

# Upravljane autonomnim letjelicama primjenom aktivne kompenzacije poremećaja

---

Skender, Tomislav

Master's thesis / Diplomski rad

2020

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:311901>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-21**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering  
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Tomislav Skender**

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Josip Kasać

Student:

Tomislav Skender

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Ovim putem zahvaljujem se svome mentoru, prof.dr.sc. Josipu Kasaću na svim savjetima i pomoći tijekom izrade i pisanja ovog rada, ali isto tako i na cjelokupnom znanju koje mi je prenio tijekom studija.

Isto tako želio bih se zahvaliti kolegama Denisu Kotarskom, Petru Piljeku i Matiji Krzнару na svim savjetima i pomoći oko izrade fizičkog modela kvadkoptera te na posuđenim dijelovima za izradu.

Također, veliko hvala mojoj zaručnici Dori, roditeljima Marku i Dragici, bratu Dubravku i sestri Martini te svim prijateljima, koji su mi bili moralna podrška tijekom cijelog studija.

Na kraju, želim se zahvaliti dragom Bogu na svojoj ljubavi, snazi i ustrajnosti koje mi je darovao za učenjem i radom tijekom studija.

Tomislav Skender



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **TOMISLAV SKENDER** Mat. br.: **0035200005**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Upravljanje autonomnim letjelicama primjenom aktivne kompenzacije poremećaja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Active disturbance rejection control of unmanned aerial vehicles**

### Opis zadatka:

Upravljanje autonomnim letjelicama nepoznate dinamike s djelomično mjerljivim varijablama stanja u prisustvu vanjskih poremećaja, još uvijek je veliki izazov suvremene teorije upravljanja. Kod kvadrokoptera je posebno zahtjevna kompenzacija udara vjetra u horizontalnoj ravnini zbog nemogućnosti direktne kompenzacije preko sila potiska rotora. Stoga je neophodno konvencionalne regulatore integrirati s estimatorima vanjskih poremećaja s ciljem njihove kompenzacije. U ovom radu razmatraju se performanse regulacije kvadrokoptera primjenom aktivne kompenzacije poremećaja zasnovane na proširenom observeru stanja.

U radu je potrebno:


- Izvesti i implementirati dinamički model kvadrokoptera te provesti sintezu regulatora za problem slijeđenja proizvoljne referentne trajektorije.
- Implementirati regulaciju kvadrokoptera primjenom aktivne kompenzacije poremećaja zasnovane na proširenom observeru stanja proizvoljnog reda.
- Provesti simulacijsku analizu utjecaja dimenzije proširenog observera stanja na točnost estimacije vanjskih poremećaja.
- Implementirati regulaciju kvadrokoptera primjenom aktivne kompenzacije poremećaja u slučaju oštećenja propelera.
- Izraditi fizički model kvadrokoptera te ugraditi odgovarajuće elektroničke sklopove za prikupljanje i obradu podataka sa senzora, te za upravljanje elektromotorima.


U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
24. rujna 2020.

Rok predaje rada:  
26. studenog 2020.

Predvideni datum obrane:  
30. studenog do 4. prosinca 2020.

Zadatak zadao:  
  
prof. dr. sc. Josip Kasac

Predsjednica Povjerenstva:  
  
prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	XI
SUMMARY .....	XII
1. UVOD.....	1
1.1. Motivacija .....	1
1.2. Tema i struktura rada .....	2
2. MATEMATIČKI MODEL KVADKOPTERA.....	4
2.1. Kinematika kvadkoptera .....	4
2.1.1. Referentni koordinatni sustavi .....	5
2.1.2. Matrica transformacije .....	7
2.1.3. Brzine i akceleracija kvadkoptera .....	10
2.2. Dinamika kvadkoptera .....	13
2.2.1. Jednadžbe gibanja krutog tijela.....	13
2.2.2. Vanjske sile i momenti koji djeluju na kvadkoopter .....	15
2.2.3. Ukupni dinamički model.....	19
2.3. Upravljačka alokacijska matrica kvadkoptera .....	20
2.4. Simplifikacija dinamičkog modela .....	24
2.4.1. Model 1 – pojednostavljeni nelinearni dinamički model.....	25
2.4.2. Model 2 – bilinearni dinamički model.....	27
2.4.3. Model 3 – linearni model.....	27
3. UPRAVLJAČKI ALGORITMI.....	29
3.1. Cilj upravljačkog algoritma kod kvadkoptera.....	29
3.2. Linearni PID regulator .....	30
3.3. Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (ADRC) .....	32
3.3.1. Općeniti oblik ADRC algoritma .....	32
3.3.2. Implementacija ADRC algoritma na sustav kvadkoptera.....	34
3.3.2.1. Podsustav 1 – upravljanje pozicijom z.....	35
3.3.2.2. Podsustav 2 – upravljanje pozicijom y .....	39
3.3.2.3. Podsustav 3 – upravljanje pozicijom x .....	43
3.3.2.4. Podsustav 4 – upravljanje kutom zakreta oko z osi .....	47
3.3.2.5. Sinteza poopćenog proširenog observera stanja .....	51
3.3.2.6. Izgladivanje referentnog stanja $y_d$ .....	52
4. SIMULACIJA LETA KVADKOPTERA .....	54
4.1. Rezultati simulacija.....	56
4.1.1. Slijeđenje referentne trajektorije bez djelovanja vanjskih poremećaja.....	57
4.1.2. Slijeđenje referentne trajektorije uz djelovanje vanjskih poremećaja .....	60
4.1.3. Slijeđenje referentne trajektorije u slučaju oštećenja propelera.....	67

---

5. IZRADA FIZIČKOG MODELA KVADKOPTERA .....	73
5.1. Konstrukcija .....	74
5.2. Pogonski sustav .....	75
5.2.1. Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise .....	76
5.2.2. Bezkolektorski istosmjerni motor .....	77
5.2.3. Elektronički kontroler brzine .....	78
5.3. Energetski sustav .....	79
5.3.1. Li-Po baterija .....	79
5.3.2. Elektronički modul za distribuciju energije .....	80
5.4. Upravljački sustav .....	81
5.4.1. Upravljačka jedinica leta – autopilot .....	82
5.4.2. Daljinsko upravljanje .....	84
5.4.3. Globalni pozicijski sustav – GPS .....	85
5.4.4. Telemetrija .....	86
5.4.5. Izrađen fizički model kvadkoptera .....	87
6. ZAKLJUČAK .....	89
LITERATURA .....	91
PRILOZI .....	93

**POPIS SLIKA**

Slika 1.1	Podjela bespilotnih letjelica – letjelice s fiksnim krilima (lijevo), helikopteri (sredina) i multirotori (desno) .....	1
Slika 2.1	Referentni koordinatni sustavi kvadkoptera.....	5
Slika 2.2	Eulerovi kutovi .....	6
Slika 2.3	Rotacija oko osi $z$ za kut $\psi$ .....	7
Slika 2.4	Rotacija oko osi $y_1$ za kut $\theta$ .....	8
Slika 2.5	Rotacija oko $X_2$ osi za kut $\Phi$ .....	8
Slika 2.6	Prikaz aerodinamike propelera [7] .....	20
Slika 2.7	„X“ konfiguracija kvadkoptera .....	22
Slika 4.1	Pozicija i orijentacija kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj.....	57
Slika 4.2	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj .....	58
Slika 4.3	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za prvi slučaj .....	58
Slika 4.4	3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za prvi slučaj.....	58
Slika 4.5	Upravljačke sile i momenti kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj .....	59
Slika 4.6	Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj .....	59
Slika 4.7	Pozicija i orijentacija kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj.....	60
Slika 4.8	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj .....	61
Slika 4.9	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za drugi slučaj .....	61
Slika 4.10	3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za drugi slučaj.....	61
Slika 4.11	Upravljačke sile i momenti kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj .....	62
Slika 4.12	Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj ....	62
Slika 4.13	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za treći slučaj .....	63
Slika 4.14	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za treći slučaj.....	63
Slika 4.15	Pozicija i orijentacija kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj.....	64
Slika 4.16	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj.....	65
Slika 4.17	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za četvrti slučaj.....	65
Slika 4.18	3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za četvrti slučaj .....	65
Slika 4.19	Upravljačke sile i momenti kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj .....	66
Slika 4.20	Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj...	66
Slika 4.21	Pozicija i orijentacija kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj.....	67
Slika 4.22	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj .....	68
Slika 4.23	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za peti slučaj.....	68
Slika 4.24	3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za peti slučaj .....	68
Slika 4.25	Upravljačke sile i momenti kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj.....	69
Slika 4.26	Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj.....	69



Slika 4.27	Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj kada se isključi kompenzacija ukupnog poremećaja .....	70
Slika 4.28	3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za peti slučaj kada se isključi kompenzacija ukupnog poremećaja .....	70
Slika 4.29	Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za šesti slučaj.....	71
Slika 4.30	Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za šesti slučaj .....	72
Slika 4.31	Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za šesti slučaj.....	72
Slika 5.1	DJI F450 konstrukcija s nogama za slijetanje .....	74
Slika 5.2	Shematski prikaz pogonskog sustava kvadrokoptera [7].....	75
Slika 5.3	DJI 9450-3 propeler.....	76
Slika 5.4	ReadytoSky RS 2212 – 920 KV BLDC motor.....	77
Slika 5.5	Shematski prikaz rada ESC-a (lijevo) i Hobbypower SimonK 30 A ESC (desno) .....	79
Slika 5.6	Turnigy 3S 5000 mAh Li-Po baterija.....	80
Slika 5.7	Elektronički modul za distribuciju energije .....	81
Slika 5.8	Pixhawk 1 kontroler leta (FC) .....	84
Slika 5.9	FlySky FS-i6 odašiljač (lijevo) i FlySky FS-iA6B prijemnik (desno).....	84
Slika 5.10	uBlox M8N GPS modul (lijevo) i njegovo standardno kućište (desno).....	86
Slika 5.11	433 MHz SiK telemetrijski modul kompatibilan s PX4 firmware-om .....	87
Slika 5.12	Izrađen fizički model kvadrokoptera .....	88
Slika 5.13	Prikaz kvadrokoptera u letu .....	88

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 4.1 Fizički parametri kvadkoptera.....	54
Tablica 4.2 Parametri i maksimalne vrijednosti propulzijskog sustava .....	55
Tablica 4.3 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za prvi slučaj ....	57
Tablica 4.4 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za drugi slučaj ..	60
Tablica 4.5 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za treći slučaj ...	63
Tablica 4.6 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za četvrti slučaj	64
Tablica 4.7 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za peti slučaj.....	67
Tablica 4.8 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za šesti slučaj ...	71
Tablica 5.1 Osnovne značajke Pixhawk 1 FC-a.....	83

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis oznake
$\Gamma^I$	Vektor pozicije kvadkoptera izražen u inercijskom koordinatnom sustavu
$\Theta^I$	Vektor orijentacije kvadkoptera izraženu inercijskom koordinatnom sustavu
$\phi$	Kut poniranja
$\psi$	Kut skretanja
$\theta$	Kut valjanja
$\mathbf{R}(\psi, z)$	Matrica rotacije oko $z$ osi
$\mathbf{R}(\theta, y_1)$	Matrica rotacije oko $y_1$ osi
$\mathbf{R}(\phi, x_2)$	Matrica rotacije oko $x_2$ osi
$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)$	Matrica transformacije iz nepomičnog koordinatnog sustava u koordinatni sustav tijela
$\mathbf{v}^B$	Vektor linearnih brzina definiran u koordinatnom sustavu tijela
$\boldsymbol{\omega}^B$	Vektor kutnih brzina definiran u koordinatnom sustavu tijela
$\dot{\Gamma}^I$	Vektor linearnih brzina definiran u nepomičnom koordinatnom sustavu
$\dot{\Theta}^I$	Vektor kutnih brzina definiran u nepomičnom koordinatnom sustavu
$\mathbf{T}(\phi, \theta, \psi)$	Matrica transformacije kutnih brzina iz nepomičnog koordinatnog sustava tijela u koordinatni sustav tijela
$\mathbf{p}$	Vektora momenta količine gibanja
$m$	Masa kvadkoptera
$\mathbf{a}_{cm}$	vektor linearnih akceleracija izražen u inercijskom koordinatnom sustavu
$\mathbf{v}_{cm}$	vektor brzina centra mase krutog tijela izražen u inercijskom koordinatnom sustavu
$\mathbf{F}^I$	vektor sume vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo izražen u inercijskom koordinatnom sustavu
$\mathbf{F}^B$	vektor sume vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo izražen u koordinatnom sustavu tijela
$\mathbf{H}$	Vektor kutne količine gibanja
$\mathbf{M}^I$	Vektor sume momenata oko neke točke tijela izražen u inercijskom koordinatnom sustavu
$\mathbf{r}$	Vektor udaljenosti točke rotacije od težišta mase krutog tijela
$\mathbf{I}$	matrica inercija

$I_{xx}$	Moment inercije oko $x_B$ osi
$I_{yy}$	Moment inercije oko $y_B$ osi
$I_{zz}$	Moment inercije oko $z_B$ osi
$\mathbf{M}^B$	Vektor sume svih momenata koji djeluju na tijelo s obzirom na koordinatni sustav tijela
$\mathbf{G}^I$	vektor gravitacijske sile s obzirom na inercijski koordinatni sustav
$\mathbf{G}^B$	vektor gravitacijske sile s obzirom na inercijski koordinatni sustav na sljedeći način
$\mathbf{f}^B$	Vektor pogonskih sila definiran s obzirom na koordinatni sustav tijela
$\boldsymbol{\tau}^B$	Vektor momenata pogonskog sustava definiran s obzirom na koordinatni sustav tijela
$\mathbf{d}_f$	Vektor sila vanjskih poremećaja
$\mathbf{d}_\tau$	Vektor momenata vanjskih poremećaja
$\mathbf{M}_B$	matrica inercije sustava
$\mathbf{C}_B(\mathbf{v})$	Matrica centripetalnih i Coriolisovih sila
$\mathbf{u}^B$	Upravljački vektor izražen u koordinatnom sustavu tijela
$F_{Ri}$	sila potiska $i$ -tog rotora
$k_{Fi}$	Faktor sile potiska
$\omega_i$	Kutna brzina $i$ -tog rotora
$C_{Ti}$	koeficijent potiska propelera
$\rho$	gustoća zraka
$A_i$	površina diska propelera
$r_i$	radijus propelera
$\tau_{Ri}$	Moment otpora $i$ -tog rotora
$k_{\tau i}$	faktor momenta otpora $i$ -tog rotora
$C_{Pi}$	Koeficijent snage propelera
$F_z$	Ukupna sila potiska u težištu kvadkoptera
$M_x$	moment oko $x_B$
$M_y$	Moment oko $y_B$ osi
$M_z$	Moment oko $z_B$ osi

$\Omega^B$	upravljačka alokacijska matrica za „X“ konfiguraciju kvadkoptera
$g$	gravitacijska sila
$K_P$	konstanta proporcionalnog (P) djelovanja
$K_D$	konstanta derivativnog (D) djelovanja
$K_I$	konstanta integralnog (I) djelovanja
$u(t)$	upravljačka varijabla
$e(t)$	regulacijska pogreška
$d_{ext}(t)$	nepoznati vanjski poremećaj
$f(y, \dot{y}, t)$	nepoznata dinamika sustava
$b(y, \dot{y}, t)$	koeficijent propulzije sustava
$d(t)$	totalni ili ukupni poremećaj
$\hat{d}(t)$	estimacija totalnog ili ukupnog poremećaja
$\bar{k}$	Podesivi parametar ADRC upravljačkog algoritma
$d_i$	Ukupni ili totalni poremećaj podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\bar{k}_i$	Podesivi parametar ADRC upravljačkog algoritma za podsustav $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$u_i$	upravljačka varijabla podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\tilde{z}$	Pogreška odstupanja pozicije $z$
$z_d$	Referentna trajektorija pozicije $z$
$u_{ii}$	Pomoćna upravljačka varijabla podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$d_{ii}(t)$	Ukupni ili totalni poremećaj podsustava $i$ koji obuhvaća i nepoznatu referentnu trajektoriju, pri čemu je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{z}$	Vektor varijabli stanja podsustava 1
$\mathbf{A}_{si}$	Matrica koeficijenata podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{B}_{s1}$	Matrica ulaza podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{C}_{s1}$	Matrica izlaza podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\hat{d}_{ii}(t)$	Estimacija totalnog ili ukupnog poremećaja podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{K}_i$	Matrica pojačanja ADRC regulatora podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\tilde{d}_{11}(t)$	Pogreška estimacija totalnog ili ukupnog poremećaja podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$

$\lambda_i$	Željeni pol podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{z}_o$	Prošireni vektor varijabli stanja podsustava 1
$\mathbf{A}_{o1}$	Matrica koeficijenata proširenog observera stanja podsustava $i$ , gdje je $i = 1 \dots 4$
$\mathbf{B}_{o1}$	Matrica ulaza proširenog observera stanja podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\mathbf{C}_{o1}$	Matrica izlaza proširenog observera stanja podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\hat{\mathbf{z}}_o$	Prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 1
$\mathbf{e}_z$	Vektor pogreške estimacije podsustava 1
$\mathbf{L}_i$	Matrica pojačanja proširenog observera stanja podsustava $i$ gdje je $i = 1 \dots 4$
$\bar{\lambda}_i$	Željeni pol proširenog observera stanja podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\tilde{y}$	Pogreška odstupanja pozicije $y$
$y_d$	Referentna trajektorija pozicije $y$
$\mathbf{y}$	Vektor varijabli stanja podsustava 2
$\mathbf{y}_o$	Prošireni vektor varijabli stanja podsustava 2
$\hat{\mathbf{y}}_o$	Prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 2
$\mathbf{e}_y$	Vektor pogreške estimacije podsustava 2
$\tilde{x}$	Pogreška odstupanja pozicije $x$
$x_d$	Referentna trajektorija pozicije $x$
$\mathbf{x}$	Vektor varijabli stanja podsustava 3
$\mathbf{x}_o$	Prošireni vektor varijabli stanja podsustava 3
$\hat{\mathbf{y}}_o$	Prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 3
$\mathbf{e}_x$	Vektor pogreške estimacije podsustava 3
$\tilde{\psi}$	Pogreška odstupanja kuta zakreta $\psi$
$\psi_d$	Referentna trajektorija kuta zakreta $\psi$
$\boldsymbol{\psi}$	Vektor varijabli stanja podsustava 4
$\boldsymbol{\psi}_o$	Prošireni vektor varijabli stanja podsustava 4
$\hat{\boldsymbol{\psi}}_o$	Prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 4
$\mathbf{e}_\psi$	Vektor pogreške estimacije podsustava 4

---

$n_o$	Red podsustava $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\tau$	Vremenska konstanta <i>smoothing filtera</i>
$\omega_{\max}$	Maksimalna kutna brzina vrtnje rotora $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$F_{Ri\_max}$	Maksimalna sila potiska rotora $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$\tau_{Ri\_max}$	Maksimalni reaktivni moment rotora $i$ , gdje je $i = 1, \dots, 4$
$u_{bat\_max}$	Maksimalni napon baterije

---

**SAŽETAK**

U ovome je radu predloženo upravljanje kvadkopterom primjenom aktivne kompenzacije poremećaja (ADRC) zasnovane na proširenom observeru stanja (ESO). Efikasnost i performanse regulacije kvadkoptera primjenom predloženog upravljačkog algoritma ispitane su u simulacijama na računalu, u kojima je predloženi upravljački algoritam kvadkoptera testiran na primjeru slijeđenja proizvoljne referentne trajektorije u uvjetima prisutnih nepoznatih, vremenski promjenjivih, vanjskih poremećaja. Nadalje, u sklopu ovoga rada izveden je matematički model kvadkoptera koji se koristi za simuliranje sustava, ali i kod sinteze ADRC regulatora i proširenog observera stanja, uvođenjem određenih pojednostavnjenja. Nakon sinteze, napravljena je računalna simulacija leta kvadkoptera s ciljem evaluiranja i prikaza performansi regulacije izvedenog ADRC upravljačkog algoritma s proširenim observerom stanja. U simulacijama je predloženi upravljački algoritam testiran u različitim situacijama u kojima se kvadkopter može naći tijekom leta. Nadalje, za potrebe testiranja performansi regulacije na realnom sustavu, u sklopu ovoga rada izrađen je fizički model kvadkoptera koji ima implementiran Pixhawk 1 kontroler leta otvorenog koda, na kojega je moguće implementirati vlastiti programski kod i upravljački algoritam.

**Ključne riječi:** kvadkopter, robusno upravljanje, kinematika i dinamika krutog tijela, aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja, prošireni observer stanja



---

**SUMMARY**

In this thesis, an active disturbance rejection control (ADRC) of a quadrotor, based on extended state observer (ESO), is proposed. The effectiveness and performances of the proposed control algorithm are tested on a computer simulation example of a quadrotor that is tracking a reference trajectory under the influence of unknown, time-varying and external disturbances. Furthermore, as part of this thesis, a mathematical model of a quadrotor is also derived. This derived mathematical model, is used for system simulation, but also in the synthesis of an ADRC controller and extended state observer. After synthesis, the computer simulation was made and used for numerical evaluation and performance representation of derived control law. Thus, the proposed control algorithm was simulated in various situations in which quadrotor can be found during the flight. For the purpose of regulation performance testing on a real system, as part of this thesis, a physical model of a quadrotor is made. This physical model has an implemented Pixhawk 1 open source flight controller, on which it is possible to implement its own program code and control algorithm.

**Keywords:** quadrotor, robust control, kinematics and dynamics of a rigid body, active disturbance rejection control (ADRC), extended state observer (ESO)

## 1. UVOD

### 1.1. Motivacija

Bespilotne letjelice (eng. *Unmanned Aerial Vehicle, UAV*), poznatije pod nazivom dronovi, u današnje su vrijeme predmet brojnih istraživanja te doživljavaju sve veću primjenu u brojnim područjima ljudskih djelatnosti. Naime, glavna karakteristika ovih letjelica, kao što im samo ime govori, jest u tome da imaju mogućnost leta bez pilota. To znači da je njihov let upravljani računalom, odnosno kontrolerom koji, ovisno o vrsti i stupnju autonomnosti, može biti potpuno autonoman ili može upravljačke naredbe primati daljinskim putem, preko daljinskog upravljača, mobitela ili PC-a. Ovisno o vrsti izvedbe, bespilotne letjelice dijele se u tri glavne skupine – letjelice s fiksnim krilima (eng. *fixed-wing aircraft*), helikoptere i multikoptere.

Letjelice s fiksnim krilima (Slika 1. - lijevo) svojom konstrukcijom podsjećaju na konvencionalni avion, odnosno imaju fiksna krila i njihov propulzijski sustav generira potisak prema naprijed, što znači da nemaju mogućnost vertikalnog uzlijetanja i slijetanja. Nadalje, u odnosu na konvencionalne helikoptere, prednost ovih letjelica jest u tome što mogu nositi veći teret i letjeti na veće udaljenosti pri čemu troše manje energije. Nasuprot tome, nedostaci ovih letjelica su u tome što imaju slabije manevarske sposobnosti te je potrebna pista za slijetanje i uzlijetanje. S druge strane, bespilotni helikopteri, zbog svoje izvedbe i položaja rotora (Slika 1. – sredina), imaju mogućnost vertikalnog uzlijetanja i slijetanja, no troše više energije i imaju složeniju strukturu, pa su samim time i troškovi održavanja veći. Treću skupinu dronova čine multikopteri (Slika 1. – desno), koji se zapravo smatraju vrstom helikoptera, no za razliku od njih imaju najmanje tri rotora i drugačiju konstrukciju što ih čini zasebnom vrstom bespilotnih letjelica. Budući da je u središtu ovog rada upravljanje i regulacija kvadrokoptera, u radu se stavlja naglasak na multikoptere, kao vrstu bespilotnih letjelica.



**Slika 1.1 Podjela bespilotnih letjelica – letjelice s fiksnim krilima (lijevo), helikopteri (sredina) i multirotori (desno)**

Ako se pogleda unatrag, sve do 2000. godine, bespilotne letjelice bile su izuzetno kompleksni sustavi koji su se primjenjivali pretežito u vojne svrhe. No, razvojem elektronike, posebice procesora i senzora te smanjenjem dimenzija samih komponenti, kao i razvojem baterija odnosno povećanjem omjera kapaciteta i mase baterije, događa se veliki napredak u razvoju dronova. Zbog toga dronovi, posebice multikopteri, u današnje vrijeme nalaze primjenu u širokom spektru ljudskih aktivnosti. Tako nalaze primjenu u filmskoj industriji, gdje se koriste za fotografiju i snimanje. Zatim, česta je primjena dronova u poljoprivredi za nadzor i kontrolu poljoprivrednih površina. No, isto tako sve je češća primjena dronova u interakciji s ljudima za snimanje ljudskih aktivnosti ili sporta, gdje se dronovi koriste za praćenje i prikupljanje podataka u realnom vremenu. Također, neke od primjena jesu praćenje kretanja životinjskih vrsta, dostava paketa, ali isto tako u slučaju prirodnih katastrofa za nadzor oštećenog područja i za eventualan pronalazak žrtava kako bi se spasili ljudski životi. Zbog svih ovih razloga dronovi su od iznimnog interesa brojnim istraživačima, te se marljivo radi na poboljšanju algoritama za upravljanje letom, kako bi se postigle što bolje performanse regulacije te osigurao potpuno autonoman let bez nadzora čovjeka.

## 1.2. Tema i struktura rada

Budući da je upravljanje autonomnim letjelicama nepoznate dinamike, s djelomično mjerljivim varijablama stanja, u prisustvu vanjskih poremećaja, još uvijek velik izazov suvremene teorije upravljanja, ovaj rad se bavi upravo ovom tematikom. Odnosno tema ovog rada jest razvoj, implementacija i testiranje upravljačkog algoritma, na sustavu kvadrokoptera, koji se temelji na aktivnoj kompenzaciji poremećaja zasnovanoj na proširenom observeru stanja. Predloženi upravljački algoritam u literaturi je poznatiji pod skraćenim nazivom - ADRC upravljački algoritam, koji je nastao iz naziva za ovaj algoritam na engleskom jeziku (eng. *Active Disturbance Rejection Control*). Nadalje, cilj koji se javlja pri razvoju dronova pa tako i multikoptera, u današnje vrijeme, jest razviti upravljački algoritam koji bi osigurao potpuno autonoman let. Da bi to bilo moguće ostvariti, potreban je upravljački algoritam koji ima svojstvo robusnosti, odnosno koji može kompenzirati nepoznate, vremenski promjenjive, vanjske poremećaje i koji nije osjetljiv na netočnosti dinamičkog modela i na nemodeliranu dinamiku. Dakle, može se zaključiti da dosad najčešće korišten - PID upravljački algoritam, kod sustava multikoptera ne može osigurati ove zahtjeve, budući da nije robusan na nepoznate, vremenski promjenjive, vanjske poremećaje. Stoga je u ovome radu predložen ADRC upravljački algoritam temeljen na proširenom observeru stanja čije su performanse regulacije

testirane u računalnim simulacijama na primjeru slijeđenja proizvoljne referentne trajektorije. Dakle, može se zaključiti da je cilj u ovome radu implementirati predloženi upravljački algoritam na sustav kvadkoptera i testirati ga u računalnim simulacijama, a kasnije, u daljnim fazama istraživanja i na realnom sustavu. Zbog toga je, također u sklopu ovoga rada, izrađen fizički model kvadkoptera.

Dakle, prvi korak u razvoju upravljačkog algoritma jest poznavanje dinamike sustava kojim se želi upravljati. Stoga je najprije, u drugom poglavlju, izveden matematički model kvadkoptera koji se koristi za sintezu regulatora i observera te za simuliranje sustava unutar računalne simulacije. Odnosno, drugo poglavlje obrađuje kinematiku i dinamiku krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja, jer se upravo kvadkoopter može pojednostavljeno promatrati kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode gibanja u kinematičkom i dinamičkom pogledu. Nadalje, u trećem je poglavlju provedena sinteza ADRC regulatora i proširenog observera stanja proizvoljnog reda. Nakon toga, u četvrtom poglavlju prikazani su rezultati provedenih računalnih simulacija s ciljem prikaza performansi regulacije predloženog upravljačkog algoritma. U simulacijama je predloženi upravljački algoritam testiran na primjeru slijeđenja proizvoljne referentne trajektorije u različitim situacijama i uvjetima u kojima se kvadkoopter može naći tijekom leta. Tako je najprije provedena simulacija u uvjetima bez prisutnih vanjskih poremećaja, a kasnije uz djelovanje nepoznatih, vremenski promjenjivih, vanjskih poremećaja. Isto tako, ADRC upravljački algoritam, testiran je i u situaciji kada tijekom leta kvadkoptera dođe do oštećenja propelera. Nadalje, u petom, posljednjem poglavlju, za potrebe implementiranja predloženog upravljačkog algoritma na realni sustav, napravljen je fizički model kvadkoptera na kojega je implementiran Pixhawk 1 kontroler leta, otvorenog koda, na kojega je moguće implementirati vlastiti programski kod i upravljački algoritam. No, postupak implementacije upravljačkog algoritma na realni sustav kvadkoptera, nije obrađen u sklopu ovoga rada, ali svakako se planira u daljnjim fazama ovog istraživanja.

## 2. MATEMATIČKI MODEL KVADKOPTERA

Matematički model osnova je za provođenje i ispitivanje performansa regulacije svakog sustava, jer svojim matematičkim izrazima opisuje ponašanje sustava u realnosti. Stoga je u ovom poglavlju prikazan izvod jednadžbi koje opisuju gibanje kvadkoptera. Budući da se gibanje kvadkoptera može izjednačiti sa općenitim slučajem gibanja krutog tijela u trodimenzionalnom prostoru sa šest stupnjeva slobode gibanja, izvedene su diferencijalne jednadžbe koje opisuju takvo gibanje krutog tijela. Nadalje, u ovome se radu matematički model koristi za projektiranje ADRC regulatora i proširenog observera stanja te za izradu simulacije koja služi za ispitivanje razvijenog upravljačkog algoritma, odnosno za ispitivanje performansi regulacije. Dakle, javljaju se dva zahtjeva na matematički model, a to su zahtjev da što vjernije opisuje realni sustav kvadkoptera te da ne bude previše kompleksan, jer to sa sobom povlači i kompleksnost upravljačkog algoritma. Stoga je najprije izveden matematički model kojeg sačinjava šest nelinearnih diferencijalnih jednadžbi koje vjerno opisuju gibanje krutog tijela, odnosno kvadkoptera u trodimenzionalnom prostoru. Zbog svoje nelinearnosti ove jednadžbe nisu pogodne za razvoj upravljačkog algoritma, jer bi to podrazumijevalo znatno veću kompleksnost algoritma, što se želi izbjeći. No, budući da vjerno opisuju realni sustav, koriste se za izradu simulacije i ispitivanje performansa regulacije. Za projektiranje upravljačkog algoritma potrebno je provesti postupak simplifikacije matematičkog modela kako bi se dobile linearne diferencijalne jednadžbe koje dovoljno vjerno opisuju realni sustav, a nisu toliko kompleksne kao one nelinearne te su zbog toga pogodnije za projektiranje algoritma, odnosno za sintezu regulatora i observera stanja.

Postupak izvođenja matematičkog modela sastoji se od dvije faze, a to je pogled na kruto tijelo iz kinematičke i dinamičke perspektive o čemu više slijedi u idućim potpoglavljima.

### 2.1. Kinematika kvadkoptera

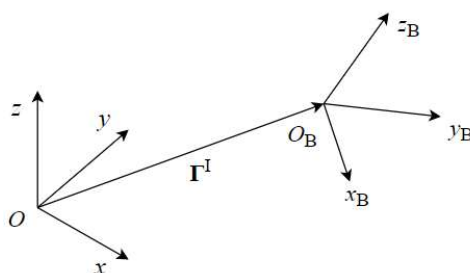
Kinematika je grana mehanike koja proučava gibanje tijela, ali ne i uzrok zbog kojeg se tijelo giba. Dakle, kinematika nastoji odrediti položaj, brzinu i ubrzanje nekog tijela u odnosu na neki proizvoljno određeni koordinatni sustav [1]. Položaj, brzinu i akceleraciju kvadkoptera u prostoru potrebno je poznavati, jer se njima želi upravljati, odnosno glavna zadaća upravljačkog algoritma jest da osigura željenu referentnu poziciju i brzinu, odnosno da slijedi neku unaprijed zadanu referentnu trajektoriju. Budući da je kvadkopter opremljen sa senzorima koji mjere linearnu i kutnu akceleraciju te poziciju i orijentaciju, ove veličine su poznate s

obzirom na koordinatni sustav koji je kruto vezan za kvadkopter (osim pozicije koja je definirana u koordinatnom sustavu vezanom uz zemlju). No, za potrebe projektiranja upravljačkog algoritma potrebno je poznavati te veličine izražene u nekom nepomičnom koordinatnom sustavu koji je vezan za zemlju. Drugim riječima, potrebno je pronaći vezu, odnosno funkciju koja će preslikavati orijentaciju, brzinu i akceleraciju iz jednog koordinatnog sustava u drugi i obratno. Stoga, potrebno je najprije definirati referentne koordinatne sustave s obzirom na koje se promatraju pozicija, brzina i akceleracija te ostale kinematičke veličine. No, prije toga uvode se određene pretpostavke koje su zadovoljene samom izvedbom kvadkoptera a to su [2]:

- **Pretpostavka 1:** Kvadkopter je kruto tijelo, što znači da tijekom gibanja ne dolazi do elastične i plastične deformacije.
- **Pretpostavka 2:** Osi koordinatnog sustava tijela podudaraju se s glavnim osima inercije tijela.
- **Pretpostavka 3:** Težište kvadkoptera se podudara sa centrom djelovanja gravitacijske sile (eng. *Center of Gravity*) ili skraćeno CoG.

### 2.1.1. Referentni koordinatni sustavi

Odabrana su dva referentna desnokretna Kartezijeva koordinatna sustava s obzirom na koje se definiraju kinematičke i dinamičke veličine. Ovi sustavi definirani su prema konvenciji istok, sjever, gore (eng. *East, North, Up*) odnosno skraćeno ENU. To je jedna od dvije konvencije koje se koriste za definiranje pozicije i orijentacije letjelica i ostalih mobilnih robota. Druga je sjever, istok, dolje (eng. *North, East, Down*) odnosno skraćeno NED. U daljnjem tekstu za nepomični koordinatni sustav vezan uz zemlju ( $O, x, y, z$ ) koristi se naziv inercijski koordinatni sustav ili inercijski referentni okvir, dok se za koordinatni sustav čvrsto vezan uz tijelo ( $O_B, x_B, y_B, z_B$ ) koristi naziv referentni koordinatni sustav tijela ili referentni okvir tijela (kvadkoptera).



Slika 2.1 Referentni koordinatni sustavi kvadkoptera

Budući da je referentni koordinatni sustav tijela čvrsto vezan uz tijelo te je smješten u centar gravitacije, odnosno u težište tijela, gibanje kvadrokoptera moguće je opisati kao kombinaciju translacije ishodišta koordinatnog sustava vezanog uz tijelo te rotacije oko pojedinih osi koordinatnog sustava tijela u odnosu na inercijski koordinatni sustav. Dakle, cjelokupni opis gibanja kvadrokoptera, odnosno općenito krutog tijela svodi se na opis gibanja referentnog koordinatnog sustava veznog uz to tijelo.

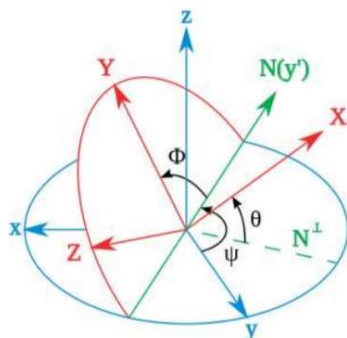
Stoga, potrebno je definirati vektor pozicije kvadrokoptera  $\Gamma^I$  kojeg zapravo čine koordinate ishodišta koordinatnog sustava tijela izražene u inercijskom koordinatnom sustavu:

$$\Gamma^I = [x \quad y \quad z]^T \quad (2.1)$$

Budući da je, osim pozicije, potrebno poznavati i orijentaciju tijela, kako bi položaj tijela u prostoru bio potpuno poznat, definiira se vektor orijentacije kojeg čine tri Eulerova kuta. Ovi su kutovi dobili ime prema poznatom matematičaru i fizičaru Leonhardu Euleru koji je dokazao da se svaki pomak jednog referentnog koordinatnog sustava u odnosu na neki drugi može opisati jednom jednostavnom rotacijom oko nekog pravca (osi) [3], [4]. Ovaj dokaz poznat je kao Eulerov teorem, zahvaljujući kojem, svaka se orijentacija tijela u prostoru, može prikazati kao kombinacija tri jednostavne rotacije oko poznatih koordinatnih osi, pri čemu se redosljed rotacija proizvoljno odabire. U ovome radu odabran je redosljed „skretanje – poniranje – valjanje“ (eng. *yaw-pitch-roll*). Vektor orijentacije referentnog okvira tijela u odnosu na inercijski okvir izgleda ovako:

$$\Theta^I = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (2.2)$$

gdje su  $\phi$ ,  $\theta$  i  $\psi$  tri Eulerova kuta koji označavaju rotacije oko pojedinih osi kao što je prikazano na slici 2.2.

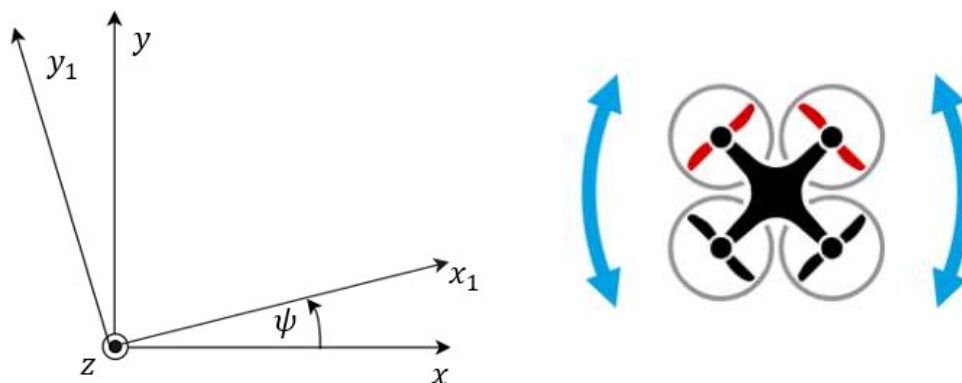


Slika 2.2 Eulerovi kutovi

### 2.1.2. Matrica transformacije

Budući de je cilj pronaći vezu između inercijskog koordinatnog sustava i koordinatnog sustava veznog uz tijelo kako bi se mogle izraziti kinematičke i dinamičke veličine u oba koordinatna sustava u nastavku je prikazan izvod rotacijske matrice  $\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)$  koja omogućava transformaciju vektora iz jednog koordinatnog sustava u drugi. Budući da je odabran redosljed rotacija „skretanje – poniranje – valjanje“ tim redom prikazane su jednostavne rotacije iz kojih se onda izvodi rotacijska matrica ili matrica transformacije.

Prva po redu jest rotacija oko  $z$  osi za kut  $\psi$  koji se još naziva i kut skretanja (eng. *yaw angle*), a prikazana je na slici 2.3.



Slika 2.3 Rotacija oko osi  $z$  za kut  $\psi$

Koordinate neke točke definirane u pomoćnom koordinatnom sustavu  $(O_1, x_1, y_1, z_1)$  prikazanom na slici 2.3 moguće je izraziti pomoću koordinatnog sustava  $(O, x, y, z)$  koristeći matricu rotacije  $\mathbf{R}(\psi, z)$  oko  $z$  osi na sljedeći način:

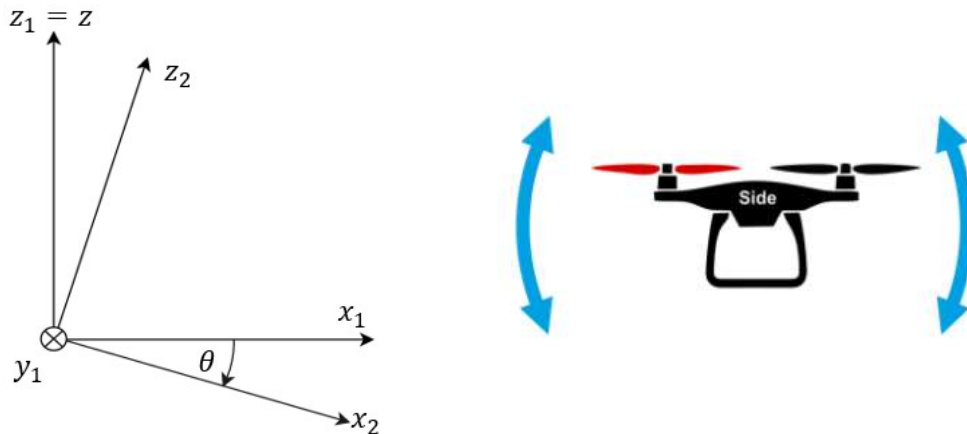
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(\psi, z)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

gdje su  $c_\psi = \cos(\psi)$  i  $s_\psi = \sin(\psi)$ .

U nastavku će se također koristiti skraćeni izrazi za trigonometrijske funkcije sinus, kosinus i tangens kako je to prikazano sljedećim izrazima:  $c_i = \cos(i)$ ,  $s_i = \sin(i)$  i  $t_i = \tan(i)$ .



Iduća rotacija koja slijedi jest rotacija oko pomoćne osi  $y_1$  za kut  $\theta$  prikazana na slici 2.4. Ova se rotacija u literaturi često naziva poniranje, a kut  $\theta$  se onda naziva kut poniranja (eng. *pitch angle*).

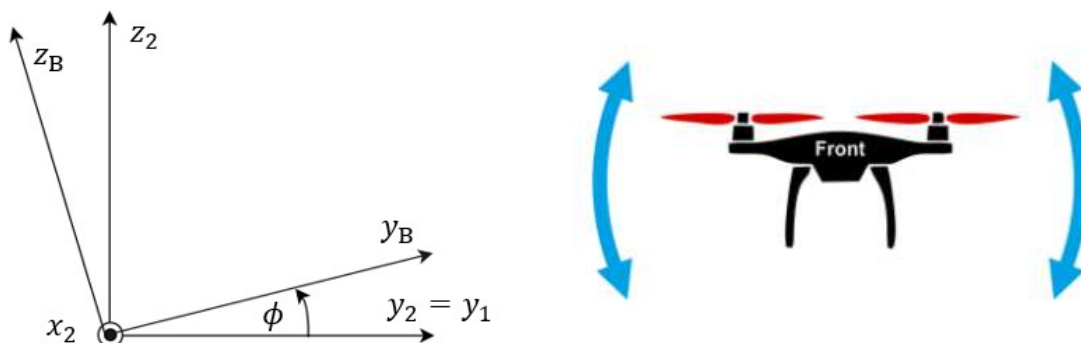


Slika 2.4 Rotacija oko osi  $y_1$  za kut  $\theta$

Transformaciju koordinata iz pomoćnog koordinatnog sustava  $(O_1, x_1, y_1, z_1)$  u pomoćni koordinatni sustav  $(O_2, x_2, y_2, z_2)$  može se izvesti pomoću matrice rotacije  $\mathbf{R}(\theta, y_1)$  slično kao i kod prethodne rotacije na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(\theta, y_1)} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

Posljednja, treća rotacija jest rotacija oko  $x_2$  osi za kut  $\Phi$  koji se u literaturi često naziva kut valjanja (eng. *roll angle*). Ova je rotacija prikazana na slici 2.5.



Slika 2.5 Rotacija oko  $x_2$  osi za kut  $\Phi$

Transformaciju koordinata iz koordinatnog sustava  $(O_2, x_2, y_2, z_2)$  u koordinatni sustav tijela  $(O_B, x_B, y_B, z_B)$  može se izvesti pomoću matrice rotacije  $\mathbf{R}(\Phi, x_2)$  slično kao i kod prethodne dvije rotacije na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(\Phi, x_2)} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

Sada kada su izvedene matrice rotacije za svaku jednostavnu rotaciju, može se izvesti matrica rotacije pomoću koje se može opisati svaka složena rotacija.

Matrični izrazi (2.3), (2.4) i (2.5) mogu se zapisati na sljedeći način:

$$\Gamma_1 = \mathbf{R}(\psi, z)\Gamma^I, \quad (2.6)$$

$$\Gamma_2 = \mathbf{R}(\theta, y_1)\Gamma_1, \quad (2.7)$$

$$\Gamma^B = \mathbf{R}(\Phi, x_2)\Gamma_2. \quad (2.8)$$

Ako se sada uvrsti redom izraz (2.6) u (2.7) i zatim dobiveni izraz u (2.8) dobije se:

$$\Gamma^B = \mathbf{R}(\Phi, x_2)\mathbf{R}(\theta, y_1)\mathbf{R}(\psi, z)\Gamma^I = \mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)\Gamma^I, \quad (2.9)$$

gdje je

$$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\phi & c_\theta c_\psi & -s_\theta \\ (-c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi) & (c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi) & s_\phi s_\theta \\ (s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi) & (-s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi) & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

matrica transformacije iz nepomičnog koordinatnog sustava u koordinatni sustav tijela.

Pomoću izvedene matrice transformacije moguće je bilo koju točku ili vektor prevesti iz nepomičnog koordinatnog sustava u koordinatni sustav tijela i obratno. Stoga će u idućem

potpoglavlju biti prikazan postupak transformacije vektora linearnih brzina i akceleracija između dvaju referentnih koordinatnih sustava pomoću matrice transformacije i njenog inverza. Međutim, pomoću ove matrice nije moguće izravno provesti transformaciju kutnih brzina i akceleracija, nego je taj postupak malo drugačiji i biti će također prikazan u idućem potpoglavlju. No, prije nego što se prijeđe na transformaciju kinematičkih veličina, potrebno je još odrediti inverz matrice transformacije, kako bi se kinematičke veličine također mogle prebacivati iz koordinatnog sustava tijela u nepomični koordinatni sustav. Budući da je matrica transformacije ortogonalna, njen inverz dobije se operacijom transponiranja:

$$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)^{-1} = \mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)^T \quad (2.11)$$

### 2.1.3. Brzine i akceleracija kvadrokoptera

Budući da je potrebno prebacivati vektore kinematičkih veličina, kao što su vektori kutnih i linearnih brzina i akceleracija, iz jednog referentnog koordinatnog sustava u drugi i obratno u ovom potpoglavlju prikazan je način kako se to provodi.

Dakle, potrebno je najprije definirati vektore kinematičkih veličina, pa tako imamo:

- Vektor linearnih brzina definiran u koordinatnom sustavu tijela:

$$\mathbf{v}^B = [u \quad v \quad w]^T. \quad (2.12)$$

- Vektor kutnih brzina definiran u koordinatnom sustavu tijela:

$$\boldsymbol{\omega}^B = [p \quad q \quad r]^T. \quad (2.13)$$

- Vektor linearnih brzina definiran u nepomičnom koordinatnom sustavu:

$$\mathbf{\Gamma}^I = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T. \quad (2.14)$$

- Vektor kutnih brzina definiran u nepomičnom koordinatnom sustavu:

$$\dot{\Theta}^I = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T. \quad (2.15)$$

Vežu između vektora linearnih brzina (2.12) i (2.14) moguće je izraziti pomoću rotacijske matrice na način prikazan sljedećim izrazom:

$$\dot{\Gamma}^I = \mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)^{-1} \mathbf{v}^B. \quad (2.16)$$

Vežu između kutnih brzina nije moguće izraziti pomoću matrice transformacije zbog toga što je vektor kutnih brzina pogodnije prikazati kao zbroj jednostavnih kutnih brzina oko koordinatnih osi koje ne čine isti koordinatni sustav, nego pripadaju različitim koordinatnim sustavima. Odnosno, vektor kutnih brzina sastoji se od vremenske promjene kuta skretanja ( $\psi$ ) oko  $z$  osi, zatim vremenske promjene kuta poniranja ( $\theta$ ) oko  $y_1$  osi te vremenske promjene kuta valjanja ( $\phi$ ) oko  $x_B$  osi. Dakle, vektor kutnih brzina izražen u koordinatnom sustavu tijela izgleda ovako:

$$\omega^B = \dot{\phi} x_B + \dot{\theta} y_1 + \dot{\psi} z \quad (2.17)$$

Vektori smjera  $z$ ,  $y_1$  i  $x_B$  u izrazu (2.17) mogu se pomoću matrica rotacije prebaciti u koordinatni sustav tijela te se dobije sljedeći izraz:

$$\omega^B = x_B \dot{\phi} + (c_\theta y_B - s_\phi z_B) \dot{\theta} + (-s_\theta x_B + s_\phi c_\theta y_B + c_\phi c_\theta z_B) \dot{\psi} \quad (2.18)$$

Izraz (2.18) može se matricno zapisati na sljedeći način:

$$\omega^B = \mathbf{T}(\phi, \theta, \psi) \dot{\Theta}^I \quad (2.19)$$

gdje je

$$\mathbf{T}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

matrica transformacije kutnih brzina iz nepomičnog koordinatnog sustava tijela u koordinatni sustav tijela.

Budući da je važno znati i obrnutu transformaciju, potrebno je izvesti inverznu matricu transformacije kutnih brzina koja izgleda ovako:

$$\mathbf{T}^{-1}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & t_\theta s_\phi & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & \frac{s_\phi}{c_\theta} & \frac{c_\phi}{c_\theta} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Sada se može provesti i obrnuta transformacija iz koordinatnog sustava tijela u nepomični (inercijski) koordinatni sustav kako je to prikazano idućim izrazom:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}^I = \mathbf{T}^{-1}(\phi, \theta, \psi) \boldsymbol{\omega}^B \quad (2.22)$$

Izrazima (2.16) i (2.22) određena je cjelokupna kinematika gibanja krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja, stoga, idući korak je analiza uzroka tih gibanja, odnosno izvod dinamičkih jednadžbi gibanja što je prikazano u idućem poglavlju.

## 2.2. Dinamika kvadrokoptera

Dinamika je, kao i kinematika, grana mehanike koja proučava uzroke gibanja, odnosno bavi se proučavanjem djelovanja sila i momenata. Stoga ovo poglavlje donosi izvod jednadžbi koje opisuju gibanje krutog tijela sa šest stupnjeva slobode. Budući da se prema pretpostavci 1 kvadrokopter smatra krutim tijelom, ovim se jednadžbama opisuje gibanje kvadrokoptera što je i cilj ovog poglavlja. Izvod jednadžbi gibanja može se izvršiti na dva načina, od kojih se jedan način temelji na energetsom pristupu, odnosno na Euler – Lagrangeovoj metodi, a drugi način, koji je prikazan u ovome radu, temelji se na Newton – Eulerovoj metodi.

Prije nego li se krene s izvodom jednadžbi gibanja krutog tijela, potrebno je spomenuti osnovnu kinematičku jednadžbu (eng. *basic kinematic equation*) ili skraćeno BKE, koja se koristi za izvod jednadžbi gibanja, a prikazana je sljedećim izrazom:

$$\frac{D\mathbf{Q}}{Dt} = \frac{d\mathbf{Q}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}, \quad (2.23)$$

gdje je  $\mathbf{Q}$  neki proizvoljni vektor,  $\frac{D\mathbf{Q}}{Dt}$  jest vremenska promjena vektora  $\mathbf{Q}$  promatrana s obzirom na neki proizvoljni koordinatni sustav, u ovom slučaju odabire se nepomični (inercijski) koordinatni sustav. Nadalje,  $\frac{d\mathbf{Q}}{dt}$  jest vremenska promjena vektora  $\mathbf{Q}$  promatrana u nekom drugom referentnom koordinatnom sustavu (odabire se pomični koordinatni sustav tijela), a  $\boldsymbol{\omega}$  jest brzina promjene kuta rotacije pomičnog koordinatnog sustava u odnosu na nepomični (inercijski) koordinatni sustav [3]. Dakle, pomoću BKE jednadžbe mogu se transformirati vremenske promjene vektora iz jednog koordinatnog sustava u neki drugi koordinatni sustav.

### 2.2.1. Jednadžbe gibanja krutog tijela

Gibanje krutog tijela može se rastaviti na dva osnovna gibanja, a to su translacijsko i rotacijsko gibanje. Stoga, najprije se izvodi jednadžba translacijskog gibanja koja proizlazi iz prvog Eulerovog zakona za kruto tijelo, a koji se zapravo temelji na drugom Newtonovom zakonu. Dakle, prvi Eulerov zakon govori da je suma svih vanjskih sila definiranih s obzirom na nepomični inercijski koordinatni sustav, koje djeluju na kruto tijelo, jednaka vremenskoj promjeni vektora momenta količine gibanja  $\mathbf{p}$ , odnosno umnošku mase tijela i akceleracije

centra mase tog tijela [3]. Ako se ovaj zakon zapiše matematičkim jezikom jednadžba translacijskog gibanja izražena u inercijskom koordinatnom sustavu glasi:

$$\mathbf{F}^I = \frac{D\mathbf{p}}{Dt} = \frac{D}{Dt}(m\mathbf{v}_{cm}) = m\mathbf{a}_{cm}, \quad (2.24)$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $\mathbf{a}_{cm}$  je vektor linearnih akceleracija izražen u inercijskom koordinatnom sustavu,  $\mathbf{v}_{cm}$  je vektor brzina centra mase krutog tijela izražen također u inercijskom koordinatnom sustavu, a  $\mathbf{F}^I$  vektor sume vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo.

Jednadžbu translacijskog gibanja izraženu u inercijskom koordinatnom sustavu moguće je pomoću BKE jednadžbe prebaciti u koordinatni sustav tijela na sljedeći način:

$$\mathbf{F}^B = \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{p} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}^B) + \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{v}^B) = m\dot{\mathbf{v}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times m\mathbf{v}^B \quad (2.25)$$

gdje je  $\mathbf{F}^B = [F_{x\_uk} \quad F_{y\_uk} \quad F_{z\_uk}]^T$  vektor rezultantnih sila koje djeluju na tijelo s obzirom na koordinatni sustav tijela.

Nadalje, za opisivanje rotacijskog gibanja krutog tijela koristi se rotacijska jednadžba gibanja koja proizlazi iz drugog Eulerovog zakona za kruto tijelo koji govori da je suma svih momenata oko neke točke, definiranih u inercijskom koordinatnom sustavu, koji djeluju na tijelo jednaka zbroju vremenske promjene kutne količine gibanja  $\mathbf{H}$  i momenta uslijed rotacije centra mase tijela oko te iste točke [3]. Ako se sada ovaj zakon zapiše matematičkim jezikom dobije se sljedeći izraz:

$$\mathbf{M}^I = \frac{D\mathbf{H}}{Dt} + \mathbf{r} \times m\mathbf{a}_{cm} = \frac{D}{Dt}(\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\theta}}^I) + \mathbf{r} \times m\mathbf{a}_{cm}, \quad (2.26)$$

u kojem je  $\mathbf{M}^I$  suma svih momenata oko neke točke, pri čemu su ti momenti, kao i sve ostale veličine, izraženi u inercijskom koordinatnom sustavu. Nadalje, vektor  $\mathbf{r}$  označava udaljenost točke rotacije od težišta mase,  $\mathbf{a}_{cm}$  je akceleracija centra mase tijela,  $\dot{\boldsymbol{\theta}}^I$  je vektor kutnih brzina,  $\mathbf{I}$  je matrica momenata inercije koja u općenitom slučaju izgleda ovako:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

No, budući da vrijedi pretpostavka 2, a to je da se osi koordinatnog sustava tijela podudaraju s glavnim osima inercije tijela te da je kvadkopter dvostruko simetričan, matrica momenata inercije poprima jednostavniju formu dijagonalne matrice:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Nadalje, ako se momenti definiraju oko točke koja se podudara s težištem tijela, vektor  $\mathbf{r}$  u izrazu (2.26) postaje nul vektor, a samim time desni član tog izraza može se zanemariti. Stoga, konačan izraz za rotacijsku jednadžbu gibanja izgleda ovako:

$$\mathbf{M}^I = \frac{D\mathbf{H}}{Dt} = \frac{D}{Dt}(\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\theta}}^I) = \mathbf{I}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^I. \quad (2.29)$$

Ova jednadžba (2.29) također se može zapisati pomoću BKE jednadžbe u koordinatnom sustavu tijela na sljedeći način:

$$\mathbf{M}^B = \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B). \quad (2.30)$$

gdje je  $\mathbf{M}^B = [M_{x\_uk} \quad M_{y\_uk} \quad M_{z\_uk}]^T$  vektor sume svih momenata koji djeluju na tijelo s obzirom na koordinatni sustav tijela.

### 2.2.2. Vanjske sile i momenti koji djeluju na kvadkopter

Za izvod ukupnog dinamičkog modela kvadkoptera potrebno je uzeti u obzir djelovanje vanjskih sila i momenata. Dakle, bitno je razmotriti sve sile i momente koji konstantno djeluju na sustav, ali isto tako i one sile i momente koji se mogu javiti povremeno, kao što su recimo



djelovanje vjetra koji uzrokuje nepoznate sile i momente te se stoga, takve sile i momenti, čiji je iznos i vrijeme djelovanja nepoznato, nazivaju poremećajne veličine. Na sustav kvadrokoptera konstantno djeluje gravitacijska sila u negativnom smjeru  $z$  osi inercijskog koordinatnog sustava, pa se to može zapisati kao vektor gravitacijske sile s obzirom na inercijski koordinatni sustav, na sljedeći način:

$$\mathbf{G}^I = [0 \quad 0 \quad -mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.31)$$

gdje se svaki element vektora odnosi na pojedini stupanj slobode gibanja, odnosno prva tri elementa odnose se na translacije u smjeru  $x$ ,  $y$  i  $z$  osi, a posljednja tri elementa označuju rotacije oko  $\Phi$ ,  $\theta$  i  $\psi$  osi inercijskog koordinatnog sustava. Budući da gravitacija djeluje samo na translacijsko gibanje, ako se gleda s obzirom na inercijski koordinatni sustav, vektor gravitacijske sile može se zapisati i ovako:

$$\mathbf{g}^I = [0 \quad 0 \quad -mg]^T. \quad (2.32)$$

Vektor gravitacijske sile moguće je izraziti u koordinatnom sustavu tijela pomoću matrice rotacije na sljedeći način:

$$\mathbf{g}^B = \mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)\mathbf{g}^I = \begin{bmatrix} mgs_\theta \\ -mgs_\phi c_\theta \\ -mgc_\phi c_\theta \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

a ako ga se zapiše tako da se odnosi na svih šest stupnjeva slobode gibanja, onda izgleda ovako:

$$\mathbf{G}^B = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^B \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

gdje je  $\mathbf{0}_{3 \times 1}$  nul matrica dimenzije  $3 \times 1$ .

Nadalje, na sustav kvadrokoptera djeluju sile i momenti uzrokovani vrtnjom propelera. Naime, propeleri svojom vrtnjom uzrokuju stvaranje sile potiska i momente koji se mogu

prebaciti u inercijski koordinatni sustav pomoću matrice upravljačke alokacijske sheme čiji je izvod prikazan u idućem potpoglavlju u kojem je također detaljnije opisan pogonski sustav kvadrokoptera i aerodinamika propelera. Dakle, vektor pogonskih sila definiran s obzirom na koordinatni sustav tijela može se zapisati ovako:

$$\mathbf{f}^B = [0 \quad 0 \quad F_z]^T, \quad (2.35)$$

gdje je  $F_z$  sila potiska u pozitivnom smjeru  $z_B$  osi koordinatnog sustava tijela.

Vektor momenata pogonskog sustava s obzirom na koordinatni sustav tijela izgleda ovako:

$$\boldsymbol{\tau}^B = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T, \quad (2.36)$$

gdje su  $M_x$ ,  $M_y$  i  $M_z$  momenti oko  $x_B$ ,  $y_B$  i  $z_B$  osi koordinatnog sustava tijela.

Nadalje, na kraju je još potrebno definirati vektore vanjskih poremećaja, pa tako definiramo vektore sila i momenata vanjskih poremećaja na sljedeći način:

$$\mathbf{d}_\tau = [d_{\tau x} \quad d_{\tau y} \quad d_{\tau z}]^T \quad \text{i} \quad \mathbf{d}_f = [d_{fx} \quad d_{fy} \quad d_{fz}]^T \quad (2.37)$$

gdje je  $\mathbf{d}_f$  vektor sila vanjskih poremećaja i  $\mathbf{d}_\tau$  vektor momenata vanjskih poremećaja.

Sada izraz za sumu sila možemo zapisati na sljedeći način:

$$\mathbf{F}^B = \mathbf{f}^B + \mathbf{g}^B + \mathbf{d}_f, \quad (2.38)$$

a izraz za sumu momenata može se zapisati ovako:

$$\mathbf{M}^B = \boldsymbol{\tau}^B + \mathbf{d}_\tau. \quad (2.39)$$

Ako se sada izraz (2.38) uvrsti u jednadžbu translacijskog gibanja (2.25) dobije se sljedeći izraz:

$$\mathbf{f}^B + \mathbf{g}^B + \mathbf{d}_f = m\dot{\mathbf{v}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times m\mathbf{v}^B, \quad (2.40)$$

Ako se sada jednadžba (2.40) raspiše na komponente i ako se sredi, dobiju se tri diferencijalne jednadžbe koje opisuju translacijsko gibanje s obzirom na koordinatni sustav tijela:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= (vr - wq) + g\sin(\theta) + \frac{d_{fx}}{m} \\ \dot{v} &= (wp - ur) - g\sin(\Phi)\cos(\theta) + \frac{d_{fy}}{m} \\ \dot{w} &= (uq - pw) - g\cos(\Phi)\cos(\theta) \ddot{z} + \frac{F_T}{m} + \frac{d_{fz}}{m} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Isto tako, ako se izraz za sumu momenata (2.39) uvrsti u jednadžbu rotacijskog gibanja (2.30) dobije se sljedeći izraz:

$$\boldsymbol{\tau}^B + \mathbf{d}_\tau = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B), \quad (2.42)$$

koji također nakon raspisivanja na komponente i sređivanja, daje tri diferencijalne jednadžbe koje opisuju rotacijsko gibanje s obzirom na koordinatni sustav tijela:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}qr + \frac{M_x}{I_{xx}} + \frac{d_{\tau x}}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}pr + \frac{M_y}{I_{yy}} + \frac{d_{\tau y}}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{M_z}{I_{zz}} + \frac{d_{\tau z}}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

### 2.2.3. Ukupni dinamički model

Izvedene diferencijalne jednačbe (2.41) i (2.43) čine cjelokupni dinamički (matematički) model krutog tijela, a samim time i kvadkoptera. Prve tri jednačbe opisuju translacijsko gibanje tijela u smjeru  $x_B$ ,  $y_B$  i  $z_B$  osi koordinatnog sustava vezanog uz tijelo, dok druge tri opisuju rotacijsko gibanje tijela oko tih osi. Ovih šest diferencijalnih jednačbi gibanja u literaturi se često zapisuje u obliku matrične jednačbe gibanja, pa se stoga i u ovome radu prikazuje zapis na taj način:

$$\mathbf{M}_B \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_B(\mathbf{v})\mathbf{v} = \mathbf{G}^B + \mathbf{u}^B \quad (2.44)$$

gdje su:

- $\mathbf{M}_B$  je matrica inercije sustava:

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

- $\dot{\mathbf{v}} = [\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w} \ \dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T$  je vektor linearnih i kutnih ubrzanja izraženih u koordinatnom sustavu tijela.
- $\mathbf{C}_B(\mathbf{v})$  je matrica centripetalnih i Coriolisovih sila:

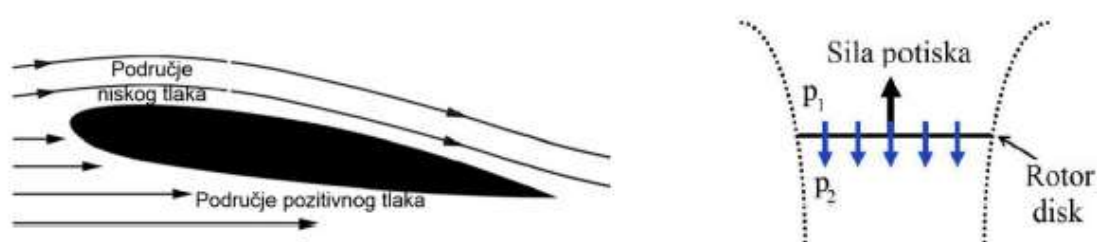
$$\mathbf{C}_B(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

- $\mathbf{v} = [\mathbf{v}^B \ \boldsymbol{\omega}^B]^T$  je vektor linearnih i kutnih brzina izraženih u koordinatnom sustavu tijela.
- $\mathbf{G}^B$  vektor gravitacijske sile.
- $\mathbf{u}^B = [\mathbf{f}^B \ \boldsymbol{\tau}^B]^T$  je upravljački vektor.

### 2.3. Upravljačka alokacijska matrica kvadrokoptera

Upravljačka alokacijska matrica koristi se za transformaciju sila i momenata, nastalih rotacijom propelera, u težište tijela kvadrokoptera. Ta je transformacija potrebna, jer se suma svih vanjskih sila i momenata promatra s obzirom na težište, odnosno na centar gravitacije, koji su zbog zadovoljene pretpostavke 3 u istoj točki. Dakle, u ovom potpoglavlju prikazan je izvod upravljačke alokacijske matrice, a budući da je ona određena parametrima pogonskog sustava i samom konstrukcijom kvadrokoptera, biti će opisan pogonski sustav koji je zaslužan za generiranje upravljačkih sila i momenata kvadrokoptera te će također biti opisana konfiguracija koja se koristi u ovome radu. Upravljačka alokacijska matrica izvedena je na način opisan u radovima [5] i [6]

Prije nego što se krene s izvodom upravljačke alokacijske matrice, potrebno je razmotriti samu aerodinamiku propelera i odrediti vezu između brzine vrtnje propelera i sile koja se generira tijekom vrtnje, a upravo je ta veza određena aerodinamičnim svojstvima. Dakle, propeler je konstruiran tako da tijekom rotacije, uzrokuje brže gibanje fluida s donje strane površine profila, što će, prema Bernoullijevom principu, imati za posljedicu smanjenje tlaka na donjoj površini u odnosu na tlak s gornje strane površine profila. Razlika tlakova uzrokuje nastanak sile potiska čiji vektor leži na osi rotacije propelera i djeluje u smjeru povećanja tlaka. Osim sile potiska javlja se i moment oko osi rotacije koji nastaje kao posljedica otpora zraka gibanju propelera kroz fluid (zrak) [7].



Slika 2.6 Prikaz aerodinamike propelera [7]

Eksperimentalno je određena veza između brzine vrtnje propelera i sila i momenata koji nastaju kao posljedica vrtnje. Dokazano je da sila i moment rastu proporcionalno kvadratu brzine vrtnje, pa prema tome, izraz za silu potiska  $i$ -tog rotora jednak je:

$$F_{Ri} = k_{Fi}\omega_i^2, \quad (2.47)$$

gdje je  $k_{Fi}$  faktor sile potiska izražen u  $\text{Ns}^2$ , a  $\omega_i$  kutna brzina  $i$ -tog rotora. Faktor sile potiska određen je sljedećim izrazom:

$$k_{Fi} = C_{Ti}\rho A_i r_i^2, \quad (2.48)$$

gdje je  $C_{Ti}$  koeficijent potiska propelera,  $\rho$  je gustoća zraka,  $A_i$  je površina diska propelera, a  $r_i$  je radijus propelera [8].

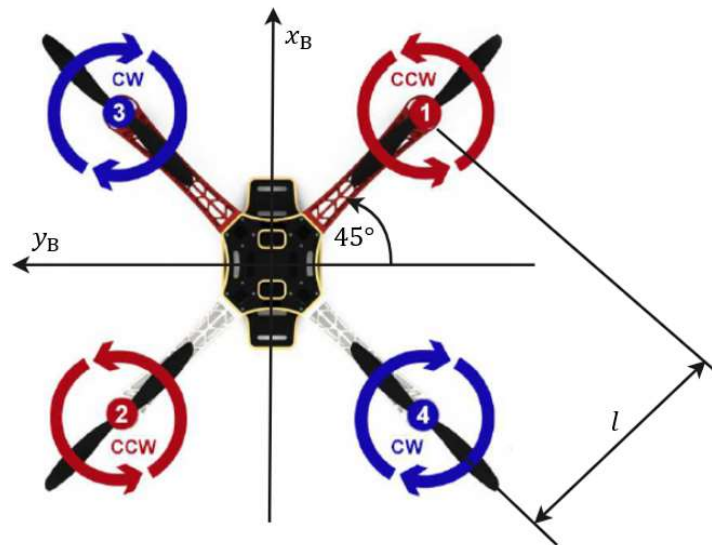
Moment otpora  $i$ -tog rotora određen je sljedećim izrazom:

$$\tau_{Ri} = k_{\tau i}\omega_i^2, \quad (2.49)$$

gdje je  $k_{\tau i}$  faktor momenta otpora  $i$ -tog rotora izražen u  $\text{Nms}^2$  koji je određen također kao i faktor sile potiska gustoćom zraka  $\rho$ , površinom diska propelera  $A_i$ , radijusom propelera  $r_i$  te koeficijentom snage rotora  $C_{Pi}$  prema sljedećem izrazu [4, 5]:

$$k_{\tau i} = C_{Pi}\rho A_i r_i^3. \quad (2.50)$$

Nadalje, sada kada nam je poznata veza između brzine vrtnje propelera i sila i momenata koji nastaju kao posljedica vrtnje propelera, potrebno je te sile i momente sa pojedinog rotora, prebaciti u težište kvadrokoptera. Dakle, potrebno je sada razmotriti samu konfiguraciju kvadrokoptera koja se koristi u ovome radu i prema kojoj je konstruiran i izrađen kvadrokopter za eksperimentiranje razvijenog algoritma. No, o samoj izradi i konstrukciji kvadrokoptera, biti će detaljnije rečeno u petom poglavlju. Zasad je samo potrebno spomenuti da se u ovome radu koristi „X“ konfiguracija kvadrokoptera, koja se tako naziva, jer konstrukcija i raspored motora podsjećaju na slovo X. Kao što se može vidjeti na slici 2.7, ova konfiguracija podrazumijeva 2 motora koji se vrte u smjeru kazaljke na satu (eng. *clockwise*), u daljnjem tekstu CW, i 2 motora koji se vrte u smjeru suprotnom od kazaljke na satu (eng. *counterclockwise*), u daljnjem tekstu CCW. Razlog zbog kojeg se koriste dva para motora sa suprotnim smjerom vrtnje leži u tome, što se na taj način poništava reaktivno djelovanje momenta oko  $z_B$  osi.



Slika 2.7 „X“ konfiguracija kvadrokoptera

Sada, kada je opisana konfiguracija drona koja se koristi u ovome radu, mogu se izvesti izrazi za sile i momente koji djeluju u težištu kvadrokoptera kao posljedica vrtnje propelera. Tako se, izraz za ukupnu silu potiska koja djeluje u težištu kvadrokoptera može zapisati na sljedeći način:

$$F_z = \sum_{i=1}^4 F_{Ri} = F_{R1} + F_{R2} + F_{R3} + F_{R4}. \quad (2.51)$$

Također, izraz (2.51) može se zapisati u ovisnosti o kutnim brzinama rotora na sljedeći način:

$$F_z = k_{F1}\omega_1^2 + k_{F2}\omega_2^2 + k_{F3}\omega_3^2 + k_{F4}\omega_4^2 \quad (2.52)$$

Nadalje, moment oko  $x_B$  osi definiran je sljedećim izrazom:

$$M_x = (-F_{R1} + F_{R2} + F_{R3} - F_{R4})l \cos 45^\circ, \quad (2.53)$$

gdje je  $l \cos 45^\circ$  najkraća udaljenost između osi rotacije i  $x_B$  osi.

Moment oko  $y_B$  osi ovisi također o silama potiska sva četiri rotora te se definira na sljedeći način:

$$M_y = (-F_{R1} + F_{R2} - F_{R3} + F_{R4})l \sin 45^\circ, \quad (2.54)$$

gdje je  $l \sin 45^\circ$  najkraća udaljenost između osi rotacije i  $y_B$  osi.

Izrazi za momente (2.53) i (2.54) mogu se, također, zapisati u ovisnosti o brzinama vrtnje rotora na sljedeći način:

$$M_x = (-k_{F1}\omega_1^2 + k_{F2}\omega_2^2 + k_{F3}\omega_3^2 - k_{F4}\omega_4^2)l \cos 45^\circ \quad (2.55)$$

$$M_y = (-k_{F1}\omega_1^2 + k_{F2}\omega_2^2 - k_{F3}\omega_3^2 + k_{F4}\omega_4^2)l \sin 45^\circ. \quad (2.56)$$

Moment oko  $z_B$  osi također ovisi o brzinama vrtnje rotora, a ta ovisnost definirana je sljedećim izrazom:

$$M_z = k_{\tau1}\omega_1^2 + k_{\tau2}\omega_2^2 - k_{\tau3}\omega_3^2 - k_{\tau4}\omega_4^2. \quad (2.57)$$

Izraze (2.52), (2.55), (2.56) i (2.57) moguće je zapisati u matričnom zapisu na sljedeći način:

$$\mathbf{u}^B = \mathbf{\Omega}^B \boldsymbol{\omega}_R^2 \quad (2.58)$$

gdje je  $\boldsymbol{\omega}_R^2 = [\omega_1^2 \quad \omega_2^2 \quad \omega_3^2 \quad \omega_4^2]^T$  vektor kvadrata kutnih brzina rotora, a

$$\mathbf{\Omega}^B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{F1} & k_{F2} & k_{F3} & k_{F4} \\ -k_{F1}l \cos 45^\circ & k_{F2}l \cos 45^\circ & k_{F3}l \cos 45^\circ & -k_{F4}l \cos 45^\circ \\ -k_{F1}l \sin 45^\circ & k_{F2}l \sin 45^\circ & -k_{F3}l \sin 45^\circ & k_{F4}l \sin 45^\circ \\ k_{\tau1} & k_{\tau2} & -k_{\tau3} & -k_{\tau4} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$



je upravljačka alokacijska matrica za „X“ konfiguraciju kvadrokoptera. Ova matrica povezuje upravljačke veličine u težištu kvadrokoptera s kutnim brzinama pojedinog rotora. Odnosno, drugim riječima, ova je matrica vrlo bitna, jer su izlazne upravljačke varijable iz algoritma definirane u težištu kvadrokoptera pa ih je potrebno transformirati u brzine vrtnje pojedinog rotora, jer se upravo tim brzinama upravlja, odnosno mikroračunalo kvadrokoptera vrši regulaciju brzina vrtnje pojedinog rotora, pri čemu referentne (željene) brzine vrtnje proizlaze, transformacijom, upravljačkih varijabli iz težišta na pojedini rotor pomoću upravljačke alokacijske matrice.

#### 2.4. Simplifikacija dinamičkog modela

Naime, na početku 2. poglavlja spomenuto je da se javljaju dva zahtjeva na dinamički model. Tako je prvi zahtjev na dinamički model da što vjernije opisuje realni sustav kojim se želi upravljati. Razlog zbog kojega je potrebno postići taj zahtjev jest taj što je upravljački algoritam, prije nego se implementira na realni sustav, potrebno ispitati u simulaciji koja je napravljena prema dinamičkom modelu, a koja onda treba što vjernije opisivati realni sustav. Isto tako, ispunjenje ovog zahtjeva obično podrazumijeva nelinearnost i kompleksnost dinamičkog modela, a samim time i kompleksnost upravljačkog algoritma, što će imati za posljedicu poteškoće s implementacijom takvog algoritma na upravljačko računalo koje upravlja realnim sustavom. Dakle, drugi zahtjev, suprotan prvome, jest da se maksimalno pojednostavi dinamički model, kako bi upravljački algoritam bio što jednostavniji, a opet osigurao dobre performanse regulacije. Stoga je potrebno, kako bi se ispunio drugi zahtjev na dinamički model, uvesti određena pojednostavnjenja koja su moguća uvođenjem određenih pretpostavki. Tako većina pretpostavki proizlazi iz glavne pretpostavke o „radnoj“ točki kvadrokoptera za koju se pretpostavlja da je lebdeći položaj odnosno lebdenje (eng. *hovering*). Iz te pretpostavke proizlaze sljedeće pretpostavke:

- **Pretpostavka 4:** Kutne brzine kvadrokoptera promatrane u koordinatnom sustavu tijela približno su jednake kutnim brzinama promatranim u inercijskom koordinatnom sustavu, odnosno pretpostavlja se da vrijedi:  $p \approx \dot{\phi}, q \approx \dot{\theta}$  i  $r \approx \dot{\psi}$ .
- **Pretpostavka 5:** Kutovi zakreta oko pojedinih osi inercijskog koordinatnog sustava malih su iznosa, pa se mogu uvesti sljedeća pojednostavnjenja za trigonometrijske funkcije:

$$\begin{aligned}
\sin \phi &\cong \phi, & \cos \phi &\cong 1 \\
\sin \theta &\cong \theta, & \cos \theta &\cong 1 \\
\sin \psi &\cong \psi, & \cos \psi &\cong 1
\end{aligned}
\tag{2.60}$$

Isto tako, zbog pretpostavke o malim kutovima može se smatrati da je umnožak dva mala kuta ili umnožak njihovih derivacija jednak nuli, tako na primjer vrijedi da je:

$$\phi \cdot \theta = 0 \text{ i } \dot{\phi} \cdot \dot{\theta} = 0. \tag{2.61}$$

#### 2.4.1. Model 1 – pojednostavljeni nelinearni dinamički model

Ukupni dinamički model prikazan je jednadžbama translacijskog (2.41) i rotacijskog (2.43) gibanja. Budući da su te jednadžbe definirane s obzirom na koordinatni sustav tijela, za ispitivanje performansi regulacije unutar simulacije, potrebno je ove jednadžbe zapisati s obzirom na inercijski koordinatni sustav. Tako jednadžbe translacijskog gibanja (2.41) transformirane u inercijski koordinatni sustav izgledaju ovako:

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)u_1 + d_{fx} \\
m\ddot{y} &= (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi)u_1 + d_{fy} \\
m\ddot{z} &= -mg + (\cos \phi \cos \theta)u_1 + d_{fz}
\end{aligned}
\tag{2.62}$$

gdje je  $u_1 = F_z$ .

Nadalje, uzimajući u obzir pretpostavku 4 da su kutne brzine u inercijskom koordinatnom sustavu približno jednake kutnim brzinama u koordinatnom sustavu tijela, jednadžbe rotacijskog gibanja (2.43) moguće je zapisati na sljedeći način:

$$\begin{aligned}
I_{xx}\ddot{\phi} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + u_2 + d_{\tau\phi} \\
I_{yy}\ddot{\theta} &= (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} + u_3 + d_{\tau\theta} \\
I_{zz}\ddot{\psi} &= (I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\phi} + u_4 + d_{\tau\psi}
\end{aligned}
\tag{2.63}$$

gdje je  $u_2 = M_x$ ,  $u_3 = M_y$  i  $u_4 = M_z$ .

Ovakvim zapisom dinamičkog modela kvadrokoptera uvedena su pojednostavljena u jednačbe rotacijskog gibanja, pri čemu se dobiva djelomično jednostavniji model za koji se u daljnjem tekstu i simulaciji koristi naziv model 1. Ovaj model čini 6 nelinearnih jednačbi, (2.62) i (2.63), koje vjerno opisuje gibanje kvadrokoptera i pogodne su za izradu simulacije. Stoga se ovaj model koristi za ispitivanje performansi regulacije upravljačkog algoritma, jer se smatra dovoljno točnim i pouzadnim za simuliranje sustava quadrotora. Budući da je tome tako, ovaj je model potrebno zapisati u prostoru stanja, jer se takav zapis koristi za izradu simulacije u programskom paketu MATLAB u kojemu je provedena simulacija o kojoj će biti više riječi u 4. poglavlju. Dakle, jednačbe (2.62) i (2.63) zapisane u prostoru stanja izgledaju ovako:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \dot{x} = x_2 \\
 \dot{x}_2 &= (\cos x_{11} \sin x_9 \cos x_7 + \sin x_{11} \sin x_7) \frac{u_1}{m} \\
 \dot{x}_3 &= \dot{y} = x_4 \\
 \dot{x}_4 &= (\sin x_{11} \sin x_9 \cos x_7 - \cos x_{11} \sin x_7) \frac{u_1}{m} \\
 \dot{x}_5 &= \dot{z} = x_6 \\
 \dot{x}_6 &= -g + (\cos x_7 \cos x_9) \frac{u_1}{m} \\
 \dot{x}_7 &= \dot{\phi} = x_8 && (2.64) \\
 \dot{x}_8 &= \frac{1}{I_{xx}} [(I_{yy} - I_{zz})x_{10}x_{12} + u_2] \\
 \dot{x}_9 &= \dot{\theta} = x_{10} \\
 \dot{x}_{10} &= \frac{1}{I_{yy}} [(I_{zz} - I_{xx})x_8x_{12} + u_3] \\
 \dot{x}_{11} &= \dot{\psi} = x_{12} \\
 \dot{x}_{12} &= \frac{1}{I_{zz}} [(I_{xx} - I_{yy})x_8x_{10} + u_4]
 \end{aligned}$$

### 2.4.2. Model 2 – bilinearni dinamički model

Za potrebe sinteze regulatora i observera stanja, odnosno za razvoj upravljačkog algoritma, model 1 je i dalje kompleksan, pa ga je potrebno dodatno pojednostaviti. Uvođenjem pretpostavke 5 o malim kutovima zakreta u jednažbe koje čine model 1 dobiju se sljedeće jednažbe:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= \theta u_1 + d_{fx} \\
 m\ddot{y} &= -\phi u_1 + d_{fy} \\
 m\ddot{z} &= -mg + u_1 + d_{fz} \\
 I_{xx}\ddot{\phi} &= u_2 + d_{\tau\phi} \\
 I_{yy}\ddot{\theta} &= u_3 + d_{\tau\theta} \\
 I_{zz}\ddot{\psi} &= u_4 + d_{\tau\psi}
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

Jednažbe (2.65) čine model 2 koji i dalje nije potpuno linearan, jer se u prve dvije jednažbe javlja umnožak upravljačke varijable i varijable stanja, pa se takav model naziva bilinearni model.

### 2.4.3. Model 3 – linearni model

Kako bi se dobio potpuno linearni model, koji je najpogodniji za razvoj upravljačkog algoritma, potrebno je bilinearni model dodatno pojednostaviti. Takvo dodatno pojednostavljenje moguće je ako se pretpostavi da je ukupna sila potiska motora sastavljena od dvije komponente. Prva komponenta je sila koja poništava gravitacijsko djelovanje, a druga je komponenta sila koja je potrebna za promjenu visine, odnosno matematičkim jezikom napisano izraz za ukupnu silu potiska ( $F_z = u_1$ ) može se napisati ovako:

$$u_1 = mg + u_{11} \tag{2.66}$$

gdje je  $u_{11}$  komponenta upravljačke sile potiska zadužena za promjenu visine.

Ako se izraz (2.66) uvrsti u prve dvije jednačbe bilinearnog modela (2.65) dobiju se sljedeće dvije jednačbe:

$$m\ddot{x} = \theta mg + \theta u_{11} + d_{fx} \quad (2.67)$$

$$m\ddot{y} = -\phi mg - \phi u_{11} + d_{fy} \quad (2.68)$$

Izrazi  $\theta u_{11}$  u jednačbi (2.67) i  $\phi u_{11}$  u jednačbi (2.68) mogu se zanemariti, budući da su, prema pretpostavci 5, kutevi  $\theta$  i  $\phi$  oko radne točke kvadkoptera vrlo malih iznosa dok je upravljačka varijabla  $u_{11}$  također vrlo malog iznosa, jer se najveći dio upravljačke varijable  $u_1$  koristi za kompenzaciju gravitacije, dok se znatno manji dio koristi za stabilizaciju  $x$  i  $y$  pozicije kvadkoptera. Stoga, uvođenjem ovih aproksimacija, dobije se potpuno linearizirani dinamički model kvadkoptera, koji se u daljnjem tekstu i simulaciji naziva model 3:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \theta mg + d_{fx} \\ m\ddot{y} &= -\phi mg + d_{fy} \\ m\ddot{z} &= u_{11} + d_{fz} \\ I_{xx}\ddot{\phi} &= u_2 + d_{\tau\phi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= u_3 + d_{\tau\theta} \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= u_4 + d_{\tau\psi} \end{aligned} \quad (2.69)$$

### 3. UPRAVLJAČKI ALGORITMI

Budući da je tema ovog rada razvoj upravljačkog algoritma za sustav kvadkoptera, ovo poglavlje bavi se upravo tom tematikom. Odnosno na početku će biti prikazan i objašnjen dosad najčešće korišteni upravljački algoritam kod bespilotnih letjelica, ali i u cjelokupnoj industrijskoj primjeni – linearni PID regulator. Isto tako, navode se prednosti i nedostaci tog konvencionalnog algoritama te razlozi potrebe za njegovim poboljšanjem. Nakon toga slijedi detaljan opis i implementacija jednog naprednijeg upravljačkog algoritma, koji je unazad nekoliko godina doživio veliku popularnost i raširenost primjene, na sustav kvadkoptera. Naime, radi se o upravljačkom algoritmu temeljenom na aktivnoj kompenzaciji poremećaja (eng. *active disturbance rejection control*), u daljnjem tekstu koristi se skraćeni naziv ADRC, koji je zasnovan na proširenom observeru stanja (eng. *extended state observer*) ili skraćeno ESO. Nakon opisa ADRC algoritma i njegove općenite forme, slijedi, kako je već spomenuto, implementacija tog algoritma na sustav kvadkoptera. Odnosno, slijedi sinteza ADRC regulatora i proširenog observera stanja (ESO).

#### 3.1. Cilj upravljačkog algoritma kod kvadkoptera

Prije nego se krene sa samim razvojem i implementacijom upravljačkog algoritma, potrebno je navesti cilj upravljanja. Naime, u današnje vrijeme provode se brojna istraživanja s ciljem razvoja upravljačkog algoritma koji bi osigurao bespilotnim letjelicama potpuno autonoman let koji podrazumijeva četiri ključna elementa [7]:

- Estimaciju stanja,
- Upravljanje,
- Mapiranje,
- Planiranje.

U ovome radu obrađena su prva dva elementa, odnosno estimacija stanja i upravljanje. Pod pojmom upravljanja, kod kvadkoptera s mogućnosti autonomnog leta, smatra se upravljanje njegovom pozicijom i orijentacijom te slijeđenje unaprijed zadane referentne trajektorije. Da bi to bilo moguće, potrebno je osigurati negativnu povratnu vezu, odnosno potrebno je poznavati vrijednosti varijabli stanja na izlazu iz sustava i preslikavati ih na ulaz. Negativna povratna veza omogućava da se izlazne vrijednosti varijabli stanja oduzimaju od ulaznih vrijednosti, odnosno drugim riječima, uspoređuju se s onim ulaznim (referentnim, željenim) varijablama i na temelju

te razlike, upravljački algoritam upravlja aktuatorima sustava tako da razliku između željenih i izlaznih vrijednosti dovede na nulu. No, za poznavanje svih izlaznih vrijednosti varijabli stanja potrebna je njihova estimacija, jer je kod sustava kvadkoptera nemoguće mjeriti, putem senzora, sve varijable stanja. Odnosno standardni set senzora kod kvadkoptera sastoji se od akcelerometra i žiroskopa koji omogućavaju mjerenje kutova i kutnih brzina te perifernog GPS senzora koji daje informacije o poziciji letjelice [7]. Dakle, iznose translacijskih brzina potrebno je estimirati, budući da senzori nemaju mogućnost mjerenja tih veličina. Poznavanje svih varijabli stanja osigurava mogućnost upravljanja orijentacijom i pozicijom kvadkoptera u idealnim uvjetima te slijeđenje referentne trajektorije. Pod pojmom idealnih uvjeta smatra se da nema nepoznatih vanjskih poremećaja koji djeluju na sustav i da dinamički model savršeno opisuje realni sustav te da su senzori savršeno točni, što je naravno nemoguće postići u realnosti. Dakle, može se zaključiti da je cilj razviti upravljački algoritam koji je robusan, odnosno svojim djelovanjem kompenzira nepoznate, vremenski promjenjive, vanjske poremećaje i nesavršenosti matematičkog modela kako bi u realnim uvjetima bilo moguće postići da kvadkopter (multirotor) precizno slijedi referentnu trajektoriju te postigne zadovoljavajuće performanse regulacije pozicije i orijentacije kvadkoptera. Takva svojstva upravljačkog algoritma omogućuju autonoman let bez daljinskog upravljanja od strane čovjeka, što je današnji cilj mnogim istraživačima koji se bave ovim područjem, a samim time cilj je i u ovome radu.

### 3.2. Linearni PID regulator

Linearni PID regulator najkorišteniji je regulator u industriji od svojeg početka koji je bio 1920. godine, pa do svog procvata, prije drugog svjetskog rata, koji se nastavlja sve do današnjeg vremena. Tome svjedoče i brojke, odnosno ako se uzme u obzir da je 98% upravljačkih petlji u industriji celuloze i papira upravljano sa jednostavnim SISO (eng. *Single-Input Single-Output*) PI regulatorima te da je u procesnoj industriji više od 95% regulatora upravo PID tipa [9]. Dakle, postavlja se pitanje, koji je razlog tolike rasprostranjenosti ovako jednostavnog tipa regulatora kao što je to linearni PID regulator? Odgovor na to pitanje krije se u njegovoj robusnosti, odnosno upravljački algoritam linearnog PID regulatora ne sadržava matematički model sustava kojim se upravlja, odnosno drugim riječima neovisan je o matematičkom modelu. No, s druge strane, ograničenje linearnog PID regulatora jest u tome da može slijediti samo konstantnu referentnu trajektoriju te da može kompenzirati samo nepoznate konstantne vanjske poremećaje. Zbog toga, za složenije zahtjeve, kao što je upravljanje

pozicijom i orijentacijom kvadrokoptera u uvjetima nepoznatih vanjskih poremećaja te za slijeđenje proizvoljne referentne trajektorije, linearni PID regulator ne može ispuniti takve zahtjeve. Odnosno, implementacijom linearnog PID regulatora na sustav kvadrokoptera postižu se zadovoljavajuće performanse ako se takvom upravljanju doda daljinsko upravljanje od strane čovjeka koji onda daljinskim putem ispravlja regulacijsku pogrešku. No, za potrebe autonomnog leta, linearni PID regulator ne može osigurati tražene zahtjeve i zbog toga je potrebno implementirati upravljački algoritam koji je robustan na nepoznate vanjske poremećaje i koji će osigurati precizno slijeđenje proizvoljne referentne trajektorije.

Opći oblik linearnog PID regulatora prikazan je sljedećim izrazom:

$$u(t) = -K_P e(t) - K_D \frac{de(t)}{dt} - K_I \int e(t) dt \quad (3.1)$$

gdje je

- $u(t)$  je upravljačka varijabla,
- $e(t) = x(t) - x_d(t)$  je regulacijska pogreška, odnosno razlika između izlazne (mjerene) varijable stanja  $x(t)$  i referentne varijable stanja  $x_d(t)$ .
- $K_P$  je konstanta proporcionalnog (P) djelovanja,  $K_D$  je konstanta derivativnog (D) djelovanja i  $K_I$  je konstanta integralnog (I) djelovanja.

Pravilnim podešavanjem ovih konstanti, odnosno pojačanja pojedinog djelovanja kod PID regulatora kod većine sustava postižu se zadovoljavajuće performanse regulacije. Dakle, sinteza PID regulatora, kao što je već rečeno ne zahtjeva poznavanje matematičkog modela, nego postoje empirijske metode prema kojima se određuju parametri PID regulatora. No, naravno, osim tih empirijskih metoda, često se parametri PID regulatora određuju na temelju određenih metoda koje koriste matematički model (metoda podešavanja polova, metoda optimuma dvostrukog odnosa i dr.) te se onda odziv sustava provjerava najprije u simulaciji, jer to je uvijek sigurniji način prije nego što se krene sa implementacijom algoritma na realni sustav.



### 3.3. Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (ADRC)

Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja novija je tehnika upravljanja koja je tek u posljednjih nekoliko godina doživjela nagli rast i primjenu u širokom spektru industrijskog automatskog upravljanja. Ovu metodu prvi je predložio kineski znanstvenik Jingqing Han tijekom kasnih 1980-ih, odnosno početkom 1990. godine. Njegova prvotna motivacija bila je poboljšanje upravljačkih sposobnosti linearnog PID upravljačkog algoritma zbog čega ju je i prozvao nelinearnim PID upravljačkim algoritmom [9]. Dakle, može se reći da je ova metoda nasljednik konvencionalnog linearnog PID upravljačkog algoritma, pa je također neovisna o matematičkom modelu kao i PID upravljački algoritam, no velika prednost ove metode u odnosu na PID upravljanje jest u tome što može kompenzirati velik broj nesigurnosti, kao što su nepoznati vanjski poremećaji, nesavršenosti matematičkog modela sustava i brojne druge nesigurnosti koje se javljaju u svim realnim sustavima. Isto tako, velika prednost ove metode, u odnosu na metode čija je kompenzacija zasnovana na principu internog modela poremećaja poput metoda korištenih u [10], jest u tome što ne zahtijeva poznavanje internog modela poremećaja.

Osnovna ideja ove metode je da se matematički model sustava maksimalno pojednostavi i svede na željeni oblik kojim je jednostavno upravljati, a sva neželjena i nepoznata dinamika sustava, kao i svi nepoznati vanjski poremećaji tretiraju se kao totalni poremećaj koji se onda estimira pomoću proširenog observera stanja (ESO) te se zatim djelovanje totalnog poremećaja na sustav kompenzira i suzbija pomoću povratne veze po pogrešci stanja (eng. *State Error Feedback – SEF*) [11], [12]. Dakle temelj ove metode (ADRC-a) jest prošireni observer stanja koji osim što vrši estimaciju stanja sustava, estimira i totalni poremećaj. ESO je u svojoj suštini konvencionalni Luenbergerov observer stanja sustava, pri čemu se totalni poremećaj smatra također dodatnom varijablom stanja, odnosno proširuje se broj stanja sustava, pa otuda i dolazi naziv „prošireni observer stanja“.

#### 3.3.1. Općeniti oblik ADRC algoritma

U ovome potpoglavlju prikazana je primjena ADRC algoritma na neki općeniti nelinearni SISO sustava drugog reda sa nepoznatim vanjskim poremećajem. Taj sustav, prikazan je sljedećim izrazom:

$$m(y, \dot{y}, t)\ddot{y} + f(y, \dot{y}, t) = b(y, \dot{y}, t)u(t) + d_{\text{ext}}(t) \quad (3.2)$$

gdje je  $u(t)$  upravljačka varijabla,  $d_{ext}(t)$  je nepoznati vanjski poremećaj,  $f(y, \dot{y}, t)$  nepoznata dinamika sustava,  $m(y, \dot{y}, t)$  je nepoznata masa (ili moment inercije) za koju poznajemo maksimalnu vrijednost, odnosno:  $0 < m(y, \dot{y}, t) < \bar{m}$ . Nadalje,  $b(y, \dot{y}, t)$  je koeficijent propulzije sustava određen karakteristikama aktuatora (u slučaju kvadkoptera definiran je karakteristikama propelera), a pretpostavlja se poznavanje njegove minimalne vrijednosti:  $b(y, \dot{y}, t) > \bar{b} > 0$ .

Kao što je u uvodnom potpoglavlju spomenuto, ideja ADRC algoritma jest da se dinamika sustava svede na željeni oblik pogodan za upravljanje, a sva neželjena i nepoznata dinamika, kao i vanjski poremećaj tretiraju se kao ukupni totalni poremećaj. Prema tome, sustav (3.2) moguće je zapisati na sljedeći način:

$$\ddot{y} = \bar{k}u(t) + d(t) \quad (3.3)$$

gdje je  $\bar{k} = \bar{b}/\bar{m}$ , a  $d(t)$  je totalni poremećaj, definiran sljedećim izrazom:

$$d(t) = \left( \frac{b(y, \dot{y}, t)}{m(y, \dot{y}, t)} - \bar{k} \right) u(t) + \frac{d_{ext}(t) - f(y, \dot{y}, t)}{m(y, \dot{y}, t)} \quad (3.4)$$

Budući da je cilj upravljanja osigurati slijeđenje proizvoljne referentne trajektorije, odnosno pogrešku slijeđenja,  $\tilde{y} = y - y_d$ , potrebno je svesti na nulu. Isto tako, pretpostavlja se da je mjerljiva samo pozicija  $y$ , a ostale varijable stanja, kao i totalni poremećaj, estimiraju se primjenom proširenog (ESO) observera. Prema tome, upravljački algoritam izgleda ovako:

$$u = \frac{1}{\bar{k}} \left( \dot{y}_d - \hat{d}(t) - K_P(\hat{y}^{(0)} - y_d) - K_D(\hat{y}^{(1)} - \dot{y}_d) \right) \quad (3.5)$$

gdje je  $\hat{d}(t)$  estimacija totalnog poremećaja,  $\hat{y}^{(0)}$  i  $\hat{y}^{(1)}$  su estimirane vrijednosti pozicije i brzine, uz pretpostavku da je mjerljiva samo pozicija.

Ovime je pokazan općeniti slučaj primjene ADRC algoritma na neki generalni oblik SISO nelinearnog sustava, a implementacija ovog algoritma na sustav kvadkoptera te sinteza ADRC

regulatora i proširenog observera stanja u pravilu je veoma slična ovom općenitom slučaju i biti će prikazana u idućem potpoglavlju.

### 3.3.2. Implementacija ADRC algoritma na sustav kvadkoptera

Ako se sada ukupni dinamički model kvadkoptera razmotri s upravljačkog gledišta, može se vidjeti da se radi o nelinearnom i podaktuiranom sustavu. Stoga je u poglavlju 2.4., za potrebe sinteze regulatora i observera provedena simplifikacija nelinearnog modela 1 u bilinearni model 2, a zatim u potpuno linearni model 3. Isto tako, poznato je kako kvadkopter ima 6 stupnjeva slobode gibanja (čemu svjedoči 6 diferencijalnih jednadžbi dinamičkog modela), ali samo 4 upravljače varijable. Prema tome, može se zaključiti da se radi o podaktuiranom sustavu. No, unatoč tome moguće je postići da upravljački algoritam osigura zadovoljavajuće performanse pri regulaciji pozicije i orijentacije te da precizno slijedi referentnu trajektoriju što će se pokazati kasnije u samoj simulaciji.

Za sintezu ADRC regulatora i proširenog (ESO) observera stanja koristi se model 2 – bilinearni dinamički model, prikazan izrazom (2.65). Ideja za sintezom regulatora i observera na temelju bilinearnog modela korištena je u radu [13] te je otuda preuzeta i korištena za sintezu ADRC regulatora i proširenog obse. Dakle, kao što se moglo vidjeti u prethodnom poglavlju kod primjene ADRC algoritma na nekom općenitom sustavu, prvi je korak dekomponirati dinamički model kvadkoptera na podsustave s jednim ulazom i jednim izlazom, te nepoznatu i neželjenu dinamiku kao i vanjske poremećaje svrstati u totalni poremećaj.

Prema tome, dinamički model 2 prikazan jednadžbama (2.65) dekomponira se na 4 podustava:

- **Podsustav 1:**

$$m\ddot{z} = -mg + u_1 + d_{fz} \quad (3.6)$$

- **Podsustav 2:**

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= -\phi u_1 + d_{fy} \\ I_{xx}\ddot{\phi} &= u_2 + d_{\tau\phi} \end{aligned} \quad (3.7)$$

- **Podsustav 3:**

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \theta u_1 + d_{fx} \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= u_3 + d_{\tau\theta} \end{aligned} \quad (3.8)$$

- **Podsustav 4:**

$$I_{zz}\ddot{\psi} = u_4 + d_{\tau\psi} \quad (3.9)$$

Za svaki od ova četiri podsustava potrebno je provesti sintezu ADRC regulatora i proširenog observera stanja, što je prikazano u nastavku.

### 3.3.2.1. Podsustav 1 – upravljanje pozicijom z

Podsustav 1, definiran jednažbom (3.6), opisuje translacijsko gibanje kvadrokoptera u vertikalnom smjeru, odnosno u smjeru z osi. Dakle, implementacija ADRC upravljačkog algoritma na podsustav 1 provodi se s ciljem upravljanja po z osi.

Jednažba podsustava 1 (3.6) može se zapisati na sljedeći način:

$$\ddot{z} = \bar{k}_1 u_1 + d_1(t) \quad (3.10)$$

gdje je

$$d_1(t) = \left(\frac{1}{m} - \bar{k}_1\right) u_1 - g + \frac{d_{fz}(t)}{m}, \quad (3.11)$$

totalni poremećaj unutar kojeg su ukomponirani vanjski poremećaj  $d_{fz}(t)$ , gravitacija  $g$ , masa kvadrokoptera  $m$  te parametar  $\bar{k}_1$  koji treba zadovoljiti uvjet  $\bar{k}_1 < \frac{1}{m_{\max}}$ , pri čemu je masa djelomično poznata, odnosno poznate su njene granice:  $m_{\min} < m \leq m_{\max}$ .

Budući da je cilj regulacije podsustava 1 osigurati praćenje referentne trajektorije po z osi, potrebno je osigurati da dinamika pogreške bude stabilna i da konvergira prema nuli. Stoga je potrebno jednažbu (3.10) izraziti preko pogreške odstupanja  $\tilde{z} = z - z_d$  nakon čega se dobije:

$$\ddot{\tilde{z}}^{(2)} = \bar{k}_1 u_1 + d_1(t) - \ddot{z}_d. \quad (3.12)$$

Ako se sada pretpostavi da su nepoznate i derivacije referentne trajektorije, one se također mogu tretirati kao dio totalnog poremećaja koji se onda može zapisati na sljedeći način:

$$d_{11}(t) = d_1(t) - \tilde{z}_d, \quad (3.13)$$

a jednađba (3.12) zapisana uz uvođenje pomoćne upravljačke varijable  $u_{11} = \bar{k}_1 u_1$  dobiva sljedeći oblik:

$$\tilde{z}^{(2)} = u_{11} + d_{11}(t). \quad (3.14)$$

Ako se sada jednađba (3.14) zapiše u obliku prostora stanja, dobiju se sljedeći izrazi:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{s1} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{s1} (u_{11} + d_{11}(t)) \quad (3.15)$$

$$\tilde{z} = \mathbf{C}_{s1} \mathbf{z} \quad (3.16)$$

gdje je  $\mathbf{z} = [\tilde{z} \quad \tilde{z}^{(1)}]^T = [z_1 \quad z_2]^T$  vektor varijabli stanja podsustava 1, a matrice podsustava 1, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{s1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{s1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{s1} = [1 \quad 0]. \quad (3.17)$$

Idući korak kod implementacije ADRC upravljačkog algoritma na podsustav 1 jest sinteza regulatora. Budući da vrijedi svojstvo separacije, odnosno dinamika regulatora ne utječe na dinamiku observera, moguće je sintezu regulatora provesti uz pretpostavku da je vektor stanja  $\mathbf{z}$  u potpunosti mjerljiv. Prema tome ADRC regulator koji se stabilizirati podsustav 1, zapisan u obliku prostora stanja (3.15) izgleda ovako:

$$u_1 = -\frac{1}{\bar{k}_1} (\mathbf{K}_1 \mathbf{z} + \hat{d}_{11}(t)) \quad (3.18)$$

gdje je  $\mathbf{K}_1 = [K_{11} \quad K_{12}]$  matrica pojačanja, a  $\hat{d}_{11}(t)$  estimacija totalnog poremećaja. Ako se sada jednađba linearnog regulatora (3.18) uvrsti u (3.15) dobije se dinamika zatvorenog kruga:

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A}_{s1} - \mathbf{B}_{s1}\mathbf{K}_1)\mathbf{z} + \mathbf{B}_{s1}\tilde{d}_{11}(t). \quad (3.19)$$

gdje je  $\tilde{d}_{11}(t) = d_{11}(t) - \hat{d}_{11}(t)$  pogreška estimacije totalnog poremećaja. Potrebno je da pogreška estimacije bude malih iznosa kako ne bi imala utjecaja na dinamiku zatvorenog kruga. Zbog toga je važno da dinamika proširenog observera stanja bude brža minimalno tri puta od dinamike regulatora kako bi prošireni observer stanja osigurao kvalitetnu estimaciju totalnog poremećaja i time pogrešku estimacije sveo na zanemarive iznose. Matrica pojačanja određuje se metodom podešavanja polova tako da se karakteristični polinom dinamike zatvorenog regulacijskog kruga izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom [14]:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{s1} + \mathbf{B}_{s1}\mathbf{K}_1) = (s + \lambda_1)^2, \quad (3.20)$$

gdje je  $\lambda_1 < 0$  dvostruki pol. Naredba u programskom paketu MATLAB za izračun matrice pojačanja  $\mathbf{K}_1$  je:  $\mathbf{K}_1 = \text{acker}(\mathbf{A}_{s1}, \mathbf{B}_{s1}, \boldsymbol{\lambda}_1)$ , pri čemu je  $\boldsymbol{\lambda}_1 = [\lambda_1 \quad \lambda_1]$  matrica željenih polova zatvorenog sustava.

Nakon sinteze regulatora, sljedeći korak jest sinteza proširenog (ESO) observera stanja. Kao što je spomenuto na početku poglavlja, prošireni observer stanja temelj je ADRC upravljačkog algoritma, jer osim što vrši estimaciju svih varijabli stanja, vrši i estimaciju totalnog poremećaja. Ideja koja se krije iza proširenog observera stanja jest da se totalni poremećaj također tretira kao nova varijabla stanja, odnosno  $z_3 = d_{11}(t)$ , čija se derivacija aproksimira s nulom  $\dot{z}_3 = 0$ . Prema tome, podsustav 1 može se također zapisati u obliku prostora stanja na sljedeći način:

$$\dot{\mathbf{z}}_o = \mathbf{A}_{o1}\mathbf{z}_o + \mathbf{B}_{o1}u_{22} \quad (3.21)$$

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{C}_{o1}\mathbf{z}_o \quad (3.22)$$

gdje  $\mathbf{z}_o = [\tilde{z} \quad \tilde{z}^{(1)} \quad d_{11}]^T = [z_1 \quad z_2 \quad z_3]^T$  prošireni vektor varijabli stanja podsustava 1, a matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{o1} = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (3.23)$$

Dinamika proširenog observera (ESO) za sustav (3.21) izgleda ovako:

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}}_o = \mathbf{A}_{o1}\hat{\mathbf{z}}_o + \mathbf{B}_{o1}u_{11} + \mathbf{L}_1\mathbf{C}_{o1}(\mathbf{z}_o - \hat{\mathbf{z}}_o) \quad (3.24)$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{C}_{o1}\hat{\mathbf{z}}_o \quad (3.25)$$

gdje je  $\hat{\mathbf{z}}_o$  prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 1

Dinamika pogreške estimacije,  $\mathbf{e}_z = \mathbf{z}_o - \hat{\mathbf{z}}_o$ , dobije se kada se jednačba (3.24) oduzme od jednačbe (3.21) te nakon sređivanja, dobije se sljedeći izraz:

$$\dot{\mathbf{e}}_z = (\mathbf{A}_{o1} - \mathbf{L}_1\mathbf{C}_{o1})\mathbf{e}_z \quad (3.26)$$

gdje je  $\mathbf{L}_1 = [L_{11} \quad L_{12} \quad L_{13}]^T$  matrica pojačanja proširenog (ESO) observera koja se također određuje metodom podešavanja polova, tako da se karakteristični polinom dinamike pogreške estimacije proširenog observera (3.26) izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{o1} + \mathbf{L}_1\mathbf{C}_{o1}) = (s + \bar{\lambda}_1)^3, \quad (3.27)$$

gdje je  $\bar{\lambda}_1 \leq 3 \lambda_1 < 0$ , trostruki pol observera. Naredba u MATLAB-u za određivanje pojačanja jest:  $\mathbf{L}_1 = \text{acker}(\mathbf{A}'_{o1}, \mathbf{C}'_{o1}, \bar{\boldsymbol{\lambda}}_1)'$ , pri čemu je  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_1 = [\bar{\lambda}_1 \quad \bar{\lambda}_1 \quad \bar{\lambda}_1]$  matrica željenih polova observera.

Konačni izgled ADRC regulatora s estimiranim stanjima  $\hat{\mathbf{z}}$  na temelju proširenog (ESO) observera za podsustav 1 izgleda ovako:

$$u_1 = -\frac{1}{\bar{k}_1}(\mathbf{K}_1\hat{\mathbf{z}} + \hat{z}_3), \quad (3.28)$$

koji se može, također, zapisati koristeći prošireni vektor estimiranih varijabli stanja  $\hat{\mathbf{z}}_0$  na sljedeći način:

$$u_1 = -\frac{1}{\bar{k}_1} [\mathbf{K}_1 \ 1] \hat{\mathbf{z}}_0. \quad (3.29)$$

### 3.3.2.2. Podsustav 2 – upravljanje pozicijom $y$

Podsustav 2 čine dvije jednačbe prikazane izrazom (3.7). Budući da je za implementaciju ADRC upravljačkog algoritma potrebno dobiti zapis podsustava kao jednu jednačbu s jednim ulazom i jednim izlazom (SISO sustav), jednačbe u izrazu (3.7) potrebno je zapisati u takvom obliku. No, da bi to bilo moguće potrebno je pronaći vezu između te dvije jednačbe, a to je varijabla stanja  $\phi$ , odnosno kut zakreta oko  $x$  osi. Prema tome, ako se prva jednačba u izrazu (3.7) dva puta derivira, dobije se dvostruka derivacija varijable  $\phi$ , koja se također javlja u drugoj jednačbi tog izraza, pa ju je moguće izraziti iz druge jednačbe i uvrstiti u prvu, nakon čega se dobije jednačba četvrtog reda koju je moguće zapisati u obliku prikazanom sljedećim izrazom:

$$y^{(4)} = \bar{k}_2 u_2 + d_2(t) \quad (3.30)$$

gdje je

$$d_2(t) = \left( -\frac{u_1}{m I_{xx}} - \bar{k}_2 \right) u_2 - \frac{1}{m} \left( \frac{d_{\tau\phi}(t)}{I_{xx}} u_1 + 2\dot{\phi} \dot{u}_1 + \phi \ddot{u}_1 - \ddot{d}_{fy}(t) \right), \quad (3.31)$$

totalni poremećaj unutar kojeg su ukomponirani nepoznati ili djelomično poznati parametri ( $I_{xx}$ ,  $m$ ), zatim upravljačka varijabla  $u_1$  i njene derivacije, varijabla stanja  $\phi$  i njena derivacija  $\dot{\phi}$  te nepoznati vanjski poremećaji  $d_{\tau\phi}(t)$  i  $d_{fy}(t)$ .

U jednačbama (3.30) i (3.31) potrebno je zadovoljiti uvjet na parametar  $\bar{k}_2$ , a to je da vrijedi:

$$-\frac{g}{I_{xx\_min}} < \bar{k}_2 < -\frac{g}{I_{xx\_max}},$$

gdje moment tromosti  $I_{xx}$  zadovoljava:  $I_{xx\_min} \leq I_{xx} \leq I_{xx\_max}$ .

Budući da je cilj regulacije podsustava 2, također, osigurati praćenje referente trajektorije, potrebno je osigurati da dinamika pogreške bude stabilna i da konvergira prema nuli. Stoga je



potrebno jednadžbu (3.30) izraziti preko pogreške odstupanja  $\tilde{y} = y - y_d$  nakon čega se dobije:

$$\tilde{y}^{(4)} = \bar{k}_2 u_2 + d_2(t) - y_d^{(4)}. \quad (3.32)$$

Kao i kod podsustava 1, pretpostavlja se da su derivacije referentne trajektorije u jednadžbi (3.32) nepoznate te se i one mogu tretirati kao dio totalnog poremećaja. U tom slučaju, totalni poremećaj podsustava 2 poprima sljedeći oblik:

$$d_{22}(t) = d_2(t) - \ddot{y}_d, \quad (3.33)$$

a jednadžba (3.32) zapisana uz uvođenje pomoćne upravljačke varijable  $u_{22} = \bar{k}_2 u_2$  dobiva sljedeći oblik:

$$\tilde{y}^{(4)} = u_{22} + d_{22}(t). \quad (3.34)$$

Ako se sada jednadžba (3.34) zapiše u obliku prostora stanja, dobiju se sljedeći izrazi:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_{s2} \mathbf{y} + \mathbf{B}_{s2} (u_{22} + d_{22}(t)) \quad (3.35)$$

$$\tilde{y} = \mathbf{C}_{s2} \mathbf{y} \quad (3.36)$$

gdje je  $\mathbf{y} = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \ddot{\tilde{y}} \quad \tilde{y}^{(3)}]^T$  vektor varijabli stanja podsustava 2, a matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{s2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{s2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{s2} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]. \quad (3.37)$$

Idući korak kod implementacije ADRC upravljačkog algoritma na podustav 2 jest sinteza regulatora, koja se provodi na sličan način kao i za podsustav 1. Dakle, sinteza regulatora

provodi se, također, uz pretpostavku da su mjerljive sve varijable stanja  $\mathbf{y}$ , stoga će ADRC regulator koji stabilizira podsustav 2 izgledati ovako:

$$u_2 = -\frac{1}{\bar{k}_2} (\mathbf{K}_2 \mathbf{y} + \hat{d}_{22}(t)). \quad (3.38)$$

gdje je  $\mathbf{K}_2$  matrica pojačanja, a  $\hat{d}_{22}(t)$  estimacija totalnog poremećaja. Ako se sada jednačba linearnog regulatora (3.38) uvrsti u (3.35) dobije se dinamika zatvorenog kruga:

$$\dot{\mathbf{y}} = (\mathbf{A}_{s2} - \mathbf{B}_{s2} \mathbf{K}_2) \mathbf{y} + \mathbf{B}_{s2} \tilde{d}_{22}(t). \quad (3.39)$$

gdje je  $\tilde{d}_{22}(t) = d_{22}(t) - \hat{d}_{22}(t)$  pogreška estimacije totalnog poremećaja. Kao što je to već spomenuto kod podsustava 1, potrebno je da pogreška estimacije bude malih iznosa kako ne bi imala utjecaja na dinamiku zatvorenog kruga. Zbog toga je važno da dinamika proširenog observera stanja bude brža minimalno tri puta od dinamike regulatora kako bi prošireni observer stanja osigurao kvalitetnu estimaciju totalnog poremećaja i time pogrešku estimacije sveo na zanemarive iznose. Matrica pojačanja određuje se metodom podešavanja polova, na isti način kao i za podsustav 1, tako da se karakteristični polinom dinamike zatvorenog regulacijskog kruga izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{s2} + \mathbf{B}_{s2} \mathbf{K}_2) = (s + \lambda_2)^4, \quad (3.40)$$

gdje je  $\lambda_2 < 0$  četverostruki pol. Naredba u programskom paketu MATLAB za izračun matrice pojačanja  $\mathbf{K}_2$  je:  $\mathbf{K}_2 = \text{acker}(\mathbf{A}_{s2}, \mathbf{B}_{s2}, \lambda_2)$ , pri čemu je  $\lambda_2 = [\lambda_2 \ \lambda_2 \ \lambda_2 \ \lambda_2]$  matrica željenih polova zatvorenog regulacijskog kruga.

Sljedeći korak kod implementacije ADRC upravljačkog algoritma jest sinteza proširenog observera (ESO) koji je zadužen za estimaciju svih varijabli stanja, ali i totalnog poremećaja. Postupak sinteze proširenog observera veoma je sličan kao i kod podsustava 1. Jedina je razlika u tome što je podsustav 2 četvrtog reda, a to će značiti da prošireni observer mora biti minimalno petog reda, budući da se totalni poremećaj tretira kao dodatna varijabla stanja, odnosno  $d_{22}(t) = y_5$ . Prema tome, dinamika podsustava 2, može se zapisati na sljedeći način:

$$\dot{\mathbf{y}}_o = \mathbf{A}_{o2}\mathbf{y}_o + \mathbf{B}_{o2}u_{22} \quad (3.41)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}_{o2}\mathbf{y}_o \quad (3.42)$$

gdje je  $\mathbf{y}_o = [\tilde{y} \ \dot{\tilde{y}} \ \ddot{\tilde{y}} \ \tilde{y}^{(3)} \ d_{22}]^T = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5]^T$  prošireni vektor varijabli stanja podsustava 2, dok su matrice:

$$\mathbf{A}_{o2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{o2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{o2} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (3.43)$$

Dinamika proširenog observera stanja za podsustav 2 izgleda ovako:

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}}_o = \mathbf{A}_{o2}\hat{\mathbf{y}}_o + \mathbf{B}_{o2}u_{22} + \mathbf{L}_2\mathbf{C}_{o2}(\mathbf{y}_o - \hat{\mathbf{y}}_o) \quad (3.44)$$

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}} = \mathbf{C}_{o2}\hat{\mathbf{y}}_o \quad (3.45)$$

gdje je  $\hat{\mathbf{y}}_o$  prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 2.

Dinamika pogreške estimacije,  $\mathbf{e}_y = \mathbf{y}_o - \hat{\mathbf{y}}_o$ , dobije se kada se jednačba (3.44) oduzme od jednačbe (3.41) te nakon sređivanja, dobije se sljedeći izraz:

$$\dot{\mathbf{e}}_y = (\mathbf{A}_{o2} - \mathbf{L}_2\mathbf{C}_{o2})\mathbf{e}_y \quad (3.46)$$

gdje je  $\mathbf{L}_2 = [L_{21} \ L_{22} \ L_{23} \ L_{24} \ L_{25}]^T$  matrica pojačanja proširenog (ESO) observera koja se također određuje metodom podešavanja polova, tako da se karakteristični polinom dinamike pogreške estimacije proširenog observera (3.46) izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{o2} + \mathbf{L}_2\mathbf{C}_{o2}) = (s + \bar{\lambda}_2)^5, \quad (3.47)$$

gdje je  $\bar{\lambda}_2 \leq 3 \lambda_2 < 0$ , peterostruki pol observera. Naredba u MATLAB-u za određivanje pojačanja proširenog observera je:  $\mathbf{L}_2 = \text{acker}(\mathbf{A}'_{o2}, \mathbf{C}'_{o2}, \bar{\lambda}_2)'$ , pri čemu je  $\bar{\lambda}_2 = [\bar{\lambda}_2 \ \bar{\lambda}_2 \ \bar{\lambda}_2 \ \bar{\lambda}_2 \ \bar{\lambda}_2]$  vektor željenih polova observera.

Konačni izgled ADRC regulatora s estimiranim stanjima  $\hat{\mathbf{y}}$  na temelju proširenog (ESO) observera za podsustav 2 izgleda ovako:

$$u_2 = -\frac{1}{\bar{k}_2} (\mathbf{K}_2 \hat{\mathbf{y}} + \hat{y}_3), \quad (3.48)$$

koji se može, također, zapisati koristeći prošireni vektor estimiranih varijabli stanja  $\hat{\mathbf{y}}_o$  na sljedeći način:

$$u_2 = -\frac{1}{\bar{k}_2} [\mathbf{K}_2 \ 1] \hat{\mathbf{y}}_o. \quad (3.49)$$

### 3.3.2.3. Podsustav 3 – upravljanje pozicijom $x$

Podsustav 3 čine dvije diferencijalne jednačbe drugog reda, prikazane izrazom (3.8). Te jednačbe, mogu se, kao i kod podsustava 2, zapisati u obliku jedne diferencijalne jednačbe četvrtog reda. Stoga, ako se prva jednačba derivira dva puta, u njoj se javlja druga derivacija kuta zakreta  $\theta$ , koja se također javlja u drugoj jednačbi te ju je moguće izraziti iz druge jednačbe i ubaciti u prvu, nakon čega se, sređivanjem, dobije jednačba četvrtog reda, koju je moguće zapisati na sljedeći način:

$$x^{(4)} = \bar{k}_3 u_3 + d_3(t) \quad (3.50)$$

gdje je

$$d_3(t) = \left( -\frac{u_1}{mI_{yy}} - \bar{k}_3 \right) u_3 + \frac{1}{m} \left( \frac{d_{\tau\theta}(t)}{I_{yy}} u_1 + 2\dot{\theta} \dot{u}_1 + \theta \ddot{u}_1 + \ddot{d}_{fx}(t) \right), \quad (3.51)$$

totalni poremećaj unutar kojeg su ukomponirani nepoznati ili djelomično poznati parametri ( $I_{yy}$ ,  $m$ ), zatim upravljačka varijabla  $u_1$  i njene derivacije, varijabla stanja  $\theta$  i njena derivacija  $\dot{\theta}$  te nepoznati vanjski poremećaji  $d_{\tau\theta}(t)$  i  $d_{fx}(t)$ .

U jednadžbama (3.50) i (3.51) potrebno je zadovoljiti uvjet na parametar  $\bar{k}_3$ , a to je da vrijedi:

$$\frac{g}{I_{yy\_max}} < \bar{k}_3 < \frac{g}{I_{yy\_min}},$$

gdje moment tromosti  $I_{yy}$  zadovoljava:  $I_{yy\_min} \leq I_{yy} \leq I_{yy\_max}$ .

Budući da je cilj regulacije podsustava 3, kao i kod prethodnih podsustava, postići slijeđenje proizvoljne referentne trajektorije, jednadžbu (3.50) potrebno je izraziti preko pogreške odstupanja  $\tilde{x} = x - x_d$ , nakon čega se dobije sljedeća jednadžba:

$$\tilde{x}^{(4)} = \bar{k}_3 u_3 + d_3(t) - x_d^{(4)}. \quad (3.52)$$

U jednadžbi (3.52) pretpostavlja se da su derivacije referentne trajektorije nepoznate pa se i one tretiraju kao dio totalnog poremećaja. U tom slučaju, totalni poremećaj podsustava 3 poprima sljedeći oblik:

$$d_{33}(t) = d_3(t) - \ddot{x}_d, \quad (3.53)$$

a jednadžba (3.52) zapisana uz uvođenje pomoćne upravljačke varijable  $u_{33} = \bar{k}_3 u_3$  dobiva sljedeći oblik:

$$\tilde{x}^{(4)} = u_{33} + d_{33}(t). \quad (3.54)$$

Ako se sada jednadžba (3.54) zapiše u obliku prostora stanja, dobiju se sljedeći izrazi:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{s3} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{s3} (u_{33} + d_{33}(t)) \quad (3.55)$$

$$\tilde{x} = \mathbf{C}_{s3} \mathbf{x} \quad (3.56)$$

gdje je  $\mathbf{x} = [\tilde{x} \quad \tilde{x}^{(1)} \quad \tilde{x}^{(2)} \quad \tilde{x}^{(3)}]^T$  vektor varijabli stanja podsustava 3, a matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{s3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{s3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{s3} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]. \quad (3.57)$$

Sinteza linearnog ADRC regulatora gotovo je jednaka kao i kod podsustava 2, stoga u nastavku neće biti detaljno izveden i objašnjen postupak sinteze, već su dani samo najvažniji izrazi.

Linearni ADRC regulator koji će osigurati da sustav (3.55) slijedi zadanu referentnu trajektoriju, uz pretpostavku mjerljivosti svih varijabli stanja  $\mathbf{x}$ , prikazan je sljedećim izrazom:

$$u_3 = -\frac{1}{\bar{k}_3} (\mathbf{K}_3 \mathbf{x} + \hat{d}_{33}(t)). \quad (3.58)$$

gdje je  $\mathbf{K}_3$  matrica pojačanja, a  $\hat{d}_{33}(t)$  estimacija totalnog poremećaja. Ako se sada jednačba linearnog regulatora (3.58) uvrsti u (3.55) dobije se dinamika zatvorenog kruga:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}_{s3} - \mathbf{B}_{s3} \mathbf{K}_3) \mathbf{x} + \mathbf{B}_{s3} \tilde{d}_{33}(t). \quad (3.59)$$

gdje je  $\tilde{d}_{33}(t) = d_{33}(t) - \hat{d}_{33}(t)$  pogreška estimacije totalnog poremećaja.

Matrica pojačanja  $\mathbf{K}_3$  određuje se metodom podešavanja polova, tako da se izjednači karakteristični polinom dinamike zatvorenog regulacijskog kruga s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{s3} + \mathbf{B}_{s3} \mathbf{K}_3) = (s + \lambda_3)^4, \quad (3.60)$$

gdje je  $\lambda_3$  četverostruki pol za koji vrijedi:  $\lambda_3 < 0$ .

MATLAB-ova naredba za izračun matrice pojačanja  $\mathbf{K}_3$  na temelju gornjeg izraza (3.60) je:  $\mathbf{K}_3 = \text{acker}(\mathbf{A}_{s3}, \mathbf{B}_{s3}, \boldsymbol{\lambda}_3)$ , gdje je  $\boldsymbol{\lambda}_3 = [\lambda_3 \ \lambda_3 \ \lambda_3 \ \lambda_3]$  vektor željenih polova za podsustav 3.

Isto kao i kod sinteze regulatora, u nastavku slijedi prikaz najvažnijih izraza za sintezu proširenog observera za podsustav 3, budući da je sinteza proširenog observera gotovo jednaka kao i za podsustav 2, pa stoga nema potrebe za ponavljanjem detaljnog izvoda i objašnjenja.

Dinamika proširenog observera stanja (ESO) minimalno je petog reda, budući da se red sustava proširuje uvođenjem totalnog poremećaja kao dodatne varijable stanja,  $d_{33}(t) = x_5$ . Prema tome, dinamika podsustava 3, može se zapisati koristeći prošireni vektor stanja  $\mathbf{x}_o$ , na sljedeći način:

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \mathbf{A}_{o3}\mathbf{x}_o + \mathbf{B}_{o3}u_{33} \quad (3.61)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_{o3}\mathbf{x}_o \quad (3.62)$$

gdje je  $\mathbf{x}_o = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \ddot{\tilde{x}} \ \tilde{x}^{(3)} \ d_{33}]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$  prošireni vektor varijabli stanja podsustava 3, dok matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{o3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{o3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{o3} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (3.63)$$

Dinamika proširenog observera stanja za podsustav 3 izgleda ovako:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_o = \mathbf{A}_{o3}\hat{\mathbf{x}}_o + \mathbf{B}_{o3}u_{33} + \mathbf{L}_3\mathbf{C}_{o3}(\mathbf{x}_o - \hat{\mathbf{x}}_o) \quad (3.64)$$

$$\hat{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{C}_{o3}\hat{\mathbf{x}}_o \quad (3.65)$$

gdje je  $\hat{\mathbf{x}}_o$  prošireni vektor varijabli stanja podsustava 3.

Dinamika pogreške estimacije,  $\mathbf{e}_x = \mathbf{x}_o - \hat{\mathbf{x}}_o$ , dobije se kada se jednadžba (3.64) oduzme od jednadžbe (3.61) te nakon sređivanja, dobije se sljedeći izraz:

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A}_{o3} - \mathbf{L}_3 \mathbf{C}_{o3}) \mathbf{e}_x \quad (3.66)$$

gdje je  $\mathbf{L}_3 = [L_{31} \ L_{32} \ L_{33} \ L_{34} \ L_{35}]^T$  matrica pojačanja proširenog (ESO) observera koja se također određuje metodom podešavanja polova, tako da se karakteristični polinom dinamike pogreške estimacije proširenog observera (3.66) izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{o3} + \mathbf{L}_3 \mathbf{C}_{o3}) = (s + \bar{\lambda}_3)^5, \quad (3.67)$$

gdje je  $\bar{\lambda}_3 \leq 3 \lambda_2 < 0$ , peterostruki pol observera. Naredba u programskom paketu MATLAB za određivanje pojačanja proširenog observera je:  $\mathbf{L}_3 = \text{acker}(\mathbf{A}'_{o3}, \mathbf{C}'_{o3}, \bar{\lambda}_3)'$ , gdje je  $\bar{\lambda}_3 = [\bar{\lambda}_3 \ \bar{\lambda}_3 \ \bar{\lambda}_3 \ \bar{\lambda}_3 \ \bar{\lambda}_3]$  vektor željenih polova observera.

Konačni izgled ADRC regulatora s estimiranim stanjima  $\hat{\mathbf{x}}$  na temelju proširenog (ESO) observera za podsustav 3 izgleda ovako:

$$u_3 = -\frac{1}{\bar{k}_3} (\mathbf{K}_3 \hat{\mathbf{x}} + \hat{x}_3), \quad (3.68)$$

koji se može, također, zapisati koristeći prošireni vektor estimiranih stanja podsustava 3,  $\hat{\mathbf{x}}_o$ , na sljedeći način:

$$u_3 = -\frac{1}{\bar{k}_3} [\mathbf{K}_3 \ 1] \hat{\mathbf{x}}_o. \quad (3.69)$$

#### 3.3.2.4. Podsustav 4 – upravljanje kutom zakreta oko z osi

Podsustav 4, definiran jednadžbom (3.9), opisuje rotacijsko gibanje oko z osi, što znači da implementacija ADRC upravljačkog algoritma ima za cilj upravljanje kutom zakreta oko z osi, odnosno cilj je osigurati slijeđenje referentnih iznosa kuta zakreta  $\psi_d(t)$ .



Jednadžba podsustava 4 (3.9), može se zapisati na sljedeći način:

$$\ddot{\psi} = \bar{k}_4 u_4 + d_4(t) \quad (3.70)$$

gdje je

$$d_4(t) = \left( \frac{1}{I_{zz}} - \bar{k}_4 \right) u_4 + \frac{d_{\tau\psi}(t)}{I_{zz}}, \quad (3.71)$$

totalni poremećaj unutar kojega su ukomponirani vanjski poremećaj  $d_{\tau\psi}(t)$ , moment inercije  $I_{zz}$  te parametar  $\bar{k}_4$  koji treba zadovoljiti uvjet  $\bar{k}_4 < \frac{1}{I_{zz\_max}}$ , pri čemu je moment tromosti djelomično poznat, odnosno poznate su njegove granice:  $I_{zz\_min} \leq I_{zz} \leq I_{zz\_max}$ .

Budući da je cilj regulacije podsustava 4, osigurati slijedeće referentnih iznosa kuta zakreta  $\psi_d(t)$ , potrebno je osigurati da dinamika pogreške bude stabilna i da konvergira prema nuli. Stoga je potrebno jednadžbu (3.70) izraziti preko pogreške odstupanja  $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$  nakon čega se dobije:

$$\tilde{\psi}^{(2)} = \bar{k}_4 u_4 + d_4(t) - \ddot{\psi}_d. \quad (3.72)$$

Ako se sada pretpostavi da su nepoznate i derivacije referentne trajektorije  $\psi_d$ , one se također mogu tretirati kao dio totalnog poremećaja koji se onda može zapisati na sljedeći način:

$$d_{44}(t) = d_4(t) - \ddot{\psi}_d, \quad (3.73)$$

a jednadžba (3.72) zapisana uz uvođenje pomoćne upravljačke varijable  $u_{44} = \bar{k}_4 u_4$  dobiva sljedeći oblik:

$$\tilde{\psi}^{(2)} = u_{44} + d_{44}(t). \quad (3.74)$$

Ako se sada jednadžba (3.74) zapiše u obliku prostora stanja, dobiju se sljedeći izrazi:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{A}_{s4}\boldsymbol{\psi} + \mathbf{B}_{s4}(u_{44} + d_{44}(t)) \quad (3.75)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{C}_{s4}\boldsymbol{\psi} \quad (3.76)$$

gdje je  $\boldsymbol{\psi} = [\tilde{\psi} \quad \tilde{\psi}^{(1)}]^T = [\psi_1 \quad \psi_2]^T$  vektor varijabli stanja podsustava 4, a matrice podsustava 4, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{s4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{s4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{s4} = [1 \quad 0]. \quad (3.77)$$

Sinteza linearnog ADRC regulatora za podsustav 4 gotovo je jednaka kao i za podsustav 1, stoga u nastavku neće biti detaljno izveden i objašnjen postupak sinteze, već su dani samo najvažniji izrazi.

Linearni ADRC regulator koji će osigurati da sustav (3.75) slijedi zadanu referentnu trajektoriju, uz pretpostavku mjerljivosti svih varijabli stanja  $\boldsymbol{\psi}$ , prikazan je sljedećim izrazom:

$$u_4 = -\frac{1}{k_4}(\mathbf{K}_4\boldsymbol{\psi} + \hat{d}_{44}(t)). \quad (3.78)$$

gdje je  $\mathbf{K}_4$  matrica pojačanja, a  $\hat{d}_{44}(t)$  estimacija totalnog poremećaja. Ako se sada jednadžba linearnog regulatora (3.78) uvrsti u (3.75) dobije se dinamika zatvorenog kruga:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = (\mathbf{A}_{s4} - \mathbf{B}_{s4}\mathbf{K}_4)\boldsymbol{\psi} + \mathbf{B}_{s4}\tilde{d}_{44}(t). \quad (3.79)$$

gdje je  $\tilde{d}_{44}(t) = d_{44}(t) - \hat{d}_{44}(t)$  pogreška estimacije totalnog poremećaja.

Matrica pojačanja  $\mathbf{K}_4$  određuje se metodom podešavanja polova, tako da se izjednači karakteristični polinom dinamike zatvorenog regulacijskog kruga s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{s4} + \mathbf{B}_{s4}\mathbf{K}_4) = (s + \lambda_4)^2, \quad (3.80)$$

gdje je  $\lambda_4$  dvostruki pol za koji vrijedi:  $\lambda_4 < 0$ .

MATLAB-ova naredba za izračun matrice pojačanja  $\mathbf{K}_4$  na temelju gornjeg izraza (3.80) je:  $\mathbf{K}_4 = \text{acker}(\mathbf{A}_{s4}, \mathbf{B}_{s4}, \boldsymbol{\lambda}_4)$ , gdje je  $\boldsymbol{\lambda}_4 = [\lambda_4 \ \lambda_4]$  vektor željenih polova za podsustav 4.

Isto kao i kod sinteze regulatora, u nastavku slijedi prikaz najvažnijih izraza za sintezu proširenog observera za podsustav 4, budući da je sinteza proširenog observera gotovo jednaka kao i za podsustav 1, pa stoga nema potrebe za ponavljanjem detaljnog izvoda i objašnjenja.

Dinamika proširenog observera stanja (ESO) minimalno je trećeg reda, budući da se red sustava proširuje uvođenjem totalnog poremećaja kao dodatne varijable stanja,  $d_{44}(t) = \psi_3$ . Prema tome, dinamika podsustava 4, može se zapisati koristeći prošireni vektor stanja  $\boldsymbol{\psi}_o$ , na sljedeći način:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_o = \mathbf{A}_{o4}\boldsymbol{\psi}_o + \mathbf{B}_{o4}u_{44} \quad (3.81)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{C}_{o4}\boldsymbol{\psi}_o \quad (3.82)$$

gdje je  $\boldsymbol{\psi} = [\tilde{\boldsymbol{\psi}} \ \tilde{\boldsymbol{\psi}}^{(1)} \ d_{44}]^T = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3]^T$  prošireni vektor varijabli stanja podsustava 4, dok matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{o4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{o4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{o4} = [1 \ 0 \ 0]. \quad (3.83)$$

Dinamika proširenog observera za podsustav 4 izgleda ovako:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\psi}}}_o = \mathbf{A}_{o4}\hat{\boldsymbol{\psi}}_o + \mathbf{B}_{o4}u_{44} + \mathbf{L}_4\mathbf{C}_{o4}(\boldsymbol{\psi}_o - \hat{\boldsymbol{\psi}}_o) \quad (3.84)$$

$$\hat{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{C}_{o4}\hat{\boldsymbol{\psi}}_o. \quad (3.85)$$

gdje je  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_o$  prošireni vektor estimiranih varijabli stanja podsustava 4.

Dinamika pogreške estimacije,  $\mathbf{e}_{\boldsymbol{\psi}} = \boldsymbol{\psi}_o - \hat{\boldsymbol{\psi}}_o$ , dobije se kada se jednačba (3.84) oduzme od jednačbe (3.81) te nakon sređivanja, dobije se sljedeći izraz:

$$\dot{\mathbf{e}}_{\psi} = (\mathbf{A}_{o4} - \mathbf{L}_4 \mathbf{C}_{o4}) \mathbf{e}_{\psi} \quad (3.86)$$

gdje je  $\mathbf{L}_4 = [L_{41} \quad L_{42} \quad L_{43}]^T$  matrica pojačanja proširenog (ESO) observera koja se također određuje metodom podešavanja polova, tako da se karakteristični polinom dinamike pogreške estimacije proširenog observera (3.86) izjednači s željenim polinomom, kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{o4} + \mathbf{L}_4 \mathbf{C}_{o4}) = (s + \bar{\lambda}_4)^3, \quad (3.87)$$

gdje je  $\bar{\lambda}_3 \leq 3 \lambda_2 < 0$ , trostruki pol observera. Naredba u programskom paketu MATLAB za određivanje pojačanja proširenog observera je:  $\mathbf{L}_4 = \text{acker}(\mathbf{A}'_{o4}, \mathbf{C}'_{o4}, \bar{\boldsymbol{\lambda}}_4)'$ , gdje je  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_4 = [\bar{\lambda}_4 \quad \bar{\lambda}_4 \quad \bar{\lambda}_4]$  vektor željenih polova observera.

Konačni izgled ADRC regulatora s estimiranim stanjima  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}$  na temelju proširenog (ESO) observera za podsustav 4 izgleda ovako:

$$u_4 = -\frac{1}{k_4} (\mathbf{K}_4 \hat{\boldsymbol{\Psi}} + \hat{\psi}_3), \quad (3.88)$$

koji se može, također, zapisati koristeći prošireni vektor estimiranih stanja podsustava 4,  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_o$ , na sljedeći način:

$$u_4 = -\frac{1}{k_4} [\mathbf{K}_4 \quad 1] \hat{\boldsymbol{\Psi}}_o. \quad (3.89)$$

### 3.3.2.5. Sinteza poopćenog proširenog observera stanja

Budući da je u prethodnim poglavljima provedena sinteza linearnog regulatora s estimacijom poremećaja te proširenog observera koji ima samo jedno prošireno stanje, za sva četiri podsustava, u ovome je poglavlju prikazan način kako se dodatno proširuju stanja observera na redove veće dva ili više puta od reda podsustava. Potreba za dodatnim proširenjem observera na red dva ili više puta veći od reda podsustava, javlja se ako na sustav djeluje vremenski promjenjiv poremećaj, jer u slučaju samo jednog proširenog stanja, observer može

točno estimirati samo konstantne poremećaje, dok se pri estimaciji vremenski promjenjivih poremećaja javljaju odstupanja koje će se smanjivati povećanjem reda observera [15].

Prema tome, dinamika proširenog observera podsustava  $i$  reda  $n_o$ , može se prikazati na sljedeći način:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_{oi} = \mathbf{A}_{oi}\hat{\boldsymbol{\eta}}_{oi} + \mathbf{B}_{oi}u_{ii} + \mathbf{L}_i\mathbf{C}_{oi}(\boldsymbol{\eta}_i - \hat{\boldsymbol{\eta}}_{oi}) \quad (3.90)$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_i = \mathbf{C}_{oi} \hat{\boldsymbol{\eta}}_{oi} \quad (3.91)$$

gdje je  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{oi}$  vektor estimiranih varijabli stanja podsustava  $i$  reda  $n_{oi}$ ,  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_i$  je estimacija pogreške odstupanja, a  $u_{ii}$  je pomoćna upravljačka varijabla koja je jednaka  $u_{ii} = \bar{k}_i u_i$ . Matrice, kada se raspišu, izgledaju ovako:

$$\mathbf{A}_{oi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n_{oi}-1) \times 1} & \mathbf{I}_{(n_{oi}-1) \times (n_{oi}-1)} \\ 0 & \mathbf{0}_{1 \times (n_{oi}-1)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{oi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n_i-1) \times 1} \\ \bar{k}_i \\ \mathbf{0}_{(n_{oi}-n_i) \times 1} \end{bmatrix}, \quad (3.92)$$

$$\mathbf{C}_{oi} = [1 \quad \mathbf{0}_{(n_{oi}-1) \times 1}].$$

gdje je  $\mathbf{0}$  nul matrica i  $\mathbf{I}$  jedinična matrica odgovarajućih dimenzija.

ADRC regulator s estimiranim stanjima na temelju proširenog observera (ESO) za podsustav  $i$  ima sljedeći oblik:

$$u_i = -\frac{1}{\bar{k}_i} [\mathbf{K}_i \quad 1 \quad \mathbf{0}_{1 \times (n_{oi}-n_i-1)}] \hat{\boldsymbol{\eta}}_{oi} \quad (3.93)$$

gdje je  $\mathbf{K}_i$  matrica pojačanja podustava  $i$  a  $\bar{k}_i$  je jedini parametar koji je potrebno podesiti prilikom sinteze.

### 3.3.2.6. Izgladivanje referentnog stanja $y_d$

ADRC upravljački algoritmi, poput konvencionalnih observera, veoma su osjetljivi na velika početna odstupanja stanja sustava od referentnih stanja, uslijed kojih se često onda javljaju visokoamplitudne tranzientne oscilacije upravljačke varijable. Takva pojava

visokoamplitudnih oscilacija kod upravljačke varijable poznata je pod nazivom „*peaking phenomenon*“. Taj problem može se reducirati korištenjem tzv. *smoothing filtera* koji u svojoj suštini predstavlja množenje referentne trajektorije s funkcijom koja ima nulte vrijednosti u prvih barem  $n - 1$  derivacija. To će imati za posljedicu da je referentna trajektorija u prvih  $n - 1$  derivacija malih iznosa, što će dovesti do reduciranja oscilacija upravljačke varijable [15]. Drugi način za eliminaciju ovog problema je da se umjesto linearnog observera stanja, koristi algebarski observer stanja, kao što je korišteno u literaturi [16]. U ovome je radu, za eliminaciju visokoamplitudnih oscilacija upravljačke varijable korišten prvi način, a to je *smoothing filter*.

Dakle, odabran je *smoothing filter* četvrtog reda s kojim se množi originalna referentna trajektorija  $y_d(t)$ , nakon čega se dobije referentna trajektorija s prve četiri „izglačane“ derivacije  $\bar{y}_d(t)$ , kao što je prikazano sljedećim izrazom:

$$\bar{y}_d(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^4} y_d(s) \quad (3.94)$$

gdje je  $\tau$  vremenska konstanta *smoothing filter*-a koja se odabire tako da maksimalna amplituda upravljačke varijable bude unutar željenih granica, gdje male vrijednosti konstante  $\tau$  uzrokuju brži odziv i veće amplitude, dok veće vrijednosti uzrokuju sporiji odziv i manje amplitude.

Ukoliko vrijedi da je originalna referentna trajektorija konstantna, odnosno:  $y_d(t) = y_d$ , jednadžba (3.94) ima analitičko rješenje prikazano sljedećim izrazom:

$$\bar{y}_d(t) = f_o(t) y_d, \quad (3.95)$$

gdje je

$$f_o(t) = 1 - \left( 1 + \frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{2\tau^2} + \frac{t^3}{6\tau^3} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.96)$$

No, jednadžbu (3.95) može se koristiti i za vremenski promjenjive referentne trajektorije, jer će također osigurati da prve četiri derivacije budu „zaglačane“.

#### 4. SIMULACIJA LETA KVADKOPTERA

U prethodnom je poglavlju prikazana implementacija ADRC upravljačkog algoritma s proširenim observerom stanja (ESO) na sustav kvadkoptera, odnosno provedena je sinteza ADRC regulatora i proširenog observera stanja za svaki od četiri podsustava koji čine ukupni dinamički model kvadkoptera. Time je postignuto upravljanje pozicijama u smjeru  $x, y$  i  $z$  osi, te kutem zakreta  $\psi$  (oko  $z$  osi), odnosno ADRC upravljački algoritam osigurava da svaki od tih podsustava može slijediti proizvoljnu referentnu trajektoriju u uvjetima nepoznatih, vremenski promjenjivih, vanjskih poremećaja. No, ove tvrdnje potrebno je provjeriti, odnosno potrebno je upravljačke zakone, dobivene na temelju sinteze ADRC regulatora i proširenog observera, testirati na dinamičkom modelu kvadkoptera koji vjerno opisuje njegovo gibanje. Stoga je provedeno nekoliko simulacija u kojima je ADRC upravljački algoritam testiran na nelinearnom dinamičkom modelu (model 1) kvadkoptera u različitim situacijama (slučajevima) u kojima se kvadkopter može naći tijekom leta. Rezultati simulacija za svaku od tih situacija biti će prikazani u nastavku ovoga poglavlja.

Simulacije su provedene u programskom paketu MATLAB, pri čemu se za rješavanje diferencijalnih jednadžbi koristi numerička iterativna metoda Runge-Kutta s varijabilnim vremenskim korakom. Ukupno vrijeme simulacije iznosi  $T = 60$  s, a svi početni uvjeti jednaki su nuli.

Nadalje, fizički parametri kvadkoptera određeni su eksperimentalnim putem te na temelju tehničkih specifikacija koje daje proizvođač pojedinog dijela. Prema tome u tablici 4.1 prikazani su fizički parametri kvadkoptera koji su potrebni za simuliranje sustava.

**Tablica 4.1 Fizički parametri kvadkoptera**

$m$ [kg]	$I_{xx}$ [Nms <sup>2</sup> ]	$I_{yy}$ [Nms <sup>2</sup> ]	$I_{zz}$ [Nms <sup>2</sup> ]	$l$ [mm]
1,5	0,02	0,02	0,04	225

Isto tako, u simulaciji je potrebno uvesti ograničenja na upravljačke varijable, jer su u realnosti motori ograničeni na neku maksimalnu brzinu vrtnje  $\omega_{\max}$ . Pri toj brzini vrtnje, pojedini motor s odgovarajućim propelerom postiže maksimalnu silu potiska  $F_{Ri_{\max}}$  i maksimalni reaktivni moment  $\tau_{Ri_{\max}}$ , pri čemu maksimalne vrijednosti sile potiska i

reaktivnog momenta ovise o faktoru sile potiska  $k_{Fi}$  i faktoru momenta otpora  $k_{\tau i}$ . Ovisnost ovih faktora o silama i momentima prikazana je u poglavlju 2.3 izrazima (2.47) i (2.49), dok se na temelju izraza (2.48) i (2.50) određuju iznosi ovih faktora. Nadalje, maksimalna brzina vrtnje  $\omega_{\max}$  računa se na temelju tehničkih specifikacija odabranog motora koji će biti detaljnije opisan u 5. poglavlju. Ovdje je jedino važno spomenuti da je odabran bezkolektorski istosmjerni motor oznake za brzinu vrtnje 920 KV, što znači da prilikom napajanja motora s 1 V njegova brzina vrtnje iznosi 920 o/min ili 920 RPM-a pri čemu je RPM oznaka za okretaje u minuti (eng. *Revolutions Per Minute*). Prema tome maksimalna brzina vrtnje motora, izražena u rad/s, računa se prema sljedećem izrazu:

$$\omega_{i_{\max}} = 920 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot u_{bat_{\max}}, \quad (4.1)$$

gdje je  $u_{bat_{\max}} = 12$  V, maksimalni napon baterije.

U tablici 4.2 prikazani su svi izračunati iznosi parametara propulzijskog sustava kao i maksimalne vrijednosti sila, momenata i brzina vrtnje pojedinog motora.

**Tablica 4.2 Parametri i maksimalne vrijednosti propulzijskog sustava**

$k_{Fi} \left[ \frac{N \cdot s^2}{rad^2} \right]$	$k_{\tau i} \left[ \frac{Nm \cdot s^2}{rad^2} \right]$	$\omega_{i_{\max}} \text{ [rad/s]}$	$F_{Ri_{\max}} \text{ [N]}$	$\tau_{Ri_{\max}} \text{ [Nm]}$
$1,42 \cdot 10^{-5}$	$2,65 \cdot 10^{-7}$	1156,1	19	0,354

Budući da je cilj ADRC upravljačkog algoritma postići precizno slijedenje referentnih vremenski promjenjivih trajektorija, u simulacijama su odabrane referentne trajektorije prikazane sljedećim izrazima:

$$x_d(t) = 3 \sin\left(\frac{1}{5}t\right) \quad (4.2)$$

$$y_d(t) = 3 \cos\left(\frac{1}{5}t\right) \quad (4.3)$$

$$z_d(t) = 0,5t \quad (4.4)$$

$$\psi_d(t) = 0 \quad (4.5)$$



Isto tako, kvadkopter u realnim uvjetima često nailazi na nepoznate, vremenski promjenjive, vanjske poremećaje koji nastaju zbog djelovanja vjetra, pa je zbog toga potrebno ispitati ADRC upravljački algoritam i u takvim uvjetima. Stoga je u simulaciji potrebno modelirati matematičkim funkcijama vanjske poremećaje koji nastaju zbog djelovanja vjetra. Prema tome, vanjski poremećaji zbog djelovanja vjetra, prikazani vektorima (2.37) simuliraju se sljedećim matematičkim funkcijama:

$$d_{fx} = d_{fy} = d_{fz} = A_{ext} \cdot \sin(\omega_{ext} \cdot t) \quad (4.6)$$

$$d_{tx} = d_{ty} = d_{tz} = 0 \quad (4.7)$$

gdje je  $A_{ext}$  amplituda poremećaja, a  $\omega_{ext}$  je kutna brzina poremećaja.

Kao što se može zaključiti iz izraza (4.6) i (4.7) pretpostavlja se da djelovanje vjetra ima utjecaja samo na translacijsko gibanje kvadkoptera, dok se djelovanje vjetra na rotacijsko gibanje zanemaruje.

Nadalje, polovi za sintezu regulatora i proširenog observera stanja odabrani su kao višestruki polovi, jednaki za sve podsustave, odnosno pol regulatora za podsustav  $i$  jest  $\lambda_i = -2$ , dok je za observer  $\bar{\lambda}_i = -8$ . Osim polova, za podesive parametre  $\bar{k}_i$  kod sinteze ADRC regulatora i observera stanja, na temelju uvjeta stabilnosti, odabrane su sljedeće vrijednosti za svaki podsustav:

$$\bar{k}_1 = \frac{1}{m}, \quad \bar{k}_2 = -\frac{g}{I_{xx}}, \quad \bar{k}_3 = \frac{g}{I_{yy}} \quad i \quad \bar{k}_2 = \frac{1}{I_{zz}}. \quad (4.8)$$

#### 4.1. Rezultati simulacija

U ovome potpoglavlju prikazani su rezultati simulacije leta kvadkoptera s implementiranim ADRC upravljačkim algoritmom i proširenim observerom (ESO) koji ima cilj slijediti proizvoljnu referentnu trajektoriju u različitim situacijama i uvjetima u kojima se može naći tijekom leta. Tako je najprije provedena simulacija u uvjetima bez djelovanja vanjskih poremećaja, a nakon toga uz djelovanje. Isto tako, ADRC upravljački algoritam testiran je na poremećaje manje i veće kompleksnosti i jačine, što je također prikazano u nastavku. Nadalje, posljednji slučaj na kojem je testiran ADRC upravljački algoritam jest situacija kada tijekom

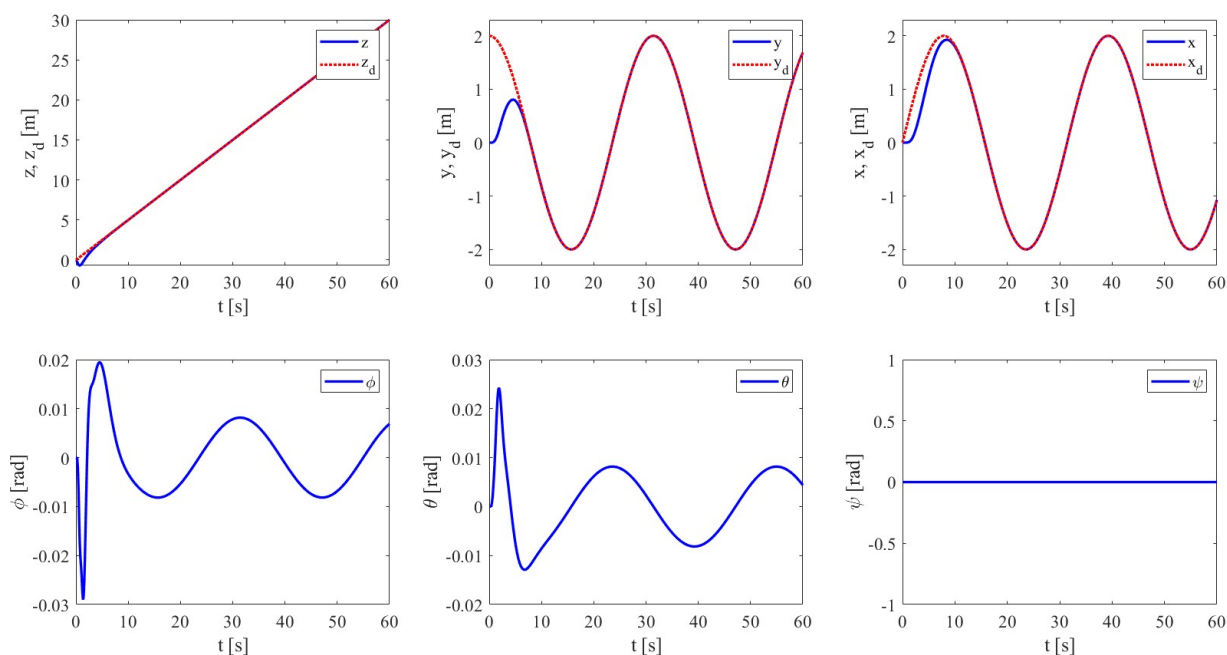
leta kvadrokoptera dođe do oštećenja jednog propelera, što će uzrokovati naglo smanjenje sile potiska. Rezultati i ponašanje kvadrokoptera u takvoj situaciji također su prikazani u nastavku.

#### 4.1.1. Slijeđenje referentne trajektorije bez djelovanja vanjskih poremećaja

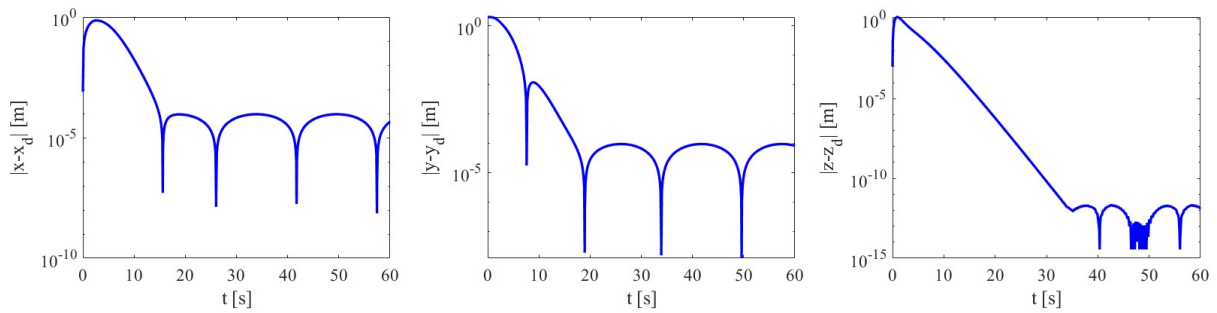
Prvi slučaj prikazan slikama 4.1 – 4.6 odnosi se na zadatak slijeđenja referentnih trajektorija, definiranih izrazima (4.2) – (4.5), u uvjetima bez djelovanja vanjskih poremećaja. U tablici 4.3. prikazan je red proširenog observera stanja (ESO) za svaki od podsustava (izuzevši podsustav 4, jer je za taj podsustav zadana referentna trajektorija jednaka nuli, pa stoga u simulaciji nije implementiran ADRC algoritam na taj podsustav) i parametri vanjskih poremećaja koji su korišteni u simulaciji za prvi slučaj. Na slici 4.1 prikazana je pozicija i orijentacija letjelice, dok je na slici 4.2 prikazana regulacijska pogreška u zatvorenoj petlji. Zatim slika 4.3 prikazuje pogrešku estimacije ukupnog poremećaja za prvi slučaj, dok je na slici 4.4 3D prikaz odziva kvadrokoptera. Nadalje, slika 4.5. prikazuje upravljačke varijable, a slika 4.6 sile potiska na svakom rotoru

**Tablica 4.3 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za prvi slučaj**

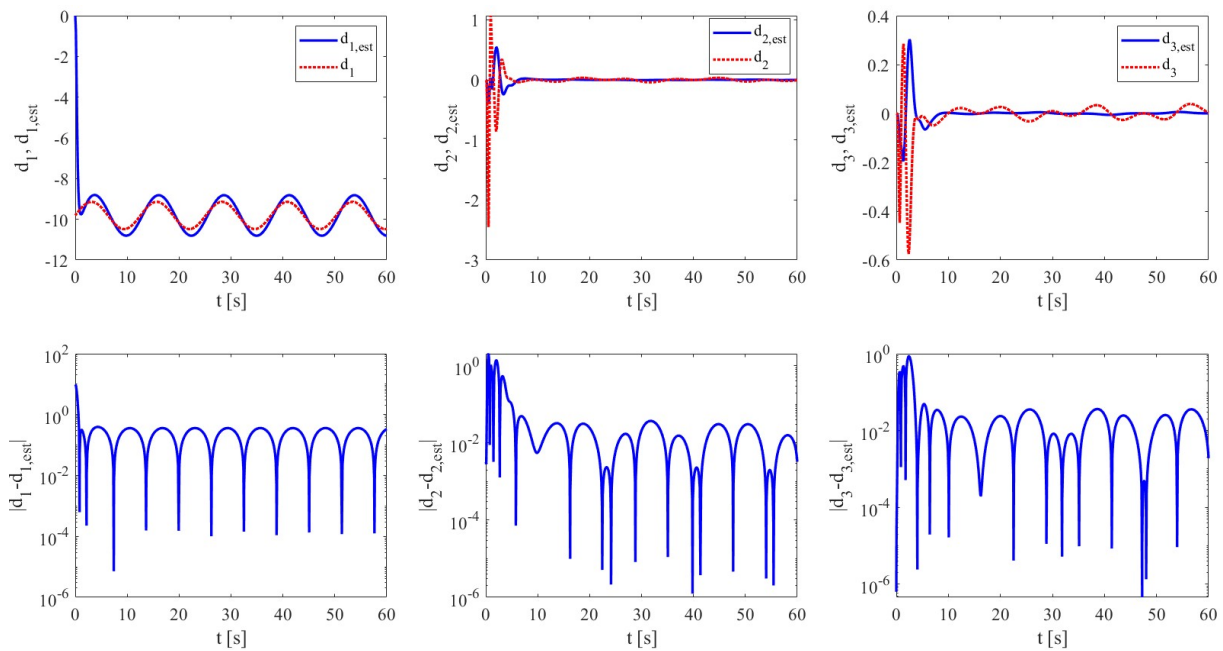
$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
3	5	5	0	0



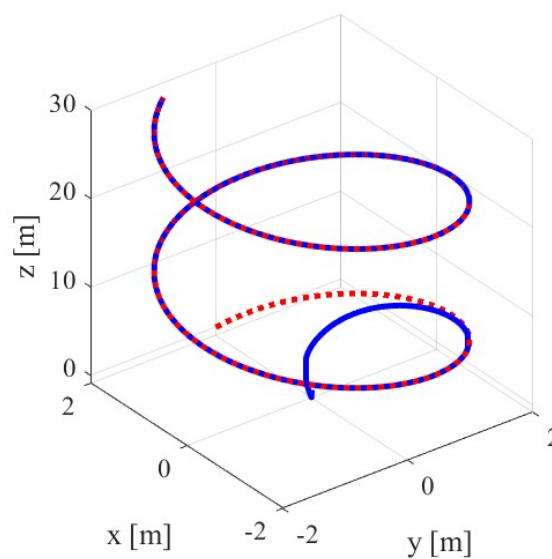
**Slika 4.1 Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj**



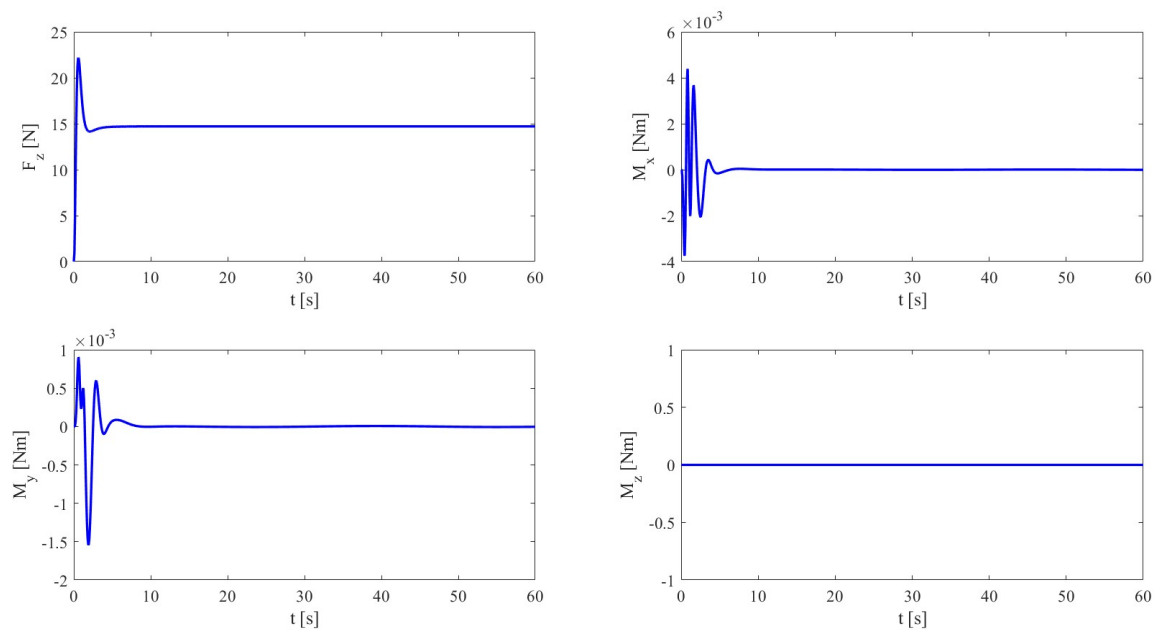
Slika 4.2 Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj



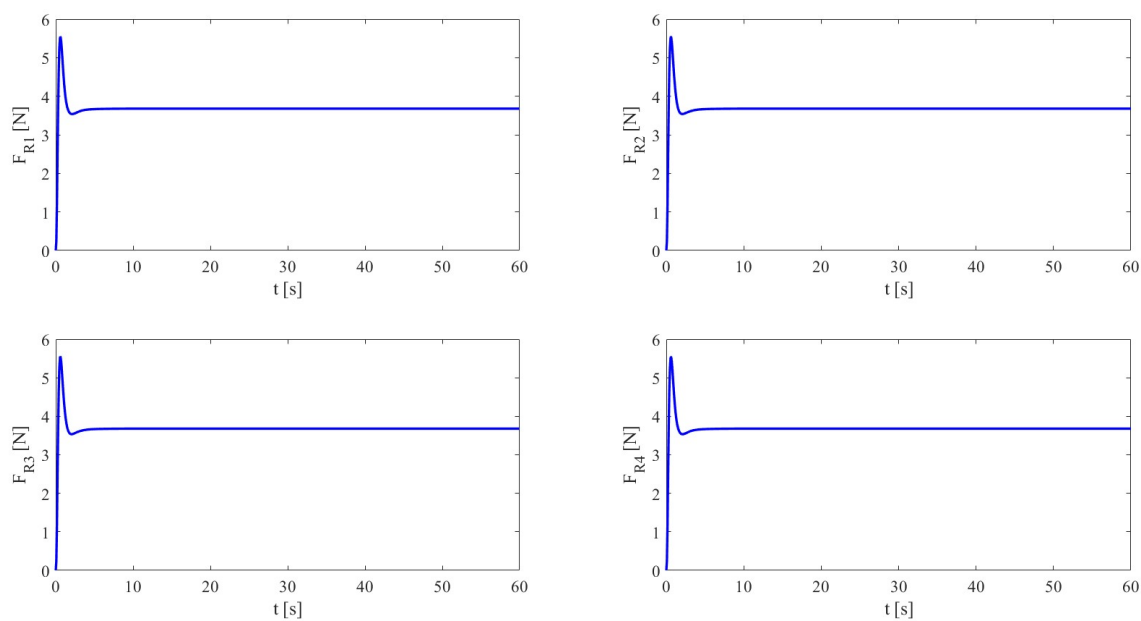
Slika 4.3 Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za prvi slučaj



Slika 4.4 3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za prvi slučaj



**Slika 4.5** Upravljačke sile i momenti kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj



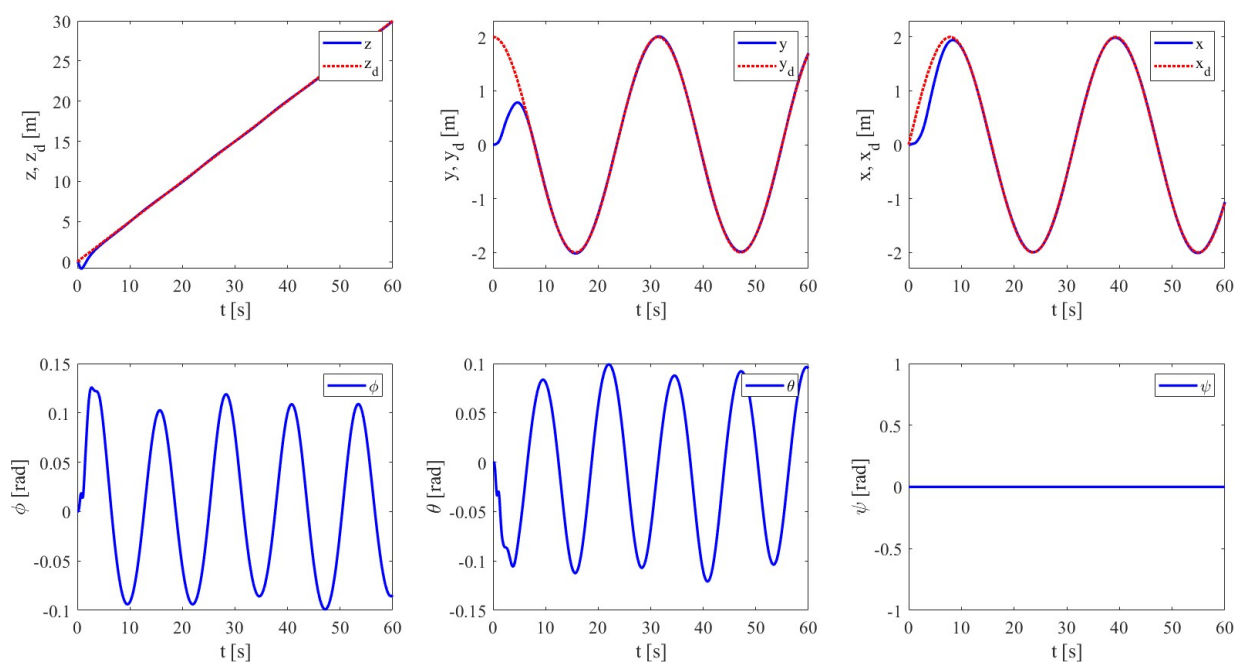
**Slika 4.6** Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za prvi slučaj

#### 4.1.2. Slijeđenje referentne trajektorije uz djelovanje vanjskih poremećaja

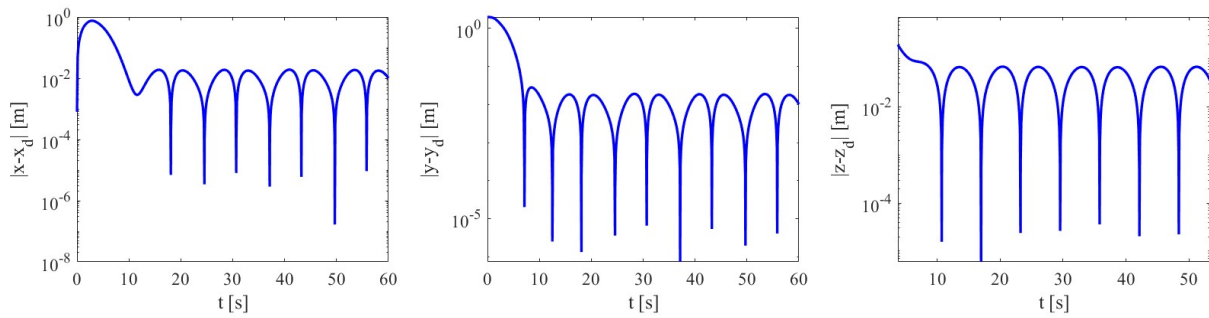
Drugi slučaj na kojem je testiran ADRC upravljački algoritam s proširenim observerom stanja (ESO) jest simulacija leta kvadrokoptera u uvjetima kada su prisutni nepoznati, vremenski promjenjivi, vanjski poremećaji koji se mogu javiti kao posljedica djelovanja vjetra. Parametri koji definiraju vanjske poremećaje i red proširenog observera stanja za svaki podsustav, koji su korišteni u simulaciji za drugi slučaj, prikazani su u tablici 4.4. Na slikama 4.6 – 4.12 prikazani su rezultati simulacije za drugi slučaj.

**Tablica 4.4 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za drugi slučaj**

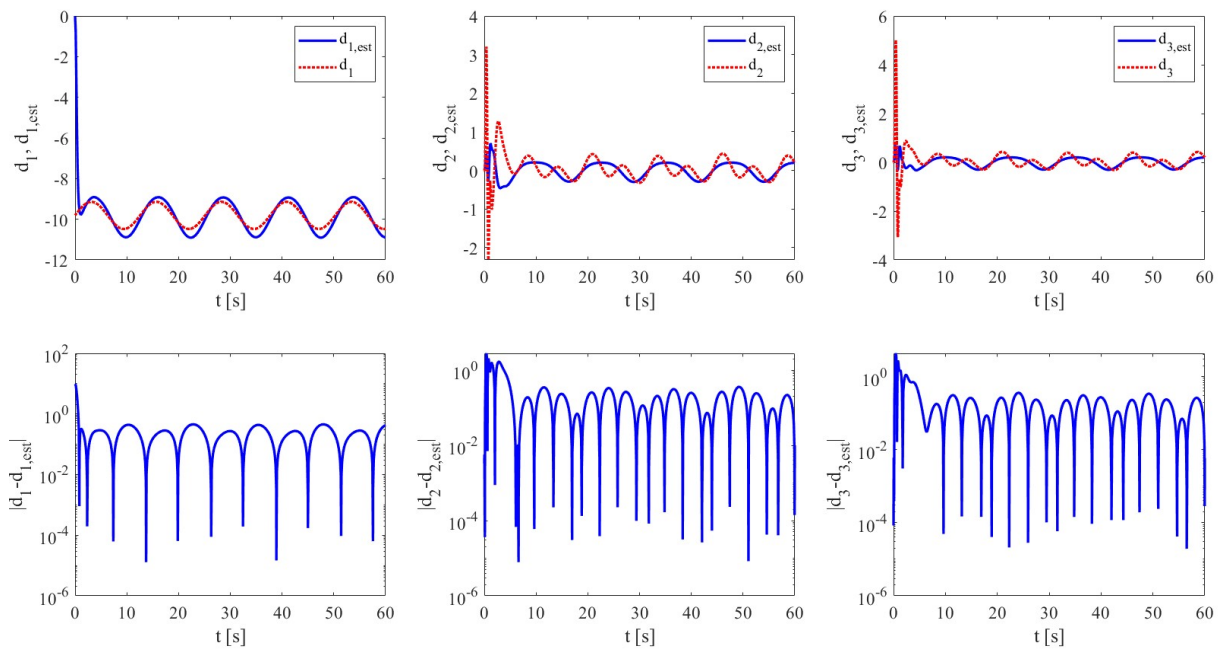
$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
3	5	5	1	0,5



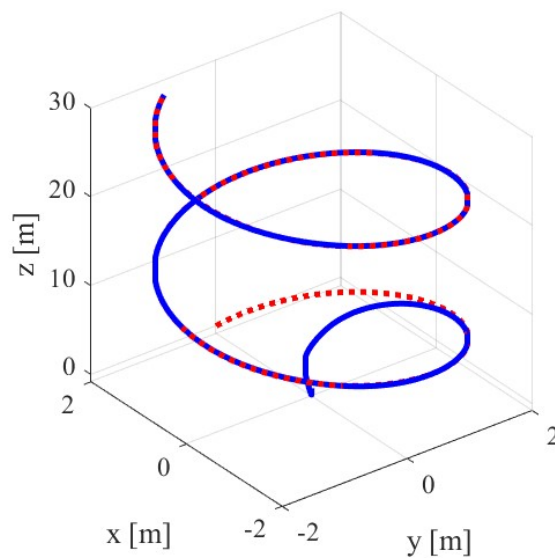
**Slika 4.7 Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj**



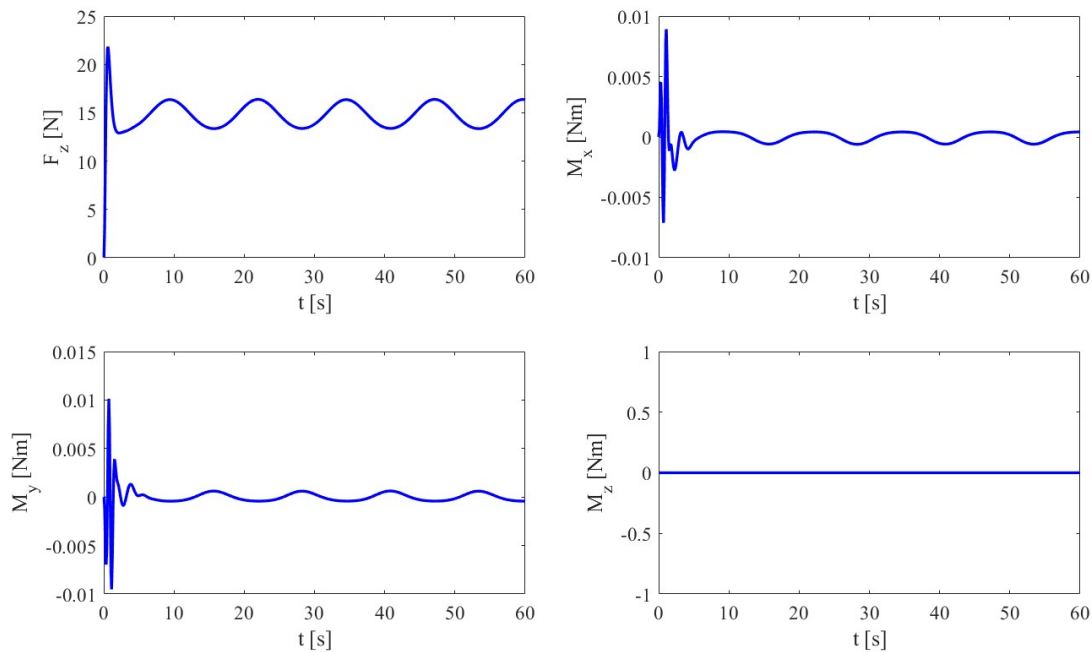
**Slika 4.8** Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj



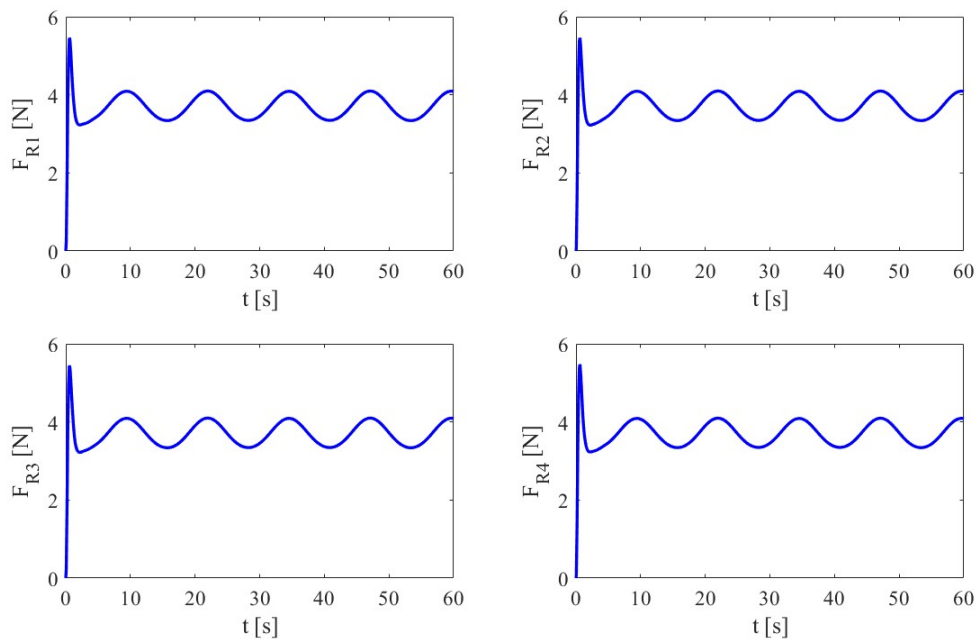
**Slika 4.9** Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za drugi slučaj



**Slika 4.10** 3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za drugi slučaj



**Slika 4.11** Upravljačke sile i momenti kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj



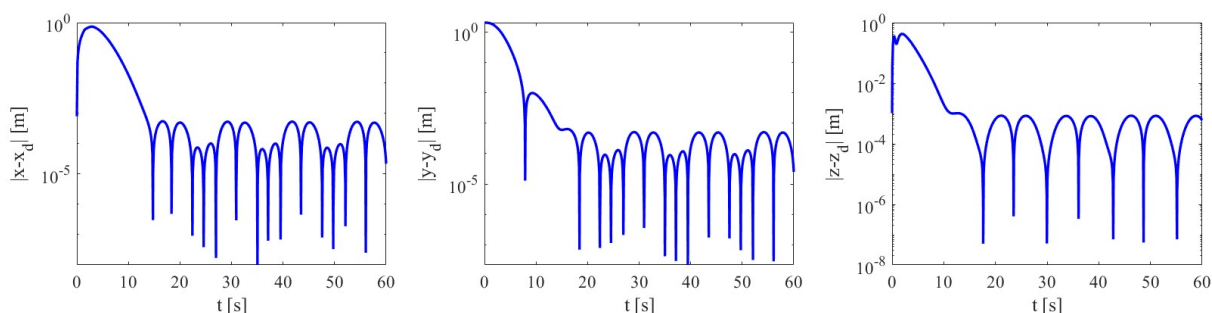
**Slika 4.12** Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za drugi slučaj

Ako se usporede regulacijske pogreške pozicije (slika 4.2 i slika 4.8) i pogreške estimacije ukupnog poremećaja (slika 4.3 i slika 4.9) u prvom i drugom slučaju može se uočiti da su u drugom slučaju, regulacijske pogreške i pogreške estimacije ukupnog poremećaja, veće za jednake redove proširenog observera stanja. Takav rezultat jest i očekivan, budući da se u

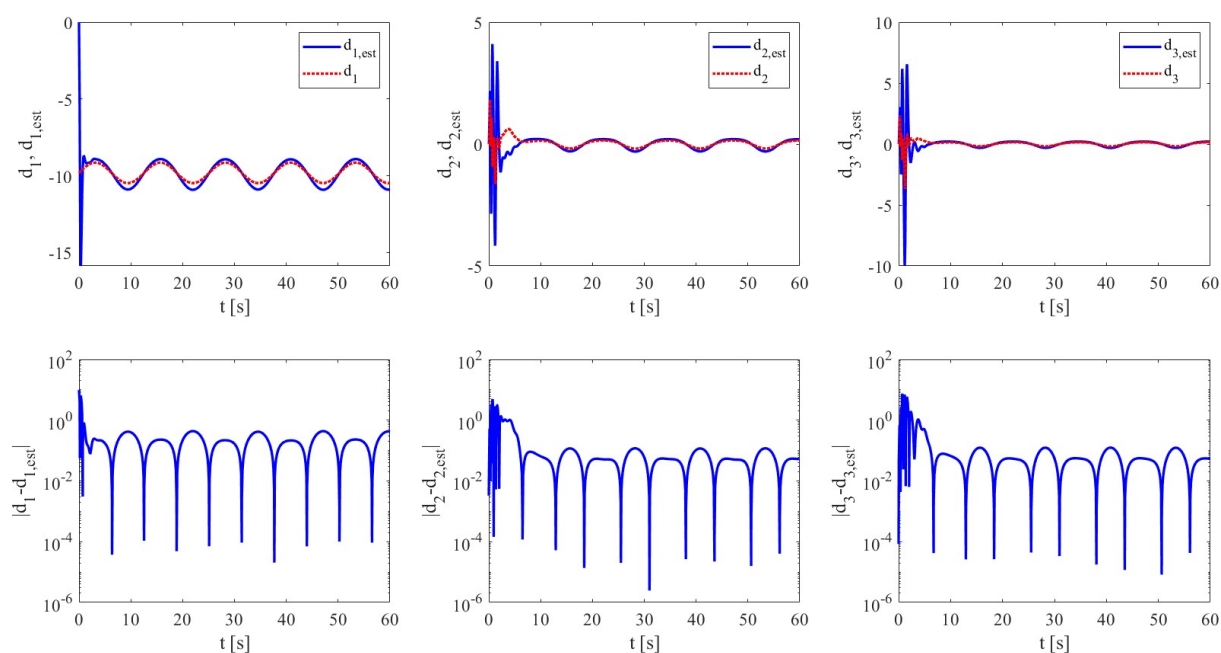
drugom slučaju javljaju vremenski promjenjivi i nepoznati, vanjski poremećaji. Bolja točnost slijeđenja referentnih trajektorija i estimacije ukupnog poremećaja dobiva se povećanjem reda proširenog observera stanja svakog podsustava što se može vidjeti na slikama 4.13 i 4.14, na kojima su prikazane pogreške estimacije totalnog poremećaja i regulacijske pogreške pozicije za treći slučaj kada se red proširenog observera stanja svakog podsustava poveća na iznose prikazane tablicom 4.5.

**Tablica 4.5 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za treći slučaj**

$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
5	7	7	1	0,5



**Slika 4.13 Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za treći slučaj**



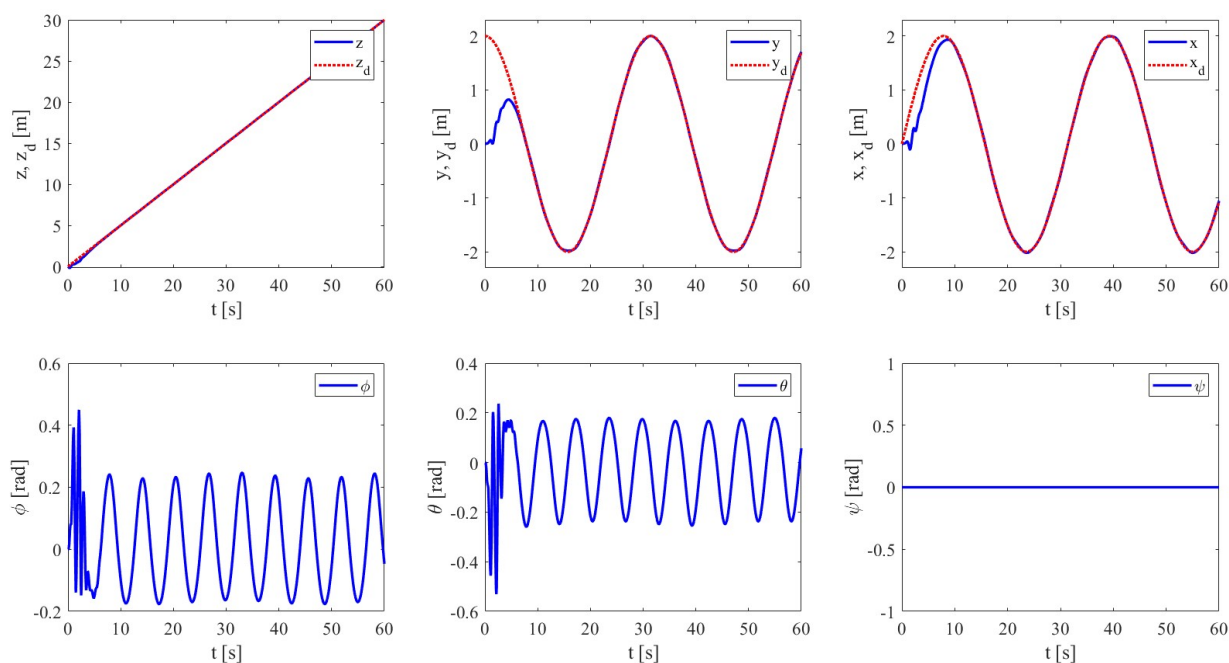
**Slika 4.14 Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za treći slučaj**



Nadalje, na slikama 4.15 – 4.20 prikazani su rezultati simulacije za četvrti slučaj u kojem je ADRC algoritam s proširenim observerom stanja (ESO) testiran u uvjetima prisutnih kompleksnijih vanjskih poremećaja kojima je povećana amplituda i frekvencija. Parametri vanjskih poremećaja, kao i red proširenog observera svakog podsustava za četvrti slučaj prikazani su tablicom 4.6.

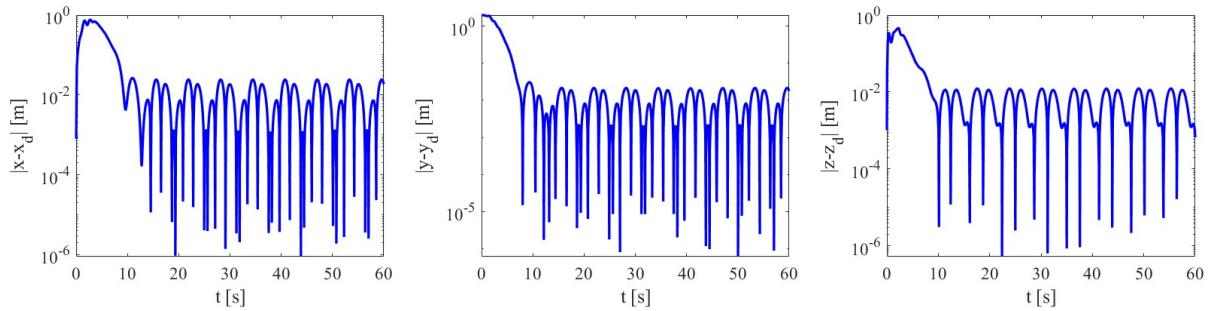
**Tablica 4.6** Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za četvrti slučaj

$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
5	7	7	2	0.7

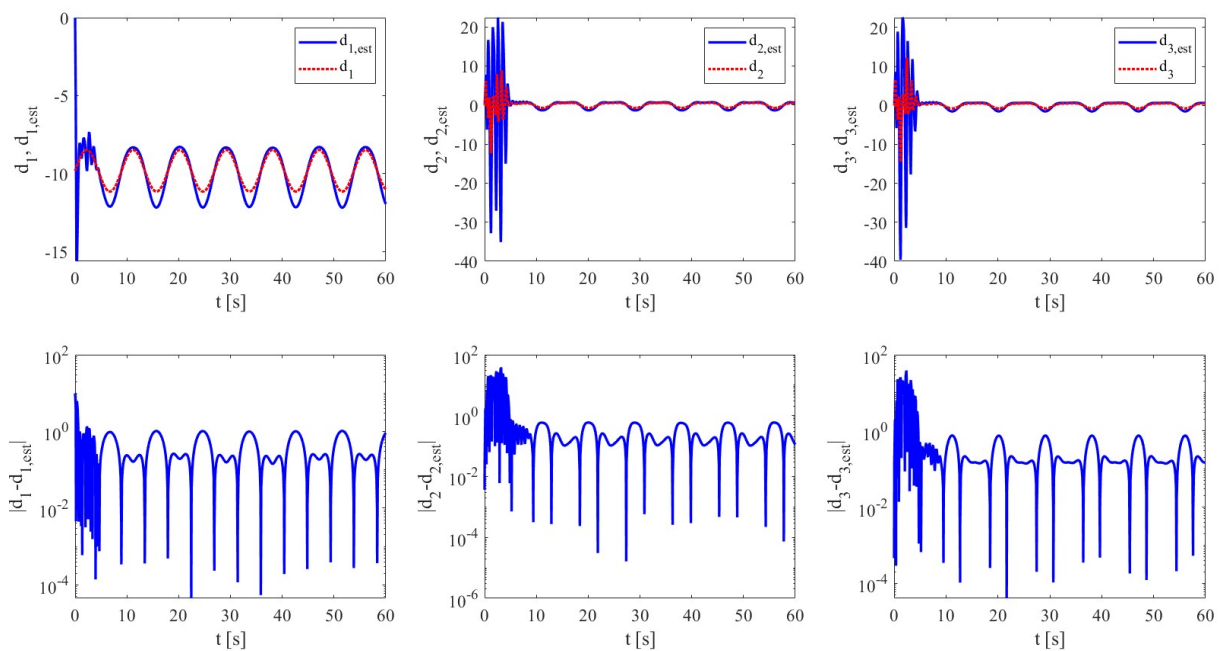


**Slika 4.15** Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj

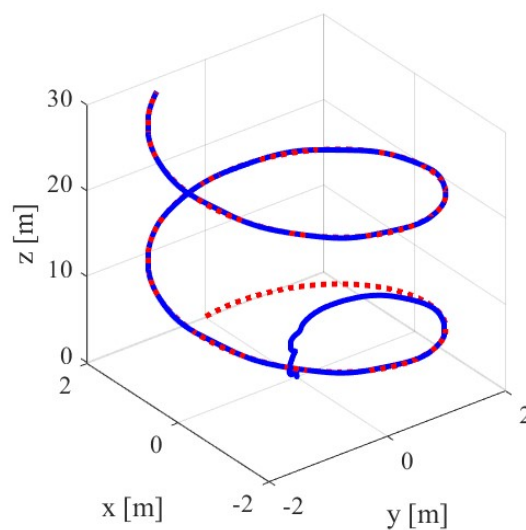
Na slici 4.16 prikazana je regulacijska pogreška pozicije kvadrokoptera, dok je na slici 4.17 prikazana pogreška estimacije ukupnog poremećaja za četvrti slučaj kada djeluju vanjski poremećaji veće amplitude i frekvencije. Na temelju tih slika može se uočiti da su regulacijske pogreške i pogreške estimacije totalnog poremećaja veće nego u trećem slučaju, pri čemu je, u oba slučaja, red proširenog observera svakog podsustava jednak. Dakle, može se doći do zaključka da regulacijska pogreška i točnost estimacije, osim o redu proširenog observera stanja, također ovise o vanjskim poremećajima (u ovom slučaju o amplitudi i frekvenciji vanjskog poremećaja).



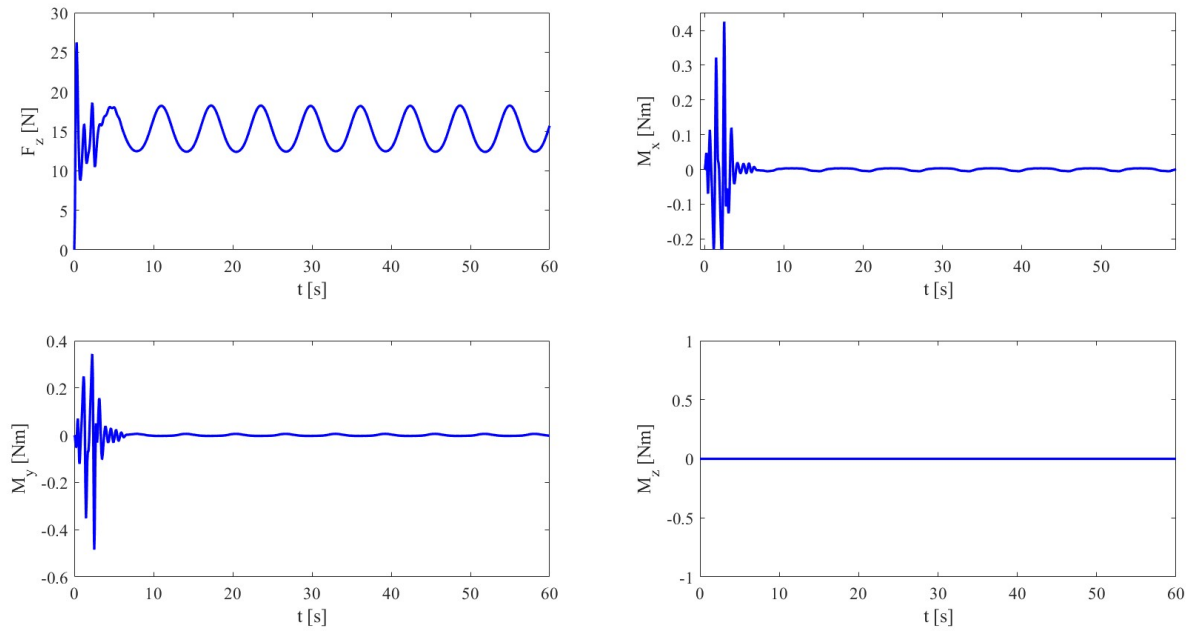
Slika 4.16 Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj



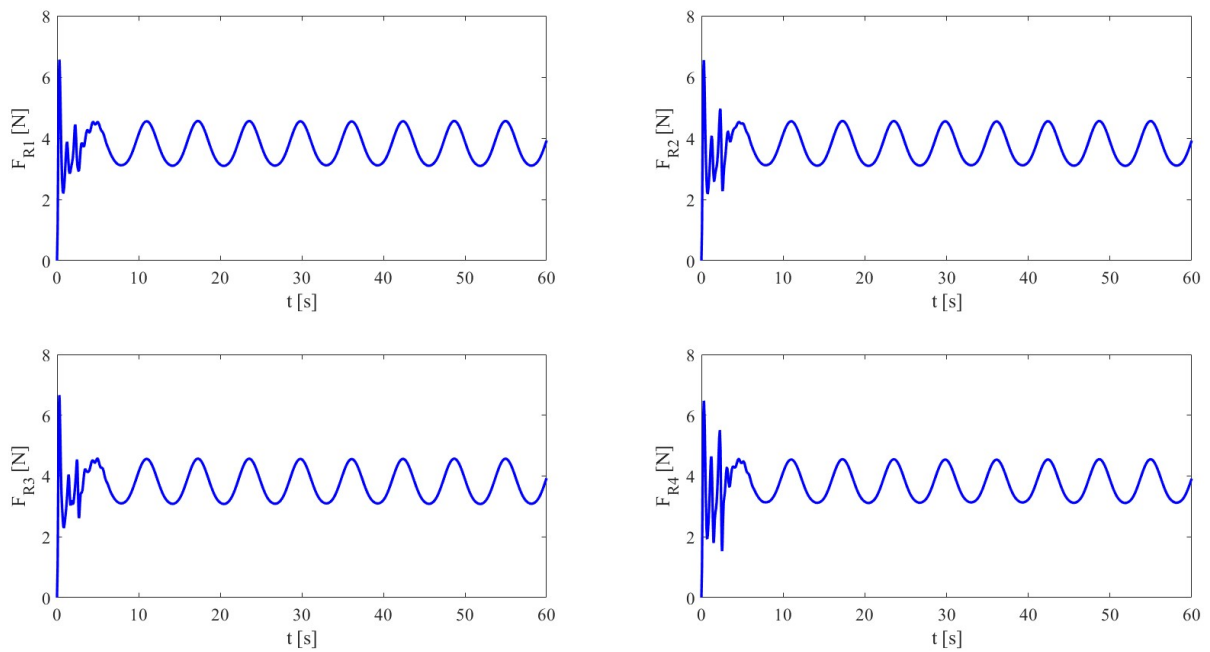
Slika 4.17 Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za četvrti slučaj



Slika 4.18 3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za četvrti slučaj



**Slika 4.19** Upravljačke sile i momenti kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj



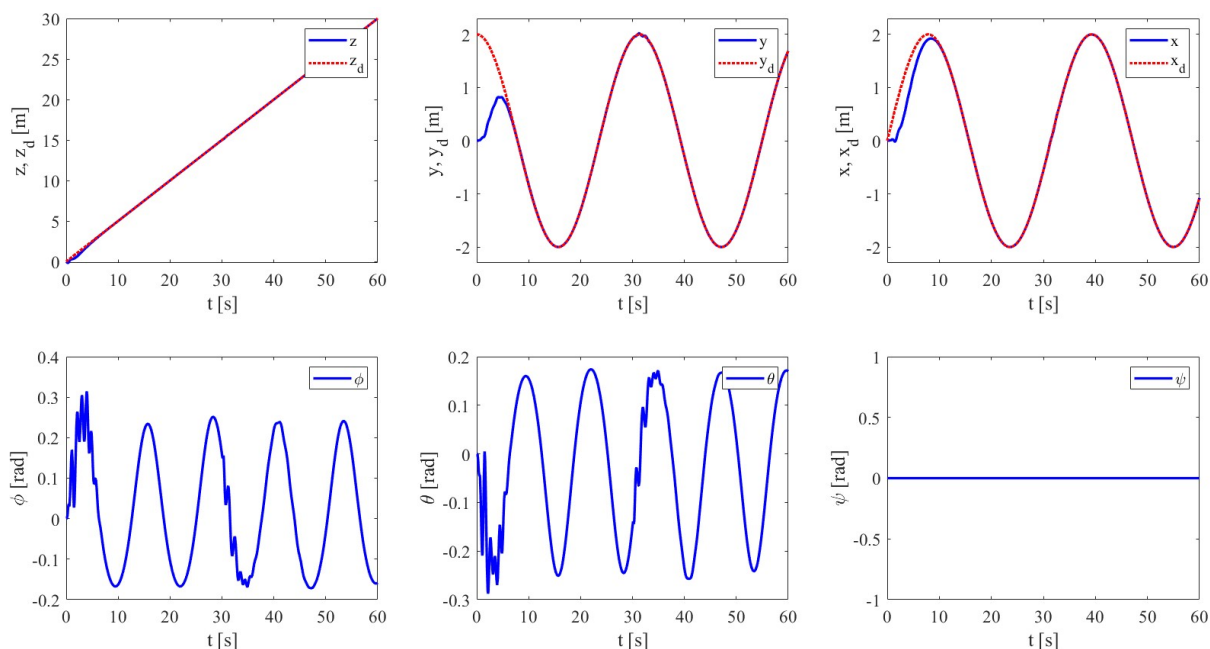
**Slika 4.20** Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za četvrti slučaj

### 4.1.3. Slijeđenje referentne trajektorije u slučaju oštećenja propelera

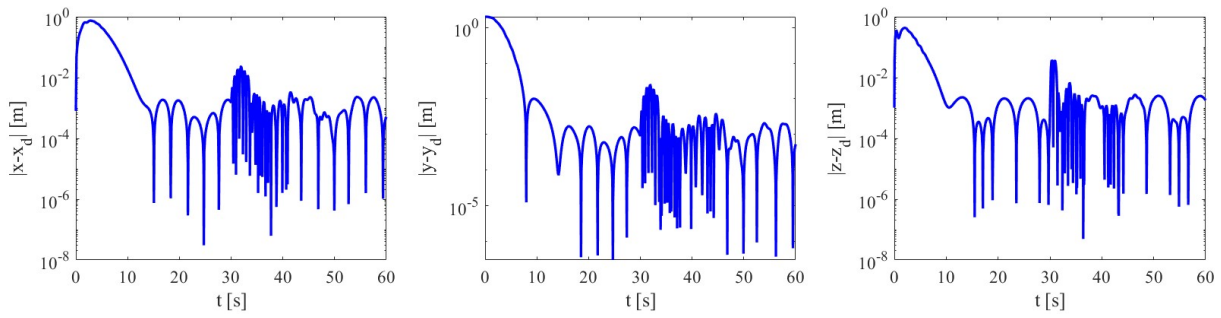
U petom slučaju ADRC upravljački algoritam s proširenim observerom stanja (ESO) testiran je u situaciji kada dođe do oštećenja propelera u letu, pri čemu kvadkopter ima cilj slijediti referentnu trajektoriju u uvjetima nepoznatih, vremenski promjenjivih, vanjskih poremećaja. Stoga, provedena je simulacija leta kvadkoptera gdje se na polovici vremena simulacije dogodi oštećenje propelera prvog rotora. Oštećenje propelera prvog rotora, podrazumijeva da se iznos faktora potiska  $k_{F1}$  naglo smanji, što znači da će doći i do smanjenja sile potiska  $F_{R1}$ , a onda i do smanjenja apsolutnih iznosa upravljačkih varijabli. U simulaciji je implementirano da se sila potiska prvog rotora  $F_{R1}$  smanji za 70 % na polovici vremena simulacije. Rezultati simulacije za peti slučaj prikazani su na slikama 4.21 – 4.26, a red proširenog observera stanja svakog podsustava i parametri vanjskih poremećaja, korišteni u simulaciji, prikazani su u tablici 4.7.

**Tablica 4.7** Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za peti slučaj

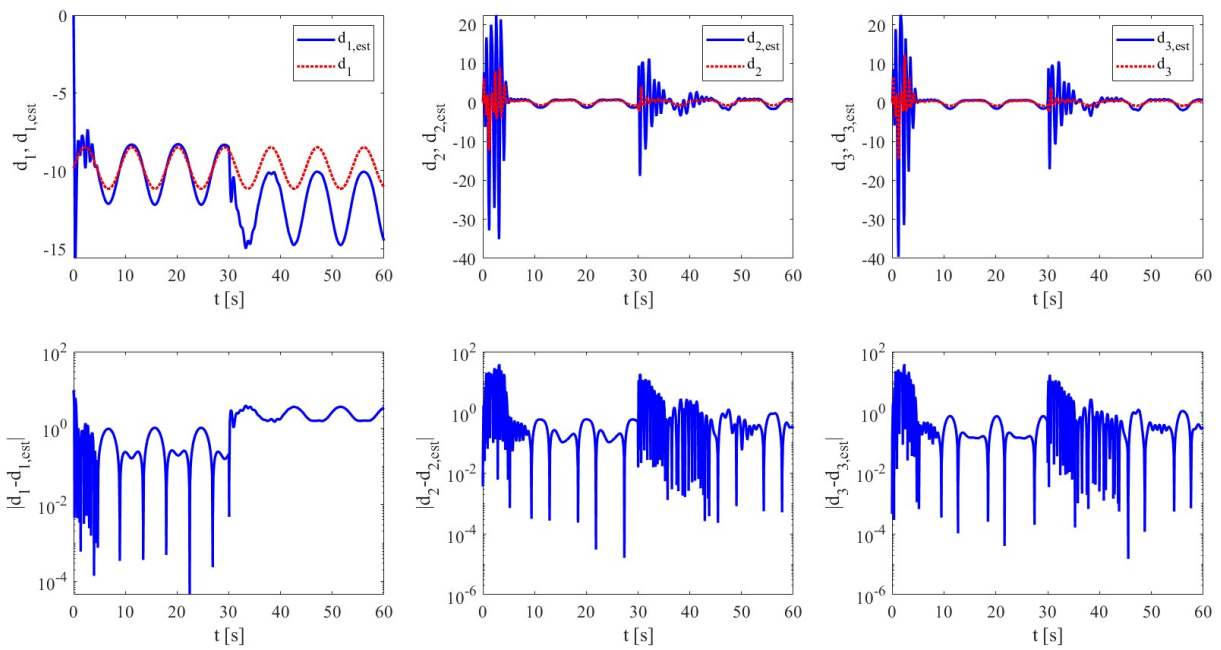
$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
5	7	7	2	0.7



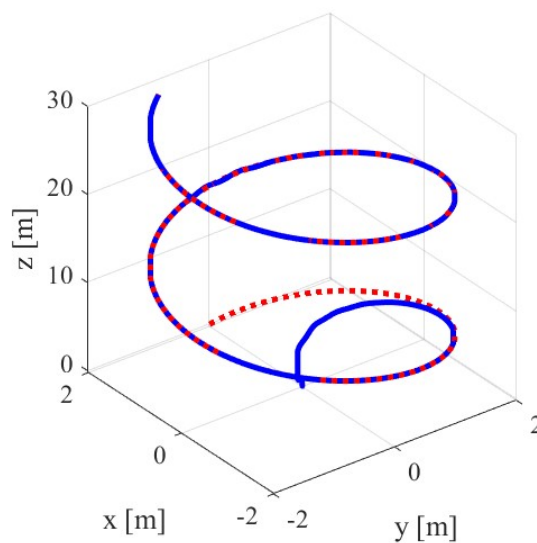
**Slika 4.21** Pozicija i orijentacija kvadkoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj



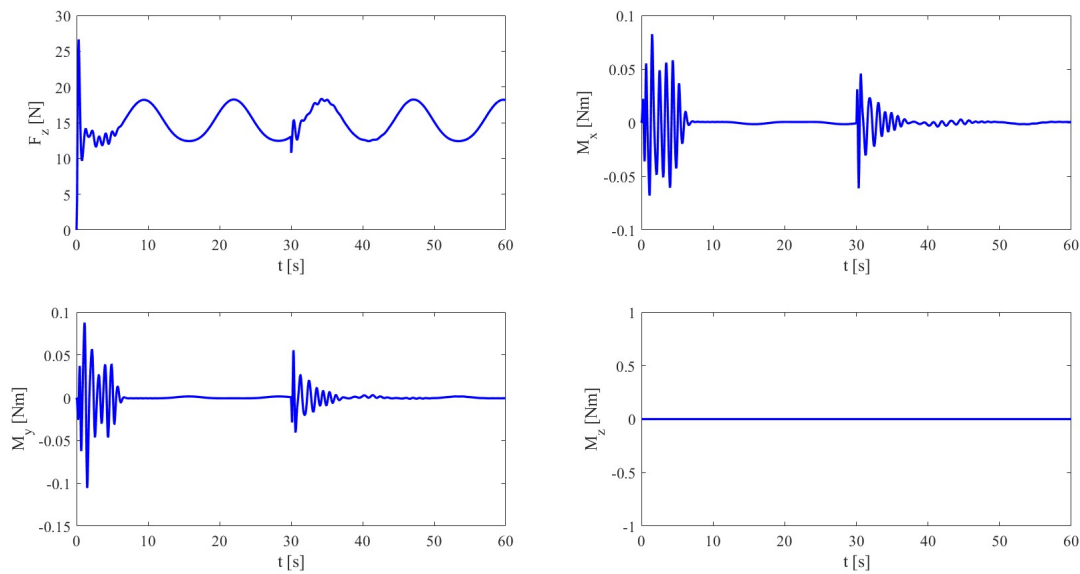
Slika 4.22 Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj



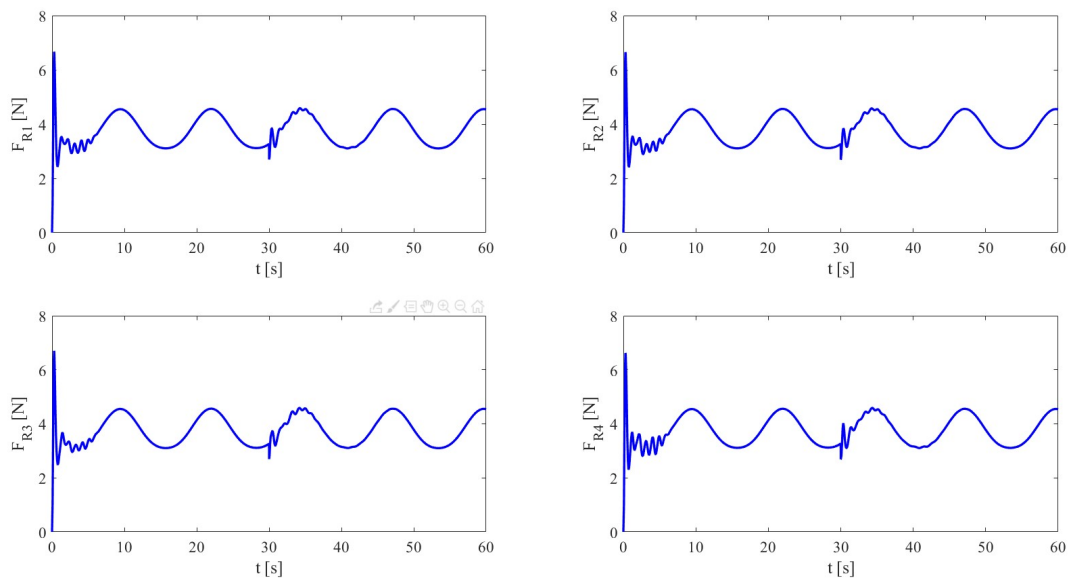
Slika 4.23 Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za peti slučaj



Slika 4.24 3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za peti slučaj



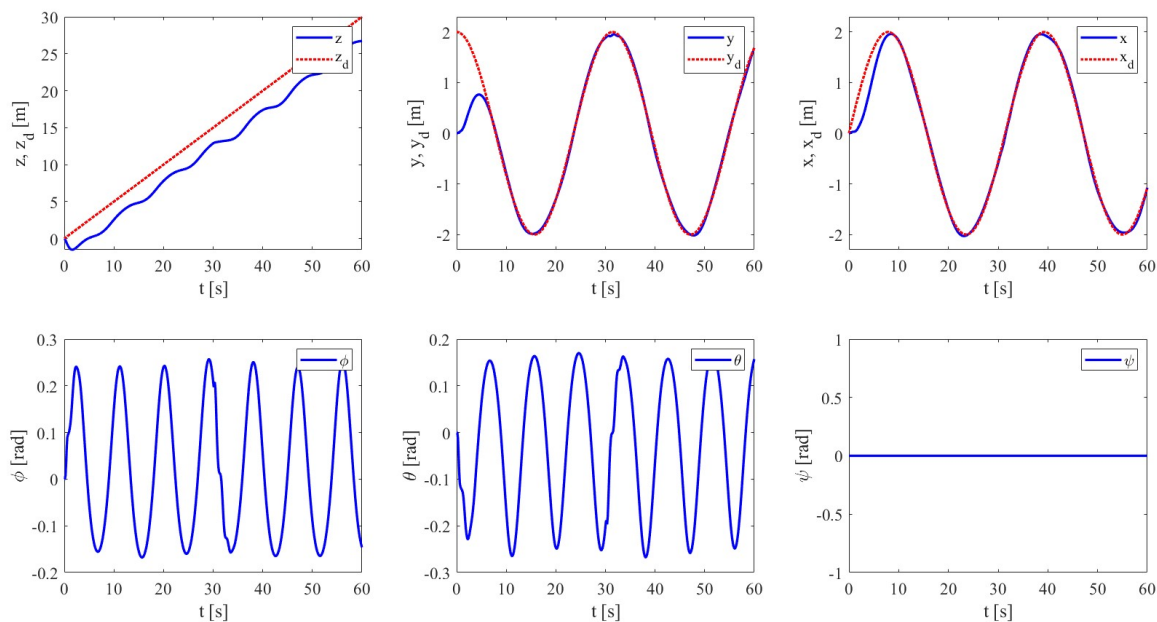
**Slika 4.25** Upravljačke sile i momenti kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj



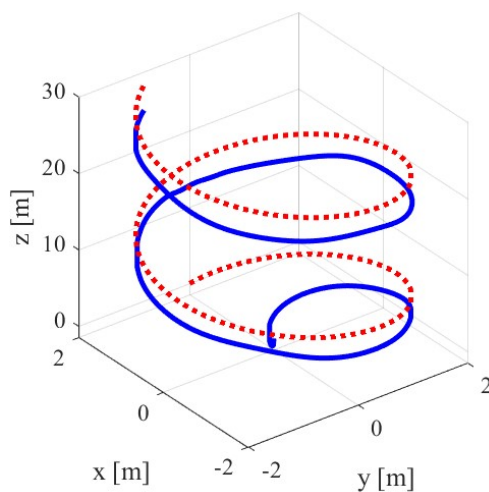
**Slika 4.26** Sile potiska svakog rotora u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj

Nadalje, kako bi se zorno prikazao efekt djelovanja proširenog observera stanja, na slikama 4.27 i 4.28 biti će prikazani rezultati simulacija za peti slučaj kada se isključi kompenzacija ukupnog poremećaja temeljena na proširenom observeru stanja. Na taj način, može se jasno usporediti djelovanje i performanse proširenog observera stanja u usporedni s klasičnim načinom upravljanja bez kompenzacije ukupnog poremećaja.





**Slika 4.27** Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za peti slučaj kada se isključi kompenzacija ukupnog poremećaja



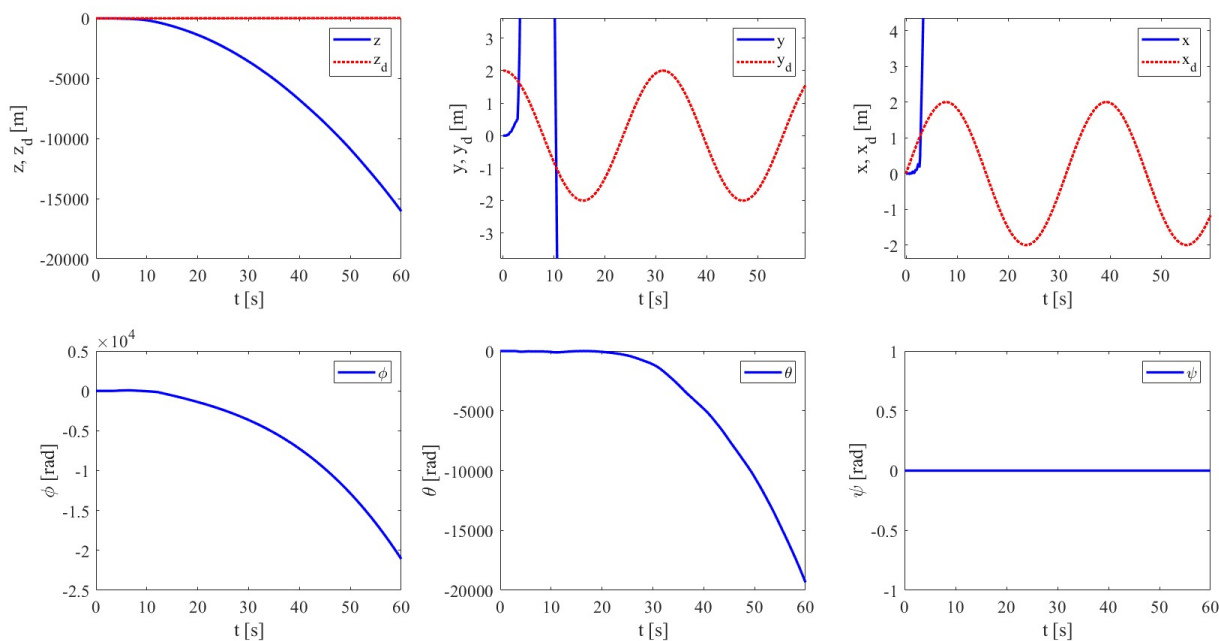
**Slika 4.28** 3D prikaz odziva sustava s ADRC + ESO za peti slučaj kada se isključi kompenzacija ukupnog poremećaja

Na temelju prikazanih rezultata simulacija može se zaključiti da implementirani ADRC upravljački algoritam s proširenim observerom stanja (ESO), na sustavu kvadrokoptera, omogućuje precizno slijeđenje proizvoljne referentne trajektorije u uvjetima nepoznatih, vanjskih, vremenski promjenjivih poremećaja, ali i u uvjetima perturbacije pogonskog sustava (situacija kada dođe do oštećenja jednog od propelera). Isto tako, rezultatima simulacije pokazano je da ovaj upravljački algoritam nije osjetljiv na netočnosti modeliranja dinamike sustava, odnosno za sintezu regulatora i proširenog observera stanja dovoljno je poznavati red

sustava i parametar  $\bar{k}$ , a sva nemodelirana i neželjena dinamika, kao i nepoznati vanjski poremećaji estimiraju se proširenim observerom stanja. Također, pokazano je da se proširivanjem reda observera povećava točnost slijedenja referentne trajektorije, kao i točnost estimacije ukupnog poremećaja. No, nedostatak koji se javlja kod proširenog observera stanja (ESO) jest taj da povećanjem reda iznad određenog iznosa dolazi do nestabilnosti ponašanja sustava. Razlog tome jest taj što se sinteza proširenog observera temelji na metodi podešavanja polova, koja postaje numerički nestabilna, odnosno pojačanja observera naglo rastu povećanjem reda, što onda uzrokuje, za neke veće redove observera, numeričke pogreške, a samim time i nestabilnost sustava. Dokaz ovih tvrdnji prikazan je na slikama 4.29 - 4.31 koje prikazuju rezultate simulacije za šesti slučaj čiji su parametri vanjskih poremećaja i redovi proširenih observera stanja podsustava prikazani tablicom 4.8

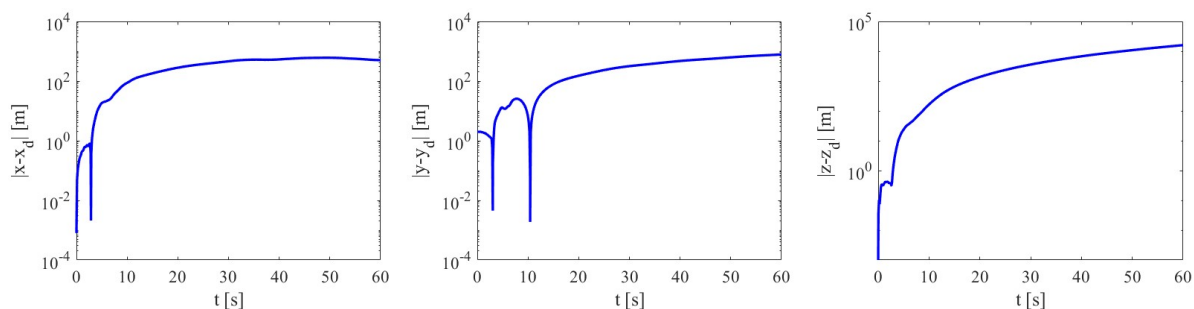
**Tablica 4.8 Parametri vanjskih poremećaja i red ESO-a svakog podsustava za šesti slučaj**

$n_{o1}$	$n_{o2}$	$n_{o3}$	$A_{ext}$	$\omega_{ext}$
10	12	12	1	0.5

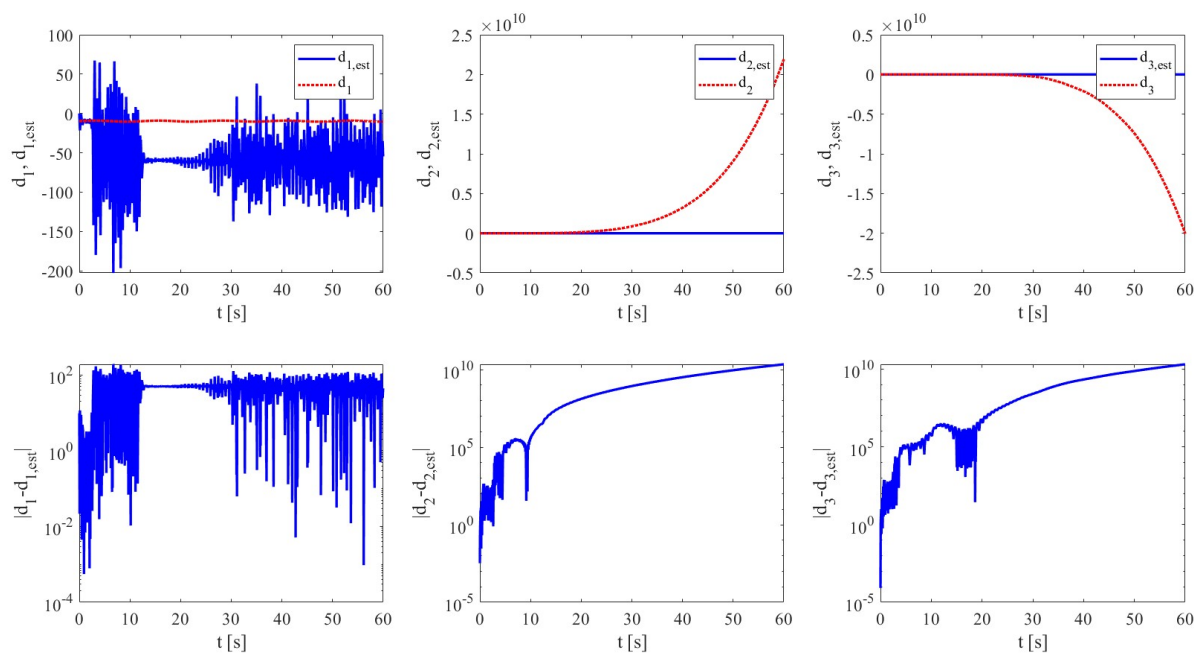


**Slika 4.29 Pozicija i orijentacija kvadrokoptera u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za šesti slučaj**





Slika 4.30 Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji s ADRC + ESO za šesti slučaj



Slika 4.31 Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za šesti slučaj

Kao što se može vidjeti na prethodnim slikama, za redove proširenih observera stanja podsustava, prikazane u tablici 4.8, javlja se nestabilan odziv i velike regulacijske pogreške kao i velike pogreške estimacije ukupnog poremećaja. No, ako se red observera svakog podsustava smanji za jedan u odnosu na redove prikazane u tablici 4.8 dobije se stabilan odziv pri čemu pogreška estimacije ukupnog poremećaja i regulacijska pogreška pozicije imaju minimalne vrijednosti i to je najveća točnost koja se može dobiti na temelju proširenog observera stanja, jer se daljnjim povećanjem reda, kao što je prikazano, javljaju nestabilnosti. Dakle, za veće točnosti estimacije ukupnog poremećaja i manje regulacijske pogreške predlaže se neka druga metoda estimacije. Tako je u literaturi [7] predložena algebarska kompenzacija poremećaja koja nije ograničena redom kao prošireni observer stanja (ESO), no ova metoda nije razmatrana u ovome radu, stoga se zainteresiranog čitatelja upućuje na daljnju literaturu.

## 5. IZRADA FIZIČKOG MODELA KVADKOPTERA

U sklopu ovoga rada napravljen je fizički model kvadkoptera s ciljem implementiranja i testiranja upravljačkih algoritama na realnom sustavu. Stoga će u ovome poglavlju biti opisan izrađen fizički model kvadkoptera te svi dijelovi od kojih je sastavljen, kao i njihova funkcija.

Fizički model kvadkoptera, kao i ostalih multikoptera, može se podijeliti na četiri glavne cjeline:

- Konstrukcija,
- Pogonski ili propulzijski sustav,
- Energetski sustav,
- Upravljački sustav.

Svaka od ovih cjelina ima određenu funkciju koja je od ključne važnosti za let kvadkoptera i obavljanje određenih zadataka. Pogonski, energetski i upravljački sustav međusobno su fizički povezani i učvršćeni na konstrukciji te imaju mogućnost međusobne komunikacije i na taj način tvore skladni sustav – kvadkopter. Pogonski je sustav zadužen za generiranje sila i momenata koji omogućuju gibanje u trodimenzionalnom prostoru. Energetski sustav predstavlja izvor električne energije i najčešće se sastoji od jedne litij – polimerne baterije (LiPo) i elektroničkog modula koji omogućuje isporuku potrebne količine energije ostalim sustavima. Upravljački sustav predstavlja „mozak“ kvadkoptera koji upravlja svim ostalim sustavima i omogućuje komunikaciju i daljinsko upravljanje s pilotom putem bazne stanice ili preko daljinskog upravljača.

Cilj koji je potrebno ostvariti prilikom izrade fizičkog modela jest iskustveno pravilo da letjelica (u ovom slučaju kvadkopter) mora proizvoditi najmanje dvostruko više potiska nego joj je potrebno za lebdenje u zraku. Prema tome, kod odabira dijelova, okvirno je izračunata ukupna masa kvadkoptera prema kojoj se onda odabiru dijelovi pogonskog, odnosno propulzijskog sustava, a zatim upravljačkog i energetskog sustava. U nastavku slijedi opis odabranih dijelova za izradu fizičkog modela kvadkoptera u sklopu ovoga rada.

Budući da je iznos financijskih sredstava za izradu eksperimentalne letjelice u ovome radu bio ograničen, dijelovi su birani prema kriteriju da se ne odabiru oni najpoznatijeg proizvođača i brenda, jer to podrazumijeva obično znatno veću cijenu. Dakle, odabrani su dijelovi manje

poznatih proizvođača, ali opet sa zadovoljavajućom kvalitetom i pristupačnom cijenom s obzirom na dostupna financijska sredstva.

## 5.1. Konstrukcija

Prvi korak kod izrade kvadrokoptera, bio je odabir konstrukcije, jer o njenim dimenzijama i masi ovise parametri propulzijskog sustava. Kod odabira konstrukcije izuzetno je bitno paziti na masu, jer veća masa podrazumijeva veću potrošnju energije, što se svakako želi svesti na minimum. Zbog toga se konstrukcije kvadrokoptera, kao i drugih multikoptera, odabiru tako da budu izrađene od materijala što manje gustoće, a opet da osiguraju dovoljnu krutost i čvrstoću. Tako su najčešće korišteni materijali za izradu konstrukcija multikoptera kompoziti od ugljičnih vlakana i staklenih vlakana, polikarbonati, termoplastični polimeri te aluminij. Od prethodno navedenih materijala, najmanju gustoću (a samim time i masu), najveću krutost i čvrstoću svakako ima kompozit od ugljičnih vlakana, no njegov je nedostatak visoka cijena, pa se stoga ovaj materijal koristi u konstrukcijama za profesionalne primjene, a kod komercijalnih letjelica obično se koriste termoplastični polimeri, kao što su polistiren (PS), polikarbonat (PC), akriilonitril butadien stiren (ABS) i drugi [17].

Drugi bitan parametar kod odabira konstrukcije jest njena dimenzija. Dimenzije konstrukcija multikoptera označavaju se promjerom kružnice koja prolazi osima rotacije motora, odnosno kod kvadrokoptera je to dijagonalna udaljenost dvaju nasuprotnih motora. U ovome radu, odabrana je konstrukcija oznake DJI F450, prikazana na slici 5.1. Prva tri slova oznake konstrukcije govore da se radi o proizvođaču DJI, a drugi dio oznake - „F450“, govori da dijagonala udaljenost između osi motora iznosi 450 mm.

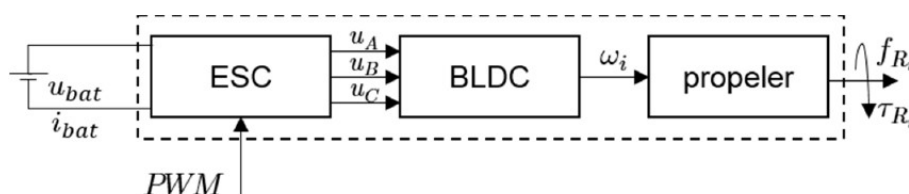


Slika 5.1 DJI F450 konstrukcija s nogama za slijetanje

Ova konstrukcija napravljena je od ABS materijala koji ima dovoljno malu gustoću i koji osigurava dovoljnu veliku čvrstoću i krutost konstrukcije, čime su ispunjeni osnovni zahtjevi na konstrukciju kvadkoptera. Isto tako, važno je spomenuti kako je ABS materijal pogodan za postupak proizvodnje tehnologijom injekcijskog prešanja, što onda omogućuje relativno jeftinu proizvodnju, a u konačnici i cijenu ove konstrukcije. Naravno, svojim mehaničkim svojstvima, ABS je lošiji od kompozitnih konstrukcija napravljenih od ugljičnih vlakana, ali za eksperimentalne potrebe u sklopu ovoga rada, odabrana konstrukcija pruža zadovoljavajuće rezultate.

## 5.2. Pogonski sustav

Kao što je na početku ovoga poglavlja spomenuto, pogonski sustav zadužen je za generiranje sila i momenata kvadkoptera koji osiguravaju dovoljno velik potisak (minimalno dvostruko veći u odnosu na težinu letjelice). Kod sustava kvadkoptera (i ostalih multikoptera) najčešće su korišteni elektromotorni pogonski sustavi, a rjeđe oni temeljeni na motorima s unutarnjim izgaranjem. Kada se govori o elektromotornim pogonima kod multikoptera, obično se misli na bezkolektorske istosmjerne motore (eng. *Brushless DC – BLDC*) i pripadajuće elektroničke regulatore brzine (eng. *Electronic Speed Controller – ESC*) koji su najčešće korišteni zbog svoje visoke efikasnosti i pristupačne cijene. Prema tome, u ovome je radu također odabran ovakav elektromotorni pogon kojeg čine BLDC motor i odgovarajući ESC. No, osim elektromotornog pogona, pogonski sustav kvadkoptera čini i propeler s konstantnim kutom nagiba elise koji je pričvršćen vijčanim spojem na BLDC motor i svojom vrtnjom generira potisak, na način opisan u poglavlju 2.3. Shematski prikaz pogonskog sustava kvadkoptera prikazan je na slici 5.2. U nastavku ovog potpoglavlja biti će opisani odabrani dijelovi pogonskog sustava za izradu fizičkog modela kvadkoptera i njihove funkcije.



Slika 5.2 Shematski prikaz pogonskog sustava kvadkoptera [7]

### 5.2.1. *Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise*

U poglavlju 2.3 opisana je aerodinamika propelera i način na koji se, uslijed rotacije, stvara sila potiska i reaktivni moment. Također, izrazima (2.47) i (2.49) pokazano je da sila potiska i moment otpora rastu proporcionalno s kvadratom brzine vrtnje i da ovise o faktoru sile potiska  $k_{Fi}$  i faktoru momenta otpora  $k_{\tau i}$  koji pak ovise o samoj geometriji propelera. Temeljni parametri geometrije propelera jesu promjer kružnice  $2r_i$ , koju propeler opiše pri zakretu za  $360^\circ$ , površina te kružnice  $A_i$ , kut zakreta elise propelera i broj elisa. Tako se povećanjem promjera ili broja elisa ili kuta zakreta elisa povećavaju faktori momenta otpora i sile potiska, što će značiti da se za jednaku brzinu vrtnje dobije veća sila potiska i okretni moment. No, povećanjem momenta otpora, potrebno je više električne energije da bi se svladao reaktivni moment koji se stvara kao posljedica rotacije, što znači da raste potrošnja električne energije. Dakle, kod odabira propelera, potrebno je najprije odrediti potrebne sile potiska, a zatim odabrati geometrijske karakteristike i vrstu propelera koji će osigurati dovoljne iznose sila, a opet potrošnju električne energije svesti na minimum. Kao što je već spomenuto, povećanje sile potiska za jednaku brzinu vrtnje moguće je na tri načina – povećanjem broja elisa, povećanjem kuta elise i povećanjem promjera diska propelera. No, kada se promatra u pogledu efikasnosti propelera, odnosno u količini potrošnje električne energije, propeler s dvije elise ima bolju efikasnost, ali manju silu potiska u odnosu na propeler s tri elise pri jednakim brzinama vrtnje i s jednakim promjerom diska. S druge strane, prednost propelera s tri elise jest u tome, što za jednaku brzinu vrtnje i promjer diska, daje veći potisak i osigurava stabilniji i manje „agresivan“ let, dok je efikasnost ovog propelera manja. Stoga, u ovome je radu, za izradu fizičkog modela kvadkoptera odabran propeler s tri elise, prikazan na slici 5.3, jer je kod eksperimentiranja (što je namjena fizičkog modela kvadkoptera u sklopu ovoga rada) stabilniji i manje „agresivan“ let važniji čimbenik nego efikasnost.



Slika 5.3 DJI 9450-3 propeler

Odabrani propeler, prikazan na slici 5.3, ima oznaku DJI 9450-3 na temelju koje se može zaključiti o nekim najvažnijim podacima propelera. Tako prva tri slova označavaju da se radi o proizvođaču DJI, dok brojevi 9540 daju informaciju o dimenzijama propelera, gdje prva dva broja govore da je promjer kružnice diska propelera 9,5 in (241,3 mm), a druga dva broja odnose se na korak propelera, odnosno korak je 4 in (101,6 mm). Korak propelera označava aksijalni pomak propelera pri jednom punom okretaju.

### 5.2.2. *Bez kolektorski istosmjerni motor*

Kod multikoptera, najčešće korišteni tip električnog motora jest bezkolektorski istosmjerni motor, u daljnjem tekstu BLDC motor, koji je po svojoj izvedbi veoma sličan istosmjernom (DC) motoru s četkicama, pri čemu je jedina razlika u tome što BLDC motor nema četkica, odnosno mehanička je komutacija zamijenjena elektroničkom komutacijom. Prednost ovog tipa motora u odnosu na DC motor s četkicama jest u tome što imaju veću učinkovitost, manje troškove održavanja, veći zakretni moment po težini, smanjenu buku i veću pouzdanost. Zbog toga, ovaj tip motora u posljednjih desetak godina, zahvaljujući razvoju poluvodiča i elektronike, koji im je omogućio izvedbu elektroničke komutacije, preuzima primjenu nad klasičnim DC motorima. Nadalje, BLDC motor ima dva tipa izvedbe, kod prvog tipa rotor se nalazi unutar statora (eng. *inrunner*), dok kod drugog tipa, rotor okružuje stator i rotira oko njega (eng. *outrunner*), pri čemu ovaj tip osigurava veće momente i stabilniju brzinu vrtnje, zbog čega je ovaj tip BLDC motora najčešće primjenjivan kod multikoptera.

Zbog svih ovi prednosti BLDC motora, u odnosu na klasične DC motore s četkicama, u ovome je radu odabran BLDC motor oznake RS 2212 – 920 KV čiji je proizvođač poduzeće ReadytoSky (slika 5.4).



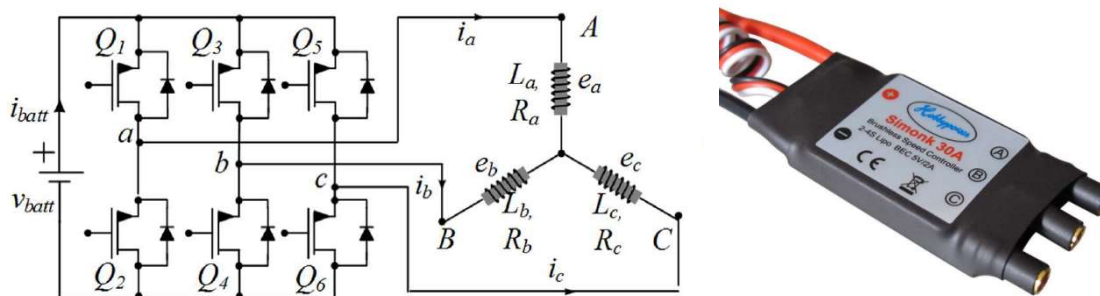
Slika 5.4 ReadytoSky RS 2212 – 920 KV BLDC motor

Na temelju oznake BLDC motora mogu se odrediti njegove najvažnije tehničke specifikacije, a to su dimenzije i brzina vrtnje motora, odnosno broj okretaja u minuti koji motor razvije po jednom voltu u uvjetima bez opterećenja (u ovom slučaju, bez montiranog propelera). Prema tome, prvi dio oznake (RS2212) daje informaciju o dimenzijama motora, odnosno odabrani motor ima vanjski promjer 22 mm i visinu statora 12 mm. Drugi dio oznake (920 KV) daje informaciju o broju okretaja kada se motor napaja s naponom od 1 V u uvjetima bez opterećenja, odnosno odabrani motor razvije 920 okretaja u minuti pri naponu od 1 V. Na temelju ovog podatka i podatka o maksimalnom naponu baterije može se odrediti maksimalna brzina vrtnje motora, kao što je prikazano u 4. poglavlju. Dakle, maksimalna sila potiska četiriju motora korištenih kod kvadkoptera u sklopu ovoga rada iznosi 76 N (tablica 4.2), što je otprilike 7.7 kg, a kada se to usporedi s ukupnom masom kvadkoptera, dobije se omjer 5:1, čime je i više nego zadovoljen minimalni zahtjev da ukupni potisak bude dvostruko veći nego masa letjelice.

### 5.2.3. *Elektronički kontroler brzine*

Elektronički kontroler brzine, u daljnjem tekstu ESC (eng. *Electronic Speed Controller*) zadužen je za upravljanje brzinom vrtnje BLDC motora na temelju ulaznih signala koje prima od upravljačkog sustava. Naime, ESC se sastoji od mikrokontrolera koji obrađuje ulazne pulsno – širinske signale (eng. *Pulse Width Modulation – PWM*) na temelju kojih upravlja paljenjem odgovarajućih tranzistora koji onda pale odgovarajuće faze BLDC motora. Frekvencija paljenja pojedinih faza na motoru, određena je faktorom popunjenosti (eng. *duty cycle*) ulaznog PWM signala koji govori o vremenu trajanja visokog stanja kod digitalnih signala, odnosno faktor popunjenosti predstavlja omjer vremena trajanja visokog stanja (logička jedinica) i ukupnog perioda PWM signala. Tako se povećanjem faktora popunjenosti ulaznih PWM signala kod ESC-a postiže veća frekvencija paljenja pojedinih faza BLDC motora, a time i veća brzina vrtnje. Nadalje, osim mikrokontrolera, ESC ima šest tranzistora (MOSFET-a) koji predstavljaju sklopke za paljenje pojedine faze na BLDC motoru. Isto tako, za pravilno paljenje pojedinih tranzistora, a time i faza BLDC motora, ESC mora imati informaciju o položaju rotora, koju može dobivati na temelju mjerenja s Hallovog senzora ili mjerenjem protu – elektromotorne sile (eng. *back EMF*) pri čemu nije potreban dodatni senzor [18]. Tako postoje senzorske ili bez senzorske izvedbe ESC-a. Nadalje, kod odabira ESC najvažniji je faktor maksimalna dopuštena struja koja, u pravilu, mora biti 20 do 50 % veća od maksimalne struje motora kako ne bi došlo do pregrijavanja i kvara. U ovome je radu odabran ESC proizvođača Hobbypower s ugrađenim

SimonK firmware-om, maksimalne dopuštene struje od 30 A, prikazan na slici 5.5 (desno). Također, na slici 5.5 (lijevo) shematski je prikazan princip rada ESC-a.



Slika 5.5 Shematski prikaz rada ESC-a (lijevo) i Hobbypower SimonK 30 A ESC (desno)

### 5.3. Energetski sustav

Energetski sustav, kao što je na početku ovog poglavlja spomenuto, čini izvor električne energije, a to je kod multikoptera najčešće litij – polimerna baterija ili skraćeno Li-Po baterija. Osim Li-Po baterije, u energetski sustav ubraja se, također, elektronički modul za distribuciju električne energije ostalim sustavima. Stoga u nastavku slijedi opis ovih dviju komponenti koje čine energetski sustav.

#### 5.3.1. Li-Po baterija

Litij polimerna ili skraćeno Li-Po baterija najčešće je korištena vrsta baterije kod multikoptera, zbog toga jer ima veliku gustoću energije, što im omogućuje manju masu u odnosu na neke druge konvencionalne baterije. Iz tog su razloga ove baterije pogodne za primjenu kod multikoptera i ostalih sustava kojima je zahtjev pri projektiranju postići što manju masu. Nadalje, Li-Po baterije imaju znatno veću stopu pražnjenja u odnosu na druge konvencionalne baterije poput nikal-metal-hidridnih (NiMh) baterija, a to znači da mogu dati znatno veću struju nego NiMh baterije, što je također prednost LiPo baterija. Nedostatak ove vrste baterija jest u njihovoj cijeni i kraćem vijeku trajanja koji se procjenjuje otprilike na iznos između 300 i 400 ciklusa punjenja, odnosno pražnjenja.

Li-Po baterije, ovisno o zahtjevu i njihovoj primjeni, sastoje se od jedne ili više elektrokemijskih ćelija. Broj ćelija definira radni napon  $u_{bat}$ , pri čemu nominalni napon „zdrave“ ćelije iznosi 3,7 V, a napon kada je ćelija potpuno puna jednak je 4,2 V, dok je napon potpuno prazne ćelije manji od 3 V. Broj ćelija kod Li-Po baterija obično se označava oznakom



„NS“ gdje N označava broj ćelija. Tako na primjer baterija s oznakom 3S ima tri ćelije. Osim broja ćelija, Li-Po baterije razlikuju se prema kapacitetu i brzini pražnjenja (eng. *discharge rate*). Kapacitet se obično označava u miliampersatima ili mAh, a brzina pražnjenja govori koliko baterija može dati struje. Tako na primjer, baterija od 5000 mAh koja ima brzinu pražnjenja 30 C može davati energiju najviše 10 minuta. Drugi je primjer baterija s kapacitetom, također od 5000 mAh koja se kontinuirano prazni sa strujom od 15 A. Takva baterija može izdržati maksimalno 20 minuta.

U sklopu ovoga rada za izradu fizičkog modela kvadkoptera odabrana je baterija 3S s kapacitetom od 5000 mAh i brzinom pražnjenja 30 – 40 C. Razlog takvog odabira jest taj što odabrani BLDC motori imaju propisani radni napon od 7 -12 V i što se prilikom rada motora s ugrađenim propelerima troši maksimalna struja od otprilike 15 A, što znači da će ova baterija osigurati maksimalno vrijeme leta od 20 minuta, u uvjetima kontinuiranog napajanja maksimalnom strujom. No, kod leta kvadkoptera, najčešće ne dolazi do konstantnog napajanja maksimalnom strujom, pa to znači da će maksimalno vrijeme leta biti i više od 20 minuta. Prema tome, ovakav odabir baterije daje zadovoljavajuće rezultate. Na slici 5.6 prikazana je odabrana baterija Turnigy 3S.

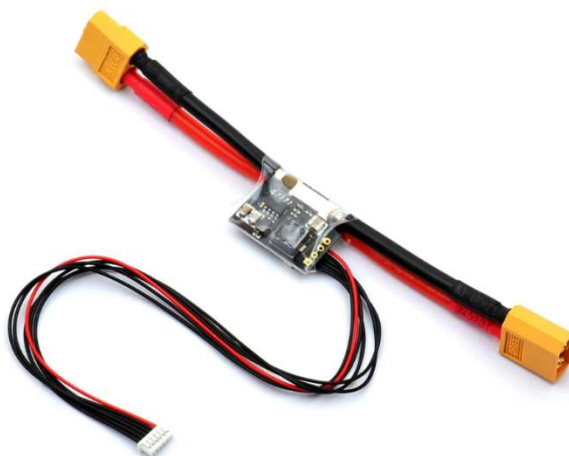


Slika 5.6 Turnigy 3S 5000 mAh Li-Po baterija

### 5.3.2. Elektronički modul za distribuciju energije

Budući da se kod sustava kvadkoptera razlikuje visokoenergetski strujni krug kojeg sačinjavaju komponente pogonskog sustava i niskoenergetski strujni krug kojeg čine komponente upravljačkog sustava, energetsom sustavu, osim baterije, potrebna je dodatna komponenta koja ima mogućnost pretvaranja i prilagodbe napona drugim sustavima koji se napajaju ili iz visokoenergetskog ili iz niskoenergetskog strujnog kruga. Komponenta koja to omogućava naziva se elektronički modul za distribuciju energije (eng. *Power supply module*), koji kao ulazno napajanje koristi Li-Po bateriju, a na izlazu daje dvije razine napona. Prva razina

napona jest zapravo jednaka naponu baterije kojim se napaja visokoenergetski strujni krug, odnosno ESC-i i BLDC motori, dok druga (niskoenergetska) razina napona iznosi 5,3 V s maksimalnom strujom napajanja od 2,25 mA, pri čemu se ova razina koristi za napajanje upravljačkog sustava. Odabrani elektronički modul za distribuciju energije, korišten u fizičkom modelu kvadkoptera u sklopu ovoga rada prikazan je na slici 5.7.



Slika 5.7 Elektronički modul za distribuciju energije

#### 5.4. Upravljački sustav

Upravljački sustav predstavlja „mozak“ kvadkoptera, odnosno njegova funkcija jest da upravlja letom kvadkoptera. To upravljanje može biti temeljeno na ulaznim naredbama koje pilot daje putem daljinskog upravljača (radio odašiljača) i tada se radi o polu-autonomnom upravljačkom sustavu. No, upravljački sustav može biti i potpuno autonoman, pri čemu on samostalno upravlja letom kvadkoptera i obavlja zadane misije. Glavni dijelovi upravljačkog sustava jesu upravljačka jedinica (eng. *Flight controller – FC*), senzori koji određuju poziciju i orijentaciju kvadkoptera u prostoru, telemetrija i prijemnik daljinskog upravljanja. Upravljačka jedinica ili skraćeno FC ima implementiran upravljački algoritam koji na temelju mjerenih vrijednosti (dobivenih sa senzora) vrši estimaciju preostalih varijabli stanja te upravlja pogonskim sustavom kako bi kvadkopter bio stabilan i sposoban izvršiti zadanu misiju ili traženu naredbu koju prima putem daljinskog upravljanja od strane pilota ili od udaljenije bazne stanice. U slučaju polu-autonomnog leta, upravljačke naredbe šalju se na FC putem radio komunikacije, pri čemu prijemnik radio valova prima signale sa daljinskog upravljača, obrađuje ih i šalje FC-u. Nadalje, telemetrija je dvosmjerna bežična veza koja kod upravljačkog sustava ima dvije uloge. Prva joj je uloga da prati stanje letjelice u realnom vremenu, pri čemu FC

kontinuirano šalje informacije o stanju letjelice (stanje baterije, podaci sa senzora i dr.) udaljenoj baznoj stanici (PC ili laptop). Druga joj je uloga upravljačke naravi, odnosno putem telemetrije moguće ja zadavati upravljačke naredbe i misije FC-u, također putem bazne stanice.

#### 5.4.1. Upravljačka jedinica leta – autopilot

Upravljačka jedinica leta (eng. *flight controller*), u daljnjem tekstu FC, u svojoj je osnovi minijaturno računalo koje se sastoji od procesora, radne i trajne memorije te senzora zaduženih za mjerenje fizikalnih veličina potrebnih za upravljanje letom. Senzori integrirani na FC-u, u literaturi se obično nazivaju inercijskom mjernom jedinicom (eng. *Inertial Measurement Unit*) ili skraćeno IMU i obično su to troosni akcelerometar koji mjeri linearne akceleracije u smjeru translacijskih osi, žiroskop koji mjeri kutne brzine i kutove zakreta letjelice, zatim magnetometar koji na temelju zemljinog magnetskog polja određuje orijentaciju letjelice i barometar koji mjeri visinu letjelice. Uz sve ove senzore, FC ima mogućnost povezivanja perifernih senzora koji osiguravaju dodatne informacije o poziciji letjelice, pa se tako često FC povezuje s GPS senzorom na temelju kojega FC dobiva informaciju o poziciji letjelice s obzirom na nepomični koordinatni sustav vezan uz zemlju. Osim perifernih senzora, kao što je prethodno spomenuto, FC se često povezuje sa telemetrijom kako bi se u svakom trenutku pratilo stanje letjelice i putem koje se zadaju određene misije FC-u.

Za izradu fizičkog modela kvadkoptera u sklopu ovoga rada, odabrana je upravljačka jedinica leta Pixhawk 1 (slika 5.8) sa softverom otvorenog koda (eng. *open source*) čiji je naziv PX4 Autopilot ili samo PX4 firmware. Razlog odabira ovog FC-a jest u tome, što je PX4 Autopilot otvorenog koda, što znači da ga je moguće mijenjati i implementirati vlastite upravljačke algoritme, zbog čega je idealan za eksperimentiranje upravljačkih algoritama na kvadkopterima, kao i na ostalim multikopterima. Drugi je razlog taj, što je PX4 Autopilot kompatibilan sa programskim paketom MATLAB i Simulink, što uvelike olakšava implementaciju upravljačkog algoritma na Pixhawk kontroleru leta. U tablici 5.1 prikazane su osnovne značajke Pixhawk 1 FC-a koji je prikazan na slici 5.8.

Nadalje, kao što je već spomenuto PX4 firmware programski je kod implementiran na Pixhawk FC-u. Sastoji se od dva glavna sloja ili razine, a to su PX4 flight stack sloj i PX4 middleware sloj. PX4 middleware sloj zadužen je za komunikaciju i povezivanje svih hardverskih komponentni FC-a, dok su unutar PX4 flight stack sloja implementirani upravljački algoritmi, vrši se estimacije stanja i ovaj sloj komunicira s PX4 middleware slojem od kojega

prima sve informacije sa senzora i ostalih hardverskih komponenti, ali isto tako, šalje upravljačke naredbe middleware sloju koji onda, na temelju tih naredbi upravlja hardverom. Nadalje, za jednostavniju komunikaciju Pixhawk FC-a i bazne stanice (PC ili laptop) razvijena su dva softvera, QgroundControl i MissionPlanner softver, koji korisniku omogućuju jednostavnije podešavanje parametara FC-a, kalibraciju senzora i daljinskog upravljača te podešavanje ostalih parametara leta. Osim toga, oba softvera omogućuju zadavanje misija FC-u i praćenje stanja letjelice u realnom vremenu putem telemetrijske bežične veze.

U ovome je radu, za podešavanje parametara leta, kalibraciju senzora i daljinskog kontrolera korišten QgroundControl softver.

**Tablica 5.1 Osnovne značajke Pixhawk 1 FC-a**

<b>CPU</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 32-bitni STM32F427 Cortex-M4F procesor</li> <li>• 168 Mhz</li> <li>• 256 KB RAM memorija</li> <li>• 2 MB Flash memorija</li> </ul>
<b>IMU senzori</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ST Micro L3GD20H 16-bitni žiroskop</li> <li>• ST Micro LSM303D 14-bitni akcelerometar/magnetometar</li> <li>• Invensense MPU 6000 troosni akcelerometar i žiroskop</li> <li>• MEAS MS5611 barometar</li> </ul>
<b>Komunikacija s perifernim uređajima</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4x UART serijska porta</li> <li>• 2x CAN serijska porta</li> <li>• 1x I2C serijski port</li> <li>• 1x SPI serijski port</li> <li>• 1x3,3 V i 1x6.6 V ADC ulaz</li> <li>• 14 PWM izlaza</li> </ul>
<b>Napon napajanja</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4,6 – 5.4 V</li> </ul>
<b>Dimenzije</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 81,5 x 50 x 15,5 mm</li> </ul>



Slika 5.8 Pixhawk 1 kontroler leta (FC)

#### 5.4.2. Daljinsko upravljanje

U slučaju polu-autonomnog ili manualnog upravljanja letom kvadkoptera, potreban je daljinski kontroler ili radio odašiljač putem kojega se šalju komunikacijski radio valovi prijemniku na kvadkopteru, koji onda obrađuje i šalje upravljačke naredbe prema FC-u. Frekvencija koja se koristi za prijenos informacija između odašiljača i prijemnika strogo je definirana kako se ne bi podudarala s frekvencijskim pojasevima koji se koriste za prijenos radio signala, televizijskih signala, signala mobilne mreže ili signala korištenih u vojne svrhe. Stoga se za daljinsko upravljanje koriste frekvencijski pojasevi namijenjeni općoj slobodnoj upotrebi, a to su pojas 2,4 – 2,5 GHz i 24 – 24,25 GHz. Danas se, za daljinsko upravljanje bespilotnim letjelicama, najčešće koristi frekvencijski pojas od 2,4 GHz, pa je stoga i u ovome radu odabrano daljinsko upravljanje s takvim frekvencijskim pojasom.

U ovome radu za daljinsko upravljanje odabran je FlySky FS-i6 odašiljač i njemu odgovarajući FlySky FS-iA6B prijemnik koji su prikazani na slici 5.9.



Slika 5.9 FlySky FS-i6 odašiljač (lijevo) i FlySky FS-iA6B prijemnik (desno)

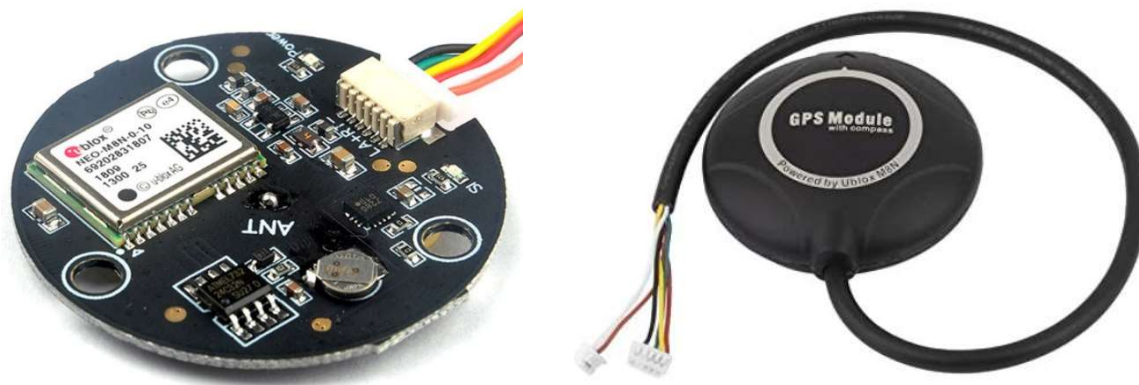
Odabrani odašiljač i prijemnik mogu međusobno komunicirati putem maksimalno šest kanala, što znači da odašiljač može slati šest upravljačkih naredbi prijemniku koji onda te signale obrađuje i šalje FC-u, kao što je već prije spomenuto. U 2. poglavlju, spomenuto je kako su za upravljanje kvadkopterom potrebne četiri upravljačke varijable, a to su sila u vertikalnom smjeru  $F_z$ , moment valjanja  $M_y$ , moment poniranja  $M_x$  i moment skretanja  $M_z$ . Prema tome, prva četiri kanala na radio odašiljaču koriste se za generiranje ovih četiriju upravljačkih naredbi, kako bi se putem radio odašiljača moglo direktno upravljati s kvadkopterom, dok se preostala dva kanala obično koriste za promjenu načina upravljanja i za prekid rada sustava zbog sigurnosnih razloga. Ovakav način upravljanja, u kojem pilot putem daljinskog odašiljača može direktno generirati upravljačke sile i momente na kvadkopteru, pogodan je za ispitivanje autonomnih upravljačkih algoritama, jer pilot može ručno ispravljati nepredvidive regulacijske pogreške i osigurati stabilnost letjelice, ako se upravljački algoritam počne ponašati nepredvidivo. Isto tako, pilot na daljinskom odašiljaču, u bilo kojem trenutku može promijeniti upravljački algoritam na ručni (manualni) način upravljanja (eng. *manual mode*) u kojem onda potpuno preuzima upravljanje i može sigurno prizemljiti kvadkopter kako ne bi došlo do oštećenja letjelice, ako bi u nekom trenutku upravljački algoritam, koji se testira, doveo sustav do nestabilnosti. Isto tako, u slučaju da se prilikom testiranja upravljačkog algoritma, tijekom leta, jave izrazite nestabilnosti i nepredvidivo ponašanje kvadkoptera, pilot putem radio odašiljača može isključiti rad svih motora kako bi spriječio nastanak eventualne ozlijede ili neke veće štete.

#### 5.4.3. Globalni pozicijski sustav – GPS

Budući da FC nema ugrađene senzore koji bi imali mogućnost mjerenja pozicije kvadkoptera, upravljački algoritmi koji imaju za cilj postići potpunu autonomnost leta zahtijevaju informaciju o poziciji letjelice. U tom slučaju, FC je potrebno povezati s vanjskim senzorom za mjerenje pozicije, a to je globalni pozicijski sustav ili GPS modul (eng. *Global Positioning System*) koji ima mogućnost mjerenja pozicije i brzine. U svojoj osnovi GPS koji se povezuje sa FC-om jest zapravo elektronički modul koji ima integriran radioprijemnik, antenu i mikroprocesor. Ovakav GPS modul spaja se na maksimalan broj satelita u njegovom doseg i na temelju mjerenja vremena potrebnog za primanje signala koje šalje svaki pojedini satelit, računa udaljenosti od svakog satelita. Za određivanje pozicije, GPS modul mora poznavati udaljenosti minimalno tri satelita, pri čemu je informacija o poziciji izražena u globalnom koordinatnom sustavu zemlje. Ovisno o prijemniku, GPS modul može odrediti i

brzinu i ubrzanje. Glavni nedostatak klasičnog GPS-a jest nedovoljna točnost koja se kreće u rasponima od 3 do 10 metara i slabi prodor signala kroz čvrste objekte, zbog čega je u zatvorenim prostorima otežano čitanje signala i velika je vjerojatnost za pogreškom mjerenja. Zbog tog nedostatka, danas postoje precizniji GPS sustavi koji zahtijevaju dodatnu baznu stanicu. Takvi sustavi zovu se RTK GPS sustavi (eng. *Real Time Kinematic GPS*) koji na temelju određivanja faznih pomaka signala između GPS prijemnika i najbliže bazne stanice određuju poziciju sa točnošću ispod jednog centimetra [19].

U ovome radu odabran je uBlox M8N GPS modul koji nije temeljen na RTK tehnologiji, ali svejedno osigurava zadovoljavajuću točnost mjerenja pozicije i brzine. Tako je prema tehničkim specifikacijama danim od strane proizvođača točnost mjerenja brzine ovog modula jednaka oko 0,05 m/s, a točnost mjerenja pozicije jest unutar 2,5 m. Odabrani GPS modul podržava gotovo sve globalne navigacijske satelitske sustave (GNSS) u koje se ubrajaju američki Navstar GPS, europski Galileo, ruski GLONASS te kineski BeiDou GPS sustav [20]. Na slici 5.10 (lijevo) prikazan je odabrani uBlox M8N GPS modul, a na slici 5.10 (desno) prikazano je standardno kućište za ovaj GPS modul.



**Slika 5.10** uBlox M8N GPS modul (lijevo) i njegovo standardno kućište (desno)

#### 5.4.4. Telemetrija

Kao što je već prije spomenuto telemetrija omogućuje bežičnu komunikaciju kvadrokoptera i bazne stanice, odnosno u slučaju Piwhawk 1 FC-a, bazna stanica je računalo s instaliranim QgroundControl ili MissionPlanner softverom. Bežična komunikacija s kvadrokopterom putem telemetrije omogućuje praćenje parametara kao što su očitavanja sa senzora, stanje baterije,



informacije o gubitku GPS signala i brojne druge parametre. Isto tako, telemetrija se koristi za podešavanje upravljačkih parametara, kao i za definiranje misija koje kvadkopter treba napraviti.

U ovome je radu korištena telemetrija koja koristi SiK radijsku platformu i koja je također otvorenog koda i kompatibilna je sa PX4 firmware-om. Ova vrsta bežične komunikacije podržava dva tipa frekvencijskih pojaseva – 915 MHz i 433 MHz, koji se koriste kod telemetrijske bežične komunikacije, pri čemu SAD koristi frekvencijski pojas od 915 MHz, dok Europa koristi 433 MHz za telemetrijsku komunikaciju. Standardni telemetrijski set sastoji se od dva modula, pri čemu se jedan modul spaja putem USB-a na računalo, a drugi modul spaja se s FC-om. Odabrani telemetrijski moduli prikazani su na slici 5.11.



**Slika 5.11 433 MHz SiK telemetrijski modul kompatibilan s PX4 firmware-om**

#### **5.4.5. Izrađen fizički model kvadkoptera**

Povezivanjem svih, prethodno spomenutih dijelova, u jednu složenu i kompaktnu cjelinu dobije se fizički model kvadkoptera. Izrađeni fizički model, kao što je već spomenuto ima implementiran Pixhawk FC koji dolazi sa PX4 firmware-om, unutar kojega je, u svrhu testiranja opreme i cjelokupnog fizičkog modela implementiran PID upravljački algoritam. Dakle, fizički model kvadkoptera je testiran s PID upravljačkim algoritmom, kojemu se upravljačke naredbe šalju daljinskim radio odašiljačem. Rezultati eksperimentalnog leta su vrlo dobri, čime je dokazano da je odabrana oprema i cjelokupni fizički model kvadkoptera pouzdan za testiranje, implementiranje drugih upravljačkih algoritama te provođenje daljnjih eksperimenata na ovom



modelu, što je svakako cilj u budućem radu i nastavak ovog istraživanja. Na slici 5.12 prikazan je izrađeni fizički model kvadkoptera, a na slici 5.13 prikazan je kvadkopter u letu.



Slika 5.12 Izrađen fizički model kvadkoptera



Slika 5.13 Prikaz kvadkoptera u letu

## 6. ZAKLJUČAK

U ovome radu, pokazane su performanse regulacije kvadkoptera primjenom aktivne kompenzacije poremećaja (ADRC upravljački algoritma) zasnovane na proširenom observeru stanja (ESO) u uvjetima nepoznatih, vremenski promjenjivih, vanjskih poremećaja. Predloženi upravljački ADRC algoritam, zasnovan na proširenom observeru stanja (ESO), implementiran je na sustavu kvadkoptera te su performanse regulacije testirane u simulacijama. Budući da je za implementaciju i testiranje predloženog upravljačkog algoritma kao i za provođenje valjanih simulacija potrebno poznavanje matematičkog modela kvadkoptera, u ovome je radu, također, izveden matematički model koji vjerno opisuje gibanje kvadkoptera u trodimenzionalnom prostoru i koji je onda implementiran u simulacijama kako bi se ispitale performanse regulacije. Nadalje, matematički je model kvadkoptera, osim za simuliranje sustava, korišten i za sintezu ADRC regulatora i proširenog observera stanja, pri čemu su uvedena određena pojednostavljenja matematičkog modela s ciljem smanjenja kompleksnosti upravljačkog algoritma i jednostavnije implementacije na realni sustav. U nastavku, nakon izvoda matematičkog modela, provedena je sinteza ADRC regulatora i proširenog observera stanja proizvoljnog reda, nakon čega slijedi implementacija regulatora i observera stanja unutar simulacija. Na temelju dobivenih simulacijskih rezultata pokazano je da ADRC upravljački algoritam s proširenim observerom stanja (ESO) omogućuje precizno slijedenje proizvoljne referentne trajektorije u uvjetima nepoznatih, vanjskih, vremenski promjenjivih poremećaja, ali i u uvjetima perturbacije pogonskog sustava. Isto tako, pokazano je da za sintezu regulatora i proširenog observera stanja nije potrebno poznavati matematički model u potpunosti, nego je dovoljno poznavati red sustava i parametar  $\bar{k}$ , koji se određuje na temelju uvjeta stabilnosti. Nadalje, rezultati simulacije pokazuju da točnost slijedenja referentne trajektorije, kao i točnost estimacije ukupnog poremećaja rastu povećanjem reda proširenog observera stanja. No, problem, odnosno nedostatak, koji se javlja kod proširenog observera stanja jest taj da povećanjem reda iznad određenog iznosa dolazi do nestabilnosti ponašanja sustava. No, unatoč tom nedostatku, može se zaključiti da predloženi upravljački algoritam – ADRC s proširenim observerom stanja (ESO), daje vrlo dobre performanse regulacije i zbog svoje robusnosti na nepoznatu dinamiku i vanjske poremećaje, kao i na perturbaciju pogonskog sustava u određenim granicama, omogućuje kvadkopteru znatno veći stupanj autonomnosti leta, nego dosada, najčešće korišteni, PID upravljački algoritam, koji nema mogućnost kompenzacije vremenski promjenjivih poremećaja što je vrlo bitan čimbenik za autonomnost leta.

U daljnjem radu planira se testiranje predloženog ADRC upravljačkog algoritma s proširenim observerom stanja na realnom sustavu. Zbog toga je u sklopu ovoga rada izrađen fizički model kvadkoptera koji ima ugrađen Pixhawk kontroler leta i unutar kojega je moguće implementirati vlastiti programski kod, a samim time i željeni upravljački algoritam, što je svakako budući cilj i nastavak ovog rada i istraživanja kako bi se performanse ovog algoritma mogle testirati na realnom sustavu.

**LITERATURA**

- [1] „Kinematika“ [Online]. Poveznica: <https://hr.wikipedia.org/wiki/Kinematika> [Pristupano: 12.10.2020.]
- [2] Quan Q., *Introduction to multicopter design and control*, Springer, Singapore, 2017.
- [3] Ardema, M.D., *Newton-Euler Dynamics*, Springer, California, 2005.
- [4] Harisson, H.R., Nettleton, T., *Advanced Engineering Dynamics*, Arnold, London, 1997.
- [5] Kotarski, D., Piljek, P., Brezak, H., Kasać, J., Chattering free tracking control of a fully actuated multirotor with passively tilted rotors, *Transactions of FAMENA*, vol. 42, no. 1, pp. 1-14., 2018.
- [6] Kotarski, D., Piljek, P., Brezak, H., Kasać, J., Design of a fully actuated passively tilted multirotor UAV with decoupling control system, *8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering*, Prague, Czech Republic, pp. 385-390., 2017.
- [7] Kotarski D., *Modeliranje i robusno upravljanje višerotorskim bespilotnim letjelicama s potpuno upravljanim konfiguracijama*, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2020.
- [8] Leishman, G. J., *Principle of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press, SAD, 2006.
- [9] Guo, B.Z., Zhao, Z.L., *Active Disturbance Rejection Control for nonlinear systems*, Wiley, Singapore, 2016.
- [10] Kasać, J., Novaković, B., Milić, V., On Equivalence Between Internal and External Model-Based Repetitive Controllers for Nonlinear Passive Systems, *Asian Journal of Control*, vol. 13, no. 1, pp. 15-24, 2011.
- [11] Ramirez H.S., Luviano-Juarez, A., Ramirez-Neria, M., Zurita-Bustamante, E., *Active Disturbance Rejection Control of Dynamics systems*, Butterworth-Heinemann, SAD, 2017.
- [12] Huang, Y., Xue, W., Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis, *ISA Transactions*, Vol. 53, pp. 963-976, 2014.
- [13] Kasać, J., Stevanović, S., Žilić, T., Stepanić, J., Robust Output Tracking Control of a Quadrotor in the Presence of External Disturbances, *Transactions of Famena*, vol. 37, no. 4, pp. 29–42, 2013.
- [14] Majetić, D., Kasać, J., Brezak, D., *Zbirka zadataka iz teorije automatskog upravljanja - Viševarijabilni sustavi*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.

- [15] Kasać J., materijali s predavanja iz kolegija *Neizrazito i digitalno upravljanje*, Zagreb, 2020.
- [16] Kasac, J., Kotarski, D., Piljek, P., Frequency-Shifting-Based Algebraic Approach to Stable On-Line Parameter Identification and State Estimation of Multirotor UAV, *Asian Journal of Control*, vol. 21, no. 4, pp. 1619-1629, 2019.
- [17] „What are drones made of“ [Online], Poveznica: <https://matmatch.com/blog/what-are-drones-made-of/>, [Pristupano:14.11.2020.]
- [18] Krznar, M., Kotarski ,D., Pavković D., Piljek P., Propeller speed estimation for unmanned aerial vehicles using Kalman filtering, *International Journal of Automation and Control*, vol. 14, pp. 284-303, 2020.
- [19] Bondyra, A., Gardecki, S., Gasior, P., Giernacki, W., *Performance of Coaxial Propulsion in Design of Multi-rotor UAVs*, in:Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques, Springer, 2016.
- [20] „u-blox M8 concurrent GNSS modules datasheet“ [Online], Poveznica: [https://www.u-blox.com/sites/default/files/NEO-M8-FW3\\_DataSheet\\_%28UBX-15031086%29.pdf](https://www.u-blox.com/sites/default/files/NEO-M8-FW3_DataSheet_%28UBX-15031086%29.pdf) [Pristupano: 19.11.2020.]

## **PRILOZI**

I. CD-R disk