela, D_1	0.06 m
Duljina stražnjeg segmenta tijela, b_{b2}	1.155 m
Ekvivalentni promjer prednjeg segmenta tijela, D_2	0.04 m

3 Aerodinamički model letjelice

Djelovanje zraka na letjelicu zamjenjuje se jednom aerodinamičkom silom u težištu letjelice i jednim aerodinamičkim momentom oko težišta. Koordinatni sustav u kojem su izražene sile i momenti bira se ovisno o problemu koji se analizira.

Za potrebe ovog rada prvenstveno je korišten koordinatni sustav letjelice koji je kruto vezan na letjelicu. Glavne osi tromosti čine osi koordinatnog sustava dok je njegovo ishodište u vrhu letjelice. Komponente sile $[X \quad Y \quad Z]^T$ su redom aksijalna, bočna i normalna sila, a komponente momenta $[L \quad M \quad N]^T$ moment valjanja, propinjanja i skretanja. Iznimno, radi jednostavnosti, otpor je dobiven u aerodinamičkom koordinatnom sustavu, definiranom u [3] a zatim transformiran u aksijalnu silu.

U praksi, pa tako i u ovom radu, umjesto komponenti sile i momenta, koriste se njihovi aerodinamički koeficijenti. Za računanje koeficijenata aerodinamičkih sila i momenata potrebno je definirati referentnu silu i referentni moment. Referentna sila je produkt referentnog tlaka i referentne površine S_{ref}, površine krila. Referentni moment je produkt referentnog tlaka i referentne duljine - za propinjanje je to duljina aerodinamičke tetive krila c_A, a za valjanje i skretanje raspon zrakoplova b. Referentni tlak q je uvijek dinamički tlak izračunat s brzinom opstrujavanja:

$$q_\infty = \frac{\rho V^2}{2}.$$

Uz definiranu referentnu silu moguće je definirati aerodinamičke koeficijente:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{C}_X &= \frac{X}{q_\infty S_{ref}}, \\
C_Y &= \frac{Y}{q_\infty S_{ref}}, \\
C_Z &= \frac{Z}{q_\infty S_{ref}}, \\
C_l &= \frac{L}{q_\infty S_{ref} b}, \\
C_m &= \frac{M}{q_\infty S_{ref} c_A}, \\
C_n &= \frac{N}{q_\infty S_{ref} b}.
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

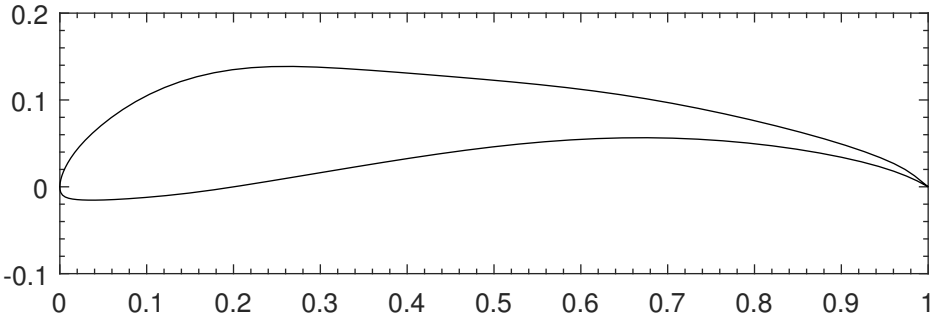
U općem slučaju aerodinamički koeficijenti su funkcije sljedećih parametara:

- Machova broja ,
- Reynoldsova broja ,
- kutova položaja aerodinamičke brzine u odnosu na letjelicu: α i β,
- bezdimenzijskih kutnih brzina aerodinamičke brzine u odnosu na letjelicu: $\dot{\alpha}^*$ i $\dot{\beta}^*$
- bezdimenzijskih kutnih brzina letjelice te otklona upravljačkih površina: p^*, q^*, r^*
- otklona upravljačkih površina: δ_l, δ_m, δ_n, δ_f

Promatrani zrakoplov leti relativno malim brzinama, između 8 i 20 m/s. Iz tog razloga utjecaj Machova broja se zanemaruje. S druge strane, let ovako malim brzinama znači da zrakoplov leti pri niskim Reynoldsovim brojevima te će granični sloj zraka biti laminaran. U ovom području nulti otpor uslijed trenja nije konstantan kao pri većim brzina u subsonici već ovisi o Reynoldsovom broju i viši je za niže Reynoldsove brojeve. Reynoldsov broj se iz tog razloga uzima u obzir pri izračunu otpora.

Nadalje, varijable uzdužnog gibanja; napadni kut α, kutna brzina propinjanja q i otklon kormila visine δ_m, bez obzira na njihovu veličinu, ne uzrokuju bočnu silu Y, moment skretanja N niti moment valjanja L. Iz tog razloga, Y, N i L nisu u funkciji varijabli uzdužnog gibanja.

Mali poremećaji varijabli bočnog gibanja, β, p, r, δ_n i δ_l ne utječu na bočno gibanje. Stoga se uvodi pretpostavka da normalna sila Z i moment propinjanja M nisu u funkciji varijabli bočnog gibanja.



Slika 3.1: Aeroprofil S1223 RTL

U proračunu aerodinamičkih koeficijenata se za normalnu silu koristi oznaka N te vrijedi $C_N = -C_Z$.

Konačno, uz pretpostavku da napadni kut α i kut klizanja β ne prelaze granice linearnosti, dobiva se sljedeći oblik funkcija:

$$\begin{aligned}
\mathrm{C}_D &= C_{D0} + K_1 C_L^2 + K_2(C_L - C_{L_0}),\\
\mathrm{C}_Y &= C_{Y\beta}\beta + C_{Yp}p^* + C_{Yr}r^* + C_{Y\delta_n}\delta_n,\\
\mathrm{C}_N &= C_{N0} + C_{N\alpha}\alpha + C_{N\alpha}\dot{\alpha}^* + C_{Nq}q^* + C_{N\delta_m}\delta_m,\\
\mathrm{C}_l &= C_{l\beta}\beta + C_{lp}p^* + C_{lr}r^* C_{l\delta_l}\delta_l + C_{l\delta_n}\delta_n,\\
\mathrm{C}_m &= C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\alpha}\dot{\alpha}^* + C_{mq}q^* + C_{m\delta_m}\delta_m,\\
\mathrm{C}_n &= C_{n\beta}\beta + C_{nr}r^* + C_{np}p^* + C_{n\delta_l}\delta_l + C_{n\delta_n}\delta_n.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

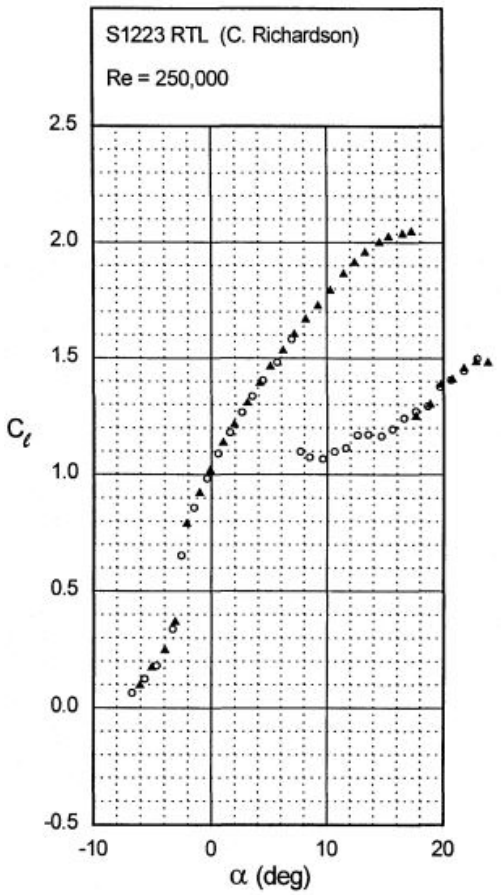
U ovom radu aerodinamički koeficijenti procjenjuju se metodama projekte aerodinamike prema [3], za što je potrebno detaljno poznavanje geometrije letjelice.

3.1. Aeroprofil krila i stabilizacijskih površina

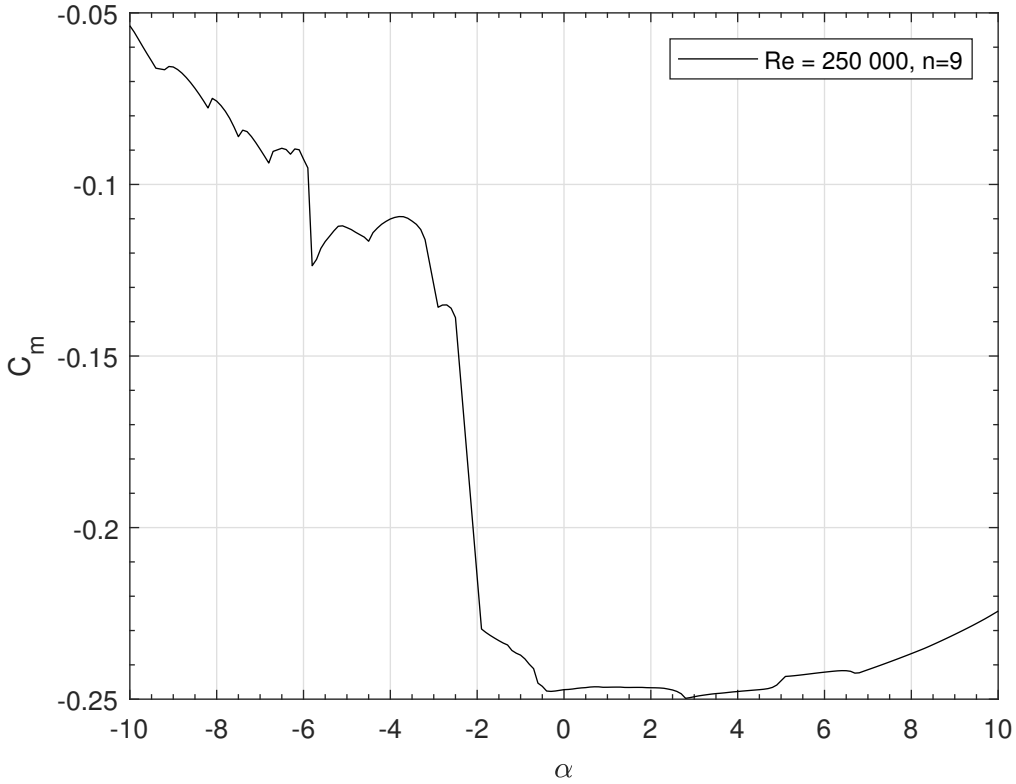
Korišteni aeroprofili promatrani su pri Reynoldsovom broju $Re = 250000$, što otprilike odgovara očekivanoj brzini od oko 14 m/s.

Aeroprofil krila je S1223 RTL, prikazan na slici 3.1.

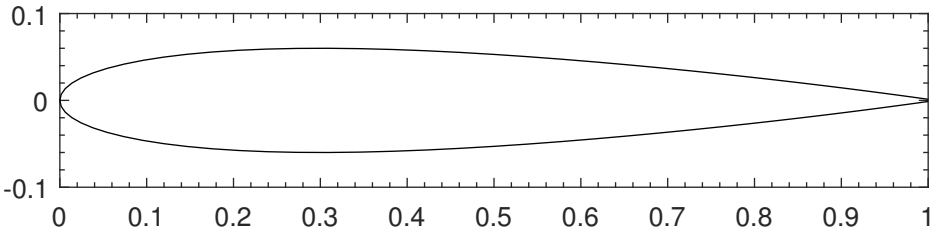
Podatak o ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom kutu za aeroprofil S1223 RTL preuzet je iz eksperimentalnih mjerenja iz [4], prikazanih na slici 3.2.



Slika 3.2: Koeficijent uzgona S1223 RTL u ovisnosti o napadnom kutu prema [4]



Slika 3.3: Koeficijent momenta propinjanja S1223 RTL u ovisnosti o napadnom kutu



Slika 3.4: Aeroprofil NACA0012

Tablica 3.1: Podaci o aeroprofilima

	S1223 RTL	NACA0012
$\bar{t}$	0.135	0.12
$\overline{x}_t$	0.199	0.3
c_{l_α}	4.59	5.68
α_0	-6	0
c_{m_0}	-0.24	0

Podatak o koeficijentu momenta propinjanja za aeroprofil S1223 RTL dobiven je uz pomoć programskog paketa *XFLR5*. Na slici 3.3 može se vidjeti grafički prikaz podataka.

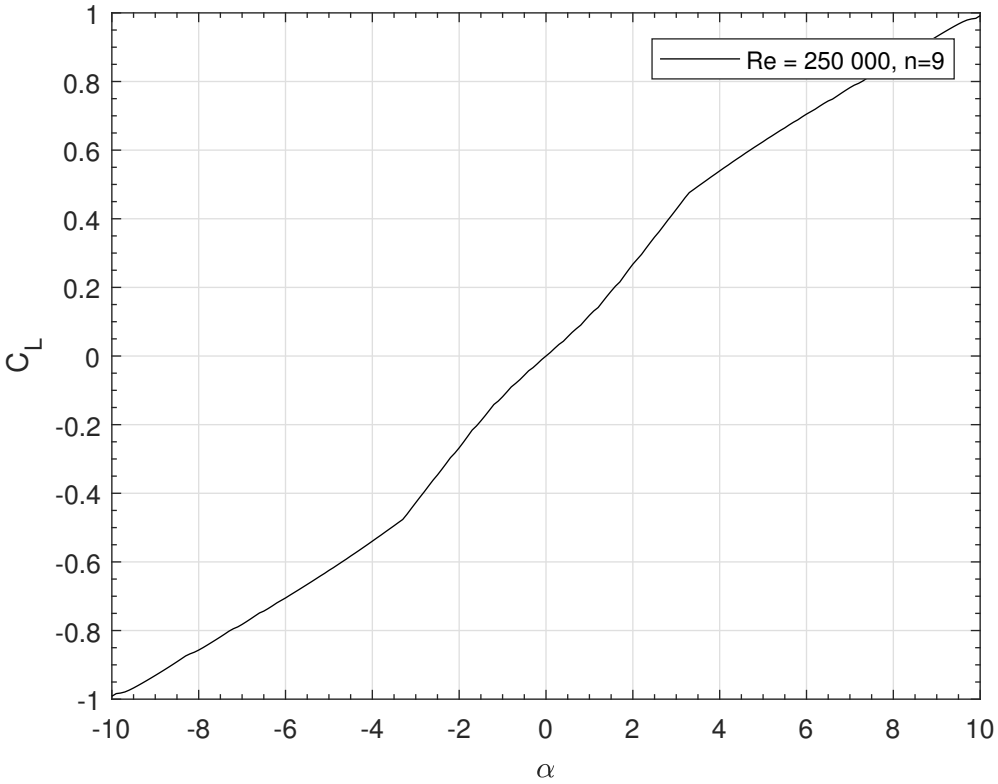
Aeroprofil horizontalnog i vertikalnog stabilizatora je NACA0012, prikazan na slici 3.4.

Koeficijent sile uzgona u ovisnosti o napadnom kutu za aeroprofil NACA0012 dobiven je pomoću programskog paketa *XFLR5* i prikazan je na slici 3.5.

Konačno, u tablici 3.1 prikazani su podaci korišteni za procjenu aerodinamičkih koeficijenata.

3.2. Položaji hvatišta sila

Osim poznavanja položaja težišta letjelice (2.2) i geometrijskih karakteristika (2.3, za procjenu aerodinamičkih koeficijenata potrebno je poznavati i položaje hvatišta sila na nosećim površinama.



Slika 3.5: Koeficijent uzgona NACA0012 u ovisnosti o napadnom kutu

Udaljenost hvatišta sile od vrha letjelice l_c određeno je kao

$$l_c = l_0 + x_A + \overline{h}_c \cdot c_A, \tag{3.3}$$

gdje je l_0 udaljenost vrha noseće površine od vrha letjelice, x_A je udaljenost aerodinamičkog ishodišta od vrha noseće površine i c_A srednja aerodinamička tetiva. $\overline{h_c}$ je bezdimenzijska udaljenost hvatišta sile, u funkciji vitkosti i strijele noseće površine te brzine leta i određena je prema [3] kao $\overline{h}_{cw} = \overline{h}_{ch} = 0.26$ za krilo i horizontalni stabilizator i $\overline{h}_{cv} = 0.24$ za vertikalni stabilizator.

Iz toga proizlazi da su udaljenosti hvatišta normalne sile na noseće površine od vrha letjelice sljedeći:

$$\begin{aligned} l_{cw} &= 0.472\,\mathrm{m}, \\ l_{cv} &= 1.629\,\mathrm{m}, \\ l_{ch} &= 1.840\,\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Udaljenost hvatišta normalne sile na noseću površinu od uzdužne osi zrakoplova određuje se kao hvatište sile polovice noseće površine prema [3] i iznosi

$$y_c = \frac{d}{2} + \overline{y}_c \frac{b}{2}, \tag{3.5}$$

gdje je d promjer trupa na spoju trupa i noseće površine, a b raspon noseće površine. $\overline{y}_c$ je bezdimenzijska udaljenost hvatište, u funkciji vitkosti i strijele noseće površine i brzine leta i iznosi $\overline{h}_{cw} = 0.5$ za krilo i $\overline{h}_{cv} = 0.43$ za vertikalni stabilizator.

Udaljenost hvatišta normalne sile na krilu i normalne sile na vertikalnom stabilizatoru iznosi

$$\begin{aligned} y_{cw} &= 0.913\,\mathrm{m}, \\ z_{cv} &= 0.186\,\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.3. Procjena aerodinamičkih koeficijenata letjelice

Aerodinamički koeficijenti procijenjeni su metodama projektne aerodinamike prema [3]. Izrazom (3.33) prikazani su svi gradijenti koji čine aerodinamičke koeficijente, a u daljnjem tekstu detaljnije je objašnjen način procjene svakog od gradijenata. Izrazi kojim se računaju gradijenti radi preglednosti prikazani su tablično.

3.3.1. Otpor

Otpor letjelice sastoji se od dva dijela; nulti otpor i inducirani otpor. Nulti otpor je otpor zrakoplova kada nema uzgona i čine ga otpor zbog trenja, valni otpor i otpor dna. Valni otpor u subsonici je jednak nuli, dok je otpor dna za ovu letjelicu zanemariv jer izlazna površina gotovo ne postoji. Osim navedenih, postoji još i dodatni otpor, koji je otpor nekih dijelova zrakoplova čiji oblik povećava otpor te se u ovom radu smatra dijelom nultog otpora. Kod promatrane letjelice to su prvenstveno kotači i prostor za teret. Dakle, kod procjene otpora letjelice u ovom radu razmatra se otpor uslijed trenja, inducirani otpor i dodatni otpor kotača.

Otpor kotača i prostora za teret procjenjuje se izrazom

$$C_D = k\frac{S_{front}}{S_{ref}}, \tag{3.7}$$

gdje je k poznat za tipizirane oblike te je za kotače $k = 0.15$, a za prostor za teret, zbog aerodinamičkog oblika, $k = 0.07$.

Otpor uslijed trenja sastoji se od otpora krila, trupa, horizontalnog stabilizatora i vertikalnog stabilizatora. Procjenjuje se prema izrazu (3.8) za klasične konfiguracije u subsonici. Utjecaj Machovog broja može se u slučaju promatrane letjelice zanemariti.

$$C_{Df} = c_f F_F F_S \frac{S_{wet}}{S_{ref}}, \tag{3.8}$$

gdje je c_f za slučaj laminarnog graničnog sloja

$$c_f = \frac{1.3}{\sqrt{Re}}. \tag{3.9}$$

Za noseće površine vrijedi

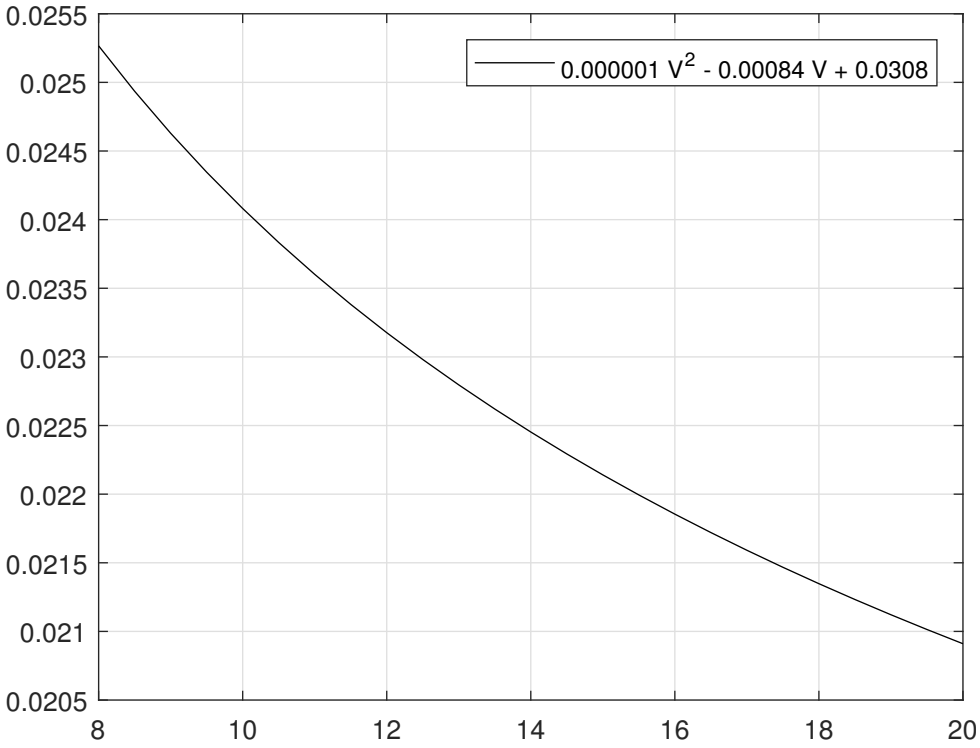
$$\begin{aligned} \mathrm{F}_F &= 1 + \tfrac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4, \\ F_S &= (\cos\Lambda_t)^{0.28}, \end{aligned} \tag{3.10}$$

a za trup

$$F_F \cdot F_S = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400}, \tag{3.11}$$

gdje je f vitkost tijela.

Otpor letjelice kada nema uzgona je



Slika 3.6: Nulti otpor u ovisnosti o brzini leta

$$C_{D0} = C_{D0_w} + C_{D0_b} + C_{D0_h} + C_{D0_v} + C_{D_{wheels}} + C_{D_{cargobay}}. \tag{3.12}$$

S obzirom na to da letjelica leti pri niskim Reynoldsovim brojevima, nulti otpor nosećih površina nije konstantan već je funkcija brzine, što se vidi i u izrazu (3.9). Slika 3.6 prikazuje ovisnost otpora kada nema uzgona o brzini leta.

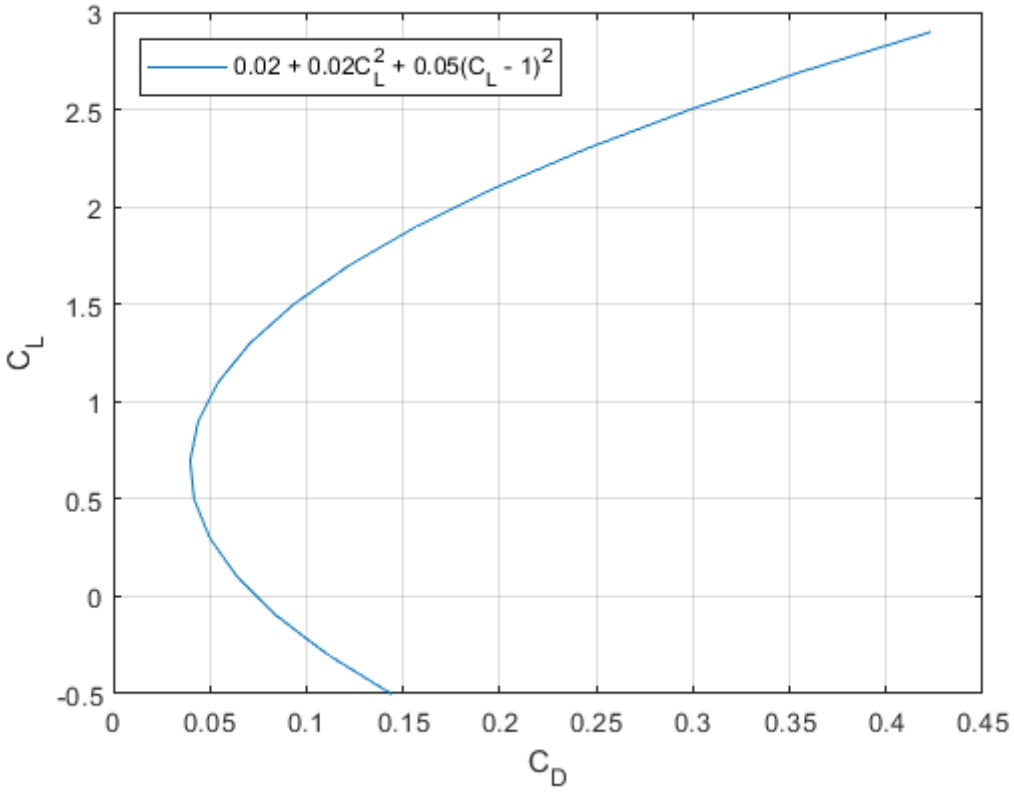
Inducirani otpor letjelice procijenjen je prema [5], izrazom

$$C_{Di} = K_1 C_L^2 + K_2 (C_L - C_{l0})^2, \tag{3.13}$$

gdje je $K_1 = \frac{1}{\pi A R e}$, a $K2$ i C_{L0} procijenjeni su iz XFLR5 podataka o aeroprofilu krila. Konačni inducirani otpor letjelice iznosi

$$C_{Di} = 0.0258 C_L^2 + 0.051 (C_L - 1)^2. \tag{3.14}$$

Slika 3.7 prikazuje konačnu polaru letjelice za očekivanu brzinu $V = 14\,\mathrm{m/s}$.



Slika 3.7: Polara letjelice za brzinu $V = 14\,\mathrm{m/s}$

3.3.2. Normalna sila

Nulti član koeficijenta normalne sile, kao i gradijent koeficijenta normalne sile po napadnom kutu imaju doprinose od kombinacije tijelo-krilo, BW i kombinacije horizontalac-tijelo, hB:

$$\begin{aligned} C_{N0} &= C_{N0_{BW}} + C_{N0_{hB}}, \\ C_{N\alpha} &= C_{N\alpha_{BW}} + C_{N\alpha_{hB}}. \end{aligned} \tag{3.15}$$

S obzirom na to da normalna sila kombinacije krilo-tijelo ne ovisi o otklonu kormila visine, doprinos ovom gradijentu koeficijenta normalne sile po otklonu kormila visine čini samo kombinacija horizontalac-tijelo.

$$C_{N\delta_m} = C_{N\delta_{mhB}}. \tag{3.16}$$

Osim navedenih, postoje još gradijent koeficijenta normalne sile po kutnoj brzini promjene napadnog kuta $C_{N\dot{\alpha}}$ i kutnoj brzini propinjanja C_{Nq}.

Izrazi kojim se procjenjuju gradijenti radi preglednosti prikazani su u tablici 3.2.

Tablica 3.2: Gradijenti koeficijenta normalne sile

C_{N0}	$C_{N0_{BW}}$	$\frac{S_w}{S_{ref}} (C_{Na})_w k_{BW} (i_w - \alpha_{0W})$
	$C_{N0_{hB}}$	$\eta_h \frac{S_h}{S_{nef}} (C_{Na})_h \left[-\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (i_W - \alpha_{0h}) + i_h \right]$
$C_{N\alpha}$	$C_{N\alpha_{BW}}$	$\frac{S_w}{S_{nf}} (C_{Na})_w K_{BW}$
	$C_{N\alpha_{hB}}$	$\eta_h \frac{S_h}{S_{rf}} (C_{Na})_h \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)$
$C_{N\delta_m}$	$C_{N\delta_{mBW}}$	0
	$C_{N\delta_{mhB}}$	$\eta_V \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\delta})_h$
$C_{N\dot{\alpha}}$		$\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{Na})_h \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{c_A}$
C_{Nq}		$\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{Na})_h \frac{\ell_{ch} - \ell_m}{c_A}$

Gradijent koeficijenta normalne sile noseće površine računa se prema sljedećem izrazu

$$C_{L\alpha} = C_{N_\alpha} = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{4 + (\frac{2\pi A}{c_{l\alpha}})^2 + (1 + \frac{\tan^2 \Lambda_t}{1 - Ma^2})}}, \tag{3.17}$$

te za krilo iznosi

$$C_{L\alpha W} = 4.103, \tag{3.18}$$

a za horizontalni stabilizator

$$C_{L\alpha h} = 3.0815. \tag{3.19}$$

K_{BW} i k_{BW} su koeficijenti interferencije planarne i otklonjene kombinacije tijelo-krilo redom, a dobivaju se sljedećim izrazima

$$\begin{aligned} \overline{d} &= \tfrac{d}{b} = 0.014, \\ K_{BW} &= 1 + 3\overline{d} - \lambda\overline{d}(1-\overline{d}) = 1.035, \\ k_{BW} &= \frac{(1+0.41\overline{d})^2}{(1+\overline{d})^2}[1 + 3\overline{d} - \lambda\overline{d}(1-\overline{d})] = 1.049, \end{aligned} \tag{3.20}$$

gdje je d ekvivalentni promjer presjeka trupa na mjestu spajanja s krilom, a b raspon kombinacije.

Općenito, to su koeficijenti interferencije tijelo-noseća površina. U slučaju promatrane letjelice, s obzirom na to da je konfiguracija T-rep, koeficijenti interferencije kombinacije horizontalac-tijelo su jednaki 1 te nisu navedeni u jednadžbama. Također, u općem slučaju, η_h je koeficijent kojim se umanjuje dinamički tlak na horizontalnom stabilizatoru zato što se nalazi u poremećenoj struji. Za promatranu letjelicu smatra se da je horizontalni stabilizator dovoljno udaljen od krila i pretpostavlja se $\eta_h = 1$.

Zbog vrtloga koji nastaju na izlaznom rubu krila, napadni kut horizontalnog stabilizatora manji je od napadnog kuta zrakoplova za veličinu ε, tzv. savijanje struje od kombinacije krilo-trup. Savijanje struje je proporcionalno napadnom kutu krila, procjenjuje se prema [3] te za promatranu letjelicu iznosi

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha} = 0.2792. \tag{3.21}$$

3.3.3. Moment propinjanja

Tablica 3.3 prikazuje izraze kojim se računaju gradijenti momenta propinjanja. Pri tome vrijedi analogija s gradijentima koeficijenta normalne sile.

Pri tome je nulti moment noseće površine

Tablica 3.3: Gradijenti koeficijenta momenta propinjanja

C_{m0}	$C_{m0_{BW}}$	$\frac{S_w}{S_{ref}}\left(C_{m0w}+C_{N0_{BW}}\frac{\ell_m-\ell_{cw}}{c_A}\right)$
	$C_{m0_{hB}}$	$-C_{N0_{hB}}\frac{\ell_m-\ell_{ch}}{c_A}$
$C_{m\alpha}$	$C_{N\alpha_{BW}}$	$C_{N\alpha_{BW}}\frac{\ell_m-\ell_{cw}}{c_A}$
	$C_{m\alpha_{hB}}$	$-C_{N\alpha_{hB}}\frac{\ell_m-\ell_{cw}}{c_A}$
$C_{m\delta_m}$	$C_{m\delta_{mWB}}$	0
	$C_{m\delta_{mhB}}$	$C_{N\delta_{mhB}}\frac{\ell_m-\ell_{\delta_h}}{c_A}$
$C_{m\dot{\alpha}}$		$C_{Z\dot{\alpha}}\frac{l_{ch}-l_m}{c_A}$
C_{mq}		$C_{Zq}\frac{l_{ch}-l_m}{c_A}$

$$C_{m0}=(C_{m0})_{\text{prof}}\frac{A\cos^2\Lambda_{LE}}{A+2\cos A_{LE}}, \tag{3.22}$$

odnosno za krilo promatrane letjelice iznosi

$$C_{m0_w}=-0.2122. \tag{3.23}$$

3.3.4. Bočna sila

Kao što je prikazano u (3.33) koeficijent bočne sile može se izraziti gradijentom bočne sile po kutu klizanja C_{Y_β}, po kutnoj brzini skretanja C_{Y_p}, po kutnoj brzini valjanja C_{Y_p} te po otklonu kormila pravca $C_{Y_{\delta n}}$. Tablica 3.4 prikazuje izraze prema [3] pomoću kojih se procjenjuju ovi gradijenti.

Tablica 3.4: Gradijenti koeficijenta bočne sile

C_{Y_β}	$-\eta_v\frac{S_v}{S_{ref}}\left(C_{N\alpha}\right)_v K_{VB}\frac{\partial\beta_v}{\partial\beta}$
C_{Y_r}	$\eta_V\frac{S_v}{S_{ref}}\left(C_{N\alpha}\right)_v\frac{\ell_{cv}-l_m}{b}$
C_{Y_p}	$-\eta_v\frac{S_v}{S_{ref}}\left(C_{N\alpha}\right)_v\frac{\lvert z_c-z_{cv}\rvert}{b}$
$C_{Y_{\delta n}}$	$\eta_V\eta_{slot}\frac{S_v}{S_{nef}}\left(C_{N\delta}\right)_V$

Gradijent normalne sile vertikalnog stabilizatora po napadnom kutu, kao i za ostale noseće površine, dobiven je koristeći izraz (3.17) i iznosi

$$C_{N\alpha_v} = 1.7774. \tag{3.24}$$

Koeficijent interferencije kombinacije vertikalac-tijelo može se uzeti kao jediničan zbog malog promjera tijela na mjestu spajanja s vertikalcem.

U slučaju vertikalnog stabilizatora, za promatranu letjelicu uzima se u obzir promjena dinamičkog tlaka kroz $\eta_v = 0.98$. Osim ovog gubitka, ni kut klizanja na vertikalnom repu nije jednak kutu klizanja zrakoplova, već je struja iza ravnine elise skrenuta za neki kut i kut klizanja na vertikalnom repu je β_v. Kut β_v ovisi o kutu klizanja letjelice β. Matematički model kojim je procijenjen ovaj utjecaj preuzet je iz [3]

$$\eta_v \frac{\beta_v}{\beta} = 0.724 + \frac{3.06\frac{S_V}{S_W}}{1+\cos\Lambda_w} + 0.4\frac{z_W}{D_f} + 0.009A_w = 0.8193. \tag{3.25}$$

Pri tome je $\frac{z_W}{D_f} = 0.5$ za krilo postavljeno visoko na trupu prema [6].

$C_{N\delta}$ označava gradijent normalne sile po otklonu upravljačke površine za kojeg vrijedi izraz

$$C_{N\delta} = 0.9 \cdot \frac{S_\delta}{S_{\text{ref}}} \left(\frac{C_{L\alpha}}{c_{\ell\alpha}}\right) \cdot c_{\ell\delta} \cdot \cos\Lambda_{HL} \cdot K_f. \tag{3.26}$$

U slučaju kormila pravca promatrane letjelice, uzimajući u obzir da tetiva kormila iznosi 30% tetive vertikalnog stabilizatora vrijedi

$$\begin{aligned} K_f &= 0.9, \\ (C_{N\delta})_V &= 0.3627. \end{aligned} \tag{3.27}$$

3.3.5. Moment skretanja

Koeficijent momenta skretanja može se izraziti gradijentom po kutu klizanja $C_{n\beta}$, gradijentom po otklonu kormila pravca $C_{n\delta_n}$, gradijentom po otklonu krilaca $C_{n\delta_l}$, gradijentom po kutnoj brzini valjanja C_{np} i gradijentom po kutnoj brzini skretanja C_{nr}.

Pri tome gradijent po kutu klizanja ima doprinos od vertikalnog stabilizatora, krila i tijela:

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_V} + C_{n\beta_W} + C_{n\beta_B}. \tag{3.28}$$

Specifičnost promatrane letjelice je velika razlika u promjeru prednjeg i stražnjeg dijela trupa. Kako bi se doprinos trupa momentu skretanja što točnije uzeo u obzir, trup je podijeljen na dva dijela. Prvi dio tvore sami trup letjelice ali i prostor za teret, stoga je volumen prvog dijela trupa V_{B1} zbroj njihovih volumena, najveća visina D_{B1} je zbroj visine prostora za teret i visine trupa, a najveća širina W_{B2} je širina prostora za teret. Drugi dio trupa tvori samo trup letjelice.

$$C_{n\beta_B} = C_{n\beta_{B_1}} + C_{n\beta_{B_2}}. \tag{3.29}$$

Za razliku od prethodnih sila i momenata, moment skretanja ovisi o sili uzgona a to se u koeficijentima vidi kroz doprinos krila na gradijent koeficijenta momenta skretanja po kutu klizanja te gradijentu momenta skretanja po otklonu krilaca. Pri tome je u Simulink modelu $C_{n\beta W}$ implementiran kao funkcija C_L, dok se kod izračuna $C_{n\delta_l}$ pretpostavlja $C_{L_{WB}} = C_{N_{BW}}$.

Izrazi kojima se procjenjuju gradijenti koeficijenta momenta skretanja prikazani su u tablici 3.5.

Tablica 3.5: Gradijenti koeficijenta momenta skretanja

$C_{n\beta}$	$C_{n\beta_V}$	$-C_{Y\beta}\frac{\ell_{CV}-\ell_m}{b}$	
	$C_{n\beta_W}$	$\frac{1}{4}\frac{C_L^2}{\pi A}$	
	$C_{n\beta_B}$	$C_{n\beta_{B_1}}$	$-1.3\frac{V_{B1}D_{B1}}{W_{B1}S_{ref}b_1}$
		$C_{n\beta_{B_2}}$	$-1.3\frac{V_{B2}D_{B2}}{W_{B2}S_{ref}b_2}$
$C_{n\delta_n}$	$-C_{Y\delta_n}\frac{\ell_{V\delta}-\ell_m}{b}$		
$C_{n\delta_l}$	$-2K_1C_{L_{WB}}C_{l\delta_l}\frac{y_c}{y_l}$		
C_{np}	$-C_{Yp}\frac{\ell_{cv}-\ell_m}{b}$		
C_{nr}	$-C_{Yr}\frac{\ell_{cv}-\ell_m}{b}$		

3.3.6. Moment valjanja

Koeficijent momenta valjanja može se prikazati sljedećim gradijentima.

- Gradijent po kutu klizanja koji je zbroj gradijenata koji nastaju na krilu i na vertikalnom stabilizatoru

$$C_{l\beta} = C_{l\beta_W} + C_{l\beta_V}, \tag{3.30}$$

pri čemu gradijent na krilu nastaje zbog tri utjecaja; zbog utjecaja prostornog kuta krila $C_{l\beta\nu}$, normalne sile $C_{l\beta C_L}$ zbog strijele krila i nesimetrično postavljenog krila $C_{l\beta z_w}$. Promatrana letjelica ima prostorni kut krila $\nu = 0$ pa se ovaj utjecaj ne razmatra. Krilo promatrane letjelice također nema strijelu pa je $C_{l\beta_{C\,L}} = 0$.

- Gradijent po otklonu kormila pravca $C_{l\delta_n}$.
- Gradijent po otklonu kormila visine $C_{l\delta_l}$.
- Gradijent po kutnoj brzini valjanja koji, osim doprinosa kombinacije krilo-trup, ima i doprinos horizontalac-trup hB i vertikalac-trup vB. Međutim, vrijednosti doprinosa hB i vB su male u odnosu na točnost cijele teorije te se u ovom slučaju zanemaruju. Doprinos kombinacije krilo-trup je u funkciji, osim normalne sile i geometrijskih karakteristika krila. U slučaju promatrane letjelice vrijedi

$$f\left(\lambda, A_w, A_w\beta\right) = 0.037. \tag{3.31}$$

- Gradijent po kutnoj brzini skretanja, kojeg stvaraju krilo, C_{lr_W} i vertikalni stabilizator, C_{lr_V}.

Tablica 3.6: Gradijenti koeficijenta momenta valjanja

$C_{l\beta}$	$C_{l\beta_W}$	$C_{\ell\beta C_L}$	$-\frac{S_w}{S_{ref}} \sin\Lambda_{1/4} k_{WB} \frac{y_{CW}}{b}$
		$C_{\ell\beta z_w}$	$1.2\sqrt{A}\frac{D_f+W_f}{b}$
		$C_{l\beta\nu}$	$-\frac{S_w}{S_{ref}} \left(C_{N\alpha}\right)_w \frac{y_{CW}}{b}$
	$C_{l\beta_V}$		$-\eta_V \frac{\partial\beta_V}{\partial\beta} \frac{S_v}{S_{ref}} \left(C_{N\alpha}\right)_V \frac{\lvert z_c - z_{cv}\rvert}{b}$
$C_{l\delta_n}$	$\eta_V \frac{S_v}{S_{ref}} \left(C_{N\delta}\right)_V \frac{\lvert z_c - z_{rm}\rvert}{b}$		
$C_{l\delta_l}$	$2\eta_{\text{slot}} \frac{S_e}{S_{ref}} \frac{y_e}{b} C_{N\delta} K_f \cos\Lambda_{HL}$		
C_{lp}	C_{lp_W}	$\left(C_{N\alpha}\right)_W f\left(\lambda, A_w, A_w\beta\right)$	
C_{lr}	C_{lr_W}	$\frac{1}{6}\left(C_N\right)_W$	
	C_{lr_V}	$\eta_v \frac{S_v}{S_{ref}} \left(C_{N\alpha}\right)_v \frac{\ell_{cv} - \ell_m}{b} \frac{\lvert z_{cv}\rvert}{b}$	

3.4. Usvojene jednadžbe aerodinamičkih momenata

Konačno, koristeći podatke i izraze iz prethodnih poglavlja, moguće je dobiti konačne jednadžbe koje opisuju aerodinamičke koeficijente letjelice za očekivanu brzinu 14 m/s.

Za letjelicu s minimalnim teretom:

$$\begin{aligned}
\mathrm{C}_D &= 0,0226 + 0,0258C_L^2 + 0,051(C_L - C_{l_0}),\\
\mathrm{C}_Y &= -0,1805\beta - 0,0119p^* + 0,0653r^* + 0,0299\delta_n,\\
\mathrm{C}_N &= 0,2801 + 4,5669\alpha + 0,6312\dot{\alpha}^* + 2,1183q^* + 0,0811\delta_m,\\
\mathrm{C}_l &= -0,0252\beta - 0,1518p^* + (0,0544 + 0,7071\alpha)r^* + 0,9438\delta_l + 0,0028\delta_n,\\
\mathrm{C}_m &= -0,01 - 0,0154\alpha - 2,9966\dot{\alpha}^* - 9,9187q^* - 0,3937\delta_m,\\
\mathrm{C}_n &= (0,0287 + 0,0061C_L^2)\beta - 0,0198r^* + 0,0036p^* - 0,0404C_L\delta_l - 0,0096\delta_n.
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Za letjelicu s očekivanim teretom:

$$\begin{aligned}
\mathrm{C}_D &= 0,0226 + 0,0258C_L^2 + 0,051(C_L - C_{l_0}),\\
\mathrm{C}_Y &= -0,1805\beta - 0,0116p^* + 0,0659r^* + 0,0299\delta_n,\\
\mathrm{C}_N &= 0,2801 + 4,5669\alpha + 0,6312\dot{\alpha}^* + 2,1183q^* + 0,0811\delta_m,\\
\mathrm{C}_l &= -0,0249\beta - 0,1518p^* + (0,0543 + 0,7071\alpha)r^* + 0,9438\delta_l + 0,0027\delta_n,\\
\mathrm{C}_m &= -0,0194 - 0,1676\alpha - 2,9976\dot{\alpha}^* - 9,9187q^* - 0,3937\delta_m,\\
\mathrm{C}_n &= (0,0292 + 0,0061C_L^2)\beta - 0,0201r^* + 0,0035p^* - 0,0404C_L\delta_l - 0,0096\delta_n.
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Razlike se mogu vidjeti u uzdužnom ponašanju letjelice, a manje su u bočnom što je i očekivano s obzirom na malu razliku u z položaju težišta. Posebno se može uočiti jako mali (po apsolutnoj vrijednosti) $C_{m\alpha}$ kod letjelice s minimalnim teretom zbog položaja težišta pomaknut previše prema stražnjem dijelu letjelice.

4 Značajke pogonske grupe

Motor i propeler korišteni na letjelici određeni su Pravilnikom natjecanja [1], dok su baterije određene su analizom performansi prema [2]. Korišteni motor je AXI 2826/10 GOLDLINE, korišteni propeler je Aeronaut 12x7, a korištena baterija Dynogy Graphene 2.0 3S 70C. Tablica 4.1 prikazuje osnovne podatke o motoru i baterijama.

Tablica 4.1: Osnovni podaci o motoru, bateriji i propeleru

Motor	AXI 2826/10 GOLDLINE	Baterija	Dynogy Graphene
Tip motora	BLDC	Tip baterije	Li-Po
Masa motora	0.18 kg	Masa baterije	0.32 kg
Brzina vrtnje	15 $\frac{1}{\mathrm{sV}}$	Broj ćelija	3S
Struja nulte snage	1.7 A	Brzina pražnjenja	70C
Unutarnji otpor	0.042 Ω		

Ovaj model motora koristi se u sklopu natjecanja Air Cargo Challenge niz godina. S obzirom na to da su letjelici u suštini slični zrakoplovi potvrđeno je da motor može ostvariti okretni moment potreban za ostvarivanje maksimalne kutne brzine propelera. Daljnje analize dinamičkih pojava uslijed usporavanja i ubrzavanja vrtnje motora izlaze iz okvira ovog rada.

4.1. Propeler

Korišteni propeler spada u grupu propelera korištenih za bespilotne letjelice koje lete na niskim Reynoldsovim brojevima. Iako postoje određene baze eksperimentalno dobi-

venih podataka za ovakve propelere, podaci za propeler Aeronaut 12x7 nisu dostupni. U ovom radu su stoga korišteni podaci o sličnom propeleru, istog promjera i koraka, proizvođača APC. Podaci su preuzeti s web stranice proizvođača [7].

Pogonska sila definira se kao

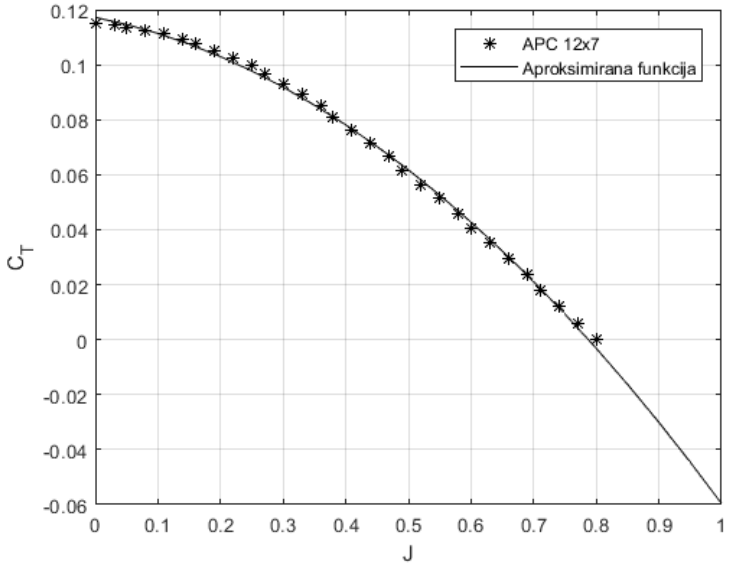
$$T = C_T \rho n^2 D^4, \tag{4.1}$$

gdje je C_T koeficijent pogonske sile koji ovisi o koeficijentu napredovanja propelera

$$J = \frac{V}{nD}. \tag{4.2}$$

Pri tome je V brzina slobodne struje, n broj okretaja motora i D promjer propelera.

U [7] dostupni su podaci za brzinu vrtnje od 1000 do 17000 okretaja u minuti. Pomoću [8] može se dobiti očekivana kutna brzina motora iznosi $n = 8500$ RPM pa su odabrani podaci koji se odnose na $n = 8000$ RPM. Greška je prihvatljiva zato što se utjecaj broja okretaja na koeficijent pogonske sile C_T smanjuje s povećanjem broja okretanja. Slika 4.1 prikazuje koeficijent pogonske sile promatranog propelera u ovisnosti o koeficijentu napredovanja, odnosno podatke preuzete sa stranice proizvođača i odgovarajuću aproksimiranu krivulju.



Slika 4.1: Koeficijent pogonske sile propelera APC 12x7

Aproksimirana funkcija glasi

$$C_T = -0.1318J^2 - 0.0450J + 0.1172. \tag{4.3}$$

4.2. Pogonska sila i moment motora

Osim aerodinamičkih sila koje djeluje na letjelicu, potrebno je razmotriti i komponente pogonske sile i pogonske momenta zato što se uslijed pogonske sile T u pravcu osi rotacije motora, pojavljuju sila u ravnini diska elise $F_{P\sigma}$ i moment skretanja $M_{P\sigma}$.

Sila u ravnini diska elise, $F_{P\sigma}$, proporcionalna je kutu σ između nadolazeće struje zraka i osi rotacije propelera,

$$F_{P\sigma} = \frac{\rho V^2}{2} N_B S_P \frac{\partial C_{Nblade}}{\partial \alpha} f(T). \tag{4.4}$$

Gradijent ploštice propelera $\frac{\partial C_{Nblade}}{\partial \alpha}$ može se prikazati funkcijom koeficijenta napredovanja, dok se funkcija pogonske sile propelera $f(T)$ može prikazati u ovisnosti o $\frac{T}{\rho V^2 D^2}$. S obzirom na to da su u pitanju slični propeleri, funkcije su preuzete iz [9].

$$\frac{C_{Nblade}}{\partial \alpha} = 0,0007378J^3 - 0,009974J^2 + 0,05132J \tag{4.5}$$

$$f(T) = 0,04329\left(\frac{T}{\rho V^2 D^2}\right)^3 - 0,2412\left(\frac{T}{\rho V^2 D^2}\right)^2 + 0,7529\left(\frac{T}{\rho V^2 D^2}\right) + 1,021 \tag{4.6}$$

U općem slučaju, kut struje u odnosu na os rotacije elise je

$$\begin{aligned} \alpha_p &= \alpha - \epsilon_u - \alpha_T, \\ \beta_p &= \beta - \sigma_u. \end{aligned} \tag{4.7}$$

Kod promatrane letjelice, propeler se nalazi na nosu letjelice pa nema savijanja ni skretanja zračne struje, odnosno $\epsilon = \sigma_u = 0$. Os rotacije elise poklapa se s osi zrakoplova pa je i $\alpha_T = 0$.

Komponente pogonske sile duž osi tromosti letjelice su tada

$$\begin{aligned} F_X &= T \\ F_Y &= -F_{P\sigma}\beta_P, \\ F_Z &= -F_{P\sigma}\alpha_P, \end{aligned} \tag{4.8}$$

a komponente momenta

$$\begin{aligned} L^F &= z_T F_{P\sigma} \beta_P \\ M^F &= z_T T + x_T F_{P\sigma} \alpha_P, \ . \\ N^F &= -x_T F_{P\sigma} \beta_P \end{aligned} \tag{4.9}$$

5 Analiza značajki dinamičke stabilnosti i upravljivosti

Dok se statična stabilnost odnosi na tendenciju zrakoplova da se vrati u ravnotežni položaj nakon vanjskog poremećaja, dinamička stabilnost odnosi se na prijelazno gibanje zrakoplova - način na koji se zrakoplov vraća u ravnotežni položaj nakon što je neka pojava narušila ravnotežno stanje. Upravljivost se odnosi na odziv zrakoplova na pobudu pilota. Stabilan zrakoplov odupire se poremećaju i vraća se u ravnotežno stanje što znači da će se odupirati i namjernom poremećaju kojeg zadaje pilot. Stabilnost i upravljivost su stoga oprečni, a očekivana razina stabilnosti i upravljivosti razlikuje se za različite tipove zrakoplova.

Dinamičku stabilnost zrakoplova moguće je analizirati kroz modove gibanja zrakoplova. Modovi gibanja opisani su kroz polove karakteristične jednadžbe gibanja, a ti polovi su ujedno i ulazni parametri za određivanje ocjene kvalitete upravljanja zrakoplovom. Model gibanja sa šest stupnjeva može se linearizirati, a zatim se taj linearizirani model može razdvojiti na uzdužno i bočno gibanje. Za analizu je najpovoljnije promatrati jednadžbe gibanja u prostoru stanja. Kod ocjene kvalitete direktnog upravljanja koristi se pregled kriterija prema [3].

5.1. Linearni model gibanja

U ovom poglavlju ukratko je opisan izvod linearnog modela gibanja. Polazna točka je model leta sa šest stupnjeva slobode krute letjelice kojeg čine četiri matrične jednadžbe:

- derivacija vektora položaja

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{L}_{LF}\mathbf{V}_K, \tag{5.1}$$

- derivacija vektora brzine leta

$$m\left(\tilde{\mathbf{\Omega}}\mathbf{V}_K + \dot{\mathbf{V}}_K\right) = \mathbf{R}^{\mathbf{A}} + \mathbf{F} + m\mathbf{L}_{FO\mathbf{g}}, \tag{5.2}$$

- derivacija vektora kinetičkog momenta

$$\dot{\mathbf{H}}^S + \tilde{\mathbf{\Omega}}\mathbf{H} = \mathbf{M}^A + \mathbf{M}^F, \tag{5.3}$$

- derivacija stava

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{\Omega}. \tag{5.4}$$

U jednadžbama postoji 12 nepoznanica:

$$x \quad y \quad z \quad u_K \quad v_K \quad w_K \quad p \quad q \quad r \quad \phi \quad \theta \quad \psi$$

koje čine jedan vektor koji se naziva vektor stanja letjelice. Osim elemenata vektora stava u jednadžbama postoji još promjenljivih veličina. U općem slučaju to su masa zrakoplova i tenzor tromosti ali u slučaju promatrane letjelice ove veličine su konstante jer je pogon električni. Veličine implicitno zadane u aerodinamičkim silama i momentima su također promjenljive; aerodinamička brzina, napadni kut, kut klizanja te gustoća zraka kao karakteristika zraka (brzina zvuka u slučaju promatrane letjelice ima zanemariv utjecaj). U ovom radu zanemaruje se utjecaj vjetra, stoga je vektor aerodinamičke brzine $\mathbf{V}$ jednak vektoru brzine leta $\mathbf{V_K}$. Pri tome vrijede sljedeći izrazi za komponente aerodinamičke brzine:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ \operatorname{tg}\alpha &= \frac{w}{u} \\ \sin\beta &= \frac{v}{V} \end{aligned} \quad . \tag{5.5}$$

Za linearizaciju modela može se zanemariti matrična jednadžba derivacije vektora položaja zato što se promatrane promjene prijelaza iz jednog ravnotežnog stanja u drugo događaju na maloj promjeni visine. Uz komponente pogonske sile oblika $[F\cos\alpha_T \quad 0 \quad F\sin\alpha_T]^T$ razvijeni oblici ostalih matričnih jednadžbi glase:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= rv - qw + \frac{T\cos\alpha_T}{m} + \frac{X}{m} - g\sin\theta, \\ \dot{v} &= -ru + pw + \frac{Y}{m} + g\cos\theta\sin\phi, \\ \dot{w} &= qu - pv + \frac{T\sin\alpha_T}{m} + \frac{Z}{m} + g\cos\theta\cos\phi, \end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \tfrac{I_y - I_z}{I_x} qr + \tfrac{L}{I_x}, \\ \dot{q} &= \tfrac{I_z - I_x}{I_y} rp + \tfrac{M}{I_y}, \\ \dot{r} &= \tfrac{I_x - I_y}{I_z} pq + \tfrac{N}{I_z}, \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + (\sin\phi \operatorname{tg}\theta) q + (\cos\phi \operatorname{tg}\theta) r, \\ \dot{\theta} &= (\cos\phi) q - (\sin\phi) r, \\ \dot{\psi} &= \frac{\sin\phi}{\cos\theta} q + \frac{\cos\phi}{\cos\theta} r, \end{aligned} \tag{5.8}$$

gdje su aerodinamičke sile

$$\begin{aligned} X &= \frac{\rho V^2}{2} S C_X \left(\alpha, \beta^2\right), \\ Y &= \frac{\rho V^2}{2} S C_Y \left(\beta, p, r, \delta_n\right), \\ Z &= \frac{\rho V^2}{2} S C_Z \left(\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_m\right), \end{aligned} \tag{5.9}$$

i aerodinamički momenti

$$\begin{aligned} L &= \frac{\rho V^2}{2} S b C_l \left(\beta, r, p, \delta_n, \delta_l\right), \\ M &= \frac{\rho V^2}{2} S c_A C_m \left(\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_m\right), \\ N &= \frac{\rho V^2}{2} S b C_n \left(\beta, r, p, \delta_n\right). \end{aligned} \tag{5.10}$$

Ovaj sustav jednadžbi vrijedi za bilo koji režim leta i određuje vektor stanja

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r & \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T. \tag{5.11}$$

Daljnji detaljan postupak linearizacije jednadžbi prikazan je u [3], a može se ukratko opisati sljedećim koracima

- uvođenje vektora čiji su članovi funkcije članova vektora stanja te vektora upravljanja,
- uvođenje referentnog gibanja koje je jednolično i pravocrtno pa su kutne brzine jednake nuli, a time i derivacije svih varijabli gibanja,
- linearizacija diferencijalne jednadžbe poremećaja,

- linearizacija kinematičkih jednadžbi,
- linearizacija sila i momenata,
- linearizacija kutnih brzina,
- linearizacija jednadžbi gibanja zrakoplova oko središta mase.

Slijedi konačni sustav linearnih jednadžbi prijelaznog procesa za zrakoplove s propelerskim pogonom:

$$\Delta\dot{u} = \left(X_u^0 - \frac{T^0\cos\alpha_T}{mu}\right)\Delta u + X_\alpha^0\Delta\alpha - g\cos\theta^0\Delta\theta \tag{5.12}$$

$$\Delta\dot{\beta} = \frac{Y_\beta^0}{u^0}\Delta\beta + \frac{Y_p^0}{u^0}\Delta p + \left(-1 + \frac{Y_r^0}{u^0}\right)\Delta r + \frac{g\cos\theta^0}{u^0}\Delta\phi + \frac{Y_{\delta_n}^0}{u^0}\Delta\delta_n \tag{5.13}$$

$$\Delta\dot{\alpha} = \frac{Z_u^0 - \frac{T^0\sin\alpha_T}{mu}}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta u + \frac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta\alpha + \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta q - \frac{g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta\theta + \frac{Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta\delta_m \tag{5.14}$$

$$\Delta\dot{p} = L_\beta^0\Delta\beta + L_p^0\Delta p + L_r^0\Delta r + L_{\delta_l}^0\Delta\delta_l + L_{\delta_n}^0\Delta\delta_n \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}\Delta\dot{q} = M_{\dot{\alpha}}^0\frac{Z_u^0 - \frac{T^0\sin\alpha_T}{mu}}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta u + \left(M_\alpha^0 + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\right)\Delta\alpha - \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\Delta\theta + \\ + \left(M_q^0 + M_{\dot{\alpha}}^0\frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\right)\Delta q + \left(M_{\delta_m}^0 + \frac{M_{\dot{\alpha}}^0 Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0}\right)\Delta\delta_m\end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\Delta\dot{r} = N_\beta^0\Delta\beta + N_p^0\Delta p + N_r^0\Delta r + N_{\delta_l}^0\Delta\delta_l + N_{\delta_n}^0\Delta\delta_n \tag{5.17}$$

$$\Delta\dot{\phi} = \Delta p + \operatorname{tg}\theta^0\Delta r \tag{5.18}$$

$$\Delta\dot{\theta} = \Delta q \tag{5.19}$$

$$\Delta\dot{\psi} = \frac{\Delta r}{\cos\theta^0} \tag{5.20}$$

gdje postoji devet varijabli

$$\Delta u \quad \Delta\beta \quad \Delta\alpha \quad \Delta p \quad \Delta q \quad \Delta r \quad \Delta\phi \quad \Delta\theta \quad \Delta\psi$$

koje su funkcije vremena i otklona

$$\Delta\delta_l \quad \Delta\delta_m \quad \Delta\delta_n.$$

Gibanje linearnog dinamičkog sustava može se opisati minimalnim brojem varijabli koje se nazivaju vektor stanja. Broj varijabli vektora stanja jednak je broju stupnjeva slobode sustava što znači da se sustav opisuje u višedimenzionalnom prostoru. Linearizirane jednadžbe se mogu zapisati u prostoru stanja kao

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \tag{5.21}$$

gdje je $\mathbf{x}$ vektor stanja, a $\mathbf{u}$ vektor ulaza. Jednadžba izlaza glasi

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \tag{5.22}$$

gdje je y vektor izlaza s r elemenata. U daljnjoj analizi se za izlaz definira vektor stanja, stoga je matrica $\mathbf{C}$ jedinična, a matrica $\mathbf{D}$ nulmatrica.

5.1.1. Linearni model uzdužnog gibanja

Prethodno izveden linearni sustav može se rastaviti na dva podsustava; jednadžbe koje opisuju uzdužno gibanje i jednadžbe koje opisuju bočno gibanje. Podsustav jednadžbi koje opisuju uzdužno gibanje čine jednadžbe (5.12), (5.14), (5.16) i (5.19). Moguće ih je zapisati u prostoru stanja kao

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \Delta\mathbf{X}(t) \end{aligned} \tag{5.23}$$

gdje je vektor stanja

$$\Delta\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta u & \Delta\alpha & \Delta q & \Delta\theta, \end{bmatrix}^T \tag{5.24}$$

a ulaz sustava je vektor upravljanja $\mathbf{u} = \Delta\mathbf{e} = [\Delta\delta_m]$. Matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ računaju se za referentno stanje što znači da su konstante, a glase

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u^0 - \frac{T^0\cos\alpha_T}{mu^0} & X_\alpha^0 & 0 & -g\cos\theta^0 \\ Z_u^0 - \frac{T^0\sin\alpha_T}{mu^0} & \frac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & \frac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & -\frac{g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ M_{\dot{\alpha}}^0 - \frac{T^0\sin\alpha_T}{u^0 - Z_\alpha^0} & \frac{Z_\alpha^0 Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & \frac{M_{\dot{\alpha}}^0\left(u^0 + Z_q^0\right)}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} & -\frac{M_{\dot{\alpha}}^0 g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot{\alpha}}^0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.25}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{Z^0_{\delta_m}}{u^0 - Z^0_{\dot{\alpha}^0}} \\ M^0_{\delta_m} + \frac{M^0_{\dot{\alpha}} Z^0_{\delta_m}}{u^0 - Z^0_{\dot{\alpha}}} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5.26}$$

Karakteristična jednadžba uzdužnog gibanja je sustav četvrtog reda čiji korijeni opisuju modove uzdužnog gibanja.

5.1.2. Linearni model bočnog gibanja

Jednadžbe (5.13), (5.15), (5.17) i (5.18) opisuju bočno gibanje, skretanje i valjanje. Kao i kod uzdužnog gibanja, jednadžbe je moguće zapisati u prostoru stanja jednadžbama (5.23), gdje je vektor stanja

$$\Delta\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta\beta & \Delta p & \Delta r & \Delta\phi \end{bmatrix}^T, \tag{5.27}$$

a vektor upravljanja $\mathbf{u} = \Delta\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \Delta\delta_l & \Delta\delta_n \end{bmatrix}^T$. Matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ su tada

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{Y^0_\beta}{u^0} & \frac{Y^0_p}{u^0} & \frac{Y^0_r}{u^0} - 1 & \frac{g\cos\theta^0}{u^0} \\ L^0_\beta & L^0_p & L^0_r & 0 \\ N^0_\beta & N^0_p & N^0_r & 0 \\ 0 & 1 & \operatorname{tg}\theta^0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.28}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} & Y^0_{\delta_n} \\ 0 & \frac{Y^0_{\delta_n}}{u^0} \\ L^0_{\delta_\ell} & L^0_{\delta_n} \\ N^6_{\delta_\ell} & N^0_{\delta_n} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.29}$$

5.2. Linearni model letjelice HUSZ Jaeger

Za referentni let je odabran horizontalni let. Pri tome je V^0 očekivana brzina letjelice, a h visina na kojoj uobičajeno lete letjelice na *Air Cargo Challenge* natjecanju,

$$\begin{aligned} V^0 &= 14\,\mathrm{m/s}, \\ \gamma^0 &= 0, \\ h &= 5\,\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{5.30}$$

Za takav let potrebno je odrediti potreban otklon kormila visine i napadni kut da bi let bio ravnotežan, a zatim i potrebnu potisnu silu. Ovi parametri razlikuju se ovisno o masi letjelice, odnosno ovisno o utovarenom teretu. Tablica 5.1 prikazuje rezultate za dvije razmatrane mase; minimalnu i očekivanu.

Tablica 5.1: Parametri potrebni za ravnotežan let

	$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10.2\,\mathrm{kg}$
α	$4,1°$	$7,72°$
δ_m	$-1,62°$	$-6,07°$
T	3,83 N	4,42 N

5.2.1. Linearni model uzdužnog gibanja letjelice HUSZ Jaeger

Poznavajući parametre referentnog leta moguće je izračunati matrice **A** i **B** za oba slučaja. Za letjelicu s minimalnom masom:

$$\mathbf{A}_{u6,9kg} = \begin{bmatrix} -0.01568 & 15.77 & 0 & -9.784 \\ -0.09872 & -5.184 & 0.9401 & -0.05003 \\ 0.1726 & 8.594 & -7.47 & 0.08747 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.31}$$

$$\mathbf{B}_{u6,9kg} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.09206 \\ -11.83 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5.32}$$

a za letjelicu s očekivanom masom

$$\mathbf{A}_{u10,2kg} = \begin{bmatrix} 0.09592 & 14.89 & 0 & -9.721 \\ -0.09915 & -3.573 & 0.9585 & -0.09326 \\ 0.1712 & 1.162 & -7.447 & 0.161 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.33}$$

$$\mathbf{B}_{u10,2kg} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.06346 \\ -11.73 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5.34}$$

Tablica 5.2: Korijeni karakteristične jednadžbe uzdužnog gibanja letjelice

$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10,2\,\mathrm{kg}$
$s_1 = -9,3370$	$s_1 = -7,6877$
$s_2 = -2,9301$	$s_2 = -3,0185$
$s_3 = -0,3559$	$s_3 = -0,1093 \pm 0.4449$
$s_4 = -0,0465$	

Tablica 5.2 prikazuje korijene karakteristične jednadžbe. Kod analize uzdužnog gibanja zrakoplova, očekivan rezultat su sva moda gibanja: kratkoperiodični i dugoperiodični. No, u slučaju promatrane letjelice može se vidjeti drukčiji slučaj. Letjelica s minimalnom masom ima četiri negativna realna korijena, a letjelica s očekivanom masom dva negativna realna korijena i jedan konjugirano-kompleksni par, što znači da to nisu standardni modovi. Ova pojava događa se kod letjelica kojima je težište pomaknuto previše prema stražnjem dijelu trupa u kojem slučaju dolazi do odvajanja i rekombinacije kratkoperiodičnog i dugoperiodičnog moda te se stvara nestandardni, treći oscilatorni mod. Pomicanjem težišta još dalje unatrag na letjelici, stvaraju se četiri aperiodična moda. Ovakav ishod dao se naslutiti već kod jako malog iznosa $C_{m\alpha}$ kod letjelice s minimalnom masom. Svi korijeni nalaze se u lijevoj kompleksnoj poluravnini pa se letjelica smatra uzdužno dinamički stabilna.

Za treći oscilatorni mod moguće je izračunati prirodnu frekvenciju i prigušenje, dok za aperiodične modove to nije moguće. Za analizu ova dva moda može poslužiti vrijeme potrebno da mod iščezne.

Tablica 5.3: Parametri kriterija za ocjenu kvalitete upravljanja

$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10,2\,\mathrm{kg}$
$\tau_1 = 0,11\,\mathrm{s}$	$\tau_1 = 0,13\ \ \mathrm{s}$
$\tau_2 = 0,34\,\mathrm{s}$	$\tau_2 = 0,33\ \ \mathrm{s}$
$\tau_2 = 2,81\,\mathrm{s}$	$\omega_n = 0,46\,\mathrm{rad/s}$
$\tau_2 =, 5121\,\mathrm{s}$	$\zeta_3 = 0,24$

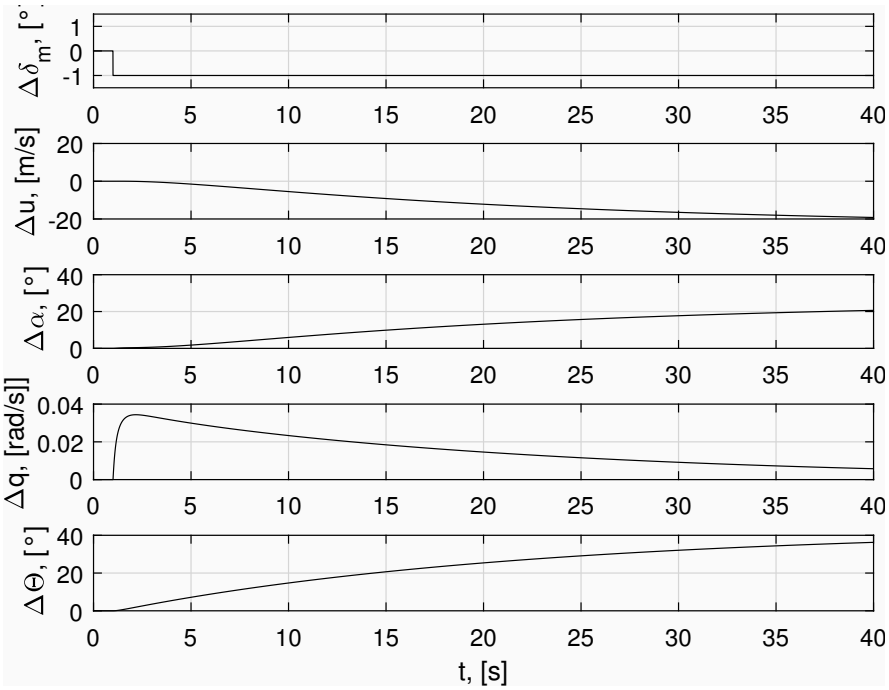
Amplituda aperiodičnog moda letjelice s očekivanim teretom iščezava u kratkom vremenu, što je povoljno. Rezultat oscilatornog moda ne može se direktno usporediti s postojećim zahtjevima za kvalitetu upravljanja, ali iz iznosa prirodne frekvencije može se vidjeti da ovaj mod ima malu frekvenciju i relativno visoko prigušenje. Aperiodični modovi letjelice s minimalnim teretom su malo problematičniji, posebice četvrti kojem treba dugo vremena da iščezne. Slike 5.1 i 5.2 prikazuju odziv letjelice na pobudu jediničnog otklona kormila visine. Na slici 5.1 se može vidjeti da se kod letjelice s minimalnim teretom radi o velikim iznosima α, Θ i u na kojima se letjelica ustabili, što u stvarnosti neće biti tako jer letjelica ne može postići toliko iznose bez sloma uzgon.

5.2.2. Linearni model bočnog gibanja letjelice HUSZ Jaeger

Za isti ravnotežni let, moguće je izračunati matrice **A** i **B** za slučaj bočnog gibanja.

$$\mathbf{A}_{b6,9kg} = \begin{bmatrix} -0.2078 & -0.003419 & -0.9813 & 0.6989 \\ -6.24 & -9.37 & 6.52 & 0 \\ 5.08 & 0.1475 & -0.8083 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0.07259 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.35}$$

$$\mathbf{B}_{b6,9kg} = \begin{bmatrix} 0 & 0.03445 \\ 233.7 & 0.6891 \\ -4.037 & -1.567 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.36}$$

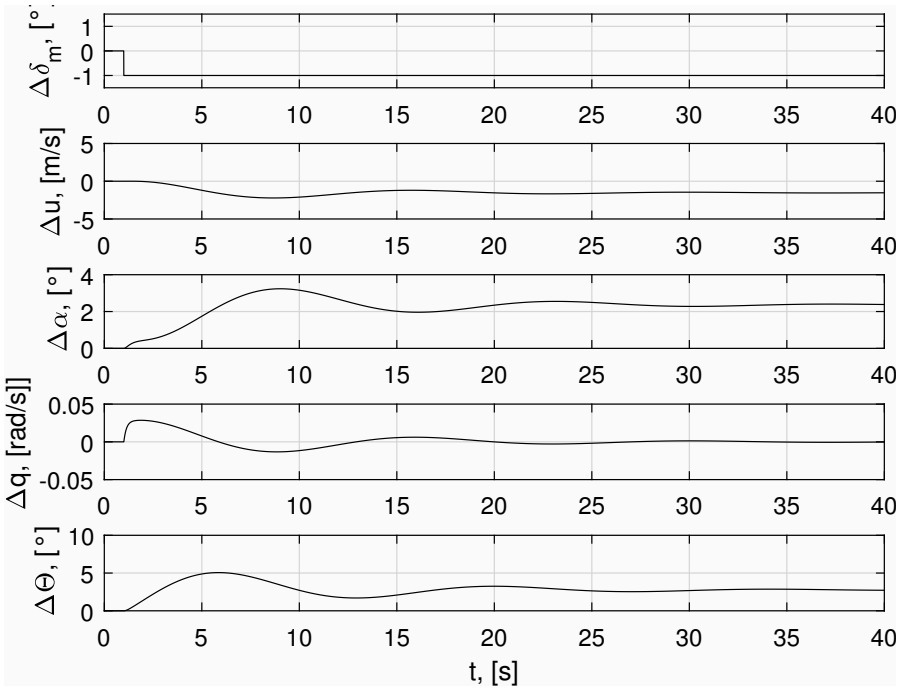


Slika 5.1: Odziv letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona kormila visine

$$\mathbf{A}_{b10,2kg} = \begin{bmatrix} -0.1426 & -0.002282 & -0.987 & 0.6944 \\ -6.121 & -9.312 & 9.177 & 0 \\ 5.551 & 0.1441 & -0.8187 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0.1356 & 0, \end{bmatrix}, \tag{5.37}$$

$$\mathbf{B}_{b10,2kg} = \begin{bmatrix} 0 & 0.02364 \\ 232.2 & 0.67 \\ -5.858 & -1.573 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.38}$$

Korijeni karakteristične jednadžbe prikazani su u tablici 6.2. Prvi korijen opisuje negativni aperiodični mod, kojem odgovara mod valjanja. Drugi korijen, konjugirano kompleksni par, opisuje oscilatorni mod, spregnuti mod valjanja i skretanja. Treći korijen, pozitivni aperiodični mod, opisuje spiralni mod. Prva dva korijena nalaze se u lijevoj kompleksnoj poluravnini i stoga su stabilni. Treći korijen je pozitivan što znači da je spiralni mod nestabilan.



Slika 5.2: Odziv letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona kormila visine

Tablica 5.4: Korijeni karakteristične jednadžbe bočnog gibanja letjelice

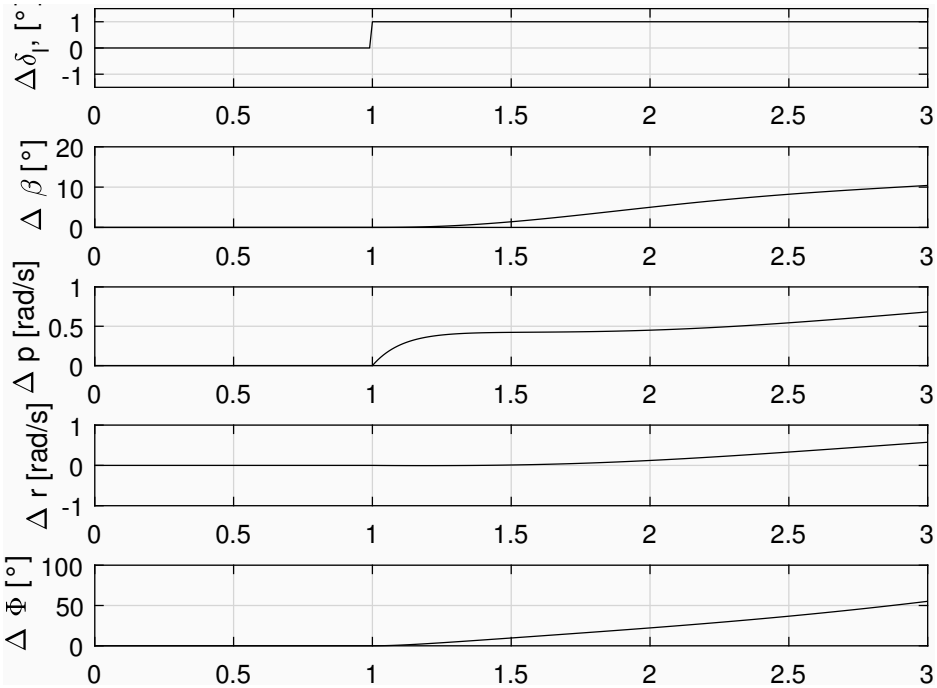
$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10,2\,\mathrm{kg}$
$s_1 = -9,5412$	$s_1 = -9,5335$
$s_2 = -0,6118 \pm 2,3906$	$s_2 = -0,6492 \pm 2,5424$
$s_3 = 0.3785$	$s_3 = 0,5587$

Parametri kriterija za ocjenu kvalitete direktnog upravljanja prikazani su u tablici 5.5.

Vremenska konstanta τ je parametar koji se koristi za ocjenu moda valjanja i označava vrijeme potrebno da mod iščezne. Za obje mase zrakoplova ova konstanta je ispod 1 sekunde što znači najvišu razinu kvalitete za klasu malih zrakoplova za sve kategorije leta. Prirodna frekvencija ω_n, prigušenje ζ, kao i realni dio korijena δ su parametri koji se razmatraju kod ocjene spregnutog moda valjanja i skretanja. Promatrana letjelica postiže najvišu razinu kvalitete upravljanja i prema ovim kriterijima. Konačno, spiralni mod, u slučaju nestabilnog moda kao što je kod promatrane letjelice, ocjenjuje se ana-

Tablica 5.5: Parametri kriterija za ocjenu kvalitete upravljanja

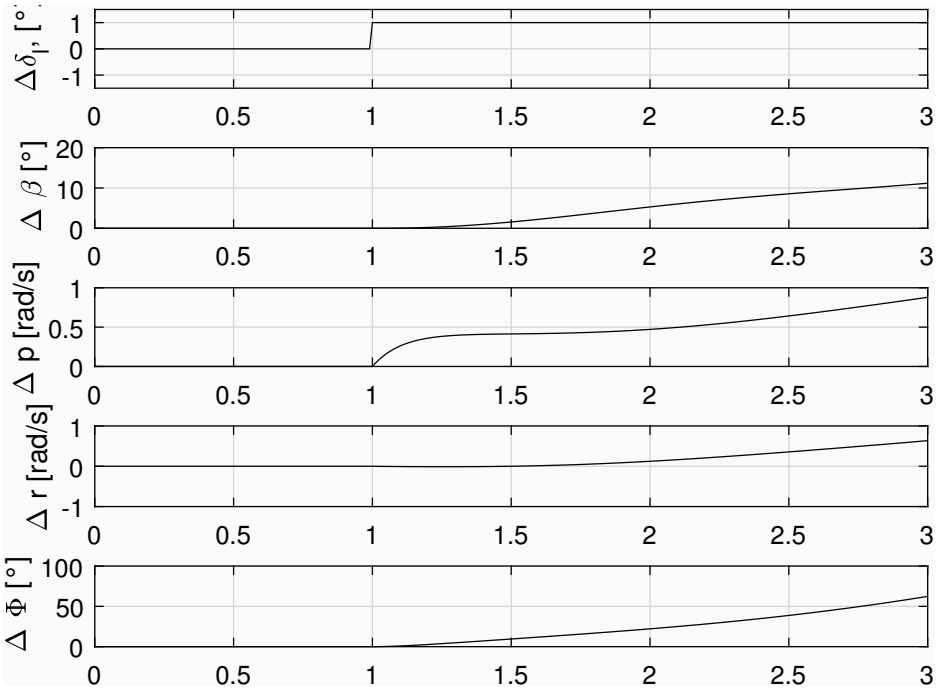
$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10,2\,\mathrm{kg}$
$\tau = 0,1048\,\mathrm{s}$	$\tau_{1/2} = 0,1049\,\mathrm{s}$
$\omega_n = 2,47\,\mathrm{rad/s}$	$\omega_n = 2,62\,\mathrm{rad/s}$
$\zeta = 0,25$	$\zeta = 0,25$
$\tau_2 = 1,83$	$\tau_2 = 1,24$



Slika 5.3: Odziv letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca

lizom vremena potrebnog da se amplituda udvostruči τ_2. Za najnižu razinu kvalitete upravljanja zahtjeva se minimalno $\tau_2 = 4$s, a vremenska konstanta promatrane letjelice u oba slučaja je puno niža od toga. Zbog spiralnog moda, bočno gibanje letjelice je nestabilno, što se može vidjeti i na odzivu na pobudu jediničnog odskoka krilaca na slikama 5.3 i 5.4.

Spiralni mod uključuje spregnuto valjanje, skretanje te zanošenje zrakoplova. Uobičajeno se kod zrakoplova ovaj mod sporo razvija, ima veliku vremensku konstantu udvostručenja amplitude, te se često prihvaća i nestabilan stabilan mod zato što pilot ima na raspolaganju dovoljno vremena te uspijeva kontrolirati zrakoplov. U slučaju promatrane



Slika 5.4: Odziv letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca

letjelice, ova konstanta je mala što pilotu otežava posao.

Spiralni mod uzrokuje poremećaj u kuta zanosa, a zatim i valjanje. Na kormilu smjera tada se stvara povećanje brzine što na toj površini stvara uzgon a time i moment skretanja. Zrakoplov se tada okreće u smjeru kuta zanosa. Tada uslijed razlike u uzgonu na krilima dolazi do daljnjeg momenta valjanja. Na ovaj način dolazi do raspirenja navedenih utjecanja i nestabilnosti. Ovom efektu može se doskočiti krilom s dihedralom jer će dihedral uzrokovati negativan moment valjanja i vratiti letjelicu u ravnotežni položaj. Također, smanjenjem površine vertikalnog stabilizatora može se smanjiti bočna sila koja nastaje na njemu. S obzirom na to da je promatrana letjelica nestabilna zbog spiralnog moda, vrijedi ispitati moguća poboljšanja letjelice dodavanjem dihedrala i modificiranjem površine vertikalnog stabilizatora. Rezultati ovog poboljšanja prikazani su u idućem poglavlju.

6 Analiza mogućih poboljšanja letjelice HUSZ Jaeger

Kao što je pokazano u prethodnom poglavlju, problem kod promatrane letjelice je nestabilan spiralni mod. Za analizu parametara koji utječu na stabilnost spiralnog moda može poslužiti aproksimacija spiralnog moda. Kod aproksimacije pretpostavka je da je promjena kuta klizanja mala pa se jednadžba bočne ravnoteže može zanemariti. Nadalje, kutna brzina valjanja je gotovo jednaka nuli pa i moment valjanja mora biti nula. Kada se, koristeći ove pretpostavke, pojednostave jednadžbe gibanja one se mogu zapisati u sljedećem obliku

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\beta^0 & L_r^0 \\ N_\beta^0 & N_r^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\delta_l}^0 & L_{\delta_n}^0 \\ N_{\delta_l}^0 & N_{\delta_n}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_l \\ \Delta\delta_n \end{bmatrix}, \tag{6.1}$$

iz čega slijedi

$$\Delta\dot{r} = \frac{N_r^0 L_\beta^0 - N_\beta^0 L_r}{L_\beta} \Delta r + \left(N_{\delta_l}^0 L_\beta^0 - N_\beta^0 L_{\delta_l}^0\right) \Delta\delta_l + \left(N_{\delta_n}^0 L_\beta^0 - N_\beta^0 L_{\delta_n}^0\right) \Delta\delta_n. \tag{6.2}$$

Vremenska konstanta spiralnog moda bez pobude bi tada bila

$$\tau_s = -\frac{L_\beta}{N_r^0 L_\beta^0 - N_\beta^0 L_r}. \tag{6.3}$$

Ovaj mod je aperiodski što znači da se korijen karakteristične jednadžbe može zapisati kao

$$s = \frac{\rho V^0 S b^2}{2 I_z} \frac{C_{n_r}^0 C_{l_\beta}^0 - C_{n_\beta}^0 C_{l_r}^0}{C_{l_\beta}^0}. \tag{6.4}$$

Za statički stabilnu letjelicu po valjanju vrijedi $C^0_{l_\beta} < 0$, a za stabilnu letjelicu po pravcu vrijedi $C^0_{n_g} > 0$. Uobičajene vrijednosti koeficijenata su $C^0_{n_r} < 0$ i $C^0_{l_r} > 0$. Iz uvjeta da realni dio korijena mora biti pozitivan tada slijedi uvjet za stabilnost spiralnog moda:

$$\left|C^0_{n_r} C^0_{l_\beta}\right| > \left|C^0_{n_\beta} C^0_{l_r}\right|. \tag{6.5}$$

Poznavanje ovog uvjeta omogućuje uvid u moguće načine poboljšanja spiralnog moda. Prvenstveno je to povećavanje apsolutne vrijednosti C_{l_β} i smanjivanje C_{n_β}, dok je zadovoljen uvjet statične stabilnosti. Pri tome će se mijenjati i C_{l_r} i C_{n_r}, ali u manjoj mjeri.

U prethodnom poglavlju opisano je kako dihedral utječe na ponašanje letjelice i time stabilizira spiralnim mod, dok se ovdje može pokazati i kako se to ponašanje opisuje uvjetom stabilnosti. Naime, kao što je već opisano u tablici 3.6, gradijent koeficijent momenta valjanja po kutu klizanja C_{l_β} sastoji se od dva doprinosa, od krila i od vertikalnog repa. Pri tome se doprinos krila gradijent momenta koji stvara krilo pojavljuje zbog nesimetrično postavljenog krila na trupu, zbog istodobnog postojanja normalne sile na krilu i kuta klizanja te konačno zbog prostornog kuta krila, odnosno dihedrala. Promatrana letjelica nema dihedral i zbog toga ne postoji ovaj utjecaj. Dodavanjem dihedrala pojavio bi se i taj doprinos gradijentu koeficijenta valjanja te bi se produkt $\left|C_{n_r} C_{l_\beta}\right|$ povećao, što pozitivno utječe na stabilnost spiralnog moda.
Tablica 3.5 prikazuje doprinose gradijent koeficijenta momenta skretanja po kutu klizanja C_{n_β}. Najznačajniji doprinos ima vertikalni stabilizator pa se na veličinu gradijenta može utjecati mijenjanjem površine vertikalnog stabilizatora. Manja površina stvarat će manju bočnu silu, time će doprinos gradijentu od vertikalnog stabilizatora biti manji, C_{n_β} će se smanjiti pa tako i produkt $\left|C^0_{n_\beta} C^0_{l_r}\right|$ što će činiti spiralni mod stabilnijim. Kod ovakve promjene treba voditi računa o kraku vertikalnog stabilizatoru (duljini trupa) kako bi zrakoplov još uvijek bio statički stabilan. Prema [11], uvjet za statičku stabilnost je $C_{n\beta} > 0,3$ i $C_{l\beta} < 0,1$ i ovi uvjeti uzeti su obzir kod predlaganja promjena na letjelici. Moguće je zatim ispitati utjecaj ovih promjena na stabilnost spiralnog moda. Predložene promjene su sljedeće:

- kut dihedrala od 3°
- smanjenje površine vertikalnog stabilizatora tako da se tetiva smanji za 20 %, a

raspon za 10 %,

- povećanje udaljenosti početka korjene tetive vertikalnog stabilizatora od vrhe letjelice za 25 %.

Tablica 6.1 prikazuje vrijednosti koeficijenata za obje promatrane mase letjelice s promjenama i bez, za referentno stanje.

Tablica 6.1: Usporedba vrijednosti gradijenata bitnih za stabilnost spiralnog moda

	$m = 6,9$kg	$m = 6,9$kg s promjenama	$m = 10,2$kg	$m = 10,2$kg s promjenama
$C^0_{n_r}$	-0,0198	-0,0301	-0,0201	0,3050
$C^0_{l_\beta}$	-0,0252	- 0,0746	-0,0249	0,0743
$C^0_{n_\beta}$	0,0310	0,0299	0,0340	0,0328
$C^0_{l_r}$	0,1056	0,1056	0,1495	0,1495
$\lvert C^0_{n_r} C^0_{l_\beta}\rvert$	0,00049	0,0022	0,0005	0,0023
$\lvert C^0_{n_\beta} C^0_{l_r}\rvert$	0,0033	0,0032	0.0050	0,0049
τ_2	1,83 s	4,7 s	1,24 s	2 s

Korijeni karakteristične jednadžbe gibanja za letjelicu s promjenama su tada

Tablica 6.2: Korijeni karakteristične jednadžbe bočnog gibanja letjelice za letjelicu s promjenama

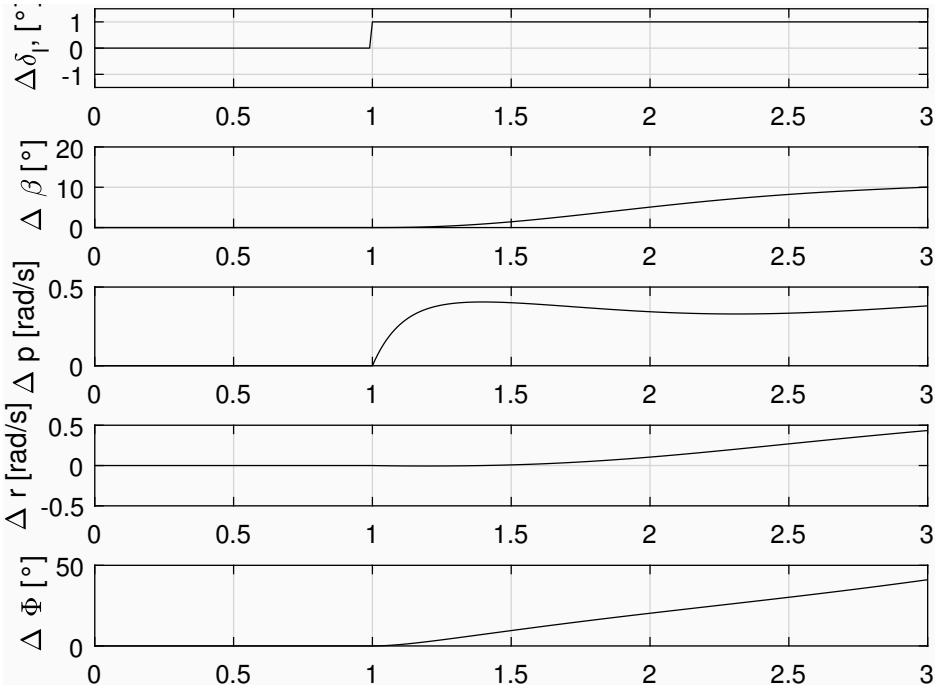
$m = 6,9\,\mathrm{kg}$	$m = 10,2\,\mathrm{kg}$
$s_1 = -9,6070$	$s_1 = -9,5956$
$s_2 = -0,6404 \pm 2,4048$	$s_2 = -0,6970 \pm 2,5484$
$s_3 = 0.1458$	$s_3 = 0,3407$

Poznavajući korijene moguće je ponovno analizirati kvalitetu upravljanja. Vrijednosti vremenske konstante prikazane su u tablici 6.3, za obje promatrane mase letjelice s promjenama i bez te za referentno stanje.

Za letjelicu s promjenama minimalne mase vremenska konstanta spiralnog moda je $\tau_2 = 4,7\,\mathrm{s}$ što je dovoljno da letjelica zadovolji treću razinu kvalitete upravljanja. Za letjelicu s očekivanom masom vrijedi $\tau_2 = 2\,\mathrm{s}$ stoga ova varijanta letjelice još uvijek ne zadovoljava postavljene zahtjeve kvalitete upravljanja. Može se promotriti i odziv

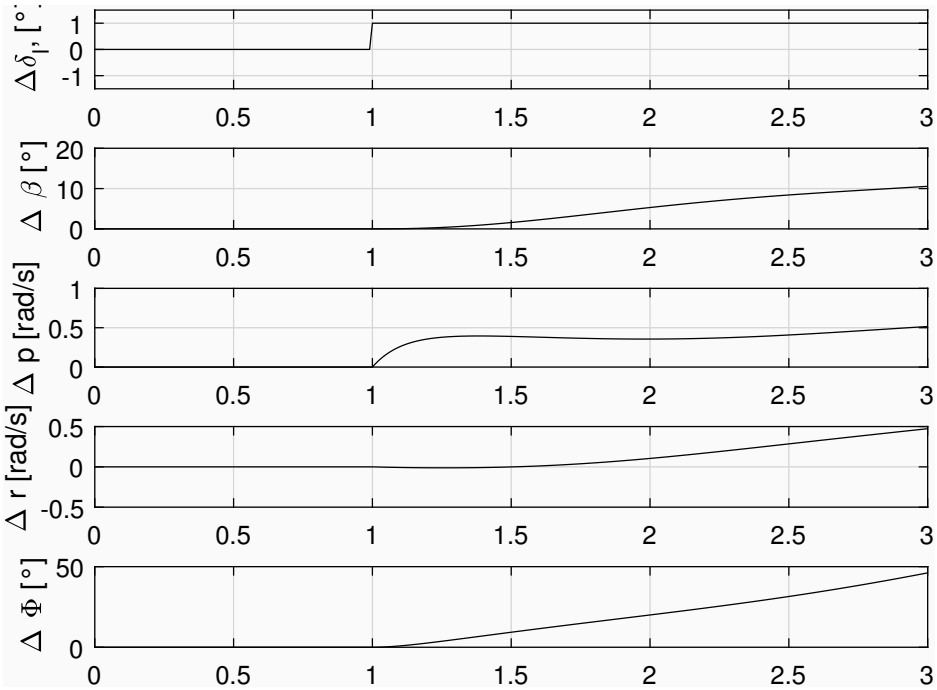
Tablica 6.3: Usporedba vrijednosti vremenske konstante spiralnog moda

	$m = 6,9$kg	$m = 6,9$kg s promjenama	$m = 10,2$kg	$m = 10,2$kg s promjenama
τ_2	1,83 s	4,7 s	1,24 s	2 s



Slika 6.1: Odziv izmijenjene letjelice s minimalnim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca

letjelica s promjenama na pobudu, prikazanu na slikama 6.1 i 6.2. Iako letjelica s očekivanim teretom ne udovoljava postavljenim zahtjevima za vremensku konstantu, uzimajući u obzir veličine odziva i vrijeme u kojem se događaju, može se pretpostaviti da je letjelicom ipak moguće dovoljno dobro upravljati. Ova pretpostavka provjerit će se samom simulacijom leta.



Slika 6.2: Odziv izmijenjene letjelice s očekivanim teretom na pobudu jediničnog otklona krilaca

7 Simulacija leta

7.1. Model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja

U poglavlju Analiza značajki dinamičke stabilnosti i upravljivosti već je ukratko objašnjen model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja. Ovaj model implementiran u Simulinku omogućuje simulaciju leta. Jednadžbe (5.1) - (5.4) raspisane glase:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ -\dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{OF} \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}, \tag{7.1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_K \\ \dot{v}_K \\ \dot{w}_K \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} X^A \\ Y^A \\ Z^A \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + \mathrm{L}_{OF} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \tag{7.2}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}I_x \\ \dot{q}I_y \\ \dot{r}I_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pI_x \\ qI_y \\ rI_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^A \\ M^A \\ N^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^F \\ M^F \\ N^F \end{bmatrix}, \tag{7.3}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \tag{7.4}$$

7.2. Implementcija modela u Simulinku

Simulacija leta ostvarena je implementacijom modela sa šest stupnjeva slobode gibanja u Simulinku. Simulink je grafičko programsko okruženje koje omogućuje modeliranje, simulaciju i analizu sustava. Grafičko sučelje koristi elemente, tzv. blokove, koji se međusobno povezuju, kao i biblioteke blokova vezane za određena područja primjene. Posebno za ovaj rad zanimljiva je biblioteka *Aerospace Blockset* koja sadrži funkcije vezane uz upravljanje i simuliranje leta zrakoplova, kao i niz primjera koji olakšavaju učenje i razvoj vlastitih modela. Simulink je integriran s Matlab razvojnim okruženjem, može pokretati Matlab, kao i biti skriptiran iz Matlaba.

Simulink model korišten za simulaciju leta preuzet je većim dijelom iz [9], gdje je vrlo detaljno objašnjen. Dvije su razlike koje valja istaknuti: blok aerodinamičkih koeficijenata i blok pilota. Razlika u bloku aerodinamičkih sila je samo uslijed razlike upravljačkih površina. Dok je letjelica obrađena u [9] nestandardne konfiguracije i ne postoji signal kutne brzine skretanja, letjelica promatrana u ovom radu ima tri standardne upravljačke površine pa stoga ima i signale kutnih brzina valjanja, propinjanja i skretanja. Iz istog razloga su i komande pilota različite, odnosno pilot ima komandu skretanja pa se tako razlikuje se i blok pilota. Uz ovu razliku, također je korišten različit blok upravljačke jedinice unutar bloka pilota, što je detaljnije opisano u idućem potpoglavlju.

7.2.1. Blok pilota

Blok pilota korišten u ovom radu razlikuje se od bloka korištenog u [9] iz dva razloga; korištena je drukčije upravljačka stanica i upravljačke površine na letjelici HUSZ Jaeger drukčije su od površina na letjelici u [9].

Dvije su varijante bloka pilota korištene, jedna za *joystick* upravljač za testiranje simulacije na osobnom računalu i jedna za upravljačku jedinicu *Taranis X9D Plus* za simulaciju vizualiziranu na platnu. Za potrebe ovog rada upravljačka jedinica posuđena je s Prometnog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i njena prednost je što je vrlo slična upravljačkim jedinicama koje se koriste na natjecanju *Air Cargo Challenge* pa omogućuje vjerniji dojam upravljanja letjelicom na natjecanju. Upravljačka stanica *Taranis X9D Plus* prikazana je na slici 7.1.

Za korištenje ove upravljačke stanice potrebno je prilagoditi blok dostupan u bibli-

Slika 7.1: *Taranis X9D Plus* upravljačka stanica

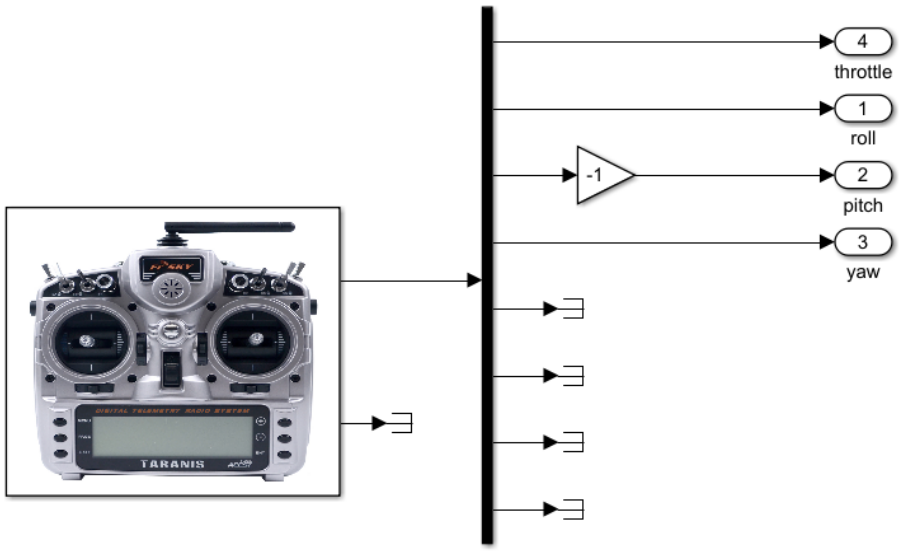
oteci *Aerospace Blockset*, kao što je prikazano na 7.2. Upravljačka stanica ima niz opcija koje nisu potrebne za ovu simulaciju pa su ti signali ugašeni. Ovaj blok pretvara komande upravljačke stanice u ulazne signale bloka pilota; valjanje, propinjanje, skretanje i komandu pogona.

Za korištenje *joystick* upravljača korišten je standardni *Pilot joystick* blok dostupan u biblioteci *Aerospace Blockset* bez izmjena.

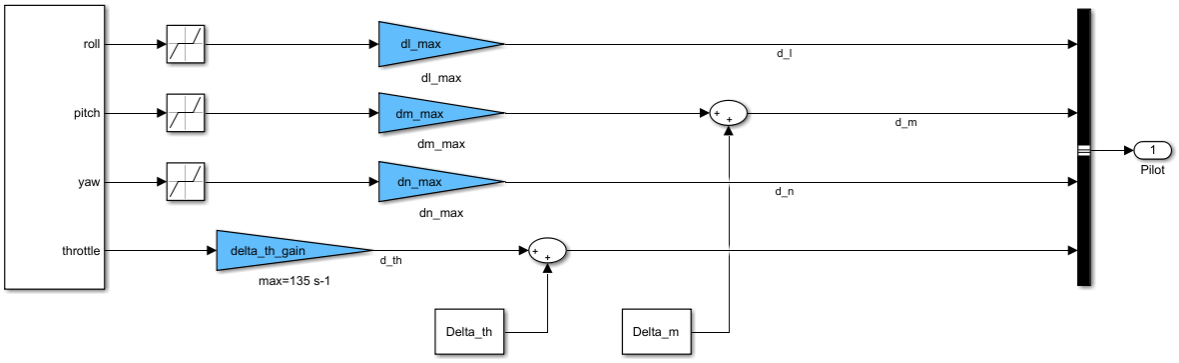
Blok pilota prikazan je na slici 7.3. Signali koji dolaze od bloka upravljačke stanice množe se s konstantama koje su definirane u radnom prostoru a označavaju maksimalne vrijednosti otklona komandi. Ove vrijednosti određene su konstrukcijom letjelice i postavljene su sljedeće vrijednosti:

- Maksimalan otklon krilaca $\delta_{l_{max}} = 15°$,
- Maksimalan otklon kormila visine $\delta_{m_{max}} = -10°$,
- Maksimalan otklon kormila smjera $\delta_{n_{max}} = 10°$,
- Maksimalni otklon komande pogona $\delta_{th_{max}} = 135\,\mathrm{s}^{-1}$.

Konstante Delta_th i Delta_m odnose se na broj okretaja motora i otklon kormila visine za ravnotežni let letjelice.



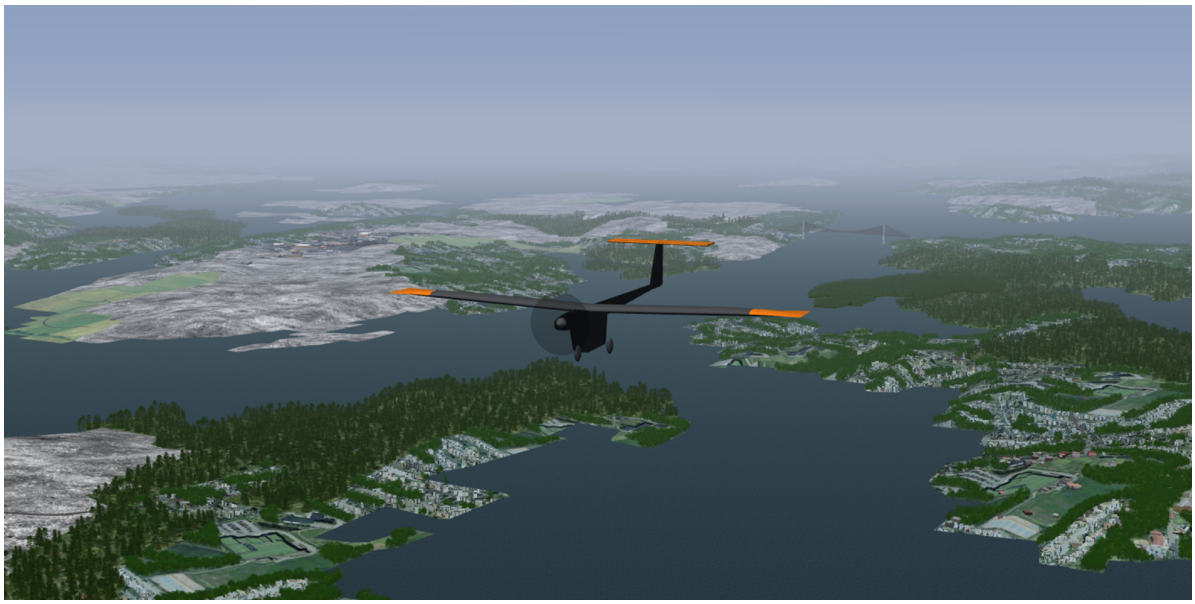
Slika 7.2: Blok upravljačke stanice Taranis X9D Plus u Simulinku



Slika 7.3: Blok pilota

7.3. Vizualizacija

Za potrebe simulacije izrađen je model koji nalikuje letjelici HUSZ Jaeger, prikazan na slici 7.4.



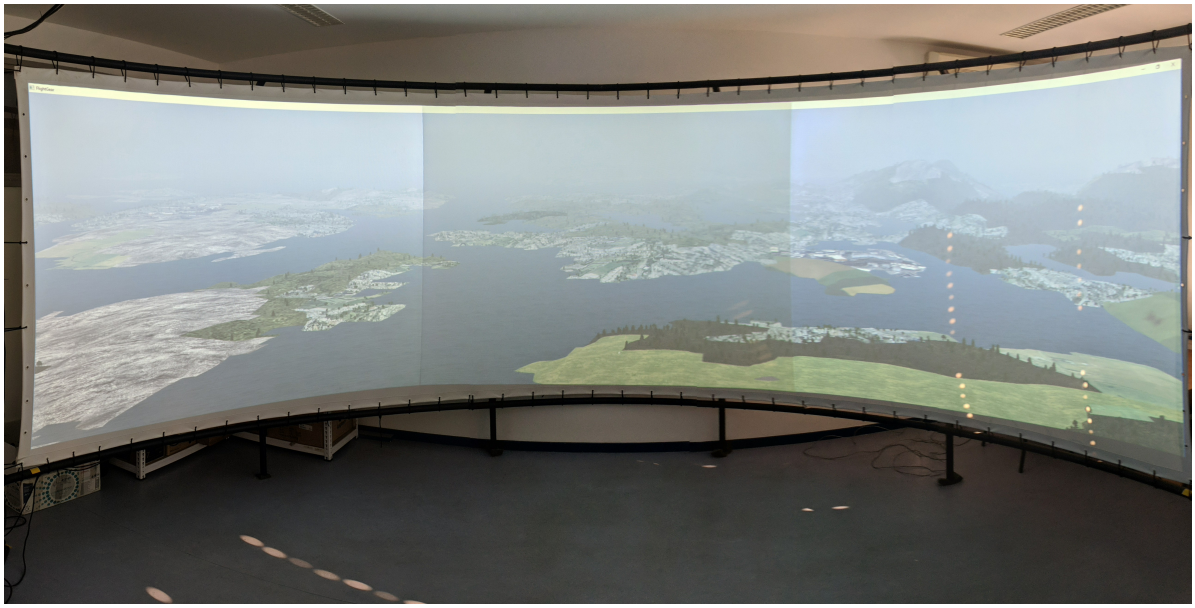
Slika 7.4: Vizualizacija u *Flight Gearu*

Tijekom razvoja modela simulacija je testirana na osobnom računalu. Osim osobnog računala, dostupna je još simulacijska platforma na Fakultetu strojarstva i brodogradnje gdje je glavna prednost široki kut pogleda, 180° horizontalno i 50° vertikalno, koji se ostvaruje na zakrivljenom platnu s tri projektora XGA rezolucije. Platno i projektori prikazani su na slici 7.5.

7.4. Prikaz simulacije

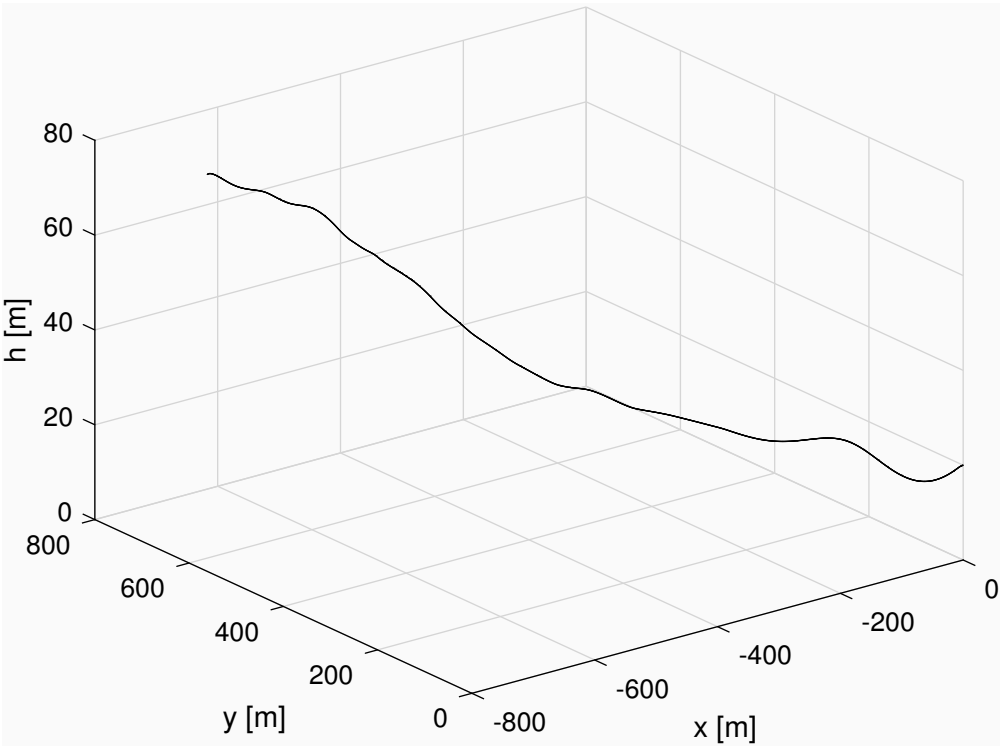
Slike 7.6 - 7.11 prikazuju glavne parametre leta snimljene tijekom jedne simulacije. Pilot upravlja *joystickom* a pomaci se prenose u komande upravljačkih površina. Ova simulacija je izvedena na osobnom računalu isključivo kako bi se pokazala mogućnost interaktivne simulacije, stoga je i putanja jednostavna.

a) Platno i tri projektora

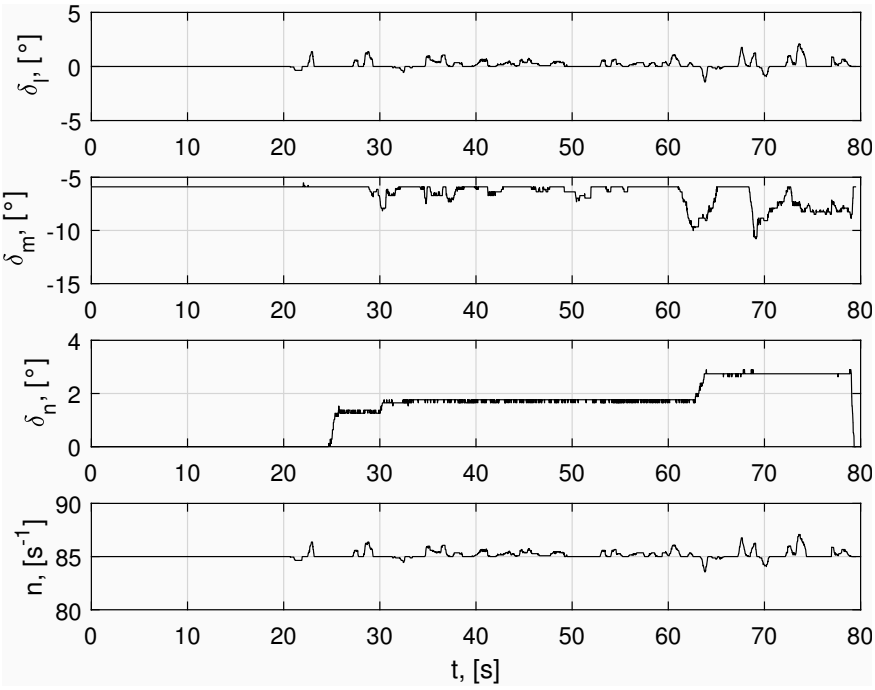


b) Široki kut pogleda

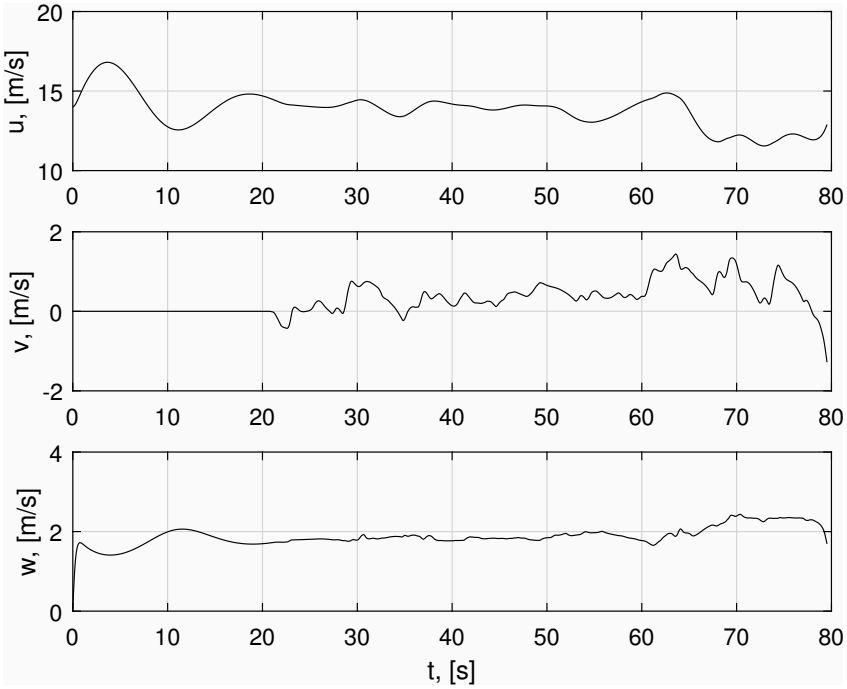
Slika 7.5: Zakrivljeno platno i projektori



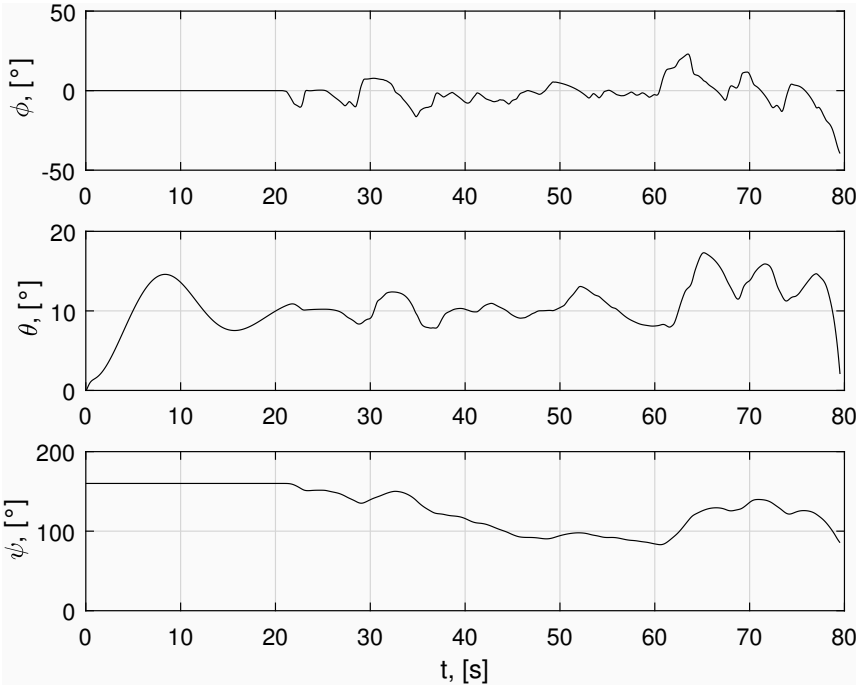
Slika 7.6: Prikaz putanje letjelice u prostoru



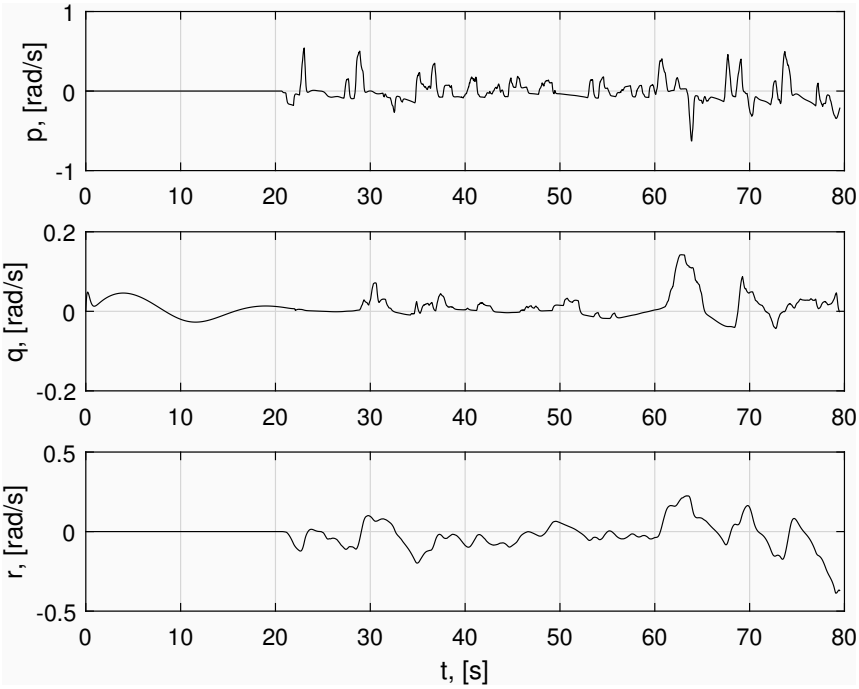
Slika 7.7: Upravljački signali letjelice



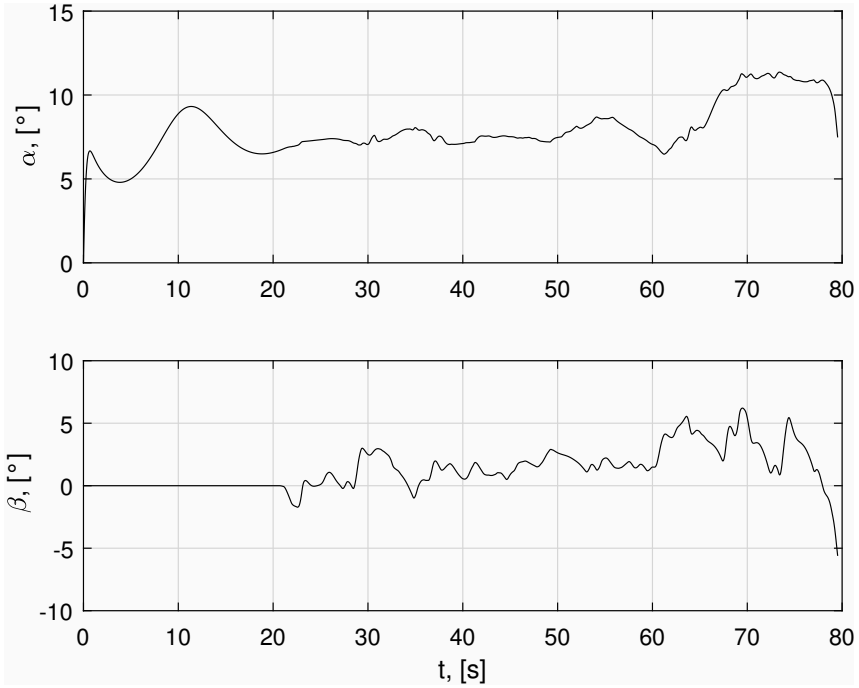
Slika 7.8: Komponente aerodinamičke brzine



Slika 7.9: Kutovi stava letjelice



Slika 7.10: Kutne brzine letjelice



Slika 7.11: Napadni kut i kut klizanja letjelice

8 Zaključak

Letjelica HUSZ Jaeger projektirana je u sklopu kolegija *Osnivanje zrakoplova* u akademskoj godini 2018./2019 s ciljem da se izradi te koristi za sudjelovanje na natjecanju *Air Cargo Challenge 2019*. Ovaj rad predstavlja analizu i simulaciju dinamike letjelice koja izlazi van okvira samog projekta konstruiranja i izrade. Pri tome je u radu napravljeno sljedeće:

- Unaprijeđen je postojeći računalni 3D model u svrhu točnijeg određivanja inercijskih značajki letjelice, a zatim su te značajke i određene.
- Određene su značajke pogonske grupe.
- Metodom projektne aerodinamike napravljen je potpuni linearni aerodinamički model letjelice.
- Napravljen je linearni model uzdužnog i bočnog gibanja letjelice i pomoću njega analizirane su značajke dinamičke stabilnosti i upravljivosti.
- Na temelju analize značajki dinamičke stabilnosti i upravljivosti predložene su izmjene na letjelici kako bi se dinamika poboljšala te je nova letjelica također analizirana.
- Napravljen je model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja i implementiran u Simulinku.
- Provedena je simulacija u realnom vremenu s pilotom u petlji koji letjelicom upravlja upravljačkom stanicom.

Rad je napravljen uz određena ograničenja. Polazna pretpostavka kod modela sa šest stupnjeva slobode gibanja je kruta letjelica. Kod određivanja značajki pogonske grupe zanemaren je utjecaj traga propelera, a koji može biti značajan kod ovog tipa letjelica. Nadalje, kod analize kvalitete upravljanja korišten je linearni model gdje su uvedene pretpostavke o malim veličinama te je zanemaren utjecaj vjetra. Aerodinamički model napravljen je metodama projektne aerodinamike. Ove metode vrijede za konvencionalne konfiguracije, što letjelica HUSZ Jaeger i jest. Međutim, specifičan oblik tijela, zbog prostora za teret, te njena veličina i brzine na kojima leti, mogu utjecati na rezultate koje metode projektne aerodinamike daju u ovom slučaju.

Analiza dinamičke stabilnosti i upravljivosti letjelice ukazala je na nekoliko mogućih problema; negativan utjecaj loše postavljenog težišta letjelice na njen odziv u uzdužnom gibanju te problematičan spiralni mod koji je rezultat utjecaja konstrukcijskih elemenata letjelice. U ovom radu prvenstveno su se pokazale potencijalne prednosti koje se mogu ostvariti ako se analiza stabilnosti i upravljivosti letjelice uključi u projektiranje letjelice na vrijeme. Pogotovo se to odnosi na letjelice projektirane za natjecanje *Air Cargo Challenge* gdje se nemali broj letjelica projektira samo razmatrajući statičku stabilnosti, a u radu je pokazano da se može javiti niz problema na koje analiza statičke stabilnosti neće ukazati. Potencijalno proširenje ovog rada je detaljnija analiza konstrukcijskih elemenata koji utječu na dinamičku stabilnost i upravljivost te kako se ovi utjecaji mogu uzeti u obzir prilikom dimenzioniranja letjelice.

Simulacija leta, pak, može pilotu dati subjektivan dojam o letjelici i njenoj upravljivosti. Poznato je da se općenito simulatori leta koriste za treniranje pilota. U tom slučaju cilj je potvrditi vještine pilota prije no što uđe u samu letjelicu. Kod projekta kao što je *Air Cargo Challenge*, ovakva simulacija ima i prednosti iz aspekta vremena. Razdoblje između početka projektiranja i natjecanja obično je oko 10 mjeseci i često je letjelica potpuno proizvedena neposredno prije natjecanja. Dostupnost vjerne simulacije pilotu već po završetku konstruiranja letjelice omogućilo bi dovoljno vremena za vježbu pilotiranja prije natjecanja. S obzirom na to da je ovo prva simulacija leta s ovim tipom letjelice napravljena na Fakultetu, ostaje još usporediti točnost simulacije nakon što prava letjelica poleti.

Literatura

[1] Euroavia Stuttgart, *Air Cargo Challenge 2019 Regulations*, 2018.

[2] Barać, Ceilinger, Grlj, Krišto, Lončarević, Tukarić, Uroda, Zubak, *Finalni izvještaj iz kolegija Osnivanje zrakoplova I i II*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2019.

[3] Janković, S., *Mehanika leta*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2001.

[4] Selig, Lyon, Giguere, Ninham, Guglielno, *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, University of Illinois, 1995.

[5] Vural, M., *Estimating R/C model aerodynamics and performance*, Illinois Institute of Technology

[6] Roskam, J. *Arcraft design; Part VI: Preliminary calculation of aerodynamic, thrust and power characteristics*, Roskam Aviation and Engineering Corp., Ottawa, Kanzas, 1987.

[7] APC Propellers, *Performance data*, `https://www.apcprop.com/technical-information/performance-data/`, 2019.

[8] Drela M., *Electric motor / propeller matching notes.*

[9] Andrić, M., *Model leta bespilotne letjelice konfiguracije letećeg krila*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2014.

[10] Cook, M.V., *Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*, Third edition, 2013.

[11] Phillips, W.F: *Mechanics of flight*, Second edition, John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, 2010