Dinamika međuplanetarne prašine pod utjecajem negravitacijskih sila

Baljkas, Marija

Undergraduate thesis / Završni rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:166:576553

Rights / Prava: Attribution-NonCommercial 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno 4.0 međunarodna

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Science

zir.nsk.hr

UNIVERSITY OF SPLIT

dabar

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

Dinamika međuplanetarne prašine pod utjecajem negravitacijskih sila

Marija Baljkas

Mentor: izv.prof.dr.sc. Dejan Vinković

ZAVRŠNI RAD

Split, Rujan 2015.

Odjel za fiziku
Prirodoslovno-matematički fakultet
Sveučilište u Splitu



Sažetak

Gibanje međuplanetarne prašine upravljano je gravitacijskim silama te silama uzrokovanim Sunčevim zračenjem. Primarni efekt zračenja je radijalni tlak zračenja, a sekundarni efekt je Poynting Robertson efekt. Problem dinamike čestica rješavan je numeričkom integracijom u C++-u pomoću 'Position Extended Forest –Ruth Like' algoritma. Promatrano je ponašanje čestica u ovisnosti o njihovoj veličini te početnoj brzini. Naglasak je stavljen na čestice radijusa većeg od $1\mu m$ budući da su manje čestice zbog tlaka zračenja otpuhane iz Sunčeva sustava velikom brzinom. Čestice su promatrane u vremenu od 100 000 godina. Prva promatranja su se odnosila na jednu česticu s kružnom orbitom, gdje je promatrana promjena radijalne udaljenosti pod djelovanjem tlaka zračenja i Poynting Robertson efekta. Potom je problem proširen na promatranje distribucije 500 čestica puštenih iz jedne točke u prostoru s različitim radijusima i početnim brzinama. Rezultati su pokazali da Poynting Robertson efekt uzrokuje spiralni pad čestica prašine prema Suncu. Pad za čestice manjeg radijusa se dogodi unutar promatranih 100 000 godina, dok je za veće čestice, radijusa otprilike 100 μm, taj utjecaj znatno manji pa je za uočavanje pada na Sunce potrebno duže promatranje. Distribucija velikog broja čestica pokazuje stvaranja oblaka međuplanetarne prašine u Sunčevu sustavu gdje unutrašnjim dijelom oblaka dominiraju čestice manjeg radijusa, a veće čestice čine vanjski dio oblaka.

Sadržaj

Sažetak 2
Popis slika 4
1. Uvod 5
1.1. Čestice prašine u Sunčevu sustavu 5
1.2. Dinamika čestica prašine 7
1.3. Problem 9
2. Metodologija 11
2.1. Pogreška algoritma 12
3. Rezultati računa gibanja jedne čestice 14
4. Rezultati računa gibanja mnoštva čestica 17
5. Diskusija 18
6. Zaključak 20
Popis literature 22
Dodatak 1 23

Popis slika

Slika 1.	Aktivnost kometa 67P tijekom približavanja periheliju snimljenja pomoću svemirske letjelice Rosetta	6
Slika 2.	Sudar asteroida snimljen pomoću NASA Hubble teleskopa	7
Slika 3.	Pogreška Leapfrog algoritma	13
Slika 4.	Pogreška PERFL algoritma	13
Slika 5.	Gibanje zbog tlaka zračenja u ovisnosti o radijusu čestice	14
Slika 6.	Gibanje zbog PR efekta u ovisnosti o radijusu čestice	15
Slika 7.	Gibanje zbog tlaka zračenja u ovisnosti o brzini čestice	15
Slika 8.	Gibanje zbog PR efekta u ovisnosti o brzini čestice	16
Slika 9.	Krajnji položaji čestica različitih radijusa i nasumičnih brzina	17

1. Uvod

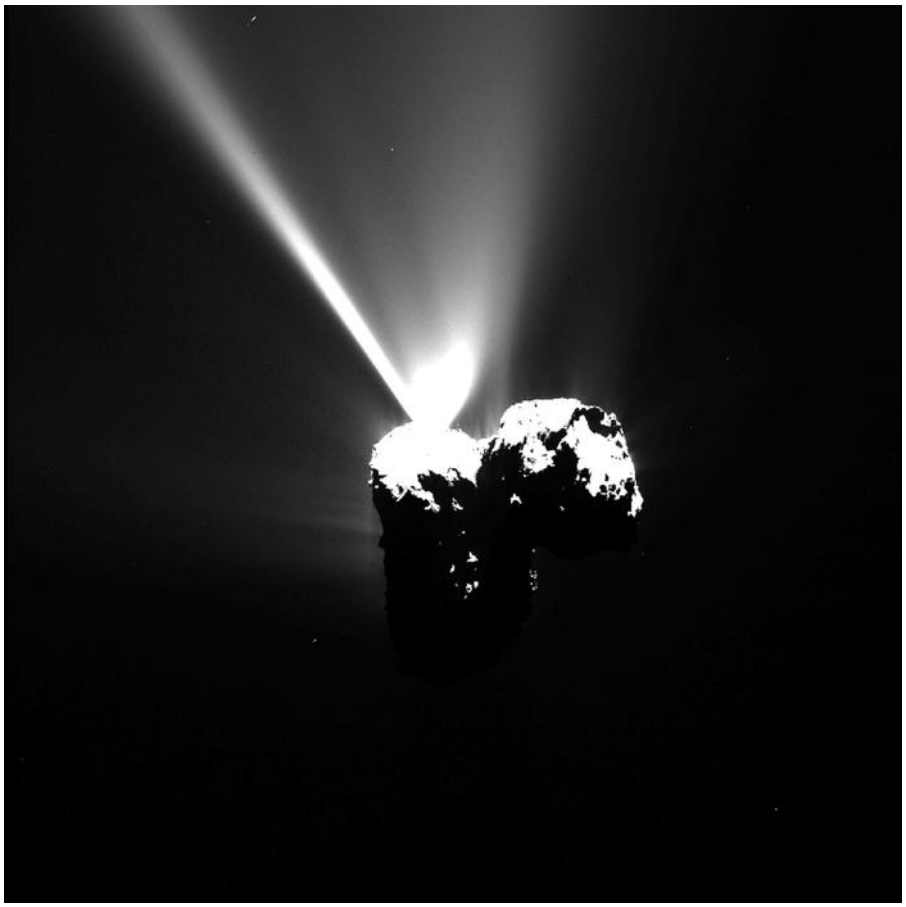
Na dinamiku tijela u Sunčevu sustavu uz gravitacijsko privlačenje veliki utjecaj ima i zračenje. Njime je posebice određeno gibanje manjih tijela kao što su čestice prašine. Zračenje uzrokuje tlak zračenja te Poynting Robertson efekt na mala tijela koja posljedično mogu izgubiti angularni moment te spiralno pasti na Sunce, biti odgurnuta na neku novu orbitu ili pak potpuno izbačena iz Sunčeva sustava. Poynting Robertson efekt prvi je opisao Poynting 1903.g. da bi ga dodatno razjasnio Robertson 1937.

Fokus će u ovom radu biti stavljen na jednadžbe gibanja sitnih tijela pod utjecajem sila zračenja i gravitacije. Numeričkom integracijom ćemo doći do ponašanja čestica koje su otpuštene u sustav s različitim početnim brzinama te položajima.

1.1. Čestice prašine u Sunčevu sustavu

Sunčev sustav je ispunjen ogromnim brojem čestica prašine. Te čestice su odgovorne za meteore, popularno zvane 'zvijezdama padalicama', koje nastaju prilikom sudara čestica sa zemljinom atmosferom prilikom čega bivaju zapaljene te ispare na nekoj određenoj visini. Postoji mogućnost i da prežive turbulentni prolazak kroz atmosferu i dospiju na površinu planeta i tada ih nazivamo meteoriti. Najčešće su ti meteori sporadični no u određena doba godine imamo priliku vidjeti i kiše meteora pri čemu veliki broj meteora naizgled izvire iz jedne točke na nebeskom svodu krečući se paralelnim putanjama.

Ta prašina koju uočavamo u Sunčevu sustavu uglavnom nastaje pri dezintegraciji kometa zbog njihove krhke građe i građevnih materijala koji mogu ispariti kada se komet približava Suncu, pri čemu dolazi do otkidanja djelova površine takvih kometa. Aktivnost kometa dostiže vrh blizu perihelija kada se jasno mogu vidjeti mlazovi plina i prašine koji napuštaju jezgru kometa. Količina izbačene materije se kreće do 300 kg vodene pare po sekundi te do 1000 kg prašine u sekundi. Europska svemirska agencija je pomoću svemirske letjelice Rosetta pratila komet 67P u njegovom približavanju Suncu. Kada je komet dosegao perihelij Rosetta je zabilježila zadivljujuće snimke, primjer Slika 1., na kojima se jasno vide mlazovi materije koji izlaze iz jezgre kometa.



Slika 1. Aktivnost kometa 67P tijekom približavanja periheliju snimljenja pomoću svemirske letjelice Rosetta (slika preuzeta od ESA [9])

Ogromno skladište kometa s dugim periodima (preko 200 godina) u Sunčevu sustavu je Oortov oblak. Oortov oblak je područje koje se proteže na udaljenostima od 1000 AU do čak pola puta do najbliže zvijezde, odnosno do udaljenosti od 100 000 AU. Ideju o tom području je dao Jan Oort zaključivši da dugoperiodički kometi koji posjećuju unutrašnji solarni sustav moraju potjecati iz udaljene distribucije na toj udaljenosti. Danas znamo da se oblak dijeli na unutarnji orbitalno distribuirani dio (do 20 000 AU) te vanjski sferno distribuirani oblak (20 000 -). Kometi Oortova oblaka hrane naš sustav česticama prašine nastalih prilikom raspada koje doživljavaju zbog izraženih gradijenata u temperaturi, faznih prijelaza te tlaka nastalog pri isparavanju materijala u unutrašnjosti. [3]

Tipične čestice koje nastanu na ovaj način veličine su zrna pijeska s dijametrom reda veličine 1mm. Veoma fine čestice su one reda veličine 100 mikrometara. Na osnovu njihovih uzoraka se saznalo dosta o prirodi i strukturi kometa od kojih potječu. Prašina također može imati i burnije 'rođenje' prilikom sudara dvaju tijela poput asteroida. Asteroidni pojas je područje između orbita Marsa i Jupitera koje predstavlja rezervoar milijuna asteroida. Sudari asteroida

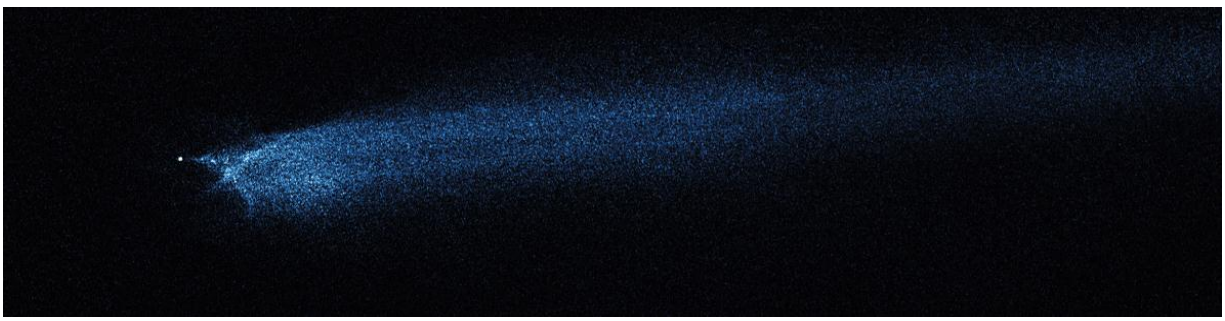
se ne događaju često i većinom su to sudari manjih tijela. NASA je pomoću Hubble teleskopa uspijela snimiti prve slike sudara asteroida. Proučavanje sudara asteroida je veoma bitno da bi se uvidjelo kolika količina međuplanetarne prašine nastane u sudarima nasuprot prašini koja nastane pri dezintegraciji kometa. Jedan od nastalih snimaka je prikazan na Slici 2.

U sunčevu sustavu je procijenjeno postojanje oko 10^{16} kg materijala [5]. Druge pojave uzrokovane prašinom, a vidljive golim okom, su zodijačka svijetlost te gegenschein.

1.2. Dinamika čestica prašine

Dinamika čestica ovisi prvenstveno o gravitaciji te solarnom zračenju. Gravitacijska sila uzrokuje akceleraciju u radijalnom smjeru proporcionalnu inverznom kvadratu udaljenosti čestice od Sunca. Tlak zračenja ima dva načina djelovanja na čestice.

Radijalni tlak zračenja je dominantni efekt. Fotoni iz izvora se sudaraju sa česticom koja apsorbira njihov moment te posljedično na nju djeluje sila u radijalnom smjeru, suprotno od gravitacijskog privačenja. Zračenje utječe na prašinu pridajući joj i tangencijalnu komponentu sile. Da bi čestica bila u stanju termičke ravnoteže ona izrači jednaku količinu energije koju je apsorbirala. Ukoliko promatramo česticu u referentnom sustavu u kojem ona miruje izračena energija će biti izotropna. No, prebacimo li se u referentni sustav u kojem je Sunce u stanju mirovanja čestica će imati rezultantni impuls u tangencijalnom smjeru te će posljedično čestica spiralno padati prema Suncu.



Slika 2. Sudar asteroida snimljen pomoću NASA Hubble teleskopa (slika preuzeta od NASA/ESA [10])

Poynting je 1903.g prvi dao opis ovog problema za sferne čestice dovoljno malog radijusa da im temperatura bude uniformna i uzrokovana samo Sunčevim zračenjem. Njegova teorija se nije slagala s teorijom relativnosti, no aproksimativni rezultati koje je dobio za vrijeme pada čestice su se pokazali dosta točnima. [2]

To je potvrdio Robertson 1937.g nakon što je uzeo na razmatranje čitavi problem sa stajališta relativistike i uspio pomiriti razlike koje su se prije pojavljivale. Robertson je u svom radu izveo i relativističke i klasične jednadžbe gibanja [1]. Njegov izraz za silu uzrokovanu zračenjem je dan sa:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = f\left(1 - \frac{v_r}{c}\right)\hat{r} - f\frac{\vec{v}}{c} \tag{1.1}$$

Gdje je m masa čestice, $\vec{v}$ vektor brzine čestice, c je brzina svjetlosti. f je jednak

$$f = \frac{\beta GM}{r^2} \tag{1.2}$$

gdje je M masa Sunca, G gravitacijska konstanta, r udaljenost čestice od Sunca te β faktor koji daje omjer gravitacijske sile i sile zračenja.

Prvi član s desne strane u izrazu za silu je protumačio kao tlak zračenja u smjeru dolazeće zrake, oslabljen Dopplerovim efektom. Drugi član je pak predstavljao tangencijalno usporavanje. Jednadžbe gibanja je izrazio u polarnim koordinatama dobivši izraze:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} - \frac{2\alpha\dot{r}}{r^2} \tag{1.3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right) = -\alpha\frac{\dot{\theta}}{r} \tag{1.4}$$

Derivacije varijabli po vremenu su označene točkom iznad derivirane varijable. $r\ i\ \theta$ su polarne koordinate čestice, a α je konstanta jednaka

$$\alpha = \frac{2{,}51 \times 10^{11}}{s\rho} \tag{1.5}$$

Gdje je s radijus čestice, a ρ gustoća čestice. Parametar μ je nazvao gravitacijskom solarnom konstantom koja je jednaka

$$\mu = \mu_0 - \alpha c \tag{1.6}$$

Gdje je αc konstanta koja predstavlja odbojni efekt tlaka zračenja, a $\mu_0 = GM$.

Pomoću gravitacijske solarne konstante je predviđao ponašanje čestice:

1) $\mu \neq 0$: r ne može ostati beskonačno dugo u konačnim granicama, čestica mora ili pasti na Sunce ili pobjeći u beskonačnost

a) $\mu > 0$: izravni tlak zračenja nije dovoljan da preokrene smjer efektivne gravitacije

b) $\mu < 0$: efektivna gravitacija preokrene smjer, čestica bježi iz sustava ukoliko početni uvjeti to dozvoljavaju

2) $\mu = 0$: fizikalno nebitan slučaj, nestabilni položaj ravnoteže

Kasniji radovi na temu Poynting Robertson efekta su uključivali pregled dinamike čestica proizvoljnog oblika pod utjecajem zračenja [7] te dinamiku prašine puštene iz kometa Oortova oblaka [3].

Bitna bezdimenzionalna veličina je parametar β koji daje omjer sila zračenja i gravitacije:

$$\beta = \frac{F_r}{F_g} = \frac{3LQ_{pr}}{16\pi GMc\rho s} = 5.7 \times 10^{-5}\frac{Q_{pr}}{\rho s} \tag{1.7}$$

Q_{pr} je koeficijent raspršenja, ρ je gustoća čestice, a s radijus čestice.

Mie teorija iz 1908.g. nam govori da ukoliko je valna duljina elektromagnetskog zračenja koje pada na česticu puno manja od njenog radijusa tada koeficijent tlaka Q_{pr} postaje konstanta neovisna o valnoj duljini. [6]

1.3. Problem

Problem koji ćemo analizirati u ovom radu je ponašanje čestica prašine pod utjecajem sila zračenja puštenih u Sunčev sustav s proizvoljnim početnim vektorima brzine. Cilj je uočiti njihovu daljnu distribuciju te ovisnost ponašanja o svojstvima poput veličine, položaja i brzine.

Fokus će biti stavljen na jednadžbe gibanja dane od strane Robertsona u polarnim koordinatama, jer se dinamika čestice odvija u dvije dimenzije kada ne uključimo gravitacijski utjecaj planeta.

Akceleracija na malu česticu sfernog oblika uzrokovana silama zračenja je dana izrazom [1]

$$\overrightarrow{a_z} = \beta G \frac{M}{r^2}\left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right)\hat{r} - \frac{\vec{V}}{c}\right] \tag{1.8}$$

Ukupnoj akceleraciji na tijelo trebamo dodati i akceleraciju izazvanu gravitacijskim privlačenjem

$$\overrightarrow{a_g} = -G\frac{M}{r^2}\hat{r} \tag{1.9}$$

Brzina čestice $\vec{V}$ u prvom izrazu je u polarim koordinatama dana kao:

$$\vec{V} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} \tag{1.10}$$

Te pridonosi i radijalnoj i tangencijalnoj akceleraciji.

Uvodeći također izraz za akceleraciju u polarnim koordinatama lako dođemo do jednadžbi gibanja:

$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 + \beta G\frac{M}{r^2}\left(1 - \frac{2\dot{r}}{c}\right) - G\frac{M}{r^2} \tag{1.11}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r} - \beta G\frac{M}{r^2}\frac{\dot{\theta}}{c} \tag{1.12}$$

2. Metodologija

Pri rješavanju problema veoma je bitan izbor algoritma. Kako bih odlučila koji algoritam je prihvatljiv i akumulira što manju pogrešku, napravila sam analizu pogreške leapfrog metode te 'Position Extended Forest –Ruth Like' metode.

Leapfrog metoda je metoda s pogreškom reda h^2. Dobila je ime po posebnosti da se brzine i položaji 'preskaču', odnosno ne računaju se u istim trenutcima vremena. Ukoliko je korišteni vremenski korak $\Delta t = h$, položaji se računaju u trenutcima $N * h$, a brzine su dane u trenutcima $N * (h + 0.5h)$. Taj međukorak omogućava da metoda bude preciznija od Eulerove metode integracije. Budući da su mi potrebne informacije o položajima i brzinama u istom trenutku vremena upotrijebila sam velocity verlet leapfrog koji ima dodatni korak za izračun brzine u vremenu $N * h$. Vremenski korak za jednu koordinatu u petlji bi izgledao kao:

$$v_{n+0.5} = v_n + 0.5 * h * F(n) \tag{2.1}$$

$$x_{n+1} = x_n + h * v_{n+0.5} \tag{2.2}$$

$$v_{n+1} = v_{n+0.5} + 0.5 * h * F(n+1) \tag{2.3}$$

$F(n)$ je akceleracija čestice u trenutku vremena $n * h$. Budući da postoje dvije jednadžbe gibanja petlja ce sadržavati Leapfrog integraciju za vrijednost udaljenosti r te kuta θ.

PEFRL ili 'Position Extended Forest –Ruth Like' algoritam je druga korištena metoda. Osmišljen od Omelyana [8], ovaj algoritam u jednom vremenskom koraku ima četiri proračuna sile. Upravo zbog velikog broja koraka ima pogrešku reda h^4. Dok je velika preciznost zasigurno prednost ovog algoritma, broj koraka produžuje vrijeme potrebno za proračun. Vremenski korak za jednu koordinatu u petlji bi izgledao kao :

$$x \equiv x + \varepsilon h v \tag{2.4}$$

$$v \equiv v + (1 - 2\lambda)\frac{h}{2}F \tag{2.5}$$

$$x \equiv x + \chi h v \tag{2.6}$$

$$v \equiv v + \lambda h F \tag{2.7}$$

$$x \equiv x + \big(1 - 2(\chi + \varepsilon)\big) h v \tag{2.8}$$

$$v \equiv v + \lambda h F \tag{2.9}$$

$$x \equiv x + \chi h v \tag{2.10}$$

$$v \equiv v + (1 - 2\lambda)\frac{h}{2} F \tag{2.11}$$

$$x \equiv x + \varepsilon h v \tag{2.12}$$

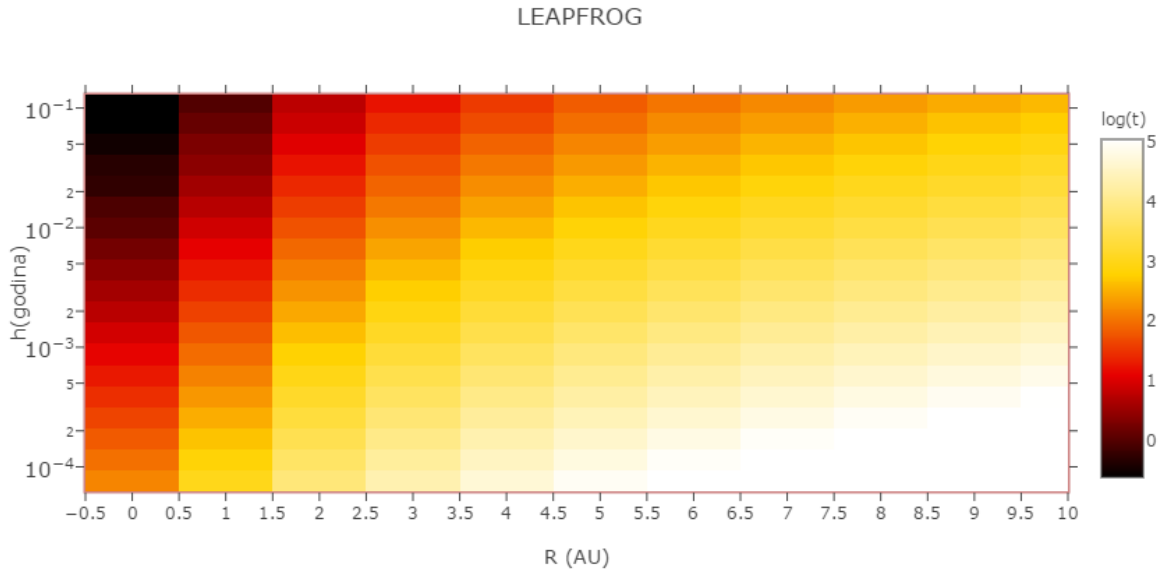
Gdje su $\varepsilon, \lambda, \chi$ konstante dane u algoritmu:

$$\varepsilon = +0.1786178958448091$$
$$\lambda = -0.2123418310626054$$
$$\chi = -0.6626458266981849$$

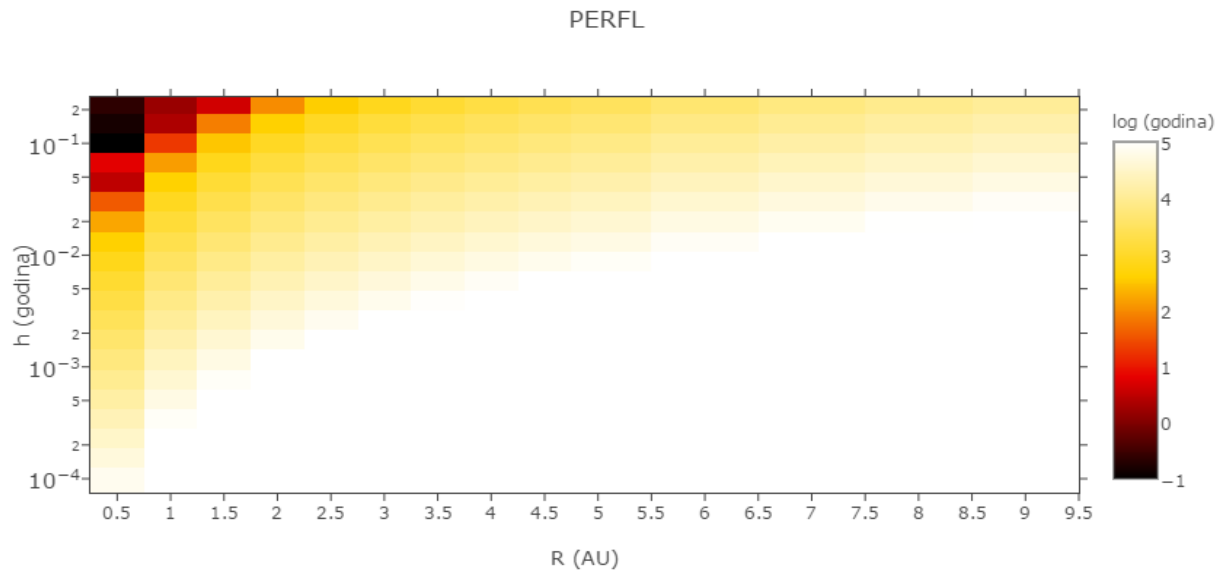
2.1. Pogreška algoritma

Pogrešku ovih algoritama provjerila sam promatrajući angularni moment čestice. Ako se čestica kreće samo pod utjecajem gravitacijske sile angularni moment mora biti očuvan. Promatrano je gibanje čestice po eliptičnoj putanji na udaljenostima od 0.5 AU do 10 AU s različitim vremenskim koracima. Maksimalno vrijeme gibanja čestice je 100 000 godina nakon čega se ispisuje greška angularnog momenta čestice. Ukoliko ta greška dosegne u ranijem trenutku vrijednost preko 5% program se zaustavlja.

Očekujemo da će greška rasti pri povećanju vremenskog koraka, ali i pri smanjenju radijalne udaljenosti od Sunca zbog sve manjeg orbitalnog perioda. Dobiveni rezultati pokazuju upravo to. PEFRL algoritam se pokazao daleko precizniji od leapfroga što je vidljivo na slikama 1. i 2.. Upravo to je razlog za korištenje PEFRL algoritma u daljnjem rješavanju problema.



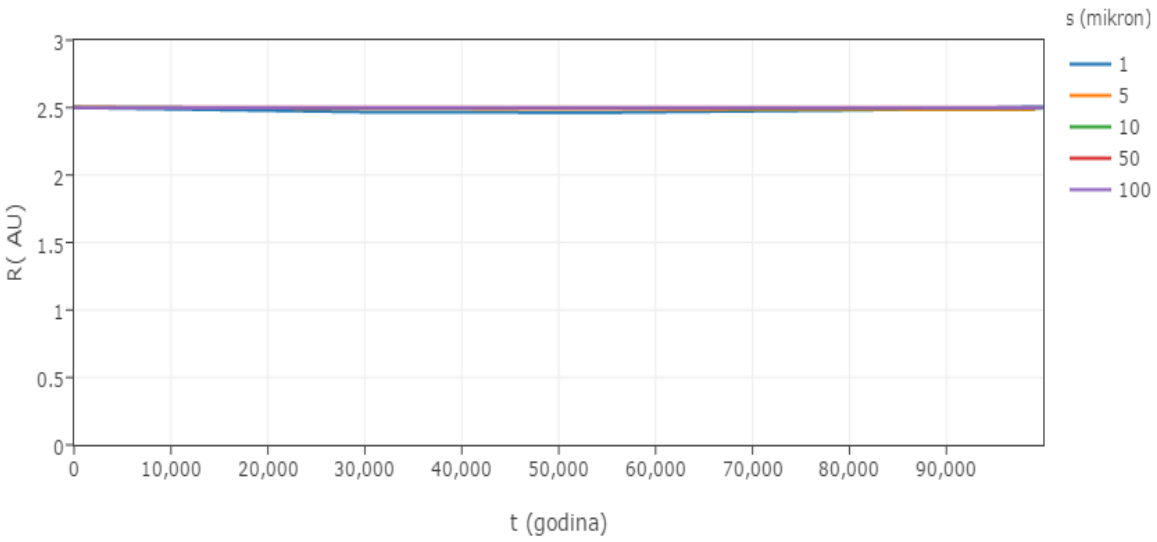
Slika 3 . Pogreška Leapfrog algoritma koristeći zakon očuvanja angularnog momenta. Prikazano je vrijeme potrebno da čestica na radijalnoj udaljenosti R od Sunca s vremenskim korakom h dosegne grešku 0.05 vrijednosti početnog angularnog momenta



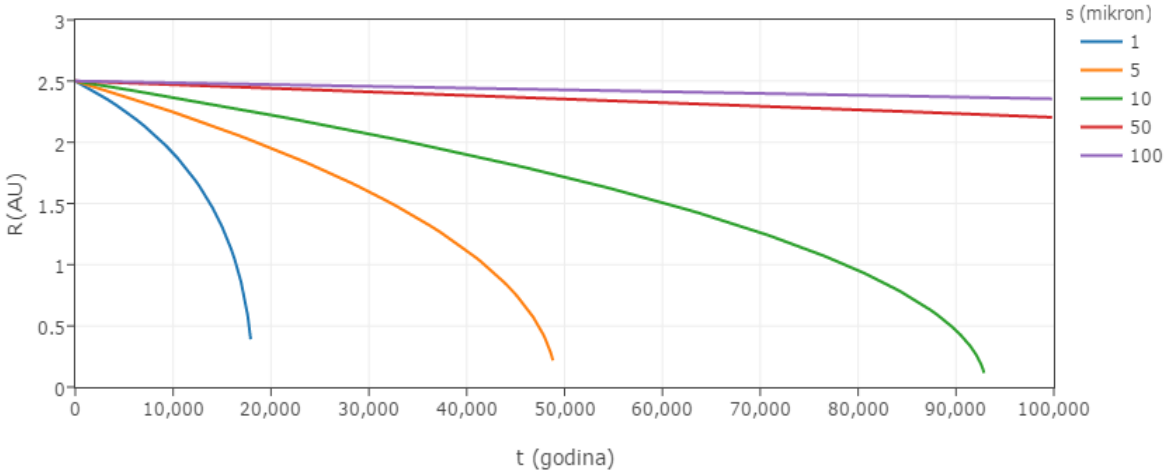
Slika 4. . Pogreška PEFRL algoritma koristeći zakon očuvanja angularnog momenta. Objašnjenje prikazanih vrijednosti isto je kao i na Slici 1.

3. Rezultati računa gibanja jedne čestice

Prva promatranja su napravljena za jednu česticu. Prvo sam pustila česticu proizvoljnog radijusa i gustoće $\rho = 2.0\, gcm^{-3}$ sa udaljenosti 2.5 AU i promatrala njezino gibanje u periodu od 100 000 godina pod utjecajem gravitacijskih sila i solarnog zračenja. Zatim sam dodala Poynting Robertsonov efekt. Čestica je mogla imati radijus $100\mu m$,50 μm, 10 μm,5 μm te 1 μm. Čestice radijusa manjeg od 1 μm nisu promatrane budući da su u jako kratkom vremenu otpuhane iz Sunčeva sustava zbog tlaka zračenja. Čestica je uvijek imala istu početnu brzinu koja je u radijalnom smjeru iznosila $100 ms^{-1}$, a u tangecijalnom smjeru 18815 ms^{-1}. Putanja čestice za korištenu brzinu je veoma bliska kružnoj orbiti. Korišteni korak je bio h=0.00001 godina i pomoću njega znamo da je ukupna akumulirana pogreška na cjelokupni period promatranja manja od 5%. Prikazana radijalna udaljenost je perihel čestice, odnosno položaj kada je najbliže Suncu na svojoj eliptičnoj putanji.

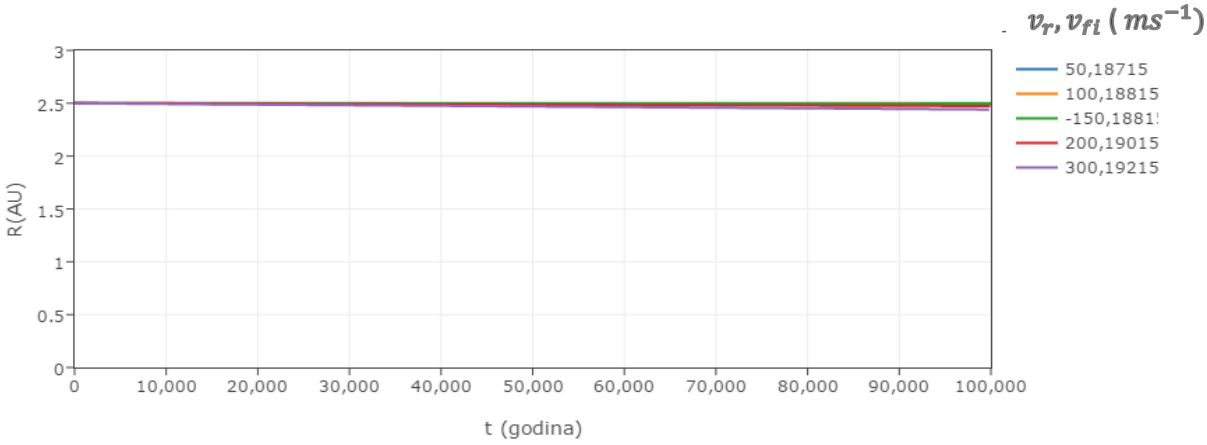


Slika 5. Prikaz radijalne udaljenosti čestice prašine koja se giba pod utjecajem gravitacije i radijalnog tlaka zračenja u ovisnosti o različitom radijusu kroz period od 100 000 godina.

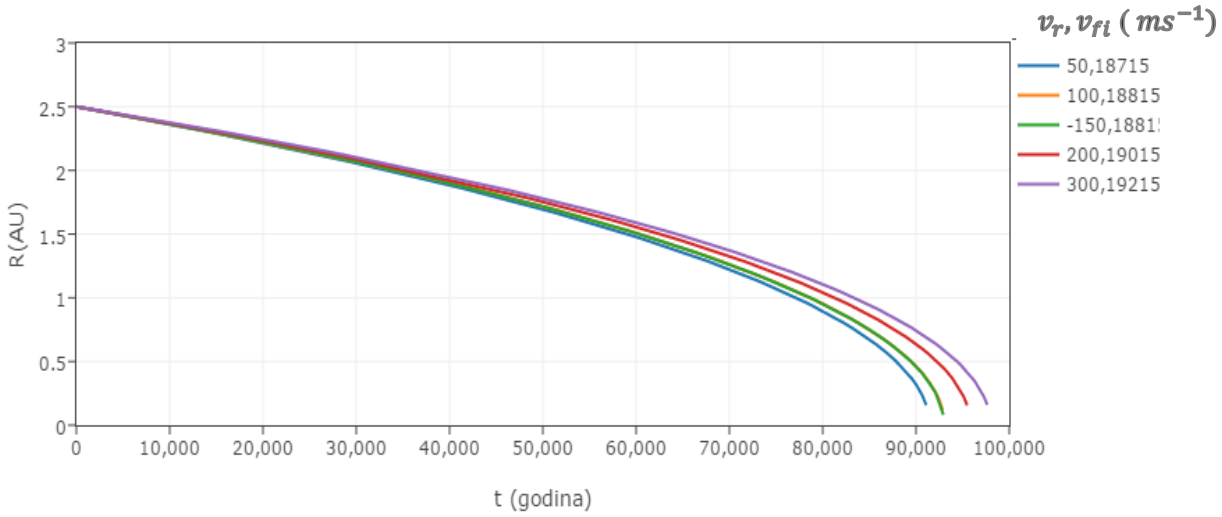


Slika 6. Prikaz radijalne udaljenosti čestice prašine koja se giba pod utjecajem gravitacije, tlaka zračenja te PR efekta u ovisnosti o različitom radijusu (u mikrometrima) kroz period od 100 000 godina

Daljnje promatranje se svodilo na puštanje čestice istog radijusa i gustoće s različitim početnim vektorima brzine. Radijus čestice je 10 mikrometara, a gustoća 2 gcm^{-3}. Beta faktor za ovakvu česticu iznosi $\beta = 0.0285$. Brzine su imale različitu vrijednost u radijalnom i tangencijalnom smjeru.



Slika 7. Prikaz radijalne udaljenosti čestice prašine koja se giba pod utjecajem gravitacije i radijalnog tlaka zračenja u ovisnosti o različitoj početnoj brzini (u metrima po sekundi) kroz period od 100 000 godina.



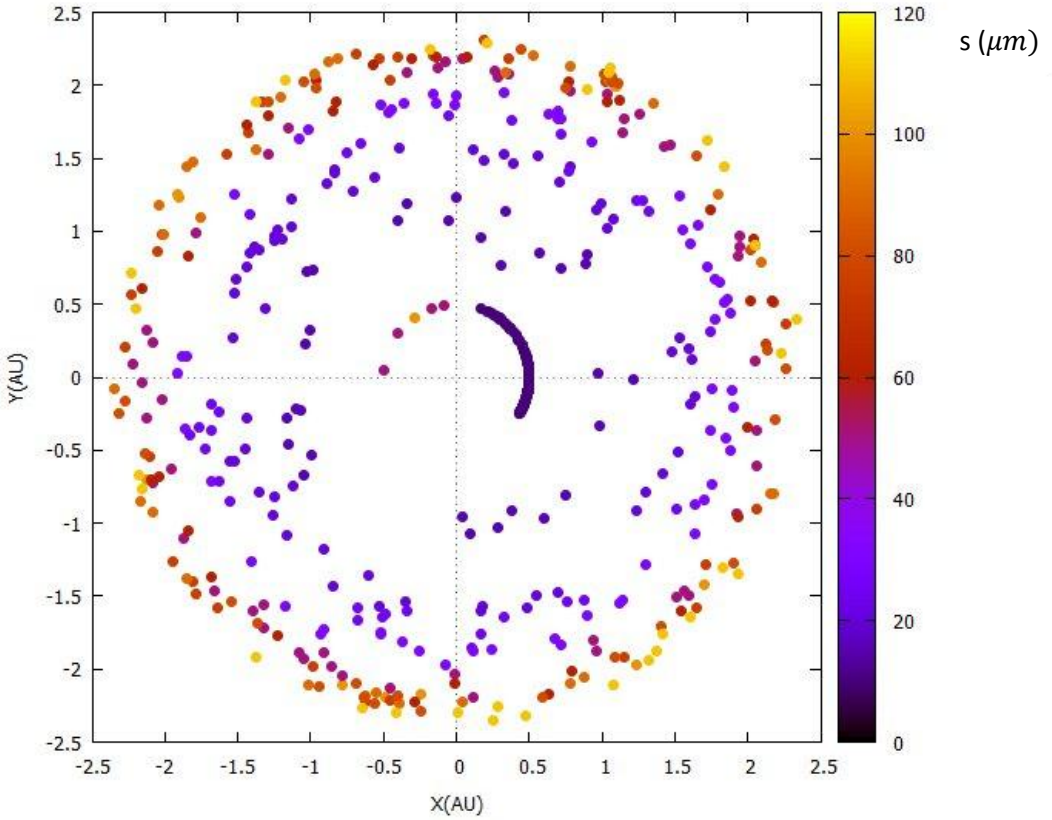
Slika 8. Prikaz radijalne udaljenosti čestice prašine koja se giba pod utjecajem gravitacije, tlaka zračenja te PR efekta u ovisnosti o različitoj brzini (u metrima po sekundi) kroz period od 100 000 godina

4. Rezultati računa gibanja mnoštva čestica

Slijedeći korak u proučavanju gibanja međuplanetarne prašine je bio puštanje 500 čestica iz jedne točke u prostoru s različitim početnim vektorima brzine. Sve čestice su otpuštene s udaljenosti $r = 2{,}5\,AU$ i početnim kutem $\varphi = 0°$. Različiti vektori brzine su postignuti pomoću generatora nasumičnih brojeva tako da je svaka čestica imala nasumičnu brzinu u radijalnom i tangecijalnom smjeru. Iznos brzine u radijalnom smjeru je mogao biti između $0\,ms^{-1}$ i 500 ms^{-1}, a u tangecijalnom smjeru između $18500ms^{-1}$ i 19100 ms^{-1}. Korišteni vremenski korak je bio h=0.00001 godina, a ukupno vrijeme promatranja čestica je iznosilo 100 000 godina. Čestice su imale različite radijuse u rasponu od 1 μm pa do 110 μm. Prikaz krajnje distribucije čestica je napravljen koristeći krajnje x i y koordinate svake čestice izračunate iz radijalne udaljenosti i kuta pomoću izraza:

$$x = rcos(\varphi) \tag{4.1}$$

$$y = rsin(\varphi) \tag{4.2}$$



Slika 9. Prikaz krajnjih položaja čestica prašine nakon 100 000 godina gibanja pod utjecajem gravitacije i zračenja

5. Diskusija

Ponašanje čestice u ovisnosti o radijalnim silama zračenja je vidljivo na slici broj 3. Kao što je i očekivano za čestice većeg radijusa sila tlaka zračenja nema neki utjecaj na putanju. Primjerice za česticu radijusa 100 μm beta faktor je jako mali te iznosi samo $\beta = 0.00285$. Uz tako mali beta faktor vidljivo je da gibanje čestice neće biti primjetno promijenjeno. Na grafu se može primjetiti samo mala promjena za česticu radijusa 1 μm. Čestice manje od 1 μm nisu prikazane na grafovima budući da su u jako kratkom vremenu otpuhane iz Sunčeva sustava. Primjerice, čestica radijusa 0,1 μm je otpuhana iz sustava jako velikom brzinom pa je njena udaljenost nakon samo 1 godine veća od 10 AU. Takvo ponašanje je razumljivo ukoliko uzmemo u obzir da je beta faktor za takvu česticu čak β =2,85.

Na slici broj 4. prikazano je ponašanje čestice pod utjecajem Poynting Robertson efekta. Očekivano bi bilo da taj efekt ima veći utjecaj na čestice manjeg radijusa zbog većeg beta faktora zbog čega bi one trebale pokazati brži pad. Rezultati pokazuju ponašanje sukladno pretpostavci. Čestice malog radijusa pokazuju pad jako brzo. Naprimjer, čestica radijusa 1 μm doživljava pad sa početnih 2,5 AU na 0,5 AU nakon svega 18000 godina dok je čestica radijusa 10 μm taj isti pad doživjela nakon nešto više od 90000 godina. Velike čestice, poput onih prikazanih s radijusom 50 i 100 μm, su u promatranom vremenskom periodu od 100000 godina doživjele samo malo smanjenje radijalne udaljenosti tako da bi njihov spiralni pad na udaljenost manju od 0,5 AU bio očekivan u puno većem vremenskom periodu od promatranog.

Slike 4. i 5. opisuju ponašanje čestice radijusa 10 μm u ovisnosti o početnoj brzini. Na slici 4. možemo uočiti da je utjecaj zračenja jako mali ali unatoč malim promjenama primjetno je da će čestica s manjom radijalnom brzinom imati malo udaljeniju putanju od one s većom radijalnom brzinom.

Ponašanje velikog broja čestica, prikazano na Slici 7. , dalo je očekivane rezultate. Da su se čestice gibale samo pod utjecajem gravitacijske sile, njihove putanje ne bi ovisile o radijusima te bi se sve čestice iste početne brzine gibale po istim putanjama. Međutim, zbog djelovanja negravitacijskih sila na čestice one se rasprše tvoreći oblak prašine. Kao što je i očekivano, unutarnji dio oblaka čine čestice manjeg radijusa dok vanjski dio oblaka čine čestice većeg radijusa.

6. Zaključak

Glavni cilj ove radnje je bio proučavanje gibanja međuplanetarne prašine ukoliko na nju uz gravitacijsku silu djeluju i sile uzrokovane Sunčevom radijacijom. Promatran je pojednostavljeni model u kojem je zanemaren gravitacijski utjecaj planeta tako da se gibanje odvija u dvije dimenzije. Zbog toga sam bila u mogućnosti položaj čestice opisivati polarnim koordinatama. Robertsonove jednadžbe gibanja podrazumijevaju još jednu bitnu pretpostavku, a to je sferičnost čestica prašine. U ovom slučaju beta faktor koji opisuje koliki je zapravo utjecaj solarnog zračenja u odnosu na gravitaciju ovisi o radijusu i gustoći te čestice.

Jednadžbe gibanja su rješavane u C++-u metodom numeričke integracije koristeći PEFRL algoritam. Taj algoritam je odabran zbog jako male pogreške koju akumulira u odnosu na drugi isprobani algoritam – leapfrog. Čestica koja se giba samo pod utjecajem gravitacije ima očuvan angularni moment pa sam upravo pomoću njega promatrala akumuliranu pogrešku u ovisnosti o vremenskom koraku i udaljenosti od Sunca. Na takav sam način došla do optimalnog vremenskog koraka korištenog u daljnjim proračunima.

Promatranje gibanja jedne čestice je uključivalo usporedbe vremenske promjene radijalne udaljenosti čestice u ovisnosti o njenoj veličini i početnoj brzini. Promatrane su čestice veće od $1\mu m$ budući da se za sve manje čestice pokazalo da u kratkom vremenskom roku napuste Sunčev sustav pod utjecajem radijalnog tlaka zračenja. Za veće čestice se ispostavilo da Poynting Robertson efekt ima prevladavajući utjecaj u promatranom periodu budući da su čestice pokazale spiralni pad prema Suncu.

U daljnjem dijelu radnje proširila sam program na način da je pušteno 500 čestica različitih početnih brzina te različitih radijusa. Brzine su zadane korištenjem generatora nasumičnih brojeva u C++-u. Nakon što je prošao period promatranja od 100 000 godina ispisani su konačni položaji čestica. Dobiveni rezultati su pomoću Gnuplot-a prikazani u xy-ravnini sa Suncem u ishodištu. Konačna distribucija čestica je imala oblik oblaka prašine gdje je raspodjela čestica ovisila najviše o njihovom radijusu. Manje čestice su izgubile većinu početnog angularnog momenta pod utjecajem Poynting Robertson efekta te su zauzimale unutrašnji dio oblaka. Veće čestice, sukladno pretpostavci, sporije gube angularni moment te doživljavaju sporiji pad pa tvore vanjski dio oblaka prašine.

Postoji nekoliko načina na koji bi se ovaj model u budućnosti mogao poboljšati. Prvi bi zasigurno bio uvođenje algoritma za prilagođavanje vremenskog koraka radijalnoj udaljenosti tako da akumulirana pogreška bude umanjena a vrijeme potrebno za izračun optimizirano. Drugi način bi bio smanjenje aproksimacija, primjerice uvesti gravitacijski utjecaj planeta tako da gibanje bude u tri dimenzije ili uvesti proizvoljni oblik čestice.

Popis literature

[1] Robertson H. P. 1937. „Dynamical effects of radiation in the Solar system“ ,*Mon. Not. R. Astronom. Soc.* 97, 423-438

[2] Poynting J. H. 1903. „Radiation in the Solar system: its effects on temperature and its pressure on small bodies“

[3] Nesvorny D. , Vokrouhlicky D. , Pokorny P. , Janches D. 2011. „Dynamics of dust partices released from Oort cloud comets and their contribution to radar meteors“ , *The Astrophysical journal*, 743:37

[4] Caroll B. W. ,Ostlie D. A. 2007. „An introduction to modern astrophysics“, *Pearson Education*

[5] Cole G.H. , Woolfson M. M. 2002. „Planetary science – the science of planets around stars“ , *Institute of Physics Publishing*

[6] Burns J. A. , Lamy P.L , Soter S. 1979. "Radiation Forces on Small Particles in the Solar System.", *Icarus* 40 (1): 1-48.

[7] Kimura H. , Okamoto H. , Mukai T. 2002. „Radiation pressure and the Poynting-Robertson effect for fluffy dust particles“ , *Icarus* 157,349-361

[8] Omelyan I.P. , Mrygold I.M. , Folk R. 2002. „Optimized Forest-Ruth and Suzuki-like algorithms for integration of motion in many-body systems“ , *Computer Physics Communications* 146

[9] European space agency http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Rosetta

[10] NASA Hubble teleskop http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/news/asteroid-collision.html

Dodatak 1

Kod u C++-u:

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
using namespace std;
ofstream izlaz("rezultati.txt");


#define M 1.9891e30 //[kg]
#define G 6.674e-11 //[N m^2 kg^-2]
#define c 3.0e8 //[ms^-1]
#define AU 1.5e11 //[m]
#define Y 365*24*60*60.0 //[s]
#define e 0.1786178958448091
#define x -0.06626458266981849
#define l  -0.2123418310626054
#define N 1000000000

double Beta(double ro,double s) // Omjer gravitacijske sile i sile zračenja
{
	return 5.7e-5/(ro*s);
}

double Mi (double ro,double s) //Efektivna gravitacijska konstanta
{
	return G*M-2.51e11*c/(ro*s);
}

double Fr(double r,double v_r,double v_fi,double beta) // Akceleracija u smjeru r
{
	return v_fi*v_fi*r-G*M/(r*r)+beta*G*M/(r*r)*(1-v_r/c);
}

double Ffi(double r,double v_r,double v_fi,double beta) // Akceleraciju u smjeru fi
{
	return -2*v_r*v_fi/r/*-beta*G*M/(r*r)*v_fi/c*/;
}

int main()
{

	double ro =2; // gustoća [gcm^-3]
	double s=0.001; // radijus [cm]
	double h=0.0001*365*24*60*60; //vremenski korak u sekundama
	double beta=Beta(ro,s);
	double mi=Mi(ro,s);
	double t=0.0;
	cout<<"Beta faktor: "<<beta<<endl;
	cout<<"Efektivna gravitacija: "<<mi<<endl;

	double r, fi,v_r,v_fi, angMom;
```

```
	//POČETNI UVJETI
	r=2.5*AU;
	fi=0.0;
	v_r=0.0;
	v_fi=(sqrt(G*M/r))/r;
	angMom=r*r*v_fi;

	double r0=r;
	double fi0=fi;
	double vr0=v_r;
	double vfi0=v_fi;
	double angMom0= r0*r0*vfi0;

	izlaz<<"Beta: "<<beta<<endl;
	izlaz<<"Efektivna gravitacija: "<<mi<<endl;
	izlaz<<"Gustoća :"<<ro<<" .Radijus čestice: "<<s<<endl;
	izlaz<<"Početni radijus: "<<r<<endl;
	izlaz<<"Početna tangencijalna brzina: "<<v_fi<<endl;
	izlaz<<"Početna radijalna brzina: "<<v_r<<endl;
	izlaz<<"Početni angularni moment: "<<v_fi*r<<endl;
	izlaz<<endl; izlaz<<endl;


	double greska=abs(1.0-angMom*1.0/angMom0);
	for( int i=0;i<N;i++)
	{
		r+=e*h*v_r;
		fi+=e*h*v_fi;
		v_r+=(1-2*l)*h/2*Fr(r,v_r,v_fi,beta);
		v_fi+=(1-2*l)*h/2*Ffi(r,v_r,v_fi,beta);
		r+=x*h*v_r;
		fi+=x*h*v_fi;
		v_r+=l*h*Fr(r,v_r,v_fi,beta);
		v_fi+=l*h*Ffi(r,v_r,v_fi,beta);
		r+=(1-2*(x+e))*h*v_r;
		fi+=(1-2*(x+e))*h*v_fi;
		v_r+=l*h*Fr(r,v_r,v_fi,beta);
		v_fi+=l*h*Ffi(r,v_r,v_fi,beta);
		r+=x*h*v_r;
		fi+=x*h*v_fi;
		v_r+=(1-2*l)*h/2*Fr(r,v_r,v_fi,beta);
		v_fi+=(1-2*l)*h/2*Ffi(r,v_r,v_fi,beta);
		r+=e*h*v_r;
		fi+=e*h*v_fi;
	    angMom=r*r*v_fi;

		if(i%5000==0)
		/*if(sin(fi)<0.001 && sin(fi)>-0.001 && cos(fi)>0.0)*/

	izlaz<<t/(365*24*60*60)<<setw(30)<<r<<setw(30)<<r*cos(fi)<<setw(30)<<r*sin(fi)<<
setw(30)<<angMom<<endl;

		greska=abs(1.0-angMom*1.0/angMom0);
		if(i%10000000==0)
			cout<<t/(365*24*60*60);
		//if(i%5000==0)
		//
	izlaz<<t/(365*24*60*60)<<setw(30)<<r<<setw(30)<<r*cos(fi)<<setw(30)<<r*sin(fi)<<
setw(30)<<angMom<<endl;
```

```
		//	if(greska>0.1)
		//{
		//
	izlaz<<t/(365*24*60*60)<<setw(30)<<h/(365*24*60*60)<<setw(30)<<r<<setw(30)<<angM
om<<setw(30)<<angMom0<<setw(30)<<greska<<endl;
		//	goto stop;
		//}
		t+=h;


	}


	/*izlaz<<t/(365*24*60*60)<<setw(30)<<h/(365*24*60*60)<<setw(30)<<r<<setw(30)<<an
gMom<<setw(30)<<angMom0<<setw(30)<<greska<<endl;*/


}
```