Autokorelacijska i kroskorelacijska analiza protoka uz ušće Kupe u Savu

Caren, Marta

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:339503

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**



Repository / Repozitorij:

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET

Diplomski studij geološkog inženjerstva

AUTOKORELACIJSKA I KROSKORELACIJSKA ANALIZA PROTOKA UZ UŠĆE KUPE U SAVU

Diplomski rad

Marta Caren

GI 378

Zagreb, 2021.

Zahvaljujem mentoru doc. dr. sc. Krešimiru Pavliću na pomoći pri izradi rada.

Zahvaljujem svojim roditeljima, bratu, obitelji

i prijateljima koji su bili uz mene tijekom cijelog studiranja.

Sveučilište u Zagrebu Diplomski rad

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

AUTOKORELACIJSKA I KROSKORELACIJSKA ANALIZA PROTOKA UZ UŠĆE KUPE U SAVU

MARTA CAREN

Diplomski rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

Zavod za Matematiku, informatiku i nacrtnu geometriju

Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Sažetak

U ovom diplomskom radu provodile su se autokorelacijska i kroskorelacijska analiza protoka rijeke Kupe i rijeke Save kod Siska, u blizini ušća Kupe u Savu. Napravljene su dnevne analize podataka protoka i oborina u razdoblju od deset godina, dva razdoblja po pet godina (od 2008. do 2012. godine i od 2013. do 2017. godine). Podaci dnevnih protoka mjereni su na hidrološkim postajama Farkašić na Kupi i Crnac na Savi, a podaci o oborinama na glavnoj meteorološkoj postaji i automatskoj meteorološkoj postaji Sisak. Podaci su obrađivani u programu Microsoft Excel.

Ključne riječi: autokorelacijska analiza, kroskorelacijska analiza, koeficijent korelacije, Kupa, Sava, protok, oborine

Diplomski rad sadrži: 36 stranica, 20 slika, 10 tablica i 15 referenci

Jezik izvornika: Hrvatski

Diplomski rad pohranjen: Knjižnica rudarsko-geološko-naftnog fakulteta, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Mentor: Doc. dr. sc. Krešimir Pavlić

Povjerenstvo: 1. Doc. dr. sc. Krešimir Pavlić

2. Izv. prof. dr. sc. Dario Perković

3. Doc. dr. sc. Zoran Kovač

Datum obrane: 12. veljače 2021.

University of Zagreb Master's Thesis

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

AUTOCORELLATION AND CROSS-CORRELATION ANALYSIS OF RIVER FLOW NEAR THE CONFLUENCE OF THE KUPA AND SAVA RIVERS

MARTA CAREN

Thesis completed in: University of Zagreb

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Abstract

In this Master thesis, autocorrelation and cross-correlation analysis of the flow of the Kupa River and the Sava River near Sisak, near the confluence of the Kupa and Sava rivers, was made. Daily analyses of flow and precipitation data were made in a period of ten years, two periods of five years each (from 2008 to 2012 and from 2013 to 2017). Daily flow data were measured at the hydrological stations Farkašić on Kupa River and Crnac on Sava River, and data on precipitation at the main meteorological station and the automatic meteorological station Sisak. The data were processed in Microsoft Excel.

Keywords: autocorrelation analysis, cross-correlation analysis, correlation coefficient, Kupa, Sava, flow, precipitation

Thesis contains: 36 pages, 20 figures, 10 tables and 15 references

Original in: Croatian

Thesis deposited at: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Supervisor: Assistant professor Krešimir Pavlić, PhD

Reviewers: 1. Assistant professor Krešimir Pavlić, PhD

2. Associate Professor Dario Perković,

3. Assistant professor Zoran Kovač, PhD

Date of defense: 12th of February 2021

Sadržaj:

1. Uvod 1

2. Karakteristike istraživanog područja 2

2.1. Geološke karakteristike 3

2.2. Hidrogeološke karakteristike 4

2.3. Meteorološke karakteristike 5

3. Korelacijska analiza 7

3.1. Autokorelacijska analiza 8

3.2. Kroskorelacijska analiza 11

4. Korišteni podaci 15

5. Rezultati 19

5.1. Autokorelacija 19

5.2. Kroskorelacija 25

6. Zaključak 35

7. Literatura 36

Popis slika:

Slika 2.1. Lokacija istraživanog područja 2
Slika 2.2. Prikaz lokacija hidroloških postaja 3
Slika 2.3. Geološka karta istraživanog područja (OGK List Sisak M 1: 100000) 4
Slika 3.1. Ilustracija proračuna autokorelacije za kontinuirani signal (preuzeto iz FSB (2021) http://lab425.fesb.hr/TINF/teorijainf_8.htm) 11
Slika 4.1. Hidrološka postaja Farkašić na Kupi (preuzeto s DHMZ-a) 15
Slika 4.2. Srednji i maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe u razdoblju od 2008. do 2018. godine 16
Slika 4.3. Hidrološka postaja Crnac na Savi (preuzeto s DHMZ-a) 17
Slika 4.4. Srednji i maksimalni godišnji protoci rijeke Save u razdoblju od 2008. do 2018. godine 17
Slika 4.5. GMP i AMP Sisak (preuzeto s DMHZ-a) 18
Slika 4.6. Ukupne godišnje količine oborina izmjerene na GMP i AMP Sisak u razdoblju od 2008. do 2018. Godine 18
Slika 5.1. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2008. do 2012. godine 19
Slika 5.2. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine 21
Slika 5.3. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine 23
Slika 5.4. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2013. do 2017. godine 24
Slika 5.5. Kroskorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe i Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine 26
Slika 5.6. Kroskorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe i Save u razdoblju od 2013. do 2017. godine 27
Slika 5.7. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2008. do 2012. godine 29
Slika 5.8. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine 30
Slika 5.9. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine 32
Slika 5.10. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine 33

Popis tablica:

Tablica 5.1. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine 20
Tablica 5.2. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine 21
Tablica 5.3. Autokorelacija protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine 23

Tablica 5.4. Autokorelacija protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine 24
Tablica 5.5. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine 26
Tablica 5.6. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine 27
Tablica 5.7. Kroskorelacija oborina i protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine 29
Tablica 5.8. Kroskorelacija oborina i protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine 31
Tablica 5.9. Kroskorelacija oborina i protoka Save za razdoblje od 2008. do 2012. godine 32
Tablica 5.10. Kroskorelacija oborina i protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine 33

1. Uvod

U ovom diplomskom radu napravljena je autokorelacijska i kroskorelacijska analiza protoka rijeke Save i rijeke Kupe u blizini njihovog ušća. Ušće Kupe u Savu nalazi se u Sisku. Sisak je grad na tri rijeke, Savi, Kupi i Odri. Rijeka Odra ulijeva se u Kupu također kod Siska. Grad Sisak i njegova okolica, koja uključuje manja mjesta i sela kroz koja protječu rijeke, hidrološki su vrlo zanimljiva. Također, puno područja u blizini ovih triju rijeka su poplavna područja te poplave nisu rijetkost na tom području. Ovisno o dijelu godine pa tako i o količini oborina, vodostaji rijeka i njihov protok mogu se znatno mijenjati.

Usporedba i analiza protoka rijeka Save i Kupe provedena je autokorelacijskom i kroskorelacijskom analizom. Autokorelacijska analiza može se definirati kao odnos između neke varijable i vremena zaostajanja te varijable kroz određene vremenske intervale. Kroskorelacijska analiza koristi se za usporedbu dvaju niza podataka u određenom vremenu. Kroskorelacijska metoda je, uz još neke, jedna od najčešće primjenjivanih metoda u modeliranju vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji.

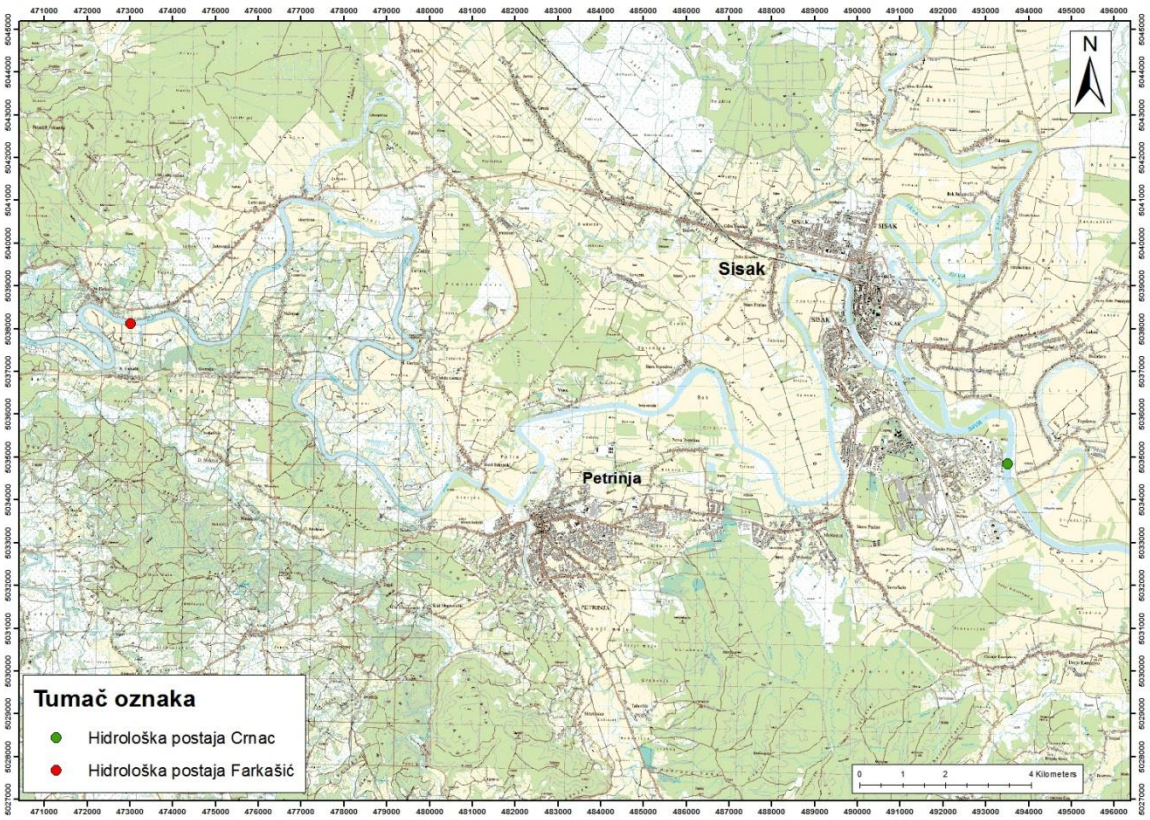
Cilj ovog diplomskog rada je, autokorelacijskom i kroskorelacijskom analizom analizirati potencijalnu interakciju između protoka Save i Kupe.

2. Karakteristike istraživanog područja

Istraživano područje nalazi se u središnjem dijelu Republike Hrvatske (slika 2.1.), u gradu Sisku i njegovoj okolici (slika 2.2.). Područje istraživanja proteže se od mjesta Farkašić koje se nalazi dvadesetak kilometara sjeverozapadno od Siska pa sve do vodomjerne postaje Crnac koja se nalazi par kilometara južnije od ušća Kupe u Savu.



Slika 2.1. Lokacija istraživanog područja

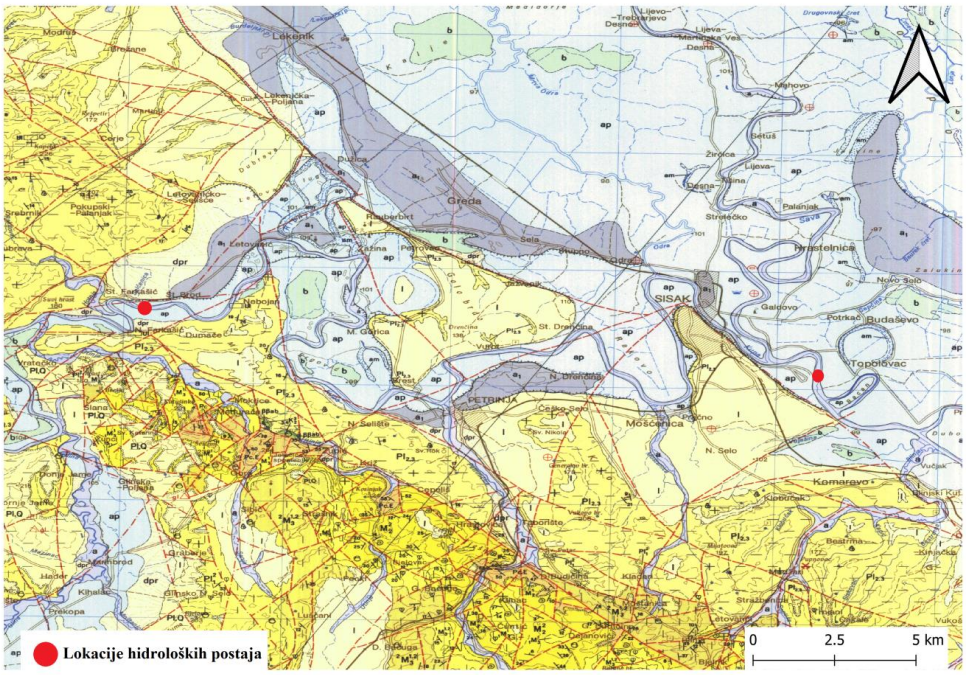


Slika 2.2. Prikaz lokacija hidroloških postaja

2.1. Geološke karakteristike

Na slici 2.3. prikazano je područje istraživanja na osnovnoj geološkoj karti. Vidi se kako uz same hidrološke postaje uglavnom prevladavaju poplavni sedimeni, siltovi i pijesci. Istraživano područje pripada krajnjem jugozapadnom dijelu Panonskog bazena. Najstarije stijene na ovom području su metamorfne stijene nastale za vrijeme hercinske orogeneze te nisu otkrivene na površini. Najstarije stijene koje su prisutne na površini su sedimenti i eruptiviti te pripadaju gornjem senonu. Dominantni sedimenti su mikritski i laporoviti vapnenci. Vapnenci su mjestimično bogati fosilima. Paralelno uz sedimentaciju se odvijala i vulkanska aktivnost pa se tako mogu naći spiliti i tufozne stijene. Kroz paleocen i eocen različitim mehanizmima transporta dolazi do taloženja klastita koji čine većinu sedimenata. Na području istraživanja također se mogu naći grublji klastiti nastali sedimentacijom za vrijeme helveta. Ti klastiti su uglavnom proluvijalnog i aluvijalnog postanka. U badenu je došlo do marinske transgresije kojom je bilo zahvaćeno čitavo

područje istraživanja. Taloženi su terigeni klastiti. Sedimenti taloženi u badenu sadrže makro i mikrofaunu. Sedimenti taloženi u donjem sarmatu uglavnom su sitnozrnasti i miješani klastiti te sadrže brakičku faunu. Sedimentacija se nastavila i kroz panon i pont. Uglavnom su taloženo vapnenci i vapnenački lapori, a gornji pont karakteriziraju lapori, pijesci i pješčenjaci. U pliocenu se talože paludinske naslage koje su karakterizirane glinama, pijescima i šljuncima, a sadrže i slojeve ugljena. U pleistocenu dolazi do taloženja prapora, a u području Save talože se grubi klastiti uglavnom aluvijalnog porijekla te močvarni prapor. U holocenu su se taložili proluvijalni i deluvijalni sedimenti, a u područjima vodotoka dolazi do taloženja sedimenata aluvijalnog i barskog porijekla (Pikija, 1986).



Slika 2.3. Geološka karta istraživanog područja (OGK List Sisak M 1: 100000)

2.2. Hidrogeološke karakteristike

Vodonosni slojevi istraživanog područja prema litostratigrafskoj podjeli stijena pripadaju Lonja formaciji. Formacija se sastoji uglavnom od slabovezanih pijesaka i sivozelenih ili

plavičastih glina, a u završnim slojevima javljaju se šljunci, prapori i rastresiti površinski pokrivač. Dominantan je udio propusnih slojeva. Razlikuju se dvije jedinice unutar formacije. Gornju jedinicu karakterizira manja debljina (nekoliko stotina metara). Sastoji se uglavnom od nevezanih materijala te je visoki udio propusnih slojeva i saturiranost slatkom vodom. Donja jedinica doseže i do 1000 m, stupanj konsolidacije je veći, a udio propusnih slojeva manji. Također razlikuju se I. i II. hidrogeološka zona. U I. zonu spadaju vodonosnici s temperaturom vode ispod 20°C, a u II. zoni temperature vode raste preko 20°C. Pokrovni sloj raličite je debljine. Na mjestima doseže i 20 m, a u neposrednoj blizini Siska, debljina pokrovnog sloja iznosi manje od 2 m. Pokrovni sloj sastoji se uglavnom od čestica praha s različitim udjelima gline i pijeska. Pokrovne naslage uglavnom pripadaju facijesu poplava rijeke Save. Prosječne vrijednost koeficijenta hidrauličke vodljivosti variraju od $1x10^{-1}$ m/dan do $5,63x10^{-1}$ m/dan. Vodonosnik se sastoji uglavnom od šljunka i pijeska. U plitkim naslagama akumulirana je podzemna voda povoljnih fizikalno-kemijskih svojstava. Vrijednost hidrauličke vodljivosti vodonosnika varira u širokom rasponu. Kod Lekenika i Grede zabilježene su vrijednosti 40,35 m/dan, kod Dubrovčaka 20 m/dan, na području Martinske Vesi 5,0 m/dan. Smanjenjem vrijednosti hidrauličke vodljivosti te uslijed manje debljine šljunkovito-pjeskovitog vodonosnika, transmisivnost se postupno smanjuje. Kod Siska je prosječna transmisivnost 500 m^2/dan (Larva, 2002).

Područje istraživanje obuhvaća dio savske depresije koja je izgrađena od kvartarnih sedimenata koji formiraju rezerve podzemne vode. Podzemne vode na ovom području nalaze se na velikim dubinama i imaju relativno male izdašnosti. Na području Siska formirano je neotektonsko uzdignuće te je vodonosnik tanak, debljine oko 5 metara. Vodonosnik se uglavnom sastoji od pijesaka s glinom i prahom. Debljine pokrovnih naslaga iznad aluvijalnog vodonosnika, sastavljene su uglavnom od praha, prašinastog pijeska i gline, vrlo su promjenjive. Mogu biti od 5 m do 20 m, a negdje čak mogu dosezati i 60 m. Vrijednosti vertikalne hidrauličke vodljivosti kreću se od $3x10^{-3}$ do $5x10^{-3}$ m/dan, a vrijednosti efektivne poroznosti od $3x10^{-2}$ do $9x10^{-2}$ m/dan (Brkić i dr., 2009).

2.3. Meteorološke karakteristike

Hrvatska se nalazi u sjevernom umjerenom pojasu. Sa sjeverozapada se osjeća utjecaj Atlantskog oceana, iz tog područja pušu tzv. zonalni zapadni vjetrovi. Na jugu

Sredozemno more ublažava nepovoljne utjecaje suhe i vruće sjeverne Afrike. Topli zrak koji potječe iz Sahare navlaži se prijelazom preko Sredozemnog mora, a manjim dijelom i Jadranskog mora, pa ta zračna struja čini zimu u Hrvatskoj (osobito u Primorskoj Hrvatskoj) ugodno toplom, ali povremeno i vrlo vlažnom. Kopneni utjecaj potječe i iz Europe sjeverno od Hrvatske. Zimi odande struji hladan i suh zrak. Istraživano područje nalazi se u kontinentalnom dijelu Hrvatske gdje prema Köppenovoj klasifikaciji klime prevladava umjereno topla vlažna (kišna) klima s toplim ljetom, Cfb, kao i u većini Hrvatske. Utjecaj kontinentalne Hrvatske (Panonske zavale) najjači je zimi kada se ispuni hladnim zrakom u cijelom području između Alpa, Dinarida i Karpata. Taj hladni zrak povremeno se prelijeva na Jadransko i Sredozemno more. Ljeti se kontinentalna Hrvatska brzo i jako zagrijava, to dovodi do pojačavanja konvekcije, odnosno do jačeg udjela padalina u toploj polovici godine (Šegota i Filipčić, 2003).

Za umjereno toplu vlažnu klimu karakteristično je da srednja temperatura najhladnijeg mjeseca nije niža od -3°C, a najmanje jedan mjesec ima srednju temperaturu višu od 10°C. Na tom području stanje atmosfere je vrlo promjenjivo (raznolikost vremenskih situacija uz česte i intenzivne promjene tijekom godine). Za zimu su karakteristični stacionarni anticiklonalni tipovi vremena s čestom maglom ili niskim oblacima te sa slabim strujanjem što pogoduje stvaranju inja. Za proljeće su karakteristični ciklonalni tipovi vremena što uzrokuje česte i nagle promjene vremena. Dolazi do izmjene oborinskih i bezoborinskih razdoblja, tihih i vjetrovitih te hladnijih i toplijih razdoblja. Ljeta su karakterizirana baričkim poljima s malim gradijentom tlaka i osvježavajućim noćnim povjetarcem. U jesen dolazi do mirnih anticiklonalnih razdoblja, ali i kišovitih dana u ciklonama. Srednja godišnja temperature zraka na istraživanom području iznosi oko 11°C. Godišnja količina oborina na kontinentalnom dijelu Hrvatske smanjuje se od zapada prema istoku. Godišnja količina oborina na području grada Siska iznosi 865 mm. U godini dana ima oko 123 oblačna dana, a oko 45 je potpuno vedrih dana. Najveći broj oblačnih dana ima prosinac, a najmanji broj srpanj. Sunce godišnje sija oko 1900 sati, što je oko 5 sati dnevno. Najviše sunčanih sati imaju srpanj i kolovoz, kada dani imaju oko 9 sunčanih sati, a prosinac ima najmanje sunčanih sati gdje Sunce sija oko 1.5 sati dnevno. Relativna vlažnost također se smanjuje od zapada prema istoku. Na istraživanom području vlažnost je relativno velika s obzirom da se nalazi uz same rijeke koje su stalni izvor vodene pare. Relativna vlažnost iznosi oko 80%, najviša je u zimskim mjesecima, a najniža u travnju i svibnju (Zaninović i dr., 2008).

3. Korelacijska analiza

Korelacija (povezanost) je odnos ili međuovisnost dviju mjerljivih varijabli. Korelacijskim analizama dobiva se statistička ovisnost između slučajnih varijabli u različitim točkama, odnosno ispituje se stupanj povezanosti dviju varijabli. Za opisivanje korelacije, najčešće korištena mjera je koeficijent korelacije. Koeficijent korelacije mjeri jačinu odnosa između dviju varijabli i izražava njihov linearni odnos. Najčešće korišteni koeficijent korelacije je Pearsonov koeficijent korelacije.

$$r_{jk} = \frac{cov_{jk}}{s_j s_k} \qquad 3.1.$$

r_{jk} – koeficijent korelacije

cov_{jk} – kovarijanca dviju varijabli

s_j, s_k – standardne devijacije pojedinih varijabli

Koeficijent korelacije ima raspon vrijednosti od -1 do +1. Kada je vrijednost koeficijenta korelacije blizu +1, kažemo da je korelacija pozitivna te tada varijable j i k imaju jaku pozitivnu korelaciju. U tom slučaju porastom vrijednosti varijable j dolazi do porasta varijable k. Kada je vrijednost koeficijenta korelacije blizu -1, korelacija je negativna odnosno varijable j i k imaju jaku negativnu korelaciju. Tada porastom vrijednosti varijable j, vrijednosti varijable k padaju. Koeficijent korelacije vrijednosti r > |0,8| ukazuje na jaku korelaciju, a koeficijenti r < |0,5| ukazuju na slabu korelaciju. Kada je koeficijent korelacije jednak nuli, ne postoji linearna korelacija između varijabli (Posavec i Škudar, 2016.).

Prema D. Srebrenoviću (1986.), kriteriji za ocjenu korelacijskih veza su:

- za r = ± 1 odnos je potpuno definiran linearnom funkcijom;
- za $|1| > r > |0{,}75|$ korelacijska veza je čvrsta;
- za $|0{,}75| > r > |0{,}50|$ korelacijska veza je slaba;

- za $|0{,}50| > r$ korelacijski je odnos tek naznačen i obično nema praktične vrijednosti za daljnje proračune.

3.1. Autokorelacijska analiza

Autokorelacija, poznata i kao serijska korelacija, može se definirati kao odnos između neke varijable i vremena zaostajanja te varijable kroz određene vremenske intervale. Primjerice, korištenjem autokorelacijske analize, gleda se cijena nekog proizvoda od prije i određuje se koliko se dobro može predvidjeti cijena istog tog proizvoda u budućnosti. Isto je recimo i s dnevnim temperaturama. Uspoređuju se dnevne temperature od toga dana s dnevnim temperaturama prethodnoga dana te se na temelju toga pokušava predvidjeti temperatura u budućnosti, odnosno sljedećega dana. Dakle, autokorelacija je koreliranje vremenskih nizova sa samim sobom ovisno o vremenu zaostajanja. Gleda se koliko je zaostajanje neke varijable i kako pojedini podatak ima utjecaj na svaki sljedeći. Autokorelacija nije brojčana vrijednost, već je funkcija i gleda se u rasponu od 0 do 1. Grafički prikaz izračunatog koeficijenta autokorelacije za različita vremena zaostajanja je autokorelogram.

Prema Parlov (2019) autokorelacija se može opisati kao niz intervala, odnosno uzastopnih točaka promatranja koje pripadaju istom skupu mjerenja. Interval koji se promatra označava se s Y i stavlja se na ordinate grafa. Točka promatranja označena je s Y_t i mora biti odvojena konstantom intervala vremena od drugih točaka u nizu. S obzirom da nam je Y_t poznat (točka promatranja), lako možemo odrediti poziciju ili vrijeme te točke promatranja:

$$X_t = \Delta t \qquad 3.2.$$

Δt – udaljenost između točaka

Cijeli vremenski period sekvence može se izraziti na sljedeći način:

$$T = \Delta t(n-1) \tag{3.3.}$$

n – broj točaka zapažanja

Za uspoređivanje promatranih točaka u sekvenciji jako je važan „k“. On označava zaostajanje, odnosno pomak u promatranom intervalu. Pri analiziranju rezultata dobivenih autokorelacijom, jako je važna autokorelacijska funkcija. Autokorelacijskom funkcijom možemo definirati linearnu ovisnost sukcesivnih vrijednosti podataka unutar vremenskog niza ovisno o njihovom vremenskom odmaku. Vremenski niz uspoređuje se sam sa sobom uz diskretno povećanje vremenskog odmaka i onda se računa koeficijent autokorelacije prema sljedećem izrazu:

$$r(k) = \frac{C(k)}{C(0)} \tag{3.4.}$$

$$C(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \tag{3.5.}$$

$$C(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N\pm k}(x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x}) \tag{3.6.}$$

C – kovarijanca

r(k) – koeficijent autokorelacije

k – vremenski odmak

$x_i=(x_1, ...x_i, ...x_N)$ – vremenski niz

N – broj podataka

m (r(k)=(r_0, ...r_k, ...r_m)) – broj koeficijenata autokorelacije

Računanje autokorelacije je najjednostavnija i najbrža metoda za procjenu nezavisnosti vremenskih nizova. Računa se vrijeme zaostajanja autokorelacijskog koeficijenta nekog niza podataka. Metoda je često korištena u hidrogeologiji. Zatim se primjenjuje jedno od "tradicionalnih" ispitivanja za određivanje koeficijenta korelacije. Navedena su tri ispitivanja: nulto ispitivanje koeficijenta korelacije prema Fisheru, nulto ispitivanje koeficijenta korelacije prema Spearmana i nulto ispitivanje koeficijenta korelacije prema Kendallu (Musy, 2011).

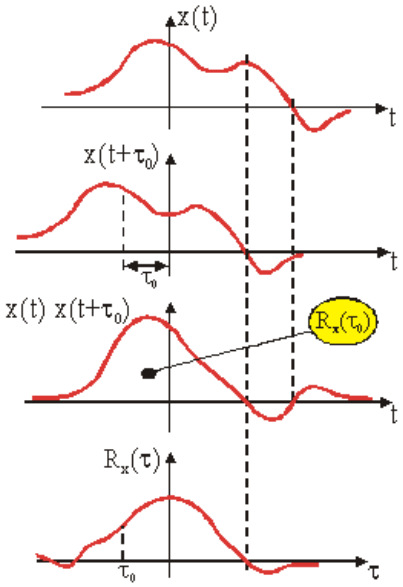
Prema Dondurur (2018) autokorelacijom se dobiva stupanj sličnosti vremenskih nizova sa samim sobom što omogućava dobivanje periodičnih komponenti zapisanih u podacima. Autokorelacija se analitički može izraziti na sljedeći način:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt \qquad 3.7.$$

τ – vrijeme zaostajanja

x(t) – funkcija zaostala za iznos τ

Autokorelacijska funkcija $R_x(\tau)$ otkriva ovisnost koja postoji u signalu x(t) između vrijednosti razmaknutih za τ. Na slici 3.1. vidi se postupak računanja vrijednosti autokorelacije $R_x(\tau)$. Funkcija x(t) množi funkciju zakašnjenja x(t+τ). Prema izrazu 3.3. $R_x(t)$ predstavlja površina ispod x(t)*x(t+τ).



Slika 3.1. Ilustracija proračuna autokorelacije za kontinuirani signal (preuzeto iz FSB (2021) http://lab425.fesb.hr/TINF/teorijainf_8.htm)

Autokorelacijska funkcija je simetrična što vidimo iz sljedećeg izraza:

$$R_{xx}(-t) = R_{xx}(t) \qquad 3.8.$$

Kada je vrijeme zaostajanja jednako nula (τ=0), vrijednost autokorelacijske funkcije je maksimalna. Kada je funkcija x(t) periodična, tada je i autokorelacijska funkcija također periodična. U tom slučaju možemo odrediti periodične komponente ulaza ispitujući njihovu autokorelaciju.

3.2. Kroskorelacijska analiza

Kroskorelacija je statistička metoda koja određuje stupanj korelacije dva vremenska niza podataka. Određivanjem stupnja korelacije između dva niza dobivamo informacije o snazi

povezanosti ta dva niza kao i vremenski odmak. Kroskorelacijska analiza provodi se izračunavanjem koeficijenta kroskorelacije za svaki vremenski pomak. Koeficijenti se nanose na korelogram. Na x os nanosi se vrijeme odmaka ili zaostajanja, a na y os nanosi se koeficijent korelacije. Iz korelograma možemo vidjeti za koji je vremenski pomak dobiven najveći koeficijent kroskorelacije te njegova vrijednost. Vremenski pomak s najvećim koeficijentom kroskorelacije je zapravo vrijeme zaostajanja reakcije kada su vremenski nizovi maksimalno usklađeni.

Kroskorelacija se može definirati kao usporedba dvaju nizova u određenom vremenu. Definira se kao stupanj od kojeg se dva niza koreliraju s obzirom na zaostajanje jednog niza za drugim. Za kroskorelaciju je bitno da se uspoređuju vremenski nizovi koji si međusobno odgovaraju. Što znači da mjerenja trebaju biti obavljena u istim vremenskim intervalima (svaki dan, svaki sat, itd.). Koliko je korelacija, odnosno jačina veze između dva niza, određuje se pomoću koeficijenta korelacije. Koeficijent korelacije računa se za svako uzastopno zaostajanje. Vrijednost vremenskog zaostajanje između dva niza određena je najvećim izračunatim koeficijentom korelacije. Nulto zaostajanje predstavlja poravnanje dva vremenska niza na isto početno vrijeme. Usporedba se radi za nulto zaostajanje, ali i za svako sljedeće uzastopno zaostajanje, uključujući i pozitivne i negativne pozicije vremenskog zaostajanja. Rezultati kroskorelacijske analize prikazuju se na kroskorelogramu (Posavec i Škudar, 2016).

Prema Parlov (2019) kod kroskorelacije se promatraju dvije sekvencije i međusobno se uspoređuju. Gleda se kolika je snaga veze između promatranih intervala i koliki je odmak od točke najveće izjednačenosti. Zbog lakše usporedbe, prije početka kroskorelacije važno je naći zajednički početak odnosno izjednačiti ih. Kroskorelacijska funkcija definira linearnu ovisnost izlaznog y_t i ulaznog x_t vremenskog niza ovisno o njihovom vremenskom odmaku. Koeficijent kroskorelacije računa se prema sljedećem izrazu:

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y} \qquad 3.10.$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N\pm k}(x_i - \bar{x})(y_{i+k} - \bar{y}) \qquad 3.11.$$

$r_{xy}(k)$ – kroskorelacijska funkcija

k – vremenski odmak

σ_x, σ_y – standardne devijacije ulaznog i izlaznog niza

x_t, y_t – vremenski nizovi

N – broj podataka

C – kovarijanca

Kada ulazni nizovi nisu povezani, kroskorelacijska funkcija predstavlja reakciju sustava na ulazni impuls, a u drugom slučaju, kada su ulazni nizovi povezani, kroskorelacijska funkcija odražava vezu ulaznog i izlaznog niza. Grafički prikaz izračunatog koeficijenta kroskorelacije je kroskorelogram. Kroskorelogram nije simetričan kada se promatra njegova središnjica, odnosno kroskorelacijska funkcija nije simetrična ($r_{xy}(k) \neq r_{yx}(k)$). Ako je $k < 0$, u izrazima 3.10. i 3.11. x zamjenjuje y i obrnuto. Ako je $r_{xy}(k) > 0$ za $k > 0$ izlazni niz je ovisan o ulaznom, a ako je $r_{xy}(k) < 0$, za $k > 0$ ulazni niz ovisan je o izlaznom. Simetrična kroskorelacijska funkcija sa središtem simetrije u k=0 ukazuje da su ulazni i izlazni niz ovisni o nekom trećem nizu. Vrijeme kašnjenja izlazne funkcije za ulaznom definira vremenski odmak *k* kod maksimalne vrijednosti $r_{yx}(k)$.

Prema Dondurur (2018) kroskorelacija se koristi kako bi se dobio stupanj sličnosti između dva različita vremenska niza. Kroskorelacija x(t) i y(t) nizova može se izraziti na sljedeći način:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t+\tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)y(t)dt \qquad 3.12.$$

$$R_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t+\tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\tau)x(t)dt \qquad 3.13.$$

τ – vrijeme zaostajanja

x(t), y(t) – funkcije zaostala za iznos τ

Ako su x(t) i y(t) funkcije različite vremenske duljine, onda je duljina $R_{xy}(\tau)$ jednaka duljini x(t). Redoslijed funkcija u kroskorelacijskom računanju je važan.

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau) \qquad 3.14.$$

Ako su obje funkcije slične, računanjem kroskorelacije proizlazi najveći pozitivni broj. Manje vrijednosti kroskorelacije pojavljuju se onda kada funkcije nisu slične, kada su različite. Dva vremenska niza su slična ako je jedan niz verzija vremenskog zaostajanja drugog niza. Kroskorelacija ukazuje na količinu vremenskog pomaka funkcije u odnosu na drugu funkciju.

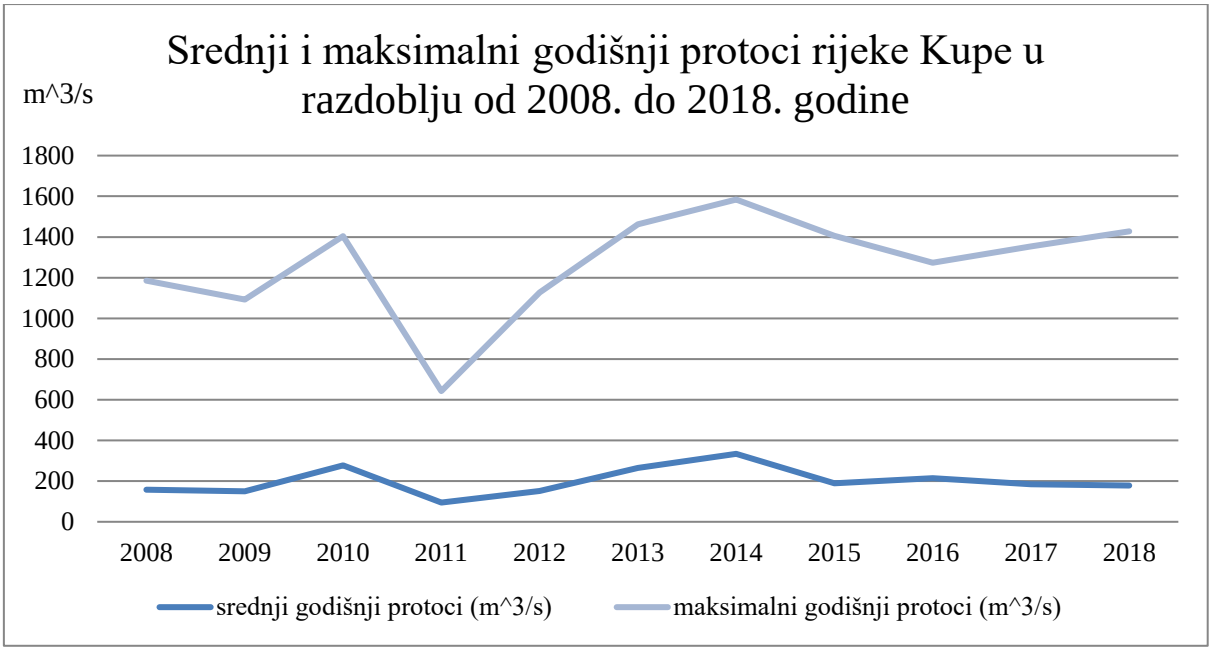
4. Korišteni podaci

U ovom radu korišteni su hidrološki i meteorološki podaci dobiveni od državnog hidrometeorološkog zavoda. Hidrološki podaci uzeti su s hidrološke postaje Farkašić na Kupi i hidrološke postaje Crnac na Savi, a meteorološki podaci s glavne meteorološke postaje (GMP) i automatske meteorološke postaje (AMP) Sisak.

Hidrološka postaja Farkašić (slika 4.1.), 4010 nalazi se na lijevoj obali rijeke Kupe u mjestu Stari Farkašić, uzvodno od Siska, 47,150 km od ušća u Savu. Postaja se nalazi na području koje pripada porječju Save i Crnomorskom slivu. Kota nule vodokaza nalazi se na 93,820 m n.m. Postaja Farkašić počela je s radom 17.09.1964. Vodostaji su se mjerili od 1965. do 2019., protoci su se mjerili od 1965. do 1990. te od 2000. do 2019. godine. Temperatura se mjerila od 1969. do 1986. Minimalni protok zabilježen je 29.08.2000. godine i iznosio je 13,61 m^3/s, a maksimalni je zabilježen 08.10.1974. i iznosio je 1631 m^3/s. U ovom radu biti će korišteni podaci izmjerenih dnevnih protoka od 2008. do 2018. godine. Na slici 4.2. prikazan je graf sa srednjim i maksimalnim godišnjim protocima za razdoblje od 2008. do 2018. godine.



Slika 4.1. Hidrološka postaja Farkašić na Kupi (preuzeto s DHMZ-a)

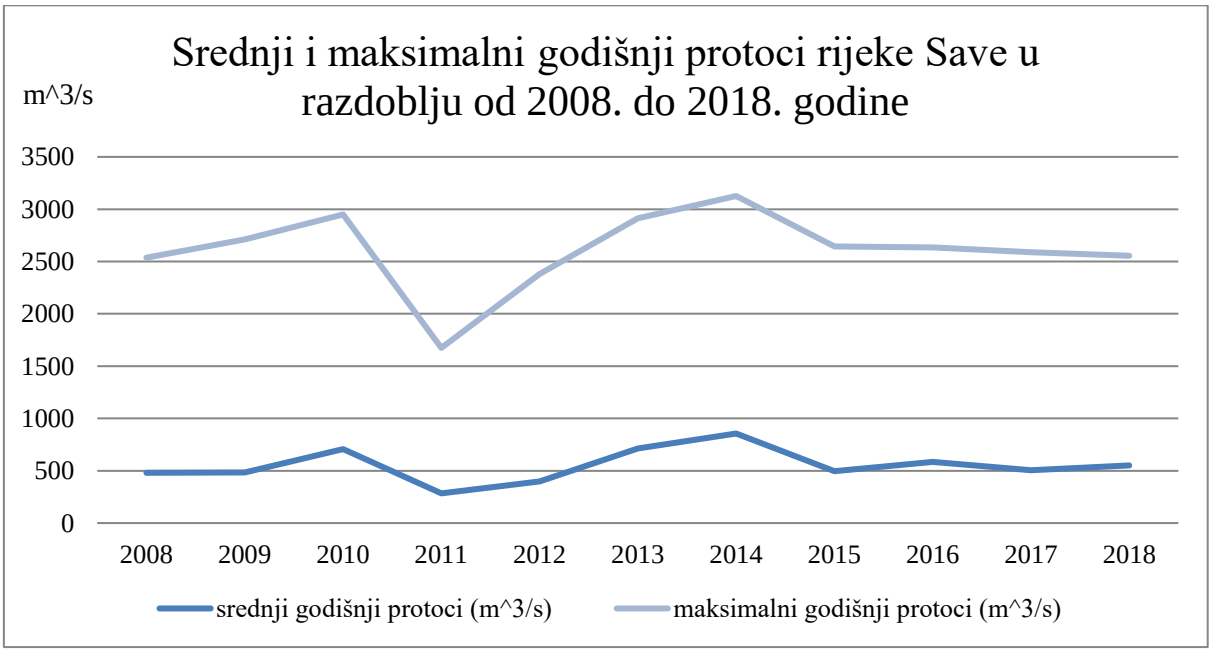


Slika 4.2. Srednji i maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe u razdoblju od 2008. do 2018. godine

Hidrološka postaja Crnac (slika 4.3.), 3020 nalazi se na desnoj obali rijeke Save nizvodno od ušća Kupe u Savu. Nalazi se 575,000 km od ušća. Područje na kojem se nalazi postaja pripada porječju Save i Crnomorskom slivu. Postaja je počela s radom 16.01.1949. Kota nule vodokaza nalazi se na 91,338 m n.m. Vodostaji se mjere od 1949. do 2019. godine. Protoci su se mjerili od 1955. do 1992., od 2001. do 2005., od 2007. do 2018. godine. Minimalni protok zabilježen je 2.9.1992. i iznosio je 71,10 m^3/s, a maksimalni je zabilježen 26.11.1991. i iznosio je 2331,00 m^3/s. U ovom radu biti će korišteni dnevni protoci mjereni od 2008. do 2018. godine. Na slici 4.4. prikazan je graf sa srednjim i maksimalnim godišnjim protocima za razdoblje od 2008. do 2018. godine.



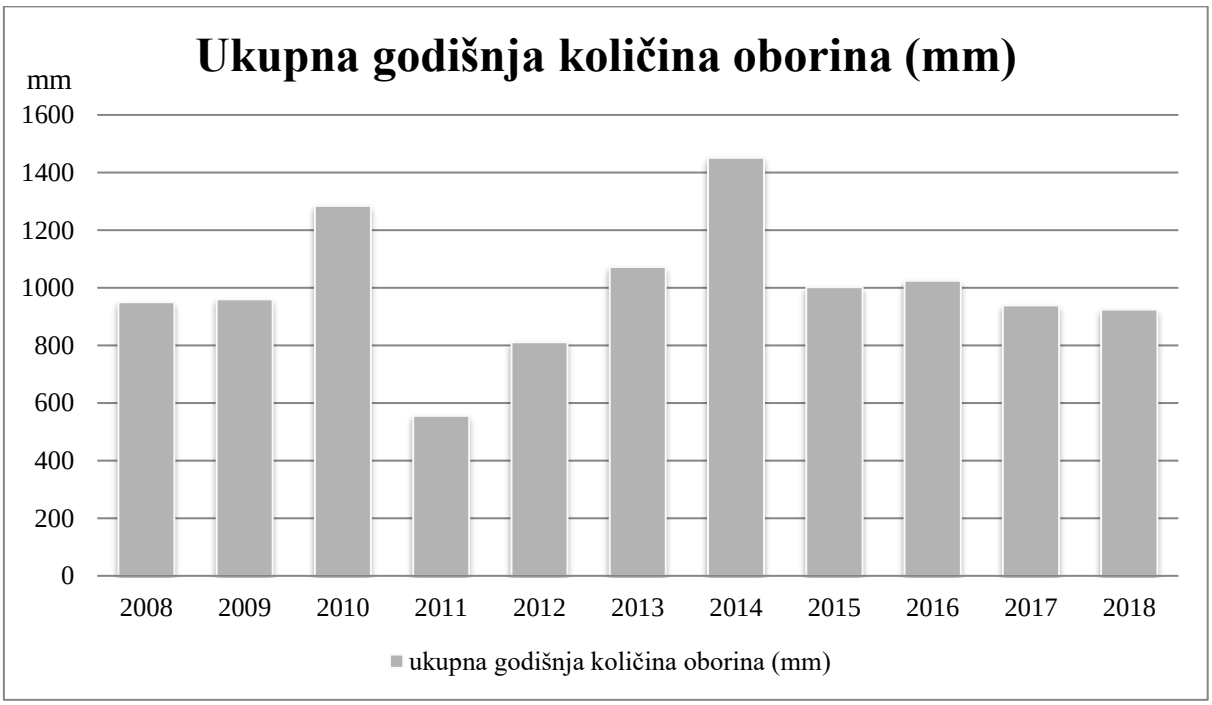
Slika 4.3. Hidrološka postaja Crnac na Savi (preuzeto s DHMZ-a)



Slika 4.4. Srednji i maksimalni godišnji protoci rijeke Save u razdoblju od 2008. do 2018. godine



Slika 4.5. GMP i AMP Sisak (preuzeto s DMHZ-a)

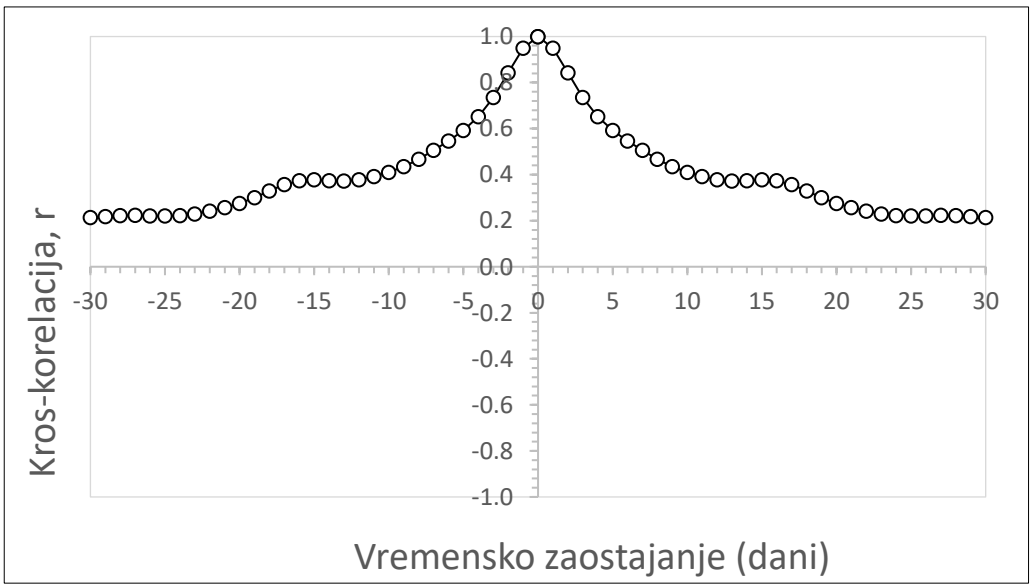


Slika 4.6. Ukupne godišnje količine oborina izmjerene na GMP i AMP Sisak u razdoblju od 2008. do 2018. Godine

5. Rezultati

5.1. Autokorelacija

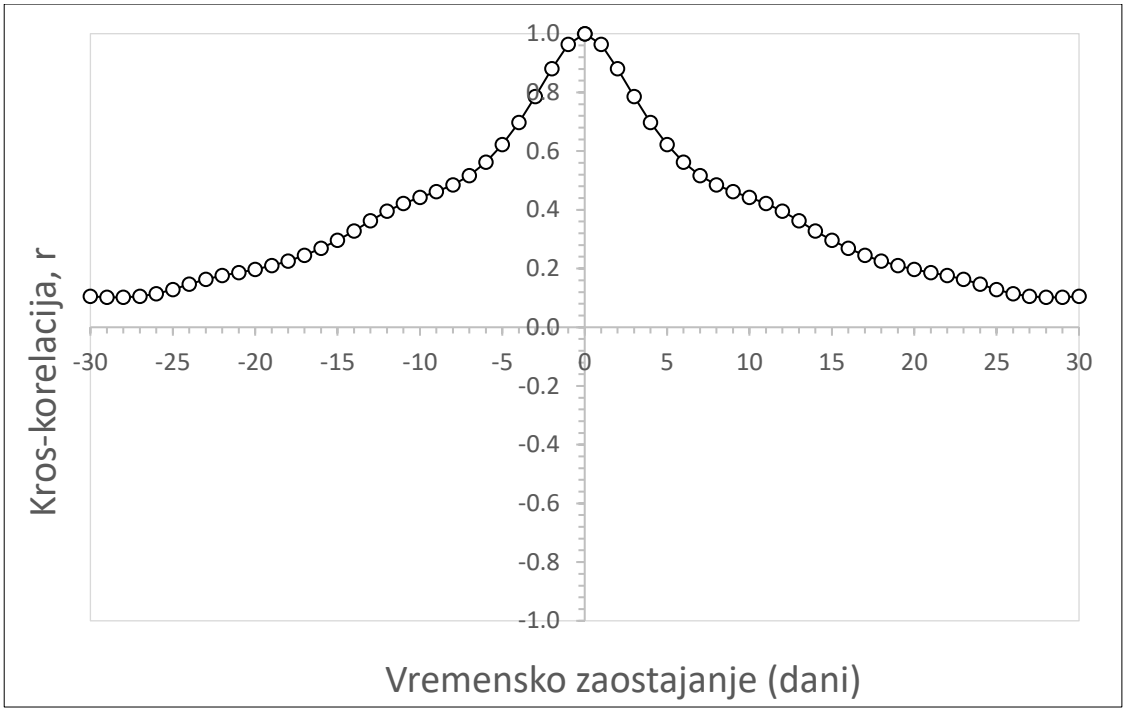
Koeficijent autokorelacije dobiven je pomoću programa u Excelu (Posavec i dr., 2017) unošenjem podataka dnevnih protoka rijeka Kupe i Save u razdoblju od 10 godine, podijeljen u dva razdoblja po 5 godina. Autokorelacijska analiza rađena je do maksimalnog odmaka od 30 dana. Na slici 5.1. prikazan je autokorelogram dobiven iz dnevnih protoka na rijeci Kupi u razdoblju od 2008. do 2012. godine. Iz autokorelograma se može vidjeti kako autokorelacijska funkcija naglo pada od nultog do petog dana, nakon čega ima blaži pad, no ne pada ispod vrijednosti 0,2. Dobiveni koeficijent korelacije iznosi r = 1, što ukazuje na jaku autokoreliranost ovog vremenskog niza sa samim sobom. Na slici 5.2. prikazan je autokorelogram dobiven iz dnevnih protoka na rijeci Kupi u razdoblju od 2013. do 2017. godine. Kao i kod prethodnog autokorelograma autokorelacijska funkcija naglo pada od nultog do petog dana, nakon čega ima blaži pad, no nakon 20. dana vrijednost korelacije pada ispod 0,2 što ukazuje na kraći memorijski efekt ovog vremenskog niza (Mangin, 1984). Koeficijent korelacije iznosi r = 1 što ukazuje na jaku autokoreliranost ovog vremenskog niza sa samim sobom.



Slika 5.1. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2008. do 2012. godine

Tablica 5.1. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	1,000	0	1,000
1	0,950	-1	0,950
2	0,842	-2	0,842
3	0,735	-3	0,735
4	0,651	-4	0,651
5	0,592	-5	0,592
6	0,547	-6	0,547
7	0,506	-7	0,506
8	0,468	-8	0,468
9	0,435	-9	0,435
10	0,410	-10	0,410
11	0,392	-11	0,392
12	0,378	-12	0,378
13	0,372	-13	0,372
14	0,374	-14	0,374
15	0,378	-15	0,378
16	0,374	-16	0,374
17	0,357	-17	0,357
18	0,329	-18	0,329
19	0,300	-19	0,300
20	0,275	-20	0,275
21	0,256	-21	0,256
22	0,241	-22	0,241
23	0,230	-23	0,230
24	0,223	-24	0,223
25	0,220	-25	0,220
26	0,221	-26	0,221
27	0,223	-27	0,223
28	0,222	-28	0,222
29	0,219	-29	0,219
30	0,214	-30	0,214



Slika 5.2. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine

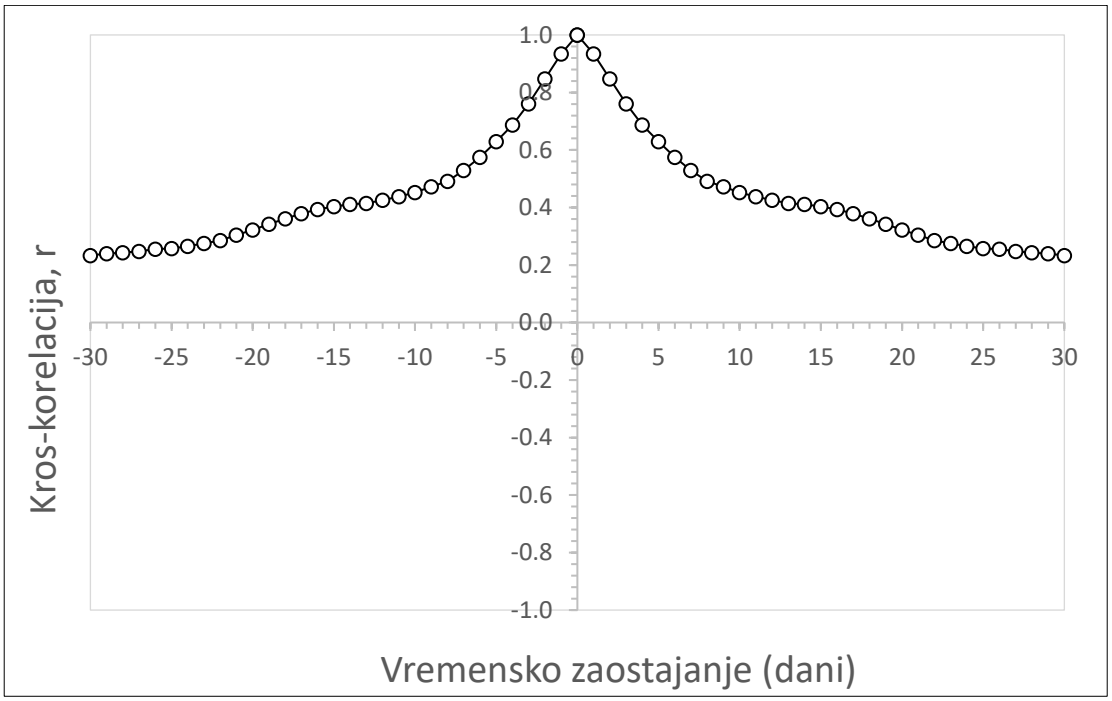
Tablica 5.2. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	1,000	0	1,000
1	0,963	-1	0,963
2	0,880	-2	0,880
3	0,786	-3	0,786
4	0,698	-4	0,698
5	0,622	-5	0,622
6	0,562	-6	0,562
7	0,517	-7	0,517
8	0,484	-8	0,484
9	0,462	-9	0,462
10	0,443	-10	0,443
11	0,422	-11	0,422
12	0,395	-12	0,395
13	0,362	-13	0,362
14	0,327	-14	0,327
15	0,296	-15	0,296
16	0,269	-16	0,269
17	0,245	-17	0,245
18	0,226	-18	0,226
19	0,210	-19	0,210
20	0,196	-20	0,196

nastavak tablice 5.2.

21	0,186	-21	0,186
22	0,176	-22	0,176
23	0,163	-23	0,163
24	0,146	-24	0,146
25	0,128	-25	0,128
26	0,114	-26	0,114
27	0,105	-27	0,105
28	0,102	-28	0,102
29	0,102	-29	0,102
30	0,106	-30	0,106

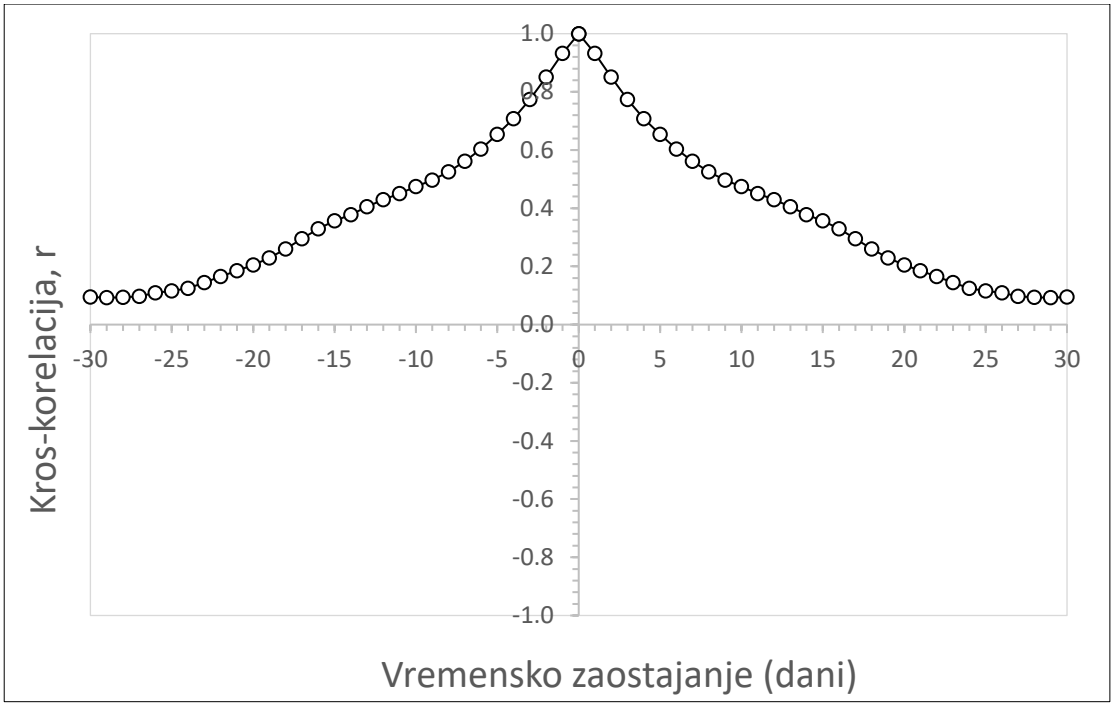
Na slici 5.3. prikazan je autokorelogram dobiven iz dnevnih protoka na rijeci Savi u razdoblju od 2008. do 2012. godine. Iz autokorelograma se može vidjeti kako autokorelacijska funkcija naglo pada od nultog do petog dana, nakon čega ima blaži pad, no ne pada ispod vrijednosti 0,2. Dobiveni koeficijent korelacije iznosi r = 1, što ukazuje na jaku autokoreliranost ovog vremenskog niza sa samim sobom. Na slici 5.4. prikazan je autokorelogram dobiven iz dnevnih protoka na rijeci Savi u razdoblju od 2013. do 2017. godine. Kao i kod prethodnog autokorelograma autokorelacijska funkcija naglo pada od nultog do petog dana, nakon čega ima blaži pad, no nakon 21. dana vrijednost korelacije pada ispod 0,2 što ukazuje na kraći memorijski efekt ovog vremenskog niza (Mangin, 1984).



Slika 5.3. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine

Tablica 5.3. Autokorelacija protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	1,000	0	1,000
1	0,935	-1	0,935
2	0,847	-2	0,847
3	0,761	-3	0,761
4	0,687	-4	0,687
5	0,629	-5	0,629
6	0,575	-6	0,575
7	0,530	-7	0,530
8	0,491	-8	0,491
9	0,473	-9	0,473
10	0,453	-10	0,453
11	0,438	-11	0,438
12	0,425	-12	0,425
13	0,414	-13	0,414
14	0,411	-14	0,411
15	0,403	-15	0,403
16	0,393	-16	0,393
17	0,379	-17	0,379
18	0,361	-18	0,361
19	0,342	-19	0,342
20	0,322	-20	0,322
21	0,305	-21	0,305
22	0,285	-22	0,285
23	0,275	-23	0,275
24	0,265	-24	0,265
25	0,258	-25	0,258
26	0,255	-26	0,255
27	0,247	-27	0,247
28	0,243	-28	0,243
29	0,239	-29	0,239
30	0,233	-30	0,233



Slika 5.4. Autokorelogram dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2013. do 2017. godine

Tablica 5.4. Autokorelacija protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	1,000	0	1,000
1	0,932	-1	0,932
2	0,851	-2	0,851
3	0,774	-3	0,774
4	0,708	-4	0,708
5	0,654	-5	0,654
6	0,603	-6	0,603
7	0,561	-7	0,561
8	0,526	-8	0,526
9	0,497	-9	0,497
10	0,474	-10	0,474
11	0,451	-11	0,451
12	0,429	-12	0,429
13	0,406	-13	0,406
14	0,378	-14	0,378
15	0,357	-15	0,357
16	0,329	-16	0,329
17	0,295	-17	0,295
18	0,260	-18	0,260
19	0,229	-19	0,229
20	0,205	-20	0,205
21	0,185	-21	0,185
22	0,165	-22	0,165

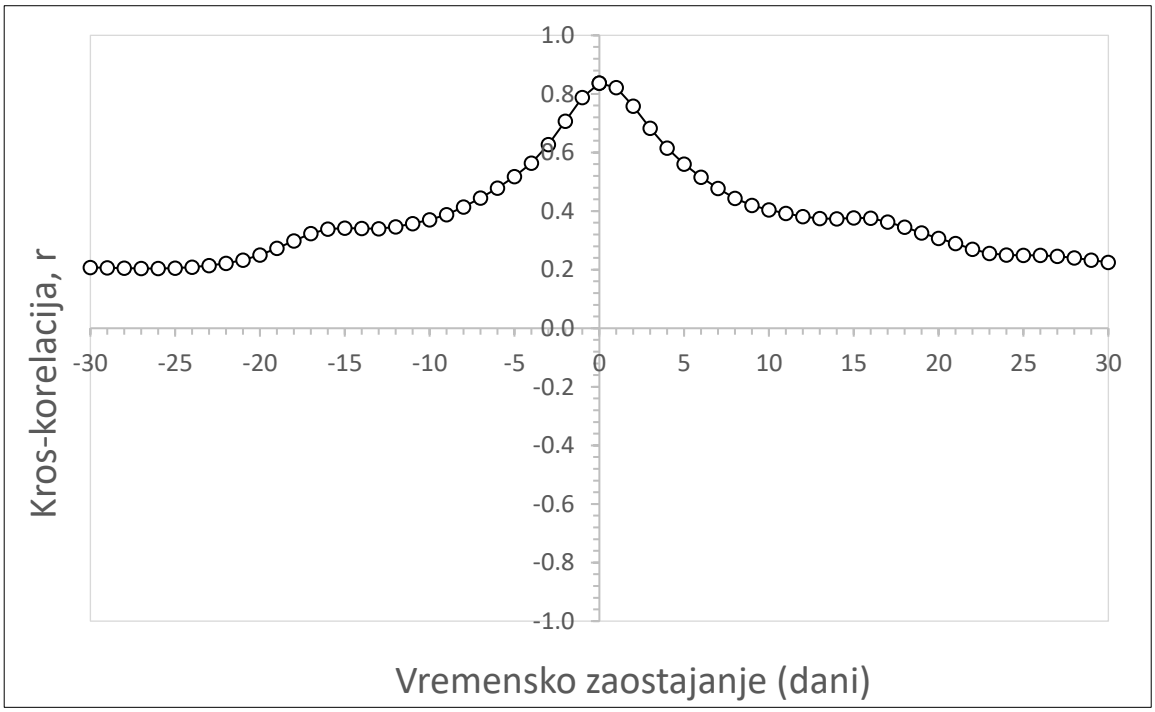
nastavak tablice 5.4.

23	0,144	-23	0,144
24	0,125	-24	0,125
25	0,116	-25	0,116
26	0,109	-26	0,109
27	0,098	-27	0,098
28	0,094	-28	0,094
29	0,092	-29	0,092
30	0,095	-30	0,095

5.2. Kroskorelacija

Koeficijent kroskorelacije dobiven je pomoću programa u Excelu (Posavec i dr., 2017) unošenjem podataka dnevnih oborina i protoka rijeka Save i Kupe u razdoblju od 10 godina, podijeljen u dva razdoblja po 5 godina. Rezultati kroskorelacije prikazan su grafovima na slika 5.5.-5.10. te tablicama 5.5.-5.10.

Na slici 5.5. prikazana je kroskorelacijska funkcija između hidroloških stanica na Kupi i Savi u razdoblju od 2008. do 2012. godine, a u tablici 5.5. prikazane su vrijednosti kroskorelacijske funkcije.



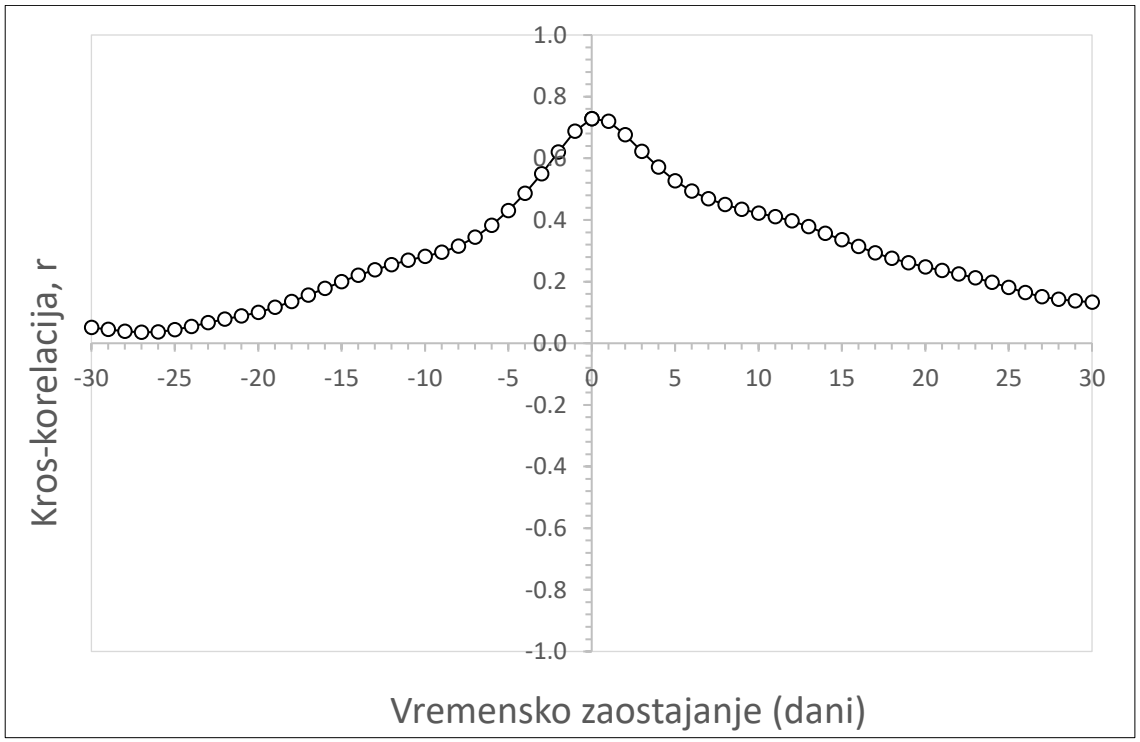
Slika 5.5. Kroskorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe i Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine

Tablica 5.5. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,837	0	0,837
1	0,821	-1	0,788
2	0,758	-2	0,707
3	0,682	-3	0,627
4	0,615	-4	0,564
5	0,560	-5	0,518
6	0,516	-6	0,479
7	0,477	-7	0,444
8	0,444	-8	0,414
9	0,419	-9	0,388
10	0,404	-10	0,371
11	0,393	-11	0,357
12	0,382	-12	0,346
13	0,375	-13	0,340
14	0,374	-14	0,340
15	0,376	-15	0,342
16	0,375	-16	0,338
17	0,363	-17	0,323
18	0,345	-18	0,299
19	0,326	-19	0,273
20	0,307	-20	0,250
21	0,289	-21	0,232
22	0,270	-22	0,222
23	0,256	-23	0,214
24	0,250	-24	0,209
25	0,249	-25	0,205
26	0,249	-26	0,204
27	0,246	-27	0,204
28	0,240	-28	0,205
29	0,233	-29	0,206
30	0,225	-30	0,208

Iz kroskorelograma na slici 5.5. vidljivo je da je maksimalna vrijednost te funkcije r = 0,837 pri vremenskom zaostajanju od 0 dana, što upućuje da su ta dva vremenska niza vrlo dobro međusobno korelirana pri tom vremenskom odmaku (maksimumi protoka koincidiraju na obje hidrološke stanice). Rijeka Kupa utječe na protoke na rijeci Savi još do četiri dana iza, budući da vrijednost kroskorelacijske funkcije pri odmaku od četiri dana padne na vrijednost 0,615.

Na slici 5.6. prikazana je kroskorelacijska funkcija između hidroloških stanica na Kupi i Savi u razdoblju od 2013. do 2017. godine, a u tablici 5.6. prikazane su vrijednosti kroskorelacijske funkcije.



Slika 5.6. Kroskorelogram dnevnih mjerenja protoka Kupe i Save u razdoblju od 2013. do 2017. godine

Tablica 5.6. Autokorelacija protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine

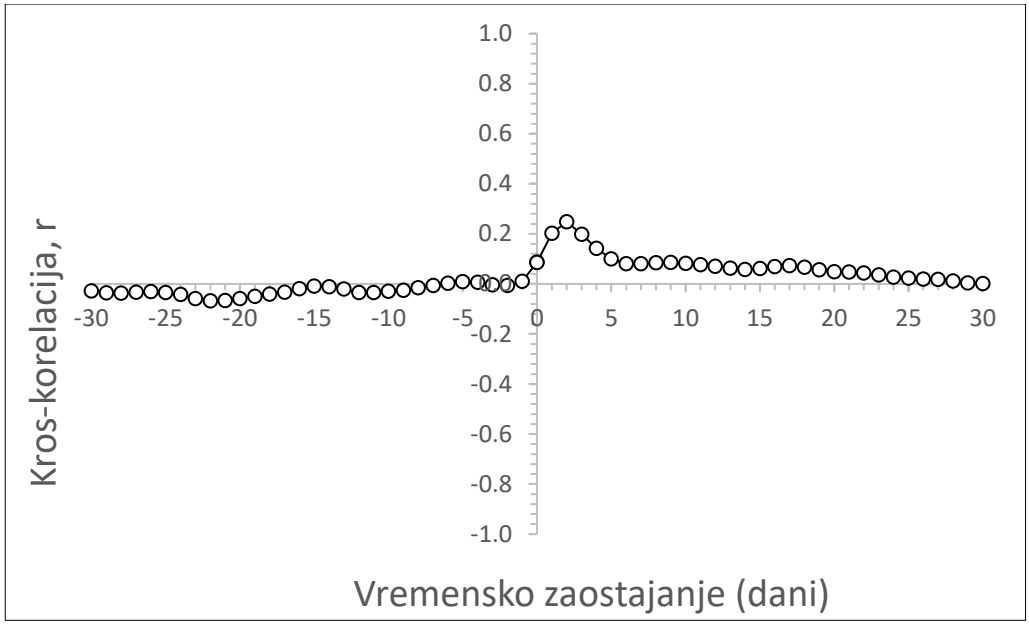
k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,729	0	0,729
1	0,719	-1	0,688
2	0,676	-2	0,620
3	0,623	-3	0,550
4	0,572	-4	0,486
5	0,527	-5	0,430
6	0,493	-6	0,383
7	0,469	-7	0,344
8	0,450	-8	0,315
9	0,434	-9	0,296
10	0,421	-10	0,282
11	0,410	-11	0,269
12	0,397	-12	0,255
13	0,379	-13	0,238
14	0,356	-14	0,220
15	0,335	-15	0,200
16	0,314	-16	0,178

nastavak tablice 5.6.

17	0,293	-17	0,156
18	0,275	-18	0,135
19	0,261	-19	0,116
20	0,248	-20	0,100
21	0,236	-21	0,088
22	0,224	-22	0,078
23	0,212	-23	0,067
24	0,198	-24	0,055
25	0,181	-25	0,044
26	0,164	-26	0,037
27	0,151	-27	0,036
28	0,142	-28	0,038
29	0,137	-29	0,044
30	0,133	-30	0,051

Iz kroskorelograma na slici 5.6. vidljivo je da je maksimalna vrijednost te funkcije nešto manja nego u prethodnom razdoblju r = 0,729 pri vremenskom zaostajanju od 0 dana, što upućuje da su ta dva vremenska niza vrlo dobro međusobno korelirana pri tom vremenskom odmaku (maksimumi protoka koincidiraju na obje hidrološke stanice). Rijeka Kupa utječe na protoke na rijeci Savi nešto kraće nego u prethodnom razdoblju, jer nakon trećeg dana vrijednost kroskorelacijske funkcije padne na vrijednost 0,623, a nakon toga vrijednost opada puno brže nego u prethodnom razdoblju.

Na slici 5.7. prikazana je kroskorelacijska funkcija između dnevnih količina oborine s GMP i AMP Sisak i dnevnih protoka Kupe u razdoblju od 2008. do 2012. godine, a u tablici 5.7. prikazane su vrijednosti kroskorelacijske funkcije.



Slika 5.7. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2008. do 2012. godine

Tablica 5.7. Kroskorelacija oborina i protoka Kupe za razdoblje od 2008. do 2012. godine

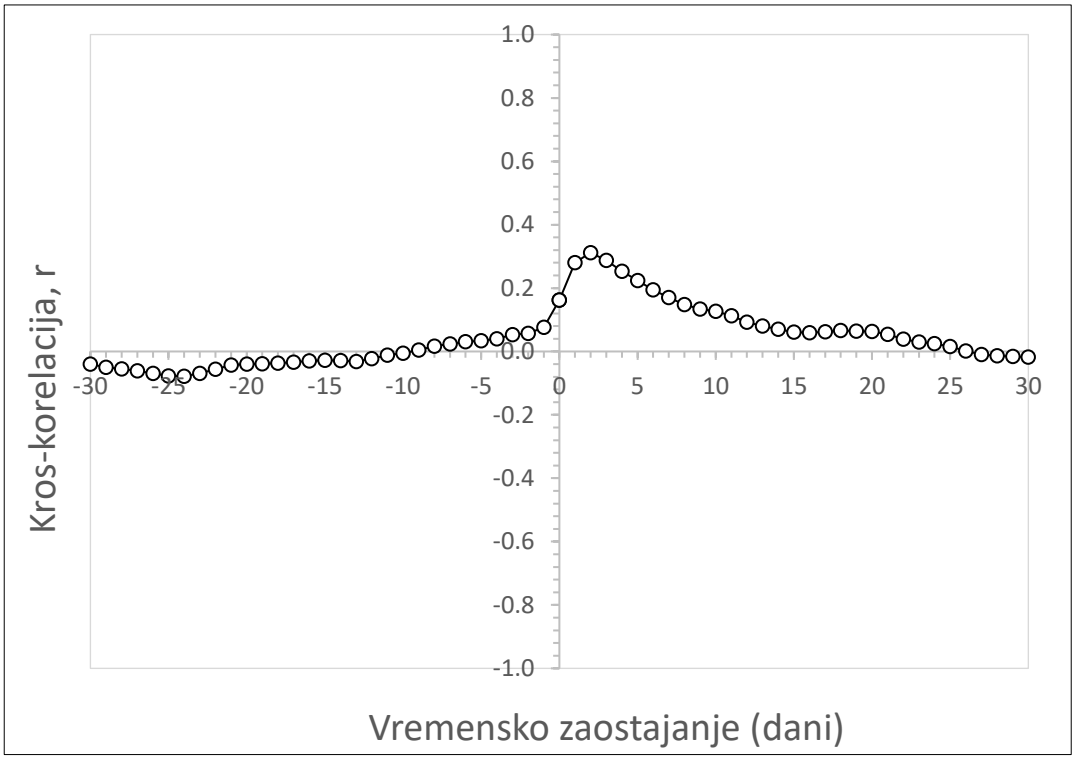
k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,087	-0	0,086
1	0,202	-1	0,010
2	0,249	-2	-0,006
3	0,198	-3	-0,003
4	0,142	-4	0,006
5	0,100	-5	0,010
6	0,081	-6	0,003
7	0,080	-7	-0,006
8	0,085	-8	-0,015
9	0,086	-9	-0,025
10	0,081	-10	-0,029
11	0,076	-11	-0,035
12	0,070	-12	-0,034
13	0,063	-13	-0,020
14	0,057	-14	-0,012
15	0,062	-15	-0,009
16	0,069	-16	-0,019
17	0,073	-17	-0,033
18	0,066	-18	-0,041
19	0,056	-19	-0,049
20	0,048	-20	-0,059
21	0,048	-21	-0,067
22	0,044	-22	-0,068
23	0,036	-23	-0,058

nastavak tablice 5.7.

24	0,028	-24	-0,042
25	0,023	-25	-0,034
26	0,019	-26	-0,030
27	0,018	-27	-0,034
28	0,012	-28	-0,037
29	0,004	-29	-0,036
30	0,002	-30	-0,028

Maksimalna vrijednost kroskorelacijske funkcije je pri vremenskom odmaku od dva dana i iznosi r = 0,249, što sugerira da oborina izmjerena na toj meteorološkoj stanici ima, ali vrlo mali utjecaj na maksimalne izmjerene protoke na hidrološkoj stanici na Kupi nakon dva dana.

Na slici 5.8. prikazana je kroskorelacijska funkcija između dnevnih količina oborine s GMP i AMP Sisak i dnevnih protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine, a u tablici 5.8. prikazane su vrijednosti kroskorelacijske funkcije.



Slika 5.8. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine

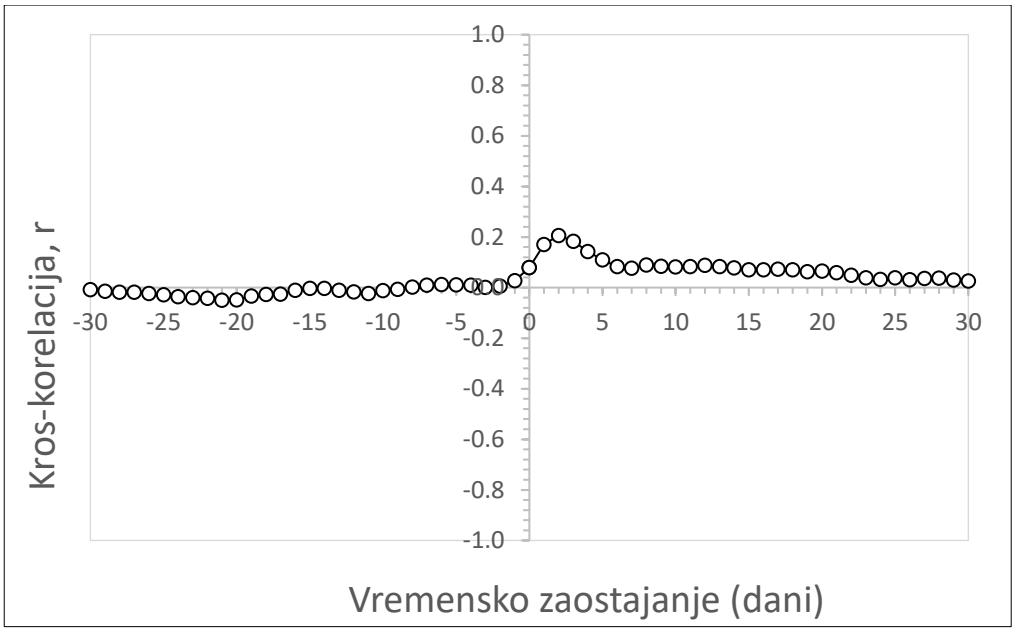
Tablica 5.8. Kroskorelacija oborina i protoka Kupe za razdoblje od 2013. do 2017. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,162	-0	0,162
1	0,280	-1	0,076
2	0,312	-2	0,058
3	0,287	-3	0,053
4	0,253	-4	0,040
5	0,224	-5	0,034
6	0,194	-6	0,031
7	0,170	-7	0,023
8	0,148	-8	0,017
9	0,134	-9	0,004
10	0,127	-10	-0,005
11	0,112	-11	-0,012
12	0,093	-12	-0,022
13	0,080	-13	-0,032
14	0,070	-14	-0,029
15	0,061	-15	-0,028
16	0,059	-16	-0,030
17	0,062	-17	-0,034
18	0,066	-18	-0,037
19	0,064	-19	-0,039
20	0,063	-20	-0,039
21	0,054	-21	-0,043
22	0,039	-22	-0,056
23	0,030	-23	-0,069
24	0,024	-24	-0,078
25	0,016	-25	-0,077
26	0,002	-26	-0,069
27	-0,010	-27	-0,062
28	-0,014	-28	-0,055
29	-0,016	-29	-0,050
30	-0,018	-30	-0,039

Isto kao i u prethodnom razdoblju, maksimalna vrijednost kroskorelacijske funkcije je r = 0,312, nakon dva dana. Vrijednost je nešto veća, ali i dalje dovoljno mala da vrijedi isti zaključak kao i u prethodnom razdoblju.

Na slikama 5.9. i 5.10. prikazane su kroskorelacijske funkcije između dnevnih količina oborine s GMP i AMP Sisak i dnevnih protoka Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine

i 2013. i 2017. godine, a u tablicama 5.9. i 5.10. prikazane su vrijednosti kroskorelacijske funkcije.



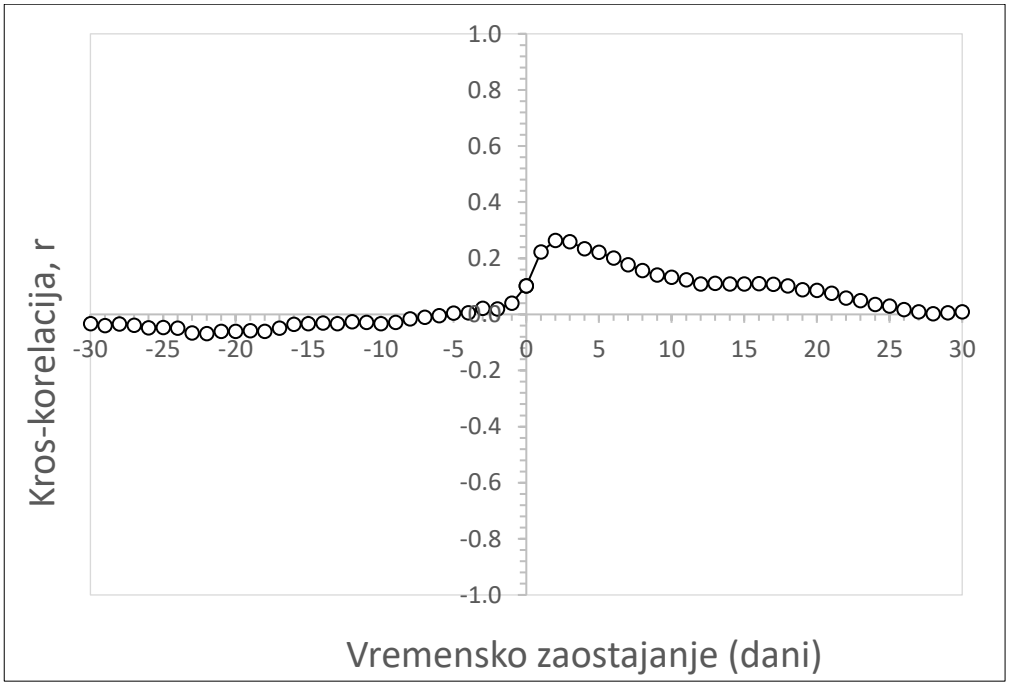
Slika 5.9. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Save u razdoblju od 2008. do 2012. godine

Tablica 5.9. Kroskorelacija oborina i protoka Save za razdoblje od 2008. do 2012. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,080	-0	0,079
1	0,170	-1	0,028
2	0,206	-2	0,006
3	0,183	-3	0,001
4	0,143	-4	0,010
5	0,110	-5	0,011
6	0,083	-6	0,012
7	0,077	-7	0,009
8	0,090	-8	0,002
9	0,084	-9	-0,007
10	0,082	-10	-0,012
11	0,083	-11	-0,023
12	0,088	-12	-0,017
13	0,084	-13	-0,010
14	0,077	-14	-0,003
15	0,070	-15	-0,004

nastavak tablice 5.9.

16	0,071	-16	-0,010
17	0,072	-17	-0,026
18	0,070	-18	-0,027
19	0,063	-19	-0,034
20	0,065	-20	-0,048
21	0,059	-21	-0,050
22	0,049	-22	-0,043
23	0,038	-23	-0,040
24	0,032	-24	-0,036
25	0,039	-25	-0,029
26	0,031	-26	-0,023
27	0,037	-27	-0,018
28	0,037	-28	-0,018
29	0,030	-29	-0,014
30	0,027	-30	-0,008



Slika 5.10. Kroskorelogram dnevnih mjerenja oborina palih na GMP i AMP Sisak i dnevnih mjerenja protoka Kupe u razdoblju od 2013. do 2017. godine

Tablica 5.10. Kroskorelacija oborina i protoka Save za razdoblje od 2013. do 2017. godine

k (dan)	r (k)	k (dan)	r (k)
0	0,102	-0	0,102
1	0,223	-1	0,040
2	0,264	-2	0,020

nastavak tablice 5.10.

3	0,259	-3	0,022
4	0,234	-4	0,006
5	0,221	-5	0,004
6	0,201	-6	-0,005
7	0,177	-7	-0,011
8	0,156	-8	-0,016
9	0,141	-9	-0,028
10	0,132	-10	-0,033
11	0,123	-11	-0,029
12	0,108	-12	-0,026
13	0,111	-13	-0,033
14	0,108	-14	-0,031
15	0,108	-15	-0,033
16	0,109	-16	-0,036
17	0,107	-17	-0,049
18	0,102	-18	-0,060
19	0,088	-19	-0,058
20	0,085	-20	-0,061
21	0,075	-21	-0,061
22	0,058	-22	-0,068
23	0,049	-23	-0,066
24	0,036	-24	-0,049
25	0,030	-25	-0,047
26	0,017	-26	-0,048
27	0,009	-27	-0,039
28	0,002	-28	-0,034
29	0,005	-29	-0,040
30	0,009	-30	-0,033

Kroskorelacijske funkcije prikazane na slikama 5.9. (r = 0,206) i 5.10. (r = 0,264) imaju vrlo sličan oblik, tako da i za njih vrijedi isti zaključak kao i kod funkcija na slikama 5.7. i 5.8. Oborine izmjerena na tim meteorološkim stanicama imaju vrlo mali utjecaj na maksimalne izmjerene protoke na hidrološkoj stanici na Kupi nakon dva dana.

6. Zaključak

Autokorelacijske funkcije dobivene iz podataka s hidroloških stanica na Kupi i Savi pokazuju vrlo dobru koreliranost signala sa samim sobom, s vrlo dugim efektom memorije u prvom analiziranom razdoblju, dok je u drugom razdoblju taj efekt nešto kraći, i iznosi oko 20 dana. Kroskorelacijske funkcije između nizova s hidroloških stanica na Kupi i Savi ukazuju na vrlo dobru povezanost tih nizova pri vremenskom odmaku od nula dana. To zapravo pokazuje da maksimumi na tim hidrološkim stanicama međusobno koincidiraju, ali da postoji utjecaj rijeke Kupe na rijeku Savu još neko vrijeme. U prvom razmatranom razdoblju je taj utjecaj još četiri dana, do kada je vrijednost kroskorelacijske funkcije veća od 0,6, dok je u novijem razmatranom razdoblju taj utjecaj nešto kraći i iznosi tri dana.

Na temelju ovako kratkih vremenskih nizova se može reći da to nije drastična razlika, no ako bi se baš tražilo neko fizikalno objašnjenje, onda bi to vjerojatno bio jači relativni porast protoka na Savi u odnosu na Kupu u novijem razdoblju, zbog čega onda utjecaj Kupe na rijeku Savu slabi.

Vrlo niske vrijednosti maksimalne kroskorelacijske funkcije između oborina i protoka na Kupi i Savi ukazuju na mali utjecaj tih oborina na protoke. Ovo je objašnjivo činjenicom da su veličine slivova do razmatranih hidroloških stanica (Farkašić na Kupi 8,992 km^2, Crnac na Savi 22,852 km^2) vrlo velike i oborina izmjerena samo na ovom području može imati mali utjecaj na protoke na tim hidrološkim stanicama čija je površina tako velika.

7. Literatura

Babić, M. (2008): Plan navodnjavanja sisačko-moslavačke županije-svezak 1/2, projekt, Zagreb: Institut građevinarstva Hrvatske, 2310-138-07

Brkić, Ž., Larva, O., Marković, T., Lukač Reberski, J., Urumović, K., Kolarić, J., (2009): Ocjena stanja i rizika cjelina podzemnih voda u panonskom djelu Republike Hrvatske, projekt, Zagreb: Hrvatski geološki institut

Larva, O. (2002): Mogućnosti eksploatacije podzemne vode iz aluvijalnog vodonosnika između Zagreba i Siska, magistarski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 102 str.

Mangin, A. (1984): 'Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale', *Journal of Hydrology*. Elsevier, 67(1–4), str. 25-43. doi: 10.1016/0022-1694(84)90230-0.

Musy, A. i Higy, C. (2010): Hydrology: A science of nature, Science Publishers, P.O. Box 699, Enfield, NH 03748, USA, 10.1201/b10426, 337 str.

Parlov, J. (2019): Hidrogeologija krša, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 189 str.

Pikija, M., Hecimović, I., Prelogović, E. (1986): Osnovna geološka karta, Tumač za list Sisak, Zagreb, Geološki zavod, 52 str.

Posavec, K. i Škudar, S. (2016): Korelacijsko, regresijsko i kroskorelacijsko modeliranje vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, Matematičke metode i nazivlje u geologiji, Malvić, Tomislav ; Velić, Josipa (ur.), Zagreb, str. 75-90

Posavec, K., Vukojević, P., Ratkaj, M. i Bedeniković, T. (2017): Cross-corelation Modelling of Surface Water – Groundwater Interaction Using the Excel Spreadsheet Application, The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin, str. 25-32

Šegota, T. i Filipčić, A. (2003): Koppenova podjela klima i hrvatsko nazivlje, Zagreb, PMF Zagreb, Geografski odsjek, str. 17-37

Teorija informacija, FSB., http://lab425.fesb.hr/TINF/teorijainf_8.htm, Pristupljeno 20.01.2021.

Trauth, M. H. (2006): MATLAB Recipes for Earth Sciences, Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2015., str. 240

Zaninović, K., Gajić-Čapka, M., Perčec Tadić, M., Vučetić, M., Milković, J., Bajić, A., Cindrić, K., Cvitan, L., Katušin, Z., Kaučić, D., Likso, T., Lončar, E., Lončar, Ž., Mihajlović, D., Pandžić, K., Patarčić, M., Srnec, L. and Vučetić, V. (2008): Climate Atlas of Croatia 1961–1990., 1971–2000., Klimatski atlas Hrvatske, Meteorological and Hydrological Service of Croatia, Zagreb, 200 str.

KLASA: 602-04/20-01/240
URBROJ: 251-70-03-21-2
U Zagrebu, 03.02.2021.

Marta Caren, studentica

RJEŠENJE O ODOBRENJU TEME

Na temelju Vašeg zahtjeva primljenog pod KLASOM 602-04/20-01/240, UR. BROJ: 251-70-14-20-1 od 02.11.2020. godine priopćujemo temu diplomskog rada koja glasi:

AUTOKORELACIJSKA I KROSKORELACIJSKA ANALIZA PROTOKA UZ UŠĆE KUPE U SAVU

Za voditelja ovog diplomskog rada imenuje se u smislu Pravilnika o diplomskom ispitu dr. sc. Krešimir Pavlić, docent Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Voditelj

(potpis)

Doc. dr. sc. Krešimir Pavlić
(titula, ime i prezime)

Predsjednik povjerenstva za završne i diplomske ispite

(potpis)

Izv. prof. dr. sc. Stanko Ružičić
(titula, ime i prezime)

Prodekan za nastavu i studente

(potpis)

Izv. prof. dr. sc. Dalibor Kuhinek
(titula, ime i prezime)