

Modeliranje zračenja Sunčeve atmosfere na sub-mm, mm i cm valnim duljinama

Kuhar, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:127265>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-19**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Matej Kuhar

Modeliranje zračenja Sunčeve atmosfere na sub-mm,
mm i cm valnim duljinama

Diplomski rad

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: Istraživački

Matej Kuhar

Diplomski rad

**Modeliranje zračenja Sunčeve atmosfere
na sub-mm, mm i cm valnim duljinama**

Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Roman Brajša

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2014.

Zahvale

Zahvaljujem mentoru dr. sc. Romanu Brajši na velikom trudu, strpljenju i savjetima u proteklih godinu dana, koliko traje moj doprinos u istraživanju tema vezanih uz ovaj diplomski rad, kao i na stručnoj i profesionalnoj pomoći u pisanju istog.

Zahvale idu i bivšim nastavnicima i profesorima tijekom osnovne i srednje škole, koji su potaknuli i održali moju ljubav prema matematici i fizici. Redom: Tanji Popović, Slavici Bošnjak, Ivanu Laliću, Mariji Radovanović i Dragi Daniloviću. I najviše, baki Janji.

Svim prijateljima; i vi ste za ovo zaslužni.

U posljednje tri godine, iznimno važnoj osobi u mom životu: ovo je i za tebe, Ivana.

Konačno, dvjema osobama koje su tu cijelo vrijeme: bratu Martinu i mami Jasminki.

Hvala Vam svima.

Sažetak

Na slikama Sunca u milimetarskom području mogu se uočiti područja povećane emisije (visokotemperaturna područja, VTP) i područja povećane apsorpcije (niskotemperaturna područja, NTP). Termičko zakočno zračenje i žiromagnetsko (ciklotronsko) zračenje su procesi koji mogu objasniti temperature sjaja dobivene mjerenjima. Koristimo postupak za računanje temperature sjaja za danu valnu duljinu i model atmosfere koji integrira jednadžbu prijenosa zračenja za termičko zakočno zračenje. Do sada je ovaj postupak primijenjen samo na zračenje valne duljine od 8 mm. Cilj ovog rada je primijeniti modele za različite strukture Sunčeve atmosfere na širi spektar valnih duljina (od 0.3 mm do 1 cm), otprilike jednak onome na kojem radi Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) te dobivene rezultate usporediti s dostupnim mjerenjima. Zaključujemo kako je termičko zakočno zračenje dominantni mehanizam zračenja na submilimetarskim i milimetarskim valnim duljinama koji može objasniti dosadašnja mjerenja intenziteta zračenja Sunca. U bliskoj budućnosti, rezultati modela će se moći usporediti s novim mjerenjima pomoću teleskopa ALMA.

Modeling Radiation from the Solar Atmosphere in the sub-mm, mm and cm Wavelength Range

Abstract

Maps of the Sun in millimeter wavelength range reveal emission features (high temperature regions, HTR) and absorptive features (low temperature regions, LTR). Thermal bremsstrahlung and gyro-magnetic (cyclotron) radiation mechanism can be important for explaining the observed phenomena. We use a procedure for calculating the brightness temperature for a given wavelength and model atmosphere, which integrates the radiative transfer equation for thermal bremsstrahlung. Until now, it has been used just for the radiation with wavelength of 8 mm. The aim of the present work is to apply the models for different structures of the solar atmosphere on a broader wavelength range (from 0.3 mm to 1 cm), closely related to that of Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA), and to compare the results with observations. We conclude that thermal bremsstrahlung is the only important radiation mechanism in the submillimeter and millimeter wavelength range, which can explain previous observations of the Sun's intensity of radiation. In the near future, we will be able to compare the results of our models to new observations of ALMA telescope.

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Opći podaci o Suncu	1
1.2	Sunčeva unutrašnjost	1
1.3	Sunčeva atmosfera	3
1.3.1	Fotosfera	3
1.3.2	Kromosfera	4
1.3.3	Korona	4
2	Osnove radio astronomije	6
2.1	Radio područje	6
2.2	Osnovni pojmovi	6
2.3	Jednadžba prijenosa zračenja	8
2.4	Temperatura sjaja, osnove zračenja crnog tijela	10
2.5	Termičko zakočno zračenje	12
3	Značajni opservatoriji	17
3.1	Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA)	17
3.2	Very Large Array (VLA)	18
3.3	Radio opservatorij Metsähovi	19
3.4	RATAN-600	20
3.5	Nobeyama Radioheliograph (NoRH)	20
3.6	Square Kilometre Array (SKA)	21
4	Modeli	22
4.1	Zračenje Sunca	22
4.2	Mehanizam zračenja i određivanje temperature sjaja	23
4.3	Modeli niskotemperaturnih područja	24
4.4	Modeli visokotemperaturnih područja	27
4.5	Modeli koronine šupljine	29
5	Rezultati i rasprava	32
5.1	Zračenje mirnog Sunca	32
5.1.1	Milimetarsko područje	32
5.1.2	Centimetarsko područje	32
5.1.3	Decimetarsko i metarsko područje	33
5.2	Niskotemperaturna područja	34
5.3	Visokotemperaturna područja	35
5.4	Koronine šupljine	36
6	Zaključak	39

1 Uvod

1.1 Opći podaci o Suncu

Sunce je zvijezda u središtu Sunčevog sustava spektralnog tipa G2V. G2 označava temperaturu Sunca na površini, koja iznosi 5 778 K, dok oznaka V znači da je Sunce zvijezda glavnog niza. Udaljenost od Sunca do Zemlje je 1 AJ (astronomska jedinica), odnosno 149 590 000 km ili 8.32 svjetlosne minute. Radijus Sunca je 696 000 km, odnosno otprilike 109 radijusa Zemlje. Masa iznosi 1.9891×10^{30} kg. Maseni udio elemenata je: vodik 74 %, helij 25% i ostali elementi 1 % (u astrofizici se za sve elemente teže od helija i vodika koristi riječ metali), dok je brojčani udio: 92.1 % vodik, 7.8% helij te 0.1 % metali. Luminozitet Sunca je 3.846×10^{27} W, apsolutna magnituda Sunca iznosi +4.83, dok prividna magnituda ima vrijednost -26.74. Sunce se nalazi na otprilike 24 000 - 26 000 svjetlosnih godina od centra galaksije te je staro 4.6 milijarde godina. Sunce ima svojstvo diferencijalne rotacije - područja oko ekvatora imaju veću kutnu brzinu od područja na polovima, te je ovaj podatak jedan od pokazatelja da se sastoji od plazme. Sunce pripada zvijezdama populacije I, tj. zvijezdama bogatim metalima.

Sunce se sastoji od sredice u kojoj se odvija nuklearna fuzija, radijativne i konvektivne zone, te atmosfere koja se sastoji od fotosfere, kromosfere i korone. U sljedećim poglavljima dat ćemo njihove osnovne karakteristike, koristeći se izvorima [1] i [2]. Iz istih izvora preuzeti su i gore navedeni podaci. Detalji o nuklearnim reakcijama preuzeti su iz [3].

1.2 Sunčeva unutrašnjost

Nuklearne reakcije u sredicama zvijezda odigravaju se na energijama (temperaturama) koja je bitno manja od kulonske barijere. Dakle, kako temperatura u središtu raste, prvo se počinje odigravati ciklus reakcija za koji je kulonska barijera najniža - a to je uvijek ciklus kod kojeg se vodik pretvara u helij, PP ciklus. Ime dolazi od toga što je prvi korak u ciklusu reakcija dvaju protona: $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$ i to je reakcija slabom nuklearnom silom. Možemo ju zamisliti kao pretvorbu protona u neutron u prisustvu polja drugog protona. PP ciklus se dijeli na 3 podciklusa, čija je važnost u udjelu proizvedene energije ovisna o temperaturi sredice:

PPI: $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$

$d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$

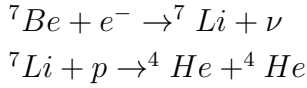
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$.

Konačni rezultat je pretvaranje 4 protona u α česticu (jezgra helija-4) uz stvaranje energije od 26.7 MeV-a.

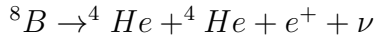
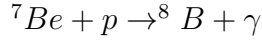
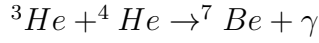
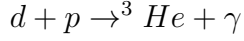
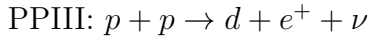
PPII: $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$

$d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$

${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$



Važnost ovog ciklusa raste s temperaturom i udjelom helija u sredici.



U ovom podlancu nastaju neutrini najviših energija. Iako navedeni podlanac ne doprinosi puno u ukupnoj proizvodnji energije Sunca (otprilike 0.1 %), bio je bitan za rješenje problema Sunčevih neutrina - većina detektiranih Sunčevih neutrina pripada ovom ciklusu.

Sunčeva sredica se nalazi na temperaturi od ≈ 15.5 MK. Kako je ova temperatura premalena da bi CNO ciklus igrao bitniju ulogu, ovdje ga nećemo razmatrati.

Energija nastala u sredici prenosi se kroz unutrašnjost Sunca do njegove atmosfere. Iz podataka da Sunce ima stalnu temperaturu površine te da ne prolazi kroz dramatične promjene, zaključujemo kako se nalazi u termičkoj i hidrostatskoj ravnoteži. Hidrostatska ravnoteža nam kaže da su sile koje djeluju na svaki sloj Sunčeve unutrašnjosti u ravnoteži, tj. da su gravitacijska sila i sila uzrokovana razlikom tlakova ujednačene. Ovo vodi na uvjet:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}, \quad (1.1)$$

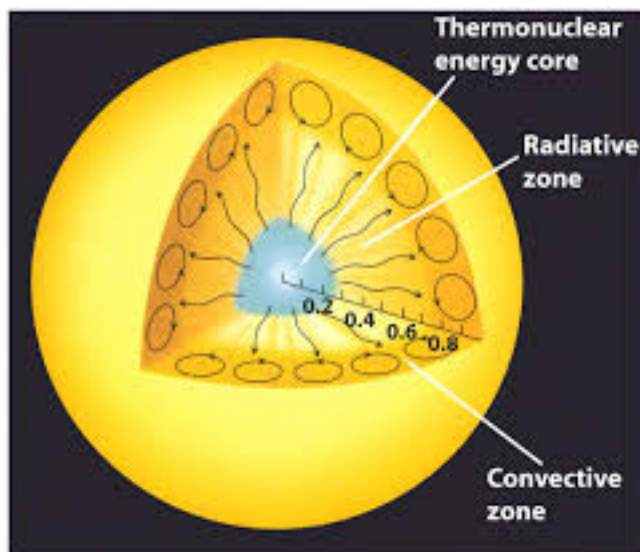
gdje je G gravitacijska konstanta, $P(r)$ tlak, $M(r)$ masa, a $\rho(r)$ gustoća na polumjeru r (udaljenost od središta). Masa na polumjeru R iznosi

$$M(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr. \quad (1.2)$$

U modeliranju prijenosa zračenja potrebna nam je još jedna jednačba, jednačba stanja tvari u unutrašnjosti zvijezde. Modeliranje prijenosa zračenja u unutrašnjosti je veoma složen postupak. Neki jednostavniji modeli uključuju model linearne gustoće, politropski te Eddingtonov model.

Termička ravnoteža nam kaže da, iako Sunce na različitim dubinama ima različite temperature, temperatura na određenoj dubini se ne mijenja u vremenu. Znači da kroz svaki sloj Sunčeve unutrašnjosti ulazi i izlazi određeni tok energije. Tri su glavna mehanizma prijenosa energije: prijenos energije zračenjem, konvekcija i kondukcija. Za Sunce su bitna prva dva od navedenih. Konvekcija uključuje cirkulaciju fluida između vrućih i hladnih područja. To znači da se vrući plin diže prema Sunčevoj površini, dok hladni ide prema centru. Ovo gibanje prenosi energiju iz Sunčeve unutrašnjosti prema površini. U radijativnoj difuziji, fotoni se difuzijom kreću prema površini. Ovo uključuje apsorpciju i emisiju fotona na atomima i elektronima u unutrašnjosti. Radijativna apsorpcija je važna do $0.71R_\odot$ te se taj dio Sunčeve unutrašnjosti naziva zona zračenja. Iznad su temperature dovoljno niske da se protoni i elektroni vežu u vodikov atom, koji je dobar apsorber fotona pa prijenos energije zračenjem postaje otežan.

Zato je iznad visine $0.71R_{\odot}$ glavni mehanizam prijenosa energije konvekcija, te se ovo područje zove konvektivna zona. Shematski prikaz nalazi se na slici 1.1.



Slika 1.1: Pojednostavljeni prikaz Sunčeve unutrašnjosti: sredica u kojoj se odvija fuzija vodika, zona zračenja i konvektivna zona. Preuzeto iz [1].

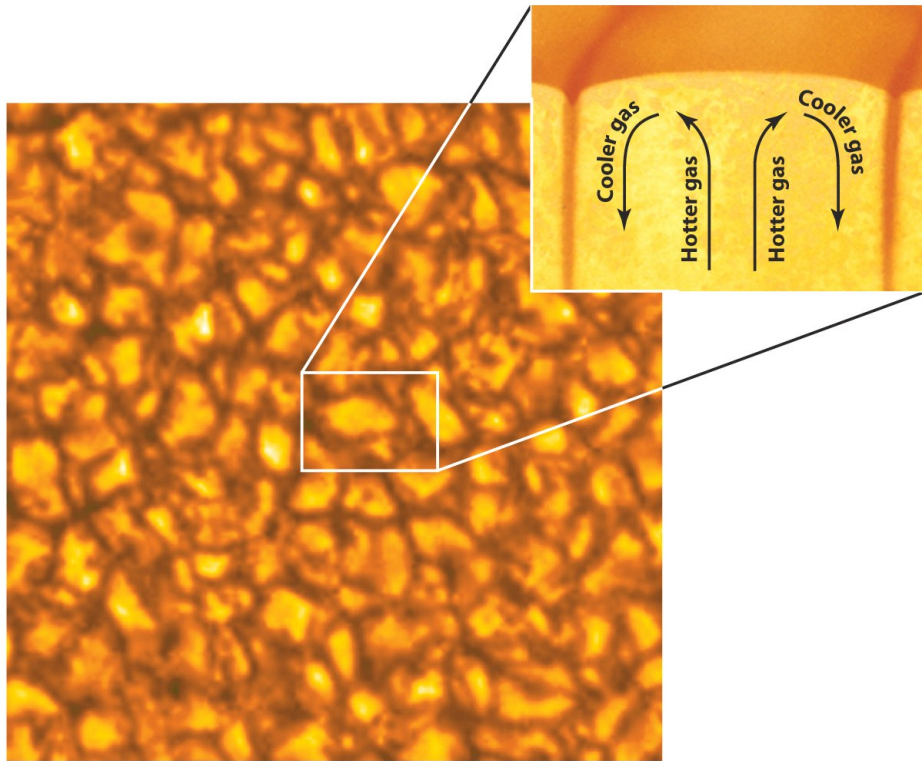
1.3 Sunčeva atmosfera

1.3.1 Fotosfera

Fotosfera je najniži sloj Sunčeve atmosfere s kojeg dolazi sva gotovo sva vidljiva svjetlost (doslovni prijevod “sfera svjetla”). U fotosferu možemo vidjeti do 400 km, što je toliko malo u odnosu na Sunčev radijus da nam izgleda kao da Sunce “ima površinu”. Fotosfera se zagrijava energijom koja dolazi iz unutrašnjosti, što znači da se temperatura s visinom u fotosferi smanjuje. Jedan od lijepih dokaza za to je *zatamnjenje ruba* (engl. *limb darkening*), efekt zbog kojeg je rub Sunca tamniji od centra diska u vidljivom dijelu spektra. Objašnjenje je da svjetlost s ruba dolazi iz viših slojeva fotosfere, gdje je temperatura manja od one nižih slojeva. Srednja temperatura fotosfere iznosi oko 5 800 K te ona zrači kao gotovo savršeno crno tijelo. No, u spektru postoje i mnoge apsorpcijske linije koje nastaju u višim slojevima gdje je temperatura oko 4 400 K. Srednja gustoća iznosi približno 10^{-4} kg/m³.

Jedna od značajki fotosfere je i granulacija. Pojedinačne granule veličine su oko 1 000 km te su tamne na rubovima. Razlika u sjaju između centra i ruba odgovara padu temperature od 300 K. Granule nastaju konvekcijom plina u fotosferi. Plin iz dubljih slojeva se podiže, hladi, te se “prelijeva” na rubovima i ponovno pada u dublje slojeve. Budući da je ovaj efekt moguć samo ako je plin zagrijan odozdo, uz zatamnjenje ruba je izravan dokaz da temperatura u fotosferi pada s visinom. Granule nastaju i nestaju u ciklusima od nekoliko minuta, te ih se oko 4 milijuna nalazi u svakom trenutku na

Sunčevoj površini. Postoje i supergranule, veličine oko 35 000 km u promjeru, koje imaju dulje vrijeme života od granula. Prikaz granula nalazi se na slici 1.2.



Slika 1.2: Nastajanje granula u fotosferi. Preuzeto iz [1].

1.3.2 Kromosfera

Iznad fotosfere se nalazi kromosfera (“sfera boje”), puno rjeđi (gustoća tek 10^{-4} gustoće fotosfere) i topliji sloj atmosfere, debljine oko 2 000 km. U emisijskom spektru kromosfere jedna od najvidljivijih linija je H_{α} linija na 656.3 nm, koja nastaje prijelazom vodika iz stanja $n=3$ u $n=2$. Također su bitne linije ioniziranog kalcija, helija i ioniziranih metala. Temperatura se povećava s visinom: od početne vrijednosti 4 400 K penje se na gotovo 25 000 K na vrhu kromosfere. Iznad kromosfere se nalazi prijelazno područje, debljine oko 200 km. U njemu se temperatura drastično poveća, od 20 000 K na $\sim 10^6$ K, kolika je temperatura elektrona u koroni.

Na slikama kromosfere mogu se uočiti brojni vertikalni “šiljci”, koji su zapravo izboji plina koje zovemo *spikule*. Trajanje spikula je oko 15 minuta, brzina podizanja plina je oko 20 km/s te je visina koju može doseći nekoliko tisuća kilometara. U svakom trenutku se na Suncu nalazi oko 300 000 spikula, koje zajedno imaju površinu koja iznosi 1% ukupne Sunčeve površine. Obično se nalaze iznad rubova supergranula.

1.3.3 Korona

Korona je najviši sloj Sunčeve atmosfere i proteže se do nekoliko milijuna kilometara. Budući da je vrlo male gustoće ($\sim 10^{-12}$ gustoće fotosfere), njezin sjaj iznosi samo

10^{-6} sjaja fotosfere, unatoč temperaturama koje dosežu i po nekoliko milijuna kelvina. Spektar je emisijski, te se njegovim proučavanjem može zaključiti kako su atomi u koroni u visoko ioniziranim stanjima - ovo je, pak, dokaz visokih temperatura koje vladaju u ovom sloju Sunčeve atmosfere. Budući da se čestice u koroni gibaju vrlo velikim brzinama, gravitacijski utjecaj ih ne uspijeva sve zadržati, te je dio emitiran u svemir. Ova pojava se naziva *Sunčev vjetar*. U koroni nastaju fotoni visokih energija (ultraljubičasto i X-područje), pa se za njeno proučavanje grade teleskopi osjetljivi na ove valne duljine. Problem predstavlja to što Zemljina atmosfera upija zračenje u ovom dijelu elektromagnetskog spektra, pa se teleskopi moraju postavljati na svemirske letjelice. Neke od značajnijih misija su SOHO (Solar and Heliospheric Observatory), Hinode i SDO (Solar Dynamics Observatory).

Napomenimo još samo da je *problem zagrijavanja korone* (engl. *coronal heating problem*) jedan od najvećih problema fizike Sunca koji još nije zadovoljavajuće riješen.

2 Osnove radio astronomije

U ovom poglavlju objašnjeni su osnovni pojmovi vezani uz radio astronomiju i istraživanje u ovom dijelu spektra. Također, objašnjeni su određeni detalji uz zračenje crnog tijela te je prezentiran detaljan opis jednadžbe prijenosa zračenja, jedne od jednadžbi na kojima se temelje kasniji izračuni. Konačno, objašnjeni su i osnovni pojmovi vezani uz termičko zakočno zračenje, glavni mehanizam zračenja Sunca u ovom području valnih duljina. Koncept poglavlja temelji se na izvorima [4] i [5].

2.1 Radio područje

Promatranja nebeskih objekata su sve do 20. stoljeća bila ograničena na optički dio spektra. To se promijenilo 1931., kada je Karl Jansky u svojim istraživanjima dobio signal valne duljine 14.6 m koji nije dolazio od Sunca. Navedeni događaj označava početak opažачke radio astronomije. Radio područje se proteže od $\lambda \cong 0.3$ mm do $\lambda \cong 10 - 15$ m. Zemljina atmosfera je transparentna na radio valove sve dok ne sadrži spojeve koji bi ih mogli apsorbirati. Gornja granica na valnu duljinu je otprilike 20 m, dok je donja približno 0.2 mm; međutim, ove granice nisu oštre i ovise o uvjetima. Donja granica na valnu duljinu je uzrokovana spojevima u troposferi: vodenoj pari H_2O i kisiku O_2 . Također, rotacijski prijelazi molekule CO mogu igrati bitnu ulogu. Od iznimne je važnosti pokušati pomaknuti ovu granicu na što manje vane duljine jer astronomski izvori u ovom području proizvode jače spektralne linije. Jedan način za postizanje istog je postavljanje radio teleskopa u područja gdje je vlažnost izrazito malena; dobar primjer za to je ALMA, koja se nalazi u čileanskoj pustinji Atacama na visini od 5 000 m. Dodatni problem za istraživanja su signali koji dolaze od uređaja koje je napravio čovjek, kao što u mobiteli, daljinski upravljači, sateliti i računala.

2.2 Osnovni pojmovi

Ako su skale na kojima promatramo elektromagnetsko zračenje puno veće od valne duljine, možemo uzeti u obzir pretpostavke geometrijske optike i reći da ono putuje “u zrakama”. Infinitezimalna snaga zračenja koje prolazi kroz infinitezimalnu površinu $d\sigma$ je

$$dP = I_\nu \cos\theta d\Omega d\sigma d\nu, \quad (2.1)$$

gdje su:

dP = infinitezimalna snaga, u W

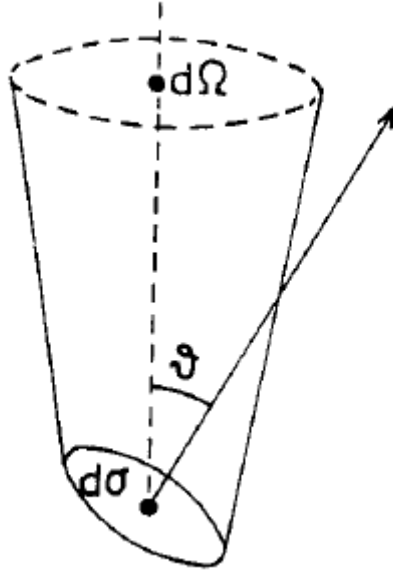
$d\sigma$ = infinitezimalna površina, u cm^2

$d\nu$ = infinitezimalno područje u frekvenciji, u Hz

θ = kut između normale na $d\sigma$ i smjera prema $d\Omega$

I_ν = sjaj ili specifični intenzitet, u $\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}$.

Shematski prikaz može se pronaći na slici 2.1. Jednadžba 2.1 je definicija *sjaja* I_ν . Ovdje treba napomenuti kako se često za *sjaj* koriste pojmovi *intenzitet* ili *specifični*



Slika 2.1: Slika prikazuje pojmove vezane uz definiciju sjaja. Preuzeto iz [5].

intenzitet.

Ukupni tok zračenja nekog izvora dobiva se integracijom jednadžbe 2.1:

$$S_\nu = \int_{\Omega_s} I_\nu(\theta, \phi) \cos\theta d\Omega. \quad (2.2)$$

Jedinica je $\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$. Zbog vrlo slabih intenziteta astronomskih izvora u radio području, uvodi se mjerna jedinica Jansky (Jy):

$$1\text{Jy} = 10^{-26}\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1} = 10^{-23}\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}. \quad (2.3)$$

Sjaj nekog izvora je neovisan o udaljenosti, sve dok su efekti difrakcije i apsorpcije zanemarivi. To možemo provjeriti promatrajući situaciju sa slike 2.2. Sve dok element površine $d\sigma$ u potpunosti obuhvaća svo zračenje, snaga ostaje konstantna:

$$dP_1 = dP_2. \quad (2.4)$$

Također vrijedi

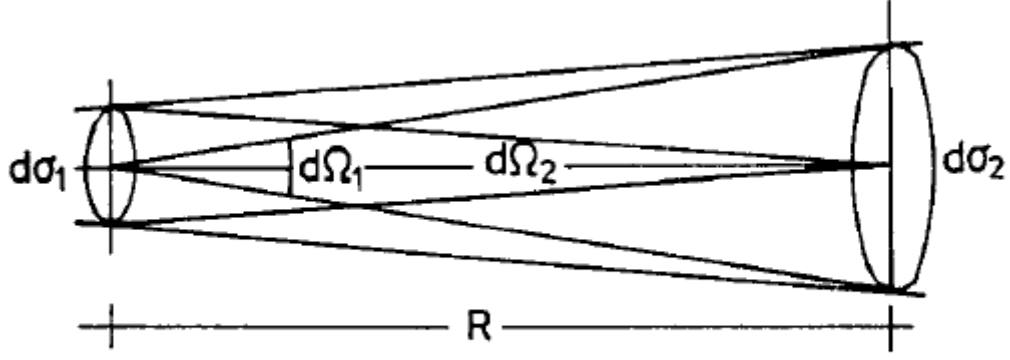
$$dP_1 = I_{\nu_1} d\sigma_1 d\Omega_1 d\nu, \quad dP_2 = I_{\nu_2} d\sigma_2 d\Omega_2 d\nu. \quad (2.5)$$

Ako je udaljenost između $d\sigma_1$ i $d\sigma_2$ jednaka R , onda su kutevi jednaki: $d\Omega_2 = d\sigma_1/R^2$, $d\Omega_1 = d\sigma_2/R^2$. Dakle, vrijedi da je

$$I_{\nu 1} = I_{\nu 2}. \quad (2.6)$$

Također, jedna od korisnih veličina vezanih uz sjaj je gustoća energije zračenja u_ν , izražena u erg cm^{-3} . S dimenzionalne strane, ona se dobije dijeljenjem intenziteta s brzinom:

$$u_\nu(\Omega) = \frac{1}{c} I_\nu. \quad (2.7)$$



Slika 2.2: Slika prikazuje očuvanje sjaja s udaljenosti. Preuzeto iz [5].

Integriranjem po sferi dobiva se ukupna gustoća energije:

$$u_\nu = \int_{(4\pi)} u_\nu(\Omega) d\Omega = \frac{1}{c} \int_{(4\pi)} I_\nu d\Omega. \quad (2.8)$$

2.3 Jednadžba prijenosa zračenja

Jednadžba 2.6 nam kaže da specifični intenzitet I_ν zračenja koje se propagira u slobodnom prostoru ostaje neovisan o udaljenosti duž smjera propagacije. On se mijenja samo ako je zračenje apsorbirano ili emitirano, i ova promjena zračenja je opisana jednadžbom prijenosa zračenja.

Zamislamo da duž smjera gledanja imamo apsorpciju, $dI_{\nu-}$, i emisiju, $dI_{\nu+}$, zračenja:

$$dI_{\nu-} = -\kappa_\nu I_\nu ds, \quad (2.9)$$

$$dI_{\nu+} = \varepsilon_\nu ds. \quad (2.10)$$

κ_ν se naziva *koeficijent apsorpcije*, dok je ε_ν *emisivnost*. Promjena intenziteta u materijalu debljine ds je dana izrazom

$$[I_\nu(s + ds) - I_\nu(s)] d\sigma d\Omega d\nu = [-\kappa_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu] d\sigma d\Omega d\nu. \quad (2.11)$$

Ovo vodi na *jednadžbu prijenosa zračenja*

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \quad (2.12)$$

Najčešće, koeficijent apsorpcije κ_ν je neovisan o intenzitetu; slično vrijedi i za emisivnost ε_ν . Dijeljenjem cijele jednadžbe s κ_ν dobivamo

$$\frac{dI_\nu}{\kappa_\nu ds} = -\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} = -I_\nu + S_\nu. \quad (2.13)$$

Veličina $S_\nu = \varepsilon_\nu/\kappa_\nu$ se naziva *funkcija izvora*, dok je $d\tau_\nu = -\kappa_\nu ds$ *optička debljina*. Optička debljina iznosa 1 nam kaže da se početni intenzitet zračenja na toj udaljenosti smanjio za faktor $1/e$. Fizikalno značenje funkcije izvora možemo vidjeti proučavanjem zračenja crnog tijela. Primjer može biti volumen plina u savršenoj termodinamičkoj ravnoteži. Zračenje koje prolazi kroz taj plin se ne mijenja. Dakle, mora vrijediti

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + \kappa_\nu S_\nu = \kappa_\nu(S_\nu - I_\nu) = 0, \quad (2.14)$$

tj. $I_\nu = S_\nu$. Kako je za crno tijelo intenzitet I_ν jednak Planckovoj funkciji koja se obično označava s B_ν , u *potpunoj termodinamičkoj ravnoteži* vrijedi

$$S_\nu = I_\nu = B_\nu. \quad (2.15)$$

U potpunoj termodinamičkoj ravnoteži, funkcija izvora jednaka je Planckovoj funkciji, odnosno emisivnost je jednaka

$$\varepsilon_\nu = \kappa_\nu B_\nu. \quad (2.16)$$

Ovo je *Kirchhoffov zakon*. Planckova funkcija je dana sljedećim izrazom:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}. \quad (2.17)$$

Potpuna termodinamička ravnoteža je realizirana u vrlo specifičnim uvjetima, kao što su neki dijelovi zvjezdane unutrašnjosti. U teorijama zvjezdanih atmosfera vrijedi pretpostavka $S_\nu = B_\nu$, tj. $\varepsilon_\nu = \kappa_\nu B_\nu$. Ovo se u literaturi naziva *lokalna termodinamička ravnoteža* (LTE, engl. **L**ocal **T**hermodynamic **E**quilibrium). Ovdje pretpostavljamo da je emisija zračenja jednaka onoj plina u termodinamičkoj ravnoteži temperature T koja odgovara temperaturi sloja atmosfere kojeg promatramo.

Koje je rješenje jednadžbe prijenosa zračenja? Prvi korak u odgovoru na to pitanje je množenje jednadžbe 2.13 faktorom $\exp(-\tau_\nu)$:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{-\tau_\nu} = I_\nu e^{-\tau_\nu} - B_\nu(T) e^{-\tau_\nu}. \quad (2.18)$$

Prebacivanjem prvog člana s desne strane na lijevu dobivamo

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{-\tau_\nu} - I_\nu e^{-\tau_\nu} = -B_\nu(T) e^{-\tau_\nu}. \quad (2.19)$$

Iz gornje jednadžbe slijedi

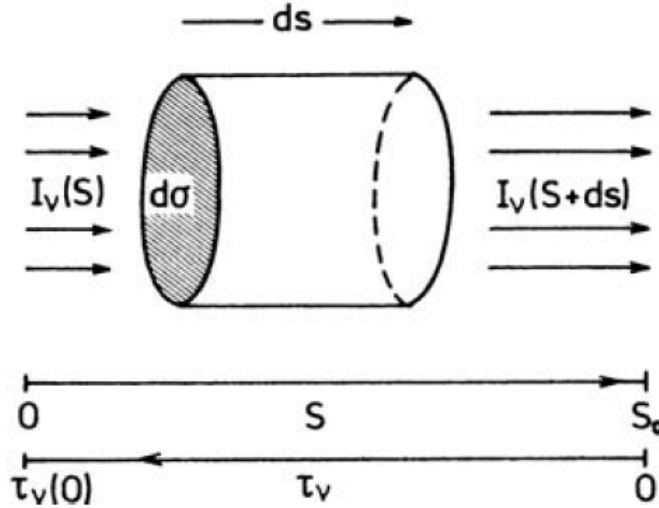
$$\frac{d}{d\tau_\nu} (I_\nu e^{-\tau_\nu}) = -B_\nu(T) e^{-\tau_\nu}. \quad (2.20)$$

Ovu jednadžbu integriramo:

$$\int_0^{\tau_\nu(s)} \frac{d}{d\tau} (I_\nu e^{-\tau}) = - \int_0^{\tau_\nu(s)} B_\nu(T) e^{-\tau} d\tau. \quad (2.21)$$

Integriranjem se dobiva

$$I_\nu(\tau_\nu(s)) e^{-\tau_\nu(s)} - I_\nu(\tau_\nu(s_0)) e^0 = - \int_0^{\tau_\nu(s)} B_\nu(T(\tau)) e^{-\tau} d\tau. \quad (2.22)$$



Slika 2.3: Shematski prikaz veličina korištenih u izvodu jednadžbe prijenosa zračenja. Preuzeto iz [5].

Konačno imamo

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(s)} + \int_0^{\tau_\nu(s)} B_\nu(T(\tau))e^{-\tau} d\tau. \quad (2.23)$$

Ovdje treba naglasiti kako se τ i s povećavaju u suprotnim smjerovima. Shematski prikaz dan je na slici 2.3.

2.4 Temperatura sjaja, osnove zračenja crnog tijela

Raspodjela zračenja crnog tijela u termodinamičkoj ravnoteži dana je Planckovim zakonom(2.17). Prikazano preko valne duljine, Planckov zakon ima sljedeći oblik:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}. \quad (2.24)$$

Integriranjem preko valnih duljina se za ukupni sjaj dobiva (*Stefan-Boltzmannov zakon*)

$$B(T) = \sigma T^4, \quad (2.25)$$

gdje je $\sigma = 2\pi^4 k^4 / 15c^2 h^3 = 1.8047 \times 10^{-5} \text{ ergcm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{K}^{-4}$ Stefan-Boltzmannova konstanta. Planckov zakon ima maksimum za frekvenciju

$$\frac{\nu_{max}}{\text{GHz}} = 58.789 \frac{T}{\text{K}}, \quad (2.26)$$

odnosno za valnu duljinu

$$\frac{\lambda_{max}}{\text{cm}} \frac{T}{\text{K}} = 0.28978. \quad (2.27)$$

Gornje dvije jednadžbe su u literaturi poznate pod nazivom *Wienov zakon pomaka*. Postoje dva ekstremna režima Planckovog zakona, ovisno o veličini omjera $h\nu/kT$:

1) $h\nu/kT \ll 1$: *Rayleigh-Jeansov zakon*. Ovdje se eksponencijalna funkcija može razviti u red:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \cong 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots \quad (2.28)$$

Planckov zakon tada ima oblik

$$B_{RJ}(\nu, T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT. \quad (2.29)$$

Ovo je klasični rezultat i vrijedi za frekvencije koje ispunjavaju uvjet

$$\frac{\nu}{\text{GHz}} \ll 20.84 \frac{T}{\text{K}}. \quad (2.30)$$

Gornja pretpostavka je ispunjena u radio području.

2) $h\nu \gg kT$: *Wienov zakon*. U ovom slučaju Planckov zakon ima oblik

$$B_W(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (2.31)$$

Wienov zakon je koristan za proučavanja u vidljivom i ultraljubičastom dijelu spektra, ali nema ulogu u radio astronomiji.

Jedna od značajnih posljedica Rayleigh-Jeansovog zakona za radio astronomiju je linearna proporcionalnost sjaja i termodinamičke temperature crnog tijela koje emitira zračenje. Zato se u radio astronomiji za izražavanje sjaja nekog objekta koristi *temperatura sjaja* T_b . Ovo je temperatura koja bi dala zadani sjaj u Rayleigh-Jeansovom zakonu:

$$T_b = \frac{c^2}{2k} \frac{1}{\nu^2} I_\nu = \frac{\lambda^2}{2k} I_\nu. \quad (2.32)$$

Mjereći sjaj nekog objekta, može mu se odrediti temperatura sjaja prema formuli

$$S_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_b \Delta\Omega. \quad (2.33)$$

Ako crno tijelo emitira zračenje i ako vrijedi Rayleigh-Jeansova aproksimacija, onda je T_b termodinamička temperatura izvora, neovisna o frekvenciji. Ako su u emisiju uključeni i drugi procesi, T_b će ovisiti o frekvenciji. Ovo je točno čak i ako Rayleigh-Jeansova aproksimacija nije valjana; tada će temperatura sjaja T_b biti različita od termodinamičke temperature crnog tijela. Najkraće, temperatura sjaja je mjera intenziteta zračenja i ne mora biti jednaka termodinamičkoj temperaturi plazme. Jednadžba prijenosa zračenja može se izraziti i preko temperature sjaja:

$$\frac{dT_b(s)}{d\tau_\nu} = T_b(s) - T(s), \quad (2.34)$$

gdje je $T(s)$ termodinamička temperatura medija (u našem slučaju elektronske plazme) na položaju s . Općenito rješenje je

$$T_b(s) = T_b(0)e^{-\tau_\nu(s)} + \int_0^{\tau_\nu(s)} T(s)e^{-\tau} d\tau. \quad (2.35)$$

Radi jednostavnosti, pretpostavimo $T_b(0) = 0$. Tada imamo

$$T_b(s) = \int_0^{\tau_\nu(s)} T(s) e^{-\tau} d\tau. \quad (2.36)$$

Vidimo da temperatura sjaja T_b ovisi o temperaturi plazme na danoj visini, te o optičkoj debljini. Ona će pak biti složena funkcija gustoće elektrona, temperature i frekvencije te će ovisiti o mehanizmu zračenja.

Općenito, izvori radio zračenja se mogu svrstati u dvije kategorije: termičke i netermičke izvore. Termički zrače zbog svoje visoke temperature, dok je u netermičkim izvorima glavni mehanizam zračenja žiromagnetska emisija ili magnetsko zakočno zračenje. Radio emisija uvijek dolazi od slobodnih elektrona, što znači da je spektar kontinuiran. Od svih mogućih mehanizama zračenja, samo su dva od većeg utjecaja za Sunce: termičko zakočno zračenje i žiromagnetska emisija. Kako je u našim modelima termičko zakočno zračenje pretpostavljeno kao (jedini) mehanizam zračenja, detaljnije ga opisujemo u sljedećem poglavlju.

2.5 Termičko zakočno zračenje

Termičko zakočno zračenje nastaje od ubrzanja slobodnih elektrona u električnom polju iona. U opisivanje ove vrste zračenja krećemo od općenitih izraza za ubrzane naboje. Poyntingov tok ubrzanog naboja (snaga emitirana po jedinici površine i kuta emitirana u smjeru (θ, ϕ)) jednak je [5]

$$|\mathbf{S}| = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2 \dot{v}^2 \sin^2 \theta}{c^3 r^2}. \quad (2.37)$$

Integrirajući preko čitave sfere možemo dobiti ukupnu snagu zračenja naboja e akceleracije $\dot{v}$:

$$P(t) = \frac{2}{3} \frac{e^2 \dot{v}^2(t)}{c^3}. \quad (2.38)$$

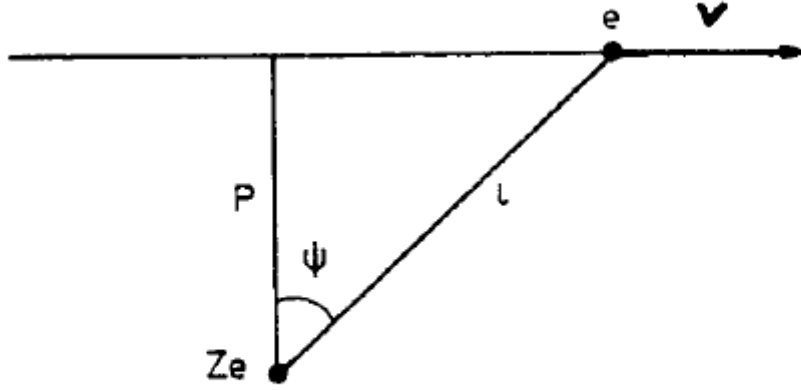
$P(t)$ je snaga emitirana u trenutku t uzrokovana ubrzavanjem elektrona. Ukupna količina energije emitirana kroz cijeli susret (prolazak elektrona pokraj iona)

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{v}^2(t) dt. \quad (2.39)$$

Ovdje ništa nije rečeno o frekvenciji na kojoj je zračenje emitirano. Ona je određena brzinom promjene $\dot{v}(t)$. Ako su $\dot{v}$ i E različiti od nule u kratkom vremenskom intervalu, njihova ovisnost o frekvenciji može se dobiti pomoću Fourierove analize. Kako bismo to napravili, moramo detaljnije proučiti sudar elektrona i iona.

Parametar o kojem ovisi trajanje i jačina impulsa električnog polja je omjer p/v , gdje je p parametar sudara, odnosno najmanja udaljenost elektrona od iona, a v brzina koju ima u tom trenutku. U daljnjem računu pretpostavljamo da je putanja gibanja elektrona pravac, što je razumno zbog malih promjena energije. Udaljenost l između elektrona i iona dana je s

$$l = \frac{p}{\cos \psi}. \quad (2.40)$$



Slika 2.4: Elektron koji se giba pokraj iona naboja Ze . Preuzeto iz [5].

Prikaz se može naći na slici 2.4. Akceleracija elektrona dana je Coulombovim zakonom

$$m\dot{\mathbf{v}} = -\frac{Ze^2}{l^3}\mathbf{l}. \quad (2.41)$$

Za orbite s velikim parametrom sudara, akceleracija je usmjerena okomito na orbitu u točkama gdje je $|\dot{\mathbf{v}}|$ velika. Dakle, možemo promatrati samo tu komponentu:

$$\dot{v} = |\dot{\mathbf{v}}|\cos\psi. \quad (2.42)$$

Jednadžba 2.39 onda postaje

$$W = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 p^4} \int_0^\infty \cos^6\psi(t) dt. \quad (2.43)$$

Funkcionalna ovisnost $\psi(t)$ se može dobiti iz II. Keplerovog zakona. Ako definiramo

$$dF = \frac{1}{2} l^2 d\psi, \quad (2.44)$$

onda za bilo koje gibanje uvjetovano centralnom silom vrijedi

$$\dot{F} = \frac{1}{2} l^2 \frac{d\psi}{dt} = konst. \quad (2.45)$$

U trenutku $t = 0$ elektron je najbliže ionu i ima brzinu v :

$$\dot{F} = \frac{1}{2} pv, \quad (2.46)$$

te

$$dt = \frac{l^2}{vp} d\psi = \frac{p}{v \cos^2\psi} d\psi. \quad (2.47)$$

Iz gornjih jednadžbi slijedi

$$W = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 p^4} \frac{p}{v} \int_0^{\pi/2} \cos^4\psi d\psi. \quad (2.48)$$

Integriranjem dobivamo

$$W = \frac{\pi}{4} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 p^3} \frac{1}{v}. \quad (2.49)$$

Gornja jednačba predstavlja ukupnu energiju koju elektron izrači gibajući se u polju iona naboja Ze ; međutim, izraz je točan samo za sudare niskih energija u kojima putanju elektrona možemo aproksimirati pravcem.

Fourierovom analizom, može se pokazati da je gornja granica frekvencije za koju je navedena aproksimacija ispunjena jednaka

$$\omega_g = \frac{3\pi^2}{16} \frac{v}{p}. \quad (2.50)$$

Zračenje koje elektron emitira pri sudaru s ionom ovisi o svim karakteristikama sudara: ukupnoj energiji zračenja W , spektralnoj gustoći, gornjoj granici frekvencije ν_g , brzini v i parametru sudara p . U oblaku ioniziranog plina, ove veličine se moraju usrednjiti. Također, zračenje koje nastaje od različitih sudara će imati različite polarizacije te će ukupno zračenje biti nasumično polarizirano. Detektiranjem jedne komponente polarizacije, registrira se samo 1/2 ukupne snage zračenja.

Izračena snaga jednaka je

$$P_\nu(p, v) = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{p^2 v^2}, \quad (2.51)$$

za $\nu < \nu_g = 3\pi v/64p$. Budući da se ovdje razmatraju sudari koji uzrokuju male promjene u energiji, koristi se Maxwelllova raspodjela brzina:

$$f(v) = \frac{4v^2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (2.52)$$

Broj elektrona u jediničnom elementu volumena s brzinom $v = \sqrt{\mathbf{v}^2}$ koji se sudaraju s određenim ionom s parametrom sudara između p i $p + dp$ dan je s

$$2\pi p dp v N_e f(v) dv. \quad (2.53)$$

Ali budući da je broj iona u jediničnom elementu volumena jednak N_i , ukupan broj sudara s parametrom sudara između p i $p + dp$ te brzinom elektrona između v i $v + dv$ jednak je

$$dN(v, p) = 2\pi N_i N_e v p f(v) dv dp. \quad (2.54)$$

Ukupna snaga zračenja $4\pi\epsilon_\nu dv$ uzrokovana sudarima u intervalu frekvencija $\langle \nu, \nu + dv \rangle$ jednaka je

$$4\pi\epsilon_\nu dv = P_\nu(v, p) dN(v, p) dv. \quad (2.55)$$

Uvrštavajući jednačbe 2.51 i 2.54 u gornju jednačbu i integrirajući od 0 do ∞ dobivamo

$$4\pi\epsilon_\nu = \int_{p_1}^{p_2} \int_0^\infty \frac{8}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{p^2 v^2} N_i N_e f(v) 2\pi p v dp dv = \frac{32\pi}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3} \frac{N_i N_e}{m^2} \int_0^\infty \frac{1}{v} f(v) dv \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}. \quad (2.56)$$

Koristeći jednadžbu 2.52 prvi integral daje rezultat

$$\int_0^\infty \frac{1}{v} f(v) dv = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}}, \quad (2.57)$$

te konačno imamo

$$\varepsilon_\nu = \frac{8}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3} \frac{N_i N_e}{m^2} \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2.58)$$

Gornja jednadžba predstavlja izraz za koeficijent termičke emisije ioniziranog oblaka plina. Međutim, još uvijek nismo odredili granice za parametre sudara p_1 i p_2 . I za $p_1 \rightarrow 0$ i za $p_2 \rightarrow \infty$, ε_ν divergira logaritamski. Za p_2 gornja granica je srednja udaljenost između iona ili Debyeova duljina u plazmi. Za p_1 je potreban kvantno-mehanički račun, koji ulazi u *Gauntov faktor*. Može se pokazati [6]

$$\frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2kT}{\gamma m} \right)^{3/2} \frac{m}{\pi \gamma Z e^2 \nu}, \quad (2.59)$$

gdje je $\gamma = e^C = 1.781$ i $C = 0.577$ Eulerova konstanta. Gornji izraz vrijedi za $T > 20K$ i $\nu_{max} > 30$ GHz. Koristeći se Kirchoffovim zakonom i Rayleigh-Jeansovom aproksimacijom, dolazimo do izraza za apsorpcijski koeficijent:

$$\kappa_\nu = \frac{4Z^2 e^6}{3c} \frac{N_i N_e}{v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi(mkT)^3}} \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2.60)$$

Ako pretpostavimo da je plazma makroskopski neutralna i da je kemijski sastav otprilike $N_H : N_{He} : N_{ostalo} \cong 10 : 1 : 10^{-3}$, onda vrijedi $N_i \approx N_e$. Nadalje, ako je T_e konstantna duž linije gledanja, izraz za koeficijent apsorpcije uvrštavamo u formulu za optičku debljinu

$$\tau_\nu = - \int_0^s \kappa_\nu ds. \quad (2.61)$$

Mjera intenziteta (EM, engl. emission measure) je dana s

$$\frac{EM}{\text{pccm}^{-6}} = \int_0^{s/\text{pc}} \left(\frac{N_e}{\text{cm}^{-3}} \right)^2 d\left(\frac{s}{\text{pc}} \right), \quad (2.62)$$

gdje je korištena astronomska jedinica duljine parsek ($1 \text{ pc} = 3.26$ svjetlosne godine). Iz gornje jednadžbe imamo

$$\tau_\nu = 3.014 \cdot 10^{-2} \left(\frac{T_e}{\text{K}} \right)^{-3/2} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2} \left(\frac{EM}{\text{pccm}^{-6}} \right) \langle g_{ff} \rangle. \quad (2.63)$$

Gauntov faktor za slobodno-slobodne prijelaze jednak je

$$\langle g_{ff} \rangle = \begin{cases} \ln[4.955 \cdot 10^{-2} (\nu/\text{GHz})^{-1}] + 1.5 \ln(T_e/\text{K}) \\ 1 \end{cases} \quad \text{za } \nu/\text{MHz} \gg (T_e/\text{K})^{3/2}. \quad (2.64)$$

Aproksimirajući $\langle g_{ff} \rangle$ s $\alpha T^\beta \nu^\gamma$ i uvrštavajući to u jednadžbu 2.63, dolazimo do jednostavnijeg izraza [7]

$$\tau_\nu = 8.235 \cdot 10^{-2} \left(\frac{T_e}{\text{K}} \right)^{-1.35} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2.1} \left(\frac{EM}{\text{pccm}^{-6}} \right) a(\nu, T). \quad (2.65)$$

Koeficijent $a(\nu, T)$ je obično $\cong 1$. Za optički tanki medij, može se dobiti sljedeći izraz za temperaturu sjaja:

$$T_b = T_e \tau_\nu = 8.235 \cdot 10^{-2} \left(\frac{T_e}{\text{K}} \right)^{-0.35} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2.1} \left(\frac{EM}{\text{pccm}^{-6}} \right) a(\nu, T). \quad (2.66)$$

3 Značajni opservatoriji

U ovom poglavlju navedeni su i sažeto opisani važniji opservatoriji u radio području, kao i manji radio teleskopi važni za ovaj rad. Radio teleskopi mogu djelovati samostalno ili se više njih može koristiti zajedno pomoću interferometrije. Potonje omogućava veliku kutnu razlučivost jer je moć razlučivanja ovisna o udaljenosti između komponenti, a ne njihovom veličinom. Na ovom principu rade, primjerice, Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) i Very Large Array (VLA). U posljednje vrijeme je sve popularniji i tzv. “Very Long Baseline Interferometry” (VLBI), tehnika u kojoj se kombiniraju signali iz radio teleskopa diljem svijeta. Velike udaljenosti između teleskopa omogućavaju vrlo visoku kutnu razlučivost, čak i do 1 milisekunde na najvišim frekvencijama [8].

3.1 Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA)

ALMA je trenutno najveći astronomski projekt, obuhvaćajući kolaboraciju zemalja iz Europe, Sjeverne Amerike i istočne Azije, zajedno s Čileom gdje se opservatorij nalazi [9]. Za konstrukciju ALMA-e su zaduženi: s europske strane European Organization for Astronomical Research in the Southern Hemisphere (ESO), sa sjevernoameričke strane National Radio Astronomy Observatory (NRAO) te s istočnoazijske strane National Astronomical Observatory of Japan (NAOJ). Sastoji se od 66 antena promjera 7 m i 12 m te će raditi u području frekvencija između 31.3 i 950 GHz (u valnim dužina između 0.3 mm i 1 cm) na principu interferometrije [10]. Teleskopi se nalaze na visoravni Chajnantor u čileanskim Andama na visini od 5 000 m, dok je operacijski centar smješten na visini od 2 900 m. Prikaz infrastrukture se nalazi na slici 3.1. Postoje četiri glavna centra za promatranja te obradu i distribuciju podataka: uz centar u Čileu, tu su i glavni europski centar ESO-ALMA u Garchingu (Njemačka), North American ALMA Science Center (NAASC) u Charlottesvilleu (Virginia, SAD) te East-Asian ALMA Regional Center u Mitaki (Japan). Znanstveni program ALMA-e obuhvaća mnoga područja u astrofizici, od molekularnih oblaka u hladnom svemiru, kozmologije, formiranja galaksija i klastera galaksija, nastanka zvijezda i planeta do kemijskih istraživanja u astrofizici. Jedan od centara za podatke iz ALMA-e se nalazi u Ondřejovu (Češka) i specijaliziran je za fiziku Sunca.

ALMA će predstavljati vrlo značajni korak naprijed u proučavanjima Sunca. Navedimo neka od istraživanja koja će se provoditi u ovom području:

- proučavanja mirnih područja u kromosferi
- proučavanja prominencija i filamenata
- proučavanja rekombinacijskih linija
- proučavanja oscilacija u kromosferi
- proučavanja mikro izboja u penumbrama Sunčevih pjega
- proučavanja solarnih bljeskova.

Princip interferometrije, iako idejno jednostavan, teško je tehnološki provesti. Kom-



Slika 3.1: Panoramska slika opservatorija ALMA. Na slici se vidi i mreža cesta koja omogućuje pomicanje antena i njihovo razmještanje u različite konfiguracije. Preuzeto iz [9].

binirajući signale iz različitih antena moguće je konstruirati sliku koja je usporediva sa slikom koja bi se dobila teleskopom promjera 14 km. Takav teleskop je nemoguće konstruirati pa se kombinira više malih antena koje zajedno djeluju. Postoje mnoge tehnološke poteškoće u ovakvom načinu rada; nabrojimo samo neke. ALMA-ini teleskopi moraju biti savršeno sinkronizirani, preciznosti $\sim 10^{-12}$ s. Put koji signal prođe do centralnog super-računala mora biti određen do na $\sim 10^{-5}$ m. Također, potrebno je i reducirati atenuaciju i perturbaciju signala na njenom putu do super-računala.

3.2 Very Large Array (VLA)

Very Large Array (VLA) je jedan od vodećih radio opservatorija u radio području. Sastoji se od 27 radio antena postavljenih u konfiguraciju slova Y te se nalazi na visoravni San Agustin, 70-ak kilometara zapadno od Socorroa (New Mexico, SAD). Svaka antena ima promjer od 25 m. Podaci koji dolaze od antena se kombiniraju te se dobiva rezolucija koju bi imao teleskop od 36 km u promjeru [11]. Na najvišoj frekvenciji od 43 GHz rezolucija je 0.04". Područje frekvencija u kojem radi VLA: 74 - 50 000 MHz (u valnim duljinama od 0.7 cm do 400 cm). Dizajniran je za proučavanja radio galaksija, kvazara, pulsara, ostataka supernova, izboja γ zraka, zvijezda koje emitiraju u radio području, Sunca i planeta, crnih rupa te oblaka vodika [12]. Prikaz opservatorija se nalazi na slici 3.2.



Slika 3.2: Opservatorij VLA. Preuzeto iz [11].

3.3 Radio opservatorij Metsähovi

Radio opservatorij Metsähovi je astronomski opservatorij sveučilišta u Aaltu. Sastoji se od radio teleskopa promjera 14 m u Metsähoviju, Kymälä (Finska). Opservatorij je aktivan u različitim istraživanjima u radio astronomiji, razvoju instrumenata te metoda za radio astronomiju, istraživanjima svemira te edukaciji te je na njemu zaposleno 20-ak znanstvenika, istraživača te pomoćnog osoblja. Najviše istraživanja se provodi u milimetarskom području: područje frekvencija je 2 - 150 GHz, što odgovara području 13.0 cm - 2.0 mm u valnim duljinama [13]. Snimka opservatorija se nalazi na slici 3.3.



Slika 3.3: Opservatorij Metsähovi. Preuzeto iz [13].

3.4 RATAN-600

RATAN-600 je radio teleskop u sklopu opservatorija SAO RAS (Special Astrophysical Observatory of the Russian Academy of Science). Teleskop se sastoji od 895 pravokutnih radio reflektora posloženih u krug promjera 576 m na visini od 970 m. Reflektori se kombiniraju i zajedno ponašaju kao jedan teleskop promjera 600 m, što ga čini najvećim pojedinačnim radio teleskopom na svijetu. Za snimanje objekta se koristi rotacija Zemlje. Područje frekvencija u kojem djeluje je između 610 MHz i 30 GHz (1 - 50 cm), s kutnom razlučivosti od 2 sekunde [14]. Glavni znanstveni interes čine proučavanja Sunčeve korone u centimetarskom području. Snimka teleskopa se nalazi na slici 3.4.



Slika 3.4: Radio teleskop RATAN-600. Preuzeto iz [14].

3.5 Nobeyama Radioheliograph (NoRH)

Nobeyama Radioheliograph (NoRH) je radio teleskop posvećen proučavanju Sunca. Sastoji se od 84 antene promjera 80 cm, postavljenih u linije dugačke 490 m u smjeru istok - zapad i 220 m u smjeru sjever - jug. Princip rada je interferometrija te je operativan od travnja 1992. Radi na dvije frekvencije: 17 GHz (1.8 cm) i 34 GHz (0.9 cm), dok mu je prostorna razlučivost 10 sekundi na frekvenciji od 17 GHz i 5 sekundi na frekvenciji od 34 GHz [15]. Postoji i velika antena promjera 45 m, koja je bila značajna za proučavanja Sunca u milimetarskom području. Znanstveni podaci vezani uz ovaj opservatorij su javno dostupni. Snimka opservatorija se nalazi na slici 3.5.



Slika 3.5: Snimka opservatorija NoRH. Preuzeto iz [15].

3.6 Square Kilometre Array (SKA)

Square Kilometre Array (SKA) je međunarodni projekt kojem je zadaća gradnja najvećeg radio teleskopa na svijetu, površine prikupljanja veličine jednog kilometra kvadratnog. Sastojat će se od tisuća radio teleskopa, postavljenih u tri konfiguracije, koji će se nalaziti u Južnoafričkoj Republici i Australiji. Pregledi neba će se moći napraviti deset tisuća puta brže od bilo kojeg trenutno postojećeg sustava. Početak konstrukcije je predviđen za 2018. godinu, prva promatranja za 2020., dok se potpuno funkcioniranje očekuje 2025. godine. Sastojat će se od tri tipa antena koji će pokrivati područje frekvencija od 50 MHz do 30 GHz. Neki od znanstvenih ciljeva su: ekstremno precizni testovi opće teorije relativnosti, mapiranje galaksija, kozmologija, tamna tvar i energija, uvid u epohu reionizacije, kozmički magnetizam, detektiranje planeta koji podržavaju život. Umjetnički prikaz budućeg opservatorija nalazi se na slici 3.6.



Slika 3.6: Budući izgled opservatorija SKA. Preuzeto iz [16].

4 Modeli

4.1 Zračenje Sunca

Sunčeva atmosfera emitira zračenje na svim valnim duljinama. Na svakoj valnoj duljini postoji minimalna razina zračenja, i ta razina je postignuta kada na Suncu nema magnetski aktivnih područja (vidljivih u obliku Sunčevih pjega). Ovo se zove radio zračenje *mirnog* Sunca. Termička emisija nastaje na visini koja ovisi o valnoj duljini: što je veća valna duljina, veća je visina na kojoj se odvija dominantni udio emisije zračenja. Kako se temperatura povećava iz kromosfere prema koroni, tako se povećava i temperatura sjaja s valnom duljinom. Na centimetarskim i manjim valnim duljinama, zračenje dolazi iz kromosfere. Na metarskim valnim duljinama (i većim) zračenje dolazi iz korone. Objašnjenje za ovu ovisnost visine na kojoj nastaje zračenje i njegove valne duljine je sljedeće [17].

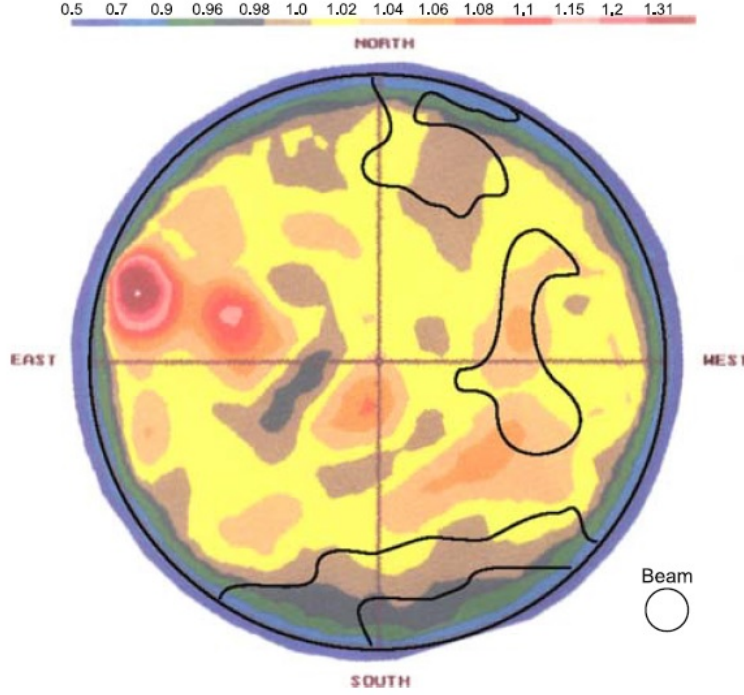
Neko područje u Sunčevoj atmosferi propušta zračenje određene frekvencije ako je ona veća od plazmonske frekvencije za to područje. Plazmonska frekvencija je dana s [18], [19]

$$\nu_{pl} = \sqrt{e^2 n_e / (m\pi)} = 9 \cdot 10^3 \sqrt{n_e}, \quad [\text{Hz}] \quad (4.1)$$

gdje je e elementarni naboj, n_e gustoća elektrona [cm^{-3}], a m masa elektrona. Sada možemo izračunati granice gustoće za pojedine frekvencije, iznad kojih atmosfera postaje neprozirna za zračenje. Iz postojećih modela atmosfere, može se ustanoviti visina na kojoj se dostižu izračunate vrijednosti gustoće. Tako za zračenje valne duljine od 8 mm (frekvencije 37 GHz) granica elektronske gustoće iznosi $n_e \approx 1.7 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Prema modelima atmosfere Fontenle, Avretta i Loesera (FAL, [20]), gustoća elektrona je manja od ove vrijednosti na visinama većim od 100 km iznad fotosfere. Dakle, kromosfera i korona su propusne za zračenje ove valne duljine.

Temperatura sjaja T_b se koristi kao mjera intenziteta zračenja u radio astronomiji. Na slikama Sunca u milimetarskom i centimetarskom području, mogu se uočiti područja više i niže temperature sjaja od one mirnog Sunca (T_{QS}). Ovo su tzv. visokotemperaturna područja (VTP, $T_b > T_{QS}$) i niskotemperaturna područja (NTP, $T_b < T_{QS}$). Proučavanja donjeg dijela kromosfere na milimetarskim valnim duljinama nude nekoliko prednosti u odnosu na proučavanje u vidljivom i ultraljubičastom području. Kao prvo, kontinuum se na ovim valnim duljinama formira u uvjetima lokalne termodinamičke ravnoteže, pa je funkcija izvora Planckova. Zatim, izvori opaciteta na ovim valnim duljinama (sudari elektrona s pozitivnim ionima i neutralnim vodikom) su vrlo dobro poznati. Konačno, budući da je ispunjeno $h\nu \ll k_B T_e$, vrijedi Rayleigh-Jeansova aproksimacija. [21]

Na slici 4.1 može se vidjeti snimka punog Sunčevog diska snimljena pomoću teleskopa Metsähovi.



Slika 4.1: Snimka punog Sunčevog diska dobivena pomoću radio teleskopa Metsähovi 27. svibnja 1993. Intenziteti zračenja u odnosu na mirno Sunce (7 800 K) su prikazani različitim bojama, od plave do crvene. Pune linije prikazuju područja triju koroninih šupljina. Preuzeto iz [22].

4.2 Mehanizam zračenja i određivanje temperature sjaja

Termičko zakočno zračenje u području temperatura između 10^4 i 10^7 K je mehanizam zračenja mirnih dijelova Sunca s magnetskim poljem manjim od 100 G ([23]). U radio astronomiji, intenzitet zračenja I se obično prikazuje preko temperature sjaja T_b (ona je mjera intenziteta zračenja i nije nužno jednaka termodinamičkoj temperaturi plazme), koristeći Rayleigh-Jeansovu aproksimaciju Planckovog zakona:

$$T_b = \frac{c^2 I}{2\nu^2 k_B}, \quad (4.2)$$

gdje je ν frekvencija, k_B Boltzmannova konstanta i c brzina svjetlosti u vakuumu. Temperatura sjaja je rješenje jednadžbe prijenosa zračenja [5]

$$T_b = \int_0^\infty T_e e^{-\tau} d\tau, \quad (4.3)$$

gdje je optička debljina $d\tau$ zakočnog zračenja za Sunčeve gustoće i uz zanemarivanje magnetskog polja dana s (detaljan izvod vidjeti u [24])

$$d\tau = \frac{0.01146 \ln \Lambda n_e^2}{(1 - 8.06 \cdot 10^7 n_e / \nu^2)^{1/2} \nu^2 T_e^{3/2}} ds. \quad (4.4)$$

Gauntov faktor $\ln \Lambda$ je slabo varirajuća funkcija elektronske temperature T_e i gustoće n_e . Njegova vrijednost za gornji dio kromosfere je otprilike 8.

Jednadžbe 4.3 i 4.4 upućuju na to da je utjecaj povećanja temperature na intenzitet radio zračenja ovisan o modelu. Naše se istraživanje temelji na modelima atmosfere Sunca iz rada [20], koji daju relativno dobro slaganje s mjerenjima ([25]). Osnovni model mijenjamo tako da opišemo uočene strukture (VTP i NTP) u milimetarskom području.

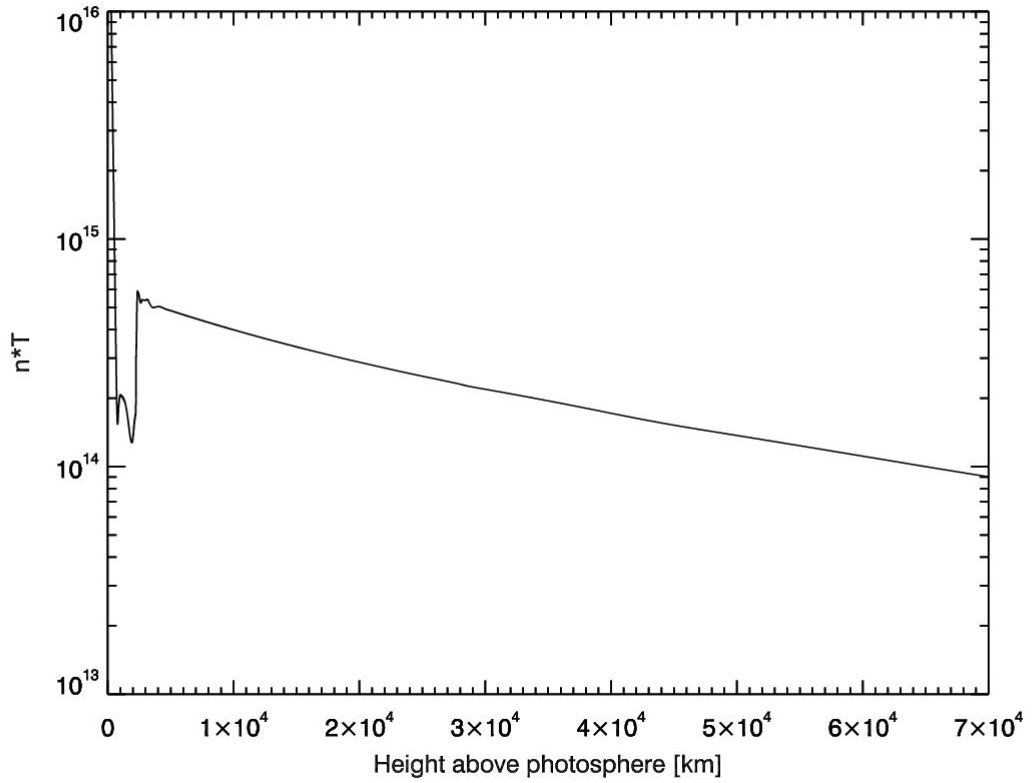
Izračun je napravljen programom koji računa temperaturu sjaja za različite valne duljine i pohranjuje doprinose temperaturi sjaja za različite visine. Konačno, program integrira te doprinose i daje ukupnu temperaturu sjaja za svaku valnu duljinu. [26]

4.3 Modeli niskotemperaturnih područja

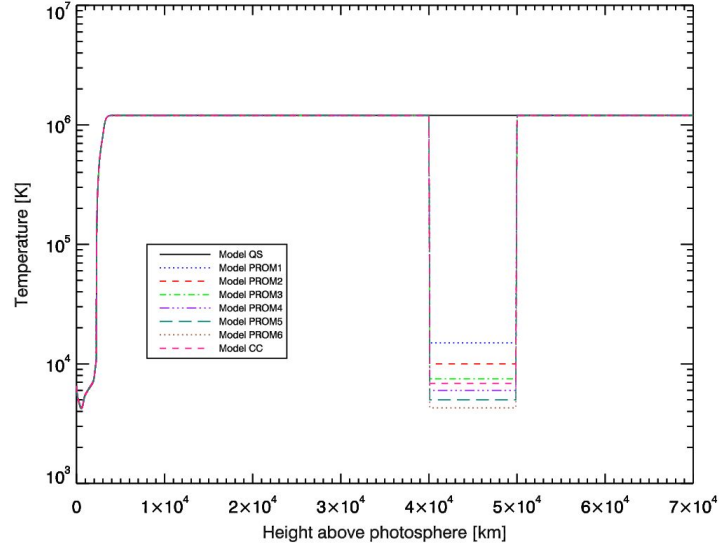
U jednoj od prijašnjih studija [27], pokazano je da su dvije trećine (69%) NTP-a prostorno povezane s $H\alpha$ filamentima, tj. prominencijama, što je u slaganju s ostalim istraživanjima provedenim u milimetarskom i centimetarskom području ([28], [29], [30], [31]). Prominencije su područja u Sunčevoj atmosferi kod kojih je gusti i hladni materijal iz kromosfere uronjen u koronu. Kad ih opažamo u drugoj perspektivi, u odnosu na Sunčev disk, najčešće su tamnija od Sunčevog diska te se tada koristi naziv *filament*. Svojstva prominencija ovise u okruženju u kojima nastaju, te posebno o magnetskim poljima ispod njih: filament se uvijek nalaze iznad neutralnih linija koje razdvajaju suprotne polaritete fotosferskih magnetskih polja (engl. *Polarity Inversion Line*, PIL). Širina, duljina i oblik filamenata prati neutralne magnetske linije. Budući da neutralne magnetske linije možemo naći posvuda po Sunčevom disku, tako možemo i filamente. Međutim, najviše ih se nalazi oko granica polarnih koroninih šupljina, između aktivnih područja ili oko njih, te unutar aktivnih područja [32].

Inverzno zakočno zračenje (engl. free-free absorption ili inverse bremsstrahlung) je glavni mehanizam zračenja. Ovaj je proces detaljno proučen u raznim istraživanjima, što međutim nije slučaj za NTP koja nisu povezana s prominencijama. Ovdje razvijamo modele za NTP koja jesu i koja nisu povezana s prominencijama [26]. Naš početni model kromosfere i korone je FAL model A [20], zajedno s Baumbach-Allen modelom korone na velikim visinama i elektronskom temperaturom od $T_e = 1.2 \cdot 10^6 K$ [33]. Ovaj model relativno uspješno opisuje strukturu koronine šupljine [22] i koristimo ga u ovoj analizi kao model mirnog Sunca (engl. Quiet Sun, QS). Za interpretaciju, prominencije shvaćamo kao niskotemperaturna područja u vezi s $H\alpha$ filamentima, a koronine kondenzacije kao niskotemperaturna područja koja nisu u vezi s $H\alpha$ filamentima. Pokazano je ([29]) da koronina kondenzacija, čija gustoća nije dovoljno velika da se vidi u $H\alpha$ liniji, može uzrokovati apsorpciju na milimetarskim valnim duljinama, tj. voditi na pojavu NTP-a. Uzimajući u obzir fizikalne parametre prominencija [34] i koroninih kondenzacija [29], razvijamo šest modela prominencija (PROM1, PROM2, PROM3, PROM4, PROM5, PROM6) i jedan model koronine kondenzacije (CC). U slučaju modela prominencija, zadržavamo hidrostatsku ravnotežu i množimo gustoću te dijelimo temperaturu s istim faktorom f ($f = 80, 120, 160, 200, 240, 280$ redom za mo-

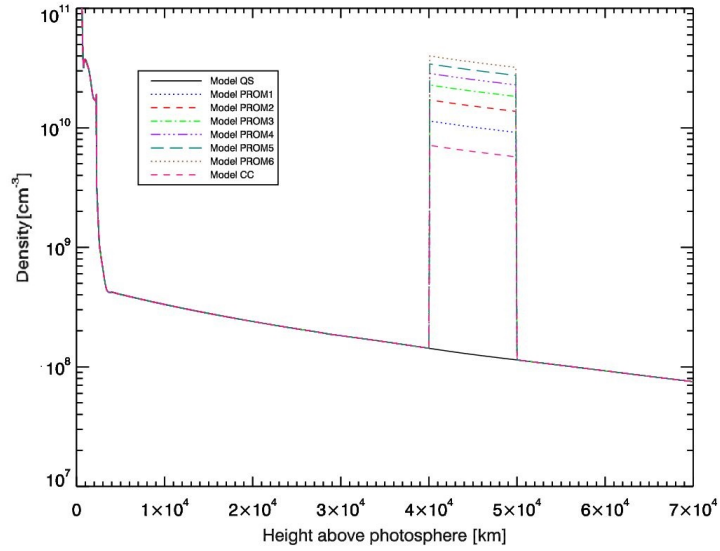
dele PROM1, PROM2, PROM3, PROM4, PROM5, PROM6) na visinama od 40 000 do 50 000 km (ovo je tipična visina prominencija koja se navodi u literaturi, vidjeti npr. [26], [21]). Za model CC vrijedi: $n_{CC} = n_{QS} \cdot 50$, $T_{CC} = T_{QS}/175$. U ovom slučaju ravnoteža tlaka u atmosferi je održana magnetskim poljem. Na slici 4.2 se nalazi ovisnost umnoška $n \cdot T$ (veličina koja je proporcionalna tlaku) o visini iznad fotosfere, dok se na slici 4.3 nalaze ovisnosti temperature T i gustoće n .



Slika 4.2: Ovisnost umnoška $n \cdot T$ o visini h iznad atmosfere. Kako se za modele prominencija temperatura dijeli, a gustoća množi istim faktorom, ova veličina ima jednaku ovisnost i za modele prominencija i za model mirnog Sunca.



(a) Ovisnost temperature T o visini h iznad fotosfere za model mirnog Sunca (QS), šest modela prominencija (PROM1-6) te za model koronine kondenzacije (CC).



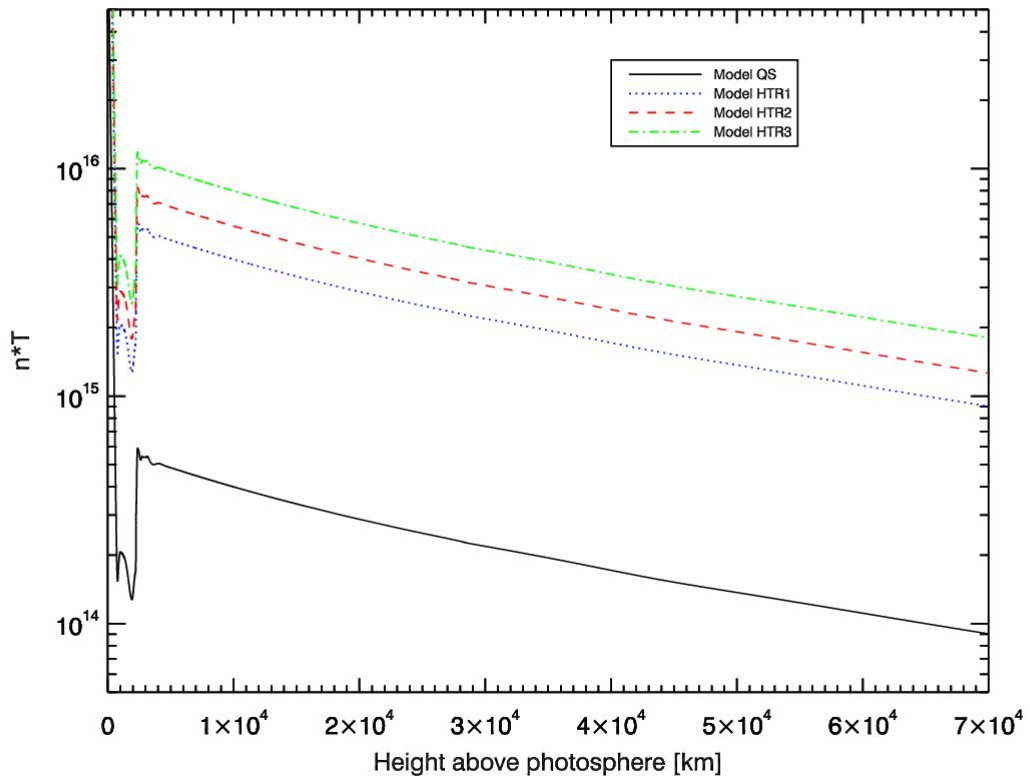
(b) Ovisnost gustoće n o visini h iznad fotosfere za model mirnog Sunca (QS), šest modela prominencija (PROM1-6) te za model koronine kondenzacije (CC).

Slika 4.3: Ovisnost temperature T i gustoće n za šest modela prominencija te model koronine kondenzacije, zajedno s modelom mirnog Sunca, o visini h iznad fotosfere.

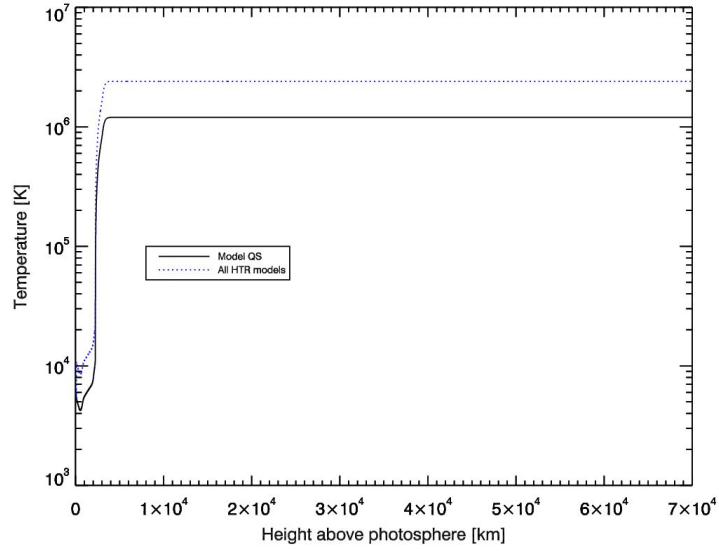
4.4 Modeli visokotemperaturnih područja

U slučaju VTP-a, koja su većinom vezana uz uobičajena aktivna područja, dva mehanizma zračenja mogu biti važna. Ako je termičko zakočno zračenje dominantan mehanizam zračenja, onda je pojačan intenzitet zračenja uzrokovan povećanom gustoćom u optički tankoj koroni. Drugi mogući mehanizam zračenja je žiromagnetska (ciklotronska) emisija u područjima gdje je prisutno veliko magnetsko polje (npr. [35]). Očekuje se da su ovakva područja prisutna unutar uobičajenih aktivnih područja.

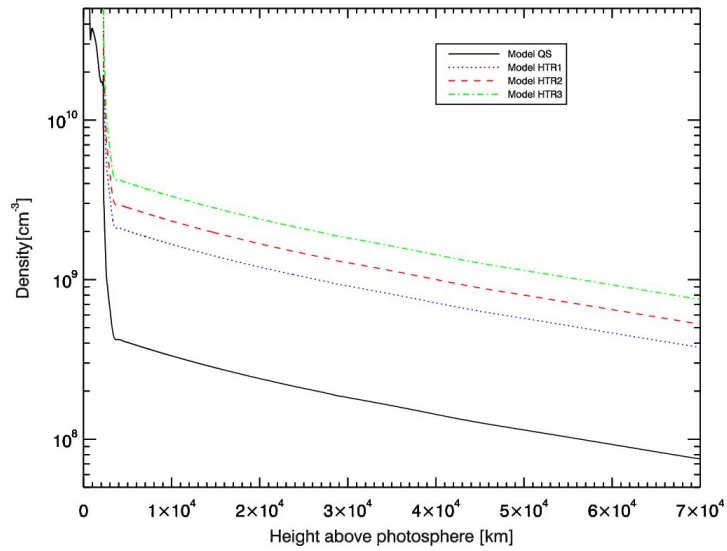
Uzimajući u obzir termičko zakočno zračenje, razvijamo različite modele (kao i u slučaju NTP-a). Pretpostavka je da, iznad aktivnih područja na visinama 100 km - 80 000 km, Sunčeva atmosfera ima različite vrijednosti gustoće i temperature od mirnih područja. Temperaturu korone množimo faktorom 2 u sva tri slučaja, dok gustoću množimo faktor 5, 7 i 10 redom za modele HTR1, HTR2 i HTR3 [26]. Ovisnosti umnoška $n \cdot T$ o visini za ove modele može se naći na slici 4.4, dok je ovisnost temperature T i gustoće n prikazana na slici 4.5.



Slika 4.4: Ovisnost umnoška $n \cdot T$ o visini h za model mirnog Sunca, te za modele aktivnih područja.



(a) Ovisnost temperature T o visini h iznad fotosfere za model mirnog Sunca (QS) i tri modela aktivnih područja (HTR1, HTR2, HTR3).



(b) Ovisnost gustoće n o visini h iznad fotosfere za model mirnog Sunca (QS) i tri modela aktivnih područja (HTR1, HTR2, HTR3)

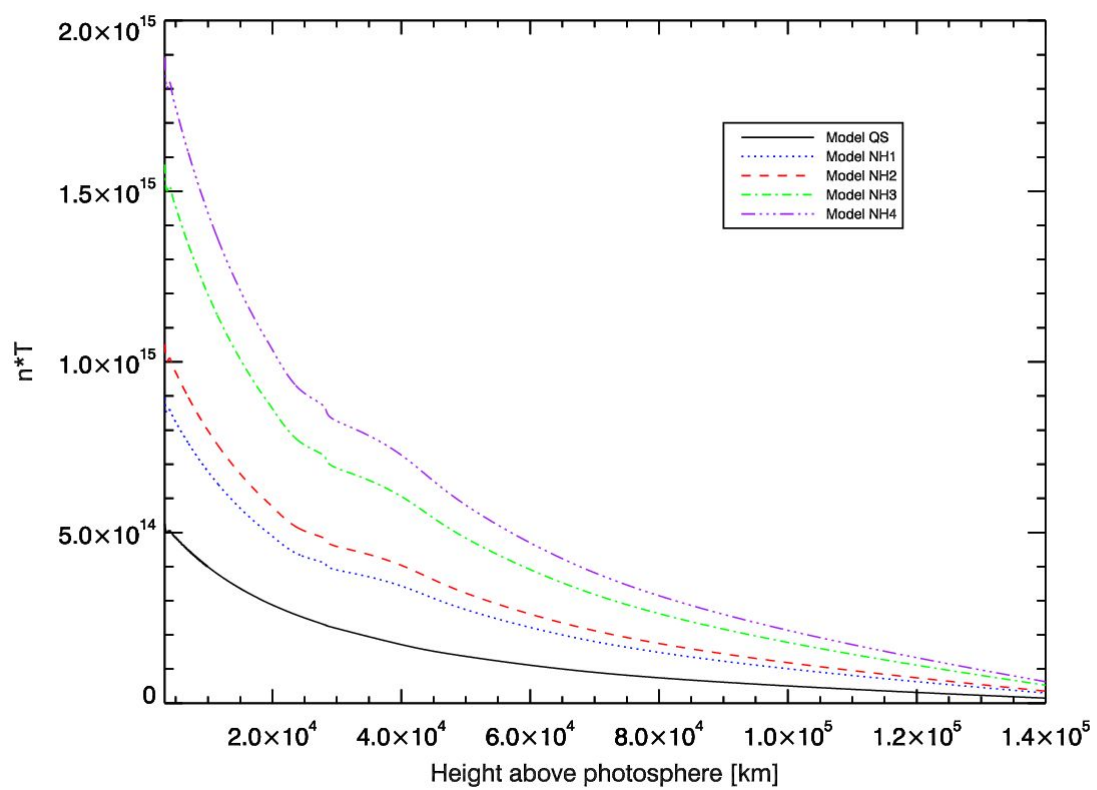
Slika 4.5: Ovisnost temperature T i gustoće n za tri modela aktivnih područja, zajedno s modelom mirnog Sunca, o visini h iznad fotosfere.

4.5 Modeli koronine šupljine

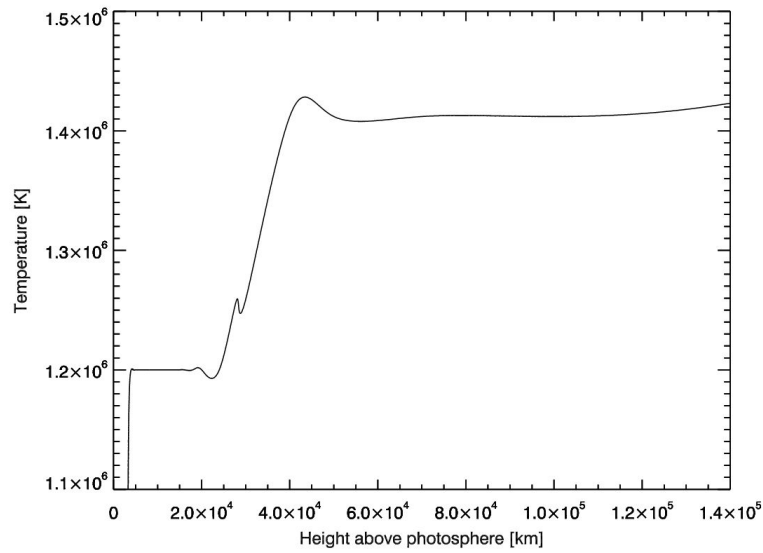
Koronine šupljine su područja u koroni s nižom temperaturom i gustoćom plazme od prosječne, što je uzrokovano otvorenim magnetskim poljima unutar njih. Mjerenja temperature sjaja u prijašnjim istraživanjima koroninih šupljina u centimetarskom i milimetarskom području pokazuju da su koronine šupljine većinom područja niske temperature sjaja, unutar kojih se mogu nalaziti manja područja visoke temperature sjaja, tj. pojačanog zračenja. Naš početni model, model mirnog Sunca, otprilike opisuje strukturu koronine šupljine. Budući da nas zanimaju samo relativni omjeri intenziteta unutar koronine šupljine te da se temperatura sjaja koroninih šupljina ne razlikuje puno od one mirnog Sunca, model mirnog Sunca (QS) koristimo kao model koronine šupljine. Ovaj model prilagođavamo tako da opišemo “non-hole” strukture. Ove se strukture javljaju kao visokotemperaturna područja unutar koroninih šupljina. Da bismo opisali ove strukture, koristimo se hibridnim modelom mreže [36] u kojem je temperatura (T) malo povećana, a elektronska gustoća (n) pomnožena faktorom f iznad određene visine. Vrijedi $T_{NH} > T_{CH}$ za $h > 28\,000$ km i $n_{NH} = n_{CH} \cdot f$, gdje se f mijenja između 1.7 i 3.6. Modeli se razlikuju samo u gustoći u prijelaznom području i na koroninim visinama ispod 28 000 km. Budući da je koronino zračenje optički tanko, promjena koronine temperature ne uzrokuje velike promjene temperature sjaja. Modeli imaju sljedeća svojstva [22]:

- Model NH1: $n_{NH} = n_{CH} \cdot 1.7$ za visine veće od 2543 km
- Model NH2: $n_{NH} = n_{CH} \cdot 2$ za visine veće od 2543 km; vrijednost ide do donje visine od 2400 km
- Model NH3: $n_{NH} = n_{CH} \cdot 3$ za visine veće od 2543 km; vrijednost ide do donje visine od 2371.36 km
- Model NH4: $n_{NH} = n_{CH} \cdot 3.6$ za visine veće od 2543 km; vrijednost ide do donje visine od 2265.13 km.

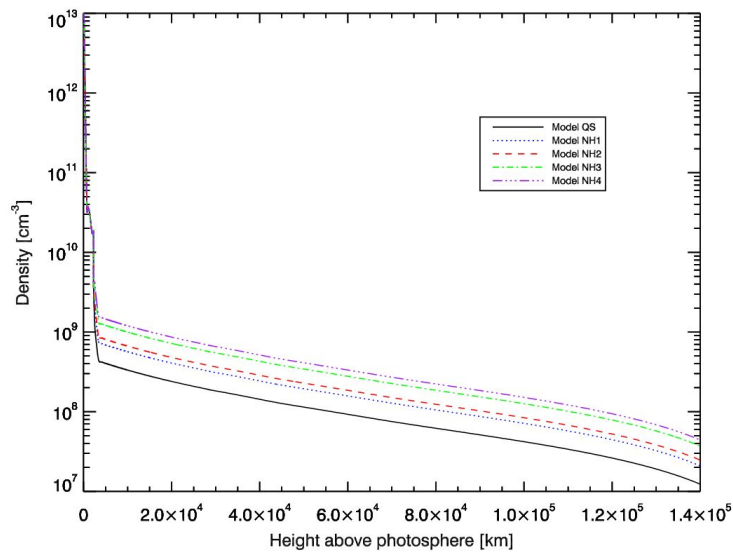
Ove vrijednosti temperatura i gustoća u modelima u slaganju su s raznim istraživanjima ([37], [38], [39]), kao i s preglednim člancima i knjigama ([40], [36], [41], [42], [43], [44], [45]). Ovisnost umnoška $n \cdot T$ o visini za ove modele može se naći na slici 4.6, dok je ovisnost temperature T i gustoće n prikazana na slici 4.7.



Slika 4.6: Umnožak elektronske gustoće n i temperature T za model mirnoog Sunca (QS) te četiri NH modela u ovisnosti o visini iznad fotosfere.



(a) Ovisnost temperature T o visini h iznad fotosfere za modele NH1-4.



(b) Ovisnost gustoće n o visini h iznad fotosfere za model mirnog Sunca (QS) i modele NH1-4.

Slika 4.7: Ovisnost temperature T i gustoće n za tri modela aktivnih područja, zajedno s modelom mirnog Sunca, o visini h iznad fotosfere.

5 Rezultati i rasprava

5.1 Zračenje mirnog Sunca

Emisija mirnog Sunca predstavlja minimalnu razinu zračenja koja dolazi od inverznog zakočnog zračenja. Područja između aktivnih područja možemo smatrati područjima mirnog Sunca. Mirna emisija Sunca je ona komponenta zračenja koja je konstantna u vremenu. Kako je emisija mirnog Sunca najjači izvor zračenja na metarskim i nižim valnim duljinama, često se koristi za kalibriranje manjih teleskopa.

Najprije se za testiranje točnosti našeg modela mirnog Sunca i analizu zračenja mirnog Sunca koristimo podacima iz rada [46]. U radu su prikazani rezultati promatranja između 1964. i 1978. godine na širokom pojasu valnih duljina: od 0.1 cm pa sve do 10 m. Točnost podataka je oko 10%. Usporedba naših modela i mjerenja iz navedenog rada se nalazi na slici 5.1. Iako je ovdje prikazana usporedba rezultata do metarskih valnih duljina zbog provjere našeg modela, u ostatku rada koncentrirat ćemo se na kraće valne duljine (do centimetarskih). Na većim valnim duljinama veliku ulogu u ukupnom intenzitetu zračenja može imati ciklotronsko zračenje, što nije predmet ovog rada.

Na slici možemo uočiti tri područja:

- (i) Na valnim duljinama manjim od otprilike 5 cm, emisija dolazi iz kromosfere. Vrijedi Rayleigh-Jeansova aproksimacija.
- (ii) Na valnim duljinama većim od 100 cm, zračenje dolazi iz korone (temperatura korone je otprilike milijun kelvina).
- (iii) Između je prijelazno područje u kojem zračenje dolazi iz gornje kromosfere-prijelaznog područja-donje korone.

Mape Sunca u radio području uključuju zračenje mirnog Sunca te pojačanu emisiju aktivnih područja. Posljednja se mijenjaju u obliku i intenzitetu na vremenskim skalama dana. Ovdje se fokusiramo na raspodjelu sjaja mirnog Sunca uzduž diska. Krećemo od zračenja na najmanjim valnim duljinama koje potječe iz najnižih dijelova atmosfere pa sve do zračenja najvećih valnih duljina koje nastaje u koroni.

5.1.1 Milimetarsko područje

U milimetarskom području, sjaj diska je jednolik do $R < 0.8R_{\odot}$. Izvan se uočava *zatamnjenje ruba*, efekt koji se objašnjava činjenicom da na rubu diska zračenje dolazi iz većih visina. Kako se u ovom području Sunčeve atmosfere (donja kromosfera) temperatura smanjuje s visinom, sjaj se također smanjuje.

5.1.2 Centimetarsko područje

U centimetarskom području, Sunce ima eliptični izgled. Na valnoj duljini od 2.8 cm, radijus je $1.04R_{\odot}$ na ekvatoru, te $1.01R_{\odot}$ u smjeru polova. Zračenje nastaje na većim

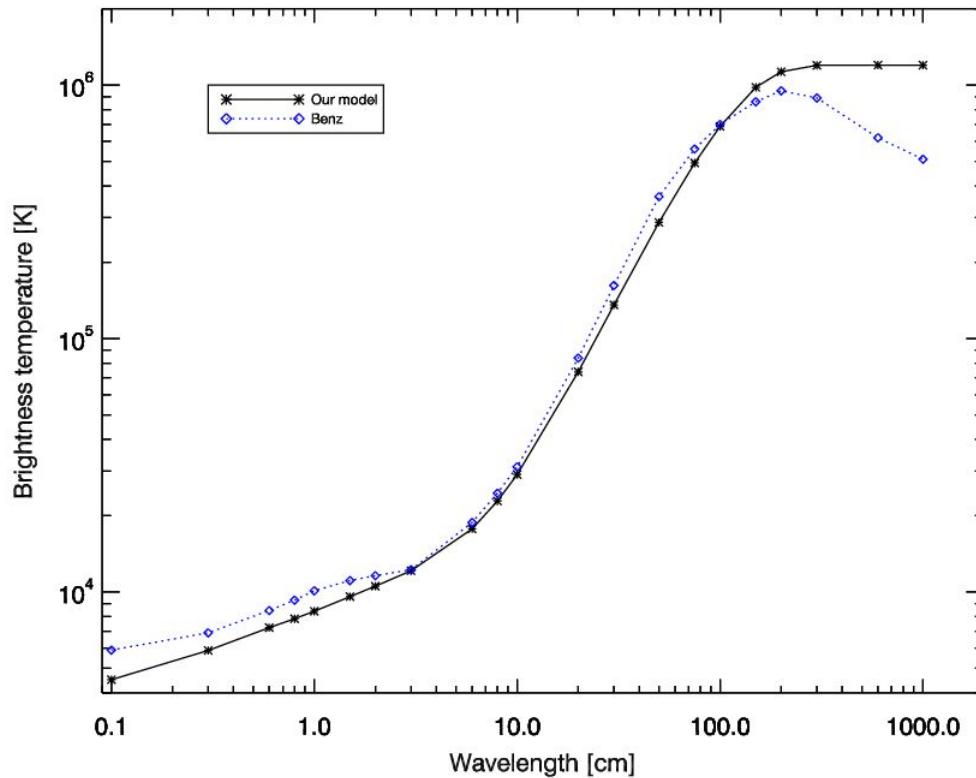
visinama u kromosferi gdje se temperatura povećava s visinom. Pojačana emisija na rubu diska je jasno vidljiva.

5.1.3 Decimetarsko i metarsko područje

Zračenje na ovim valnim duljinama nastaje u koroni. Na metarskim valnim duljinama, indeks loma je manji od 1 na većem dijelu puta zračenja. Refrakcija i sudari dovode na savijanje puta zračenja. Zračenje ne ide pravocrtno, izbjegava gušći dio korone te ju napušta prije nego optička debljina dosegne vrijednost 1. Zbog ovog korona nije optički debela na valnim duljinama većim od 3 m te se ne ponaša kao crno tijelo. Temperatura sjaja se smanjuje na

$$T_{rad} = T_e(1 - e^{-\tau}), \quad (5.1)$$

gdje je T_e temperatura elektrona u koroni. [46]



Slika 5.1: Usporedba temperature sjaja dobivene pomoću našeg modela mirnog Sunca i mjerenja navedenih u članku [46].

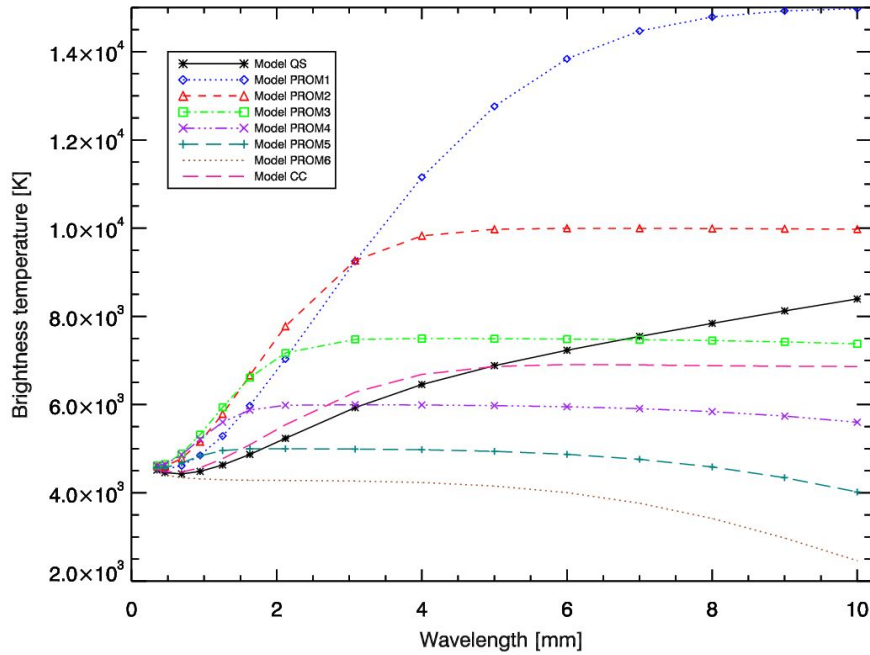
Moguće je napraviti usporedbu i s drugim modelima zračenja mirnog Sunca. Tako se u članku [47] navodi model atmosfere u kojem je na optički tanku emisiju korone dodan konstantni doprinos od kromosfere:

$$T_b = A\nu^{-2.1} + T_{chrom}. \quad (5.2)$$

Prilagodbom mjerenja iz navedenog članka u području frekvencija 1 - 18 GHz (1.7 - 30 cm), dobivenih teleskopom u dolini Owens (California, SAD), na navedeni model, autori navode sljedeće vrijednosti parametara: $A=140\,077$ K i $T_{chrom}=10\,880$ K. Optička debljina korone ovisi o valnoj duljini kao λ^2 te je vrlo mala na malim valnim duljinama (visokim frekvencijama). Odatle dolazi ovakva ovisnost o frekvenciji gornjeg modela: model pretpostavlja optički tanku koronu i zanemariv doprinos prijelaznog područja; na niskim frekvencijama ovisnost temperature sjaja dolazi od $\nu^{-2.1}$ ovisnosti koronine optičke debljine (popravka u odnosu na obrnuto kvadratnu ovisnost je sadržana u Gauntovom faktoru). Prilagodbom naših rezultata na ovaj model, u području frekvencija 1.5 - 15 GHz (2 - 20 cm), dobivamo sljedeće vrijednosti parametara: $A=(146\,000 \pm 5\,000)$ K i $T_{chrom} = (12\,000 \pm 1\,000)$ K, u dobrom slaganju s vrijednostima iz navedenog članka.

5.2 Niskotemperaturna područja

Izračunate temperature sjaja za šest modela prominencija te model koronine kondenzacije nalaze se na slici 5.2. Budući da modeli PROM1 i PROM2 daju temperature sjaja bitno veće od onih mirnog Sunca na cijelom rasponu valnih duljina, njih odbacujemo i ne uzimamo kao relevantne za daljnju analizu. Također, odbacujemo i modele PROM5 i PROM6 jer daju prevelike depresije u temperaturi sjaja u odnosu na mirno Sunce. Dakle, našu analizu temeljimo na modelima PROM3 ($T_b = T_{QS}/160, n = n_{QS} \cdot 160$) i PROM4 ($T_b = T_{QS}/200, n = n_{QS} \cdot 200$) te modelu CC ($T_b = T_{QS}/175, n = n_{QS} \cdot 50$). Kod svih modela postoje dva režima: aporpcija i emisija. Kod modela PROM3 prijelaz se događa na otprilike 7 mm, dok je kod modela PROM4 on već na 3 mm. Kod modela CC emisija je do približno 5 mm, nakon čega slijedi apsorpcija. Ovdje treba naglasiti da su promatranja na valnim duljinama kraćim od 3 mm vrlo rijetka i ograničene prostorne razlučivosti, te ne postoji konsenzus jesu li prominencije u ovom dijelu spektra u emisiji ili apsorpciji. Na ovim valnim duljinama prominencije prelaze i iz optički debelog medija (na većim valnim duljinama) u optički tanki medij (na submilimetarskim valnim duljinama). Tako se u članku [21] navodi vrijednost od $\tau \approx 0.12$ na $\lambda = 0.85$ mm. Također, autori istog članka navode kako je temperatura sjaja prominencija na valnim duljinama od 0.85 mm te 1.25 mm, na kojima su promatranja izvršena, usporediva ili nešto niža od one mirnog Sunca. U članku [48] se navode promatranja prominencija na $\lambda = 3.1$ mm i $\lambda = 8.3$ mm. Dobivena temperatura sjaja u tom članku na $\lambda = 3.1$ mm je $T_b = 0.95T_{QS}$. Model PROM4 daje otprilike jednaku temperaturu sjaja onoj mirnog Sunca na ovoj valnoj duljini, dok model PROM3 daje višu temperaturu sjaja. Na $\lambda = 8.3$ mm isti autori navode smanjenje emisije za 20%, što je otprilike u skladu s našim modelima (za model PROM3 $T_b = 0.95T_{QS}$, dok je za model PROM4 $T_b = 0.74T_{QS}$). Slično smanjenje emisije na $\lambda = 8$ mm u odnosu na mirno Sunce je navedeno i u članku [49]. U članku [50] se navodi smanjenje temperature sjaja od 6% do 11%, opet u skladu s modelima. Ovi rezultati se mogu objasniti



Slika 5.2: Izračunate temperature sjaja za šest modela prominencija (PROM1-6) te model koronine kondenzacije (CC), zajedno s temperaturama sjaja mirnog Sunca (QS).

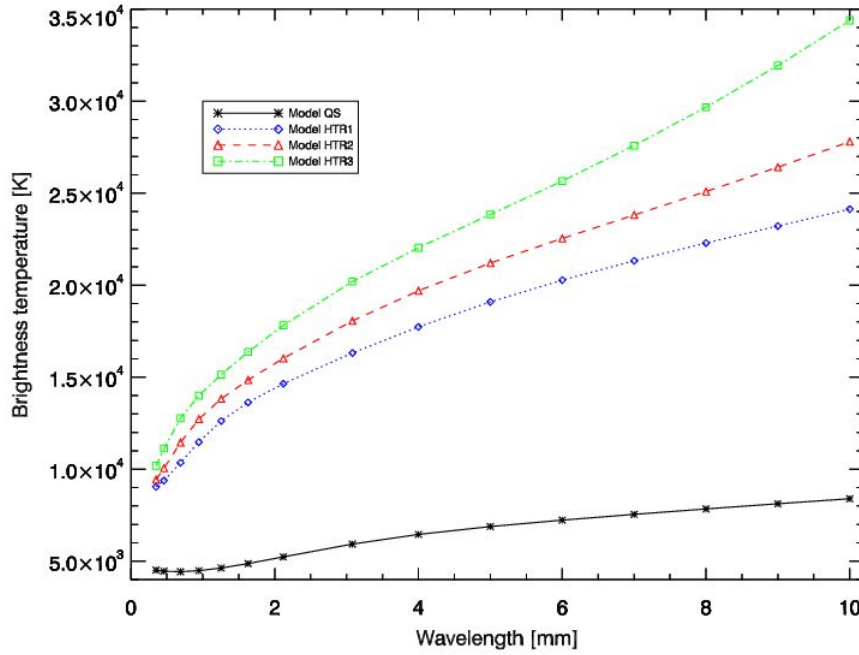
na sljedeći način. Zračenje na ovim valnim duljinama dolazi iz visina koje su niže od onih na kojima se prominencije nalaze te se to zračenje u njima apsorbira (slično kao i u optičkom dijelu spektra). Tako filamente možemo vidjeti kao “lukove” u optičkom dijelu spektra. Apsorbirano zračenje se re-emitira u svim smjerovima, pa u smjeru iz kojeg promatramo filamente dolazi manjak zračenja.

5.3 Visokotemperaturna područja

Kao što je već navedeno, iznad magnetski aktivnih područja, na visinama 100 km - 80 000 km, Sunčeva atmosfera ima veću gustoću i veću temperaturu od mirnih područja. U našim modelima, konkretno, gustoću množimo faktorima 5, 7 i 10, a temperaturu faktorom 2 za sva tri modela HTR1, HTR2, HTR3 (prema engl. high temperature region, HTR). Temperature sjaja dobivene ovim modelima nalaze se na slici 5.3. Očekivano, povećana gustoća i temperatura rezultiraju povećanom emisijom, tj. temperaturom sjaja koja je veća od one mirnog Sunca. Konkretno, u rasponu valnih duljina do 1 cm, imamo povećanje emisije za faktor 2 na najnižim valnim duljinama, pa sve do faktora 4 na valnoj duljini od 1 cm. Na valnoj duljini od 8 mm, temperatura sjaja je povećana u odnosu na onu mirnog Sunca za faktore u rasponu 2.7 - 3.8, ovisno o modelu. Ovaj rezultat je u skladu s promatranjima iz rada [51], gdje je unutar aktivnog područja izmjereno povećanje emisije za faktor 2.7. Zaista, ovakva jaka emisija

aktivnih područja moguća je pri provalama mikrovalnog zračenja unutar njih, što se može vidjeti na prikazima Sunca na različitim valnim duljinama.

Budući da u aktivnim područjima postoje snažna magnetska polja, moguć je doprinos žiromagnetskog zračenja. Međutim, kao što je u radu [26] pokazano, ovaj doprinos je zanemariv na milimetarskim valnim duljinama zbog ipak nedovoljno jakih magnetskih polja.



Slika 5.3: Prikazana je temperatura sjaja za model mirnog Sunca (QS), te za tri modela aktivnih područja (HTR1, HTR2, HTR3).

5.4 Koronine šupljine

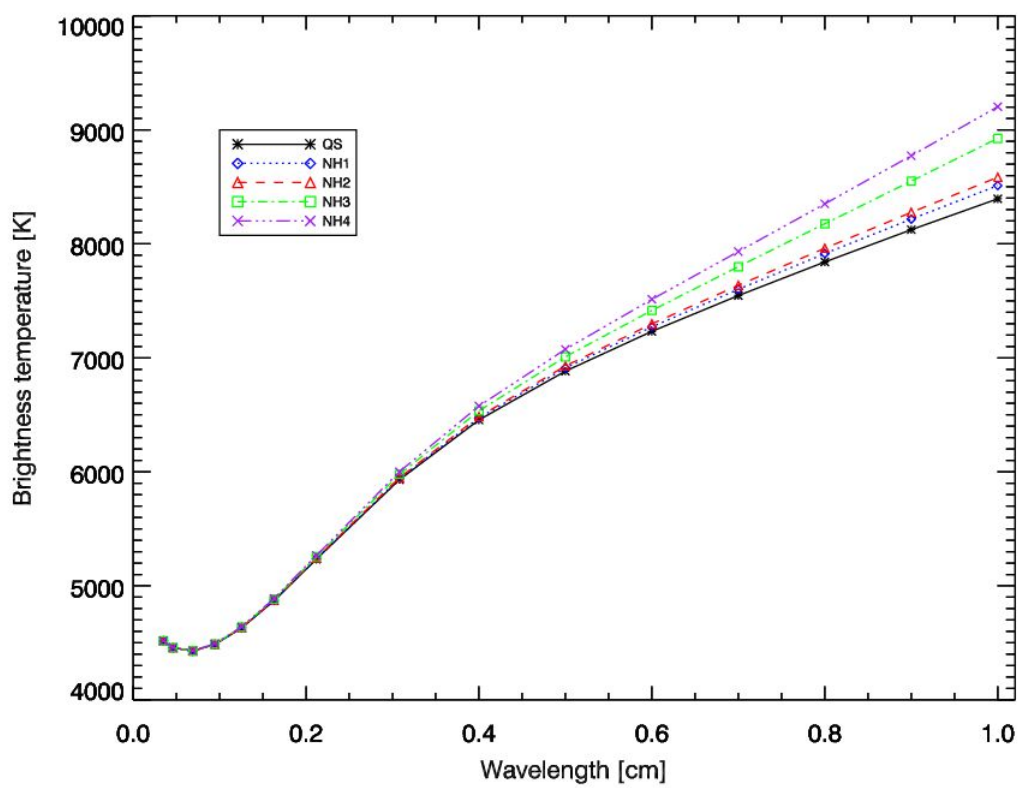
Konačno, pomoću prezentiranih modela pokušavamo opisati strukturu koronine šupljine. Budući da nas zanimaju samo relativni omjeri intenziteta unutar koronine šupljine te da se temperatura sjaja koroninih šupljina ne razlikuje puno od one mirnog Sunca, model mirnog Sunca (QS) koristimo kao model koronine šupljine. Ovaj model sad prilagođavamo tako da opišemo “non-hole” strukture. Ove se strukture javljaju kao visokotemperaturna područja unutar koroninih šupljina, pa ćemo ih odsad zvati CH-VTP. Treba napomenuti kako CH-VTP-i nisu povezani s aktivnim područjima diskutiranim u prijašnjem poglavlju. Dije se na kompaktna (veličine 1' ili manje) i difuzna (prostiru se preko cijele koronine šupljine) područja. Kao što [52] navode, koronine šupljine se uočavaju kao NTP na valnim duljinama od 3 mm do otprilike 3 cm, a CH-VTP se uočavaju na valnim duljinama od 3.5 mm do 1.7 cm. Problem kod promatranja

koroninih šupljina je što nemaju jaki kontrast naspram mirnog Sunca te što i filamenti rezultiraju NTP-ima na milimetarskim valnim duljinama. Kao što smo već vidjeli, nisu sva NTP na milimetarskim valnim duljinama povezana s H_α filamentima. Moguće je da su neka od NTP-a koja nisu povezana s H_α filamentima dijelovi koronine šupljine [53].

Dobivene temperature sjaja četiri NH modela te QS modela se nalaze na slici 5.4. Rezultate testiramo na nekoliko valnih duljina, obuhvaćajući cijeli raspon od interesa. Na valnoj duljini 1.7 cm (koja je čak izvan područja prikazanog na slici 5.4) naši NH modeli daju pojačanu emisiju CH-VTP-a u rasponu 350 - 2 400 K (3.5 - 24.2 %). Ovo je u slaganju s rezultatima u radu [52], koji navode da su difuzna područja otprilike za 1 000 K (10%) sjajnija od mirnog Sunca, dok kompaktna mogu biti sjajnija i za 3 000 K (30%). Ovdje valja napomenuti kako su područja povećane emisije na polovima općenito sjajnija od istih područja na ekvatoru zbog efekta suprotnog zatamnjenu ruba - područja na rubu diska sjajnija su od onih u centru. Na valnoj duljini od 8 mm dobivamo razlike temperatura sjaja između NH modela i QS modela u rasponu 73 - 510 K (0.9 - 6.5%). Za usporedbu, autori u članku [54] na vanoj duljini od 8.3 mm dobivaju povećanje sjaja u rasponu 3 - 7%, što je u dobrom slaganju s našim modelima. U skladu s mjerenjima iz istog rada, na valnoj duljini od 3 mm nije dobivena pojačana emisija unutar koroninih šupljina. Isto vrijedi i za kraće valne duljine. Utemeljeno na gore navedenim modelima i izračunima, smanjena temperatura sjaja koroninih šupljina najvjerojatnije dolazi od smanjene emisije u koroni, što se slaže i s prethodnim mjerenjima u milimetarskom području. Sada je još potrebno objasniti i pristunost CH-VTP-a. U milimetarskom području, viši dijelovi korone ne doprinose zračenju, donji dijelovi korone su optički tanki, a kromosfera je optički debela. Konkretno, na valnoj duljini od 8 mm, doprinos temperaturi sjaja se drastično smanjuje za visine niže od 1 500 km i više od 2 200 km. Pojačana emisija unutar koronine šupljine može biti uzrokovana: povećanom gustoćom u prijelaznom području i nižoj koroni i/ili lokalno povećanom temperaturom u kromosferi. U članku [22] autori su isključili drugu mogućnost. Međutim, gustoća u koroninim šupljinama može varirati i do faktora 4 [55] te dovesti do promjena u temperaturi sjaja vidljivim na slici 5.4.

Ostali mehanizmi zračenja, poput žiromagnetskog (ciklotronskog zračenja), ne doprinose u područjima nedovoljno jakog magnetskog polja. Tako je u članku [56] pokazano da bi pojačani rep u distribuciji suprathermalnih elektrona smanjio temperaturu sjaja za 2% na frekvenciji od 20 GHz (valnoj duljini od 1.5 cm).

Utemeljeno na našim izračunima, zaključujemo kako je povećana temperatura sjaja na milimetarskim valnim duljinama uzrokovana povećanom gustoćom u prijelaznom području i donjoj koroni (tj. tamo gdje je temperatura manja od 10^6 K). Termičko zakočno zračenje može objasniti i visoko- i nisko-temperaturna područja vezana uz koronine šupljine, iako se doprinosi od drugih mehanizama zračenja ne mogu potpuno isključiti.



Slika 5.4: Izračunate temperature sjaja za model mirnog Sunca (QS, koji u ovoj analizi koristimo kao model koronine šupljine) te četiri “non-hole” modela.

6 Zaključak

Prijenos zračenja u Sunčevoj unutrašnjosti i atmosferi ključan je za razumijevanje fizike Sunca. Ovo je razlog zbog kojeg se veliki broj istraživanja orijentira upravo na probleme vezane uz zračenje Sunčeve atmosfere. Napretkom tehnologije, dobivaju se sve točnija saznanja o uvjetima koji tamo vladaju.

Cilj ovog rada bio je predstaviti teorijski i opažački aspekt problema, kao i važnost različitih modela Sunčeve atmosfere.

U prvom poglavlju predstavljeni su opći podaci o Suncu te njegovom položaju u našoj galaksiji. Također, dan je pregled nuklearnih reakcija koje se odvijaju u njegovoj sredici. Opisani su i slojevi Sunčeve atmosfere: fotosfera, kromosfera i korona.

Drugo poglavlje donosi teorijsku pozadinu modela korištenih u ovom radu. Dan je izvod jednadžbe prijenosa zračenja te termičkog zakočnog zračenja, jedinog pretpostavljenog mehanizma zračenja u submilimetarskom, milimetarskom i centimetarskom području valnih duljina.

U trećem poglavlju navedeni su značajni opservatoriji koji opažaju u ovom području valnih duljina. Posebna pozornost posvećena je ALMA-i, trenutno najvećem astronomskom projektu na svijetu. Nabrojani su i neki manji opservatoriji značajni za temu ovog rada (posebno Metsähovi Radio Observatory i Nobeyama Radioheliograph).

Četvrto poglavlje donosi pregled modela Sunčeve atmosfere. Modeli daju temperaturu sjaja za danu valnu duljinu integrirajući jednadžbu prijenosa zračenja, uz pretpostavku da je termičko zakočno zračenje jedini mehanizam zračenja. Podaci o temperaturi elektrona i njihovoj gustoći u ovisnosti o visini iznad fotosfere preuzeti su iz semi-empirijskih modela (FAL modeli). Modeli su korišteni za opisivanje sljedećih struktura Sunčeve atmosfere: mirnog Sunca, aktivnih područja, filamenata (prominencija) i koroninih šupljina.

Peto poglavlje donosi rezultate modela. Dobro slaganje s mjerenjima mirnog Sunca dobiveno je do metarskih valnih duljina. Također, naši modeli uspoređeni su s drugim teorijskim modelom mirnog Sunca te je dobiveno dobro slaganje u području valnih duljina 2 - 20 cm. Izračunate su temperature sjaja i za različite strukture Sunčeve atmosfere: filamente (prominencije), aktivna područja i koronine šupljine. Filamenti imaju veći intenzitet zračenja od mirnog Sunca na manjim valnim duljinama (ovisno o modelu, do područja između 3 i 7 mm), dok na većim valnim duljinama imaju manji intenzitet zračenja od mirnog Sunca. Za aktivna područja, dobivene temperature sjaja su veće od onih mirnog Sunca u rasponu faktora 2 - 4, ovisno o frekvenciji. Očekivano, veća gustoća elektrona i njihova temperatura u ovim područjima rezultira većom temperaturom sjaja. Što se tiče koroninih šupljina, cilj je bio istražiti razliku intenziteta između mirnog Sunca i koronine šupljine te pojavu visokotemperaturnih područja unutar njih. Dobivene su temperature sjaja veće od okolne koronine šupljine, koje se kvantitativno slažu s rezultatima mjerenja na svim valnim duljinama od interesa. Na najnižim valnim duljinama (ispod 3 mm), nije dobivena pojačana emisija

ovih područja, također u skladu s dosadašnjim mjerenjima i pripadnim modelima. Dosad su ovi modeli primijenjeni samo na valnu duljinu od 8 mm. U ovom radu izloženi su njihovi rezultati na širem području valnih duljina (od 0.3 mm do 1 cm, otprilike jednako području valnih duljina na kojem radi ALMA). Uskoro se mogu očekivati i prva znanstveno verificirana mjerenja Sunca pomoću ALMA-e, tako da će ovi modeli moći biti direktno provjereni. Daljnji korak u istraživanju bilo bi razvijanje složenijeg modela aktivnih područja te dublja analiza ovih struktura. ALMA će u godinama koje slijede biti ključni instrument u razrješavanju mnogih pitanja i problema vezanih uz fiziku Sunca, ali i brojna druga područja astrofizike.

Literatura

- [1] R. A. Freedman and W. J. Kaufmann III. *Universe*. W. H. Freeman and Company, New York, 2005.
- [2] Wikipedia. Sun. <http://en.wikipedia.org/wiki/Sun>, preuzeto 13.5.2014.
- [3] Matko Milin. Nuklearna astrofizika. Fizički odsjek, Prirodoslovno matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2011.
- [4] E. Böhm Vittense. *Introduction to Stellar Astrophysics*, volume 2, Stellar Atmospheres. University of Cambridge, Cambridge, 1989.
- [5] K. Rohlfs, T. L. Wilson, and S. Hüttemeister. *Tools of Radio Astronomy*. Springer, Berlin, 2009.
- [6] L. Oster. *Rev. Mod. Phys.*, 33:525, 1961.
- [7] W. Altenhoff, P. G. Mezger, H. Wendker, and F. Westerhout. *Veröffentlichungen Universitäts-Sternwarte Bonn*, 59:48, 1960.
- [8] Wikipedia. Radioastronomy. http://en.wikipedia.org/wiki/Radio_astronomy, preuzeto 13.5.2014.
- [9] ALMA collaboration. Atacama large millimeter/submillimeter array. <http://www.almaobservatory.org/en/site-map>, preuzeto 13.5.2014.
- [10] M. Karlický and M. Bárta. ALMA and Solar research. In A. Bonano, E. de Gouveia Dal Pino, and A. G. Kosovichev, editors, *Proceedings IAU Symposium 274: Advances in Plasma Astrophysics*, page 284, 2010.
- [11] NRAO. VLA. <http://www.vla.nrao.edu/>, preuzeto 14.5.2014.
- [12] Wikipedia. Very Large Array. http://en.wikipedia.org/wiki/Very_Large_Array, preuzeto 14.5.2014.
- [13] Aalto University. Metsähovi radio observatory. <http://metsahovi.aalto.fi/en/>, preuzeto 14.5.2014.
- [14] SAO RAS. RATAN-600. <http://www.sao.ru/Doc-en/Telescopes/ratan/descrip.html>, preuzeto 28.5.2014.
- [15] National Astronomical Observatory of Japan. Nobeyama Radioheliograph. <http://solar.nro.nao.ac.jp/norh>, preuzeto 14.5.2014.
- [16] SKA collaboration. Square kilometre array. <https://www.skatelescope.org/project/>, preuzeto 4.6.2014.
- [17] R. Brajša. *Solar Physics*, 144:199, 1993.

- [18] E. Tandberg-Hanssen. *Solar Prominences*. D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, 1974.
- [19] H. H. Voigt. *Abbriss der Astronomie*. Bibliographisches Inst., Mannheim, 1974.
- [20] J. M. Fontenla, E. H. Avrett, and R. Loeser. *Astrophysical Journal*, 406:319, 1993.
- [21] T. S. Bastian, M. W. Ewell, and H. Zirin. *Astrophysical Journal*, 415:364, 1993.
- [22] R. Brajša, A. O. Benz, M. Temmer, R. Jurdana-Šepić, B. Šaina, and H. Wöhl. *Solar Physics*, 245:167, 2007.
- [23] G. Hurford. Solar Radio Observations. In J. T. Schmelz and J. C. Brown, editors, *NATO ASIC Proc. 373: The Sun: A Laboratory for Astrophysics*, page 297, 1992.
- [24] A. O. Benz. *Plasma Astrophysics*. Kluwer Academic, Dordrecht, 2002.
- [25] T. S. Bastian, G. A. Dulk, and Y. Leblanc. *Astrophysical Journal*, 473:539, 1996.
- [26] R. Brajša, I. Romštajn, H. Wöhl, A. O. Benz, M. Temmer, and D. Roša. *Solar Physics*, 493:613, 2009.
- [27] R. Brajša, V. Ruždjak, B. Vršnak, H. Wöhl, S. Pohjolainen, and S. Urpo. *Solar Physics*, 184:281, 1999.
- [28] M. Butz, W. Hirth, and E. Füst. *Mitt. Astron. Ges.*, 38:211, 1976.
- [29] M. R. Kundu, E. Fürst, W. Hirth, and M. Butz. *Astronomy & Astrophysics*, 62:431, 1978.
- [30] E. J. Schmahl, M. Bobrowsky, and M. R. Kundu. *Solar Physics*, 71:311, 1981.
- [31] M. R. Kundu, M. Melozzi, and R. K. Shevgaonkar. *Astronomy & Astrophysics*, 167:166, 1986.
- [32] S. Parenti. *Living Reviews in Solar Physics*, 11:1, 2014.
- [33] A. O. Benz, S. Krucker, L. W. Acton, and T. S. Bastian. *Astronomy & Astrophysics*, 320:993, 1997.
- [34] O. Engvold, T. Hirayama, J. L. Leroy, E. R. Priest, and E. Tandberg-Hanssen. Hvar Reference Atmosphere of Quiescent Prominences. In V. Ruždjak and E. Tandberg-Hanssen, editors, *IAU Colloq. 117: Dynamics of Quiescent Prominences*, volume 363 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, page 294, 1990.
- [35] M. J. Aschwanden, J. Lim, D. E. Gary, and J. A. Klimchuk. *Astrophysical Journal*, 454:512, 1995.

- [36] A. Gabriel. The Solar Corona. In J. T. Schmelz and J. C. Brown, editors, *NATO ASIC Proc. 373: The Sun: A Laboratory for Astrophysics*, page 277, 1992.
- [37] H. Hara, S. Tsuneta, L. W. Acton, M. E. Bruner, J. R. Lemen, and Y. Ogawara. *Publ. Astron. Soc. Japan*, 46:493, 1994.
- [38] G. A. Doschek, H. P. Warren, J. M. Laming, J. T. Mariska, K. Wilhelm, P. Lamy, U. Schühle, and T. G. Moran. *Astrophysical Journal*, 482:L109, 1997.
- [39] P. T. Gallagher, M. Mathioudakis, F. P. Keenan, K. J. h. Phillips, and K. Tsinganos. *Astrophysical Journal*, 524:L133, 1999.
- [40] M. Stix. *The Sun*. Springer, Berlin, 1989.
- [41] L. Golub and J. M. Pasachoff. *The Solar Corona*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [42] E. Avrett. In A. N. Cox, editor, *Allen's Astrophysical Quantities*, AIP Press, page 348. Springer, New York, 2000.
- [43] S. Koutchmy. Corona. In A. N. Cox, editor, *Allen's Astrophysical Quantities*, AIP Press, page 357. Springer, New York, 2000.
- [44] K. R. Lang. *The Sun from Space*. Springer, Berlin, 2000.
- [45] M. Aschwanden. *Physics of the Solar Corona*. Springer, Berlin; Praxis, Chichester, 2004.
- [46] A. O. Benz. *Landolt-Börnstein Group VI: Astronomy and Astrophysics*, 4B:80, 2009.
- [47] H. Zirin, B. M. Baumert, and G. J. Hurford. *Astrophysical Journal*, 370:779, 1991.
- [48] E. Hiel, M. Ishiguro, T. Kosugi, and K. Shibasaki. Dark filaments observed at 8.3mm and 3.1mm wavelength. In A. I. Poland, editor, *NASA Conference Publication*, volume 2442 of *NASA Conference Publication*, page 109, 1986.
- [49] U. V. Khangil'din. *Soviet Astronomy*, 8:234, 1964.
- [50] B. Vršnak, S. Pohjolainen, S. Urpo, H. Teräsanta, R. Brajša, V. Ruždjak, Z. Moradian, and S. Jurač. *Solar Physics*, 137:67, 1992.
- [51] S. Pohjolainen, S. Urpo, and H. Teräsanta. *Hvar Obs. Bull*, 15:21, 1991.
- [52] T. Moran, N. Gopalswamy, I. E. Dammasch, and K. Wilhelm. *Astronomy & Astrophysics*, 378:1037, 2001.
- [53] M. R. Kundu and Sou-Yang Liu. *Solar Physics*, 49:267, 1976.

- [54] T. Kosugi, M. Ishiguro, and K. Shibasaki. *Publ. Astron. Soc. Japan*, 38:1, 1986.
- [55] S. Pohjolainen. *Astronomy & Astrophysics*, 361:349, 2000.
- [56] C. Chiuderi and F. Chiuderi Drago. *Astronomy & Astrophysics*, 422:331, 2004.