

# Analiza utjecaja elemenata dinamičke sprege na energetska učinkovitost mehanizma mahokrila

---

**Radošić, Josip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:812165>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-07**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Josip Radošić**

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Dr. sc. Dario Zlatar, mag. ing.

Student:

Josip Radošić

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prije svega svom mentoru docentu dr. sc. Dariu Zlataru mag. ing. na svojoj pruženoj pomoći i strpljenu i Marku Kasalu, mag.ing. na pomoći kod izrade ovog rada.

Želio bih se također zahvaliti i Zavodu za zrakoplovno inženjerstvo na pristupačnosti i raumijevanju tijekom ovog preddiplomskog studija.

Najveće hvala mojoj obitelji koja mi je omogućila ovaj studij i bila oslonac sve ove godine studiranja. Na poslijetu želio bih još reći hvala svim svojim prijateljima koji su mi bili velika podrška tijekom dosadašnjeg studija.

Josip Radošić



|  |        |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum  | Prilog |
| Klasa: <b>602 - 04 / 23 - 6 / 1</b>                          |        |
| Ur.broj: <b>15 - 1703 - 23 -</b>                             |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Josip Radošić**

JMBAG: **0035213991**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza utjecaja elemenata dinamičke sprege na energetske učinkovitost mehanizma mahokrila**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of the influence of dynamic coupling elements on energy efficiency of the flapping wing mechanism**

Opis zadatka:

Razvoj mahokrilih mikro-UAV letjelica koristeći uzgonske i propulzijske značajke mahokrila insektnog tipa zahtjevnija je zadaća koja tijekom posljednjih godina privlači velik interes istraživača. Takav interes zasniiva se na mogućnosti osnivanja mikro letjelica malih dimenzija i niske razine buke, optimiranih za let u urbanom okolišu, zatvorenim prostorima kao i susjednim planetima (uz povoljniju energetske učinkovitost, visoke manevarske sposobnosti, mogućnost vertikalnog polijetanja i slijetanja te lakše uklapanje u okoliš). Međutim, uspješno projektiranje takvih mahokrilaca, koji bi ispunjavali sve spomenute ciljeve, još nije u potpunosti ostvareno, a razlog tome je konstrukcija krilnog mehanizma koja mora omogućiti složenu kinematiku mahokrila visokih frekvencija mahanja s ciljem ostvarivanja aerodinamičkih uvjeta nužnih za let u zadanim okolnostima (mali Reynoldsovi brojevi, izražene nestacionarnosti, upravljanje dinamikom vrtloga i na prednjem i na stražnjem rubu pomičnog krila).

U okviru završnog rada potrebno je:

- Propisati funkcije gibanja krila pokretnog krila insektnog tipa s obzirom na kriterij postizanja traženog kinematičkog profila uzorka gibanja mahokrila.
- U programskom paketu za simulaciju dinamike sustava više tijela ADAMS, izraditi model mahokrilne letjelice, tj. modelirati kinematičku strukturu takvog sustava, primjenom dinamike više tijela (engl. Multibody Dynamics).
- Dodavanjem elemenata dinamičke sprege u mehanizam mahokrilne letjelice izrađene u ADAMS-u, pokušati poboljšati energetske učinkovitost mehanizama pokretnog krila.
- Usporediti energetske učinkovitosti mehanizma pokretnog krila kod korištenja linearne i nelinearne karakteristike opruge.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2022.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Dario Zlatar

Datum predaje rada:

1. rok: 20. 2. 2023.  
2. rok (izvanredni): 10. 7. 2023.  
3. rok: 18. 9. 2023.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 27. 2. – 3. 3. 2023.  
2. rok (izvanredni): 14. 7. 2023.  
3. rok: 25. 9. – 29. 9. 2023.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

|   |     |
|---|-----|
| SADRŽAJ I   |     |
| POPIS SLIKA .....   | II  |
| POPIS TABLICA.....  | III |
| POPIS OZNAKA .....  | IV  |
| SAŽETAK V   |     |
| SUMMARY VI  |     |
| 1. UVOD I   |     |
| 1.1. Povijest mahokrilnih letjelica.....  | 1   |
| 1.2. Aerodinamika mehanizma mahokrila .....   | 3   |
| 1.3. Primjena mehanizma mahokrila u svemirskoj tehnologiji.....                     | 5   |
| 2. Kinematika pokretnog insektnog krila .....                                       | 7   |
| 2.1. Kinematika krila insekta .....   | 7   |
| 2.2. Kinematika krila vinske mušice, Drosophila Melanogaster .....                  | 8   |
| 3. Proces izrade modela mahokrila.....  | 9   |
| 3.1. Programski paket DS SolidWorks .....   | 9   |
| 3.2. Proces izrade modela mahokrila .....   | 9   |
| 4. POSTAVLJANJE KINEMATIČKE STRUKTURE MODELA PRIMJENOM<br>DINAMIKE VIŠE TIJELA..... | 11  |
| 4.1. Dinamika sustava .....   | 11  |
| 4.1.1. Problemi dinamike .....  | 12  |
| 4.1.2. Modeliranje mehaničkih sustava.....  | 13  |
| 4.1.2.1. Mehaničko modeliranje .....  | 13  |
| 4.1.2.2. Matematičko modeliranje .....  | 13  |
| 4.1.2.3. Opis gibanja krutih tijela.....  | 14  |
| 4.2. Programski paket MSC ADAMS.....  | 15  |
| 4.3. Kinematička struktura modela mahokrila .....                                   | 16  |
| 4.3.1. Linearna opruga .....  | 19  |
| 4.3.2. Nelinearna opruga.....   | 20  |
| 5. REZULTATI .....  | 22  |
| 5.1. Model mahokrila I.....   | 24  |
| 5.1.1. Analiza bez opruge.....  | 24  |
| 5.1.2. Analiza s linearnom oprugom .....  | 24  |
| 5.1.3. Analiza s nelinearnom oprugom .....  | 25  |
| 5.2. Model mahokrila II .....   | 26  |
| 5.2.1. Analiza bez opruge.....  | 26  |
| 5.2.2. Analiza s linearnom oprugom .....  | 26  |
| 5.2.3. Analiza s nelinearnom oprugom .....  | 27  |
| 6. ZAKLJUČAK.....   | 28  |
| LITERATURA.....   | 30  |

## POPIS SLIKA

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Slika 1.  | Model mahokrilne letjelice Leonarda da Vinci [2] .....                             | 2  |
| Slika 2.  | Nano Hummingbird tvrtke AeroVironment [3] .....                                    | 2  |
| Slika 3.  | Letjelica Colibri sa sveučilišta u Bruxellesu [4] .....                            | 3  |
| Slika 4.  | Prikaz vrtložne strukture [6].....   | 5  |
| Slika 5.  | Helikopter Ingenuity [7].....  | 6  |
| Slika 6.  | Kutovi koji opisuju relativno gibanje između krila i glavnog tijela kukca [6]..... | 7  |
| Slika 7.  | Vinska mušica [8].....   | 8  |
| Slika 8.  | Graf za izbor karakteristika modela .....  | 10 |
| Slika 9.  | Model mahokrilca u SolidWorks-u .....  | 10 |
| Slika 10. | Shema podjele dinamike [11].....   | 12 |
| Slika 11. | Koraci kod modeliranja mehaničkog sustava [11] .....                               | 14 |
| Slika 12. | Model mahokrilca u Adams-u .....   | 16 |
| Slika 13. | Model sa propisanom fiksnom vezom i rotacijskim zglobovima.....                    | 17 |
| Slika 14. | Model sa propisanim gibanjima .....  | 18 |
| Slika 15. | Model sa propisanim torzijskim oprugama .....                                      | 19 |
| Slika 16. | Model sa propisanim momentima torzije .....  | 21 |
| Slika 17. | Putanja vrha krila modela.....   | 22 |
| Slika 18. | Promjena kuta mahanja modela oko y osi (kut $\theta$ ) .....                       | 23 |
| Slika 19. | Promjena kuta mahanja modela oko z osi (kut $\eta$ ) .....                         | 23 |
| Slika 20. | Snaga potrebna za mahanje krila modela I.....                                      | 24 |
| Slika 21. | Snaga potrebna za mahanje krila modela I sa i bez pomoći opruge.....               | 24 |
| Slika 22. | Snaga potrebna za mahanje krila modela I sa i bez pomoći opruge.....               | 25 |
| Slika 23. | Snaga potrebna za mahanje krila modela II .....                                    | 26 |
| Slika 24. | Snaga potrebna za mahanje krila modela II sa i bez pomoći opruge .....             | 26 |
| Slika 25. | Snaga potrebna za mahanje krila modela II sa i bez pomoći opruge .....             | 27 |
| Slika 26. | Usporedba potrošnje snage modela mahokrila I .....                                 | 28 |
| Slika 27. | Usporedba potrošnje snage modela mahokrila II.....                                 | 29 |

**POPIS TABLICA**

|   |    |
|---|----|
| Tablica 1. Karakteristike modela mahokrila .....                  | 9  |
| Tablica 2. Jednadžbe gibanja Modela I .....                       | 17 |
| Tablica 3. Jednadžbe gibanja modela II .....                      | 17 |
| Tablica 4. Koeficijenti krutosti opruge za modele mahokrila ..... | 19 |
| Tablica 5. Momenti torzije za Model I .....                       | 20 |
| Tablica 6. Momenti torzije za Model II .....                      | 20 |



**POPIS OZNAKA**

| Oznaka         | Jedinica       | Opis  |
|----------------|----------------|---|
| $\bar{\alpha}$ |                | matrica nelinearnih članova kutnog ubrzanja             |
| $c_t$          | Nm/rad         | Koeficijent krutosti opruge                             |
| $E$            |                | jedinični vektor  |
| $\eta$         | rad            | aksijalni kut   |
| $\eta_a$       | rad            | srednja vrijednost pomaka aksijalnog kuta               |
| $\eta_m$       | rad            | amplituda aksijalnog kuta                               |
| $\eta_p$       |                | pomak u fazi aksijalnog kuta                            |
| $f$            | Hz             | Frekvencija   |
| $f_i$          |                | matrica sila na tijelo                                  |
| $\phi_m$       | rad            | amplituda horizontalnog kuta mahanja                    |
| $\phi_\theta$  |                | pomak u fazi horizontalnog kuta mahanja                 |
| $H_R$          |                | matrica veze kutne brzine i derivacija Eulerovih kutova |
| $I$            | $\text{kgm}^2$ | moment inercije   |
| $k$            | Nm/rad         | koeficijent krutosti torzijske opruge                   |
| $K_\eta$       |                | koeficijent oblika funkcije aksijalnog kuta             |
| $K_\phi$       |                | koeficijent oblika funkcije horizontalnog kuta zamaha   |
| $l_i$          |                | matrica momenata na tijelo                              |
| $\lambda$      |                | Lagrangeov multiplikator                                |
| $m$            | kg             | Masa  |
| $MH$           |                | matrica inercije  |
| $N$            |                | koeficijent oblika putanje vrha krila                   |
| $\omega$       | rad/s          | kutna brzina  |
| $Q$            |                | matrica derivacija jednadžbi kinematičkih ograničenja   |
| $q^a$          |                | matrica vanjskih opterećenja                            |
| $q^v$          |                | matrica sila uslijed nelinearnosti brzine               |
| $t$            | s              | Vrijeme   |
| $\theta_0$     | rad            | srednja vrijednost vertikalnog kuta mahanja             |
| $\theta_m$     | rad            | amplituda vertikalnog kuta mahanja                      |
| $\ddot{x}$     |                | matrica akceleracija                                    |
| $\ddot{x}_R$   |                | matrica drugih derivacija Eulerovih kutova              |
| $\ddot{x}_T$   |                | matrica drugih derivacija vektora položaja tijela       |

**SAŽETAK**

Cilj ovog rada jest odrediti utjecaj elemenata dinamičke sprege na energetska učinkovitost mehanizma mahokrila. Uz pomoć programskog paketa MSC ADAMS propisuje se funkcije gibanja krila s obzirom na kriterij postizanja traženog kinematičkog profila uzorka gibanja mahokrila. U ADAMS se ubacuje geometrija modela rađenog u SolidWorks programu na koju se zatim propisuju odgovarajuća kinematska struktura primjenom dinamike više tijela (engl. Multybody Dynamics). Dodavanjem elemenata dinamičke sprege nastoji se poboljšati energetska učinkovitost mehanizma. Na temelju usporedbe rezultata dobivenih za dvoje različitih (s obzirom na raspon krila i frekvenciju mahanj) modela mahokrila zaključuje se kako se dodavanjem linearne, jednako kao i nelinearne opruge značajno poboljšava učinkovitost mehanizma.

Ključne riječi: mahokrilo, elementi dinamičke sprege, ADAMS, dinamika više tijela, kinematska struktura, energetska učinkovitost

---

**SUMMARY**

The goal of this thesis is to analyse the influence of dynamic coupling elements on energy efficiency of the flapping wing mechanism. The flapping wing motion, which follows the kinematic profile of a flapping wing, can be simulated using ADAMS (on two different models based on their wingspan and flapping frequency of the wings). The 3D model, which was made in SolidWorks, is set with its kinematical constraints in ADAMS using multibody dynamics. By adding dynamic coupling elements we are trying to improve the energy efficiency of the flapping wing mechanism. Based on the given results, we can determine, by using linear as well as nonlinear springs, a significant improvement in the efficiency of the mechanism.

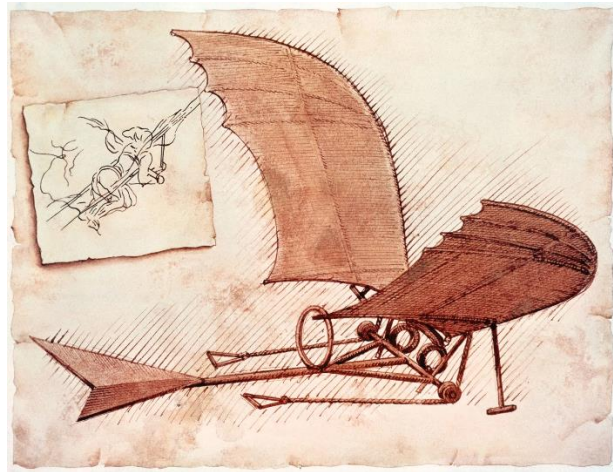
Key words: flapping wing, dynamic coupling elements, ADAMS, energy efficiency

## 1. UVOD

### 1.1. Povijest mahokrilih letjelica

Od najranije zabilježene povijesti, ljude spaja univerzalna želja za slobodom letenja. Ta opsjednutost bijega od gravitacije nagnala je mnoge da krenu sanjati o letenju. Kao glavna inspiracija poslužila je upravo priroda i svijet u kojem živimo. Tako su ljudi još od davnina pokušavali stvoriti operativnu presliku leta ptice mahanjem krila. Pioniri takvog leta nazvani su "tower jumpers" što i doslovno objašnjava njihove pokušaje leta, a kao najpoznatiji primjer može se uzeti legenda o Dedalu i Iakru iz antičke Grčke. Međutim prvim takvim uspješnim preletom smatra se onaj Benediktinca Eilmera iz 1060. koji je prije nego što se ozbiljno ozljedio uspio prelebdjeti oko 180 metara skočivši sa zvonika samostana [1]. Od tada pa sve do 19. stoljeća puno je bilo takvih pokušaja ali i ideja o letu među kojima i ona frankopanskog redovnika Rogera Bacona koja se smatra i prvim ikad zapisanim dokumentom u kome se spominje letjelica tipa mahokrila [1]. No kao najpoznatiji primjer leta krilima iz tog perioda jest onaj Leonarda da Vincia (vidi sliku 1). Njegov se koncept razlikovao od dotadašnjih time što letač nebi samo stavio krila na sebe već bi ušao u konstrukciju na koju su bila ugrađena krila. Na taj bi se način dobio stroj, tj. letjelica u kojoj bi pilot zapravo preko poluga kontrolirao krilima i time se održavao u letu [1]. Unatoč neuspjehu i gotovo nikakvom tehnološkom pomaku u smislu leta krilima, ideja o uspješnom takvom mehanizmu nije iščeznula. Tako je 1889. godine Gustave Trouvé implementirao motor sa unutarnjim izgaranjem u model svoje mahokriline letjelice i 1890. ostavario let od 80 metara. 1930-tih godina pojavilo se nekoliko uspješnijih pokušaja leta od strane njemačkog socijalističkog saveza letača pod vodstvom znanstvenika Alexandera Lippischa (bazirano na konceptu Lawrencea Hargravea upotpunjenog motorom sa unutarnjim izgaranjem). 1960-tih Percival Spencer izveo je niz uspješnih letova bespilotnim mahokrilih letjelicama sa motornom na unutarnje izgaranje. Značajniji projekt na području mahokrilih leta iz novijeg doba jest od strane Zavoda za aerosvemirsku studiju Sveučilišta u Torontu. Tim stručnjaka, na čelu sa profesorom Jamesom DeLaurier, napravio je tako mahokrilnu letjelicu sa mlaznim motorom i mjestom za pilota. U srpnju 2006. na letištu Bombardiera u Torontu letjelica je uspješno uzletjela i ostvarila let od 14 sekundi. No kako se zadnjih godina ponajviše razvila elektronička tehnologija time je omogućena i nova ideja o implementaciji leta mahokrilom. Tako se provedene brojne studije i projekti temeljeni na malim bespilotnim letjelicama mahokrilih tipa. Na sveučilištu u Delftu

razvijeni su DelFly Nimble dok je na sveučilištu u Bruxellesu razvijena letjelica Colibri (vidi sliku 3). Jedan od komercijalnih primjera jest Nano Hummingbird tvrtke AeroVironment (vidi sliku 2).



**Slika 1. Model mahokrilne letjelice Leonarda da Vincia [2]**



**Slika 2. Nano Hummingbird tvrtke AeroVironment [3]**

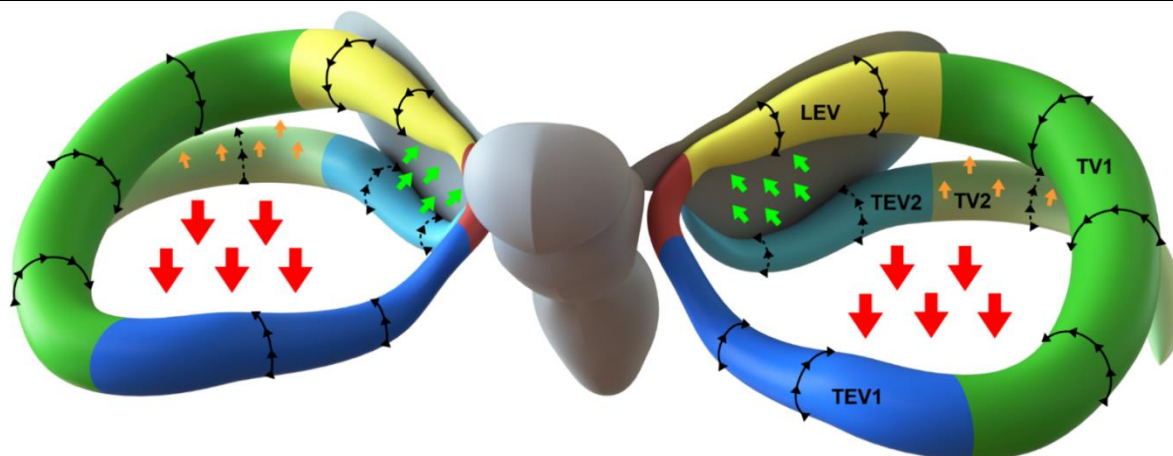


Slika 3. Letjelica Colibri sa sveučilišta u Bruxellesu [4]

## 1.2. Aerodinamika mehanizma mahokrila

Kako bi se ostvario let, potrebno je stvoriti uzgonsku silu kojom će se savladati težina. Za razliku od konvencionalnog načina leta gdje se opstrujavanjem fiksno postavljenih krila letjelice, kojeg omogućuje neka pogonska sila, stvara sila uzgona na istima, kod mahokrilnog principa leta to nije tako. Let mahokrilaca ostvaruje se mahanjem para identičnih krila pri relativno visokim frekvencijama. Na taj način krila snose ulogu stvaranja pogonske jednako kao i uzgonske sile. Također nejednolikom raspodjelom uzgona kako na jednom tako i na drugom krilu omogućuje se upravljanje letom. Jedan zamah krila može se podijeliti na dva translacijska dijela, odnosno zamah prema dolje i prema gore, i na dva rotacijska dijela, odnosno pronaciju i supinaciju. Za takvu konfiguraciju leta upotrebljava se utjecaj mehanizama nestacionarnih aerodinamičkih sila [5]. Ti mehanizmi podrazumijevaju utjecaj vrtloga napadnog ruba, efekt pridružene mase, međudjelovanje krila i vrtložnog traga, „rotational circulation“ i „clap-and-fling“ efekt [5]. Princip efekta pridružene mase objašnjava se kroz model ubrzanog ili usporenog gibanja tijela kroz neki fluid, unutar kojeg se javljaju inercijske sile koje se suprotstavljaju promjeni gibanja. To se događa na početku i kraju ciklusa zamaha krila, odnosno kada krilo ubrzava i usporava. Ono na taj način ubrzava i usporava okolni fluid prilikom čega se javlja reakcijska sila na krilo i čiji utjecaj doprinosi stvaranju aerodinamičkih sila [5]. Utjecaj vezanog vrtloga prednjeg brida nosi vrlo bitnu ulogu u stvaranju sile uzgona. On se očituje tijekom translacijskog gibanja krila kada dolazi do opstrujavanja struje zraka preko krila pod određenim napadnim kutom. Povećavanjem napadnog kuta krila dolazi do

odvajanje struje zraka iz koje se tada formira vrtlog napadnog ruba. Taj isti vrtlog ostaje prilijepljen uz krilo, dok se struja zraka ponovno nastoji prilijepiti uz krilo iza nastalog vrtloga. Time krilo uspijeva prenijeti veću količinu energije na fluid, a resultantna sila djeluje u smjeru normale na površinu. Međutim povećavanje napadnog kuta krila ograničeno je porastom vrtloga napadnog ruba do neke granične vrijednosti kada se struja zraka više ne može prilijepiti uz krilo te dolazi do gubitka uzgona [5]. Također promatranja su pokazala kako na kraju svakog zamaha dolazi do brze rotacije krila oko njegove duljinske osi čime može doći do povećanja stvaranja uzgona. Taj efekt naziva se Kramerov efekt [5] a počiva na slijedećem načelu. Nakon što se krilo zarotira, kao što je već ranije rečeno, ono se netom prije kraja zamaha još dodatno zakrene čime pospješuje generiranje uzgona. Jasno ukoliko bi krilo tu dodatnu rotaciju odradilo nakon kraja zamaha došlo bi do smanjenja vrijednosti uzgona. Upravo na taj način mahokrilni mehanizmi mogu upravljat svojim letom tako što generiraju različite iznose uzgona na svakom krilu. Prilikom promjene zamaha, napadni rub krila nailazi na vrtložni trag stvoren izlaznim rubom u prethodnom zamahu rezultirajući u povećanju brzine optjecanja te stvaranju aerodinamičkih sila. Ovakvo međudjelovanje krila i vrtložnog traga očituje se kao trenutni skok u aerodinamičkim silama neposredno nakon promjene zamaha ali značajno ovisi o trajanju same promjene zamaha [5]. U kontrastu na ovaj efekt javlja se tzv. "clap and fling" efekt. Zamahom krila prema gore, napadni rubovi krila se po potrebi mogu dotaknuti. Takva pojava uzrokuje da se suprotne cirkulacije na svakom krilu ponište čime se znatno smanjuje vrtložnost struje stvorene na izlaznom rubu prilikom slijedećeg zamaha. Time se brže generira cirkulacija i produljuje vrijeme djelovanja uzgonske sile tijekom mahanja prema dolje. Kao dodatna posljedica ovakvog gibanja, fluid potisnut između krila stvara dodatan potisak. Također, nastavkom rotacije krila dolazi do odvajanja napadnih rubova što stvara područje nižeg tlaka između krila. To dovodi do uvlačenja fluida što rezultira poboljšanim stvaranjem vrtloga u nastavku zamaha krila prema dolje. Ovime se opisalo neke od osnovnih zakonitosti leta mahokrilaca u prirodi (najvećim dijelom kukaca). Njima se omogućuju dobre upravljačke sposobnosti kao i samo održavanje u letu pri relativno malim Reynoldosvim brojevima. Ta sposobnost vrlo je zanimljiva u istraživanjima vezanim uz mimikriju leta kukaca i mogućnosti stvaranja sintetičkih mahokrilnih mehanizama sposobnih izvođenju takvog leta.



Slika 4. Prikaz vrtložne strukture [6]

### 1.3. Primjena mehanizma mahokrila u svemirskoj tehnologiji

30. srpnja 2020. godine NASA je u sklopu nove misije na Mars lansirala i helikopter Ingenuity. Njegova glavna zadaća bila je demonstrirati prvi uspješni let van planeta Zemlje. 19. travnja 2021. Ingenuity je poletio, popeo se na oko 3 metra iznad tla, kratko lebdio u zraku, završio zaokret i zatim sletio. Bila je to velika prekretnica: prvi motorizirani, kontrolirani let u ekstremno rjetkoj atmosferi Marsa (na Marsu imamo bitno rjeđu atmosferu koja iznosi 1% gustoće Zemljine atmosfere, a sastoji se od 95% ugljikova dioksida, 2,7% dušika, 1,6% argona te ostalih primjesa) i, zapravo, prvi takav let u bilo kojem svijetu izvan Zemlje. Nakon toga, helikopter je uspješno izveo dodatne eksperimentalne letove na sve većoj udaljenosti i visini. Sam helikopter projektiran je za let u maksimalnom trajanju od 90 sekundi, te za distance od oko 300 metara i visinu do oko 5 metara iznad tla. Tim pothvatom dokazano je da je moguće izvesti kontroliran let na nekom drugom planetu. Međutim, Ingenuity predstavlja tek početak takve tehnologije gdje se sve više spominje korištenje letjelica mahokrilnog tipa. One su posebno zanimljive zbog svoje efikasnosti leta pri relativno malim Reynoldsovima čime predstavljaju idealni tip letjelice za puno rjeđe atmosfere (u odnosu na Zemljinu). U sklopu te ideologije i sa europske strane pokrenuti su mnogi projekti među kojima i onaj Fakulteta strojarstva i brodogradnje sa Sveučilišta u Zagrebu s europskom svemirskom agencijom (ESA). Tako je 22. studenog 2022. na FSB-u započelo izvođenje znanstveno-istraživačkog projekta 'Flapping Flight on Mars and Venus', kojeg financira EU svemirska agencija (ESA). Projektom će se razvijati matematički algoritmi i računalni modeli fizike leta autonomnih sustava u atmosferskim uvjetima Marsa i Venere, s mogućim proširenjem i na



Saturnov mjesec Titan. Znanstveno-istraživačka grupa na Katedri za dinamiku letjelica Zavoda za zrakoplovno inženjerstvo - pod vodstvom Prof dr. sc. Zdravka Terzea, glavnog istraživača projekta – izvodi većinu projektnih zadaća, dok su suradničke institucije na projektu sveučilišta TU Delft i Politecnico di Milano (oba sveučilišta su prema QS 2021 rangiranju u području 'Engineering & Technology' u Top 20 u svijetu). Projekt traje godinu dana i dobiven je prošle godine na ESA natječaju za istraživačke projekte u kategoriji 'space science'.

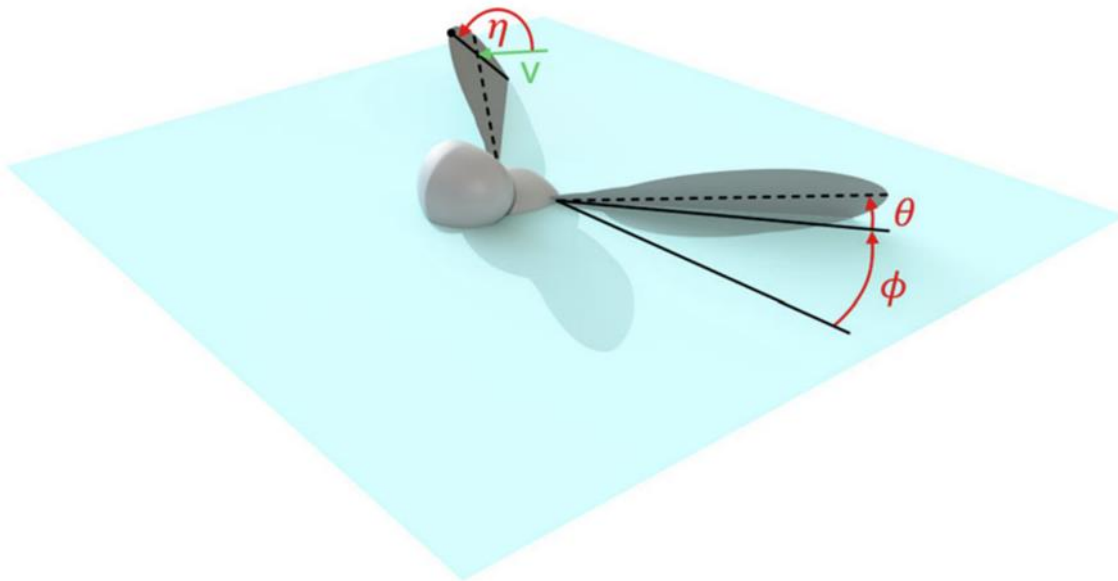


**Slika 5. Helikopter Ingenuity [7]**

## 2. Kinematika pokretnog insektnog krila

### 2.1. Kinematika krila insekta

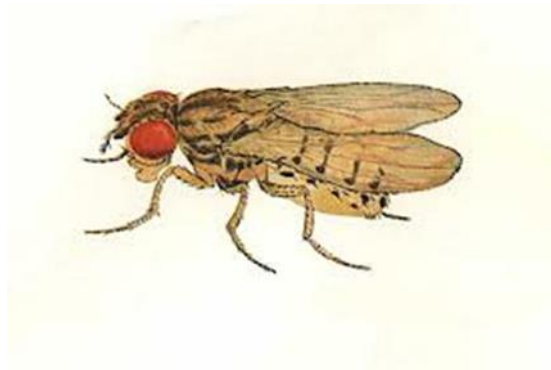
Primjenom odgovarajućih skupina mišića kukci ostvaruju različita mahanja krilima čime proizvode dovoljno uzgona da bi se održali u letu i manevrirali. S povećanjem raspona krila, uzorci mahanja krilima postaju sve jednostavniji uz ostvarivanje iste količine pogonske sile. Time zaključujemo kako su zahtjevniji uzorci mahanja karakteristični za kukce manjeg raspona krila i većih frekvencija mahanja. Mehanizam mahokrilih letjelica može se opisati kao sustav više tijela kod kojega su dva identična krila povezana s tijelom pomoću odgovarajućeg zgloba. Položaj krila u odnosu na tijelo i okolinu može se opisati pomoću tri kuta. Aksijalni kut  $\eta$  opisuje zakret krila oko longitudinalne osi, horizontalni kut mahanja  $\phi$  koji opisuje pomak u horizontalnoj ravnini i vertikalni kut mahanja  $\theta$  koji opisuje pomak krila u okomitoj ravnini.



Slika 6. Kutovi koji opisuju relativno gibanje između krila i glavnog tijela kukca [6]

## 2.2. Kinematika krila vinske mušice, *Drosophila Melanogaster*

Vinske mušice *Drosophila Melanogaster* su vrlo mala stvorenja s minimalnim živčanim sustavom, podložna i najmanji vanjskim poremećajima (vjetar). Unatoč svojim slabostima, ova se stvorenja uspijevaju održati u letu brzim reakcijama i promjenama uzoraka mahanja krilima, i to pri relativno maloj potrošnji energije.



Slika 7. Vinska mušica [8]

Promatrajući let vinske mušice, može se uočiti promjene svih kutova kojima se opisuje položaj krila u odnosu na tijelo. Na temelju koordiniranih promjenama tih kutova ostvaruje se gibanje vrha krila u obliku osmice. Kako bi se opisalo ovakvo gibanje krila, potrebno je zakrete oko promatranih osi zadati pomoću funkcija. Pošto se promjene odvijaju periodički, koristi se trigonometrijskim funkcijama prema [6, 9].

Promjena horizontalnog kuta mahanja  $\phi$  opisana je funkcijom:

$$\phi(t) = \frac{\phi_m}{\arcsin(K_\phi)} \arcsin(K_\phi \sin(2\pi ft)) \quad (1)$$

gdje su  $\phi_m$  amplituda horizontalnog kuta mahanja,  $f$  frekvencija zamaha, a koeficijent  $K_\phi$  služi kako bi se mijenjao oblik funkcije, dok njegova se vrijednost kreće između nula i jedan.

Promjena aksijalnog kuta  $\eta$  opisana je funkcijom:

$$\eta(t) = \frac{\eta_m}{\tanh(K_\eta)} \tanh(-K_\eta \cos(2\pi ft + \eta_p)) + \eta_a \quad (2)$$

gdje je  $\eta_m$  amplituda aksijalnog kuta,  $\eta_p$  pomak u fazi aksijalnog kuta,  $\eta_a$  srednja vrijednost pomaka aksijalnog kuta, a koeficijent  $K_\eta$  opisuje oblik funkcije i vrijednost mu se nalazi na intervalu  $0 < K_\eta < \infty$ . Porastom vrijednosti koeficijenta  $K_\eta$  krilo ostvaruje bržu promjenu aksijalnog kuta. Promjena vertikalnog kuta mahanja  $\theta$  opisana je jednadžbom prema [10]

$$\theta(t) = \theta_m \cos(2\pi Nft + \phi_\theta) + \theta_0 \quad (3)$$

gdje su  $\theta_m$  amplituda vertikalnog kuta mahanja,  $\phi_\theta$  pomak u fazi, a  $\theta_0$  srednja vrijednost vertikalnog kuta mahanja. Vrijednost koeficijenta  $N$  može iznositi 1 ili 2, pri čemu vrijednost  $N=1$  odgovara eliptičnom gibanju vrha krila, a vrijednost  $N=2$  odgovara gibanju vrha krila u obliku osmice. Ovakvo gibanje krila nastoji se ostvariti kod mehanizama mahokrilih letjelica.

### 3. Proces izrade modela mahokrila

#### 3.1. Programski paket DS SolidWorks

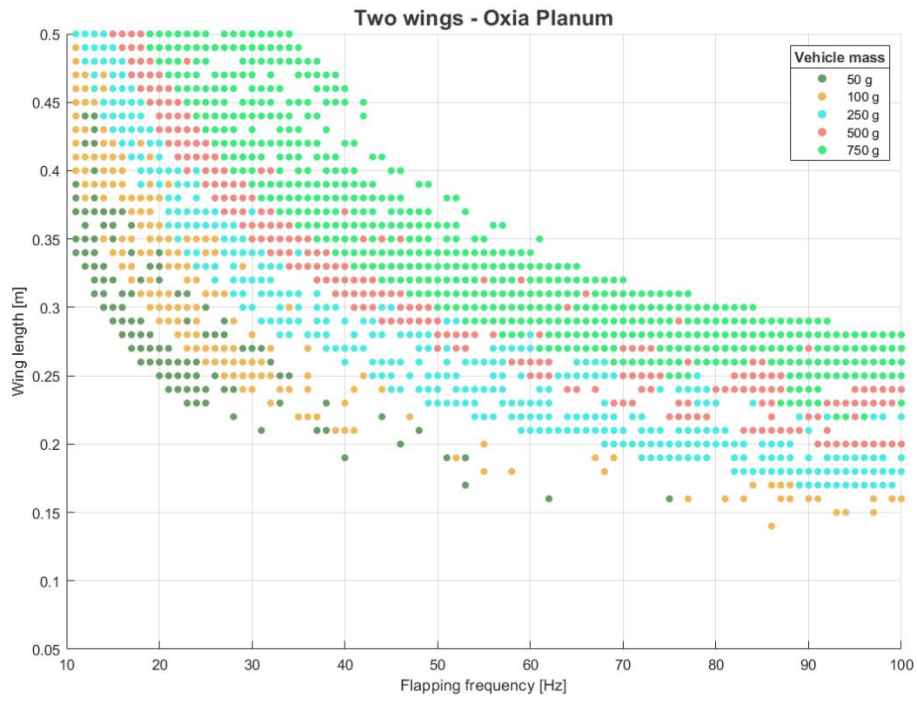
Programski paker SolidWorks je aplikacija koja služi za modeliranje trodimenzionalnih oblika tijela (CAD - akronim od engl. Computer Aided Design) i računalno potpomognuto inženjerstvo (CAE – akronim od eng. Computer Aided Eneigneering) pod vlasništvom Dassault Systèmes-a. SolidWorks Corporation je osnovan 1993. godine od strane Jona Hirschticka, a 1995. izdaje svoj prvi proizvod SolidWorks 95. Dvije godine kasnije SolidWorks postaje dijelom kompanije Dassault Systems-a. Izrada modela u SolidWorksu obično započinje izradom 2D crteža u željenoj ravnini kojem se tada na razne načine može pridodati treća dimenzija prostora zavisno o željenom obliku tijela. Svaki 3D model moguće je prebaciti u oblik radioničkog crteža spremnog za daljnu upotrebu prilikom eventualne izrade samog modela. Nudi se i opcija sastavljanja više različitih dijelova (Part-ova) u željeni sklop (Assembly).

#### 3.2. Proces izrade modela mahokrila

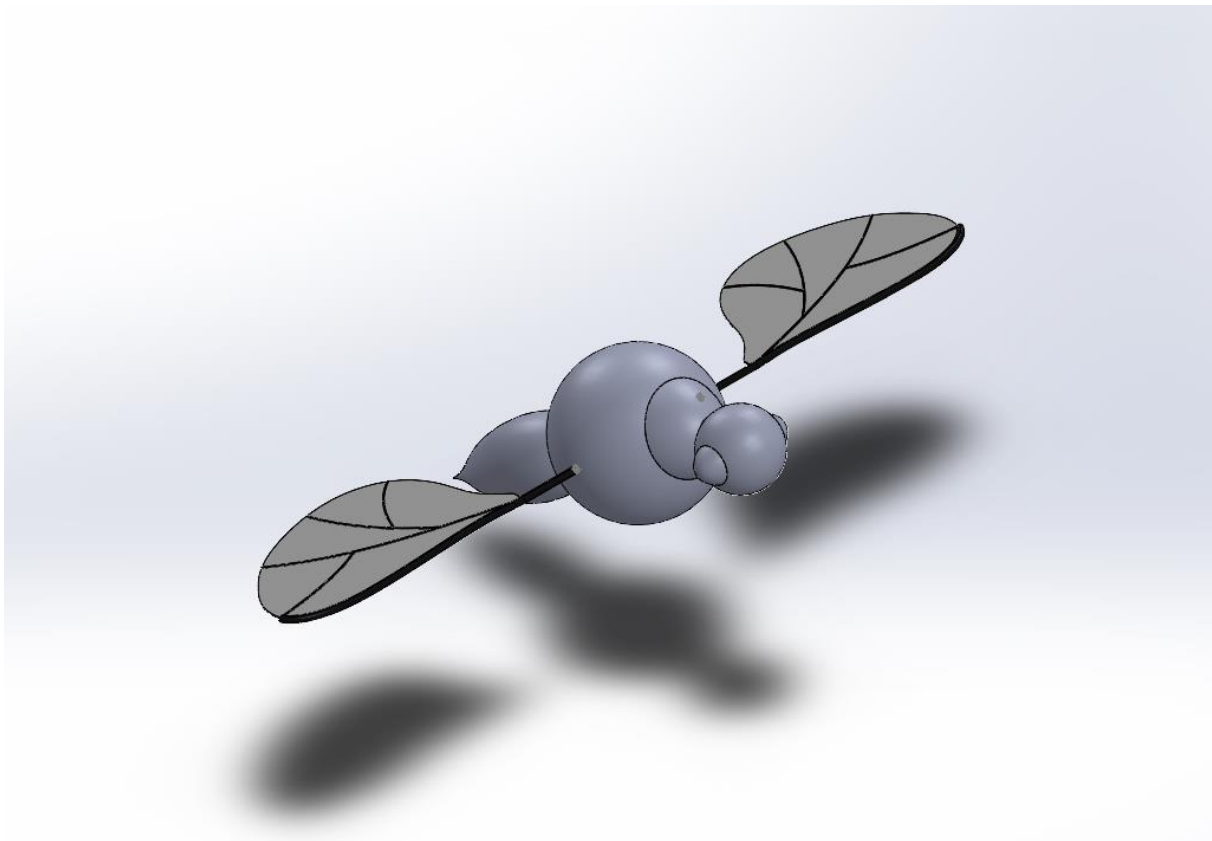
Dakle, za izradu tijela ali i krila mahokrilnog modela korišten je SolidWorks programski paket. Tijelo modela i krila rađena su nalik tijela i krila insekata. Samo tijelo sastavljeno je od središta u obliku pune sfere na koju se tada s jedne strane nastavlja „rep“ u obliku paraboloida željenog izgleda, a s druge glava, kao manja sfera sa ispupčenim očima. Što se tiče krila, ona su također rađena kao jedan zaseban dio služeći se potrebnim funkcijama izrade unutar programa. Po završetku izrade svih dijelova, potrebno ih je još pomoću funkcije „scale“ skalirati na propisane dimenzije za dva tipa modela (vidi sliku 8). Nakon provedenog skaliranja jedino što je preostalo je spojiti tijelo sa krilima u konačni model koristeći funkciju sklopa (slika 9).

**Tablica 1. Karakteristike modela mahokrila**

|              | Model I | Model II |
|--------------|---------|----------|
| Raspon krila | 38,8 cm | 26 cm    |
| Masa krila   | 39,8 g  | 12,8 g   |



**Slika 8. Graf za izbor karakteristika modela**



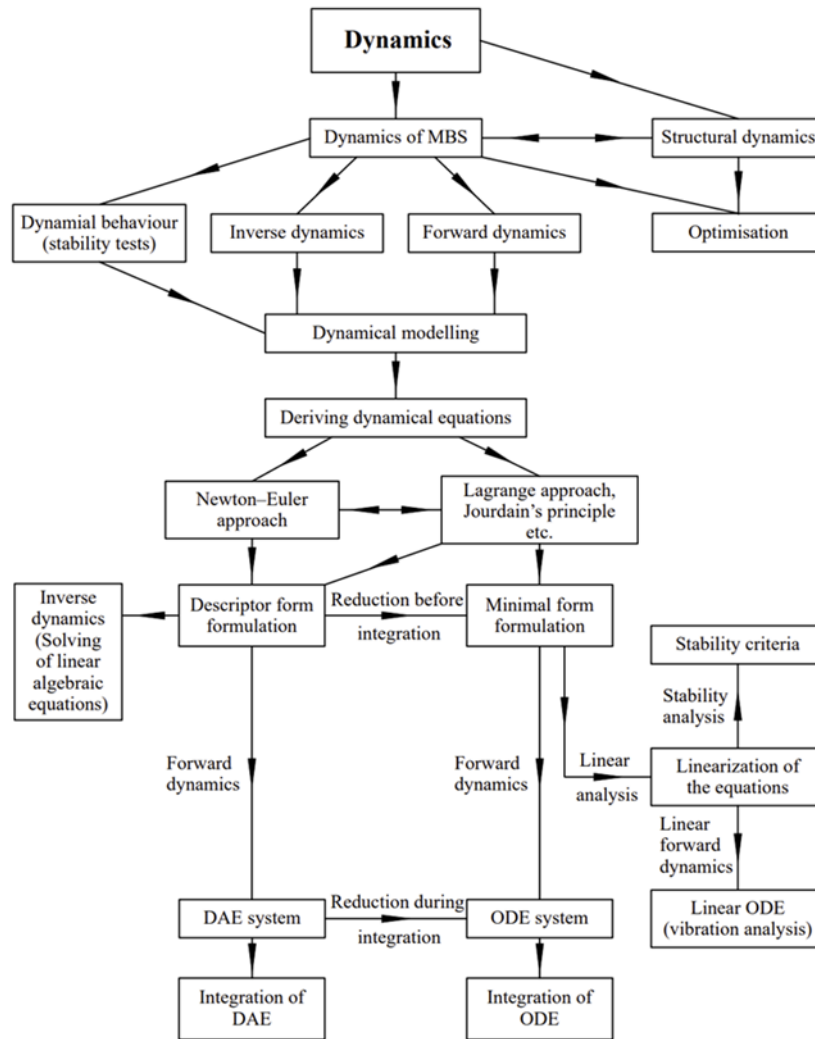
**Slika 9. Model mahokrilca u SolidWorks-u**

---

## **4. POSTAVLJANJE KINEMATIČKE STRUKTURE MODELA PRIMJENOM DINAMIKE VIŠE TIJELA**

### **4.1. Dinamika sustava**

Dinamika je grana klasične mehanike koja povezuje gibanje tijela sa silama koje djeluju na tijelo. S obzirom na probleme primjenjene dinamike, dinamiku se može podijeliti na nekoliko kategorija (vidi sliku 10). Svaka kategorija ima svoj pristup rješavanja problema stoga ovisno o zadanom problemu i željenoj mehaničkoj analizi potrebno je isti riješiti koristeći za to najpogodniji pristup. Tako razlikujemo dinamiku konstrukcija i dinamiku više tijela. Dinamika konstrukcija se bavi deformabilnim mehaničkim strukturama čiji dijelovi nisu podvrgnutim većim pomacima i rotacijama. Matematički model takvih sustava se svodi na parcijalne diferencijalne jednačbe kao posljedica prostorne i vremenske diskretizacije. Konstrukcijska dinamika primjenjuje se na pločama, ljuskama, zrakoplovnim konstrukcijama itd. Dinamika više tijela bavi se mehaničkim strukturama međusobno povezanih krutih tijela čije je gibanje obilježeno velikim pomacima i rotacijama. Zbog vršenja diskretizacije samo po vremenskoj varijabli matematički model se može opisati koristeći obične diferencijalne jednačbe. Dinamika više tijela svoju primjenu nalazi u mehatronici, robotici, podsustavima letjelica itd.



Slika 10. Shema podjele dinamike [11]

#### 4.1.1. Problemi dinamike

Probleme dinamike moguće je podijeliti na inverznu i izravnu dinamiku. Izravna dinamika na temelju pogonskog sustava, odnosno sila i momenata koji djeluju na mehanizam, kao i ograničenja mehanizma, nastoji odrediti na koji način će se postavljeni sustav gibati. Takvi problemi se svode na rješavanje sustava običnih diferencijalnih jednadžbi. Inverzna dinamika, u suprotnosti na izravnu, podrazumijeva unaprijed određeno gibanje sustava iz kojeg se određuju sile i momenti koji djeluju na pojedine članove tog sustava. Ovakav pristup najčešće rezultira sustavom algebarskih jednadžbi.

#### **4.1.2. Modeliranje mehaničkih sustava**

Modeliranje mehaničkih sustava sastoji se od dva koraka (vidi sliku 11). Prvi korak podrazumijeva opisivanje promatranog sustava skupom pojednostavljenih elemenata kako bi se stvorio mehanički model. Uloga takvog modela je da istovremeno bude dovoljno detaljan, kako bi se svi čimbenici uzeli u obzir ali i dovoljno jednostavan kako bi se olakšala provedba analize samog sustava. Stvaranje mehaničkog modela jedinstveno je za svaki problem, a detaljnost modela ovisi o željenim rezultatima analize. Definiranjem mehaničkog modela dolazi se do drugog koraka, odnosno matematičkog modela. Matematički model podrazumijeva sustav jednadžbi koji opisuje gibanje zadanog mehaničkog modela.

##### *4.1.2.1. Mehaničko modeliranje*

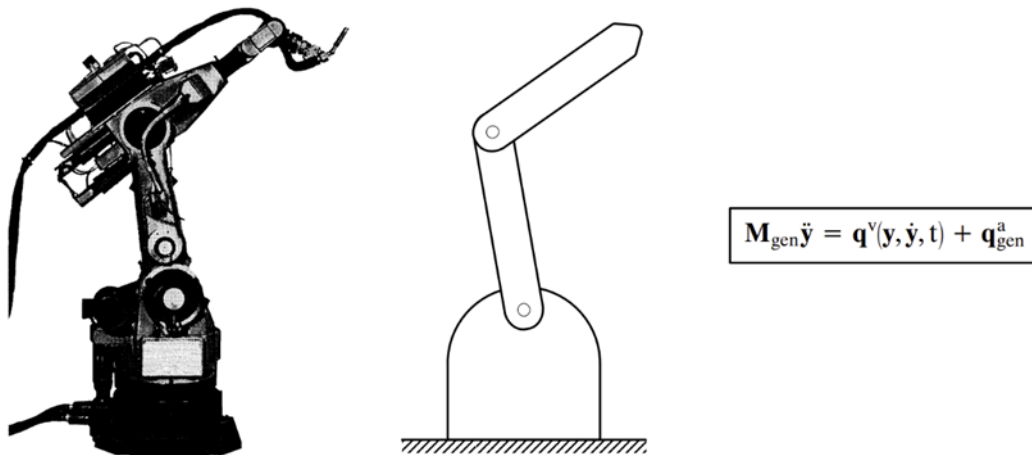
Kao što je već i rečeno, mehaničko modeliranje služi kako bi se neki stvarni sustav prikazao kao sustav pojednostavljenih elemenata. Međutim, taj sustav elemenata mora biti u stanju opisati sva mehanička svojstva stvarnog sustava koja utječu na njegovu dinamiku. S obzirom na ciljeve zadane analize i karakteristike stvarnog sustava čije dinamičko ponašanje se proučava, prvi korak pri određivanju mehaničkog modela jest odluka na koji način će se zadani sustav modelirati. Pod time se misli, da li će se sustav gledati s aspekta dinamike više tijela ili dinamike konstrukcije. U našem slučaju mehanizma mahokrila ćemo modelirati kao dinamički sustav više tijela pošto krila kao glavni pokretni dijelovi sustava imaju relativno velike pomake i rotacije. Također, imajući na umu da ćemo na temelju zadanih gibanja krila tražiti rezultirajuće sile i momente na model, koristit će se inverzni pristup za rješavanje navedenog sustava. Uz samo modeliranje elemenata sustava pomoću krutih tijela potrebno je i propisati odnose među njima. Ti odnosi se opisuju elementima kinematičkih ograničenja i dinamičke sprege. Njihovim uvođenjem onemogućava se gibanje pojedinih elemenata u sustavu, a u sustav se unose kao skup jednadžbi koji opisuje narinuta ograničenja.

##### *4.1.2.2. Matematičko modeliranje*

Matematičko modeliranje je proces formuliranja sustava matematičkih jednadžbi kojim se nastoji opisati zadani mehanički model, poštujući pritom sva fizikalna pravila. U nekim slučajevima i uz određene pretpostavke sustav jednadžbi može imati analitičko rješenje koje



tada predstavlja egzaktno rješenje za taj sustav. Doduše, najčešće to nije slučaj te se za rješavanje sustava primjenjuju numeričke metode. Dakle, kvalitetan matematički model mora dobro opisivati analizu koju provodimo ali istovremeno mora biti i formuliran na način da odgovara metodama i algoritmima propisanim računalu za njegovo rješavanje.



Slika 11. Koraci kod modeliranja mehaničkog sustava [11]

#### 4.1.2.3. Opis gibanja krutih tijela

Korištenjem matematičkog modela pomoću sustava jednažbi određuje se dinamika sustava. Taj sustav jednažbi sastoji se od diferencijalnih i algebarskih jednažbi. U inverznom dinamičkom pristupu koristi se matematički model u „full descriptor“ formi. On omogućuje jednostavno oblikovanje matematičkog modela i pogodan je za računalne algoritme. Prilikom oblikovanja sustava u „full descriptor“ formi određuje se 6 koordinata za svako tijelo, a konačni sustav jednažbi sastoji se od diferencijalnih i algebarskih jednažbi (DAE sustav jednažbi). Diferencijalne jednažbe opisuju gibanje sustava, a algebarske jednažbe služe kako bismo doveli pojedine elemente u odnos i time stvorili kinematička ograničenja. Osnovne jednažbe kojima opisujemo dinamiku krutih tijela nazivaju se Newton-Eulerove jednažbe. One se matrično izražavaju na sljedeći način [11] :

$$\begin{bmatrix} m_i E & 0 \\ 0 & I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & H_{R_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{T_i} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{R_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_i \bar{\mathbf{a}}_i & 0 \\ \omega_i & I_i \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ I_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^c \\ I_i^c \end{bmatrix} \quad (4)$$

Sustav Newton-Eulerovih jednažbi može se zapisati i kao

$$M_i H_i \ddot{x}_i + q_i^v = q_i^a + Q^T \lambda \quad (5)$$

gdje je

$$Q(x, t) = \frac{\partial g}{\partial x} \quad (6)$$

matrica kinematičkih ograničenja, a  $\lambda$  Lagrangeov multiplikator koji govori o intenzitetu sila kinematičkih ograničenja.

Za svako tijelo definira se po šest jednadžbi sukladno broju stupnjeva slobode (3 translacije i 3 rotacije). Ako promatramo sustav s  $p$  tijela, to podrazumijeva  $6p$  jednadžbi. Kako su tijela u sustavu međusobno povezana s  $q$  veza, da bismo potpuno odredili kinematiku sustava, potrebno je odrediti ukupno  $6p+q$  jednadžbi. Komponente vektora položaja zadovoljavaju sustav preostalih  $q$  jednadžbi

$$g(x, t) = 0 \quad (7)$$

koji se može izraziti i pomoću ubrzanja kao

$$Qx \ddot{=} \bar{c} \quad (8)$$

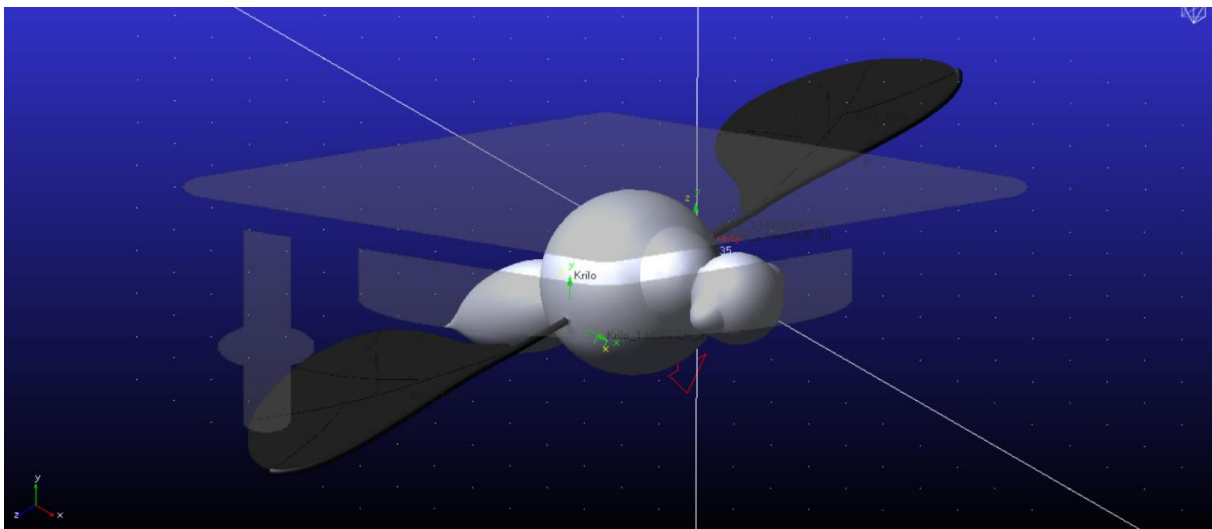
Na taj se način dobije sustav diferencijalno-algebarskih jednadžbi kojim se potpuno opisuje dinamički sustav više tijela.

## 4.2. Programski paket MSC ADAMS

MSC Adams (Automated Dynamic Analysis of Mechanical Systems) je programski sustav koji se bavi simulacijom dinamike više tijela. Smatra se najkorištenijim sustavom u navedenom području primjene. Obuhvaća niz modula za analizu pojedinih područja poput struktura i ovjesa vozila (Adams/Car) ali i niza različitih mehaničkih sustava poput vjetro turbina, robotskih sustava itd. Adams pruža ulogu vlastite izrade 3D modela ali i ubacivanje datoteka sa modelima izrađenim u nekom drugom CAD paketu. Osim izrade Adams pruža i postavljanje odnosa među pojedinim krutim tijelima čime se propisuju kinematska ograničenja modela. Time se misli na mogućnosti propisivanja veza između dijelova, gibanje pojedinih dijelova i djelovanje sila i momenata. Po završetku izrade modela i njegovih kinematskih ograničenja moguće je simulirati njegovo ponašanje u propisanim uvjetima na temelju kojih se može izmjeriti pojedine parametre ovisno o cilju analize. Tako je moguće mjeriti pomake, rotacije, iznose sila, momenata, snaga, itd. U sklopu ovog rada koristit će se Adams View modul unutar kojeg ćemo propisati kinematska ograničenja modela na temelju kojih ćemo kasnije dobiti željene rezultate.

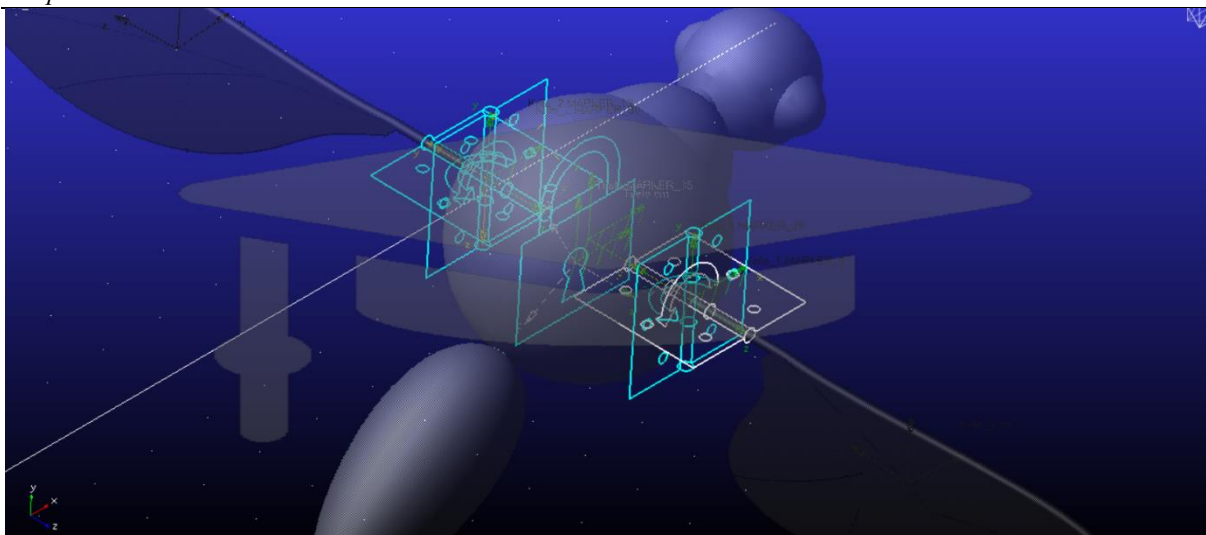
### 4.3. Kinematička struktura modela mahokrila

Koristeći Adams View postavljena su kinematička ograničenja modela. Za početak potrebno je ubaciti geometriju modela mahokrila (modeliranog da nalikuje kukcu) rađenog u SolidWorks programskom paketu u Adams paket. To se radi jednostavnim odabirom „import“ opcije gdje se odabire .sdprt /.sdasm tip datoteke koji želimo ubaciti u Adams View. Nakon provedenog postupka dobivamo geometriju modela na radnoj površini što se može vidjeti na slici 12. Zatim je potrebno promijeniti iznos ubrzanja gravitacije na onaj za Mars u iznosu od  $3.72076 \text{ m/s}^2$ . Prije početka propisivanja samih ograničenja potrebno je još u sklopu Adams-a stvoriti mala sferna tijela na svakom spoju krila sa tijelom čiji razlog će se kasnije obrazložiti. Sada se može započeti sa propisivanjem veza između pojedinih dijelova.



Slika 12. Model mahokrila u Adams-u

Tijelo modela spojeno je sa okolinom fiksnom vezom, a krila su spojena na tijelo pomoću četiri (na svakom krilu dva) „revolute joint-a“ tj. rotacijskih zglobova koji omogućuju rotaciju oko samo jedne osi (slika 13). Upravo iz tog razloga su ubačena sfere na spojeve krila sa tijelom kako ne bi došlo do redundancije tih dvaju zglobova u istoj točki (jedan zglob spaja krilo sa sferom, a drugi sferu s tijelom). Tako svako krilo spajamo sa dva rotacijska zgloba gdje jedan omogućuje rotaciju oko longitudinalne osi krila, tj. za kut  $\eta$ , dok drugi omogućuje gibanje u vertikalnoj ravnini, tj. za kut  $\theta$ . Za lakše razumijevanje u prikazu modela u Adamsu to su zakreti oko z i y osi.



**Slika 13. Model sa propisanom fiksnom vezom i rotacijskim zglobovima**

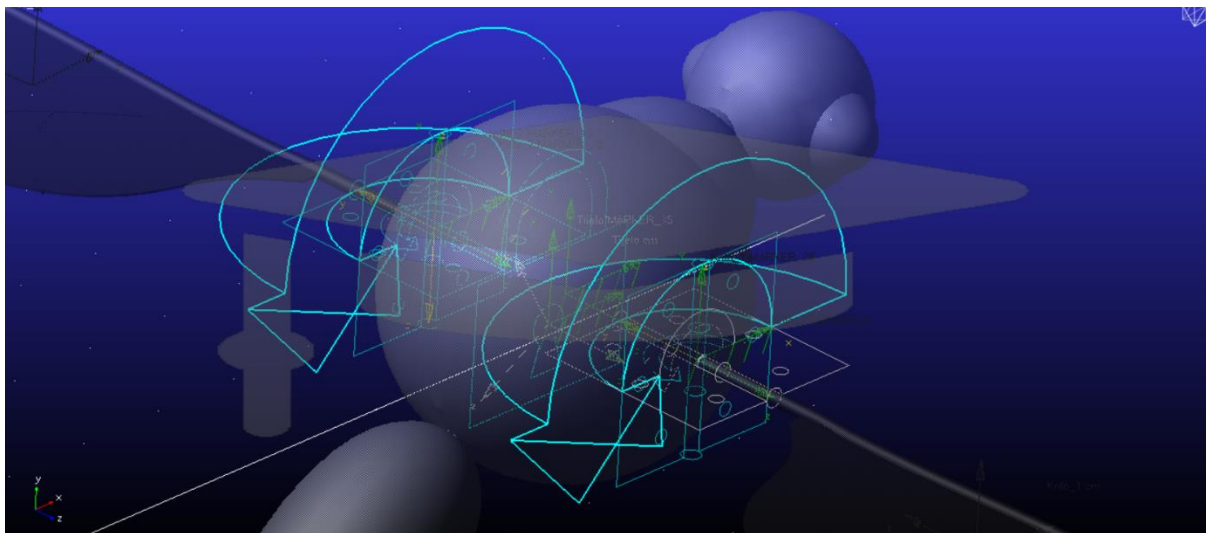
Za svaki od navedenih zglobova potrebno je propisati gibanje kako bi svako krilo imalo odgovarajući zamah. Funkcije gibanja prikazane u tablicama 1 i 2, kojima se opisuje mahanje krila, dobivene su pomoću optimizatora od strane Katedre za dinamiku letjelica na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu. Spomenuti optimizacijski algoritam je zasnovan na Discrete Mechanics and Optimal Control (DMOC) metodi [6, 12]. Razvijeni algoritam je namijenjen optimizaciji konstrukcije i dinamike leta mahokrilne letjelice. Glavna prednost takvog pristupa je korištenje varijacijskih principa u svrhu numeričkog modeliranja dinamike mahokrilnog sustava, što rezultira računalno učinkovitijim i numerički točnijim algoritmom u usporedbi s konvencionalnim pristupima modeliranju mehaničkih sustava.

**Tablica 2. Jednadžbe gibanja Modela I**

| Jednadžba gibanja         | Model I   |
|---------------------------|---|
| Oko y osi (kut $\theta$ ) | $60d \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot \text{time})$  |
| Oko z osi (kut $\eta$ )   | $(-45d / (\text{TANH}(2))) \cdot \text{TANH}(2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot \text{time} + \pi) + 0.2) - 3 \cdot \pi / 2$ |

**Tablica 3. Jednadžbe gibanja modela II**

| Jednadžba gibanja         | Model II  |
|---------------------------|---|
| Oko y osi (kut $\theta$ ) | $60d \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot \text{time})$  |
| Oko z osi (kut $\eta$ )   | $(-45d / (\text{TANH}(2))) \cdot \text{TANH}(2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot \text{time} + \pi) + 0.2) - 3 \cdot \pi / 2$ |



**Slika 14. Model sa propisanim gibanjima**

Nakon propisivanja gibanja krila dolazimo do dijela stavljanja dinamičke sprege na mjesta spoja krila s tijelom. To ćemo ostvariti postavljanjem prvo linearne opruge, a zatim zamjenom linearne sa nelinearnim tipom opruge. Koeficijenti opruga jednako kao i funkcija nelinearne opruge također su dobiveni u optimizator te su ovdje korišteni radi lakše provedbe analize mahokrila. Također zbog male gustoće atmosfere, te posljedično zbog veličine krila i visoke frekvencije mahanja, inercijske sile značajno utječu na potrošnju energije [12, 13]. No, kako je primarni fokus ovog rada analiza energije/snage mahokrilnih sustava, zanemarivi utjecaj aerodinamičkih sila ćemo izostaviti iz daljnje analize.

### 4.3.1. Linearna opruga

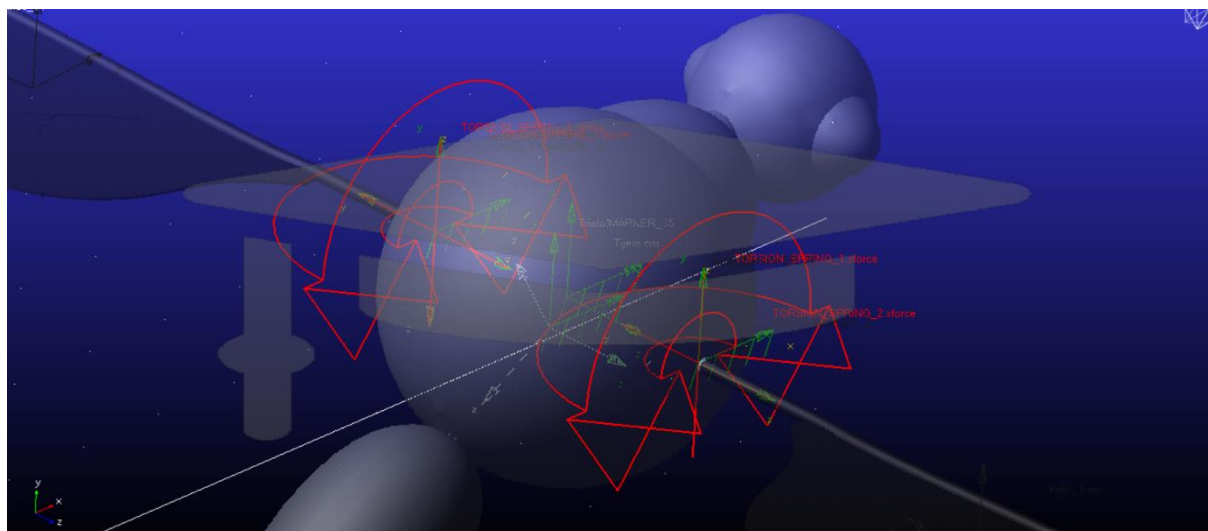
Torzijsku oprugu stavljamo oko iste dvije osi rotacije (y i z os u Adamsu) kao što mašu krila. Tako će sukladno položaju zglobova jedna opruga biti postavljena između krila i sfere (koja se nalazi između krila i tijela), a druga između te iste sfere i tijela samog modela. S obzirom da ćemo usporediti dvije varijante modela mahokrila tako će se mijenjati i karakteristike opruge odnosno koeficijent krutosti torzijske opruge  $c_t$ . Koeficijent krutosti torzijske opruge ili karakteristika torzijske opruge računa se kao:

$$c_t = \frac{T}{\alpha} \quad (6)$$

gdje je T torzijski moment opruge [Nm], a  $\alpha$  kut zakreta opruge [ $^\circ$ ].

**Tablica 4. Koeficijenti krutosti opruge za modele mahokrila**

| Koeficijent krutosti $c_t$ | Model I           | Model II          |
|----------------------------|-------------------|-------------------|
| Oko y osi                  | 1,2 Nm / $^\circ$ | 0,7 Nm / $^\circ$ |
| Oko z osi                  | 2 Nm / $^\circ$   | 2 Nm / $^\circ$   |



**Slika 15. Model sa propisanim torzijskim oprugama**

### 4.3.2. Nelinearna opruga

Nelinearna opruga se zadaje uz pomoć funkcije momenta torzije oko sve tri osi. Međutim mi ćemo zadati momente samo oko x i z osi. Za opis momenta oko svake od ovih osi primijenit ćemo funkciju POLY. Funkcija POLY propisuje moment oko zadane osi preko polinoma. U općem obliku izraz polinoma preko kojeg zadajemo torzijski moment ima oblik:

$$\text{POLY}(x, x_0, a_0 \dots a_30)$$

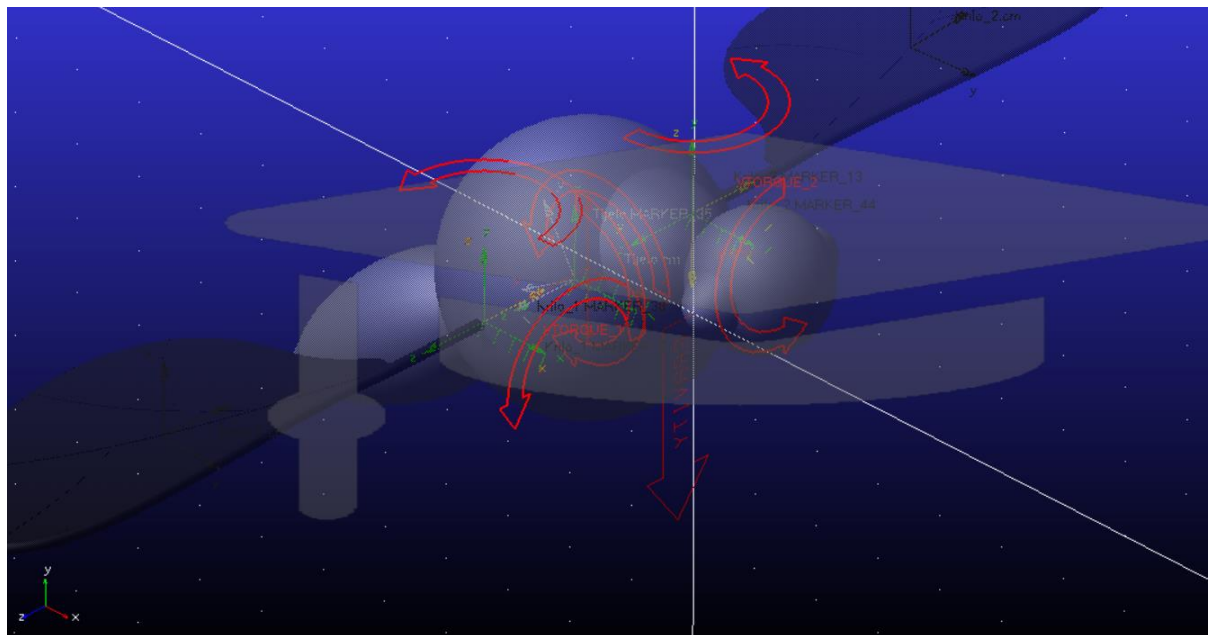
U našem slučaju koristili smo polinom 2. reda sa koeficijentima ovisno o varijanti modela. U tablicama su prikazani izrazi polinoma oko lijevog krila mahokrilnog modela. Za slučaj oko desnog krila zapis bi bio isti osim što bismo za x komponente uzeli AY(Sfera\_zglob\_2.cm).

**Tablica 5. Momenti torzije za Model I**

| Moment torzije | Model I   |
|----------------|---|
| Oko x osi      | POLY(AY(Sfera_zglob_1.cm),0,AY(Sfera_zglob_1.cm),40000,0,40000) |
| Oko y osi      | 0   |
| Oko z osi      | POLY(AY(Sfera_zglob_1.cm),0,AY(Sfera_zglob_1.cm),2000,0,2000)   |

**Tablica 6. Momenti torzije za Model II**

| Moment torzije | Model II  |
|----------------|---|
| Oko x osi      | POLY(AY(Sfera_zglob_1.cm),0,AY(Sfera_zglob_1.cm),430,0,430)   |
| Oko y osi      | 0   |
| Oko z osi      | POLY(AY(Sfera_zglob_1.cm),0,AY(Sfera_zglob_1.cm),2000,0,2000) |

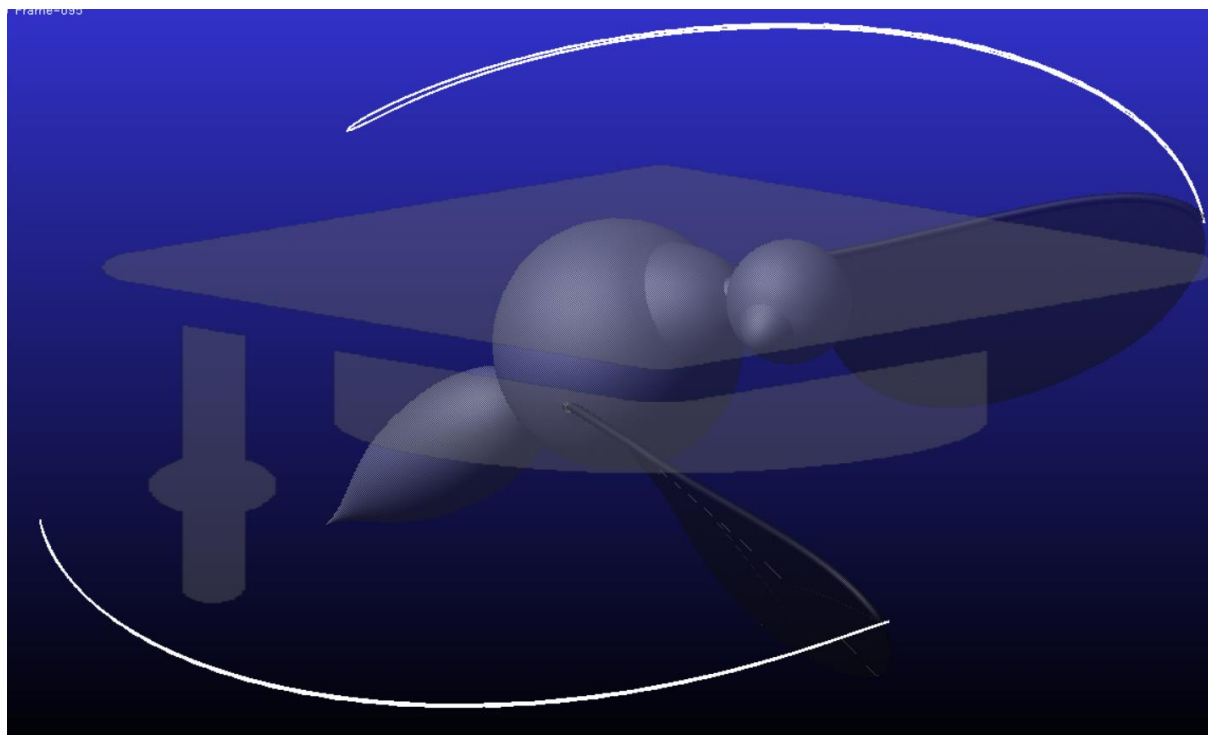


**Slika 16. Model sa propisanim momentima torzije**

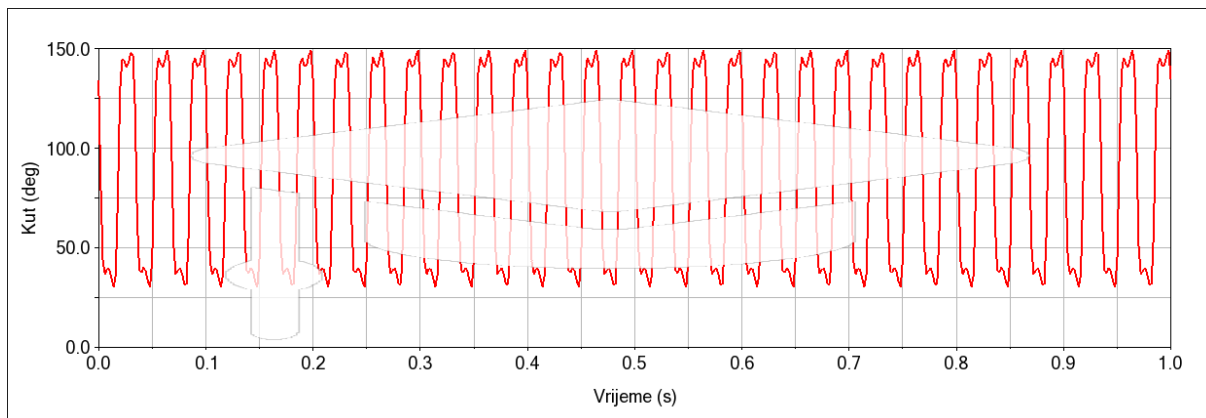


## 5. REZULTATI

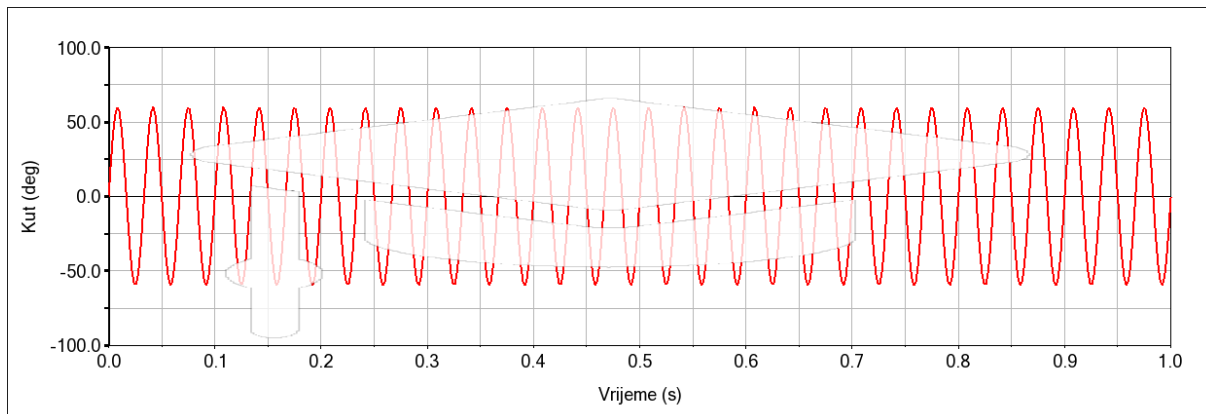
U ovom poglavlju koristiti ćemo rezultate dobivane simulacijom ranije opisana dva modela mahokrila. Za to ćemo upotrijebiti Adams/PostProcesor modul. Na temelju dobivene magnitude snage za svaki od modela mahokrila usporediti ćemo 3 situacije. To su analiza modela mahokrila bez upotrebe dinamičke sprege i sa upotrebom dinamičke sprege gdje ćemo razlikovati varijantu s linearnom i varijantu s nelinearnom oprugom. Dobivene rezultate ćemo također usporediti i s obzirom na različite modele mahokrila, odnosno s obzirom na raspon krila i frekvenciju mahanja. Potrebno je napomenuti kako se neće mjeriti snaga oko z osi, odnosno za pasivni kut propinjanja (kut  $\eta$ ). Jasno prilikom izrade fizičkog prototipa važno je posvetiti pažnju efektima tzv. pasivnog kuta propinjanja. Međutim, kod svih mahokrilnih letjelica, koje imaju primjenu u stvarnom svijetu, upravlja se samo kutom zamaha krila, a kut propinjanja se ostavlja da se sam prilagodi tijekom ciklusa mahanja krila. Kod malih mahokrilnih robota to predstavlja i prekretni korak u ostvarivanju polijetanja zbog manje težine. Neki od razloga zašto se kut propinjanja izostavlja jesu kompleksnost i povećanje mase zbog potrebnih mehanizama i servo sustava. Ti sustavi bi trebali raditi pri visokim frekvencijama i velikim aerodinamičkim opterećenjima iziskujući puno snage. Radi toga se pasivni kut propinjanja krila izvodi na način da što manje smanjuje uzgon, odnosno potisak.



Slika 17. Putanja vrha krila modela



**Slika 18. Promjena kuta mahanja modela oko y osi (kut  $\theta$ )**



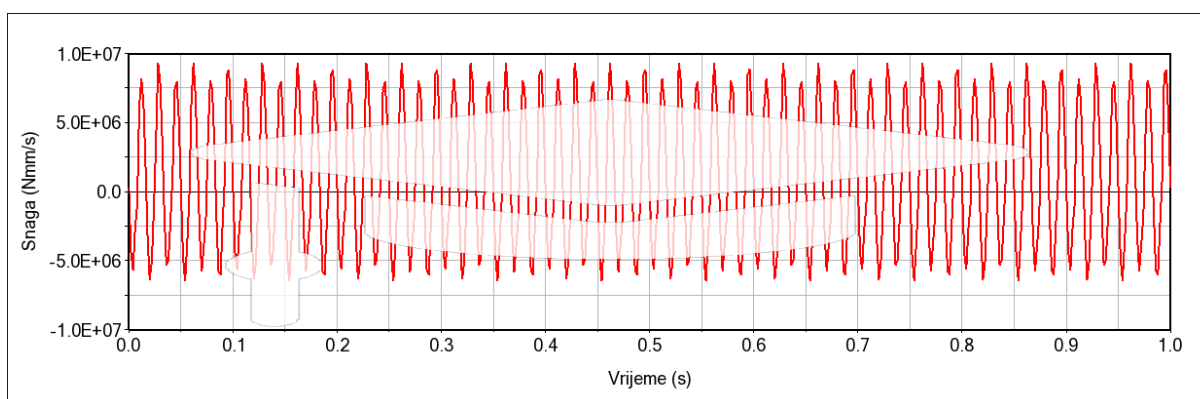
**Slika 19. Promjena kuta mahanja modela oko z osi (kut  $\eta$ )**

## 5.1. Model mahokrila I

Prilikom simulacije ovog modela gledat će se koji iznos snage se troši za mahanje krila mase 39,8 g, raspona 38 cm i frekvencije mahanja 30 Hz. Prilikom simulacije zadano vrijeme trajanja iznosi 1 s, a broj koraka je 500.

### 5.1.1. Analiza bez opruge

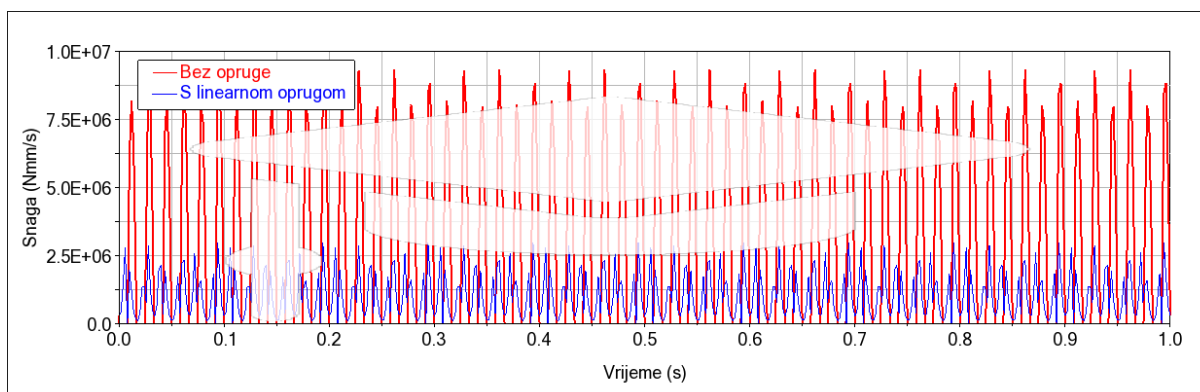
Kod ove analize modela mahokrila gleda se snagu koja se troši za mahanje krila bez pristunosti dinamičke sprege. Provedbom simulacije dobiva se iznos snage od 9319 W.



Slika 20. Snaga potrebna za mahanje krila modela I

### 5.1.2. Analiza s linearnom oprugom

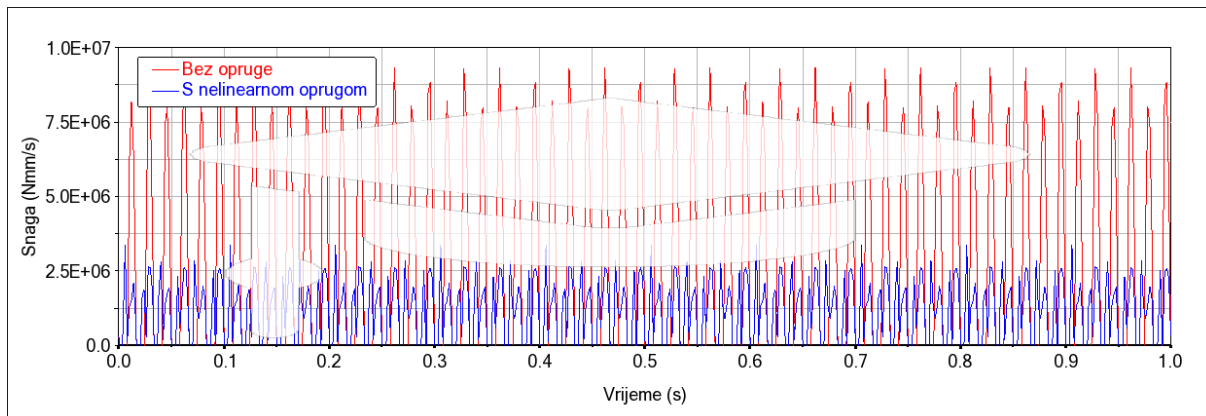
U ovom tipu analize mahokrila gleda se snaga koja se troši za mahanje krila s postavljenom torzijskom oprugom. Provedbom simulacije dobiva se iznos od 2984 W. U usporebi s mehanizmom bez opruge to je smanjenje snage za 67,98 %.



Slika 21. Snaga potrebna za mahanje krila modela I sa i bez pomoći opruge

### 5.1.3. Analiza s nelinearnom oprugom

Ovom analizom mahokrila gleda se snaga koja se troši tijekom mahanja krila s postavljenom nelinearnom oprugom. Provedbom simulacije dobiva se iznos od 3370 W. U usporedbi s izvedbom bez opruge to je smanjenje za 63,84 %.



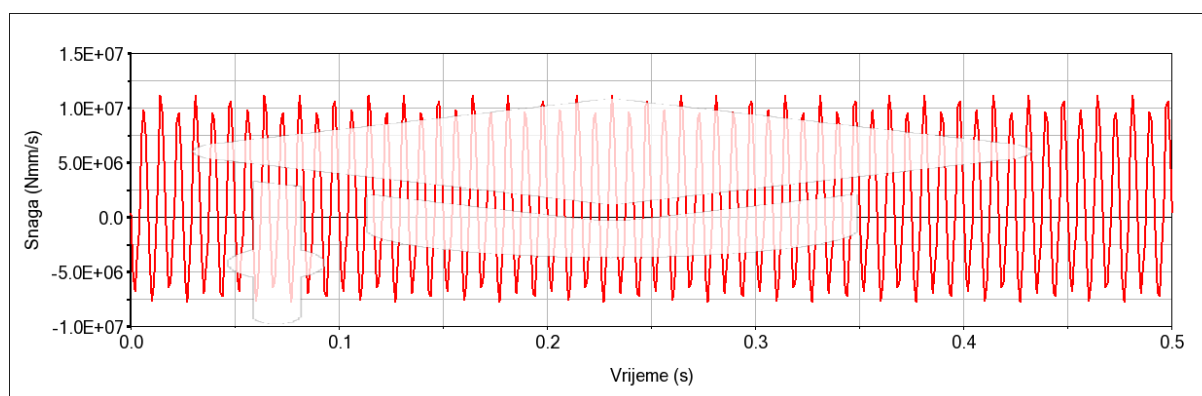
**Slika 22.** Snaga potrebna za mahanje krila modela I sa i bez pomoći opruge

## 5.2. Model mahokrila II

Prilikom simulacije ovog modela gledat će se koji iznos snage se troši za mahanje krila mase 12,8 g, raspona 26 cm i frekvencije mahanja 60 Hz. Prilikom simulacije zadano vrijeme trajanja iznosi 0,5 s, a broj koraka je 500.

### 5.2.1. Analiza bez opruge

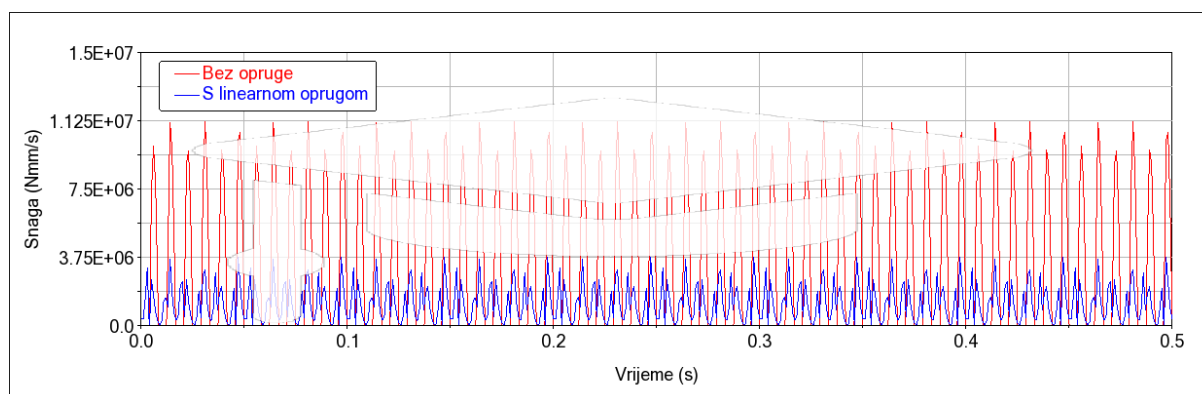
Kod ove analize modela mahokrila gleda se snagu koja se troši za mahanje krila bez pristunosti dinamičke sprege. Provedbom simulacije dobiva se iznos snage od 11196 W.



Slika 23. Snaga potrebna za mahanje krila modela II

### 5.2.2. Analiza s linearnom oprugom

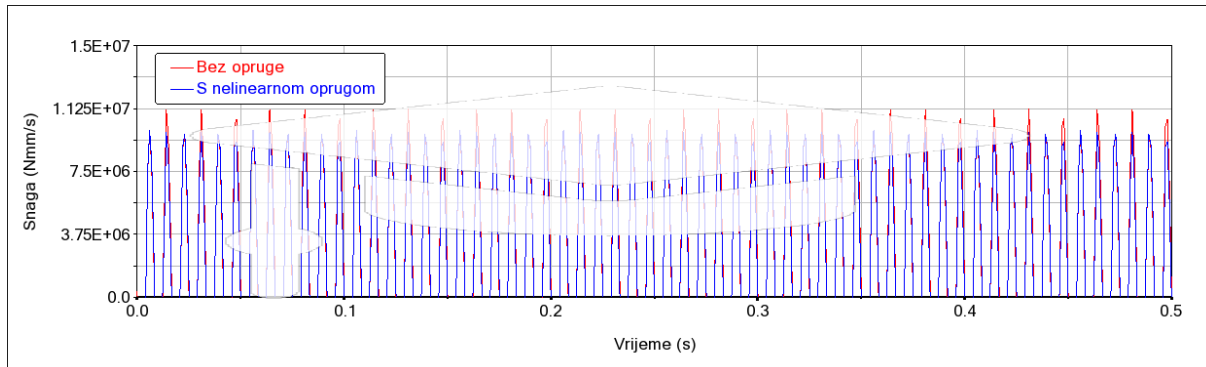
U ovom tipu analize mahokrila gleda se snaga koja se troši za mahanje krila s postavljenim torzijskim oprugama. Provedbom simulacije dobivamo iznos od 3775 W. U usporebi sa mehanizmom bez opruge to je smanjenje za 66,28 %.



Slika 24. Snaga potrebna za mahanje krila modela II sa i bez pomoći opruge

### 5.2.3. Analiza s nelinearnom oprugom

Ovom analizom mahokrila gleda se snaga koja se troši tijekom mahanja krila s postavljenom nelinearnom oprugom. Provedbom simulacije dobiva se iznos od 9944 W. U usporebi sa verzijom bez opruge to je smanjenje od 11,18 %

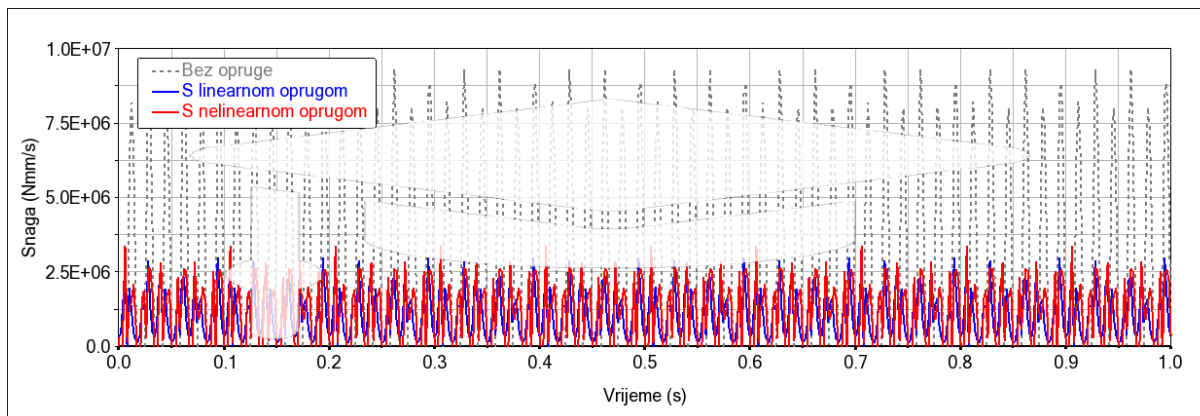


**Slika 25. Snaga potrebna za mahanje krila modela II sa i bez pomoći opruge**

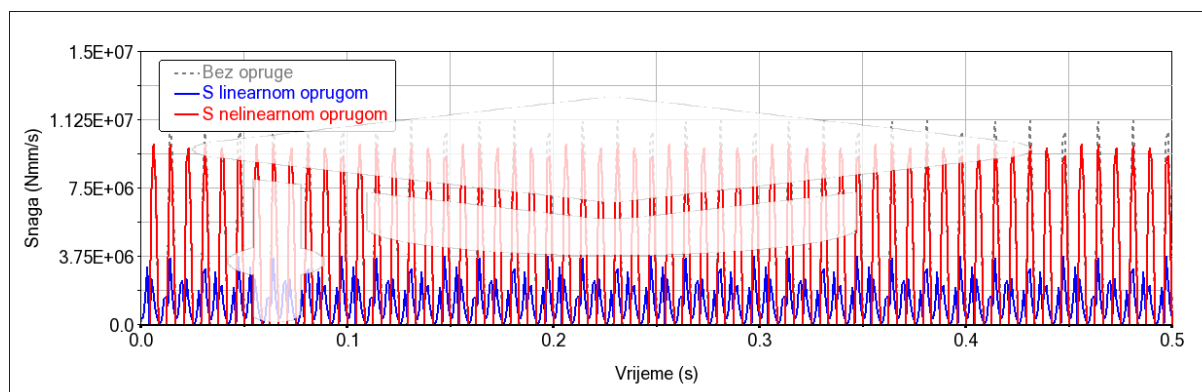
## 6. ZAKLJUČAK

Upotrebom programskog paketa MSC ADAMS propisana je kinematska struktura dvoje mahokrilih modela s obzirom na podatake dobivene u optimizatoru. Simulacijom mahanja krila tih dvaju modela u ovisnosti o uporabi dinamičke sprege dobiveni su rezultati koji ukazuju na energetska učinkovitost takvih mehanizama.

Dakle, moguće je usporediti energetska efikasnost pojedinog mahokrilong modela u ovisnosti o korištenju dinamičke sprege. Za model I, raspona krila 38,8 cm i frekvencije mahanja 30 Hz, jasno se vidi da snaga potrebna za mahanje krila drastično opada upotrebom torzijske opruge. Tako je zabilježen pad snage sa 9319 W na 2984 W, što je pad od 67,98 %. Kod upotrebe nelinearne opruge iznosa potrebne snage pada na 3370 W što je pad od 63,84%, dakle nešto manje negoli je to kod linearne opruge. Kod modela II, raspona krila 26 cm i frekvencije mahnja 60 Hz, potrebna snaga za mahanje krila također opada uporabom torzijske opruge. Tako imamo pad od 66,28 %, odnosno sa 11196 W na 3775 W. Nelinearna opruga isto pomaže u snižavanju snage, no za ovaj slučaj to ja znatno manje. Tako pad ovdje iznosi samo 1252 W, odnosno smanjenje od 11,18 %. Na osnovi ovih rezultata može se zaključiti kako upotreba dinamičke sprege pomaže mehanizmu mahanja krila, odnosno smanjuje potrošnju snage za isto gibanje bez opruga.



Slika 26. Usporedba potrošnje snage modela mahokrila I



**Slika 27. Uporedba potrošnje snage modela mahokrila II**

Rezultati ovog rada su pokazali da je pomoću pasivne dinamike, tj. opruga, moguće osjetno smanjiti potrebnu snagu za pokretanje krila mahokrilne letjelice. S dobrim kombiniranjem opruga, odnosno korištenjem aktuatora samo za postizanje početne oscilacije, nakon čega se oni gase, a opruge (pasivna dinamika) same nastave održavati oscilaciju (gibanje) krila, može se čak i u potpunosti eliminirati potrebu za energijom.

S obzirom da mahokrilne letjelice ostvaruju visoke manevarske sposobnosti uz dobru energetske učinkovitost može se očekivati sve veća njihova upotreba. Vrlo je zanimljiva njihova primjena u svrhu nadzora i istraživanja teško dostupnih područja. Tako se nameće i eventualna uloga u sklopu istraživanja područja van planeta Zemlje gdje se i očekuje njihova buduća primjena.



**LITERATURA**

- [1] Benjamin J. Goodheart, Tracing the History of the Ornithopter: Past, Present, and Future. Article 8, Volume 21, Journal of Aviation/Aerospace. Fall 2011.
- [2] [https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.britannica.com%2Ftechnology%2Fornithopter&psig=AOvVaw2KUzS9IWz6AxAnaZtJ\\_BAD&ust=1677585919568000&source=images&cd=vfe&ved=0CAMQjB1qFwoTCIC6gtjUtf0CFQAAAAAdAAAAABAE](https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.britannica.com%2Ftechnology%2Fornithopter&psig=AOvVaw2KUzS9IWz6AxAnaZtJ_BAD&ust=1677585919568000&source=images&cd=vfe&ved=0CAMQjB1qFwoTCIC6gtjUtf0CFQAAAAAdAAAAABAE)
- [3] <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.airforce-technology.com%2Fprojects%2Fhummingbird-nano-air-vehicle%2F&psig=AOvVaw2TS3re8xUxkUGcL0wLuS6O&ust=1677586023524000&source=images&cd=vfe&ved=0CAMQjB1qFwoTCKiOj4rVtf0CFQAAAAAdAAAAABAE>
- [4] [https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fiel7%2F7999201%2F8013982%2F08014170.pdf&psig=AOvVaw11YkE7qZsF\\_s6i2TQVfvzD&ust=1677586077155000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCLj24qPVtf0CFQAAAAAdAAAAABAp](https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fiel7%2F7999201%2F8013982%2F08014170.pdf&psig=AOvVaw11YkE7qZsF_s6i2TQVfvzD&ust=1677586077155000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCLj24qPVtf0CFQAAAAAdAAAAABAp)
- [5] Vu Phan H, Park HC. Insect-inspired tailless, hover-capable flapping wing robots: Recent progress, challenges, and future directions. Progress in Aerospace Sciences.
- [6] Terze Z, Pandža V, Kasalo M, Zlatar D. Optimized flapping wing dynamics via DMOC approach. Nonlinear Dyn. 2021; 103:399-417 G.J. Berman, Z.J. Wang, Energy-minimizing kinematics in hovering insect flight, J. Fluid Mech. 582 (2007) 153–168, <https://doi.org/10.1017/S0022112007006209>
- [7] [https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.dailysabah.com%2Flife%2Fscience%2Fnasas-ingenuity-helicopter-to-make-first-mars-flight-in-april&psig=AOvVaw1IeDRajPLO\\_LTwbeeYKzlp&ust=1677585896690000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCNCUiM7Utf0CFQAAAAAdAAAAABAD](https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.dailysabah.com%2Flife%2Fscience%2Fnasas-ingenuity-helicopter-to-make-first-mars-flight-in-april&psig=AOvVaw1IeDRajPLO_LTwbeeYKzlp&ust=1677585896690000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCNCUiM7Utf0CFQAAAAAdAAAAABAD)
- [8] [https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.adlibitum.hr%2Fvinska-musica%2F&psig=AOvVaw0yaA0uq8nftWy4kB1T9D\\_O&ust=1677586225199000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCOiwOrVtf0CFQAAAAAdAAAAABAE](https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.adlibitum.hr%2Fvinska-musica%2F&psig=AOvVaw0yaA0uq8nftWy4kB1T9D_O&ust=1677586225199000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhxqFwoTCOiwOrVtf0CFQAAAAAdAAAAABAE)

- 
- [9] Jiang S, Hu Y, Qiang Li, Ma L, Wang Y, Zhou X, Liu Q. Design and analysis of an innovative flapping wing micro aerial vehicle with a figure eight wingtip trajectory. *Mech. Sci.*. 2021; 12, 603–613
- [10] G.J. Berman, Z.J. Wang, Energy-minimizing kinematics in hovering insect flight, *J. Fluid Mech.* 582 (2007) 153–168, <https://doi.org/10.1017/S0022112007006209>
- [11] Terze, Z., Eiber, A. Introduction to Dynamics of Multibody Systems, interna e-skripta za kolegij “Dinamika konstrukcijskih sustava”- dio objavljen u Dynamics, In: Mechanics, e-book, Institute B of Mechanics, University of Stuttgart, pp. 190-300, (EU classification CZ/98/1/82500/PI/i.1.1.b/FPI), 2001.
- [12] Terze Z, Kasalo M, Pandža V, Zlatar D. Optimized Flapping flight in Venus Surface Atmospheric Conditions. *Acta astronautica.* 2022, 194:83-92
- [13] Terze Z, Pandža V, Kasalo M, Zlatar D. Discrete mechanics and optimal control optimization of flapping wing dynamics for Mars exploration. *Aerospace Science and Technology* 106 (2020) 106131