Numerička analiza hidrauličkog akumulatora s mijehom

Jurič, Ilija

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:394447

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Ilija Jurič

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor: Student:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing. Ilija Jurič

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na ukazanom povjerenju i korisnim savjetima tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Ilija Jurič

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ilija Jurič** Mat. br.: 0035195095

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza hidrauličkog akumulatora s mijehom**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of a hydraulic bladder accumulator**

Opis zadatka:

U određenim hidrauličkim sustavima dolazi do potrebe za akumuliranjem hidrauličke energije tj. određenog volumena fluida pod tlakom. To je ujedno i glavni zadatak hidrauličkog akumulatora, a koji se konstruira tako da podnosi vrlo visoke tlakove. Osim ovog, hidraulički akumulatori imaju i niz drugih zadaća te su bitan element u hidrauličkom sustavu. Njihova glavna podjela je na akumulatore s utegom, oprugom ili plinom pod tlakom. Ovi zadnji se najčešće upotrebljavaju i oni se dalje dijele na tri tipa, a jedan od njih je hidraulički akumulator s mijehom.

U radu je potrebno:
- za proizvoljno definirani oblik, dimenzije i karakteristike materijala hidrauličkog akumulatora s mijehom izraditi prostorni CAD model, te ukloniti sve dijelove koji dodatno kompliciraju provedbu numeričke analize, a ne utječu značajno na nosivost konstrukcije,
- sve numeričke analize provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelje na metodi konačnih elemenata i za diskretizaciju svih numeričkih modela koristiti dostupne konačne elemente iz korištenog programskog paketa,
- na jednostavnim problemima provesti verifikaciju svih kasnije u numeričkim analizama korištenih konačnih elemenata i rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rješenjima,
- za pojednostavljeni CAD model hidrauličkog akumulatora s mijehom te rubne uvjete i opterećenje, provesti numeričke analize te:
    - odrediti optimalnu mrežu konačnih elemenata te prikazati konvergenciju rješenja,
    - provjeriti zadovoljava li konstrukcija uvjet čvrstoće tj. izvršiti kontrolni proračun te odrediti potencijalna kritična mjesta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predvideni datum obrane:
5. ožujka 2020.	7. svibnja 2020.	11. – 15.5.2020.

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....I
POPIS SLIKA.....III
POPIS OZNAKA.....VI
SAŽETAK.....IX
SUMMARY.....X
1. UVOD 1
2. METODA KONAČNIH ELEMENATA 6
2.1. Ljuskasti konačni elementi 7
2.2. Konačni elementi za trodimenzijsku analizu 7
2.3. Osnosimetrični konačni elementi 9
3. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA 12
3.1. Cilindar opterećen unutarnjim tlakom 12
3.2. Analitički proračun cilindra 13
3.3. Numerički proračun cilindra 18
4. PRORAČUN ČVRSTOĆE HIDRAULIČKOG AKUMULATORA S MIJEHOM 36
4.1. Konstrukcija akumulatora i njeno pojednostavljenje 36
4.2. Definiranje potrebnih podataka za proračun 39
4.3. Analitički proračun akumulatora 40
4.3.1. Raspodjela radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja na gornjem spoju ljusaka 47
4.3.2. Proračun čvrstoće akumulatora 52
4.4. Numerička analiza akumulatora 55
4.4.1. Dijagramska raspodjela radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja cilindrične te gornje i donje sferne ljuske 65
4.4.2. Usporedba numerički i analitički dobivenih dijagrama 70
ZAKLJUČAK.....73
LITERATURA.....75

PRILOZI.....76

POPIS SLIKA

Slika 1. Klipni akumulator 2
Slika 2. Membranski akumulator 3
Slika 3. Akumulator s mijehom 3
Slika 4. a) Shema akumulatora s mijehom: 1 – posuda, 2 – mijeh, 3 – tanjurasti ventil; b) Simbol akumulatora; [1] 4
Slika 5. a) Konvencionalni i kontinuumski ljuskasti elementi, b) točke integracije ljuskastih elemenata [5] 8
Slika 6. a) Najčešće korišteni 3D elementi, b) točke integracije za 20-čvorni element [5] 10
Slika 7. a) Osnovni osnosimetrični (prstenasti) trokutni element, b) točke integracije osnosimetričnih elemenata [5] 11
Slika 8. Cilindar s debelim dnom, opterećen unutarnjim tlakom 13
Slika 9. Cilindar oslobođen veza u uklještenju 15
Slika 10. Raspodjela radijalnog pomaka po duljini ljuske 18
Slika 11. Opterećenja i rubni uvjeti cilindra 19
Slika 12. Model diskretiziran sa a) 45, b) 120, c) 242, d) 420, e) 1175, f) 3526 ljuskastih elemenata oznake S4R5 21
Slika 13. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) cilindra diskretiziranog sa a) 120, b) 3526 ljuskastih elemenata oznake S8R5 22
Slika 14. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindra za mrežu sa a) 120, b) 3526 elemenata oznake S8R5 23
Slika 15. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka za pojedini tip i broj ljuskastih elemenata 24
Slika 16. Model diskretiziran sa a) 32, b) 91, c) 190, d) 392, e) 630, f) 1175, g) 3276 trodimenzijskih elemenata oznake C3D20R 26
Slika 17. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) cilindra diskretiziranog sa a) 91, b) 3276 3D elemenata oznake C3D20R 27
Slika 18. Raspodjela radijalnog pomaka po središnjoj plohi duž izvodnice cilindra za mrežu s a) 91, b) 3276 elemenata oznake C3D20R 28

Slika 19. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka za pojedini tip i broj 3D elemenata 29
Slika 20. Osnosimetrični model s opterećenjem i rubnim uvjetima 31
Slika 21. Model diskretiziran sa a) 40, b) 154 osnosimetričnih elemenata oznake CAX8R ... 32
Slika 22. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) osnosimetričnog modela cilindra diskretiziranog sa a) 40, b) 154 elementa oznake CAX8R, uz prikaz i nedeformiranog modela 32
Slika 23. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) na zarotiranom obliku osnosimetričnog modela cilindra diskretiziranog sa a) 40, b) 154 elementa oznake CAX8R 33
Slika 24. Raspodjela radijalnog pomaka po središnjoj plohi duž izvodnice cilindra za mrežu sa a) 40, b) 154 elemenata oznake CAX8R 34
Slika 25. Dijagram konvergencije maks. radijalnog pomaka za pojedini tip i broj osnosimetričnih elemenata 35
Slika 26. 3D model akumulatora u presjeku [8] 36
Slika 27. Tehnički crtež akumulatora u presjeku [8] 37
Slika 28. Prikaz grla akumulatora 38
Slika 29. CAD model i crtež pojednostavljenog akumulatora 39
Slika 30. Akumulator oslobođen veza na gornjem spoju ljusaka 42
Slika 31. Presjek sferne ljuske kod membranskog stanja 45
Slika 32. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske 49
Slika 33. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice sferne ljuske 49
Slika 34. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske 50
Slika 35. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice sferne ljuske 50
Slika 36. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske 51
Slika 37. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice sferne ljuske 51
Slika 38. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji duž izvodnice cilindrične ljuske 54
Slika 39. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji duž duž izvodnice sferne ljuske 55
Slika 40. Rubni uvjeti i opterećenja za: a) cijeli akumulator, b) gornje grlo, c) donje grlo 56

Slika 41. Progušćena mreža na prijelazu grla akumulatora i sferne ljuske (prikaz za najgušću mrežu)..... 57
Slika 42. Model diskretiziran sa a) 54, b) 120, c) 504, d) 1410, e) 4779, f) 15729 ljuskastih elemenata oznake S8R5 58
Slika 43. Raspodjela radijalnog pomaka akumulatora (u mm) za model diskretiziran sa a) 15726, b) 120 ljuskastih elemenata oznake S8R5..... 60
Slika 44. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka 60
Slika 45. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu (u MPa) za model diskretiziran sa a) 15726, b) 1410 elemenata oznake S8R5..... 62
Slika 46. Dijagram konvergencije maksimalnog ekvivalentnog naprezanja 62
Slika 47. Raspodjela meridijalnih naprezanja (u MPa) a) po cijelom akumulatoru, b) na detalju donjeg grla..... 64
Slika 48. Raspodjela cirkularnih naprezanja akumulatora (u MPa)..... 64
Slika 49. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske 65
Slika 50.Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice gornje sferne ljuske 66
Slika 51. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice donje sferne ljuske..... 66
Slika 52. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske 67
Slika 53. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice gornje sferne ljuske 67
Slika 54. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice donje sferne ljuske..... 68
Slika 55. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske 68
Slika 56. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice gornje sferne ljuske 69
Slika 57. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice donje sferne ljuske..... 69
Slika 58. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske dobivenog a) numeričkim, b) analitičkim putem 70
Slika 59. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske dobivenog a) numeričkim, b) analitičkim putem 71

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	mm^2	Površina unutarnjeg kruga gornjeg grla
A_1	mm^2	Površina unutarnjeg oplošja gornjeg grla
A_2	mm^2	Površina unutarnjeg oplošja donjeg grla
c	mm	Visina (duljina) cilindra akumulatora
D	N/mm	Fleksijska krutost
d_1	mm	Unutarnji promjer gornjeg grla akumulatora
d_2	mm	Unutarnji promjer donjeg grla akumulatora
E	N/mm^2 (MPa)	Modul elastičnosti
F	N	Sila od tlaka po površini A
F_1	N	Sila od opterećenja po površini A_1
F_2	N	Sila od opterećenja po površini A_2
F_y	N	Uzdužna sila u osnosimetričnom modelu
$f_i(\beta x)$, $i = 1,...,4$	-	Eksponencijalno-trigonometrijske funkcije
h	mm	Debljina stijenke
L	mm	Duljina cilindra; ukupna visina (duljina) akumulatora
m	mm	Unutarnja visina (duljina) donjeg grla akumulatora
M_0	N (Nmm/mm)	Unutarnji poopćeni moment po jedinici duljine
M_φ	N (Nmm/mm)	Cirkularni moment
M_ϑ	N (Nmm/mm)	Meridijalni moment
n	mm	Unutarnja visina (duljina) gornjeg grla akumulatora
N_φ	N/mm	Cirkularna sila cilindra
N_x	N/mm	Meridijalna sila cilindra
N_φ^c	N/mm	Cirkularna sila cilindrične ljuske
N_x^c	N/mm	Meridijalna sila cilindrične ljuske
N_φ^s	N/mm	Cirkularna sila sferne ljuske
N_ϑ^s	N/mm	Meridijalna sila sferne ljuske
p	N/mm^2 (MPa)	Tlak

p_1	N/mm^2 (MPa)	Opterećenje po površini A_1
p_2	N/mm^2 (MPa)	Opterećenje po površini A_2
R	mm	Srednji radijus cilindra; radijus akumulatora
Q_0	N/mm	Unutarnja poopćena sila po jedinici duljine
r_1	mm	Unutarnji polumjer gornjeg grla akumulatora; meridijanski glavni polumjer zakrivljenosti
r_2	mm	Unutarnji polumjer donjeg grla akumulatora; cirkularni glavni polumjer zakrivljenosti
R_e	N/mm^2 (MPa)	Granica elastičnosti
S_1	-	Faktor sigurnosti u odnosu na dopušteno naprezanje
S_2	-	Faktor sigurnosti u odnosu na granicu tečenja
S_{potr}	-	Potreban faktor sigurnosti
w	mm	Ukupni radijalni pomak
w^c	mm	Radijalni pomak cilindrične ljuske
w^{cm}	mm	Membranski radijalni pomak cilindrične ljuske
w^f	mm	Radijalni pomak savijanja
w^m	mm	Membranski radijalni pomak
w^s	mm	Radijalni pomak sferne ljuske
w^{sm}	mm	Membranski radijalni pomak sferne ljuske
x, y, z	-	Osi Kartezijevog koordinatnog sustava
X_1	N/mm	Unutarnja poopćena sila po jedinici duljine
X_2	N (Nmm/mm)	Unutarnji poopćeni moment po jedinici duljine
α	rad	Ukupni kut zakreta
α^f	rad	Kut zakreta savijanja
α^m	rad	Membranski kut zakreta
α_{11}	mm^2/N	Uplivni koeficijent
α_{12}, α_{21}	mm/N	Uplivni koeficijenti
α_{22}	N^{-1}	Uplivni koeficijent
β	mm^{-1}	Geometrijsko-materijalna značajka
β_0	mm^{-1}	Geometrijsko-materijalna značajka sferne ljuske na spoju
ν	-	Poissonov faktor

σ_{dop}	N/mm^2 (MPa)	Dopušteno naprezanje
σ_{ekv}	N/mm^2 (MPa)	Ekvivalentno naprezanje
$\sigma_{ekv,A}$	N/mm^2 (MPa)	Ekvivalentno naprezanje u točki A
$\sigma_{ekv,max}$	N/mm^2 (MPa)	Najveće ekvivalentno naprezanje
σ_{φ}	N/mm^2 (MPa)	Cirkularno naprezanje
σ_{φ}^{c}	N/mm^2 (MPa)	Cirkularno naprezanje cilindrične ljuske
σ_{φ}^{cm}	N/mm^2 (MPa)	Membransko cirkularno naprezanje cilindrične ljuske
σ_{φ}^{m}	N/mm^2 (MPa)	Membransko cirkularno naprezanje
σ_{φ}^{s}	N/mm^2 (MPa)	Cirkularno naprezanje sferne ljuske
σ_{φ}^{sm}	N/mm^2 (MPa)	Membransko cirkularno naprezanje sferne ljuske
$\sigma_{\varphi,A}$	N/mm^2 (MPa)	Cirkularno naprezanje u točki A
σ_{ϑ}	N/mm^2 (MPa)	Meridijalno naprezanje
σ_{ϑ}^{c}	N/mm^2 (MPa)	Meridijalno naprezanje cilindrične ljuske
σ_{ϑ}^{cm}	N/mm^2 (MPa)	Membransko meridijalno naprezanje cilindrične ljuske
σ_{ϑ}^{m}	N/mm^2 (MPa)	Membransko meridijalno naprezanje
σ_{ϑ}^{s}	N/mm^2 (MPa)	Meridijalno naprezanje sferne ljuske
σ_{ϑ}^{sm}	N/mm^2 (MPa)	Membransko meridijalno naprezanje sferne ljuske
$\sigma_{\vartheta,A}$	N/mm^2 (MPa)	Meridijalno naprezanje u točki A

SAŽETAK

Cilj ovog rada je provesti numeričku analizu hidrauličkog akumulatora s mijehom (opnom) i provjeriti zadovoljava li on uvjet čvrstoće. Numerička analiza provedena je u programskom paketu *Abaqus*, proizvodu tvrtke Dassault Systèmes, a koji se temelji na metodi konačnih elemenata.

U uvodnom dijelu rada navedeni su zadaci hidrauličkih akumulatora, njihova podjela i glavne karakteristike, te je objašnjen njihov princip rada. Nakon toga rečeno je nešto o metodi konačnih elemenata i o samim elementima koji su korišteni tijekom rada, a to su ljuskasti, osnosimetrični i elementi za trodimenzijsku analizu.

Nakon prva dva teoretska poglavlja, proračunski dio rada započinje se verifikacijom konačnih elemenata, gdje se razmatra primjer sličan glavnom problemu, a za koji se bez previše poteškoća može doći do analitičkog rješenja (a isto tako i numeričkog). Pri tome se usporedbom numeričkih rezultata i analitičkog rješenja zaključuje koji podtipovi navedena tri tipa konačnih elemenata najbolje konvergiraju, odnosno daju najbrže približavanje analitičkom rješenju povećavanjem njihovog broja. Kao varijabla koja se razmatra za konvergenciju uzet je maksimalni radijalni pomak.

U posljednjem, 4. poglavlju, prvo je ukratko rečeno nešto o samoj konstrukciji hidrauličkog akumulatora s mijehom i na koji će se način ona pojednostaviti za analizu, te su definirani potrebni podaci za proračun. Nakon toga prelazi se na glavni dio rada, tj. analitički i numerički proračun akumulatora, gdje se prikazuje konvergencija maksimalnog radijalnog pomaka i maksimalnog ekvivalentnog naprezanja te se utvrđuje zadovoljava li akumulator uvjet čvrstoće i s kojim faktorom sigurnosti. Prikazuju se i dijagrami raspodjele radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja. U numeričkoj analizi, na osnovu prethodne verifikacije, koriste se elementi koji najbolje konvergiraju, a rezultati se uspoređuju s analitičkim rješenjima i zaključuje se kakvo je njihovo poklapanje.

Ključne riječi: hidraulički akumulator, numerička analiza, *Abaqus*, konačni elementi, verifikacija, analitički proračun, konvergencija, pomak, naprezanja

SUMMARY

The aim of this paper is to perform a numerical analysis of a bladder hydraulic accumulator and to verify that it meets the strength requirement. The numerical analysis was carried out in the *Abaqus* software package, a product of Dassault Systèmes, which is based on the finite element method.

In the introductory part of the paper the tasks of hydraulic accumulators, their division and main characteristics are stated and their principle of operation is explained. After that, a word has been said about the finite element method and the elements that were used during the analysis, namely shell, axisymmetric and elements for three-dimensional analysis.

After the first two theoretical chapters, calculation part of the paper begins with the verification of finite elements, where an example similar to the main problem is considered, and for which an analytical solution (and also a numerical one) can be obtained without too much difficulty. By comparing the numerical results and the analytical solution, it is concluded which subtypes of the three types of finite elements converge best, that is, give the fastest approximation to the analytical solution when increasing their number. The maximum radial displacement was chosen as the variable for convergence.

In the last, fourth chapter, it is first briefly said about the design of a bladder accumulator and how it will be simplified for analysis, and also the necessary data for the calculation are defined. After that comes the main part of the work which is analytical and numerical calculation of the accumulator where the convergence of maximum radial displacement and maximum equivalent stress is shown and where is determined whether the accumulator satisfies the strength requirement and with what factor of safety. The graphs of the distribution of radial displacement and circular and meridional stresses are also shown. In the numerical analysis, based on the previous verification, the elements that converge best are used, and the results are compared with the analytical solutions and it is concluded how good their match is.

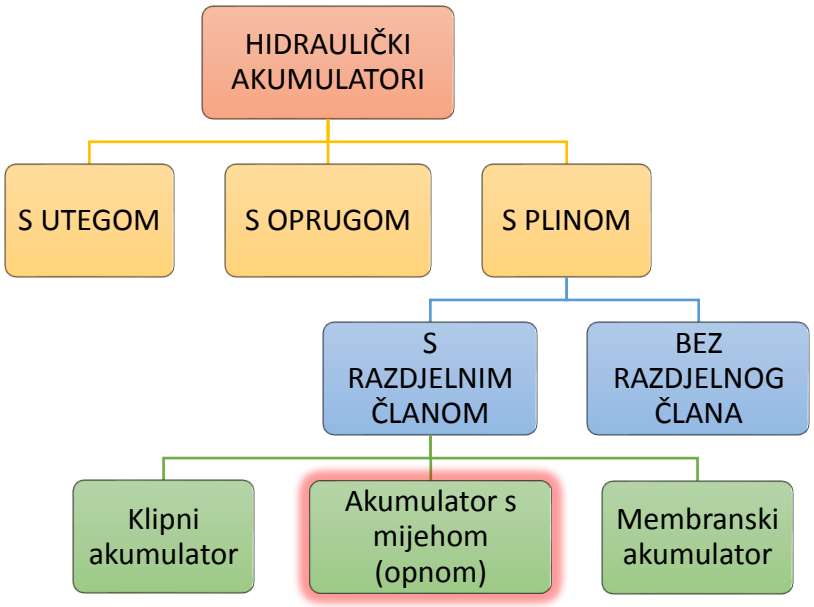
Keywords: hydraulic accumulator, numerical analysis, *Abaqus*, finite elements, verification, analytical calculation, convergence, displacement, stresses

1. UVOD

Hidraulički akumulator je spremnik pod pritiskom koji iz hidrauličkog pogona preuzima izvjestan volumen hidrauličkog fluida pod tlakom, te se ta preuzeta zapremnina tečnosti (najčešće ulje) prema potrebi može ponovno predati sustavu, bez potrebe za nekom dodatnom energijom. Svrha i zadaci hidrauličkih akumulatora su sljedeći [1]:

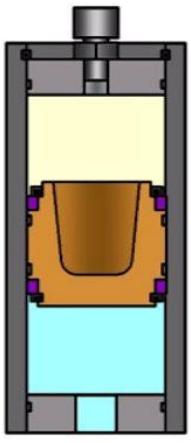
- Pohranjivanje rezerve fluida pod tlakom – time se omogućava odabir kapaciteta pumpe prema prosječnim potrebama sustava, a vršna opterećenja (razlika između trenutno potrebnog protoka i maksimalnog protoka pumpe) pokrivaju se rezervom iz akumulatora.
- Napajanje sustava za slučaj nužde – u slučaju kvara pumpe akumulator preuzima napajanje sustava kako bi se mogao završiti već započeti radni ciklus.
- Kompenzacija curenja – nadoknađivanje gubitaka curenja fluida iz hidrauličkog sustava.
- Izjednačavanje volumena – djeluje kao ekspanzijska posuda, odnosno preuzima višak volumena fluida koji nastaje zbog zagrijavanja fluida (toplinske dilatacije), čime se izbjegavaju oštećenja zatvorenog sustava.
- Smanjivanje vršnih tlakova – prilikom trenutačnog uključivanja uređaja.
- Prigušivanje pulsacija – smanjivanje nejednolikosti protoka i tlaka volumenske pumpe.
- Iskorištavanje energije kočenja – akumulator prilikom punjenja preuzima energiju tereta koji se koči.
- Uloga opruge/amortizera – akumulator može održavati tlak u sustavu i preuzimati udare (aktivni ovjes, održavanje nategnutosti užadi).
- Za kočenje u nuždi.

Hidraulički fluid u akumulatoru drži se pod pritiskom pomoću nekog od vanjskih izvora mehaničke energije, a to može biti opruga, klip s utegom ili plin (dušik) pod tlakom. Na tome se upravo i temelji podjela hidrauličkih akumulatora, koja se vrši prema nosiocu energije i razdjelnom članu, prema sljedećem prikazu.



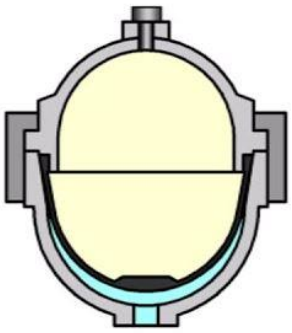
U praksi se najčešće koriste akumulatori s plinom pod tlakom. U tu svrhu najčešće se koristi plin dušik, a zrak nije dozvoljen zbog opasnosti od eksplozije [1]. Kao što se vidi na prethodnom prikazu, plin i radni fluid odvojeni razdjelnim članom, tj. stijenkom: klipom, mijehom (opnom) ili membranom.

Akumulatori s klipom – plin i radni fluid smješteni su u cilindru i razdvojeni slobodno pokretnim (letećim) klipom; Slika 1. Koriste se za relativno velike volumene i protoke. Tlak pretpunjenja (plin zauzima maksimalni mogući volumen V_0) označit će se s p_0, a minimalni i maksimalni dopušteni radni tlak p_1 i p_2 respektivno (odgovarajući volumeni plina su V_1 i V_2). Za akumulatore s klipom maksimalni omjer tlakova je p_0:p_2 = 1:10. Tlak pretpunjenja plina p_0 treba biti za 5 bara niži od minimalnog radnog tlaka fluida p_1.



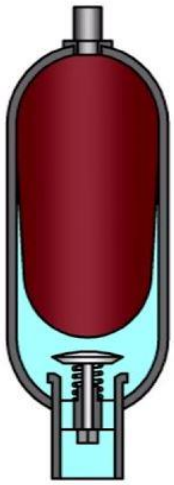
Slika 1. Klipni akumulator

Akumulatori s membranom – visokootporni čelični rezervoari oblika kugle, koja je na sredini horizontalno podijeljena elastičnom membranom koja dijeli volumen ulja i plina; Slika 2. Koriste se za manje volumene, često za kompenzaciju vršnog tlaka ili za smanjivanje nejednolikosti protoka i tlaka. Maksimalni odnos tlakova iznosi 1:10 [1]. Korisna količina tečnosti dobije se iz razlike između volumena plina kod minimalnog i maksimalnog radnog pritiska. Postoje 2 vrste izvođenja: zavarena konstrukcija i konstrukcija s navojem, a obje izvedbe na donjem dijelu imaju tanjurasti ventil za ulje [2].

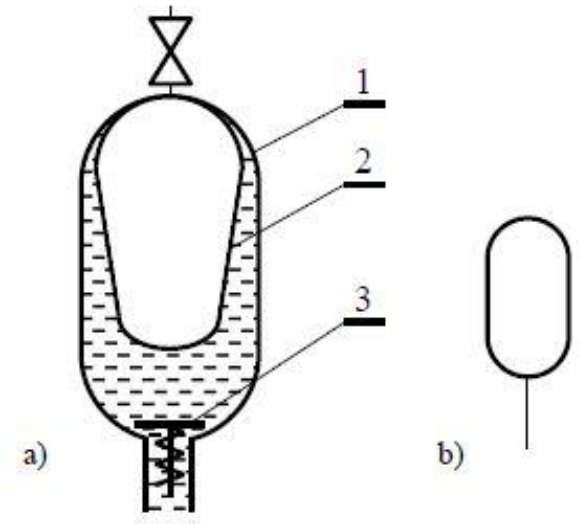


Slika 2. Membranski akumulator

Akumulatori s mijehom (opnom) – visokootporni rezervoari pod pritiskom koji se sastoje od čelične posude ispunjene uljem u kojoj se nalazi elastični mijeh (polimerna opna) prethodno napunjen plinom; Slike 3 i 4.



Slika 3. Akumulator s mijehom



Slika 4. a) Shema akumulatora s mijehom: 1 – posuda, 2 – mijeh, 3 – tanjurasti ventil; b) Simbol akumulatora; [1]

Punjenje i odzračivanje plina rezervoara vrši se preko ventila za plin (gornji dio), a na (donjem) priključku za ulje smješten je tanjurasti ventil koji sprječava izlaz mijeha i štiti ga od oštećenja.

Princip rada (kod svakog od ova 3 tipa akumulatora) vrlo je jednostavan i temelji se na svojstvu hidrauličkog fluida da se jako malo stlači pod pritiskom, dok se suprotno tome plinovi mogu puno stlačiti pri višim tlakovima. Prvo je potrebno provesti predpunjenje plina. Apsolutni tlak pretpunjenja plina p_0 mora iznositi 70-90 % minimalnog radnog tlaka fluida p_1, čime se sprječava stalni dodir mijeha i tanjurastog ventila i moguća oštećenja [1]. Dakle, u tom stanju je samo mala količina fluida u akumulatoru i sustav je u ravnoteži (tlakovi plina i fluida su jednaki). Ako se u sustavu prekorači pritisak predpunjenja akumulatora, ulje kroz tanjurasti ventil ulazi u akumulator, smanjuje se volumen mijeha, a plin se komprimira. Tlak plina raste sve dok smanjenje volumena plina ne prestane, a to se događa kad se sustav ponovno uravnoteži, odnosno kad se tlakovi izjednače. Kada se u sustavu javi potreba za energijom i tlak u sustavu padne, tlak plina postaje veći, i plin se širi i preko opne tjera fluid u sustav. Na taj način akumulator otpušta uskladištenu energiju fluida u sustav.

Ovaj tip akumulatora odlikuje se apsolutnim brtvljenjem plin-ulje, i brzim reagiranjem (zanemariva inercija). Obično imaju velike priključke, što omogućuje brz otpust fluida. Češće se montiraju u vertikalnoj poziciji, ali je moguća i horizontalna izvedba. Maksimalni odnos tlakova iznosi 1:4 [1] kako ne bi dolazilo do prevelikih deformacija mijeha. Ovi akumulatori

dolaze u širokom rasponu standardnih veličina i pogodni su za udarne primjene. Ovisno o izvedbi, mijeh se može lako zamijeniti novim u slučaju kvara ili oštećenja. Iz svih navedenih razloga, stručnjaci gledaju na ovaj tip akumulatora kao najbolji za širok raspon primjena. Više o samoj konstrukciji akumulatora i načinu na koji će se ona pojednostaviti bit će rečeno kanije u poglavlju 4.

2. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Od svojih početaka 40-ih godina prošlog stoljeća pa do danas, metoda konačnih elemenata sve se više razvija i primjenjuje u razne svrhe. Metoda se primjenjuje u mehanici deformabilnih tijela za rješavanje statičkih i dinamičkih problema te za rješavanje općih problema polja kao što su proračun temperaturnih polja, proračun strujanja te analiza elektromagnetnih polja. Danas je prisutna u gotovo svim inženjerskim granama koje su vezane za modeliranje različitih fizikalnih procesa. Najveća primjena je u zrakoplovstvu, projektiranju i konstruiranju različitih strojarskih konstrukcija, građevinarstvu, brodogradnji, geotehnici, elektrotehnici, automobilskoj industriji, biomehanici i sl. Od 1960. godine broj publikacija iz metode konačnih elemenata naglo raste, a kontinuiranim razvojem računalne tehnike dolazi i do razvoja sve većeg broja računalnih programa temeljenih na ovoj metodi. Ti programi sposobni su rješavati i vrlo složene probleme i tu je posebice došla do izražaja važnost ove metode. Jedan od takvih programa je *Abaqus* [3], proizvod tvrtke Dassault Systèmes, koji će se koristiti za numeričku analizu u ovom radu.

Klasične metode rješavanja problema kontinuiranih sustava temelje se na rješavanju diferencijalnih jednadžbi čije je točno analitičko rješenje moguće dobiti samo za jednostavnije proračunske modele. U općem slučaju vrlo je teško dobiti rješenje koje zadovoljava diferencijalnu jednadžbu u cijelom području razmatanog modela. Stoga se rabe približne numeričke metode koje se temelje na diskretizaciji kontinuiranog sustava gdje se diferencijalne jednadžbe zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi. [4]

Metoda konačnih elemenata numerička je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Ideja pristupa je da se područje kontinuuma podijeli na neki konačan broj područja koja zovemo konačni elementi. Na taj način kontinuum koji ima beskonačno stupnjeva slobode gibanja postaje model međusobno povezanih konačnih elemenata s konačnim brojem stupnjeva slobode.

Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi elementa koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je primjerice polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina u problemu polja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model

što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnome rješenju raste s povećavanjem broja elemenata. [4]

Mora se uzeti u obzir da je metoda konačnih elemenata približna numerička metoda. Da se dobije što točnije rješenje, potrebno je u prvom redu poznavati teorijske osnove same metode i znati kada se i na koji način može primjenjivati, te uz to i razumijeti fizikalno ponašanje konstrukcije odnosno problema koji se razmatra, a dobivena rješenja korisnik mora znati smisleno protumačiti.

U radu će, bilo kod verifikacije ili glavnog dijela zadatka, biti korišteni ljuskasti konačni elementi, konačni elementi za trodimenzijsku analizu i osnosimetrični konačni elementi. Nešto o njima rečeno je u sljedećim potpoglavljima, a informacije su uzete iz [4] i [5].

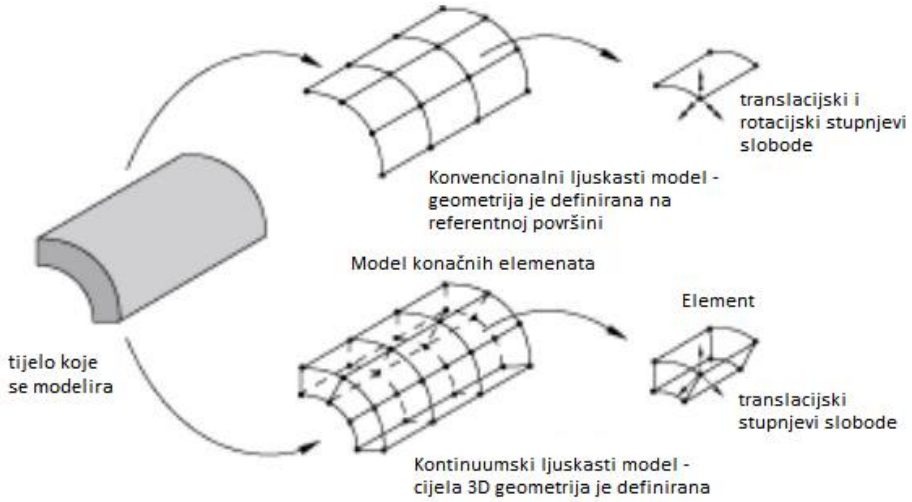
2.1. Ljuskasti konačni elementi

Ljuskasti konačni elementi koriste se za modeliranje struktura kod kojih je jedna dimenzija, debljina, značajno manja od ostalih dimenzija, a naprezanja u smjeru debljine su zanemariva. Konvencionalni ljuskasti elementi definiraju geometriju tijela na referentnoj površini te im se debljina dodaje definiranjem svojstva presjeka. Za razliku od njih, kontinuumski ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzionalno tijelo te je debljina određena geometrijom čvorova elementa. Osim toga, razlikuju se i u stupnjevima slobode – kontinuumski elementi imaju samo translacijske stupnjeve slobode (pomake u smjeru 3 osi), dok konvencionalni imaju i rotacijske, dakle 6 stupnjeva slobode po čvoru. Konvencionalni mogu imati i 5 stupnjeva slobode – 3 pomaka i 2 rotacije, a izostavljena je rotacija oko normale na srednju ravninu.

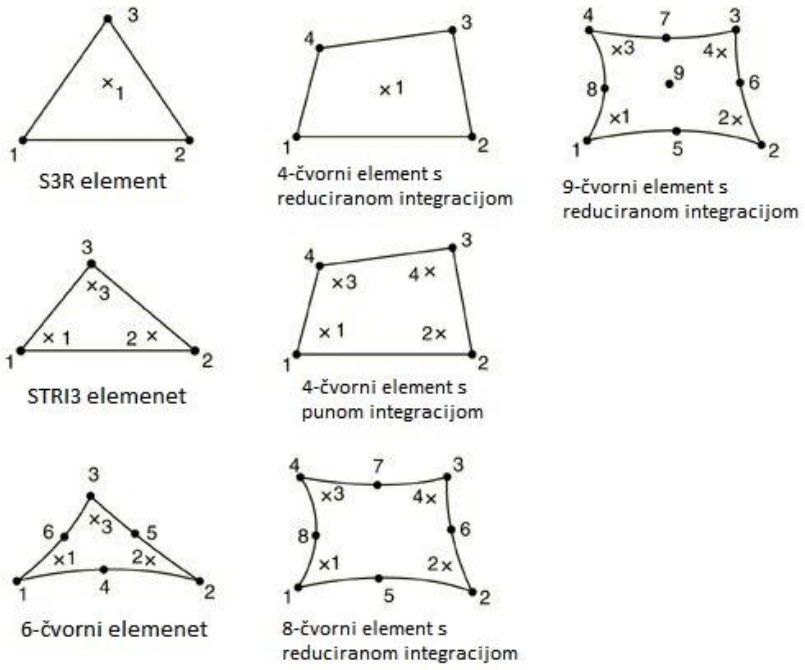
U radu će se koristiti konvencionalni ljuskasti elementi, a razlika između ova 2 tipa prikzana je na Slici 5.a). Na Slici 5.b) vide se točke integracije za ljuskaste elemente.

2.2. Konačni elementi za trodimenzijsku analizu

Rješavanje problema čvrstoće za velik broj konstrukcijskih elemenata zahtijeva trodimenzijsku analizu. Za postizanje iste točnosti kao za jednodimenzijske i dvodimenzijske probleme, u trodimenzijskoj analizi potreban je mnogo veći broj stupnjeva slobode, odnosno



a)



b)

Slika 5. a) Konvencionalni i kontinuumski ljuskasti elementi, b) točke integracije ljuskastih elemenata [5]

treba računati sa znatno većim brojem nepoznanica u globalnoj jednadžbi konačnih elemenata, što znatno povećava vrijeme računanja. Za razliku od dvodimenzijskih problema, u kojima je potrebno ostvariti kontinuitet pomaka duž stranica elementa, u trodimenzijskoj analizi potrebno

je zadovoljiti kontinuitet pomaka na plohama susjednih elemenata. Na taj način, raspodjela pomaka duž ploha mora se jednoznačno opisati veličinama u pripadnim čvorovima. Stupnjevi slobode su 3 komponente pomaka. [4]

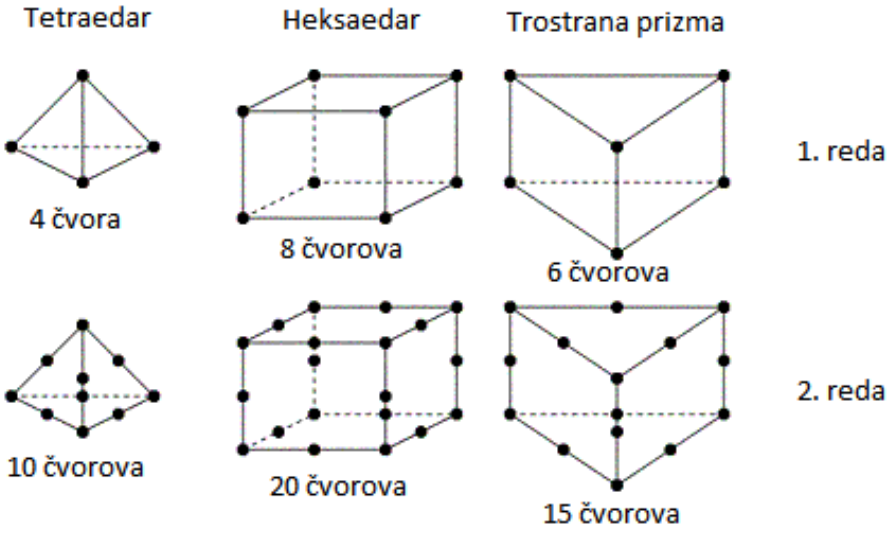
Najčešće se koriste elementi u obliku paralelopideda (heksaedar; četverostrana prizma), tetraedra ili trostrane prizme (*wedge*). Pri tome se zadnja 2 koriste samo kada se radi o jako složenoj konstrukciji ili za diskretizaciju dijelova modela s malim gradijentima naprezanja, odnosno daleko od područja gdje su potrebni što točniji rezultati. Razlog tome je njihova spora konvergencija, odnosno potrebna vrlo usitnjena mreža elemenata da bi se dobilo prihvatljivo rješenje, a to je još izraženije za elemente prvog reda.

U radu će se koristiti navedena 3 tipa elemenata, i to elementi 2. reda. Prikaz ovih elemenata je na Slici 6.a), a na Slici 6.b) vide se točke integracije za 3D element s 20 čvorova.

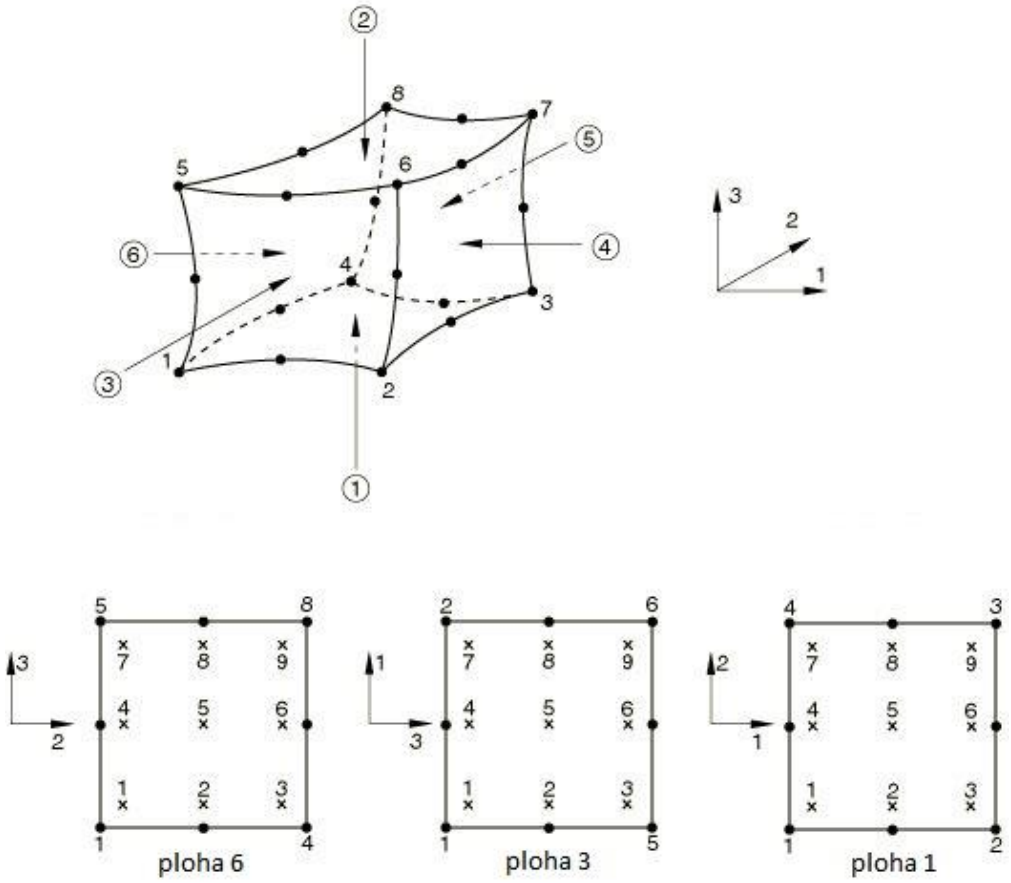
2.3. Osnosimetrični konačni elementi

Ako je trodimenzijska konstrukcija osnosimetrična, rješavanje problema čvrstoće moguće je u velikoj mjeri pojednostaviti. Umjesto prethodno prikazanih trodimenzijskih elemenata, moguće je primjeniti osnosimetrične ili prstenaste konačne elemente. Pritom se umjesto Kartezijeva koordinatnog sustava najčešće rabi cilindrični koordinatni sustav. Ako je osim geometrije i opterećenje osnosimetrično, a materijal izotropan, problem je u matematičkom smislu dvodimenizijski. Polje pomaka opisano je radijalnom i osnom komponentom, a cirkularna je komponenta jednaka nuli. U slučaju kad opterećenje osnosimetričnih tijela nije osnosimetrično, problem ponovno postaje trodimenzijski, a vrijeme računanja je kraće u odnosu na primjenu trodimenzijskih konačnih elemenata, jer je znatno smanjen ukupan broj stupnjeva slobode proračunskog modela. [4]

Za rješavanje problema osnosimetrične deformacije osnosimetričnih tijela rabe se osnosimetrični konačni elementi u obliku kružnog prstena čiji poprečni presjek, kao i kod dvodimenzijskih problema, može biti u obliku trokuta, pravokutnika ili proizvoljnog četverokuta. Čvorne točke konačnih elemenata sada prelaze u čvorne kružnice. Analogno ravninskim problemima, moguće je izvesti elemente višeg reda s većim brojem čvornih kružnica. Stupnjevi slobode su 2 komponente pomaka, a prikaz elementa je na Slici 7.a). Na Slici 7.b) vide se točke integracije za osnosimetrične elemente.

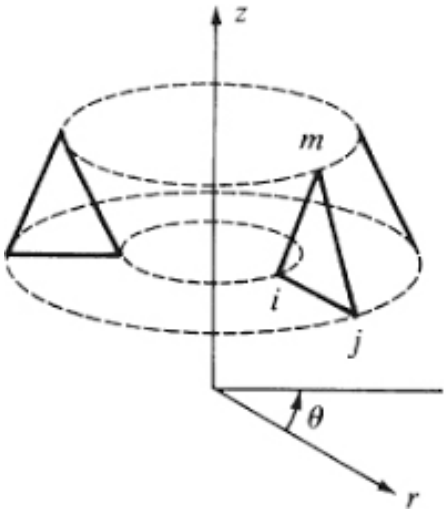


a)

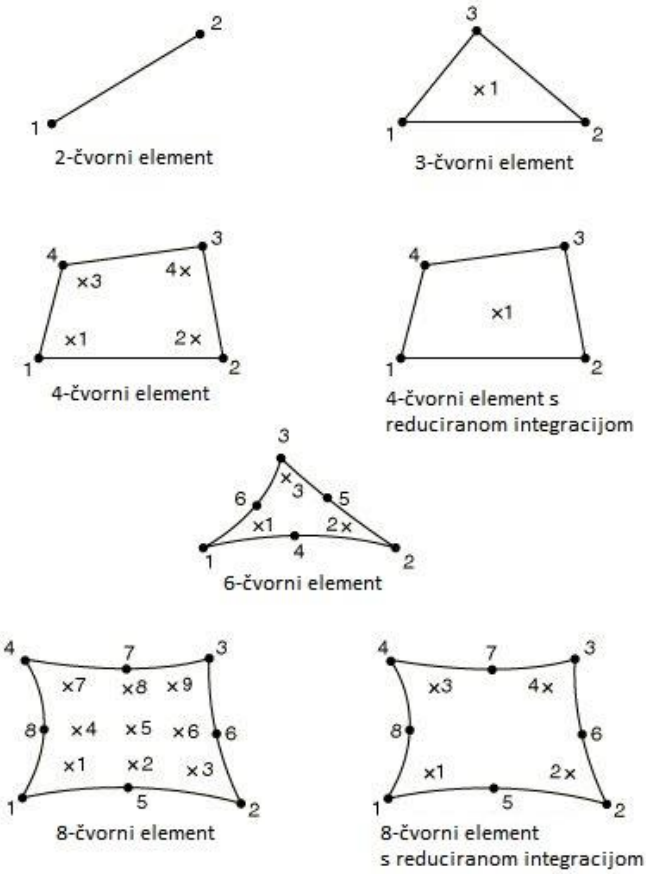


b)

Slika 6. a) Najčešće korišteni 3D elementi, b) točke integracije za 20-čvorni element [5]



a)



b)

Slika 7. a) Osnovni osnosimetrični (prstenasti) trokutni element, b) točke integracije osnosimetričnih elemenata [5]

3. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA

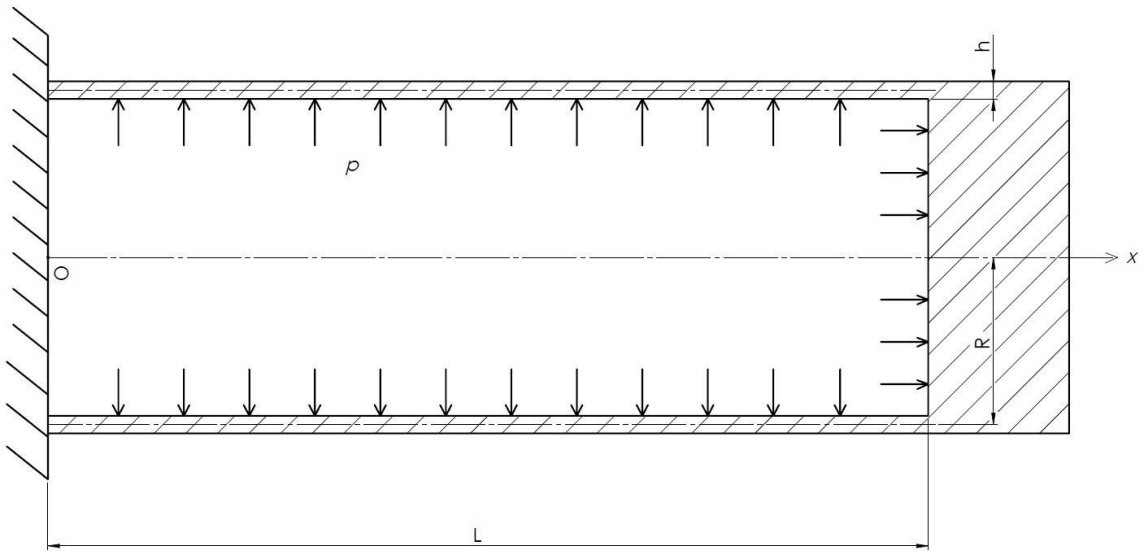
U glavnom dijelu rada potrebno je numerički analizirati hidraulički akumulator, a u ovoj fazi rada ne možemo sa sigurnošću reći koji tip elemenata je najbolji za opisivanje danog problema. Iz tog razloga, prvo je potrebno razraditi neki primjer koji je sličan kao glavni zadatak i za koji se bez previše poteškoća može doći do analitičkog rješenja (a isto tako i numeričkog). Za razmatrano rješenje može se uzeti jedna varijabla te se uspoređuje analitičko i numeričko rješenje, pri čemu je potrebno prikazati konvergenciju rješenja korištenjem različitih konačnih elemenata. Na osnovu tih rezultata, element koji najbrže konvergira k analitičkom rješenju uzima se kao najpovoljniji i odabire se pri analizi glavnog problema u sljedećoj fazi rada.

3.1. Cilindar opterećen unutarnjim tlakom

Razmatrat će se primjer cilindra opterećenog unutarnjim tlakom. Kao varijabla za konvergenciju uzet će se maksimalni radijalni pomak. Kao numerički alat koristi se programski paket *Abaqus* [3], pri čemu će se koristiti nekoliko tipova ljuskastih, osnosimetričnih i elemenata za trodimenzijsku analizu.

S obzirom da se radi o ljuskastoj konstrukciji, problem je moguće riješiti pomoću formulacija izvedenih za membransko stanje naprezanja i deformacija te savijanje osnosimetričnih ljuski. Primjer je riješen uz pretpostavku da je materijal homogen i izotropan te da su pomaci, deformacije i naprezanja mali, odnosno da vrijedi načelo geometrijske i materijalne linearnosti. Ljuska je duga i tanka, debljina stijenke je konstantna, a narinuto opterećenje je statičko.

Dakle, cilindar je opterećen unutarnjim tlakom i kao što se vidi na Slici 8 on je na jednom svom kraju uklješten, a na drugom kraju se nalazi debelo dno koje sprječava zakrete i radijalne pomake i čija je debljina puno veća od debljine stijenke cilindra. Kao druga varijanta na tom kraju mogao je biti odabran kruti prsten koji bi također sprječavao radijalne pomake, međutim u tom slučaju bi spremnik bio otvoren, što nije realan slučaj. Iako u ovoj fazi to nije posebno bitno, odabran je nešto realniji slučaj sa zatvorenim spremnikom.



Slika 8. Cilindar s debelim dnom, opterećen unutarnjim tlakom

Potrebni podaci za proračun:

- Debljina stijenke cilindra, h = 10 mm,
- Duljina cilindra, L = 1000 mm,
- Srednji radijus cilindra, R = 300 mm,
- Tlak, p = 0,5 MPa,
- Modul elastičnosti, E = 210000 MPa,
- Poissonov faktor, ν = 0,3.

3.2. Analitički proračun cilindra

Izrazi koji će se upotrebaljvati u ovom poglavlju nalaze se u literaturi [6] te vrijede uz sljedeća ograničenja [5]:

1. Ljuska je tanka, tj. $h/R < 1/20$,
2. Progibi su mali: $w_{\max}/h < 1/5$,
3. Ljuska je osnosimetrična. Osnosimetrično oslonjena i opterećena, tj. $p_\varphi = 0$, $p_x = p_x(x)$, $p_n = p_n(x)$,
4. Komponente opterećenja p_x i p_n su konstantne ili se mijenjaju po zakonu pravca.

Postavljeni primjer zadovoljava sva ograničenja.

Proračun će se započeti određivanjem fleksijske krutosti ljuske:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \cdot 10^3}{12(1-0{,}3^2)} = 1{,}92308 \cdot 10^7 \text{ Nmm}. \quad (1)$$

Goemetrijsko-materijalna značajka cilindrične ljuske iznosi:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2h^2}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-0{,}3^2)}{300^2 \cdot 10^2}} = 0{,}02347 \text{ mm}^{-1}. \quad (2)$$

Za cilindričnu ljusku vrijede sljedeći izrazi za uplivne koeficijente:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta^3} = \frac{1}{2 \cdot 1{,}92308 \cdot 10^7 \cdot 0{,}02347^3} = 2{,}0116 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{mm}^2}{\text{N}}, \quad (3)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2D\beta^2} = \frac{1}{2 \cdot 1{,}92308 \cdot 10^7 \cdot 0{,}02347^2} = 4{,}7208 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{mm}}{\text{N}}, \quad (4)$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D\beta} = \frac{1}{1{,}92308 \cdot 10^7 \cdot 0{,}02347} = 2{,}2158 \cdot 10^{-6} \text{ N}^{-1}. \quad (5)$$

Kako se radi o tankoj ljusci, naprezanje možemo rastaviti u dva dijela [6]:

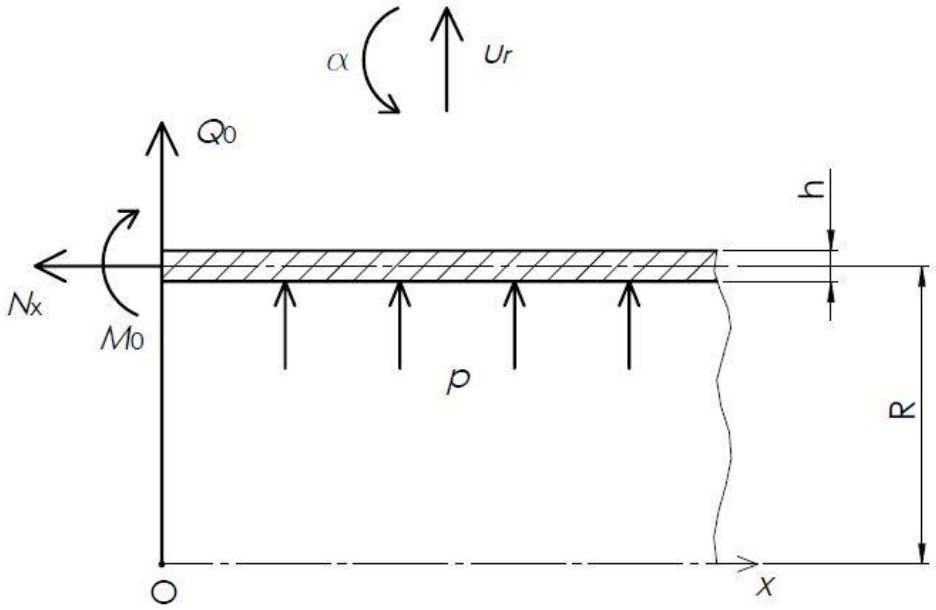
1. *Membransko naprezanje* σ^{m} koje je jednoliko raspodijeljeno po debljini,
2. *Naprezanje savijanja* (*fleksijsko naprezanja*) σ^{f} koje se mijenja po linearnom zakonu tako da je u srednjoj plohi jednako nuli.

Na istom principu mogu se pisati izrazi za ukupni radijalni pomak, w i ukupni zakret, α:

$$w = w^{\text{f}} + w^{\text{m}}, \quad (6)$$

$$\alpha = \alpha^{\text{f}} + \alpha^{\text{m}}. \quad (7)$$

Na Slici 9. prikazan je spremnik oslobođen veza u uklještenju. Definirani su pozitivni smjerovi radijalnog pomaka i kuta zakreta, te su pretpostavljeni smjerovi poprečne i uzdužne sile te momenta savijanja.



Slika 9. Cilindar oslobođen veza u uklještenju

Na osnovu pozitivnih smjerova pomaka i zakreta te pretpostavljenih smjerova sila i momenta sada se izrazi (6) i (7) mogu zapisati kao:

$$w = \alpha_{11} Q_0 + \alpha_{12} M_0 + w^{\mathrm{m}}, \tag{8}$$

$$\alpha = -\alpha_{21} Q_0 - \alpha_{22} M_0 + \alpha^{\mathrm{m}}. \tag{9}$$

Sada se mogu postaviti rubni uvjeti za uklještenje, odnosno za $x = 0$:

$$w = 0, \tag{10}$$

$$\alpha = 0. \tag{11}$$

Uz to da vrijedi $\alpha^m = \frac{dw^m}{dx}$, sada se može pisati:

$$\alpha_{11} \cdot Q_0 + \alpha_{12} \cdot M_0 + w^{\mathrm{m}} = 0, \tag{12}$$

$$-\alpha_{21} \cdot Q_0 - \alpha_{22} \cdot M_0 + \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{13}$$

Uplivni koeficijenti su već izračunati pa je još potrebno odrediti radijalni membranski pomak, koji se računa prema izrazu:

$$w^{\mathrm{m}} = \frac{R}{Eh}\left(N_{\varphi} - \nu N_{x}\right). \tag{14}$$

Iz uvjeta ravnoteže u smjeru koordinate *x* za debelo dno ljuske dobije se meridijanska sila N_x:

$$\sum F_x = 0: \qquad N_x \cdot 2R\pi - p \cdot R^2\pi = 0, \tag{15}$$

$$N_x = \frac{pR}{2} = \frac{0{,}5 \cdot 300}{2} = 75\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{16}$$

Budući da je ravnoteža membranskih sila definirana izrazom:

$$\frac{N_x}{r_1} + \frac{N_{\varphi}}{r_2} = p, \tag{17}$$

i uz to da za cilindričnu ljusku vrijedi $r_1 = \infty$ i $r_2 = R$, sada se može dobiti cirkularna sila N_{φ}:

$$N_{\varphi} = pr_2 = pR = 0{,}5 \cdot 300 = 150\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{18}$$

Sada se vrijednosti meridijanske i cirkularne sile uvrste u izraz (14) i dobije se:

$$w^{\mathrm{m}} = \frac{300}{210000 \cdot 10}\left(150 - 0{,}3 \cdot 75\right) = 0{,}01821\ \mathrm{mm}. \tag{19}$$

Također, vidimo da vrijedi:

$$\alpha^{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x} = 0, \tag{20}$$

što ima smisla, jer se na području gdje vrijedi membransko stanje stijenka jednoliko napuhuje, tj. deformira jednoliko u radijalnom smjeru.

Sada se sve potrebne izračunate vrijednosti uvrste u izraze (12) i (13) i dobije se:

$$2{,}0116 \cdot 10^{-3} \cdot Q_0 + 4{,}7208 \cdot 10^{-5} \cdot M_0 + 0{,}01821 = 0, \tag{21}$$

$$-4{,}7208 \cdot 10^{-5} \cdot Q_0 - 2{,}2158 \cdot 10^{-6} \cdot M_0 = 0. \tag{22}$$

Dakle, dobiju se 2 jednadžbe s 2 nepoznanice, koje kada se riješe daju rješenja:

$$Q_0 = -18{,}1045 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{23}$$

$$M_0 = 385{,}7202 \ \frac{\mathrm{Nmm}}{\mathrm{mm}}, \tag{24}$$

pri čemu poprečna sila ima negativan predznak, što znači da je njen smjer bio pogrešno pretpostavljen.

Na kraju se konačno može dobiti izraz za raspodjelu radijalnog pomaka po duljini ljuske:

$$w(x) = \frac{Q_0}{2D\beta^3} \cdot f_4(\beta x) + \frac{M_0}{2D\beta^2} \cdot f_3(\beta x) + w^{\mathrm{m}}, \tag{25}$$

$$w(x) = \alpha_{11} Q_0 f_4(\beta x) + \alpha_{12} M_0 f_3(\beta x) + w^{\mathrm{m}}, \tag{26}$$

Dakle, izraz za raspodjelu radijalnog pomaka po duljini ljuske glasi:

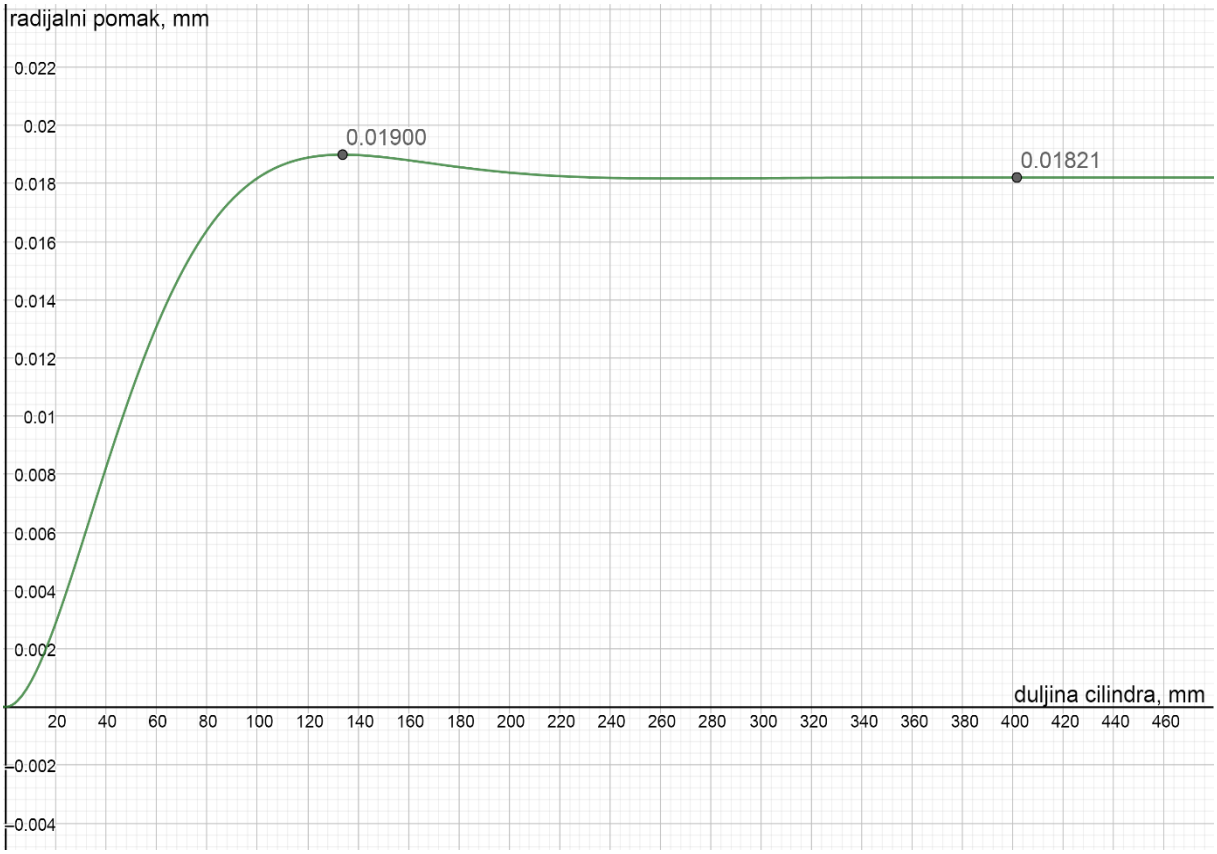
$$w(x) = -0{,}03642 f_4(\beta x) + 0{,}01821 f_3(\beta x) + 0{,}01821, \tag{27}$$

gdje su:

$$f_4(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x, \tag{28}$$

$$f_3(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x), \tag{29}$$

Raspodjela se može prikazati grafički prema Slici 10, gdje je prikazana i vrijednost maksimalnog radijalnog pomaka, kao i vrijednost membranskog pomaka.



Slika 10. Raspodjela radijalnog pomaka po duljini ljuske

3.3. Numerički proračun cilindra

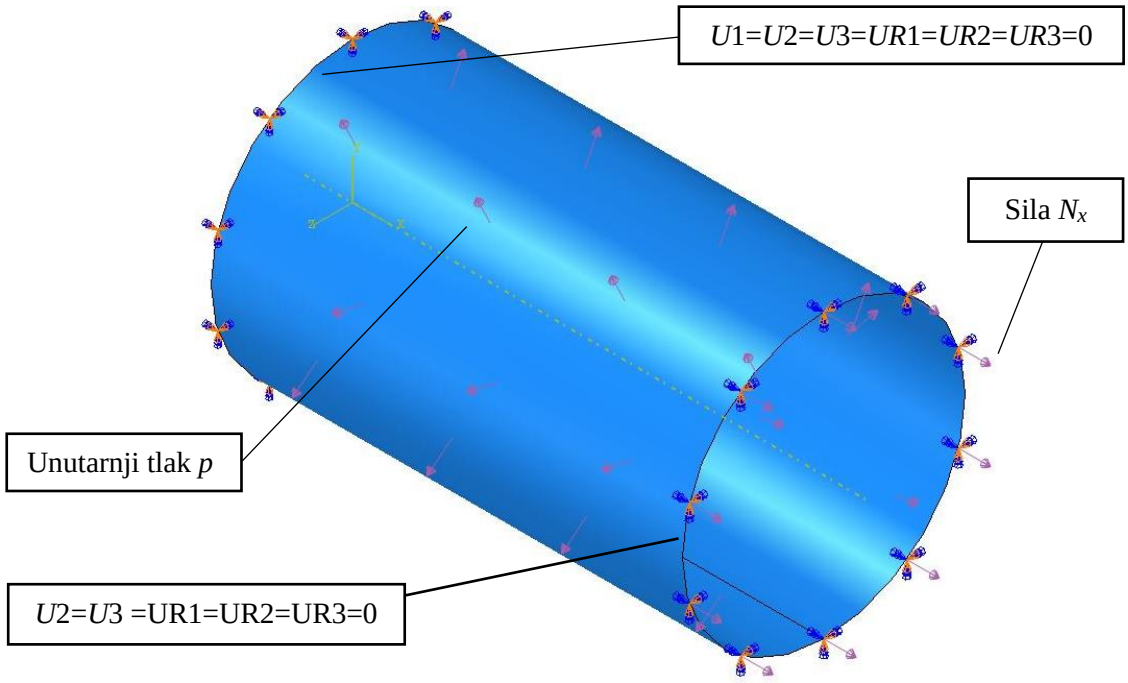
Primjer je riješen numerički metodom konačnih elemenata u programu *Abaqus*. Pri tome su korištena 3 tipa konačnih elemenata:

A) Ljuskasti,
B) Elementi za trodimenzijsku analizu,
C) Osnosimetrični.

Prikazat će se i objasniti najbitniji dijelovi postupka i na kraju će se prikazati konvergencija rješenja za maksimalni radijalni pomak, koja je dobivena povećavanjem broja elemenata za pojedinu vrstu elemenata.

A) Ljuskasti konačni elementi

Postupak se započinje modeliranjem cilindra prema potrebnim dimenzijama, odabirom opcije *Shell*. Pri tome se debljina stijenke ne modelira izravno, nego se modelira samo njen srednji radijus, a onda se u opcijama definira njena debljina koja je u ovom slučaju 10 mm. Potrebno je još dodati svojstva materijala i zatim definirati opterećenja i rubne uvjete. U modelu se na mjesta uklještenja i debelog dna postavljaju rubni uvjeti prema Slici 11. U ovom primjeru ne koristi se velik broj elemenata pa pri modeliranju i postavljanju rubnih uvjeta cilindra nije korištena njegova simetrija.



Slika 11. Opterećenja i rubni uvjeti cilindra

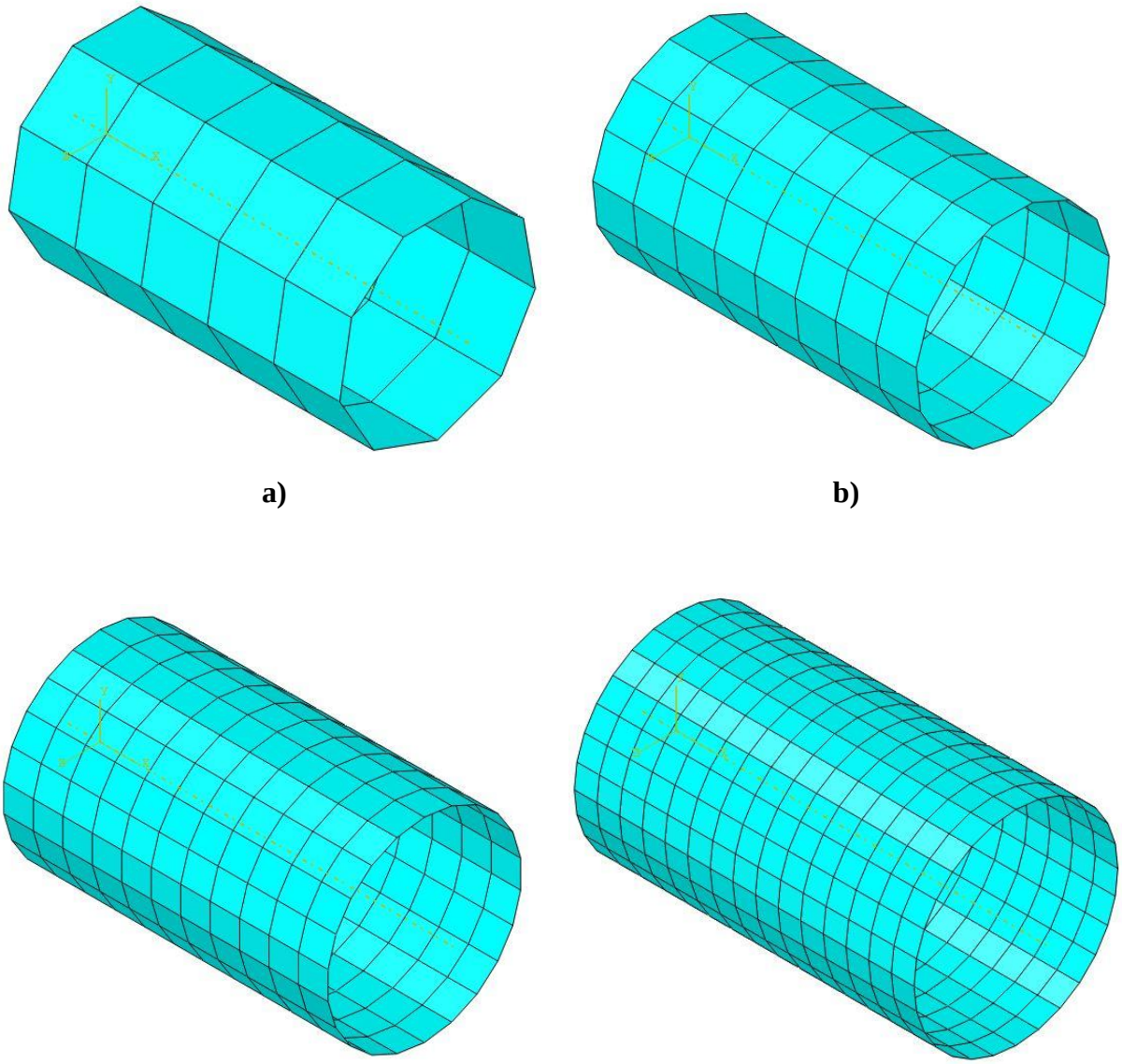
Od opterećenja znamo da djeluje unutarnji tlak, međutim, taj tlak djeluje i na debelo dno koje ovdje nije modelirano nego je postavljen rubni uvjet na njegovom mjestu. Kako bi model bio ispravan, to je opterećenje potrebno dodati u programu. Ono se dodaje na desni rub cilindra, gleda prema van, i jednako je sili N_x, kako je izračunato kod analitičkog proračuna cilindra.

Posljednji korak prije pokretanja analize je diskretiziranje modela. Pri tome su se koristili različiti tipovi ljuskastih elemenata – četverokutni S4R5 i S8R5, te trokutni S3 i STRI65.

Oznake korištenih elemenata predstavljaju sljedeće opise:

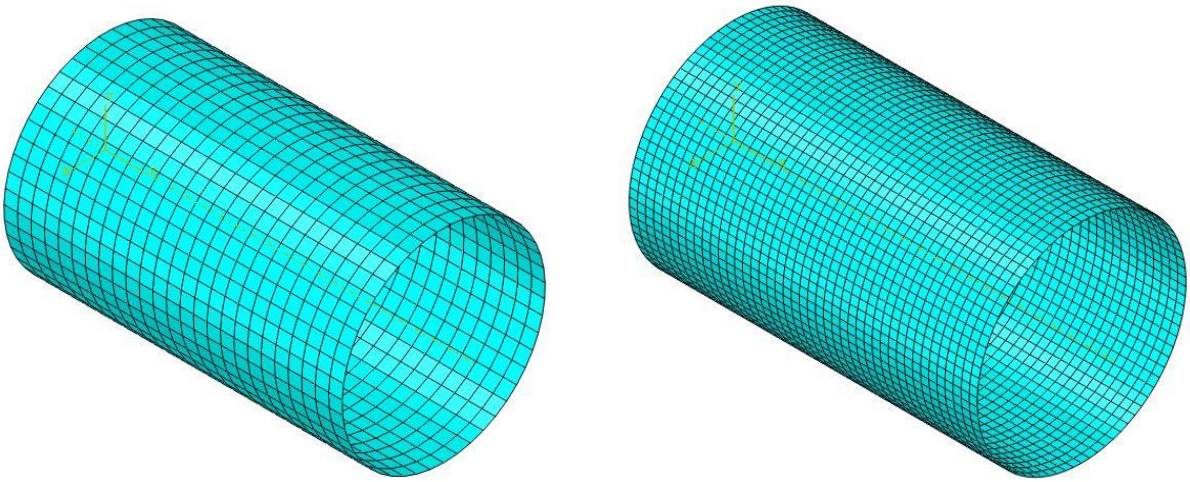
- S4R5 – četverokutni ljuskasti element 1. reda s reduciranom integracijom, s 5 stupnjeva slobode po čvoru,
- S8R5 – četverokutni ljuskasti element 2. reda s reduciranom integracijom, s 5 stupnjeva slobode po čvoru,
- STRI3 – trokutni ljuskasti element 1. reda sa 6 stupnjeva slobode po čvoru,
- STRI65 – trokutni ljuskasti element 2. reda s 5 stupnjeva slobode po čvoru.

Korištene mreže modela za element S4R5 prikazane su na Slici 12.



a) **b)**

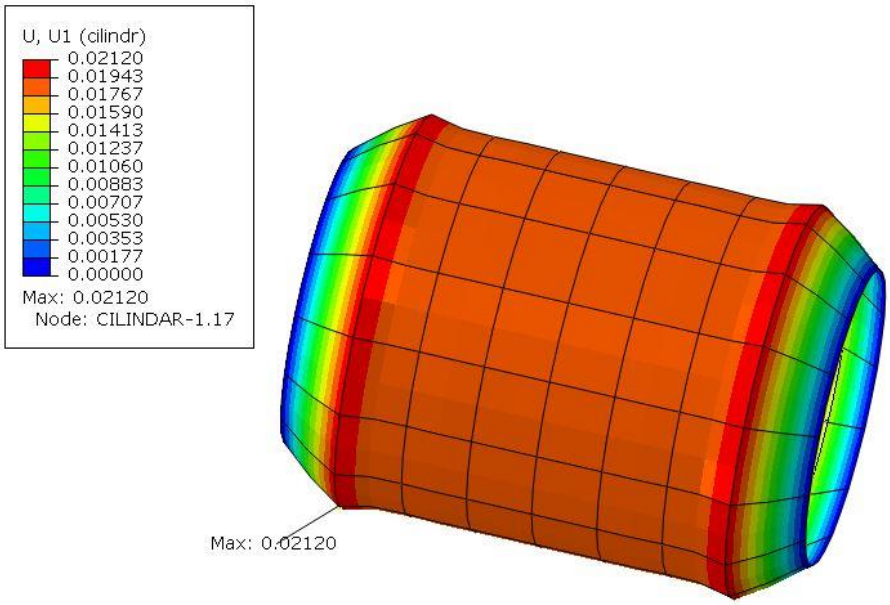
c) **d)**



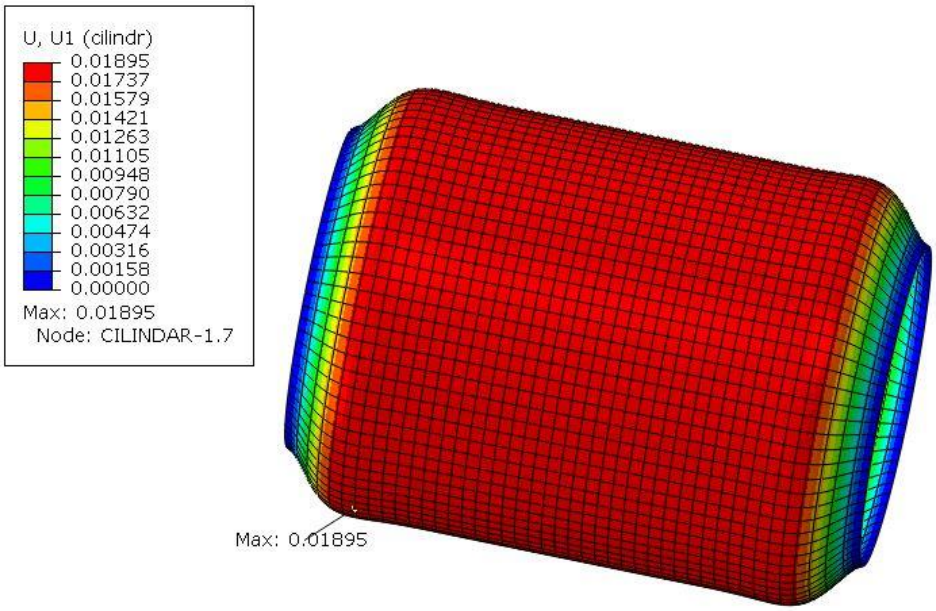
e) **f)**

Slika 12. Model diskretiziran sa a) 45, b) 120, c) 242, d) 420, e) 1175, f) 3526 ljuskastih elemenata oznake S4R5

Na Slici 13 prikazana je raspodjela pomaka na deformiranom obliku cilindra za dvije mreže konačnih elemenata oznake S8R5 (uz faktor uvećanja deformacije od 5000), dok se raspodjela radijalnog pomaka najbolje vidi na dijagramima na Slici 14, gdje se opet gleda lijeva strana cilindra, odnosno pomak je mjeren duž izvodnice cilindra od uklještenja do njegove sredine.

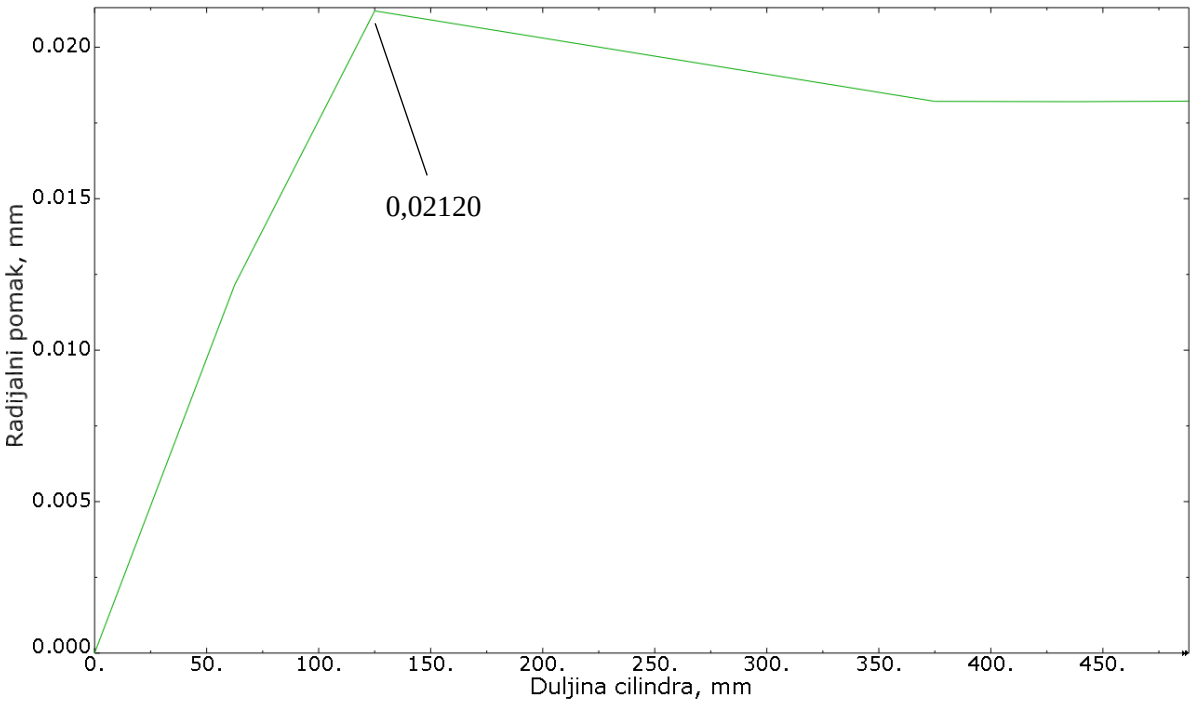


a)

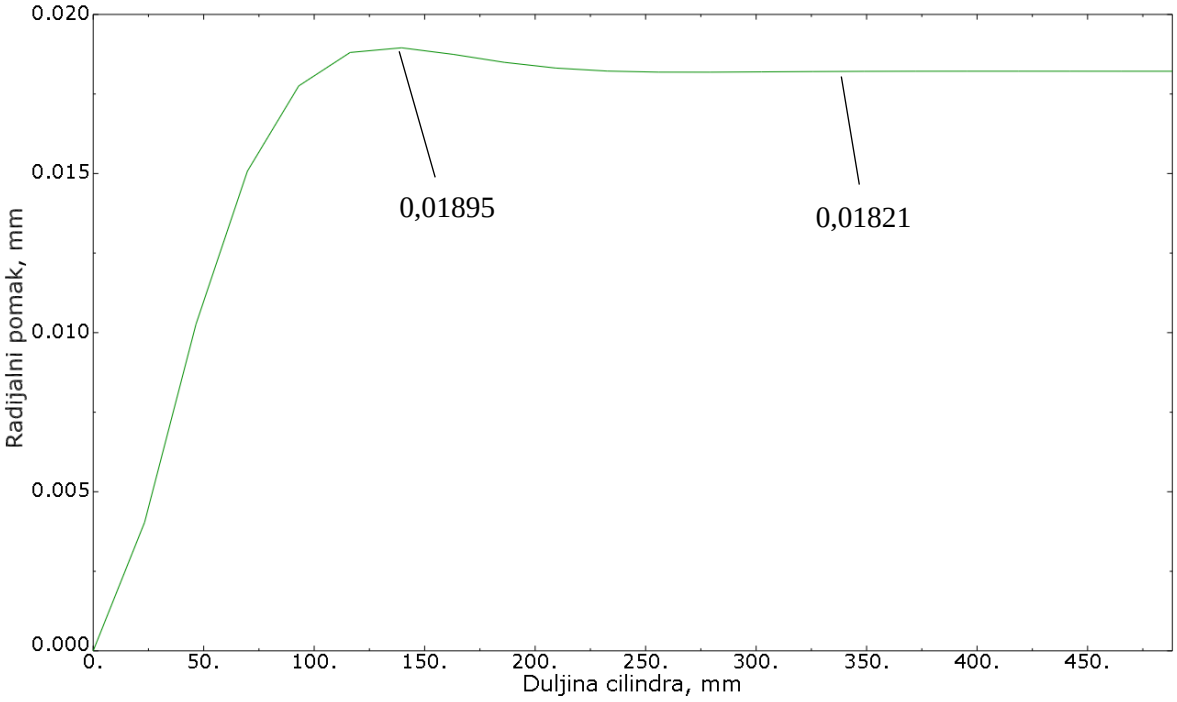


b)

Slika 13. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) cilindra diskretiziranog sa a) 120, b) 3526 ljuskastih elemenata oznake S8R5



a)

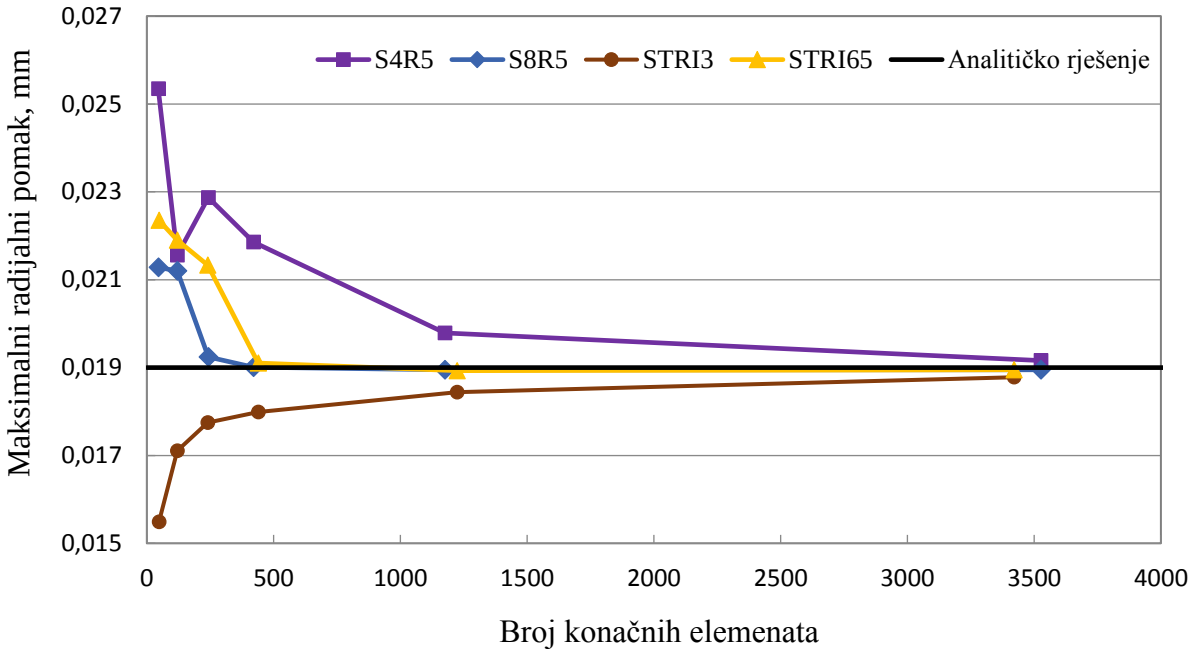


b)

Slika 14. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindra za mrežu sa a) 120, b) 3526 elemenata oznake S8R5

Sa dijagrama na Slici 14.a) vidi se da je krivulja jako gruba, a razlog tome je premalen broj korištenih elemenata. Također, maksimalni radijalni pomak iznosi 0,0212 mm, dok je analitičko rješenje 0,019 mm, dakle greška iznosi 11,6 %. Na dijagramu na Slici 14.b) vidi se puno bolji izgled krivulje i usporedbom tog dijagrama s onim dobivenim analitičkim putem na Slici 10, vidi se da je njihovo poklapanje izvrsno, kao što pokazuju naznačene vrijednosti. Membranski pomak iznosi 0,01821 mm i identičan je analitičkom rješenju, dok se za maksimalni pomak dobije 0,01895 mm, odnosno greška iznosi samo 0,26 %.

Na isti se način i za svaki od tri preostala prethodno navedena tipa ljuskastih elemenata mreža modela progušćivala, odnosno povećavao se broj elemenata i za svaku od tih mreža bilježeni su rezultati za maksimalni radijalni pomak te uneseni u dijagram na Slici 15. Dijagram pokazuje na koji način pojedini element konvergira k rješenju dobivenom analitičkim putem.



Slika 15. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka za pojedini tip i broj ljuskastih elemenata

Iz dijagrama se može zaključiti da brže konvergiraju elementi S8R5 i STRI65. To je i očekivano, jer su to elementi 2. reda, pa je kod njih raspodjela pomaka opisana polinomom višeg stupnja nego kod elemenata STRI3 i S4R5. Ti elementi 1. reda tek za jako veliki broj elemenata daju približno točno rješenje tako da se oni neće razmatrati kao mogući elementi u analizi glavnog dijela, odnosno akumulatora. Za elemente koji daju puno bolju konvergenciju vidi se da za 430 elemenata daju rješenje gotovo identično analitičkom rješenju. Ipak se zaključuje da je S8R5 pogodniji, jer već za 240 elemenata daje grešku od samo 1,2 %, dok STRI65 za isti broj elemenata daje grešku od 10,9 %. Iz svega navedenog zaključuje se da će se konačni elementi oznake S8R5 koristiti u analizi hidrauličkog akumulatora.

B) Konačni elementi za trodimenzijsku analizu

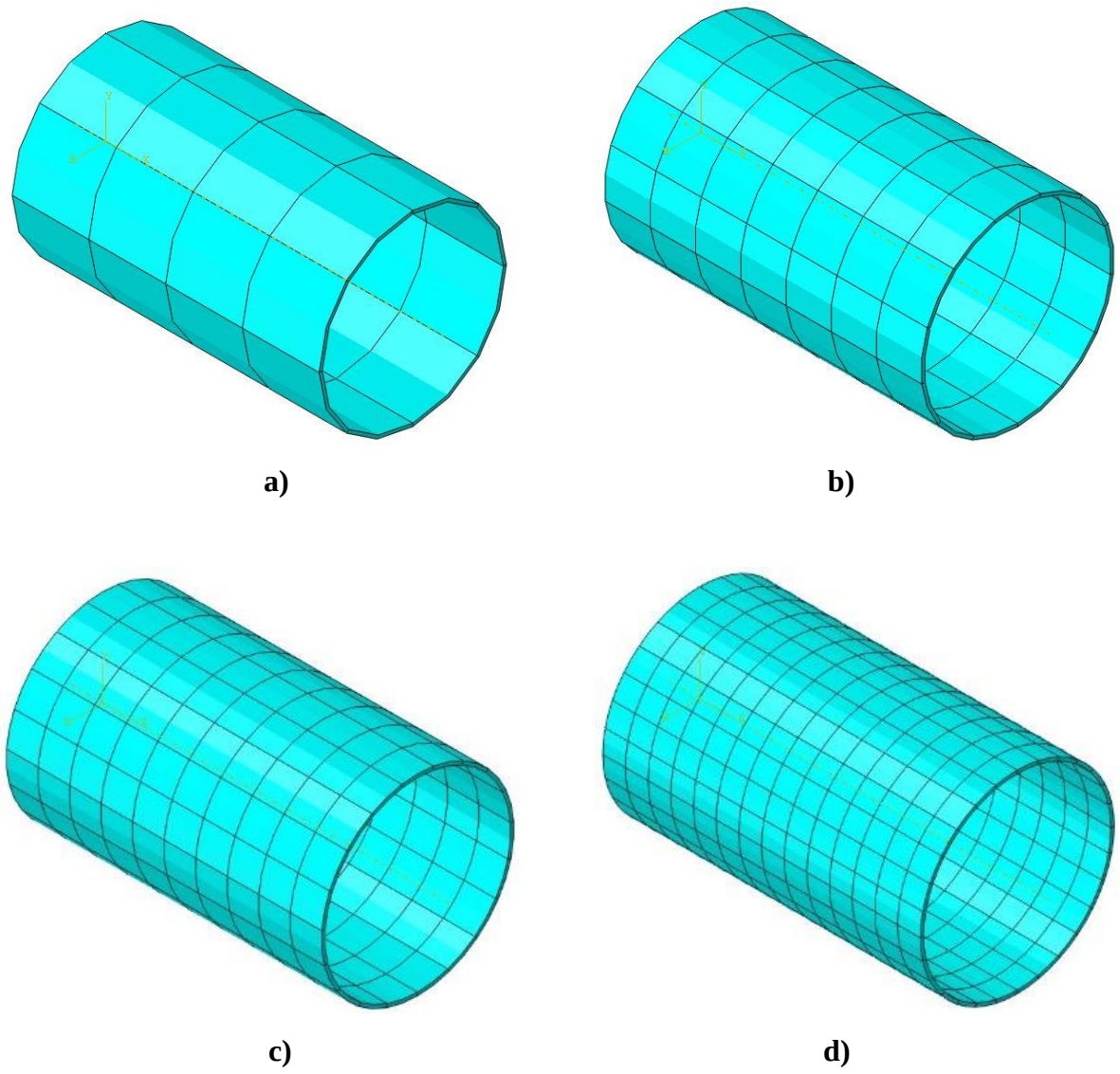
Postupak se naravno započinje modeliranjem cilindra prema potrebnim dimenzijama, ali se sada odabire opcija *Solid*. Pri tome je potrebno izravno modelirati i debljinu stijenke cilindra. Ostatak postupka je isti kao kod opisanih ljuskastih elemenata, jedino je potrebno na drugačiji način definirati silu N_x. Opterećenja i rubni uvjeti su kao na Slici 11, ali model sada

ima modeliranu debljinu stijenke pa nije moguće silu definirati kao linijsko opterećenje kao u slučaju ljuskastog modela. Sada će se sila na tom kraju raspodijeliti u obliku tlaka na površinu kružnog vijenca, vanjskog promjera 305 mm i unutarnjeg 295 mm (srednji radijus je 300 mm, a debljina stijenke 10 mm). Jednostavnim izračunom dobije se tlak p_1 = 7,5 MPa.

Za diskretiziranje modela korišteni su različiti tipovi 3D konačnih elemenata – C3D20R, C3D10 i C3D15. Oznake korištenih elemenata predstavljaju sljedeće opise:

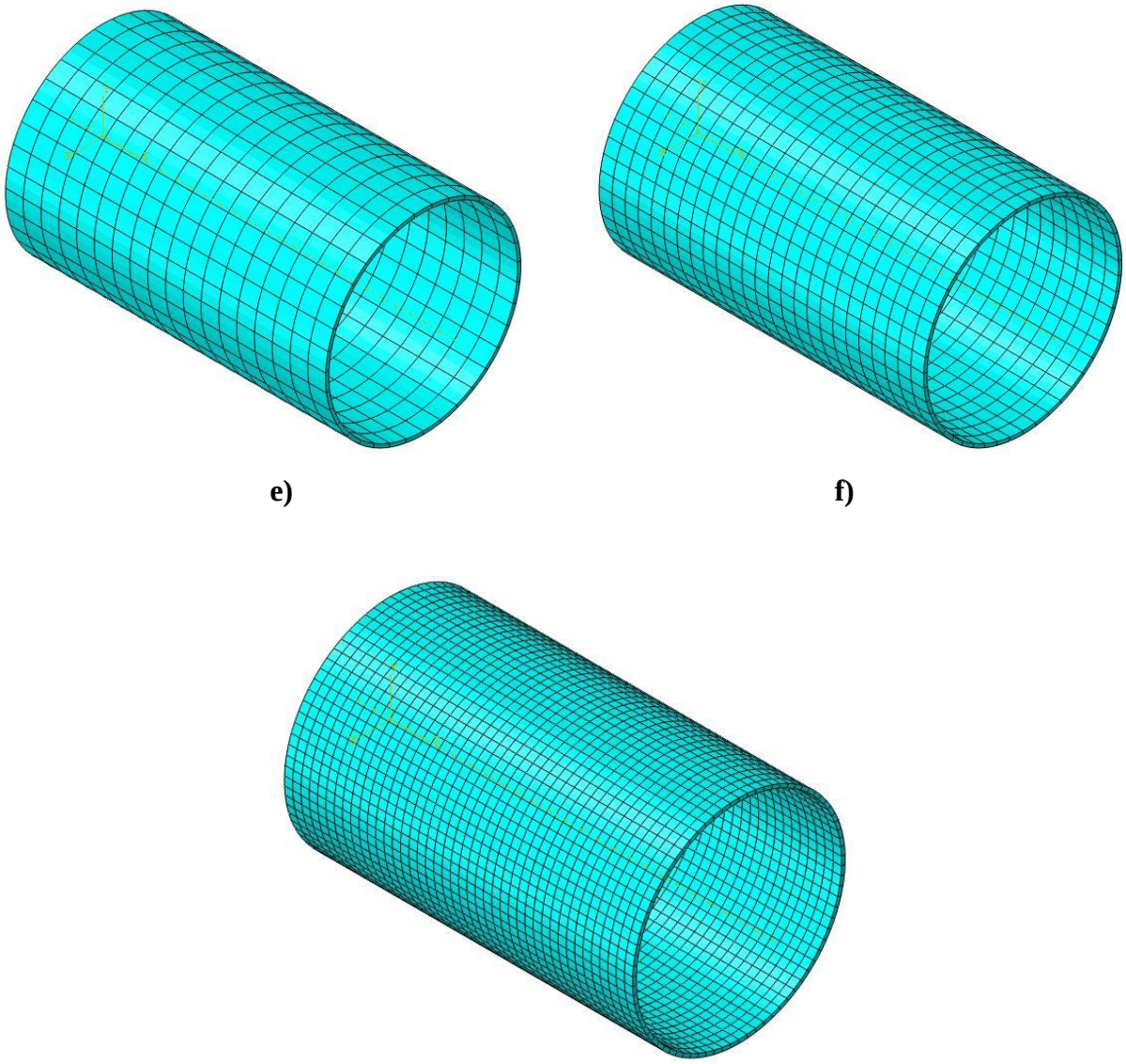
- C3D20R – prizmatični heksagonalni element 2. reda s reduciranom integracijom,
- C3D15 – trostrani prizmatični element 2. reda,
- C3D10 – tetraedarski element 2. reda.

Korištene mreže modela za element C3D20R prikazane su na Slici 16.



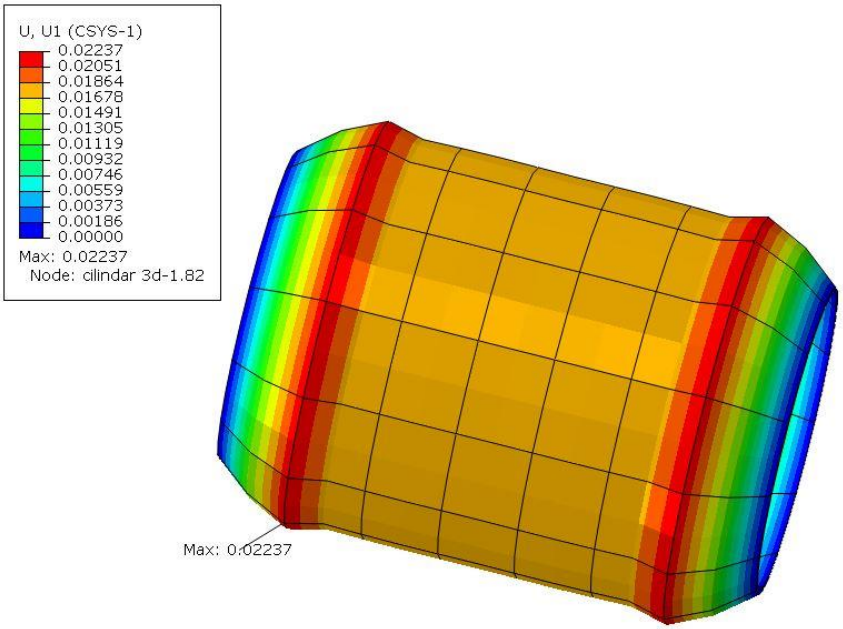
a) **b)**

c) **d)**

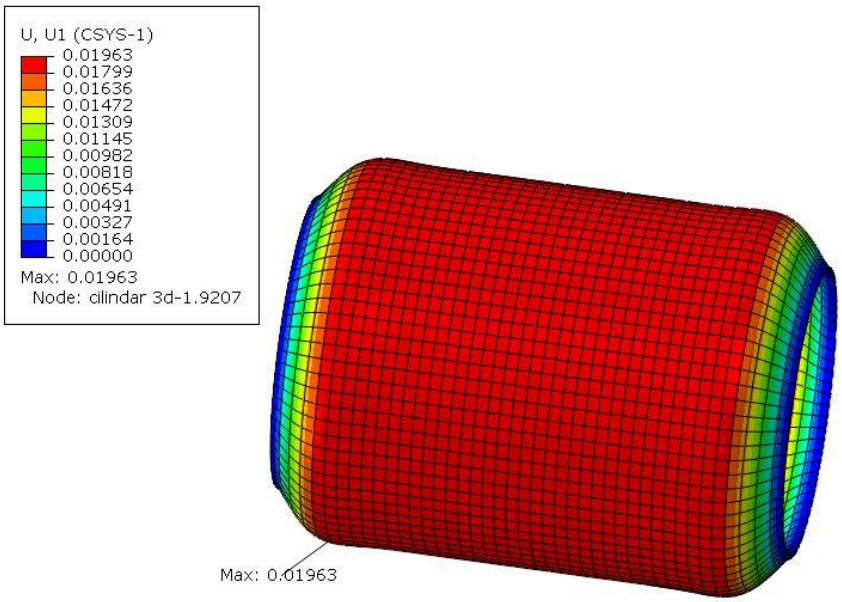


Slika 16. Model diskretiziran sa a) 32, b) 91, c) 190, d) 392, e) 630, f) 1175, g) 3276 trodimenzijskih elemenata oznake C3D20R

Na Slici 17 prikazana je raspodjela pomaka na deformiranom obliku cilindra za dvije mreže konačnih elemenata oznake C3D20R (uz faktor uvećanja deformacije od 5000). Označene maksimalne vrijednosti radijalnog pomaka javljaju se s unutarnje strane debljine stijenke, a kako je u teoriji ljusaka proračun sveden na središnju plohu koja raspolavlja debljinu, numeričko rješenje se treba očitati na sredini debljine ljuske.



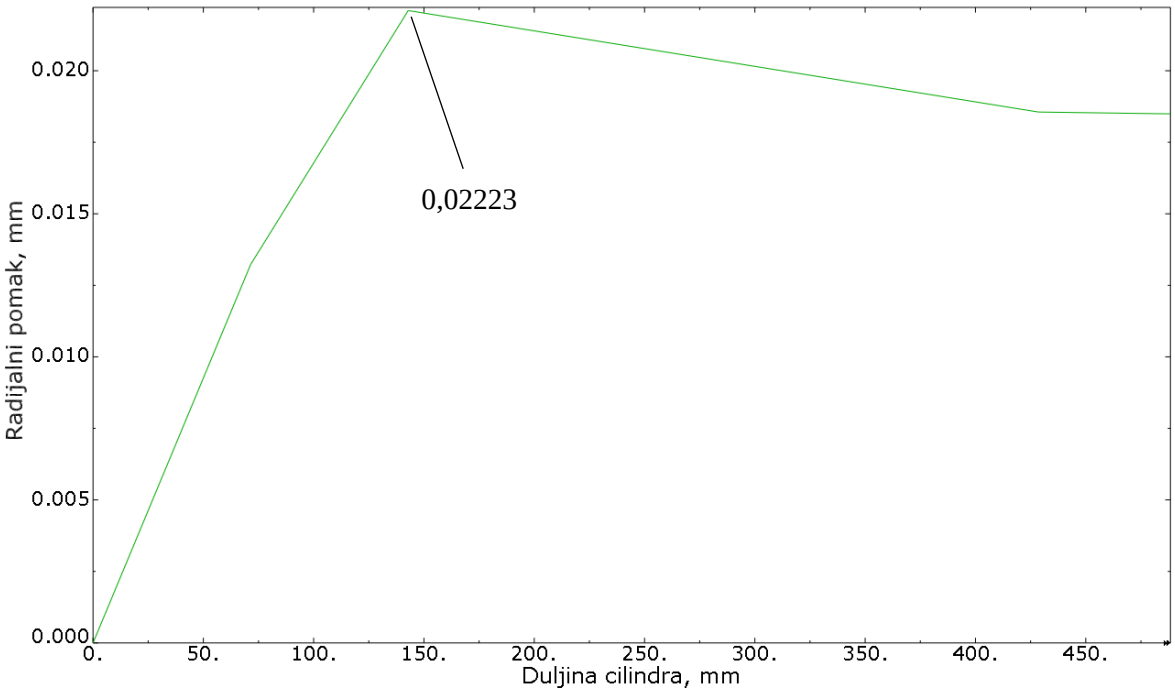
a)



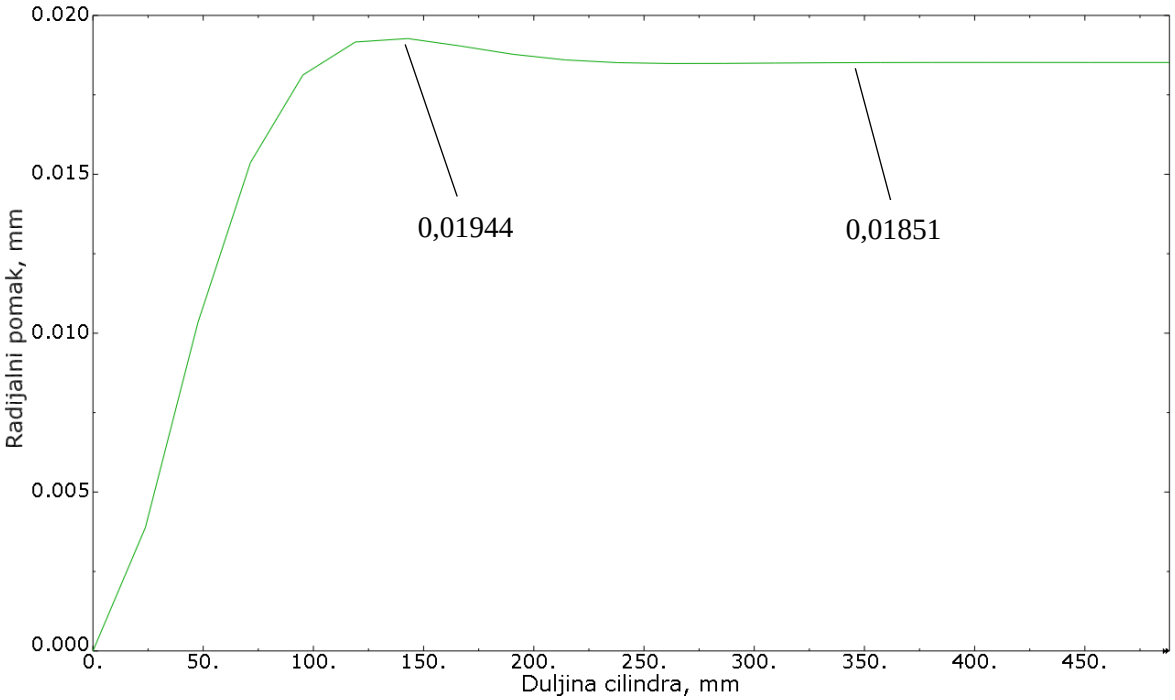
b)

Slika 17. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) cilindra diskretiziranog sa a) 91, b) 3276 3D elemenata oznake C3D20R

Iz tog razloga se raspodjela pomaka duž izvodnice cilindra definira po sredini debljine ljuske, što prikazuju dijagrami na Slici 18.



a)

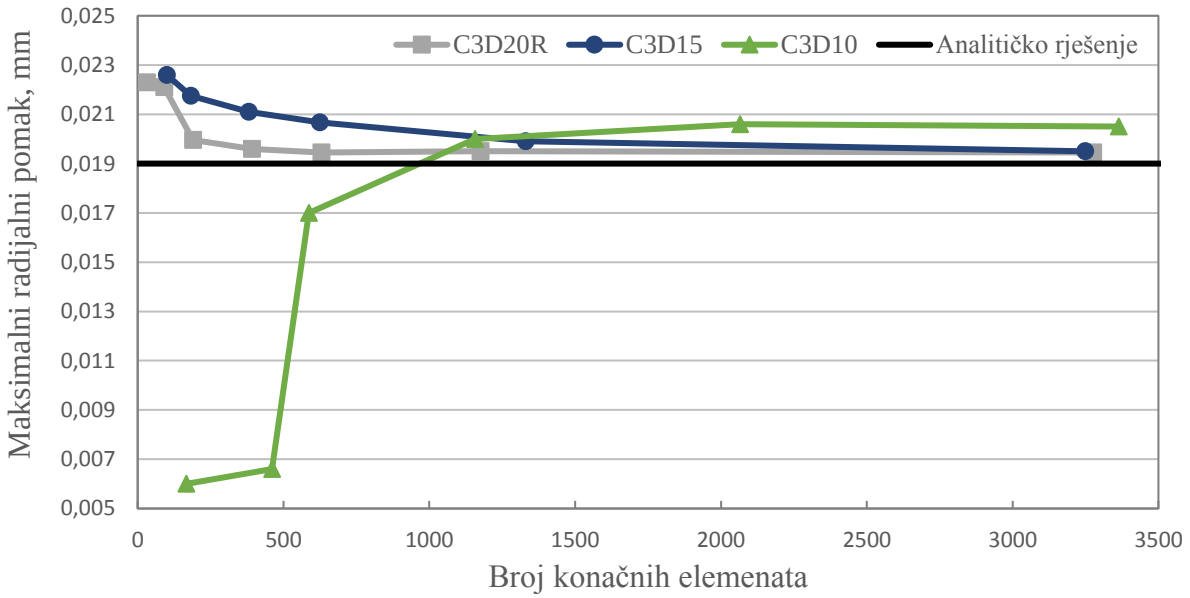


b)

Slika 18. Raspodjela radijalnog pomaka po središnjoj plohi duž izvodnice cilindra za mrežu s a) 91, b) 3276 elemenata oznake C3D20R

Na Slici 18.a) opet je krivulja jako gruba, jer je premalen broj elemenata, i dolazi do greške od 14,5 % u odnosu na analitičko rješenje. Dijagram na Slici 18.b) dobro se poklapa s dijagramom dobivenim analitičkim putem na Slici 10, ali ipak ne dobro kao kod ljuskastih elemenata. Membranski pomak iznosi 0,01851 mm i malo je veći od analitičkog rješenja (0,01821 mm), dok se za maksimalni pomak dobije 0,01944 mm, odnosno greška u odnosu na analitičko rješenje (0,019 mm) iznosi 2,26 %.

I ovdje se na isti način i za svaki od preostalih prethodno navedenih elemenata progušćivala mreža konačnih elemenata da se dobije konvergencija maksimalnog radijalnog pomaka, i upravo to pokazuje dijagram na Slici 19.



Slika 19. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka za pojedini tip i broj 3D elemenata

U analizi su korišteni samo konačni elementi 2. reda, jer oni pokazuju bržu konvergenciju od elemenata 1. reda. Cilj je stoga bio usporediti koji je tip elemenata 2. reda najpogodniji za ovaj primjer. Iz dijagrama se brzo može zaključiti da najlošije rezultate i najsporiju konvergenciju pokazuju elementi C3D10, a to je posebno očito kada se pogledaju vrijednosti na vertikalnoj ordinati i uoči da za nešto manje od 500 elemenata ovaj element daje jako loše rješenje s greškom od čak 66,3%, dok C3D20R već i s manjim brojem daje rješenje blizu analitičkom. Bez obzira na sporu konvergenciju, tetraedarski elementi se nekada moraju koristiti, a to je u

slučaju kompliciranе geometrije modela, jer oni bolje opisuju geometriju od heksagonalnih elemenata. U ovom primjeru to nije slučaj, pa nisu pogodni ni za analizu akumulatora. Bolja rješenja daju C3D15 elementi, no lako je zaključiti da najtočnija rješenja i najbržu konvergenciju pokazuju C3D20R elementi. Ipak, odstupanje od analitičkog rješenja je veće nego kod analize ljuskastim elementima.

C) Osnosimetrični konačni elementi

Osnosimetrični konačni elementi mogu se koristiti kod ovog problema zato što u problemu postoji simetrija:

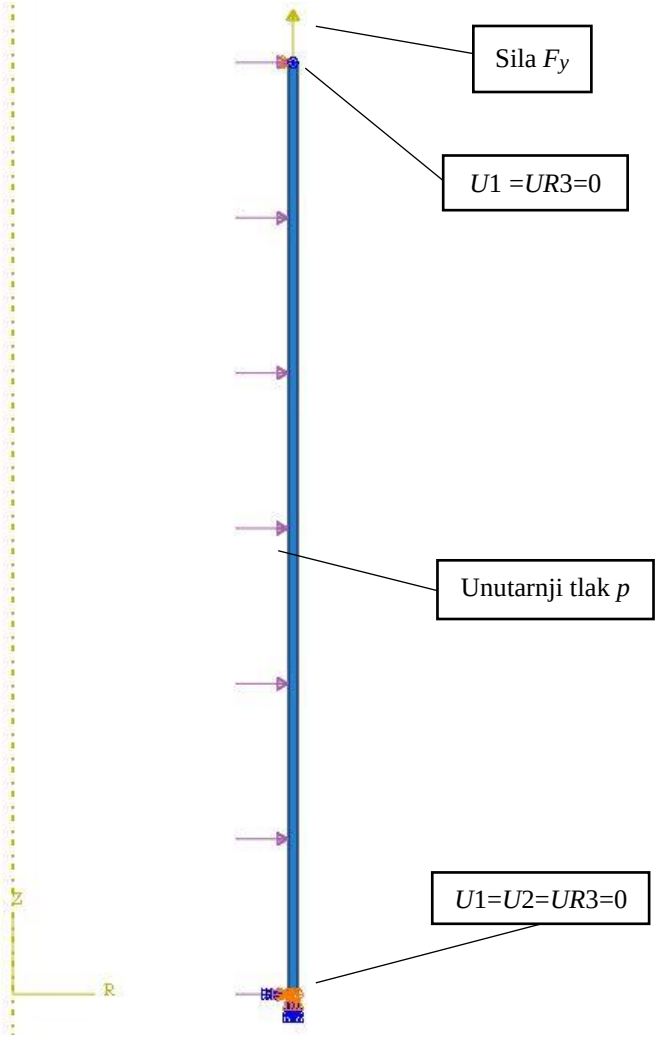
- geometrije
- opterećenja
- rubnih uvjeta

Kako je osim geometrije i opterećenje (i rubni uvjeti) osnosimetrično, a za materijal se pretpostavlja da je izotropan, problem je u matematičkom smislu dvodimenzijski [6].

Postupak se započinje modeliranjem cilindra, odnosno samo osnosimetrične stijenke cilindra po duljini, korištenjem opcije *Axisymmetric*. Prikaz modela zajedno s postavljenim opterećenjima i rubnim uvjetima prikazan je na Slici 20. Dakle, osnosimetrični model na slici predstavlja model koji se rotira za 360°, odnosno ovaj prikaz je dovoljan za određivanje cijelog cilindra. Kako je rečeno da se na problem gleda kao dvodimenzijski, tako su i rubni uvjeti određeni s 2 dimenzije. U globalnom koordinatnom sustavu je os *x* radijalna os, pa je na gornjem kraju (koji predstavlja debelo dno) u tom smjeru i postavljen rubni uvjet $U1 = 0$, a uz to je spriječen i zakret pa vrijedi i $UR3 = 0$. Što se tiče opterećenja, osim tlaka imamo silu na gornjem kraju koju je potrebno modelirati. Kod ljuskastog modela to je sila N_x, koja je raspodijeljenja po čitavom opsegu i ima jedinicu N/mm, a ovdje je sila postavljena u točku na sredini gornjeg brida (na srednjem radijusu) i može se dobiti na način da se sila N_x pomnoži s tim opsegom na kojem djeluje i dobije se:

$$F_y = N_x \cdot 2R\pi = 75 \cdot 2 \cdot 300 \cdot \pi = 141371{,}67 \text{ N}, \tag{30}$$

gdje je sada u indeksu os *y*, jer je ovdje ta os uzdužna u globalnom koordinatnom sustavu.

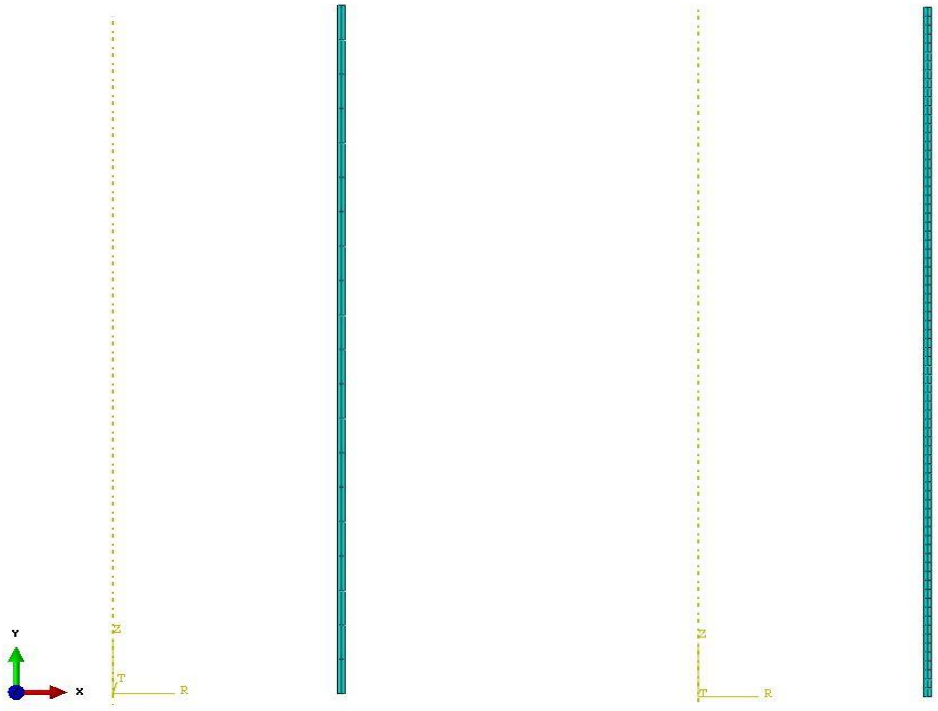


Slika 20. Osnosimetrični model s opterećenjem i rubnim uvjetima

Za diskretizaciju modela korišteni su različiti tipovi osnosimetričnih elemenata – CAX4R, CAX8R, CAX3 i CAX6. Oznake korištenih elemenata predstavljaju sljedeće opise:

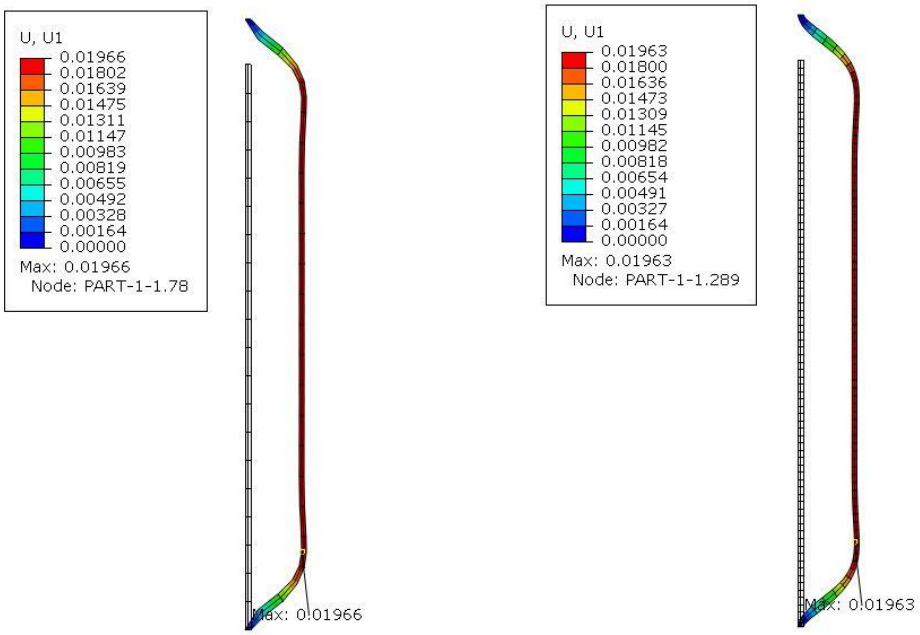
- CAX4R – četverokutni osnosimetrični element 1. reda s reduciranom integracijom
- CAX8R – četverokutni osnosimetrični element 2. reda s reduciranom integracijom
- CAX3 – trokutni osnosimetrični element 1. reda
- CAX6 – trokutni osnosimetrični element 2. reda

Dvije od pet korištenih mreža modela za element CAX8R prikazane su na Slici 21. Na Slici 22 prikazana je raspodjela pomaka na deformiranom onsosimetričnom modelu cilindra za dvije mreže konačnih elemenata CAX8R (uz faktor uvećanja deformacije od 5000), a prikazan je i njegov nedeformirani oblik.



a) **b)**

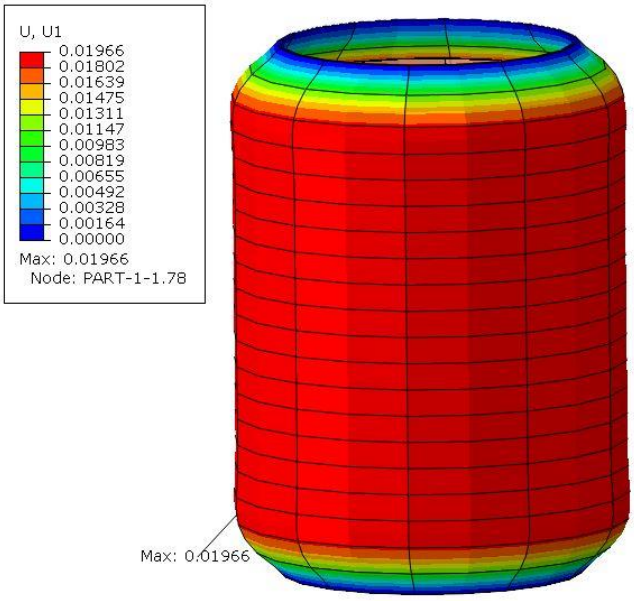
Slika 21. Model diskretiziran sa a) 40, b) 154 osnosimetričnih elemenata oznake CAX8R



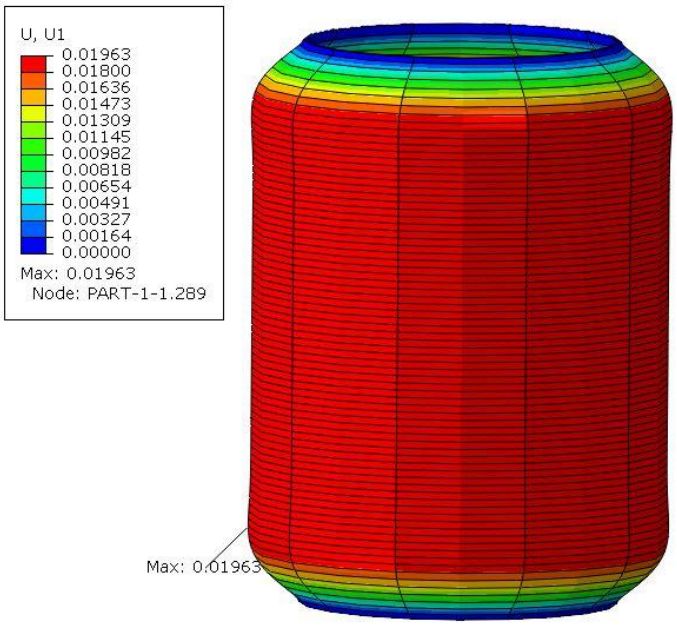
a) **b)**

Slika 22. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) osnosimetričnog modela cilindra diskretiziranog sa a) 40, b) 154 elementa oznake CAX8R, uz prikaz i nedeformiranog modela

Jasniji prikaz raspodjele prikazan je na Slici 23, gdje se koristi opcija *Sweep elements* kako bi se model zarotirao oko svoje osi i dobio prikaz cijelog cilindra (proizvoljno je odabrano 10 cirkularnih segmenata).



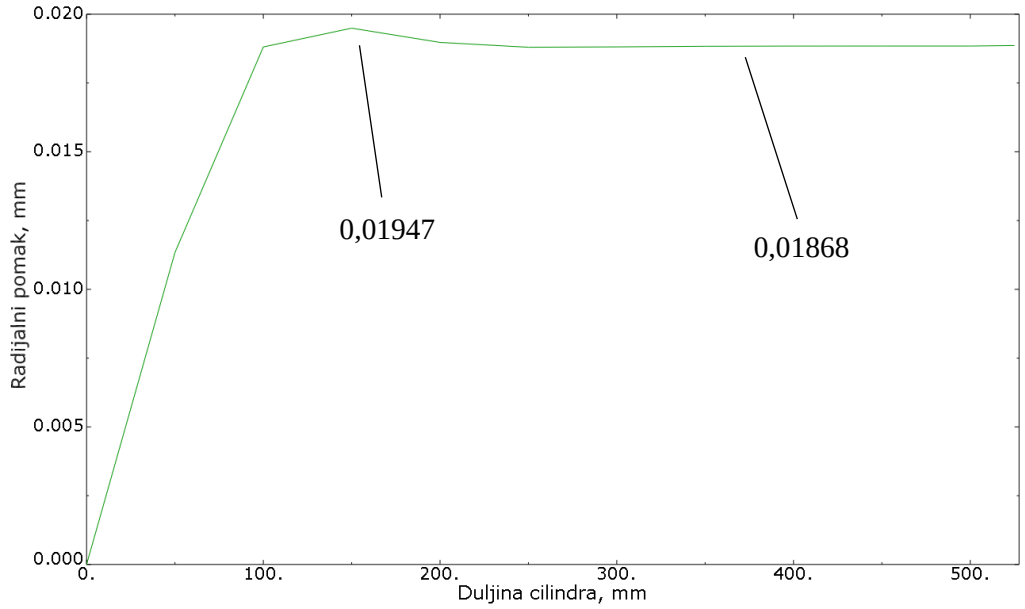
a)



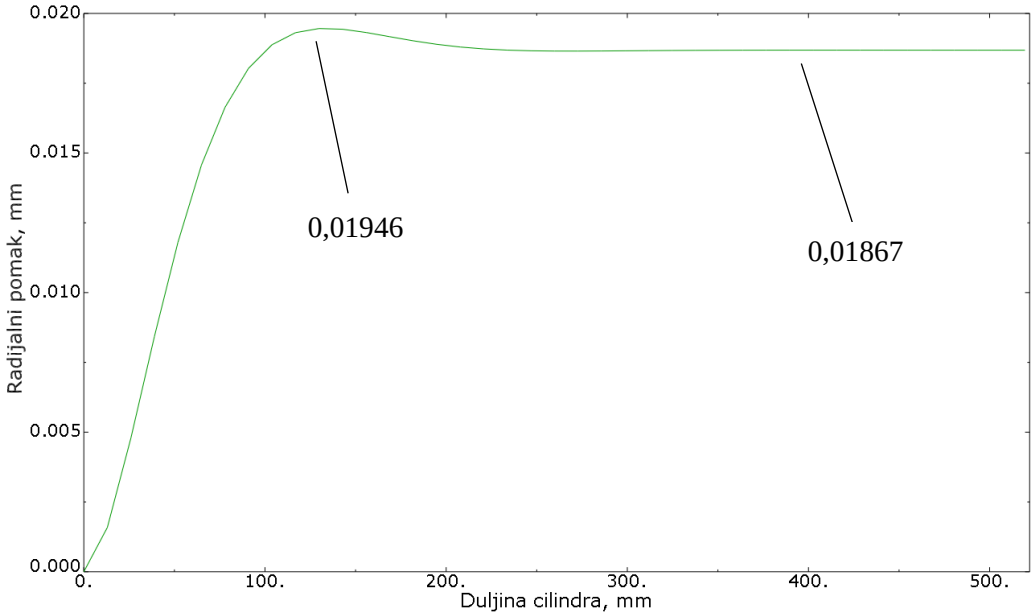
b)

Slika 23. Raspodjela radijalnog pomaka (u mm) na zarotiranom obliku osnosimetričnog modela cilindra diskretiziranog sa a) 40, b) 154 elementa oznake CAX8R

Kao kod 3D modela, naznačene maksimalne vrijednosti radijalnog pomaka javljaju se s unutarnje strane debljine stijenke, a numeričko rješenje se treba očitati na sredini njene debljine. Slika 24 prikazuje raspodjelu pomaka duž izvodnice cilindra po sredini debljine ljuske.



a)

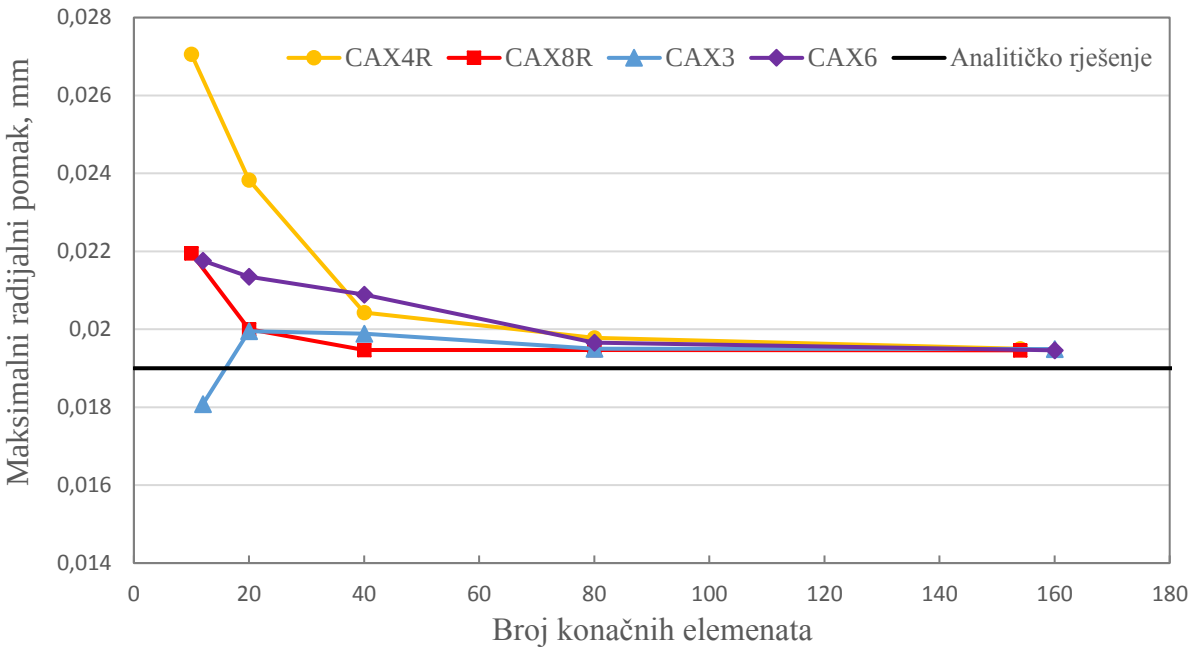


b)

Slika 24. Raspodjela radijalnog pomaka po središnjoj plohi duž izvodnice cilindra za mrežu sa a) 40, b) 154 elemenata oznake CAX8R

Zaključci su slični kao i kod prethodna dva tipa elemenata. Rjeđa mreža daje nešto veću pogrešku (iako se ovdje za CAX8R već i za 40 elemenata dobije rješenje vrlo blizu analitičkom), a gušća daje bolje poklapanje s analitičkim rješenjem, ali ne dobro kao kod ljuskastih elemenata. Greška za maksimalni radijalni pomak iznosi 2,36 %.

Dakle, i ovdje se na isit način i za svaki od preostalih prethodno navedenih elemenata progušćivala mreža konačnih elemenata da se dobije konvergencija maksimalnog radijalnog pomaka, i upravo to pokazuje dijagram na Slici 25.



Slika 25. Dijagram konvergencije maks. radijalnog pomaka za pojedini tip i broj osnosimetričnih elemenata

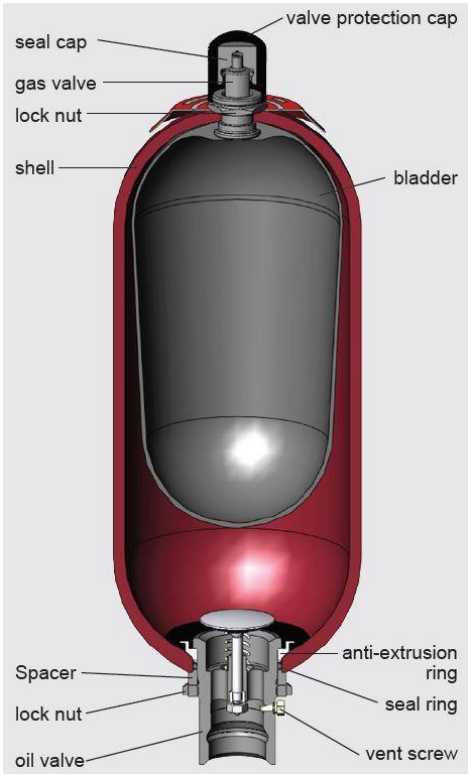
Kao i kod drugih vrsta elemenata, elementi višeg reda konvergiraju brže, odnosno daju točnije rješenje uz mrežu s manjim brojem elemenata. Međutim, iz dijagrama se može pogrešno zaključiti da trokutni elementi prvog reda CAX3 vrlo dobro konvergiraju. Iako su rješenja i s malim brojem elemenata blizu analitičkom, deformirani oblik i sama raspodjela pomaka ne poklapa se s analitičkim rješenjem, a ovi dobiveni iznosi nalaze se na sredini cilindra, osim za mreže s većim brojem elemenata. Iz svega se zaključuje da su za ovaj primjer najpovoljniji elementi oznake CAX8R, no odstupanje od analitičkog rješenja je veće nego kod analize ljuskastim elementima.

4. PRORAČUN ČVRSTOĆE HIDRAULIČKOG AKUMULATORA S MIJEHOM

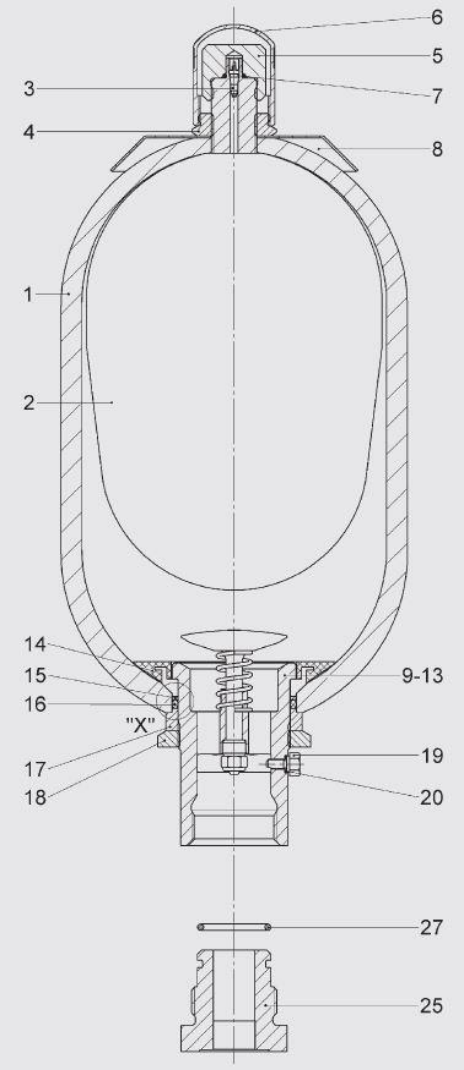
U ovom poglavlju prvo će biti ukratko opsiano o konstrukciji akumulatora i na koji način će se ona pojednostaviti za analizu, te će se definirati potrebni podaci za proračun. Nakon toga će se prijeći na analitički i numerički proračun te će se usporediti dobivena rješenja koja se moraju što bolje poklapati.

4.1. Konstrukcija akumulatora i njeno pojednostavljenje

Hidraulički akumulatori s mijehom sastoje se od posude (spremnika) koja se može naći u zavarenoj ili kovanoj izvedbi, elastične opne (mijeha) i priključaka na strani plina i fluida, sa svim svojim sastavnim dijelovima. 3D model akumulatora (tvrtke *HYDAC Technology GmbH* [7]) prikazan je u presjeku na Slici 26, a tehnički crtež istog prikazan je na Slici 27.



Slika 26. 3D model akumulatora u presjeku [8]



Slika 27. Tehnički crtež akumulatora u presjeku [8]

Akumulatori se izrađuju od čelika, nehrđajućeg čelika, aluminija, titana ili kompozita ojačanih vlaknima. Materijali opne su elastomeri kao što su NBR, ECO, IIR, FKM (FPM) [9].

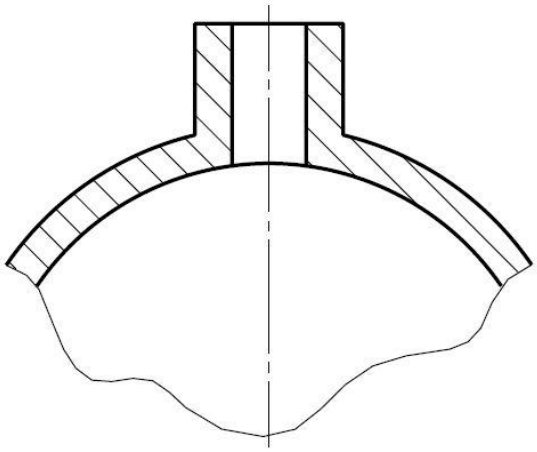
Ovi akumulatori imaju poseban način sklapanja, pri čemu se prvo ubacuje mijeh i pomoću spojene šipke na gornjem kraju navodi do gornjeg izlaza gdje se onda šipka uklanja nakon izlaska iz otvora (spojena je navojem) i montiraju se ostali potrebni dijelovi za plinski ventil, pločicu oznake, zaštitu ventila i slično. Na donjem kraju prvo je potrebno ubaciti tanjurasti ventil, i to malo više prema unutra pored mijeha, a zatim se ubacuje anti-ekstruzijski prsten, koji se vidi na Slici 26 (također pozicija 14 na Slici 27), i koji je izrađen od elastične gume pa ga je moguće savinuti da se može ubaciti kroz otvor. On se onda namješta da nalegne

na otvor, a zatim se ventil povlači i sjeda na navedeni prsten koji ima nešto manji unutarnji promjer od samog otvora. Nakon toga dolaze ostali potrebni dijelovi za tanjurasti ventil, brtvljenje između ventila i posude, poklopca i zaštite.

Kako se akumulator sastoji od velikog broja dijelova koji su nepotrebni u analizi ili bi ih bilo teško analizirati, a ne utječu bitno na rezultat, konstrukciju je potrebno pojednostaviti. Glavni cilj proračuna je analiza čvrstoće posude (spremnika), odnosno provjera hoće li stijenka zadovoljiti uvjet čvrstoće, pa će se u skladu s tim i vršiti **pojednostavljenje konstrukcije**.

Prvo pojednostavljenje proizlazi iz činjenice da se tlakovi plina i fluida nalaze u ravnoteži, odnosno izjednače se. To znači da je tlak na stijenku akumulatora svuda jednak i ravnomjerno raspodijeljen, bilo na strani fluida ili plina. Iz tog razloga nam sama opna koja razdvdaja fluid i plin nije potrebna i možemo jednostavno proračunavati stijenku na određeni jednoliko raspodijeljeni unutarnji tlak.

Drugo pojednostavljenje odnosi se na ventil za plin i priključak za ulje. Ti dijelovi su kompliciranizaanalizu i sastoje se od većeg broja dijelova koji ne utječu bitno na raspodjelu opterećenja na stijenku. Iz tog razloga će se ti dijelovi zanemariti, odnosno spojevi sferne ljuske s grlima akumulatora će se pojednostaviti prema prikazu na Slici 28.



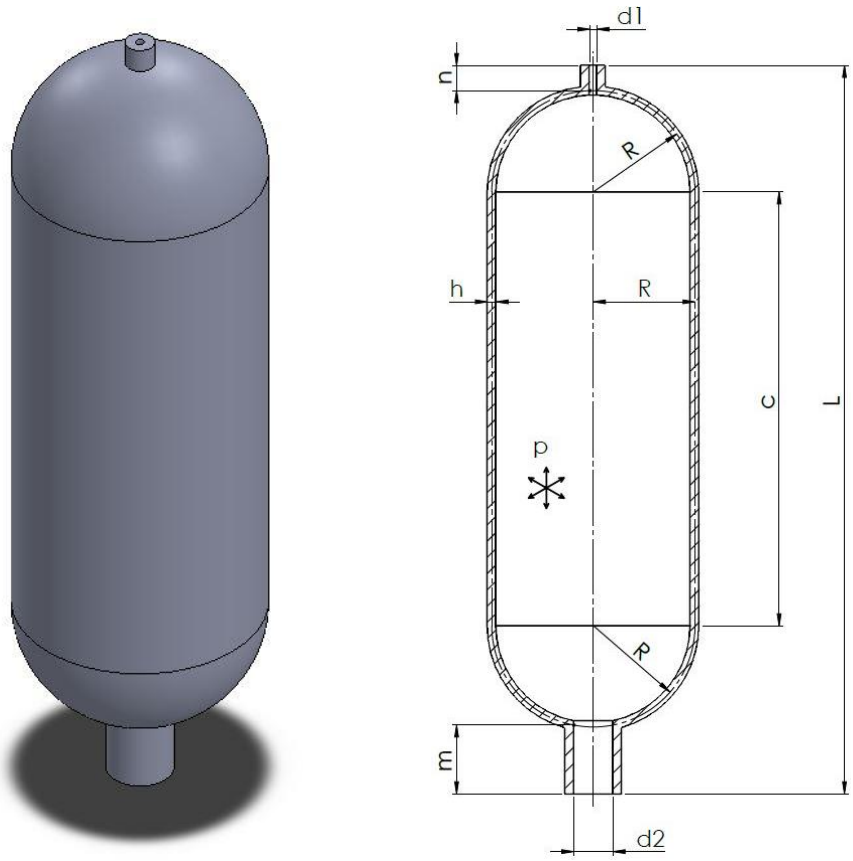
Slika 28. Prikaz grla akumulatora

Pri tome će na donjem priključku dimenzije promjera grla biti nešto veće nego na gornjem, kako je to i u stvarnoj izvedbi. Više o samim dimenzijama akumulatora rečeno je u sljedećem potpoglavlju.

4.2. Definiranje potrebnih podataka za proračun

Prvo će se definirati materijalna svojstva. Za materijal će se odabrati čelik oznake 1.7220 (34CrMo4). Njegova svojstva koja će nam trebati za proračun su modul elastičnosti: E = 205000 MPa, Poissonov faktor: $\nu = 0{,}3$ i granica tečenja za debljine materijala 8-20 mm: R_e = 650 MPa [10]. Osim toga, faktor sigurnosti za kasnije odabrani radni tlak uzet će se S_{potr} = 1,2.

Potrebno je još definirati tlak za koji će se akumulator proračunavati i dimenzije akumulatora, odnsono promjer, visina (duljina) i debljina stijenke. To će se odrediti tako da će se odabrati jedan akumulator od nekog od poznatijih proizvođača te će ti podaci poslužiti kao referenca za definiranje podataka ovdje promatranog akumulatora. Konkretno, odabrat će se akumulator tvrtke *Parker Hannifin Corp* [11], verzije za visoke tlakove i oznake EHV 20-480/90-A25GE-200, koji je pogodan za djelovanje pod maksimalnim radnim tlakom od 48 MPa (480 bar). Konačni izgled akumulatora vidi se na Slici 29.



Slika 29. CAD model i crtež pojednostavljenog akumulatora

Dimenzije s prethodne slike i podaci potrebni za proračun:

- Modul elastičnosti, E = 205000 MPa,
- Poissonov faktor, ν = 0,3,
- Granica tečenja, R_e = 650 MPa,
- Potreban faktor sigurnosti, S_{potr} = 1,2,
- Tlak, p = 48 MPa,
- Ukupna visina (duljina) akumulatora, L = 1005,25 mm,
- Visina (duljina) cilindričnog dijela akumulatora, c = 600 mm,
- Radijus akumulatora, R = 140 mm,
- Unutarnji promjer gornjeg grla akumulatora, d_1 = 10 mm,
- Unutranja visina (duljina) gornjeg grla akumulatora, n = 40 mm,
- Unutarnji promjer donjeg grla akumulatora, d_2 = 54 mm,
- Unutarnja visina (duljina) donjeg grla akumulatora, m = 100 mm,
- Debljina stijenke cilindra, h = 12 mm.

4.3. Analitički proračun akumulatora

Za proračun vrijede pretpostavke i ograničenja kao kod verifikacije konačnih elemenata (zapisano u poglavljima 3.1. i 3.2.).

Zajedničke veličine za cilindričnu i sfernu ljusku

Neke veličine su jednake za cilindričnu i sfernu ljusku pa će se prvo njih izračunati, a one će ionako biti potrebne u nastavku proračuna. Proračun će se započeti određivanjem fleksijske krutosti ljuske, koja je jednaka za cilindričnu i sfernu ljusku:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{205000 \cdot 12^3}{12(1-0{,}3^2)} = 3{,}244 \cdot 10^7 \text{ Nmm.} \quad (31)$$

Goemetrijsko-materijalna značajka cilindrične ljuske računa se prema formuli u izrazu (2), a

sferne ljuske prema:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{{r_2}^2 h^2}}, \tag{32}$$

a kako za sfernu ljusku vrijedi $r_1 = r_2 = R$, izraz prelazi u isti izraz kao za cilindričnu ljusku, pa imamo:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}} = 0{,}03136\ \text{mm}^{-1}, \tag{33}$$

Uplivni koeficijenti za cilindričnu ljusku računaju se prema formulama u izrazima (3), (4) i (5), dok se za sfernu ljusku računaju prema:

$$\alpha_{11} = \frac{\sin {\vartheta_0}^2}{2D{\beta_0}^3}, \tag{34}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{\sin \vartheta_0}{2D\beta_0}, \tag{35}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D\beta_0}. \tag{36}$$

Kako za ovu sfernu ljusku vrijedi $\vartheta_0 = 90°$, onda je $\beta_0 = \beta$, a sinusi tog kuta koji su u brojniku iznose 1, pa izrazi ponovno prelaze u izraze kao za cilindričnu ljusku pa imamo:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta^3} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}244 \cdot 10^7 \cdot 0{,}03136^3} = 0{,}0005\ \frac{\text{mm}^2}{\text{N}}, \tag{37}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2D\beta^2} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}244 \cdot 10^7 \cdot 0{,}03136^2} = 1{,}56719 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{mm}}{\text{N}}, \tag{38}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D\beta} = \frac{1}{3{,}244 \cdot 10^7 \cdot 0{,}03136} = 9{,}82967 \cdot 10^{-7}\ \text{N}^{-1}. \tag{39}$$

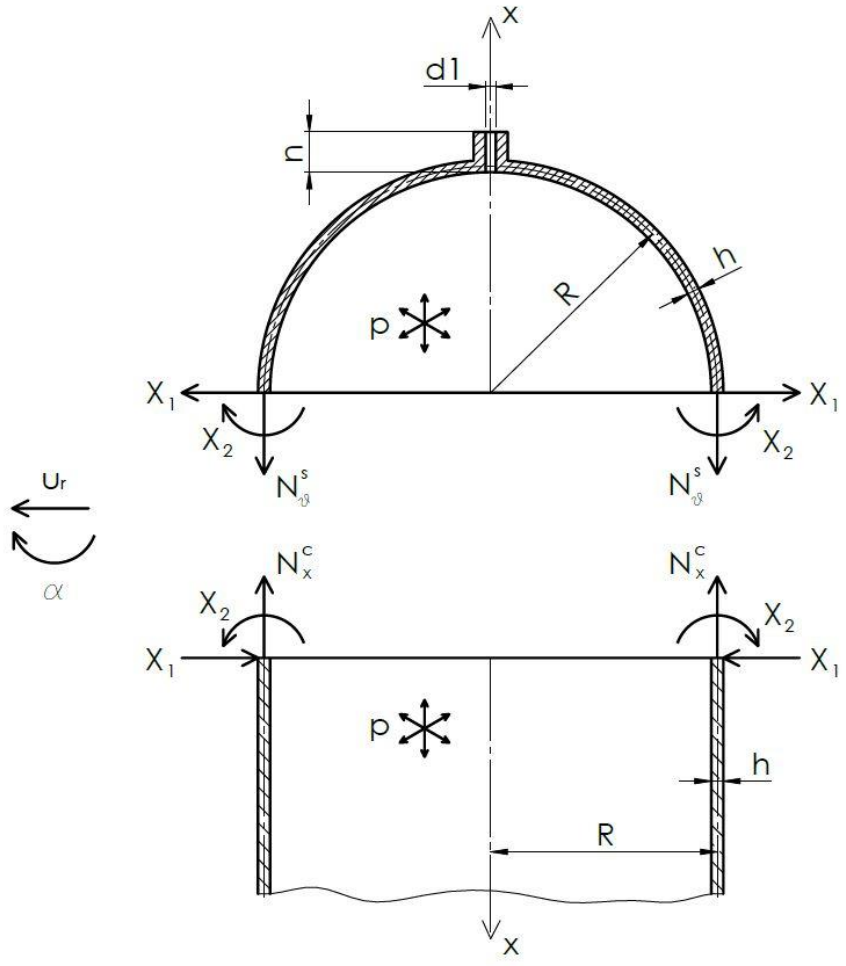
Rubni uvjeti

Ukupni pomak w i ukupni kut zakreta α pišu se kao zbroj uslijed membranskog stanja i lokalnog savijanja:

$$w = w^{\mathrm{f}} + w^{\mathrm{m}}, \tag{40}$$

$$\alpha = \alpha^{\mathrm{f}} + \alpha^{\mathrm{m}}. \tag{41}$$

Na Slici 30 prikazan je akumulator oslobođen veza na gornjem spoju cilindrične i sferne ljuske. Definirani su pozitivni smjerovi radijalnog pomaka i kuta zakreta (na lijevoj strani), te su pretpostavljeni smjerovi poprečne i uzdužne sile te momenta savijanja. Grla akumulatora ne uzimaju se u obzir prilikom analitičkog proračuna.



Slika 30. Akumulator oslobođen veza na gornjem spoju ljusaka

Na tom spoju možemo zapisati rubni uvjet, odnosno na tom spoju mora vrijediti:

$$w^{\mathrm{c}} = w^{\mathrm{s}}, \tag{42}$$

$$\alpha^{\mathrm{c}} = \alpha^{\mathrm{s}}, \tag{43}$$

gdje godnji indeks *c* označava cilindričnu ljusku, a *s* sfernu ljusku. Na osnovu pozitivnih smjerova pomaka i zakreta te pretpostavljenih smjerova sila i momenta sada se izrazi (42) i (43) mogu zapisati kao:

$$-\alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}X_2 + w^{\mathrm{cm}} = \alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}X_2 + w^{\mathrm{sm}}, \tag{44}$$

$$\alpha_{21}X_1 - \alpha_{22}X_2 + \alpha^{\mathrm{cm}} = \alpha_{21}X_1 + \alpha_{22}X_2 + \alpha^{\mathrm{sm}}. \tag{45}$$

Uz to da vrijedi $\alpha^{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x}$, i uz kraćenje nekih članova na obje strane, sada se može pisati:

$$2\alpha_{11}X_1 + w^{\mathrm{sm}} - w^{\mathrm{cm}} = 0, \tag{46}$$

$$2\alpha_{22}X_2 + \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{sm}}}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{cm}}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{47}$$

Iz ovih izraza sada možemo postaviti izraze za X_1 i X_2:

$$X_1 = \frac{w^{\mathrm{cm}} - w^{\mathrm{sm}}}{2\alpha_{11}}, \tag{48}$$

$$X_2 = \frac{\frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{cm}}}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{sm}}}{\mathrm{d}x}}{2\alpha_{22}}. \tag{49}$$

Uplivni koeficijenti su već izračunati pa je još potrebno odrediti radijalne membranske pomake za cilindričnu i sfernu ljusku.

Membransko stanje cilindrične ljuske

Partikularno rješenje za radijalni pomak cilindrične ljuske računa se prema izrazu:

$$w^{cm} = \frac{R}{Eh}\left(N_\varphi^c - \nu N_x^c\right). \tag{50}$$

Iz uvjeta ravnoteže u smjeru koordinate *x* za cilindričnu ljusku dobije se meridijanska sila za cilindričnu ljusku N_x^c:

$$\sum F_x = 0: \qquad N_x^c \cdot 2R\pi - p \cdot R^2\pi = 0, \tag{51}$$

$$N_x^c = \frac{pR}{2} = \frac{48 \cdot 140}{2} = 3360\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{52}$$

Budući da je ravnoteža membranskih sila definirana izrazom:

$$\frac{N_x^c}{r_1} + \frac{N_\varphi^c}{r_2} = p, \tag{53}$$

i uz to da za cilindričnu ljusku vrijedi $r_1 = \infty$ i $r_2 = R$, sada se može dobiti cirkularna sila za cilindričnu ljusku N_φ^c:

$$N_\varphi^c = pr_2 = pR = 48 \cdot 140 = 6720\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{54}$$

Sada se vrijednosti meridijanske i cirkularne sile za cilindričnu ljusku uvrste u izraz (50) i dobije se:

$$w^{\mathrm{cm}} = \frac{140}{205000 \cdot 12}\left(6720 - 0{,}3 \cdot 3360\right) = 0{,}32507\ \mathrm{mm}. \tag{55}$$

Također, vidimo da vrijedi:

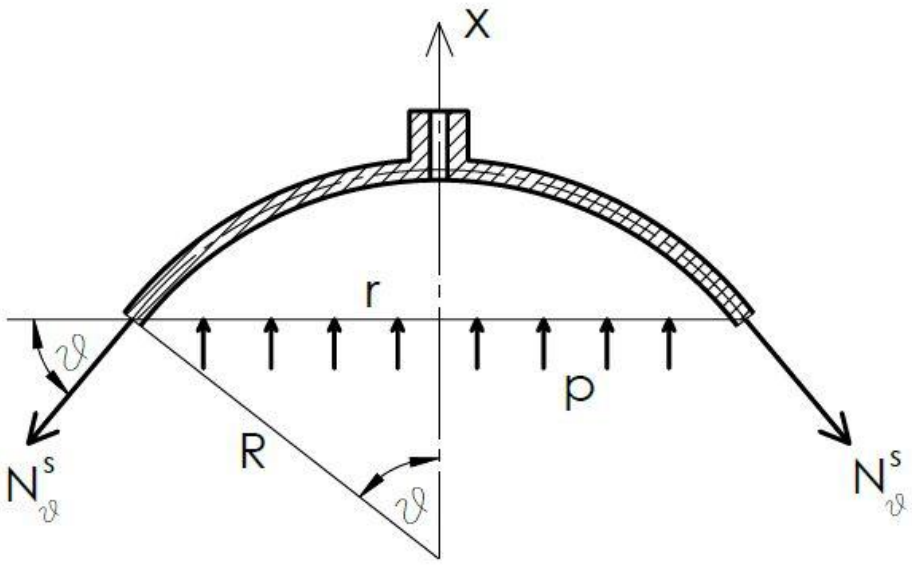
$$\alpha^{\mathrm{cm}} = \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{cm}}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{56}$$

Membransko stanje sferne ljuske

Partikularno rješenje za radijalni pomak sferne ljuske računa se prema izrazu:

$$w^{\mathrm{sm}} = \frac{R}{Eh}\left(N_{\varphi}^{s} - \nu N_{x}^{s}\right). \tag{57}$$

Iz uvjeta ravnoteže u smjeru koordinate *x* za sfernu ljusku, prema Slici 31 dobije se meridijanska sila N_{ϑ}^{s}.



Slika 31. Presjek sferne ljuske kod membranskog stanja

Sa slike vrijedi:

$$\sum F_x = 0: \quad -N_{\vartheta}^{s} \cdot \sin\vartheta \cdot 2r(\vartheta)\pi + p \cdot r(\vartheta)^2\pi = 0. \tag{58}$$

Sa slike također vidimo da vrijedi $r(\vartheta) = Rsin\vartheta$, pa imamo:

$$N_{\vartheta}^{s} \cdot \sin\vartheta^2 \cdot 2R\pi = pR^2\sin\vartheta^2\pi. \tag{59}$$

Nakon kraćenja dobije se meridijanska sila za sfernu ljusku, N_ϑ^s:

$$N_\vartheta^s = \frac{pR}{2} = \frac{48 \cdot 140}{2} = 3360 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{60}$$

Budući da je ravnoteža membranskih sila definirana izrazom:

$$\frac{N_\vartheta^s}{r_1} + \frac{N_\varphi^s}{r_2} = p, \tag{61}$$

i uz to da za sfernu ljusku vrijedi $r_1 = r_2 = R$, sada se može dobiti cirkularna sila za sfernu ljusku N_φ^s:

$$N_\varphi^s = pr_2 - N_\vartheta^s = pR - N_\vartheta^s = 48 \cdot 140 - 3360 = 3360 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{62}$$

Sada se vrijednosti meridijanske i cirkularne sile za sfernu ljusku uvrste u izraz (57) i dobije se:

$$w^{\mathrm{sm}} = \frac{140}{205000 \cdot 12}(3360 - 0{,}3 \cdot 3360) = 0{,}13385 \text{ mm}. \tag{63}$$

Također, vidimo da vrijedi:

$$\alpha^{\mathrm{sm}} = \frac{\mathrm{d}w^{\mathrm{sm}}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{64}$$

Određivanje unutarnjih sila i momenata

Sada se sve potrebne izračunate vrijednosti uvrste u izraze (48) i (49) i dobije se:

$$X_1 = 191{,}32214 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{65}$$

$$X_2 = 0. \tag{66}$$

4.3.1. Raspodjela radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja na gornjem spoju ljusaka

Na kraju se konačno mogu napisati izrazi i prikazati dijagrami za raspodjelu radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične i sferne ljuske. Prema skicama u proračunu vidi se da se razmatra područje kod gornjeg spoja ljusaka, ali isto vrijedi i za njihov donji spoj. Pri tome se duljina određene ljuske mjeri od mjesta spoja te se od tuda udaljava prema svom drugom kraju, kako je i definirano koordinatnim osima *x* ljusaka na Slici 30. Dakle, za obje ljuske mjesto $x = 0$ označava mjesto spoja ljusaka, i na tom mjestu se vrijednosti promatranih veličina moraju poklapati. Uspoređivanjem dijagrama u nastavku može se zaključiti da je to ispunjeno. U svim izrazima koji slijede, članovi koji sadrže X_2 jednaki su 0, jer je tako dobiveno u (66), ali će se radi jasnoće napisati puni izrazi. Izrazi za raspodjele preuzeti su ili izvedeni iz [6].

Izrazi za raspodjelu radijalnog pomaka duž izvodnice ljusaka na gornjem spoju glase:

$$w^{\mathrm{c}}(x) = -\alpha_{11} X_1 f_4(\beta x) + \alpha_{12} X_2 f_3(\beta x) + w^{\mathrm{cm}}, \tag{67}$$

$$w^{\mathrm{s}}(x) = \alpha_{11} X_1 f_4(\beta x) + \alpha_{12} X_2 f_3(\beta x) + w^{\mathrm{sm}}. \tag{68}$$

Izrazi za raspodjelu cirkularnog naprezanja duž izvodnice ljusaka na gornjem spoju glase:

$$\sigma_{\varphi}^{\mathrm{c}}(x) = \frac{2R\beta^2}{h}\left(-\frac{X_1}{\beta} f_4(\beta x) + X_2 f_3(\beta x)\right) + \sigma_{\varphi}^{\mathrm{cm}}, \tag{69}$$

$$\sigma_{\varphi}^{\mathrm{s}}(x) = \frac{2R\beta^2}{h}\left(\frac{X_1}{\beta} f_4(\beta x) + X_2 f_3(\beta x)\right) + \sigma_{\varphi}^{\mathrm{sm}}. \tag{70}$$

Izrazi za raspodjelu meridijalnog naprezanja duž izvodnice ljusaka na gornjem spoju glase:

$$\sigma_{\vartheta}^{\mathrm{c}}(x) = \frac{X_1}{\beta} \cdot \frac{6}{h^2} \cdot f_2(\beta x) + \sigma_{\vartheta}^{\mathrm{cm}}, \tag{71}$$

$$\sigma_{\vartheta}^{\mathrm{s}}(x) = -\frac{X_1}{\beta} \cdot \frac{6}{h^2} \cdot f_2(\beta x) + \sigma_{\vartheta}^{\mathrm{sm}}, \tag{72}$$

U svim prethodnim izrazima eksponencijalno-trigonometrijske funkcije za cilindričnu i sfernu ljusku su jednake (jer je u proračunu pokazano da je geometrijsko-materijalna značajka β jednaka za te ljuske), pa izrazi za te funkcije glase:

$$f_1(\beta x) = e^{-\beta x}(\cos\beta x + \sin\beta x), \tag{73}$$

$$f_2(\beta x) = e^{-\beta x}\sin\beta x, \tag{74}$$

$$f_3(\beta x) = e^{-\beta x}(\cos\beta x - \sin\beta x), \tag{75}$$

$$f_4(\beta x) = e^{-\beta x}\cos\beta x. \tag{76}$$

Također, u prethodnim izrazima za raspodjele cirkularnog i meridijalnog naprezanja potrebno je izračunati vrijednosti membranskih naprezanja za obje ljuske. Oni se dobiju preko membranskih cirkularnih i meridijalnih sila izračunatih u izrazima (52), (54), (60) i (62). Membransko cirkularno naprezanje cilindrične ljuske iznosi:

$$\sigma_\varphi^{\mathrm{cm}} = \frac{N_\varphi^{\mathrm{c}}}{h} = \frac{6720}{12} = 560\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{77}$$

Membransko cirkularno naprezanje sferne ljuske iznosi:

$$\sigma_\varphi^{\mathrm{sm}} = \frac{N_\varphi^{\mathrm{s}}}{h} = \frac{3360}{12} = 280\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{78}$$

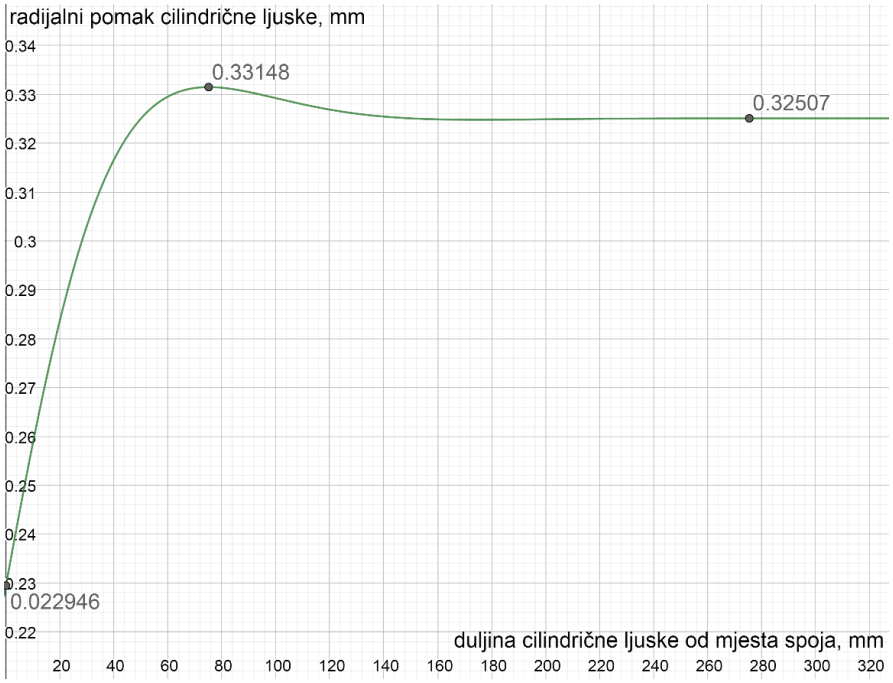
Membransko meridijalno naprezanje cilindrične ljuske iznosi:

$$\sigma_\vartheta^{\mathrm{cm}} = \sigma_x^{\mathrm{c}} = \frac{N_x^{\mathrm{c}}}{h} = \frac{3360}{12} = 280\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{79}$$

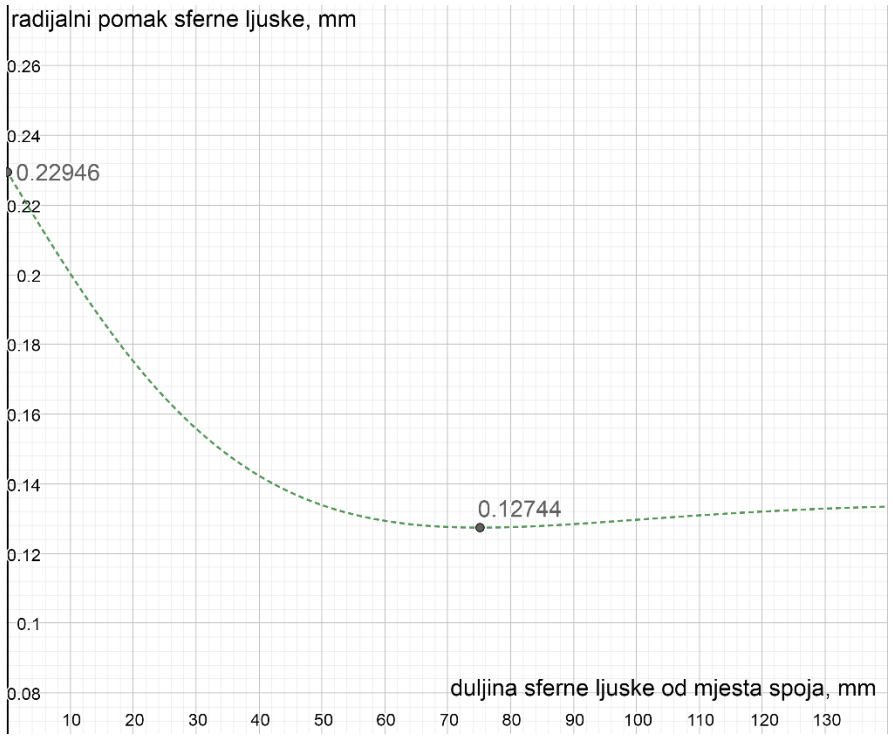
Membransko meridijalno naprezanje sferne ljuske iznosi:

$$\sigma_\vartheta^{\mathrm{sm}} = \frac{N_\vartheta^{\mathrm{s}}}{h} = \frac{3360}{12} = 280\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{80}$$

Raspodjela **radijalnog pomaka** ljusaka prikazana je grafički na Slikama 32 i 33.

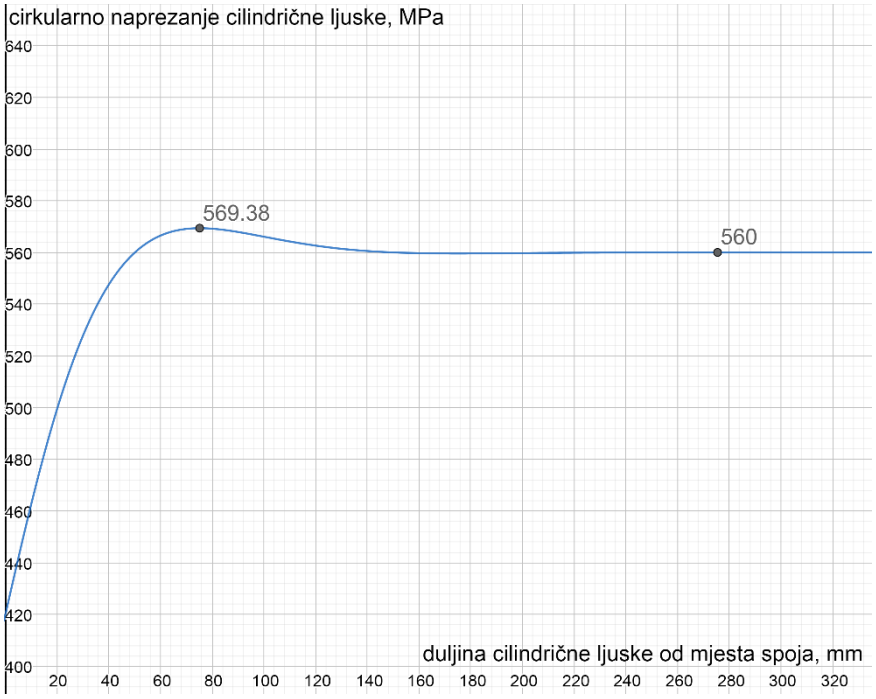


Slika 32. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske

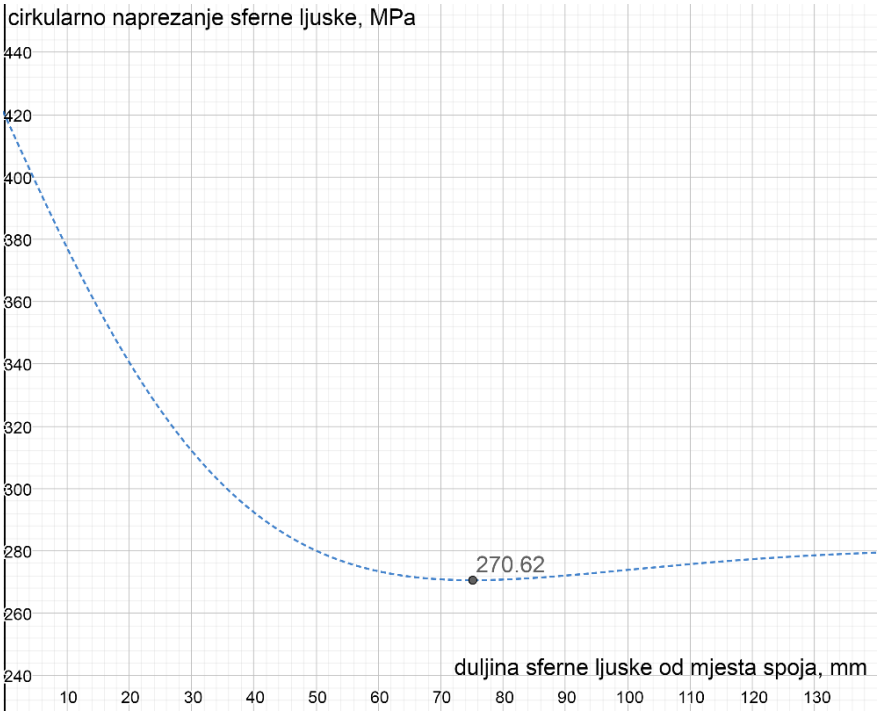


Slika 33. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice sferne ljuske

Raspodjela **cirkularnog naprezanja** ljusaka prikazana je grafički na Slikama 34 i 35.

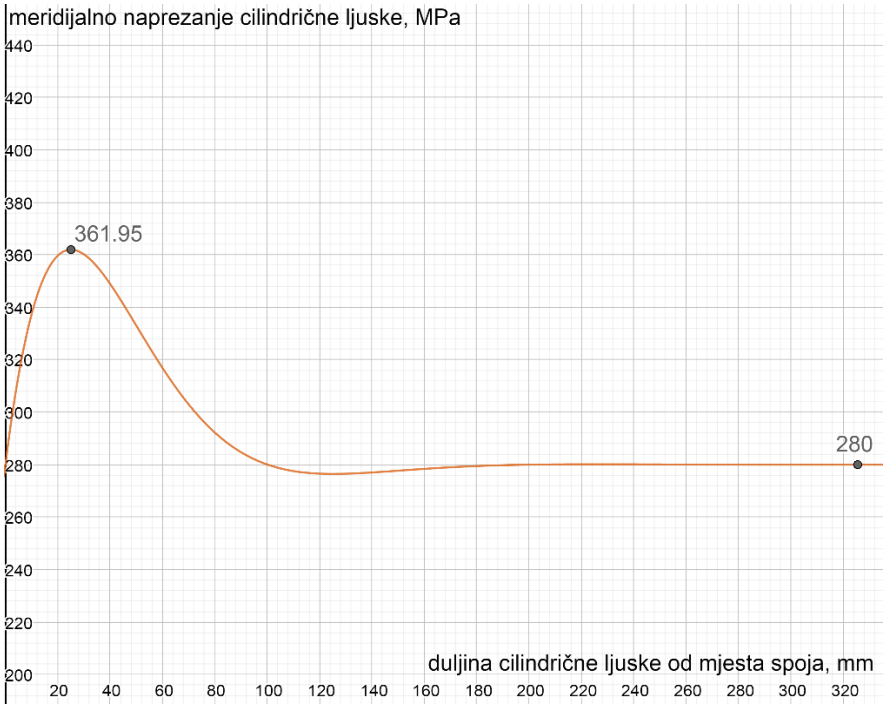


Slika 34. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske

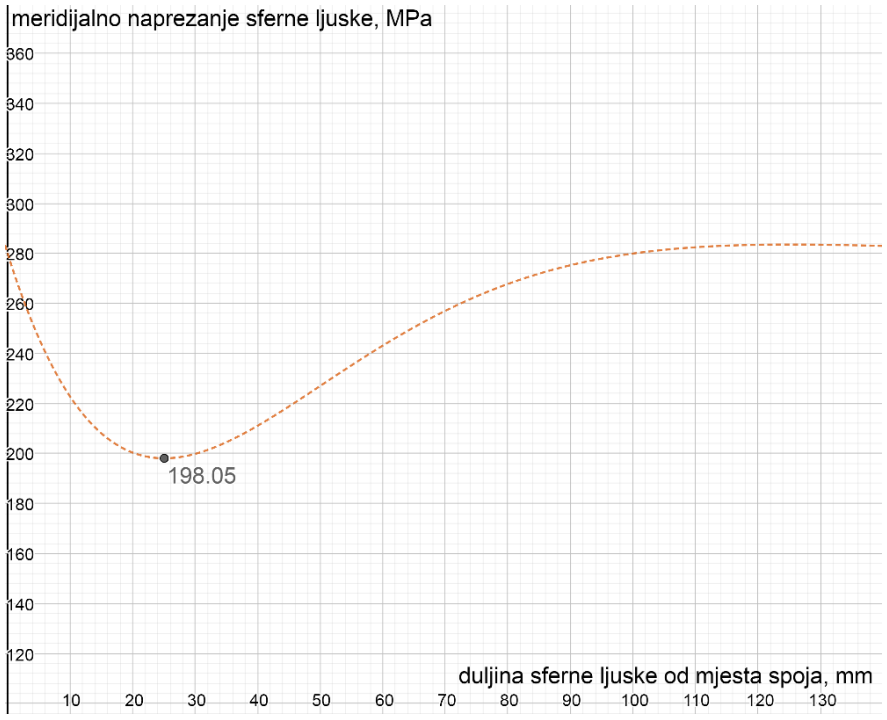


Slika 35. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice sferne ljuske

Raspodjela **meridijalnog naprezanja** ljusaka prikazana je grafički na Slikama 36 i 37.



Slika 36. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske



Slika 37. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice sferne ljuske

4.3.2. Proračun čvrstoće akumulatora

Na kraju je konačno potrebno provjeriti zadovoljava li razmatrani akumulator uvjet čvrstoće. Potrebno je pronaći najveće ekvivalentno naprezanje, koje se prema teoriji najveće gustoće distorzijske energije deformiranja za dvoosno stanje naprezanja računa prema izrazu iz [12]:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}, \tag{81}$$

koji se u ovom slučaju može pisati kao:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\vartheta^2 - \sigma_\varphi\sigma_\vartheta}, \tag{82}$$

gdje se cirkularno i meridijalno naprezanje u nekoj točki mogu izračunati prema formulama:

$$\sigma_\varphi = \frac{N_\varphi}{h} \pm \frac{6M_\varphi}{h^2} = \sigma_\varphi^{\text{m}} \pm \frac{6M_\varphi}{h^2}, \tag{83}$$

$$\sigma_\vartheta = \frac{N_\vartheta}{h} \pm \frac{6M_\vartheta}{h^2} = \sigma_\vartheta^{\text{m}} \pm \frac{6M_\vartheta}{h^2}, \tag{84}$$

gdje su membranska naprezanja izračunata u prošlom potpoglavlju, a M_φ i M_ϑ su cirkularni odnosno meridijalni moment.

Drugi način određivanja cirkularnog i meridijalnog naprezanja u nekoj točki je pomoću već prikazanih dijagrama u prethodnom potpoglavlju. Potrebno je pronaći točku za koju kombinacija ova dva naprezanja daje najveće ekvivalentno naprezanje. Na dijagramima za sfernu ljusku vidi se da su maksimalna naprezanja manja od maksimalnih naprezanja na cilindričnoj ljusci, što znači da se najveće ekvivalentno naprezanje nalazi na cilindričnoj ljusci pa se sferna ljuska neće razmatrati. Kao prvu točku koju će se razmatrati uzet će se točka gdje se pojavljuje maksimalno cirkularno naprezanje na cilindričnoj ljusci. Ta točka je na udaljenosti x = 75,13375 mm od mjesta spoja i označit će se slovom A. Iznos tog naprezanja izravno je označen u dijagramu na Slici 34 i iznosi:

$$\sigma_{\varphi,\mathrm{A}} = 569{,}38\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \tag{85}$$

Meridijalno naprezanje na cilindričnoj ljusci u točki A izračunat će se iz izraza (71) za njegovu raspodjelu:

$$\sigma_{\vartheta,\mathrm{A}} = \sigma_{\vartheta}^{c}(x = 75{,}13375) = 296{,}91\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{86}$$

Ekvivalentno naprezanje u točki A iznosi:

$$\sigma_{\mathrm{ekv,A}} = \sqrt{\sigma_{\varphi,\mathrm{A}}^2 + \sigma_{\vartheta,\mathrm{A}}^2 - \sigma_{\varphi,\mathrm{A}}\sigma_{\vartheta,\mathrm{A}}} = 493{,}25\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{87}$$

Iteracijom je utvrđeno da je to ujedno točka u kojoj se javlja najveće ekvivalentno naprezanje pa se može pisati:

$$\sigma_{\mathrm{ekv,max}} = \sigma_{\mathrm{ekv,A}} = 493{,}25\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{88}$$

To naprezanje se sada treba usporediti s dopuštenim naprezanjem koje se računa u odnosu na granicu tečenja materijala i potreban faktor sigurnosti, koji su zadani u poglavlju 4.2. Dopušteno naprezanje iznosi:

$$\sigma_{\mathrm{dop}} = \frac{R_{\mathrm{e}}}{S_{\mathrm{potr}}} = \frac{650}{1{,}2} = 541{,}67\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{89}$$

Iz usporedbe iznosa vidi se da je:

$$\sigma_{\mathrm{ekv,max}} < \sigma_{\mathrm{dop}}. \tag{90}$$

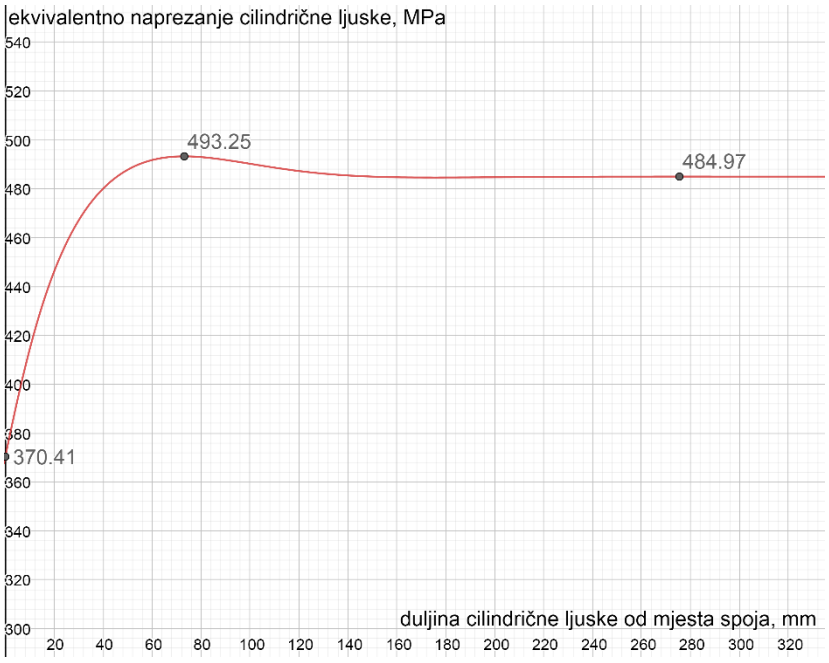
Zaključuje se da akumulator zadovoljava uvjet čvrstoće, s faktorom sigurnosti u odnosu na dopušteno naprezanje:

$$S_1 = \frac{\sigma_{\mathrm{dop}}}{\sigma_{\mathrm{ekv,max}}} = \frac{541{,}67}{493{,}25} = 1{,}1. \tag{91}$$

Ako se gleda faktor sigurnosti u odnosu na granicu tečenja, vrijedi:

$$S_2 = \frac{R_e}{\sigma_{ekv,max}} = \frac{650}{493,25} = 1,32. \tag{92}$$

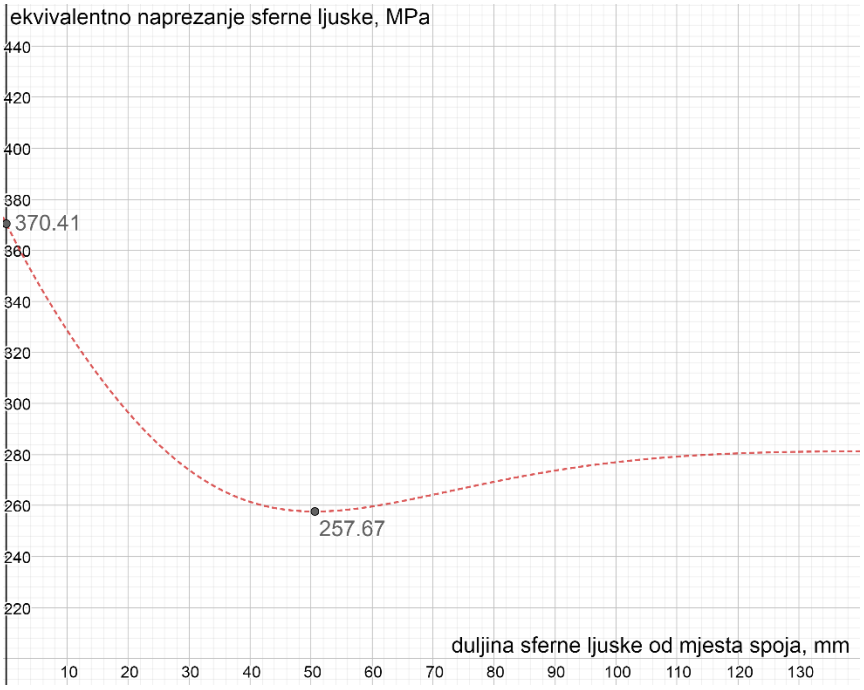
Još se može informativno pokazati treći način određivanja najvećeg ekvivalentnog naprezanja, koji je i najjednostavniji, jer se dobije izravno iz dijagrama ekvivalentnog naprezanja po duljini ljuske. Dijagram se dobije tako da se u izraz (81) izravno uvrste čitavi izrazi za raspodjelu cirkularnog i meridijalnog naprezanja po cilindričnoj ljusci, tj. izrazi (69) i (71). Nakon uvrštavanja dobije se dijagram prema Slici 38.



Slika 38. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji duž izvodnice cilindrične ljuske

Sa slike se odmah može očitati najveće ekvivalentno naprezanje koje je jednako kao što je izračunato drugim načinom i iznosi 493,25 N/mm^2.

Na Slici 39 prikazano je ekvivalentno naprezanje duž izvodnice sferne ljuske, koje se dobije uvrštavanjem izraza za raspodjelu cirkularnog i meridijalnog naprezanja po sfernoj ljusci, tj izraza (70) i (72) u izraz (81). Dijagram je priložen da se vidi da je tamo ekvivalentno naprezanje manje nego na cilindričnoj ljusci.



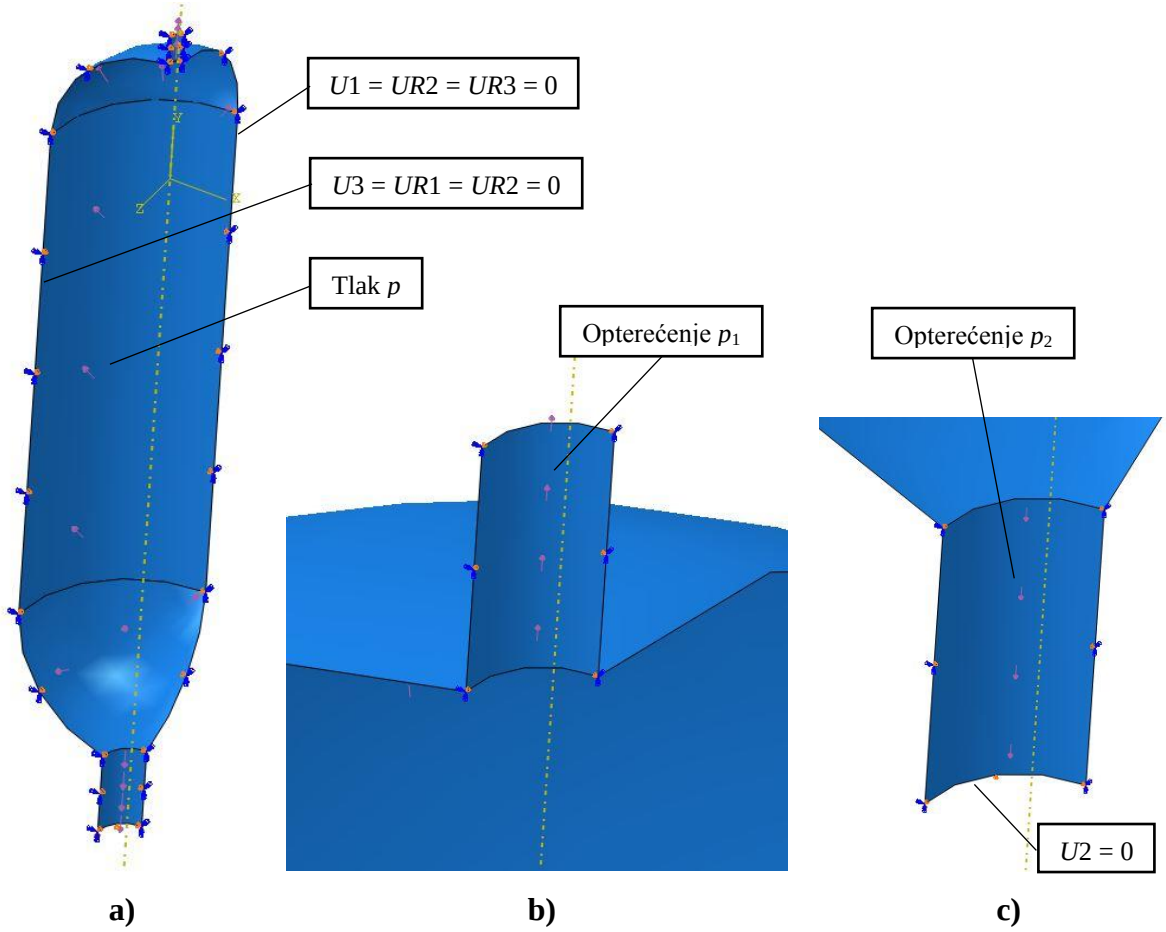
Slika 39. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji duž duž izvodnice sferne ljuske

4.4. Numerička analiza akumulatora

Od trodimenzijskih i osnosimetričnih konačnih elemenata, kod verifikacijskog primjera pokazano je da najbolje konvergiraju elementi oznake C3D20R i CAX8R. Međutim, također je pokazano da je odsutpanje od analitičkog rješenja za ta dva tipa elemenata ipak veće od odstupanja ljuskastih elemenata. Iako greška ne prelazi grešku od 5 % koja je uvriježena kao dopuštena u inženjerskoj praksi, ona je reda veličine veća od greške za ljuskaste elemente. Iz tog će se razloga za numeričku analizu akumulatora koristiti ljuskasti konačni elementi.

Postupak se započinje modeliranjem akumulatora prema potrebnim dimenzijama, odabirom opcije *Shell*. Pri tome se debljina stijenke ne modelira izravno, nego se modelira samo njen srednji radijus, a onda se u opcijama definira njena debljina koja je u ovom slučaju 12 mm. Potrebno je još definirati svojstva materijala i zatim definirati opterećenja i rubne uvjete.

Kako je problem dva puta simetričan (u smjeru osi x i z), u analizi će se koristiti samo četvrtina modela uz pripadajuće rubne uvjete simetrije postavljene po tim bočnim rubovima (i po rubovima oba grla). Navedeno se može vidjeti na Slici 40.a), dok se na Slici 40.c) može vidjeti ograničenje pomaka donjeg grla u vertikalnom smjeru postavljeno po donjem bridu.



Slika 40. Rubni uvjeti i opterećenja za: a) cijeli akumulator, b) gornje grlo, c) donje grlo

Na istoj slici se vide i definirana opterećenja. Definiran je unutarnji tlak p svuda osim po gornjem i donjem grlu, a tamo je postavljeno opterećenje koje djeluje po površini oplošja promatranog grla (p_1 i p_2). To opterećenje postavlja se korištenjem opcije *Surface traction*, na gornjem grlu u smjeru prema gore, a na donjem prema dolje. Opterećenje na grla dobiveno je izjednačavanjem sila na pripadnim površinama, pa za gornje grlo vrijedi:

$$F_1 = F, \tag{93}$$

$$p_1 A_1 = pA, \tag{94}$$

$$p_1 \cdot 2r_1 \pi n = p \cdot {r_1}^2 \pi, \tag{95}$$

$$p_1 = \frac{p r_1}{2n} = \frac{48 \cdot 5}{2 \cdot 40} = 3 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{96}$$

Analogno tome za donje grlo vrijedi:

$$p_2 = \frac{pr_2}{2m} = \frac{48 \cdot 27}{2 \cdot 100} = 6{,}48 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \tag{97}$$

gdje su:

F_1 – sila od opterećenja po površini A_1,

F_2 – sila od opterećenja po površini A_2,

F – sila od tlaka po površini A,

p_1 – opterećenje po površini A_1,

p_2 – opterećenje po površini A_2,

p – tlak po površini A,

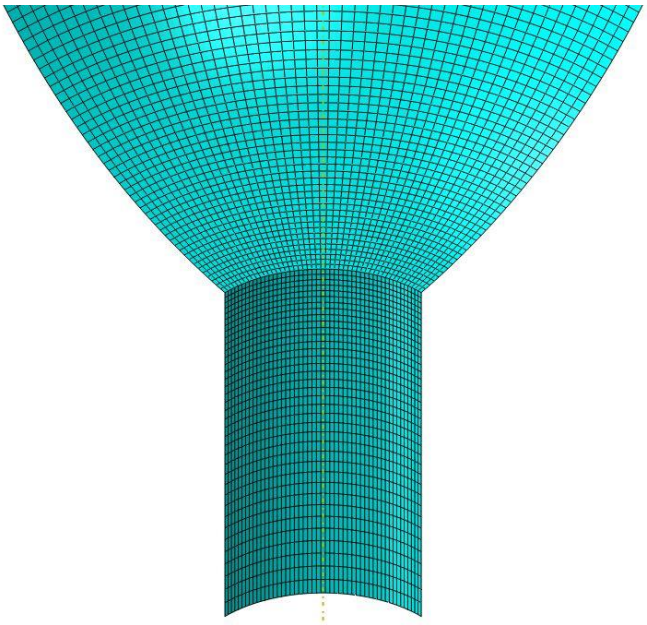
A_1 – površina unutarnjeg oplošja gornjeg grla, $A_1 = 2r_1\pi n$,

A_2 – površina unutarnjeg oplošja donjeg grla, $A_2 = 2r_2\pi n$

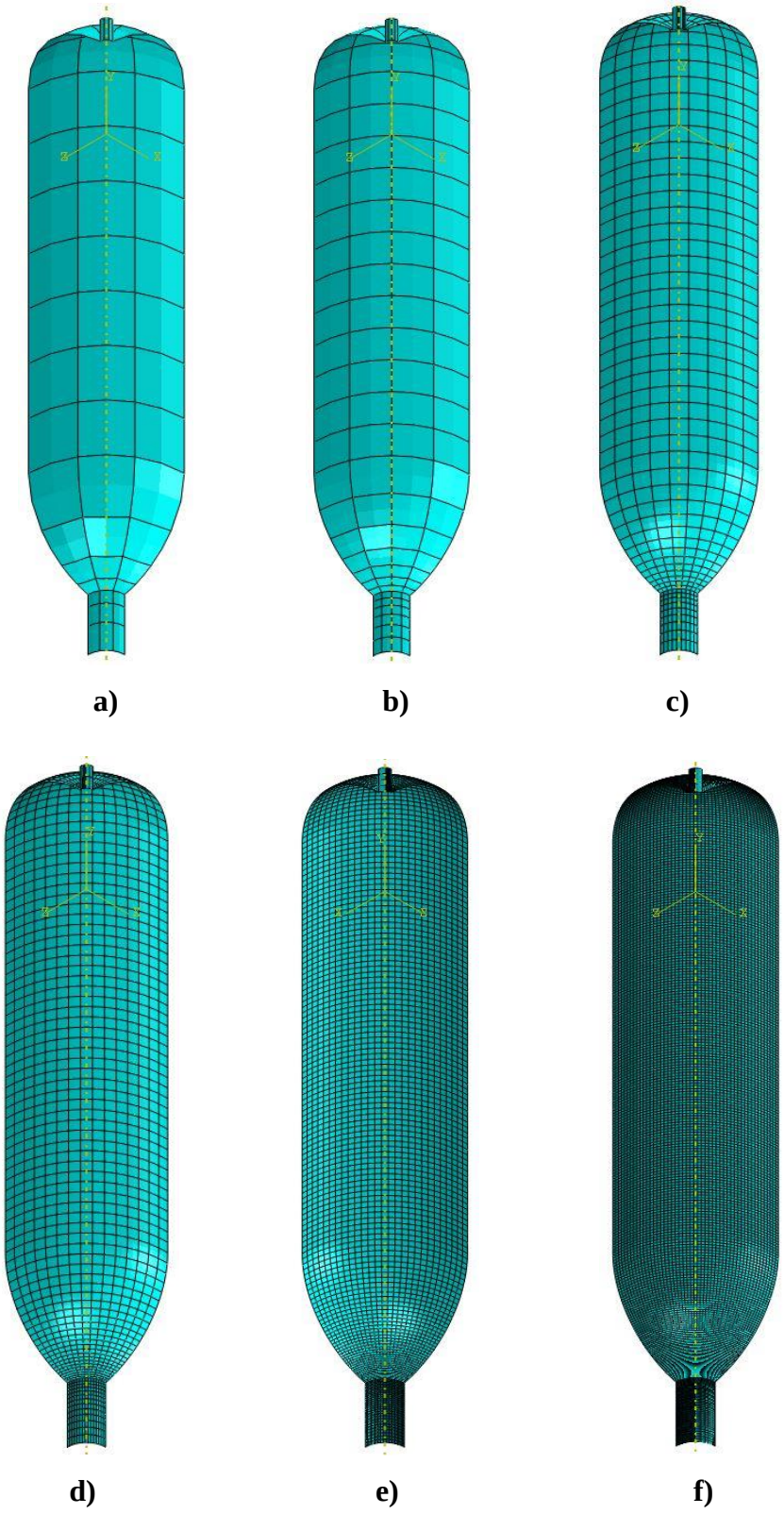
A – površina unutarnjeg kruga gornjeg grla, $A = {r_1}^2\pi$,

Ostale veličine (r_1, r_2, n i m) navedene su na Slici 29.

Pri diskretiziranju modela koristili su se ljuskasti elementi oznake S8R5, jer je za njih kod verifikacije pokazano da najbolje konvergiraju. Mreža modela je gušća oko grla što se vidi na Slici 41, a sve korištene mreže modela prikazane su na Slici 42.



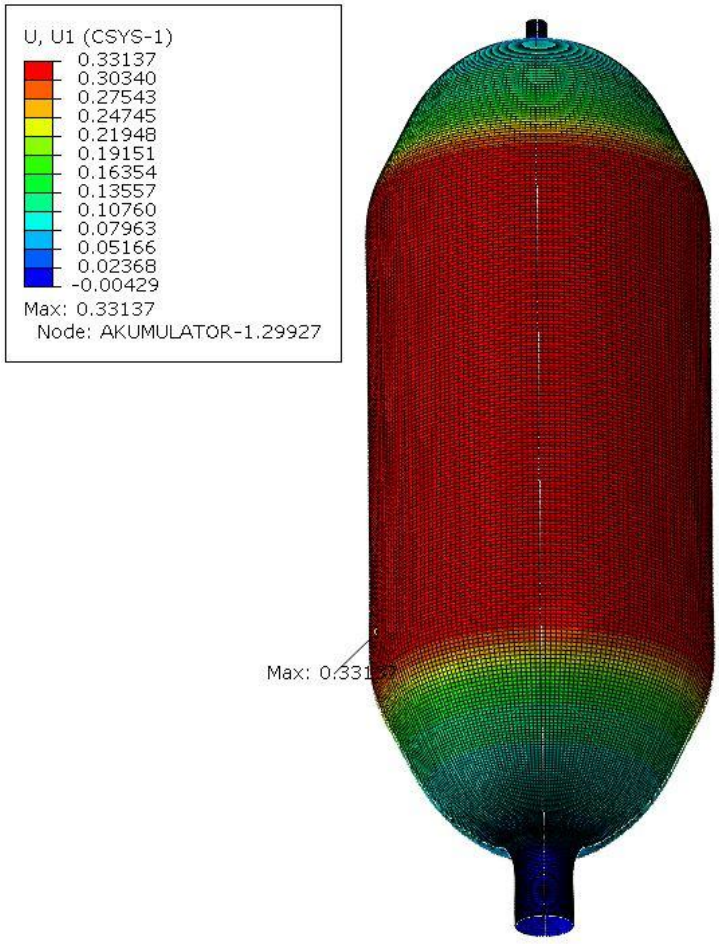
Slika 41. Progušćena mreža na prijelazu grla akumulatora i sferne ljuske (prikaz za najgušću mrežu)



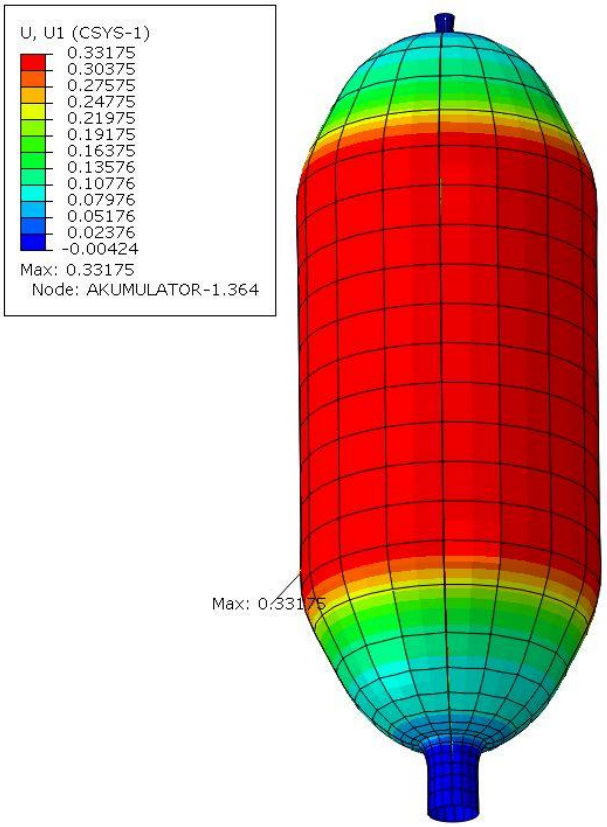
Slika 42. Model diskretiziran sa a) 54, b) 120, c) 504, d) 1410, e) 4779, f) 15729 ljuskastih elemenata oznake S8R5

Na Slici 43 prikazana je raspodjela pomaka na deformiranom oblik cilindra za dvije mreže konačnih elemenata oznake S8R5 (uz faktor uvećanja deformacije od 170), gdje je prikazano i mjesto maksimalnog **radijalnog pomaka**, a u legendi i naveden njegov iznos. Za prikaz se koristila opcija *Mirror* kako bi se od četvrtine modela dobio prikaz cijelog cilindra. Za najgušću mrežu od 15729 elemenata, rješenje za maksimalni radijalni pomak iznosi 0,33137, što je vrlo blizu analitičkom rješenju koje iznosi 0,33148, odnosno greška iznosi samo 0,03 %.

Dakle, mreža se progušćivala i dobilo se već prikazanih šest gustoća mreže, i za svaku od tih mreža bilježeni su rezultati za maksimalni radijalni pomak te uneseni u dijagram na Slici 44. Dijagram prikazuje konvergenciju k rješenju dobivenom analitičkim putem, gdje se vidi da se već za mrežu od 504 elementa dobije rješenje identično kao za najgušću mrežu. Isto tako se može uočiti da je na vertikalnoj ordinati finija raspodjela pomaka, odnosno da se i za rjeđe mreže dobije rješenje relativno blizu analitičkom.

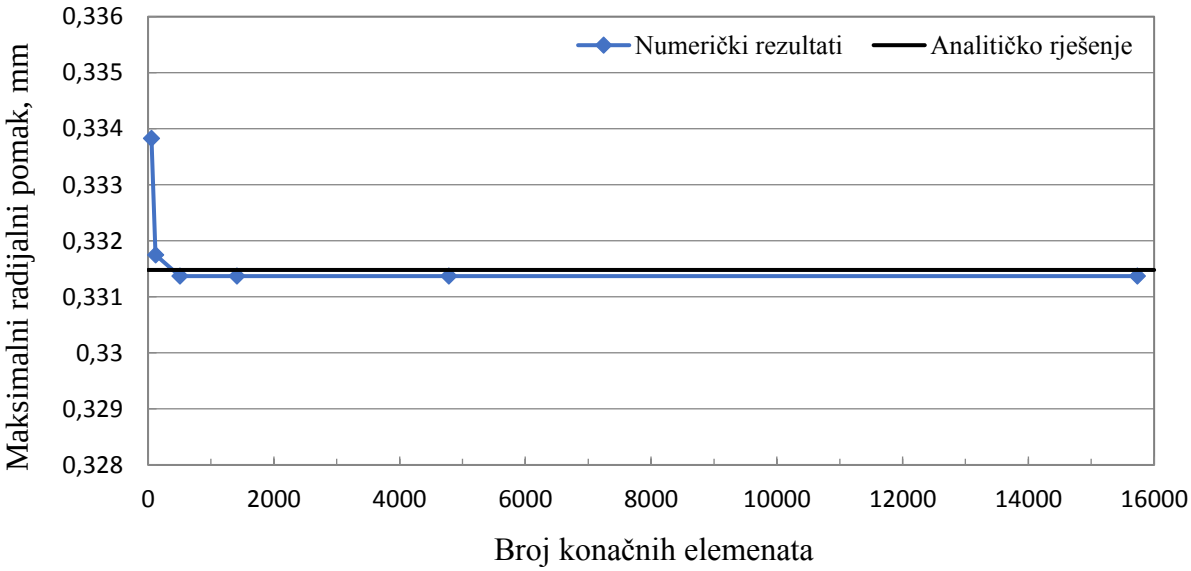


a)



b)

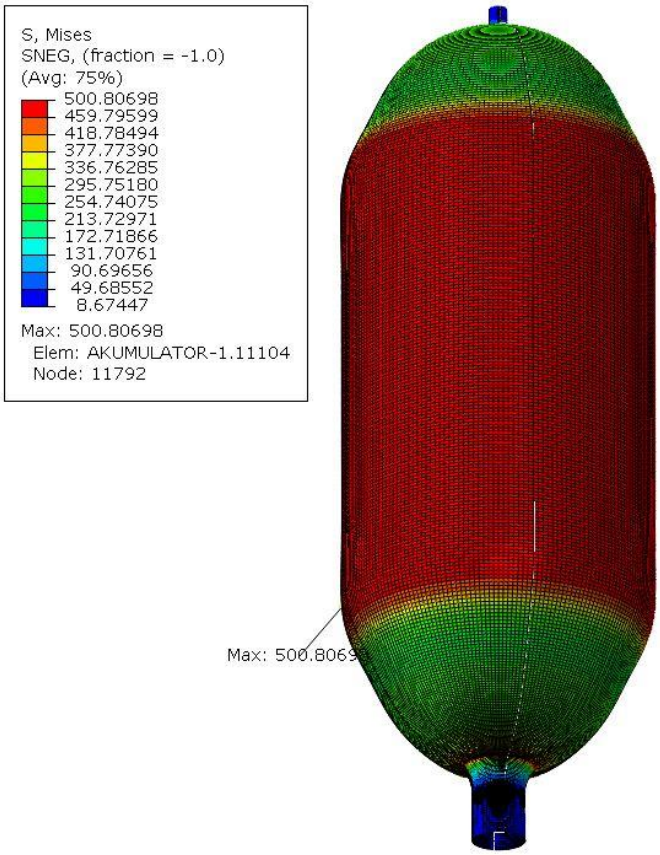
Slika 43. Raspodjela radijalnog pomaka akumulatora (u mm) za model diskretiziran sa a) 15726, b) 120 ljuskastih elemenata oznake S8R5



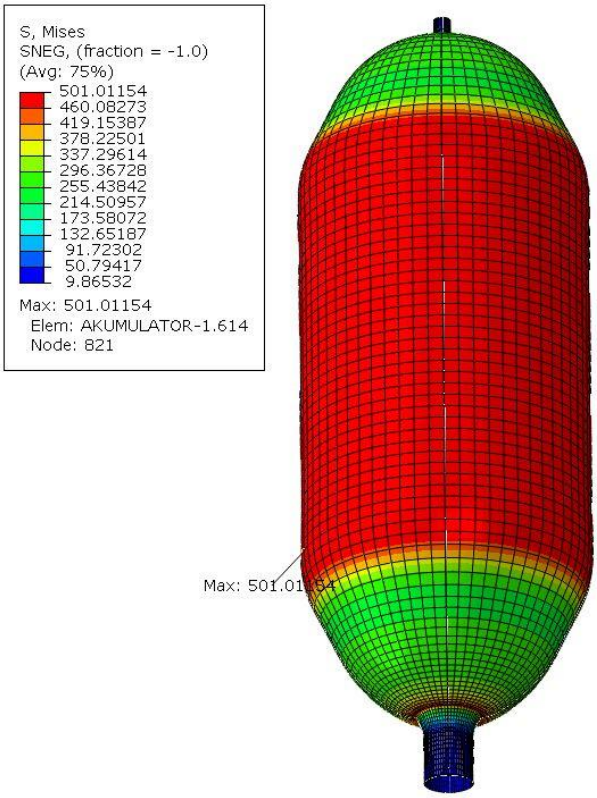
Slika 44. Dijagram konvergencije maksimalnog radijalnog pomaka

Još će se prikazati i rezultati za maksimalno **ekvivalentno naprezanje**. Na Slici 45 prikazana su ekvivalentna naprezanja po von Misesu u MPa za dvije mreže konačnih elemenata, gdje je prikazano i mjesto maksimalnog naprezanja, a u legendi i naveden njegov iznos. Najveće naprezanje javlja se na cilindričnom dijelu akumulatora blizu spoja sa sfernim dijelom i iznosi 500,81 MPa, dok se analitički dobilo 493,25 MPa. Iz toga proizlazi da je greška 1,51 %, pa možemo reći da se rješenja vrlo dobro poklapaju. Također, na području membranskog stanja cilindrične ljuske ekvivalentno naprezanje iznosi 485 MPa, dok se analitički dobilo 487,97 MPa, što je izvrsno poklapanje. Osim toga, ono što se nije proračunavalo analitički to su grla akumulatora, koja su isto kritična mjesta, pa treba provjeriti javlja li se možda tamo najveće ekvivalentno naprezanje i prekoračuje li dopušteno naprezanje. Oko gornjeg grla naprezanje nije preveliko, ali oko donjeg je (prijelaz sa sfernog dijela na donje grlo) i iznosi 474,79 MPa, što je i dalje ipak manje od onoga na cilindričnoj ljusci, pa je i ovdje zadovoljen uvjet čvrstoće.

Dijagram na Slici 46 prikazuje konvergenciju naprezanja k rješenju dobivenom analitičkim putem, za istih prethodno prikazanih šest mreža konačnih elemenata.

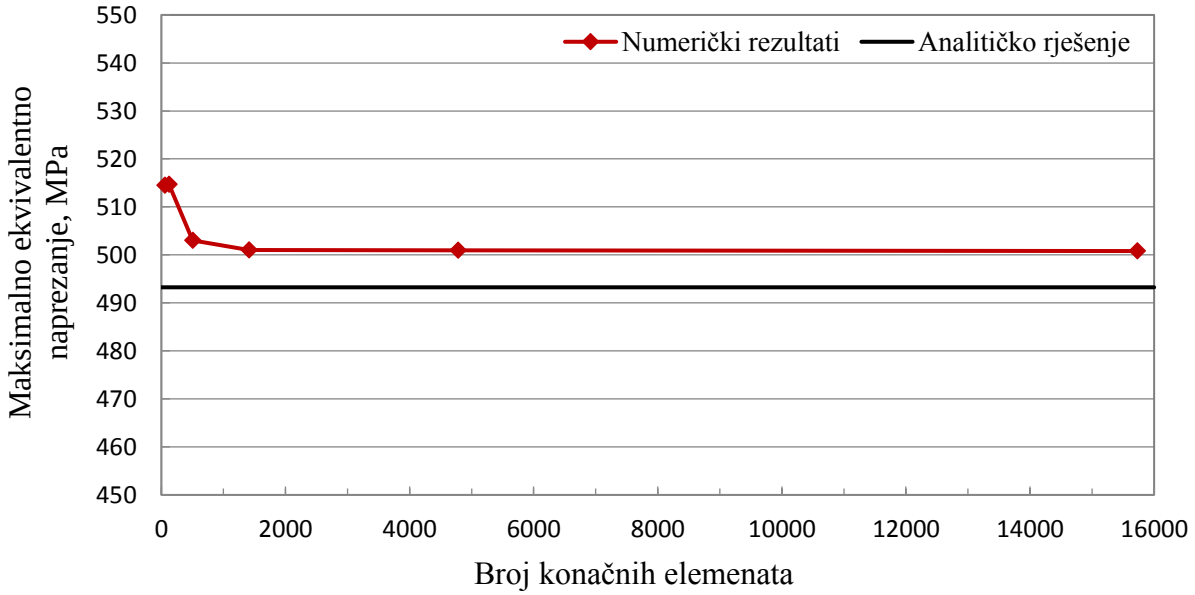


a)



b)

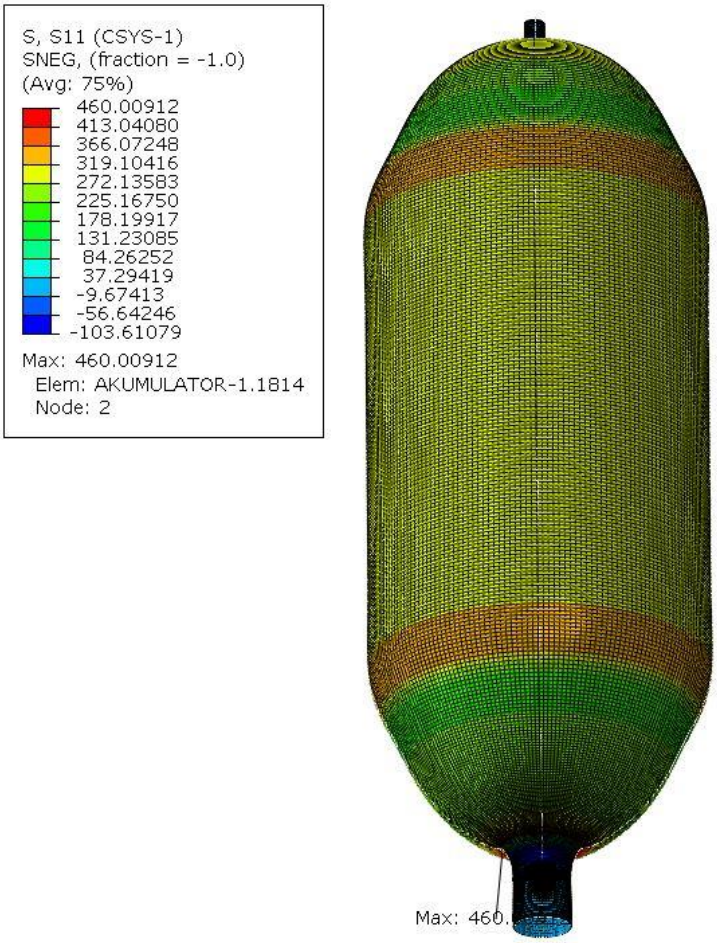
Slika 45. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu (u MPa) za model diskretiziran sa a) 15726, b) 1410 elemenata oznake S8R5



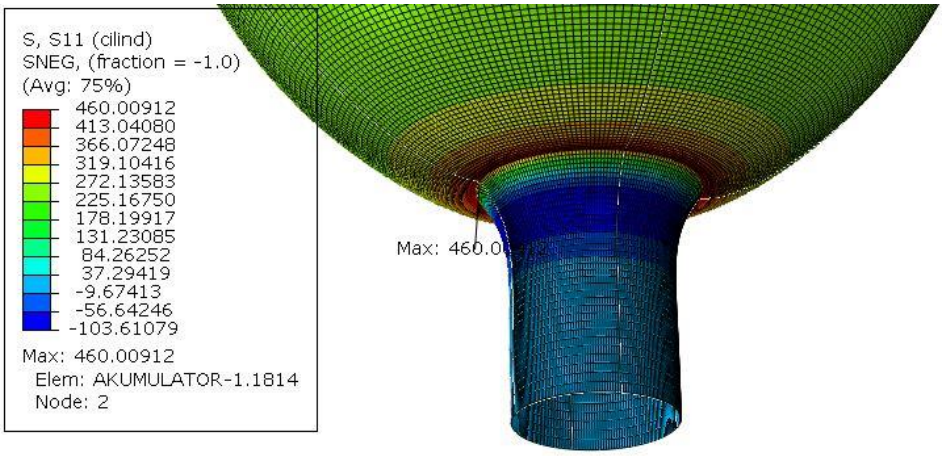
Slika 46. Dijagram konvergencije maksimalnog ekvivalentnog naprezanja

Iz dijagrama se vidi da rezultati konvergiraju u neko konačno rješenje, ali je odstupanje od analitičkog rješenja veće nego kod radijalnog pomaka. Kao što je komentirano, ta greška ipak nije velika i za najgušću mrežu od 15729 elemenata rješenje je 500,81 MPa, a uočava se i da se za mrežu 1410 elemenata dobije rješenje vrlo blizu tome, odnosno 501,01 MPa. Vrlo gusta mreža od 15729 elemenata odabrana je zato da se vidi dolazi li ipak do nekakvih promjena u rezultatima, i zato što se koristila samo četvrtina modela pa analiza nije dugotrajna. Na osnovu priloženih rezultata zaključuje se da bi se mogla koristiti mreža i s 10 puta manje elemenata od najgušće.

Na Slici 47.a) prikazana su **meridijalna naprezanja** akumulatora za najgušću mrežu, a na Slici 47.b) vidi se prikaz istih na detalju donjeg grla. Na Slici 48 prikazana su **cirkularna naprezanja** akumulatora, također za najgušću mrežu.

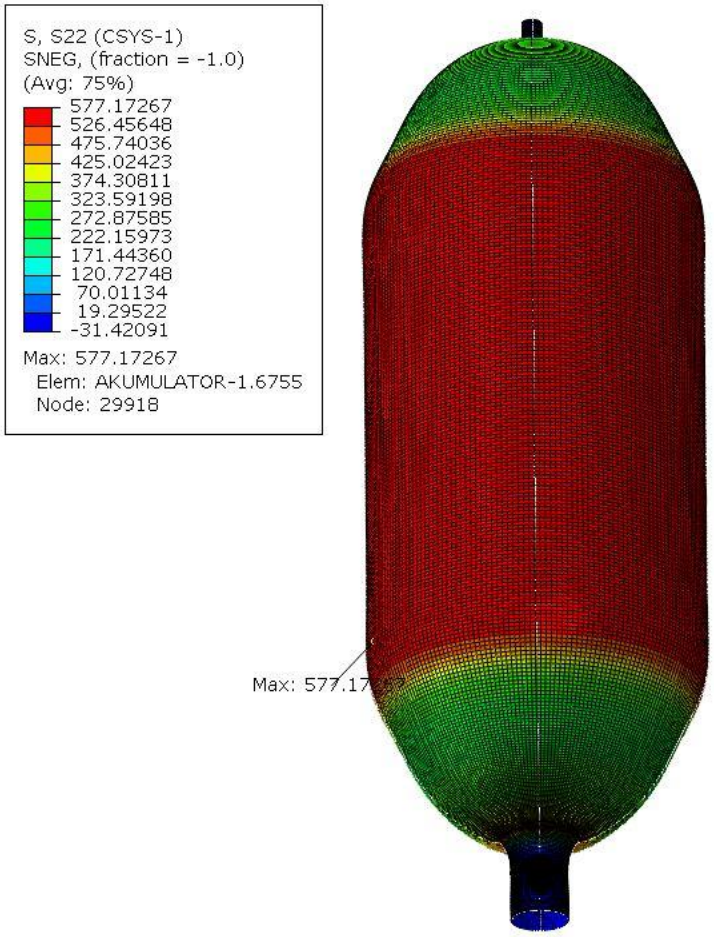


a)



b)

Slika 47. Raspodjela meridijalnih naprezanja (u MPa) a) po cijelom akumulatoru, b) na detalju donjeg grla

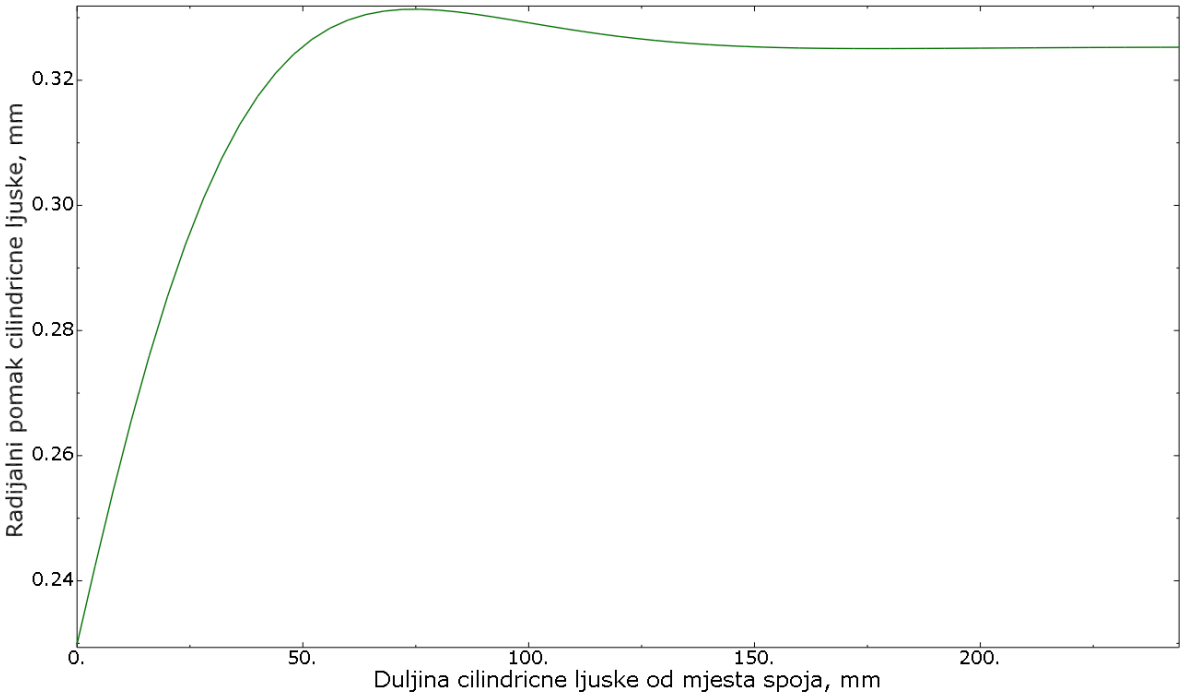


Slika 48. Raspodjela cirkularnih naprezanja akumulatora (u MPa)

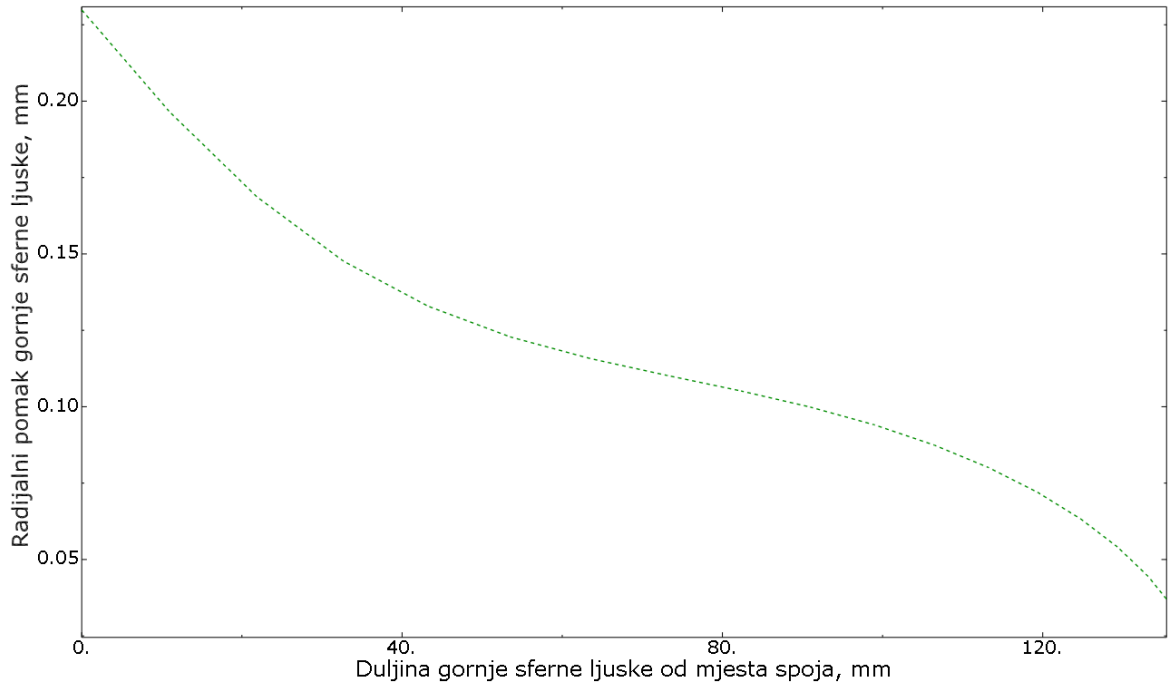
4.4.1. Dijagramska raspodjela radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja cilindrične te gornje i donje sferne ljuske

Raspodjele prema prethodnim slikama daju dobar uvid u to kako se mijenjaju naprezanja ili pomaci po modelu. Međutim, iz tih prikaza ne vidi se točno na koji se način neka varijabla mijenja duž izvodnice ljuske. Iz tog razloga, kako bi se dobio još bolji uvid u stanje akumulatora, rezultati za radijalni pomak te cirkularna i meridijalna naprezanja prikazat će se pomoću dijagrama duž izvodnice cilindrične te gornje i donje sferne ljuske. Kako su u analitičkom proračunu prikazani dijagrami tih raspodjela, kada se dobiju i dijagrami numeričkog proračuna moguće je izravno usporediti te dijagrame i provjeriti poklapanje. Dijagrami slijede u nastavku.

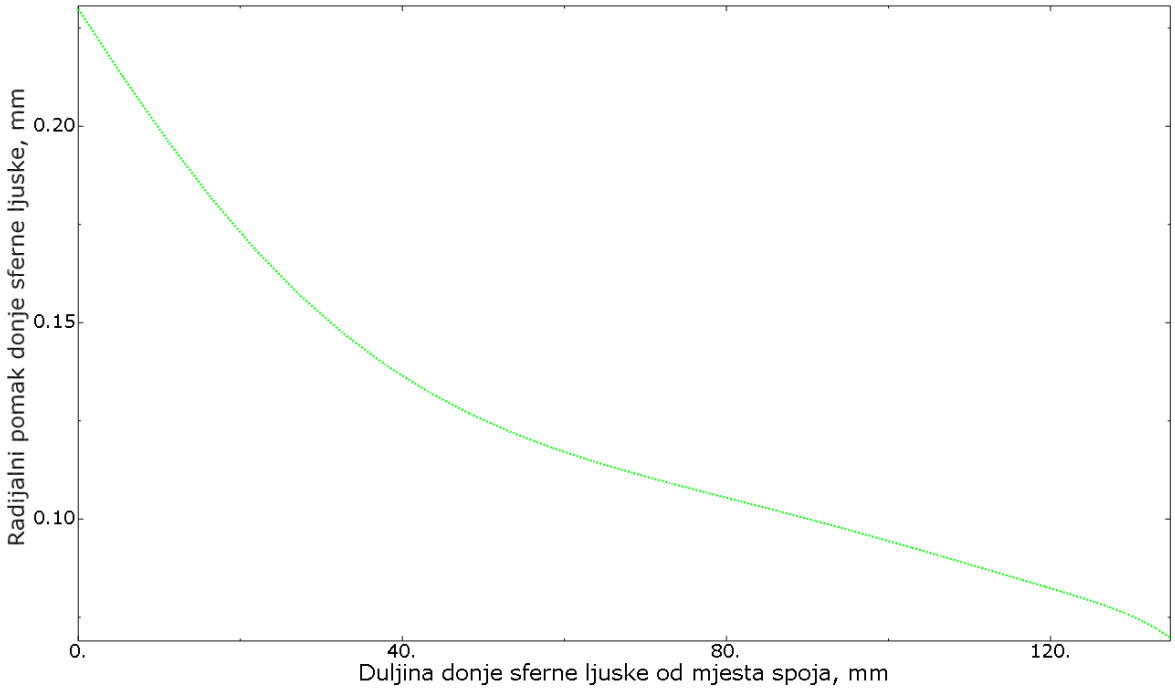
Na Slikama 49, 50 i 51 prikazani su dijagrami **radijalnog pomaka** duž izvodnice cilindrične te gornje i donje sferne ljuske dobiveni numeričkim putem.



Slika 49. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske

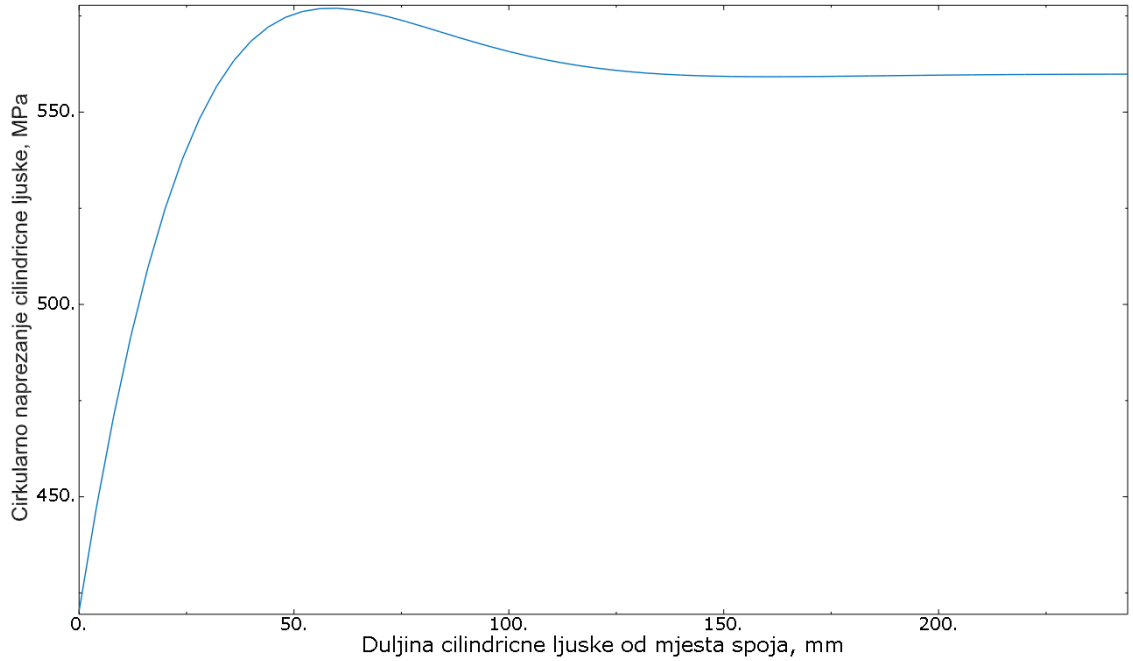


Slika 50.Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice gornje sferne ljuske

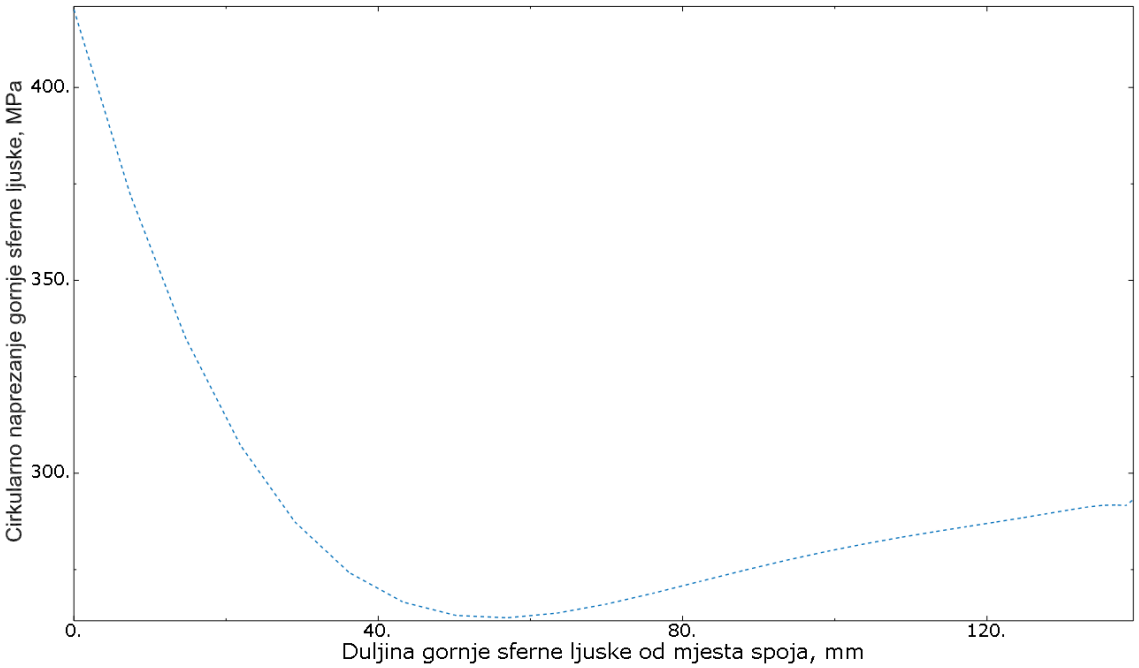


Slika 51. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice donje sferne ljuske

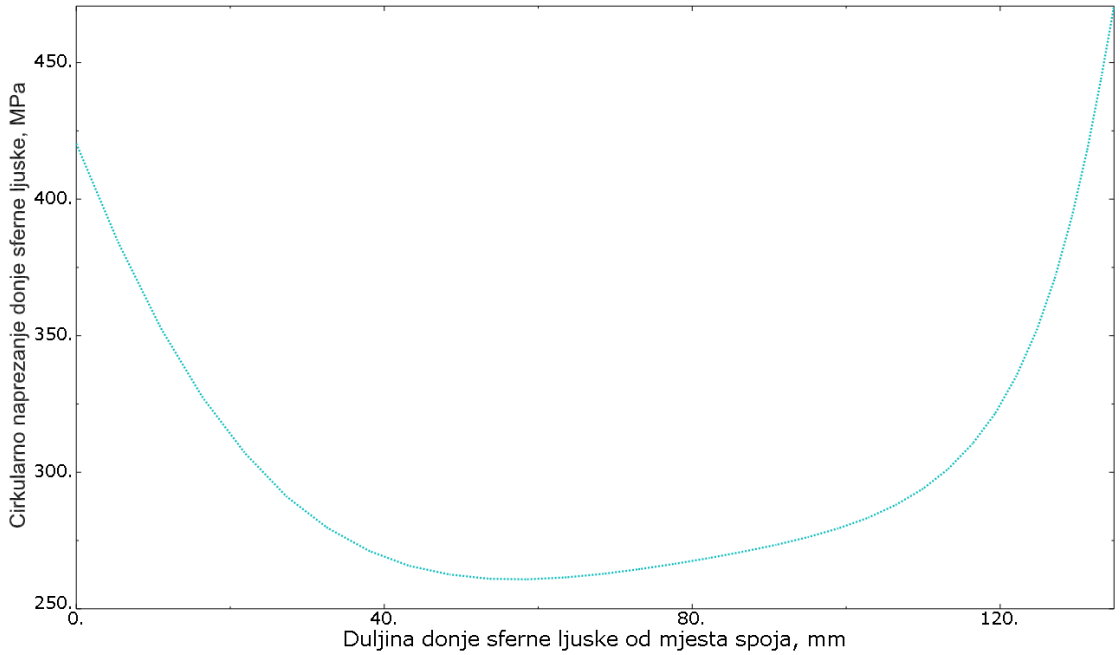
Na Slikama 52, 53 i 54 prikazani su dijagrami **cirkularnog naprezanja** duž izvodnice cilindrične te gornje i donje sferne ljuske dobiveni numeričkim putem.



Slika 52. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske

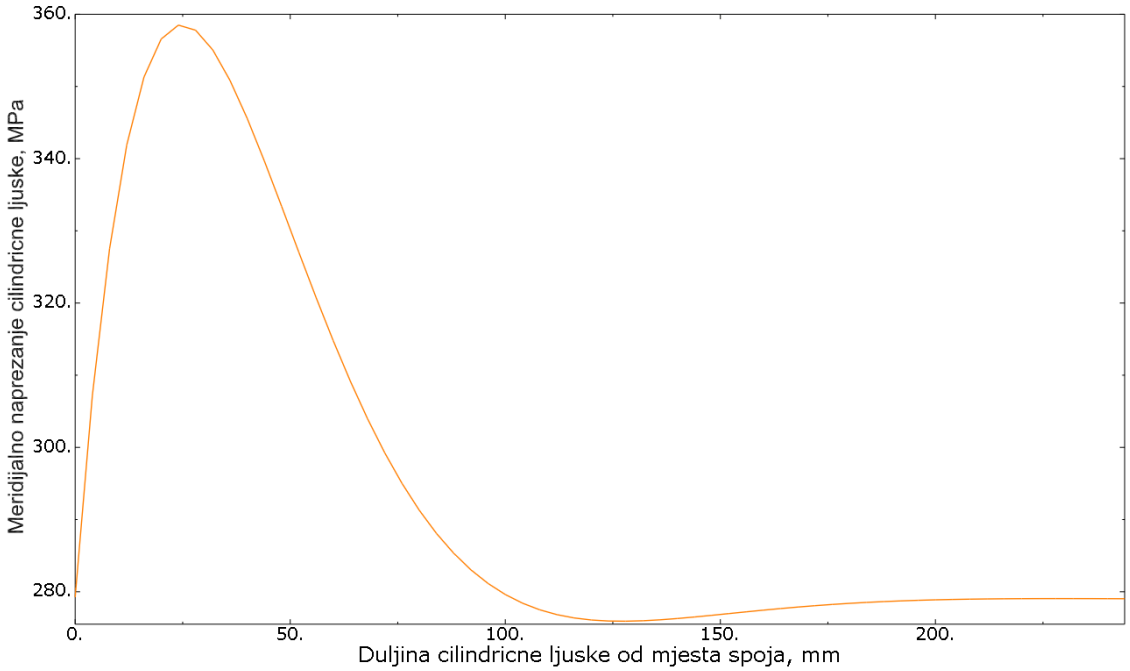


Slika 53. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice gornje sferne ljuske

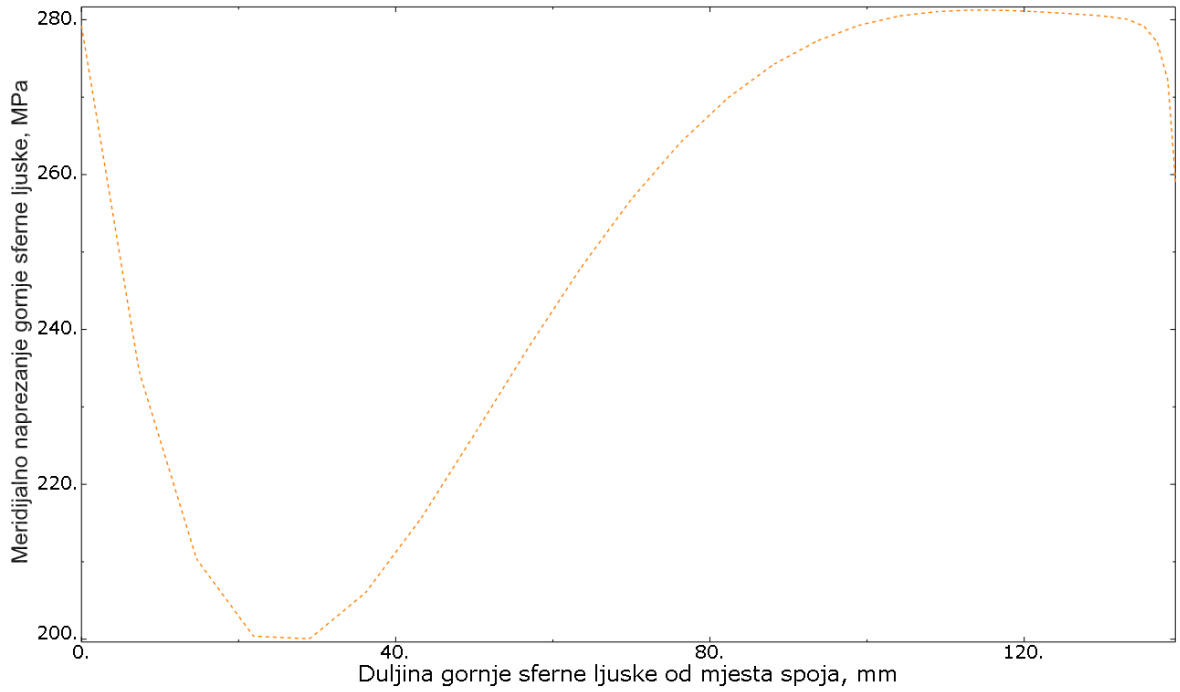


Slika 54. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice donje sferne ljuske

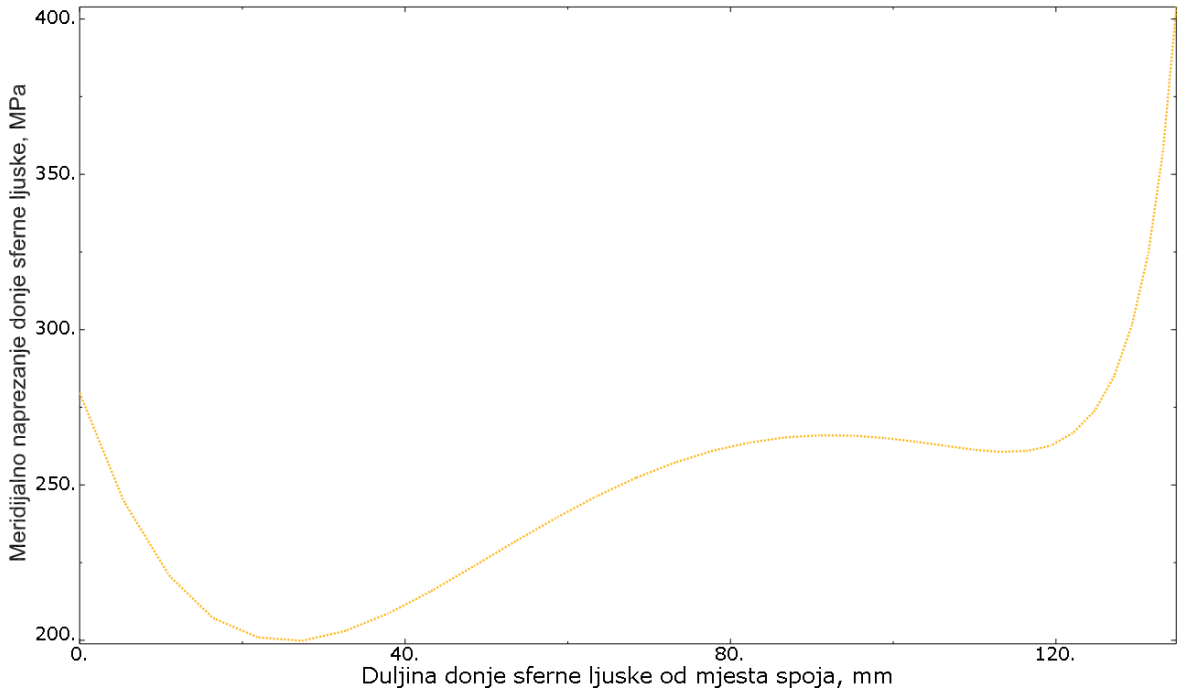
Na Slikama 55, 56 i 57 prikazani su dijagrami **meridijalnog naprezanja** duž izvodnice cilindrične te gornje i donje sferne ljuske dobiveni numeričkim putem.



Slika 55. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske



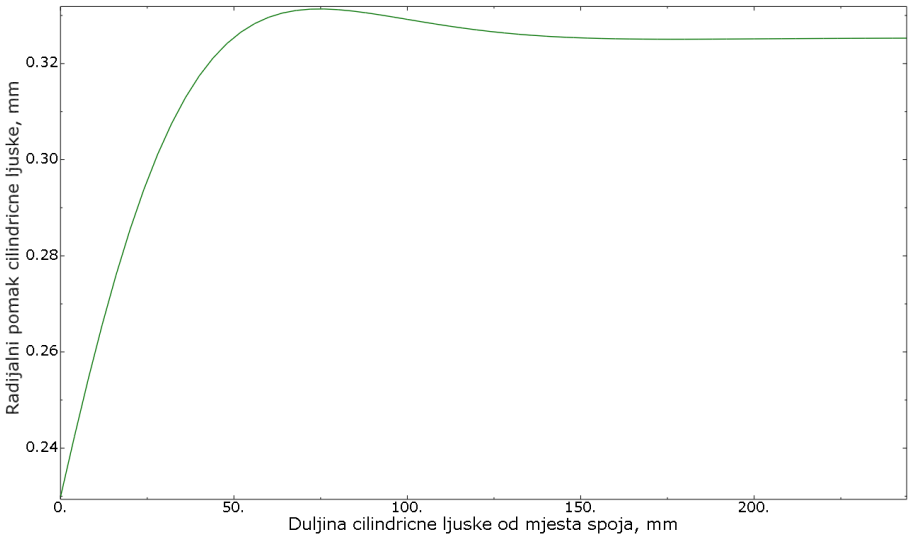
Slika 56. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice gornje sferne ljuske



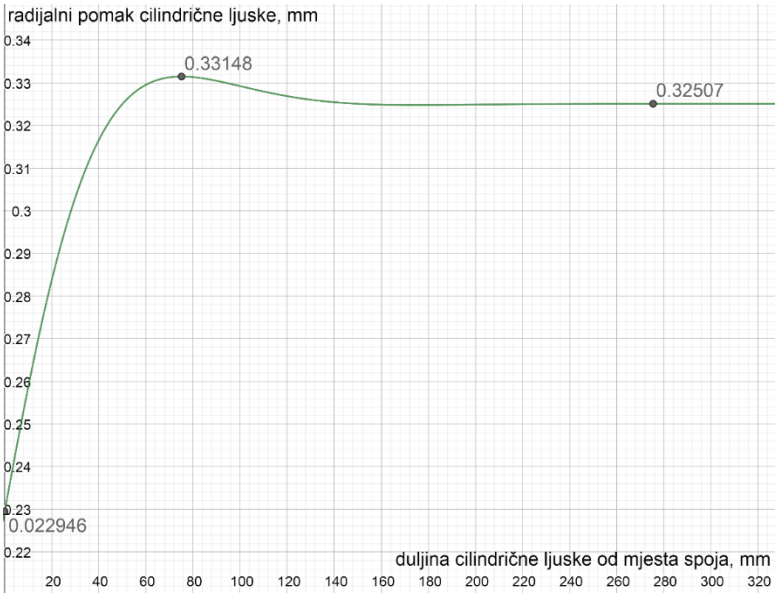
Slika 57. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice donje sferne ljuske

4.4.2. Usporedba numerički i analitički dobivenih dijagrama

Za kraj je potrebno komentirati kakvo je poklapanje dijagrama dobivenih numeričkim i analitičkim putem. Pri tome će se ovdje priložiti proizvoljno odabrani dijagrami radijalnog pomaka i meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske kako bi odmah bila vidljiva njihova usporedba. Na Slici 58 prikazana je usporedba radijalnog pomaka cilindrične ljuske.



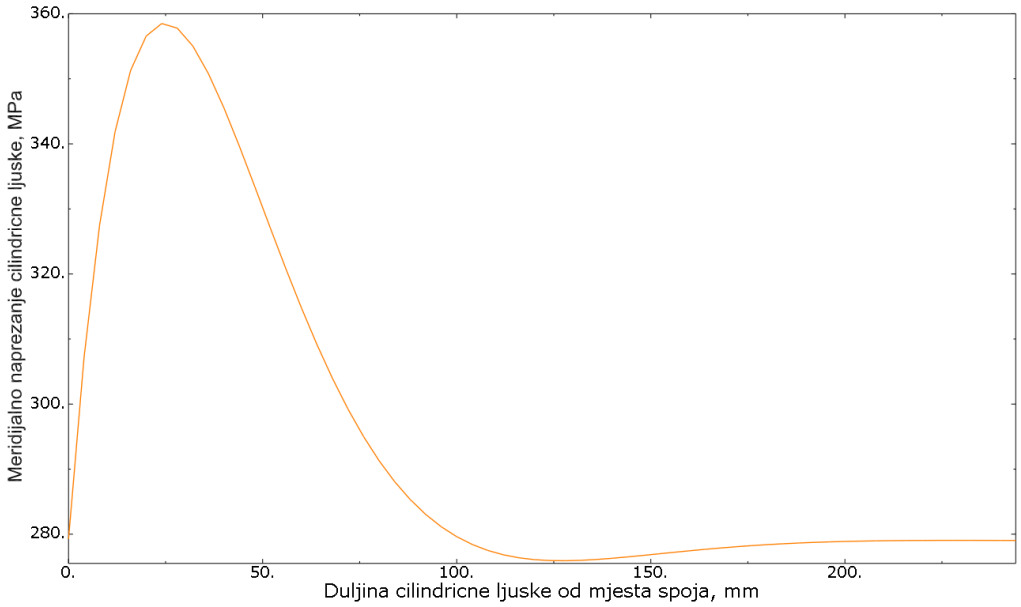
a)



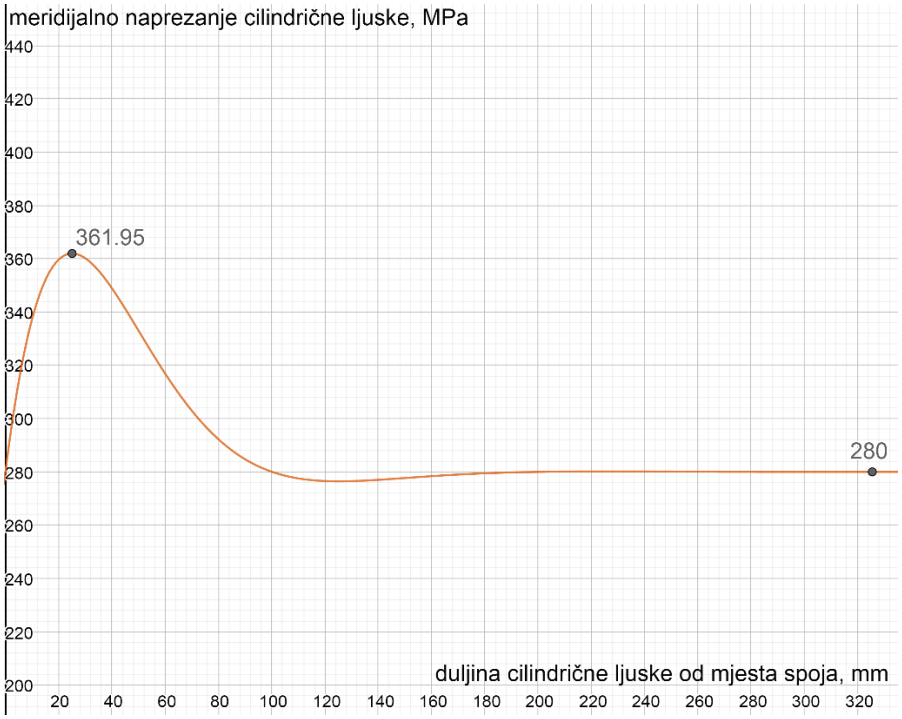
b)

Slika 58. Raspodjela radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske dobivenog a) numeričkim, b) analitičkim putem

Na Slici 59 prikazana je usporedba meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske.



a)



b)

Slika 59. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske dobivenog a) numeričkim, b) analitičkim putem

Iz ovih priloženih dijagrama, kao i iz usporedbe ostalih dijagrama iz poglavlja 4.4.1 s odgovarajućim dijagramima iz poglavlja 4.3.1, može se zaključiti da je poklapanje numeričkih rezultata i analitičkih rješenja vrlo dobro, što znači da je numerička analiza ispravna. Razlika su jedino dijelovi oko gornjeg i donjeg grla akumulatora, koji se u analitičkom proračunu nisu razmatrali, a u numeričkoj analizi jesu.

ZAKLJUČAK

U ovom radu proveden je proračun čvrstoće hidrauličkog akumulatora s mijehom (opnom), analitičkim i numeričkim putem. Numerička analiza provedena je u programskom paketu *Abaqus* koji se temelji na metodi konačnih elemenata.

U verifikacijskom primjeru razmatrao se tanki cilindar opterećen unutarnjim tlakom, s jedne strane uklješten, a s druge zatvoren debelim dnom koje sprječava zakrete i sve pomake osim uzdužnog. Prvo se analitičkim putem došlo do raspodjele radijalnog pomaka po duljini cilindra, a nakon toga provela se numerička analiza, gdje su se koristila tri tipa konačnih elemenata, a to su ljuskasti, osnosimetrični i elementi za trodimenzijsku analizu. Za svaki od njih prikazana je raspodjela pomaka, koja se kod ljuskastih elemenata za najgušću mrežu (kod određenih podtipova i za manje gustu) izvrsno poklapa s analitičkim rješenjem, pri čemu greška maksimalnog radijalnog pomaka iznosi 0,26 % (analitičko rješenje iznosi 0,019 mm). Kod osnosimetričnih i elemenata za trodimenzijsku analizu poklapanje s analitičkim rješenjem je dobro, ali se ipak javlja nešto veća greška od 2,36 % odnosno 2,26 %. Nakon toga prikazana je konvergencija maksimalnog radijalnog pomaka, gdje se za svaki tip elemenata koristilo nekoliko različitih podtipova, pa je tako sveukupno korišteno njih 11. Za svaki taj element analiza se provela na većem broju mreža, od najrjeđe do najgušće, i dobiveni rezultati tvorili su dijagrame konvergencije na kojima je pokazano da najbolje konvergiraju elementi 2. reda, i to konkretno: od ljuskastih elemenata S8R5 elementi, od 3D elemenata C3D20R, a od osnosimetričnih CAX8R. Drugim riječima, mreže tih elemenata pokazuju najbrže približavanje analitičkom rješenju povećavanjem njihovog broja.

U glavnom dijelu rada, tj. proračunu čvrstoće samog akumulatora, ponovno se prvo krenulo s analitičkim proračunom, u kojem su se razmatrale cilindrična i sferna ljuska, dok se grla akumulatora nisu uzimala u obzir. Proračunom se u konačnici došlo do izraza za raspodjele radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja za obje ljuske. Te raspodjele prikazane su grafički, a nakon toga proveden je proračun čvrstoće prema teoriji najveće gustoće distorzijske energije deformiranja, pri čemu se najveće ekvivalentno naprezanje nalazi na cilindričnom dijelu akumulatora u blizini mjesta spoja sa sfernom ljuskom i iznosi $\sigma_{\mathrm{ekv,max}} = 493{,}25\ \mathrm{N/mm^2}$. Kako dopušteno naprezanje iznosi $\sigma_{\mathrm{dop}} = 541{,}67\ \mathrm{N/mm^2}$, iz toga proizlazi da akumulator zadovoljava uvjet čvrstoće uz faktor sigurnosti $S_1 = 1{,}1$, dok

faktor sigurnosti u odnosu na granicu tečenja ($R_\mathrm{e} = 650\ \mathrm{N/mm^2}$) iznosi $S_2 = 1{,}36$.

Nakon analitičkog proračuna prelazi se na numeričku analizu akumulatora, koja se na temelju rezultata verifikacijskog primjera provela ljuskastim konačnim elementima. Konkretno, pri diskretizaciji modela koristili su se elementi oznake S8R5, jer je za njih pokazano da najbolje konvergiraju. Korišteno je šest mreža različite gustoće, i na osnovu dobivenih rezultata za maksimalni radijalni pomak i maksimalno ekvivalentno naprezanje za svaku pojedinu mrežu, prikazali su se dijagrami konvergencije navedenih veličina. Iz rezultata radijalnog pomaka zaključuje se da krivulja konvergira u konačno rješenje za mrežu već od 504 elementa, i pri tome je greška u odnosu na analitičko rješenje samo 0,03 % (pri čemu analitičko rješenje iznosi 0,33148 mm). Na isti se način iz rezultata ekvivalentnog naprezanja zaključuje da krivulja konvergira u neko konačno rješenje, ali je odstupanje od analitičkog rješenja veće nego kod radijalnog pomaka, odnosno za najgušću mrežu naprezanje iznosi $500{,}81\ \mathrm{N/mm^2}$, pa greška iznosi 1,51 % (pri čemu je analitičko rješenje već navedeno i iznosi $493{,}25\ \mathrm{N/mm^2}$). To i dalje nije veliko odstupanje, a iz dijagrama se također zaključuje da se za mrežu od 1410 elemenata dobije rješenje vrlo blisko onome za najgušću mrežu.

U numeričkoj se analizi također obratila pažnja na dijelove prijelaza sa sferne ljuske na grla akumulatora, te je pokazano da oko gornjeg (manjeg) grla ne dolazi do prevelikih naprezanja, dok oko donjeg (većeg) grla ekvivalentna naprezanja dosežu vrijednost od $474{,}79\ \mathrm{N/mm^2}$, što je i dalje ipak manje od onoga na cilindričnoj ljusci, pa je i ovdje zadovoljen uvjet čvrstoće. Na kraju su se još prikazali dijagrami raspodjele radijalnog pomaka te cirkularnog i meridijalnog naprezanja duž izvodnice cilindrične te gornje i donje sferne ljuske, te su se usporedili s dijagramima dobivenim analitičkim putem, pri čemu se zaključilo da se dijagrami vrlo dobro poklapaju, a jedina razlika su upravo dijelovi oko gornjeg i donjeg grla akumulatora, koji se u analitičkom proračunu nisu razmatrali, a u numeričkoj analizi jesu. Iz svega navedenog zaključuje se da je numerička analiza akumulatora ispravna.

LITERATURA

[1] Korbar, R.: Pneumatika i hidraulika, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2007.

[2] Kostelac, M.: Hidraulički akumulatori, Prezentacija iz kolegija Hidraulički pogoni

[3] ABAQUS, Abaqus Software: Version 6.14. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE.

[4] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.

[5] ABAQUS, Abaqus Documentation: Version 6.14. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE.

[6] Alfirević, I.: Linearna analiza konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje Zagreb, Zagreb, 2018.

[7] https://www.hydac.com/de-en/start.html

[8] http://hydac.com.sg/wp-content/uploads/2018/08/Standard-bladder-accumulator.pdf

[9] https://www.hydac.com.au/products/accumulators/bladder-accumulators.html

[10] https://virgamet.com/35hm-34crmo4-1-7220-35crmo4-34cd4-aisi-4135-structural-steel

[11] https://www.parker.com/portal/site/PARKER/menuitem.223a4a3cce02eb6315731910237ad1ca/?vgnextoid=dee0eea74775e210VgnVCM10000048021dacRCRD&vgnextfmt=EN

[12] Alfirević I.: Nauka o čvrstoći I, Tehnička knjiga D.D., Zagreb, 1995.

PRILOZI

I. CD-R disc