Statistička obrada geometrijskih značajki diskonitnuiteta u stijenskim masama

Kljajić, Petar

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:352614

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**



Repository / Repozitorij:

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET

Diplomski studij rudarstva

STATISTIČKA OBRADA GEOMETRIJSKIH ZNAČAJKI DISKONTINUITETA U STIJENSKIM MASAMA

Diplomski rad

Petar Kljajić

R 129

Zagreb, 2016.

Zahvaljujem se izv. prof. dr. sc. Petru Hrženjaku na mentorstvu,
na svim savjetima i strpljenju tokom izrade ovog
diplomskog rada.
Svojim roditeljima koji su me bezuvjetno podržavali kroz godine ovog
studija, kao i kroz ostale životne faze, dugujem najveću i
najiskreniju zahvalnost.

Sveučilište u Zagrebu
Rudarsko-geološko-naftni fakultet

Diplomski rad

STATISTIČKA OBRADA GEOMETRIJSKIH ZNAČAJKI DISKONTINUITETA U STIJENSKIM MASAMA

PETAR KLJAJIĆ

Diplomski rad je izrađen: Sveučilište u Zagrebu
Rudarsko-geološko-naftni fakultet
Zavod za rudarstvo i geotehniku
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Sažetak

Pukotine su uz monolite sastavni dio stijenske mase. Statističkom analizom značajki pukotina (diskontinuiteta) može se postići bolje razumijevanje geološke prošlosti i ponašanje stijenske mase pod različitim uvjetima. Određivanjem razdioba vrijednosti za orijentacije, razmake i postojanosti diskontinuiteta stvara se slika o potencijalnom izgledu blokova unutar stijene što bitno utječe na stabilnost kosina i podzemnih prostorija. Kroz ovaj rad su prikazane metode prikupljanja podataka i metode određivanja teoretskih razdioba koje bi najbolje opisivale navedene značajke. Provođenje statističke analize orijentacija, razmaka i postojanosti diskontinuiteta je napravljeno prema podacima prikupljenih sa kamenoloma „Ivanec“.

Ključne riječi: stijenska masa, značajke diskontinuiteta, statistička analiza, sferna razdioba

Završni rad sadrži: 49 stranica, 15 tablica, 26 slika i 21 referenci

Jezik izvornika: Hrvatski

Diplomski rad pohranjen: Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta,
Pierottijeva 6, Zagreb

Mentor: Dr. sc. Petar Hrženjak, izvanredni profesor RGNF

Ocjenjivači: Dr. sc. Petar Hrženjak, izvanredni profesor RGNF
Dr.sc. Anja Vrbaški, docentica RGNF
Dr. sc. Vinko Škrlec, docent RGNF

Datum obrane: 26. rujna 2014

University of Zagreb
Faculty of Mining, Geology
and Petroleum Engineering

Master's Thesis

STATISTICAL INTERPRETATION OF GEOMETRICAL CHARACTERISTICS OF DISCONTINUITIES IN ROCK MASSES

PETAR KLJAJIĆ

Thesis completed in: University of Zagreb
Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering
Department of Mining Engineering and Geotechnics
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Abstract

Discontinuities and monolithes form a rock mass. Better understanding of geological history and rock mass behavior under different conditions could be achievable through statistical analysis of discontinuity characteristics. By defining distribution of values for orientations, spacing and persistence of discontinuities, it is possible to form image of blocks inside a rock that is crucial for defining rock slope and underground spaces stability. Methods of sampling and statistical describing of mentioned discontinuity characteristics had been elaborated by this thesis. Statstical analysis of orientation, spacing and persistence had been conducted based on data collected from „Ivanec“ quarry.

Key words: rock mass, discontinuity characteristics, statistical analysis, spherical distribution

Thesis contains: 49 pages, 15 tables, 26 figures i 21 references

Original in: Croatian

Thesis deposited in: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisor: PhD Petar Hrženjak, Associate Professor

Reviewers: PhD Petar Hrženjak, Associate Professor
PhD Anja Vrbaški, Assistant Professor
PhD Vinko Škrlec, Assistent Professor

Date of defense: September 26, 2016

SADRŽAJ

SADRŽAJ I

POPIS SLIKA III

POPIS TABLICA V

POPIS OZNAKA VI

1. Uvod 1

2. Kvantitativni opis diskontinuiteta u stijenskim masama 2

2.1. Orijentacija 2

2.2. Razmak 3

2.3. Postojanost 4

2.4. Hrapavost stijenki diskontinuiteta 5

2.5. Čvrstoća stijenki diskontinuiteta 6

2.6. Zijev 6

2.7. Ispuna 7

2.8. Procjeđivanje 7

2.9. Broj skupova diskontinuiteta 8

2.10. Veličina bloka 9

2.11. Prikupljanje podataka 9

3. Razdiobe i statistički testovi 11

3.1. Razdiobe 12

3.1.1. Binomna razdioba 12

3.2.2. Normalna razdioba 13

3.1.3. Poissonova razdioba 13

3.1.4. Uniformna razdioba 14

3.1.5. Lognormalna razdioba 15

3.1.6. Eksponencijalna razdioba 16

3.1.7. Gama razdioba 17

3.1.8. Fisherova (von Mises – Fisher) razdioba 18
3.1.9. Kentova (5-parametarska Fisher – Bingham) razdioba 19
3.2. Statistički testovi 20
3.2.1. Kolmogorov – Smirnov test 20
3.2.2. Hi kvadrat test 22
3.3. Interval pouzdanosti 23
4. Statistička obrada geometrijskih značajki diskontinuiteta kamenoloma „Ivanec“ 25
4.1. Kamenolom „Ivanec“ 25
4.2. Podaci o značajkama diskontinuiteta 28
4.3. Statistička analiza orijentacija diskontinuiteta 30
4.4. Statistička analiza razmaka diskontinuiteta 38
4.5. Statistička analiza postojanosti diskontinuiteta 42
5. Zaključak 46
6. Literatura 48

POPIS SLIKA

Slika 2-1. Orijentacija diskontinuiteta (Librić, 2011)..... 3

Slika 2-2. Postojanost diskontinuiteta (Hack, 2011) 4

Slika 2-3. Profili stijenki diskontinuiteta u 10 centimetarskom mjerilu..... 5

Slika 2-4. Korelacijski dijagram između vrijednosti odskoka u Schmidtovom čekiću i čvrstoće stijenke diskontinuiteta..... 6

Slika 3-1. Binomna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 12

Slika 3-2. Normalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 13

Slika 3-3. Poissonova razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 14

Slika 3-4. Uniformna diskretna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 14

Slika 3-5. Uniformna kontinuirana razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 15

Slika 3-6. Lognormalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 15

Slika 3-7. Eksponencijalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 16

Slika 3-8. Gama razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno) 17

Slika 3-9. Sustav označavanja trodimenzionalnog vektora OP u prostoru definiranom sfernim kutovima θ i ϕ (preuzeto iz: Navratil, 2011) 18

Slika 3-10. Tri skupa podataka dobivenih iz von Mises – Fisherove razdiobe sa tri različita smjera srednje vrijednosti i tri različita koncentracijska parametra. Plavo (κ = 1); zeleno (κ = 10); crveno (κ = 100); smjerovi su označeni strelicama. 19

Slika 3-11. Kentova razdioba (Hamelryck et al., 2006). Tri skupa podataka (plavo, zeleno i crveno) sa različitim vrijednostima parametara Kentove razdiobe. 20

Slika 3-12. KS test s jednim uzorkom 22

Slika 4-1. Kamenolom „Ivanec“ (slikano putem aplikacije Google Earth) 25

Slika 4-2. Središnji dio kamenoloma sa naznačenim rasjedom
(Hrženjak i Navratil, 2013) 26
Slika 4-3. Južni dio kamenoloma 27
Slika 4-4. Sjeverni dio kamenoloma 27
Slika 4-5. Rezultati cluster analize za kamenolom „Ivanec“ (Marelja, 2012) 29
Slika 4-6. Konture Kentove razdiobe za pojedine skupove (setove) diskontinuiteta 34
Slika 4-7. Krajevi vektora smjera nagiba prikazani na geografski označenoj sferi 36
Slika 4-8. Normalni i prividni razmak diskontinuiteta 38
Slika 4-9. Histogrami vrijednosti razmaka sa predloženim funkcijama gustoće 40
Slika 4-10. Histogrami vrijednosti postojanosti s predloženim funkcijama gustoće 45

POPIS TABLICA

Tablica 2-1. Terminologija opisa razmaka diskontinuiteta prema ISRM (1978) 3

Tablica 2-2. Terminologija opisa postojanosti diskontinuiteta prema ISRM (1978) 4

Tablica 2-3. Opis i klasifikacija otvorenosti diskontinuiteta prema ISRM (1978) 7

Tablica 2-4. Opis stanja materijala ispune prema ISRM (1978) 7

Tablica 2-5. Opis procijeđivanja vode prema ISRM (1978) 8

Tablica 2-6. Opis broja skupova diskontinuiteta prema ISRM (1978) 8

Tablica 2-7. Opis oblika i veličina blokova prema ISRM (1978) 9

Tablica 4-1. Korigiranje kuta α za izračun azimuta smjera srednje vrijednosti 31

Tablica 4-2. Odabrane vrijednosti funkcije $G(\kappa) = I_{1/2}(\kappa)/I_{5/2}(\kappa)$ gdje su $I_{1/2}$ i $I_{5/2}$ modificirane Besselove funkcije (Fisher et al., 1987) 33

Tablica 4-3. Rezultati testa o pripadanju uzorka Fisherovoj razdiobi, nasuprot alternativne hipoteze da je razdioba Kentova 37

Tablica 4-4. Rezulatati testa ponašanja prema Fisherovoj razdiobi 37

Tablica 4-5. Rezultati KS testa za razmake diskontinuiteta 39

Tablica 4-6. Rezultati hi kvadrat testa za razmake diskontinuiteta 39

Tablica 4-7. Rezultati hi kvadrat testa za postojanost diskontinuiteta 44

Tablica 4-8. Rezultati hi kvadrat testa za postojanost diskontinuiteta 44

POPIS OZNAKA

n – broj mjerenja (opažanja)

p – vjerojatnost nekog događaja

ξ_1, ξ_2, ξ_3 – svojstveni vektori orijentacijske matrice

θ, ϕ – polarne koordinate jediničnog vektora

(l, m, n) – kosinusi smjera jediničnog vektora

$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ – kosinusi smjera srednje vrijednosti

R – rezultantni vektor

T – orijentacijska matrica

$A(\hat{\phi}, \hat{\theta}, 0)$ – pojednostavljena rotacijska matrica

$\bar{A}/\bar{D}$ - azimut smjera / kut nagiba srednje vrijednosti

m – srednja vrijednost razdiobe podataka

v – varijanca razdiobe podataka

D_n – Kolmogorov Smirnov testna statistika

V_n – Kuiperova testna statistika

O_i – skup opaženih vrijednosti

E_i – skup očekivanih vrijednosti

1. Uvod

Stijenska masa je kompleksna formacija koju čine monoliti (blokovi) i prirodni prekidi (pukotine, diskontinuiteti, rasjedi). Izgled stijenske mase u bilo kojem zadanom presjeku ostaje pretpostavka sve dok se taj isti presjek fizički ne otvori. Međutim, takva pretpostavka može biti dana sa manjom ili većom sigurnošću. Općenito vrijedi da je pouzdanost u neku pretpostavku veća ako je popraćena sa većom količinom informacija koje su prethodno prikupljene o predmetu pretpostavke. U području mehanike stijena ponekad može biti vrlo teško prikupiti točno određene informacije o nekoj stijeni što proilazi iz prirodnih uvjeta ili financijske isplativosti istraživanja. U kojem god slučaju, statističke metode mogu obradom prikupljenih podataka značajno pomoći u razumijevanju prirode razmatrane problematike.

Informacije o stijenskim masama koje se najčešće prikupljaju čine kvantitativni opis diskontinuiteta, a u takav opis su uključeni orijentacija diskontinuiteta, razmak, postojanost, hrapavost i čvrstoća stijenki diskontinuiteta, zijev, ispuna, procjeđivanje, broj skupova ili familija diskontinuiteta te veličina blokova. S obzirom na rasap podataka, svaku od tih značajki je moguće prikazati u obliku određenih razdioba. Problem oko pretpostavljanja razdiobe koje najbolje opisuju neke od navedenih značajki detaljno je obrađivan u zadnjih četrdeset godina što će u nastavku biti ukratko spomenuto.

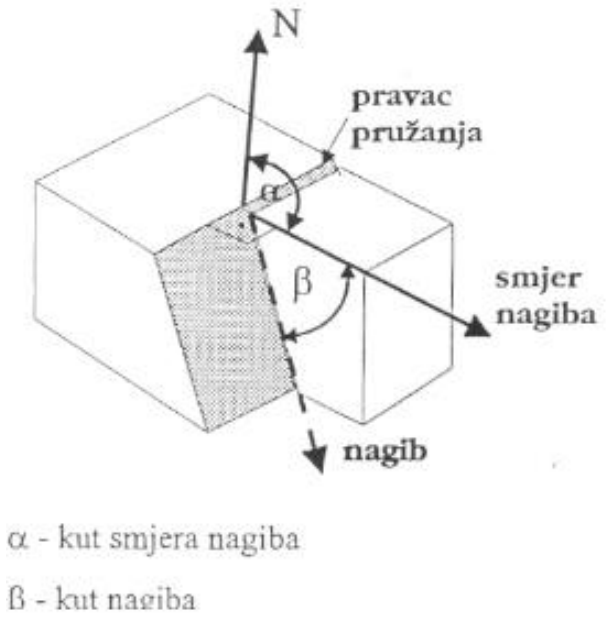
Ovaj rad bi trebao, osim pregleda osnovnih značajki diskontinuiteta u stijenskim masama i pogodnih statističkih razdioba, obuhvatiti proces statističke analize od postavljanja hipoteze o pretpostavljenoj razdiobi do testiranja iste te određivanja minimalnog broja podataka koji bi odgovarajuće poslužili kao ulaz u različite metode proračuna i koje slijede nakon obrade prikupljenih podataka. U poglavlju 4 dan je primjer takve obrade podataka o osnovnim geometrijskim značajkama diskontinuiteta u stijenskoj masi na kamenolomu „Ivanec“.

2. Kvantitativni opis diskontinuiteta u stijenskim masama

U ovom poglavlju opisane su značajke diskontinuiteta koje su definirane prema preporučenoj metodi Međunarodnog društva za mehaniku stijena (International Society for Rock Mechanics, ISRM). Iako su ukratko opisane sve značajke, najvažnije značajke s obzirom na predmet ovog rada odnose se na osnovne geometrijske značajke kao što je orijentacija, razmak i postojanost diskontinuiteta. One određuju intenzitet raspucanosti kao jednu od najvažnijih odlika stijenskih masa, a njihovom statističkom obradom zapravo su određene i ostale zavisne značajke kao što je broj skupova diskontinuiteta te veličina blokova.. Ostale značajke diskontinuiteta, kao što je hrapavost i čvrstoća stijenki, zijev, ispuna i procjeđivanje, uglavnom kontroliraju posmičnu čvrstoću i uvjete naprezanja na plohama diskontinuiteta, pri čemu njihova varijacija, odnosno rasap snimljenih podataka, bitno manje i drugačije utječe na konačno ponašanje stijenske mase prilikom različitih inženjerskih zahvata u njima u odnosu na osnovne geometrijske značajke.

2.1. Orijentacija

Orijentacija diskontinuiteta označava položaj diskontinuiteta u prostoru, a definirana je azimutom horizontalne projekcije vektora nagiba α i nagibom β mjerenim od horizontalne ravnine (Slika 2-1). Podaci dobiveni mjerenjem pomoću geološkog kompasa na terenu ili drugim terenskim metodama snimanja se najčešće prikazuju stereografskom projekcijom. Takvi podaci se mogu prikazati i pomoću rozeta pukotina ili blok dijagrama, ali zbog jednostavnosti se ponajviše koristi stereografska projekcija. U smislu statističke analize, tijekom zadnjih 40 godina problematika opisivanja raspodjele orijentacija je detaljno istraživana. Budući da su takvi podaci trodimenzionalni, slika raspodjele orijentacija može biti vrlo kompleksna i teška za obraditi. Prema dosadašnjim istraživanjima prepoznato je da se orijentacije diskontinuiteta najčešće ponašaju prema određenim modelima sfernih razdioba poput Fisherovog (kružnog) ili Binghamovog (eliptičnog) modela.



Slika 2-1. Orijentacija diskontinuiteta (Librić, 2011)

2.2. Razmak

Razmak diskontinuiteta je okomita udaljenost između susjednih ploha diskontinuiteta koje pripadaju istom skupu diskontinuiteta. Terminologija opisa razmaka diskontinuiteta prikazana je u tablici 2-1. Mjerenje razmaka provodi se uz pomoć mjerne vrpce koja se postavlja okomito na pružanje diskontinuiteta čime se određuje razmak d_1 između susjednih ploha. Međutim, zbog toga što nekad nije moguće postaviti mjernu vrpcu potpuno okomito, potrebno je izmjerenu vrijednost dobivenu pomoću vrpce korigirati za kut α_1 između okomice i smjera mjerenja (2-1).

$$S_1 = d_1 \cdot \sin \alpha_1 \tag{2-1}$$

Tablica 2-1. Terminologija opisa razmaka diskontinuiteta prema ISRM (1978)

Opis razmaka	**Razmak (mm)**
Ekstremno mali razmak	< 20
Vrlo mali razmak	20 – 60
Mali razmak	60 – 200
Srednji razmak	200 – 600
Veliki razmak	600 – 2000
Vrlo veliki razmak	2000 – 6000
Ekstremno veliki razmak	> 6000

Sama srednja vrijednost razmaka ne ukazuje na raspršenost vrijednosti razmaka gledajući svaki pojedinačni diskontinuitet. Lanney (1978) navodi autore Priesta i Hudsona (1976) koji su podijelili razmake s obzirom na apsolutne vrijednosti između svakog diskontinuiteta. Spomenuti autori dijele razmake na ujednačene, grupirane i slučajne.

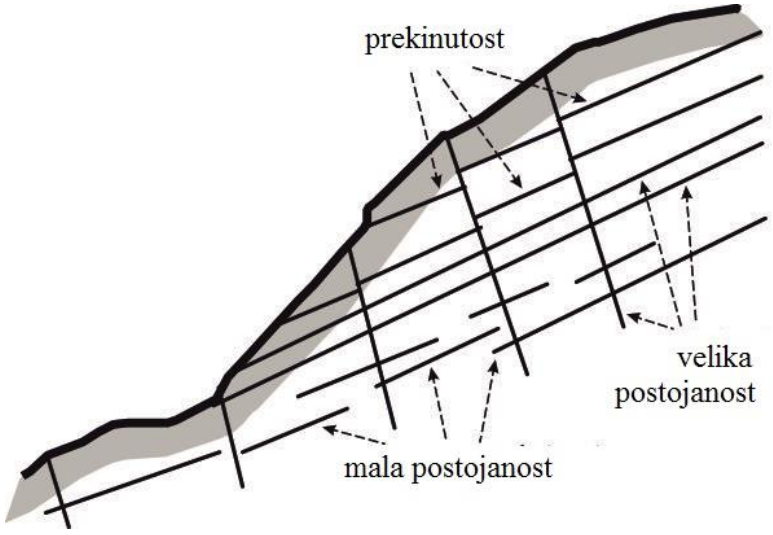
Ujednačeni razmaci odgovaraju normalnoj razdiobi gdje vrijednosti teže prema nekom srednjem broju. Grupirani razmaci su oni razmaci koji se na određenom području mogu razdijeliti na grupe koje karakterizira veća učestalost malih vrijednosti razmaka ili mala učestalost većih vrijednosti razmaka. Slučajne razmake ne povezuje nikakav određeni uzorak te su vrijednosti potpuno nasumične. Prema dosadašnjim istraživanjima, vrijednosti razmaka obično odgovaraju eksponencijalnoj ili lognormalnoj razdiobi (Lanney, 1978).

2.3. Postojanost

Postojanost diskontinuiteta je veličina koja opisuje pružanje diskontinuiteta kao ravnine, a mjeri se u smjeru pada i u pravcu pružanja (Slika 2-2). Postojanost je povezana sa plohama sloma jer utječe na posmičnu čvrstoću plohe. Terminologija opisa postojanosti je prikazana u tablici 2-2.

Tablica 2-2. Terminologija opisa postojanosti diskontinuiteta prema ISRM (1978)

Opis postojanosti	**Postojanost (m)**
Vrlo mala postojanost	< 1
Mala postojanost	1 – 3
Srednja postojanost	3 – 10
Velika postojanost	10 – 20
Vrlo velika postojanost	> 20



Slika 2-2. Postojanost diskontinuiteta (Hack, 2011)

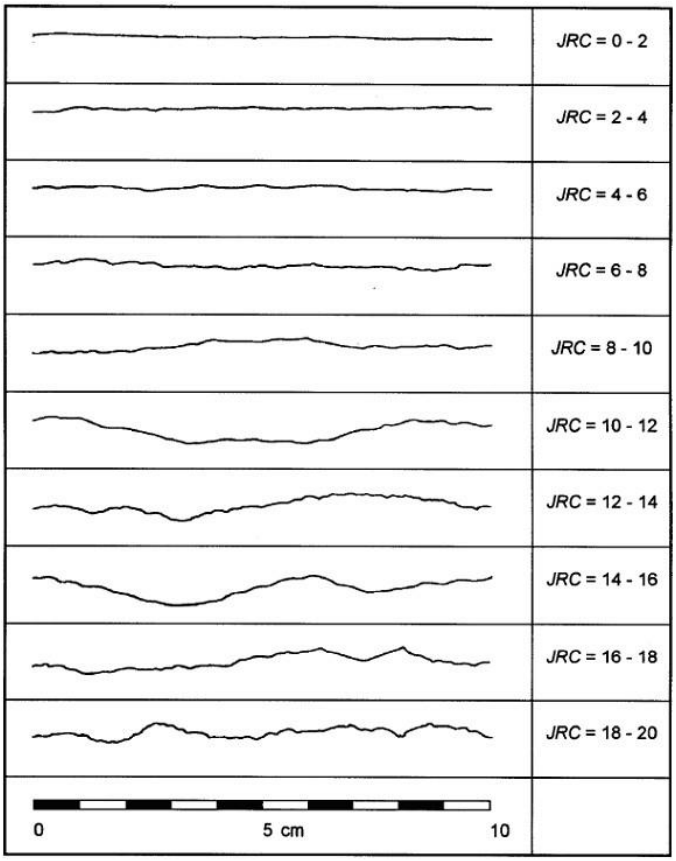
2.4. Hrapavost stijenki diskontinuiteta

Hrapavost je veličina kojom se pokušava opisati odnos neravnina na stijenkama diskontinuiteta u odnosu na srednju ravninu. Hrapavost čine valovitost koja utječe na dilatanciju tijekom smicanja i neravnine koje utječu na posmičnu čvrstoću. Mjera hrapavosti se uglavnom izražava preko koeficijenta hrapavosti *JRC* koji se može dobiti usporedbom površinskih neravnina sa predloženim profilima u 10-centimetarskom mjerilu (Slika 2-3) ili prema formuli 2-1:

$$JRC = \frac{\left[arctan\left(\frac{\tau_p}{\sigma_n}\right) - \varphi_r\right]}{log_{10}\left(\frac{JCS}{\sigma_n}\right)} \tag{2-2}$$

gdje je:

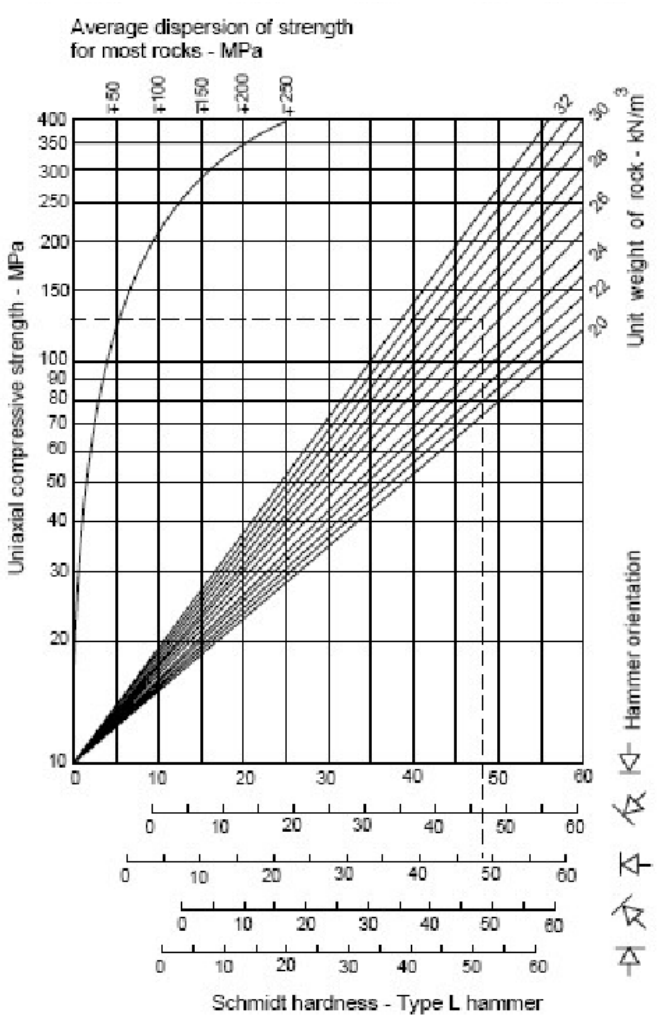
- τ_p – iznos posmičnog naprezanja (MPa)
- σ_n – iznos normalnog naprezanja (MPa)
- φ_r – rezidualni kut trenja
- *JCS* – tlačna čvrstoća stijenki diskontinuiteta (MPa)



Slika 2-3. Profili stijenki diskontinuiteta u 10 centimetarskom mjerilu (preuzeto iz ISRM, 1978)

2.5. Čvrstoća stijenki diskontinuiteta

Čvrstoća stijenki diskontinuiteta je veličina uvjetovana stanjem raspadnutosti na površini diskontinuiteta. Važan je čimbenik kod smicanja blokova po diskontinuitetima, a najčešće se mjeri na terenu Schmidtovim čekićem. Schmidtov čekić radi na principu odskoka čeličnog utega od površine ispitivanog materijala koji se događa nakon njegovog udara preko klipa. Korelacijom se može dobiti vrijednost čvrstoće prema dobivenoj vrijednosti odskoka (*rebound*). Prikaz korelacije nalazi se na slici 2-4.



Slika 2-4. Korelacijski dijagram između vrijednosti odskoka u Schmidtovom čekiću i čvrstoće stijenke diskontinuiteta (Fine Software, n.d.)

2.6. Zijev

Zijev predstavlja okomitu udaljenost između stijenki istog diskontinuiteta. Takva praznina može biti ispunjena sa vodom, zrakom ili zemljanim materijalom. Prema zijevu,

diskontinuiteti se klasificiraju u otvorene i zatvorene. Detaljniji opis prikazan je u tablici 2-3.

Tablica 2-3. Opis i klasifikacija otvorenosti diskontinuiteta prema ISRM (1978)

Zijev (mm)	**Opis**	**Diskontinuitet**
< 0,1	Vrlo zatvoren	Zatvoren
0,1 – 0,25	Zatvoren	
0,25 – 0,5	Djelomično zatvoren	
0,5 – 2,5	Otvoren	Poluotvoren
2,5 – 10	Srednje širok	
> 10	Širok	
10 – 100	Vrlo širok	Otvoren
100 – 1000	Ekstremno širok	
> 1000	Kavernozan	

2.7. Ispuna

Ispuna diskontinuiteta označava materijal koji se nalazi između stijenki diskontinuiteta. Takvi materijali su najčešće gline, pijesci, prah, breče ili kemijski i biološki rastrošena matična stijena. Kada se ispuna opisuje potrebno je definirati širinu ispune, stupanj raspadnutosti, mineraloški sastav, veličina čestica, čvrstoća ispune, sadržaj vode i propusnost. Tablica 2-4 sadrži opis stanja materijala ispune unutar diskontinuiteta.

Tablica 2-4. Opis stanja materijala ispune prema ISRM (1978)

Stupanj	**Opis stanja materijala ispune**
W1	Materijal ispune jako je konsolidiran i suh, značajan protok nije vjerojatan zbog vrlo niske propusnosti
W2	Materijal ispune je vlažan, ali nema prisutnosti slobodne vode
W3	Materijal ispune je mokar, povremeno kapanje vode
W4	Materijal ispune ukazuje na ispiranje, mogući kontinuirani tok vode
W5	Materijal ispune lokalno ispran, tok vode po kanalima
W6	Materijal ispune ispran u potpunosti, vrlo velik pritisak vode

2.8. Procjeđivanje

Procjeđivanje opisuje prisutnost vode u stijenskoj masi koja najčešće protječe kroz diskontinuitete. U opisu procjeđivanje se obično navodi količina prisutne vode ukoliko je ima (Tablica 2-5).

Tablica 2-5. Opis procijeđivanja vode prema ISRM (1978)

Kategorija	**Opis**
I	Suhi zidovi, procjeđivanje se ne može utvrditi
II	Manje procjeđivanje, izvojiti vlažan diskontinuitet
III	Srednji dotok vode, izdvojiti diskontinuitete s kontinuiranim tokom
IV	Veći dotok vode, izdvojiti diskontinuitete s jakim tokom
V	Iznimno velik dotok vode

Procjeđivanje vode je moguće modelirati pomoću diskretnih razdioba poput binomne razdiobe koja u tom slučaju odgovara na pitanje postoji li procjeđivanja ili ne.

2.9. Broj skupova diskontinuiteta

Broj skupova diskontinuiteta je vrlo važna komponenta u kvantitativnom opisu diskontinuiteta jer u geološkom smislu govori o vrstama i smjeru naprezanja koje je stijenska masa pretrpjela, a u geotehničkom o stabilnosti i uklještenosti blokova koji su omeđeni diskontinuitetima. Broj skupova proizlazi iz analize orijentacija diskontinuiteta. Grupiranja sličnih orijentacija definiraju skupove diskontinuiteta. U tablici 2-6 prikazana je terminologija opisa broja skupova diskntinuiteta.

Tablica 2-6. Opis broja skupova diskontinuiteta prema ISRM (1978)

Kategorija	**Opis**
I	Masivna, mjestimice pojedinačni diskontinuiteti
II	Jedan skup diskontinuiteta
III	Jedan skup i pojedinačni diskontinuitet
IV	Dva skupa diskontinuiteta
V	Dva skupa i pojedinačni diskontinuitet
VI	Tri skupa diskontinuiteta
VII	Tri skupa i pojedinačni diskontinuitet
VIII	Četiri ili više skupova diskontinuiteta
IX	Zdrobljena stijena nalik na tlo

U određivanju broja skupa diskontinuiteta kao vrlo učinkovita metoda se pokazalo provođenje FKM (*fuzzy cluster means*) algoritma koji vrlo točno razdvaja skupove na temelju orijentacije i drugih parametara (Navratil, 2011).

2.10. Veličina bloka

Veličina bloka je još jedna izvedena značajka ovisna o razmaku, broju skupova i postojanosti diskontinuiteta. Opisivanje se izvodi prema tablici 2-7.

Tablica 2-7. Opis oblika i veličina blokova prema ISRM (1978)

Kategorija	**Karakteristika**	**Opis**
I	Masivna	Malo pukotina s vrlo širokim razmakom
II	Blokovita	Približno ekvidimenzionalni
III	Pločasta	Jedna dimenzija značajno manja od druge dvije
IV	Stupičasta	Jedna dimenzija značajno veća od druge dvije
V	Nepravilna	Velika varijacija veličina i oblika blokova
VI	Zdrobljena	Jako raspucala

2.11. Prikupljanje podataka

Prikupljanje podataka se provodi različitim metodama od kojih su najraširenije snimanje jezgre iz bušotine i snimanje izdanka stijenske mase na površini (Navratil, 2011). Ukoliko nema izdanaka, odnosno ukoliko nije moguće s površine prikupiti dovoljno podataka o diskontinuitetima, pristupa se uglavnom snimanju jezgre. Najčešće korištene metode snimanja izdanaka su linearno snimanje, snimanje u prozoru i snimanje na čelu (Navratil, 2011).

Linearno snimanje se izvodi pomoću mjerne vrpce koja se postavlja na otvoreni zasjek. Opisuju se svi diskontinuiteti koji presjecaju mjernu vrpcu. Prema preporuci, linije bi trebale presjecati 150 do 350 diskontinuiteta, s tim da barem pola njih ima vidljiv jedan kraj (Navratil, 2011). Također se i obilježava orijentacija zasjeka i orijentacija snimanja. Po mogućosti, trebalo bi postaviti više linija snimanja i uzeti u obzir da bi duljina linije snimanja trebala biti 50 puta veća od srednje vrijednosti razmaka diskontinuiteta (Priest i Hudson, 1976). U novije vrijeme se počela koristiti 3D tehnologija za linearno snimanje. Takvim načinom se dobije 3D snimka pomoću stereoparova digitalnih fotografija.

Snimanje u prozoru je modificirana metoda linearnog snimanja gdje se prikupljanje podataka vrši unutar jednog područja definiranog pomoću mjerne vrpce. Mjerna vrpca predstavlja jednu od stranica „prozora“. Razlika od linearnog snimanja je samo u veličini površine na kojoj se prikupljaju podaci, a time se utječe i na pristranost rezultata.

Snimanje na čelu predstavlja metodu snimanja orijentacije, postojanosti, hrapavosti, zijeva, ispune i procjeđivanja u svrhu spoznaje općenitih karakteristika stijenske mase tokom faze preliminarnog istraživanja. Prema preporuci je potrebno napraviti minimalno 150 do 200 mjerenja na čelu (Hatheway, 1996).

Naravno, postoji još metoda za prikupljanje podataka o navedenim značajkama koje mogu poslužiti u tu svrhu poput geofizičkih, koje mogu odrediti postoji li procjeđivanja ukoliko se s površine ne vidi, ali je potrebno odabrati onu metodu koja se čini najracionalnija.

3. Razdiobe i statistički testovi

S ciljem utvrđivanja statističkih obilježja potrebno je odrediti statističke modele razdioba koje opisuju pojedine geometrijske značajke diskontinuiteta. Modeli razdioba koji dolaze u razmatranje redom su prikazani: binomna, normalna, Poissonova, uniformna, lognormalna, eksponencijalna, gama, Fisherova, te Kentova razdioba.

Postoje više pristupa za određivanje primjerenog statističkog modela i parametara koji određuju oblik razdiobe, ali dva su najčešće korištena: Klasični i Bayesov pristup. Klasični (frenkvencijski) pristup uzima u obzir samo podatke iz uzorka bez ikakve početne pretpostavke o istima. Zaključak o vjerojatnosti se donosi na temelju učestalosti pojavljivanja podataka. Kako je u ovom radu potrebno odrediti prihvatljivu razdiobu koja opisuje podatke, postupak se može svesti na slijedeće točke:

- Uzorkovanje podataka
- Uspoređivanje podataka (najčešće grafički)
- Postavljanje hipoteze o sličnosti poznatog modela razdiobe sa prikazanim podacima
- Procjenjivanje parametara odabranog modela ukoliko su parametri nepoznati
- Testiranje početne hipoteze (nul-hipoteze) pomoću odabranog statističkog testa i pomoću određivanja granica pouzdanosti, te proračunavanja vrijednosti najmanje vjerojatnosti (*p-value*)
- Prihvaćanje ili odbacivanje nul-hipoteze na temelju odnosa vrijednosti granica pouzdanosti i p-vrijednosti

Klasična teorija testira koliko dobro oblik distribucije uzorkovanih podataka nalikuje jednom pretpostavljenom modelu razdiobe, dok je problem u tome koji model razdiobe najbolje opisuje uzorkovane podatke. Za razliku od Klasičnog pristupa, Bayesov pristup zahtijeva poznavanje *a prirori* vjerojatnosti koja predstavlja stupanj vjerovanja, a utječe na vjerojatnost nekog slučajnog događaja. Provođenjem funkcije vjerojatnosti na određenom uzorku, saznaje se *a posteriori* vjerojatnost. Ta vrijednost upućuje na vjerojatnost da je neka hipoteza točna. U Klasičnom pristupu ne postoji nikakav stupanj točnosti hipoteze, što je veliki nedostatak takvog načina testiranja. Unatoč ograničenom pristupu Klasične teorije, metodologija testiranja hipoteza je temeljito razrađena zbog čega ima širu primjenu.

3.1. Razdiobe

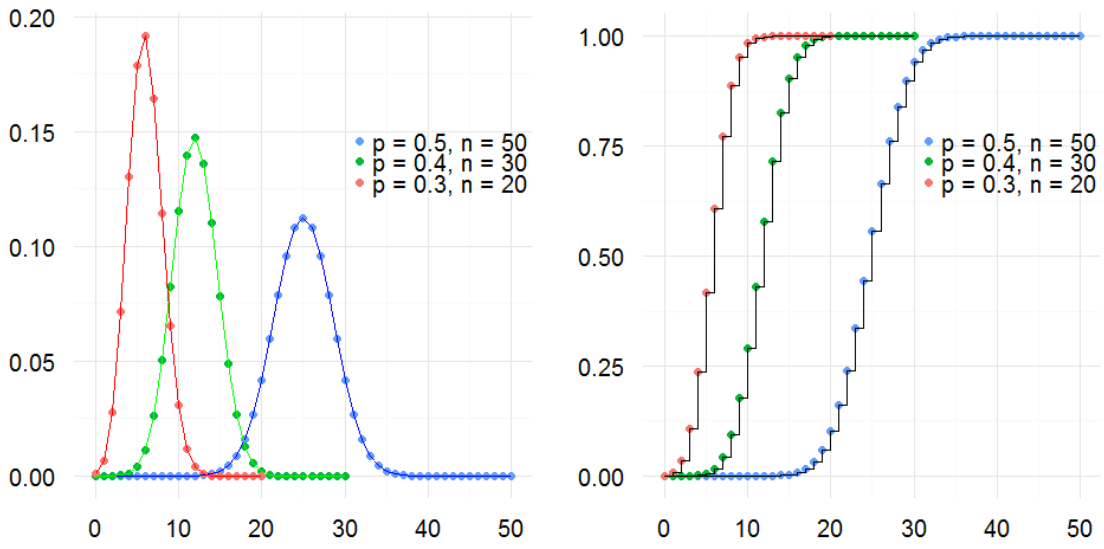
Razdioba vjerojatnosti je pojam kojim se opisuje pridodavanje vjerojatnosti svim mogućim događajima neke slučajne varijable X. Razdioba može biti diskretna ili kontinuirana, a opisana je pomoću funkcije vjerojatnosti i funkcije razdiobe ili kumulativne funkcije.

3.1.1. Binomna razdioba

Binomna razdioba (Slika 3-1) opisuje učestalost pojave neke diskretne varijable, odnosno odgovara na pitanje pojavljuje li se nešto ili ne (uspjeh i neuspjeh) i koliko često u nekom uzorku (frenkvencija). Po pitanju značajki diskontinuiteta, ovakva razdioba može pretpostaviti opisne značajke poput hrapavosti. Neka je *x* broj uspjeha, a *n* broj pokušaja ili veličina uzorka. Vjerojatnost uspjeha *p* je dobivena kao omjer *x* i *n*, dok je vjerojatnost neuspjeha 1 – *p*. Jednadžba po kojoj se može izračunati vjerojatnost uspjeha za određeni broj uspjeha i pokušaja (3-1):

$$f(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} \cdot p^x (1-p)^{n-x} \tag{3-1}$$

p je vrijednost koja se kreće između 0 i 1.



Slika 3-1. Binomna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

3.2.2. Normalna razdioba

Normalna razdioba (Slika 3-2) je najučestalija razdioba kojom se opisuju fizička svojstva materijala. Vrijednosti koje se pojavljuju u normalnoj razdiobi se kreću od -∞ do +∞ s time da se iste vrijednosti simetrično raspoređuju oko srednje vrijednosti (μ) . Oblik simetrije odgovara varijanci (σ^2) tih vrijednosti. Funkcija gustoće vjerojatnosti (3-2) je oblika:

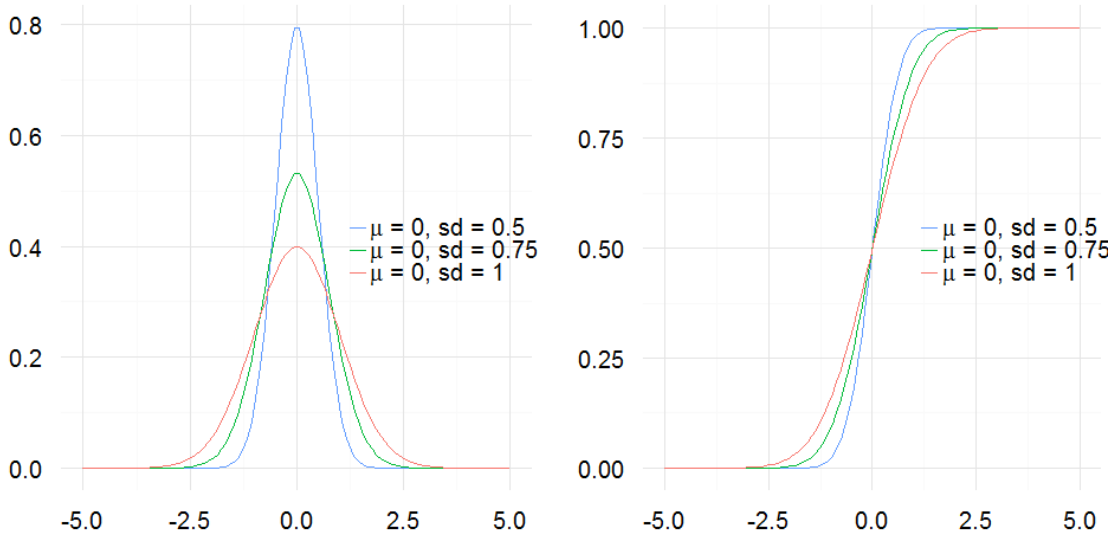
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \tag{3-2}$$

gdje μ predstavlja srednju vrijednost (3-3), a σ standardnu devijaciju (3-4).

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{3-3}$$

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n} \tag{3-4}$$

gdje n predstavlja broj podataka u uzorku.



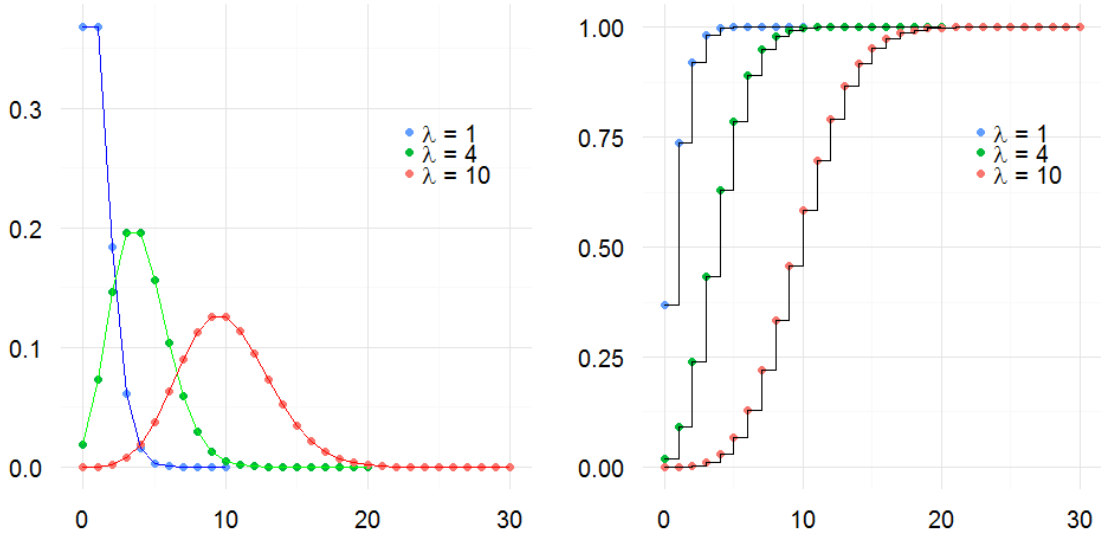
Slika 3-2. Normalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

3.1.3. Poissonova razdioba

Poissonova razdioba (Slika 3-3) opisuje nezavisne događaje u određenim vremenskim intrvalima. U geološkom pogledu Poissonova razdioba najčešće pojašnjava rijetke pojave, odnosno manje vjerojatne pojave. Funkcija vjerojatnosti (3-5) je oblika:

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \qquad (3\text{-}5)$$

gdje je λ srednja vrijednost i varijanca koja je analogna srednjoj vrijednosti μ te se može računati prema (3-3).

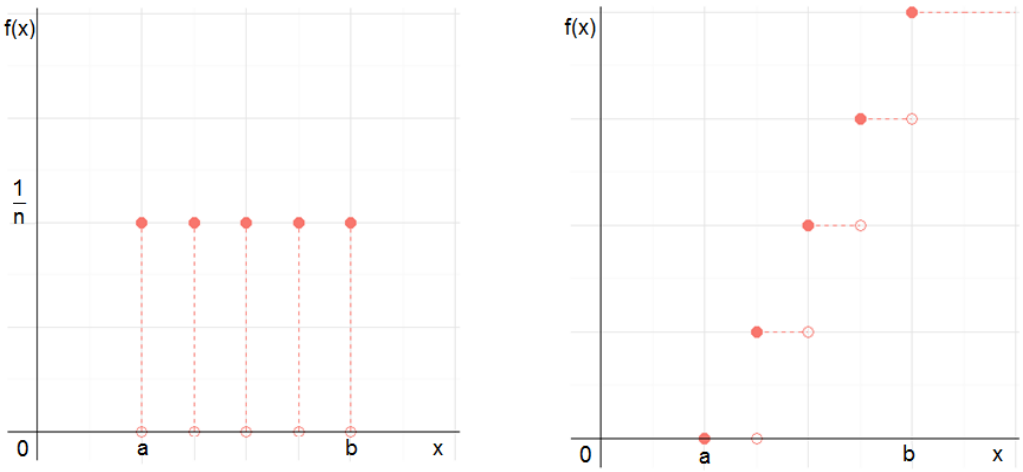


Slika 3-3. Poissonova razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

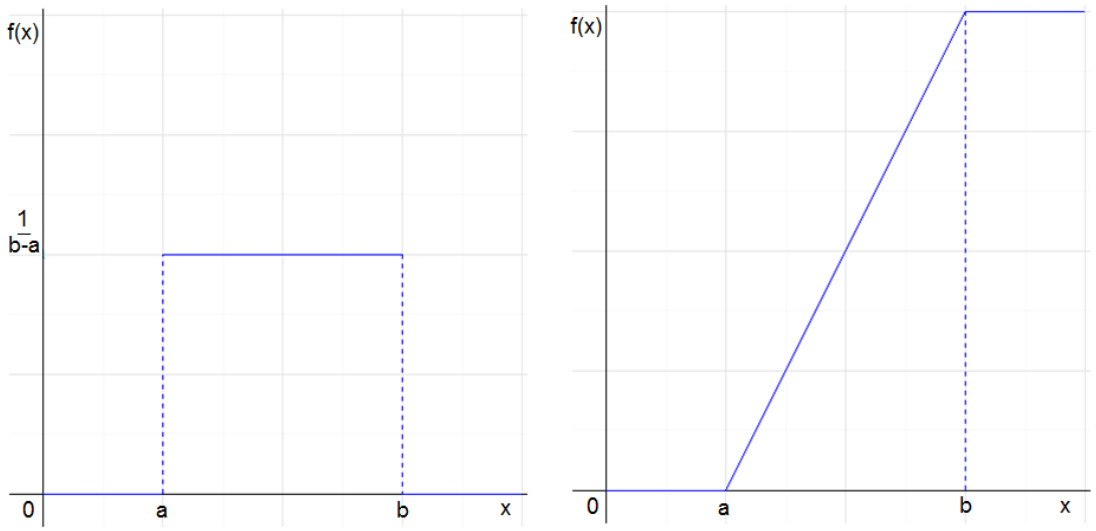
3.1.4. Uniformna razdioba

Uniformna razdioba je poseban slučaj u kojemu sve vrijednosti imaju jednaku vjerojatnost. Uniformna razdioba može biti diskretna (Slika 3-4) ili kontinuirana (Slika 3-5). Funkcija vjerojatnosti kontinuirane uniformne razdiobe (3-6) ima oblik:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & za\ a \le x \le b \\ 0 & za\ x < a\ ili\ x > b \end{cases} \qquad (3\text{-}6)$$



Slika 3-4. Uniformna diskretna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

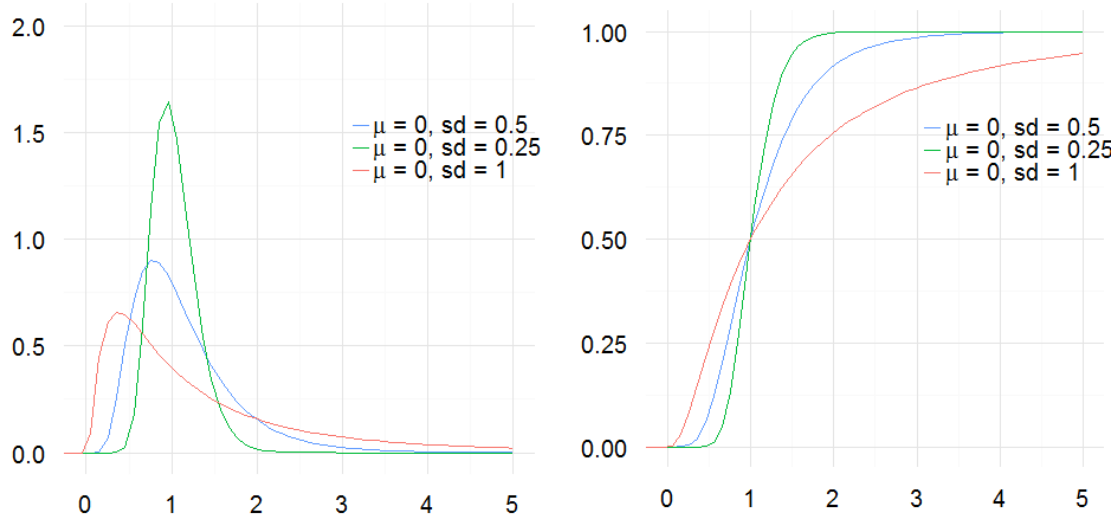


Slika 3-5. Uniformna kontinuirana razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

3.1.5. Lognormalna razdioba

Lognormalna razdioba (Slika 3-6) je kontinuirana razdioba vrijednosti čiji su logaritmi normalno distribuirani. Slučajna varijabla sa lognormalnom razdiobom poprima isključivo pozitivne vrijednosti. Funkcija gustoće vjerojatnosti (3-7) poprima oblik:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0 \tag{3-7}$$



Slika 3-6. Lognormalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

Parametri lognormalne razdiobe se računaju prema (3-8) i (3-9):

$$\mu = \ln\left(\frac{m}{\sqrt{1+\frac{v}{m^2}}}\right) \tag{3-8}$$

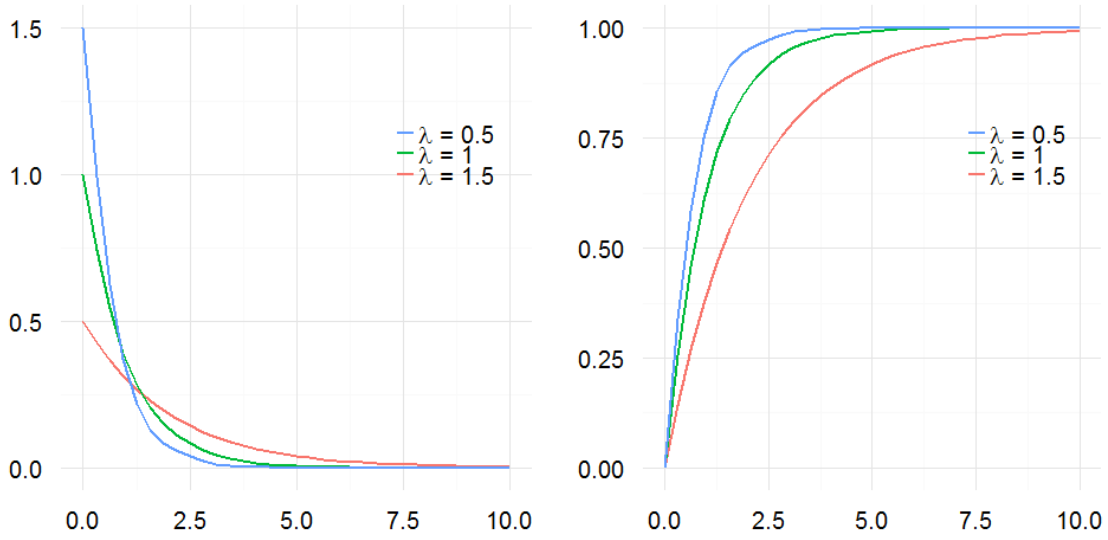
$$\sigma = \sqrt{\ln\left(1+\frac{v}{m^2}\right)} \tag{3-9}$$

gdje je m aritmetička sredina koja se može računati prema (3-3), a v varijanca, odnosno kvadrirana standardna devijacija koja se računa kvadriranjem formule (3-4).

3.1.6. Eksponencijalna razdioba

Eksponencijalna razdioba (Slika 3-7) je poseban slučaj gama razdiobe, a opisuje vrijeme između događaja u Poissonovom procesu. Događaji poprimaju isključivo pozitivne vrijednosti. Funkcija gustoće vjerojatnosti (3-10) ima oblik:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \;\; za\; x \geq 0 \tag{3-10}$$



Slika 3-7. Eksponencijalna razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

Jedini parametar λ se računa prema (3-11):

$$\lambda = \frac{1}{m} \tag{3-11}$$

gdje je m aritmetička sredina koja se računa prema (3-3).

3.1.7. Gama razdioba

Gama razdioba (Slika 3-8) je familija kontinuiranih razdioba opisanih sa dva parametra: parametar k (oblik) i parametar Θ (uvećanje). Oba parametra su pozitivna. Funkcija gustoće vjerojatnosti (3-12) ima oblik:

$$f(x) = \frac{x^{k-1}e^{-\frac{x}{\Theta}}}{\Theta^k \Gamma(k)}, \qquad za\ x > 0\ i\ k, \Theta > 0 \tag{3-12}$$

gdje $\Gamma(k)$ gama funkcija procijenjena prema paramteru k. Približna vrijednost parametra k se računa prema (3-13):

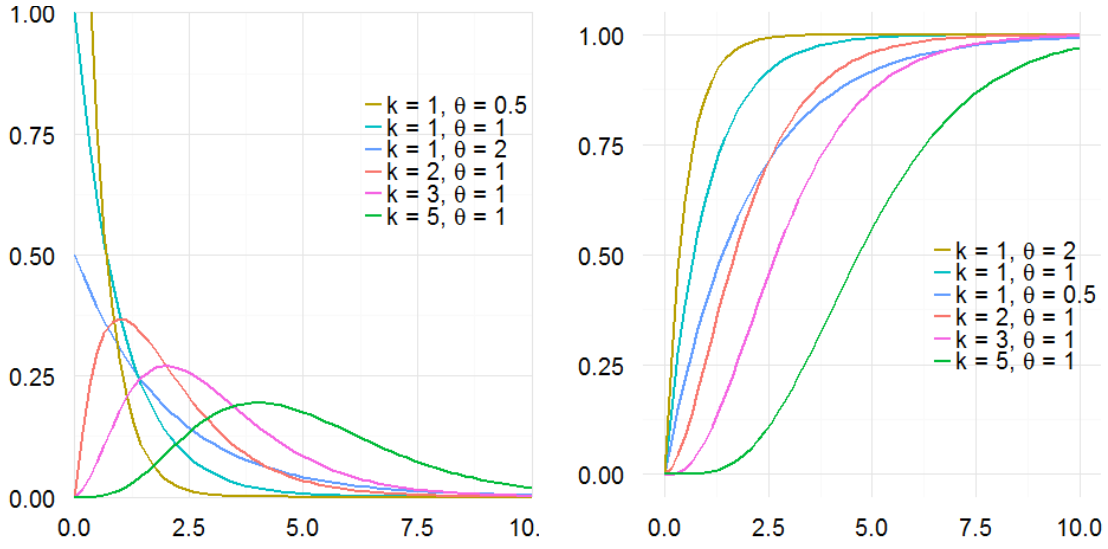
$$k \approx \frac{3 - s + \sqrt{(s-3)^2 + 24s}}{12s} \tag{3-13}$$

Vrijednost s se računa prema (3-14):

$$s = \ln\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i) \tag{3-14}$$

Parametar θ se računa prema slijedećem izrazu (3-15):

$$\theta = \frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3-15}$$



Slika 3-8. Gama razdioba – funkcija vjerojatnosti (lijevo) i kumulativna funkcija (desno)

3.1.8. Fisherova (von Mises – Fisher) razdioba

Fisherova razdioba dobila je naziv po poznatom britanskom statističaru Ronaldu Fisheru, ali zbog istog naziva za drugu razdiobu, ova razdioba je poznatija po dužem nazivu von Mises – Fisherova razdioba. Von Misesova razdioba je razdioba analogna normalnoj, ali prikazana na kružnici. N. I. Fisher je matematički opisao takvu razdiobu za sferu, odnosno za prikazivanje podataka pomoću višedimenzinalnih jediničnih vektora. Von Mises – Fisherova razdioba je rotacijsko simetrična razdioba koja nalikuje normalnoj razdiobi omotanoj oko površine sfere (Navratil, 2011). Budući da je model u sfernom sustavu, funkcije razdiobe i funkcije gustoća vjerojatnosti se računaju pomoću sfernih kutova θ i ϕ (Slika 3-9).

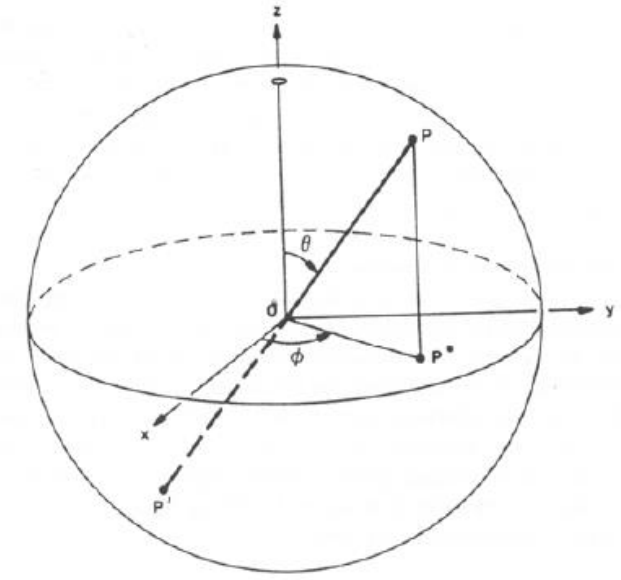
Funkcija gustoće vjerojatnosti generalnog oblika (3-16) ima izraz:

$$f(\theta,\phi) = C_F exp[\kappa(\sin\theta \sin\alpha \cos(\phi-\beta) + \cos\theta \cos\alpha)] \sin\theta \qquad (3\text{-}16)$$

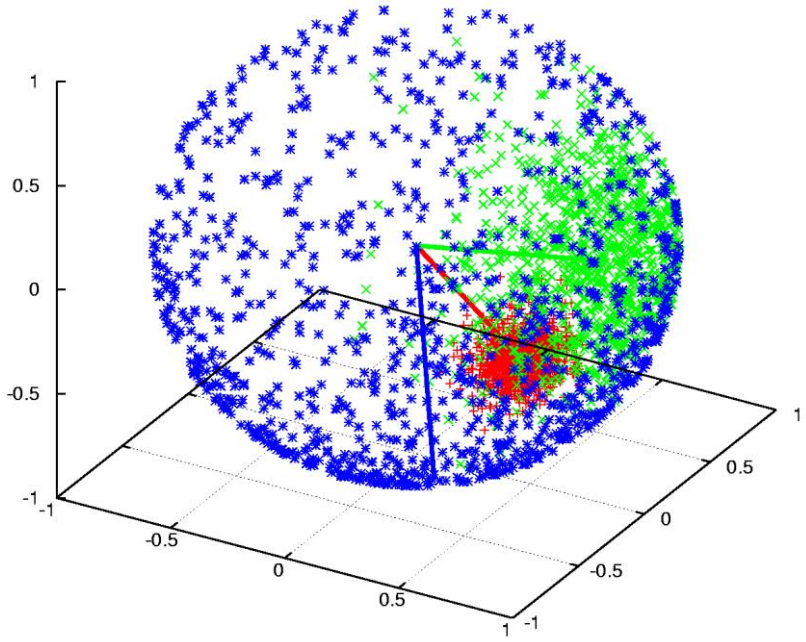
gdje su α i β lokacijski parametri koji ukazuju na os rotacije, dok se C_F proračunava jednadžbom (3-17):

$$C_F = \frac{\kappa}{2\pi(e^{\kappa} - e^{-\kappa})} \qquad (3\text{-}17)$$

gdje κ predstavlja koncentracijski parametar. Koncentracijski parametar κ ukazuje na koncentraciju podataka oko sreednje vrijednosti. Odnos različitih vrijednosti smjera srednje vrijednosti i koncentracijskog parametra, a ujedno i izgled von Mises - Fisherove razdiobe prikazani su na slici 3-10.



Slika 3-9. Sustav označavanja trodimenzionalnog vektora *OP* u prostoru definiranom sfernim kutovima θ i ϕ (preuzeto iz: Navratil, 2011)



Slika 3-10. Tri skupa podataka dobivenih iz von Mises – Fisherove razdiobe sa tri različita smjera srednje vrijednosti i tri različita koncentracijska parametra. Plavo (κ = 1); zeleno (κ = 10); crveno (κ = 100); smjerovi su označeni strelicama (preuzeto iz Wikimedia Commons, 2006)

3.1.9. Kentova (5-parametarska Fisher – Bingham) razdioba

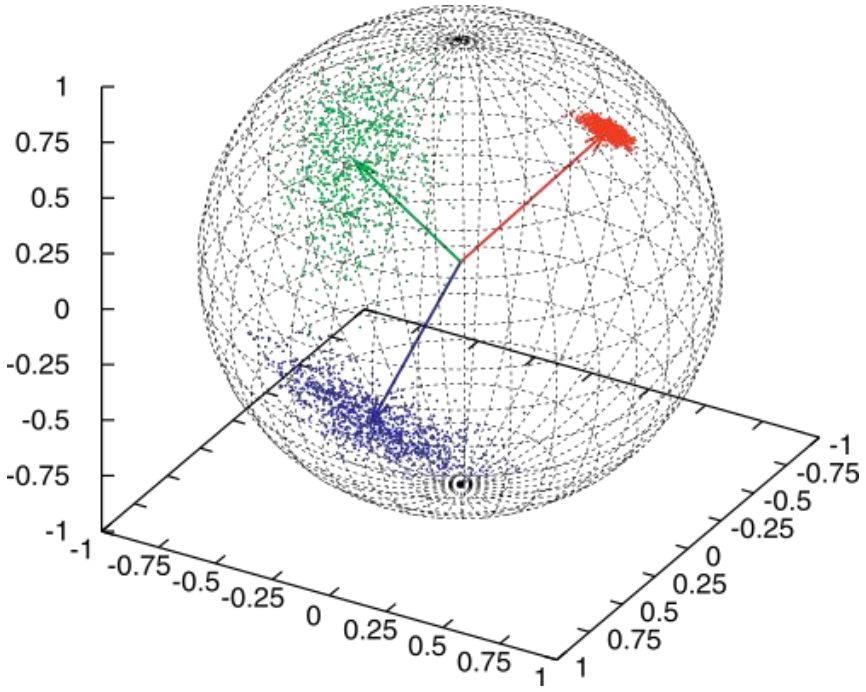
Kentova razdioba (Slika 3-11) se naziva još i 5-parametarska Fisher – Binghamova razdioba. Poput Fisherove, to je model sferne razdiobe. Vrlo je korisna u prikazivanju orijentacija diskontinuiteta zbog svojstva asimetrije i prikazivanja unimodalnih i bimodalnih podataka.

Generalni oblik funkcije (3-18) ima izraz:

$$h(\theta,\phi)dS = C_K exp(\kappa(x'\xi_1) + \beta[(x'\xi_2)^2 - (x'\xi_3)^2])dS \qquad (3\text{-}18)$$

gdje je ξ_1 smjer srednje vrjednosti, a ξ_2 i ξ_3 predstavljaju veću i manju os koje određuju orijentaciju kontura jednakih vjerojatnosti. κ označuje koncentracijski parametar kao i kod von Mises - Fisherove razdiobe, dok β određuje eliptičnost kontura vjerojatnosti. Upravo zbog parametara koje von Mises - Fisherova razdioba ne uzima u obzir, Kentova razdioba predstavlja puno fleksibilniji i prilgodjiviji model za opisivanje orijentacija diskontinuiteta. x' sadrži vrijednosti $x' = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$, dok se konstanta C_K može aproksimirati slijedećom formulom (3-19):

$$C_K \approx \frac{e^{-\kappa}(\kappa^2 - 4\beta^2)^{\frac{1}{2}}}{2\pi} \tag{3-19}$$



Slika 3-11. Kentova razdioba (Hamelryck et al., 2006). Tri skupa podataka (plavo, zeleno i crveno) sa različitim vrijednostima parametara Kentove razdiobe.

3.2. Statistički testovi

Statistički testovi su metode kojima se određuje istinitost hipoteza. Prilikom donošenja zaključka o istinitosti hipoteze postoji izvjesni rizik koji je manji što je nivo značajnosti manji (poglavlje 3.3). Moguće je napraviti dvije vrste pogreške:

- pogreška prve vrste – istinita početna hipoteza se odbacuje
- pogreška druge vrste – neistinita početna hipoteza se prihvaća

Testovi služe za usporedbu sličnosti razdiobe dva uzorka ili za usporedbu jednog uzorka sa teoretskom razdiobom. Ovi potonji se zovu testovi prilagodbe (eng. *goodness of fit test*). Za potrebe ovog rada korišteni su Kolmogorov-Smirnov i hi kvadrat testovi prilagodbe za razmake i postojanost diskontinuiteta.

3.2.1. Kolmogorov – Smirnov test

Kolmogorov – Smirnov test (dalje u tekstu KS test) je neparametarski statistički test kojim se ispituje jednakost kontinuiranih jednodimenzionalnih razdioba prema sličnosti

kumulativnih funkcija. KS test se može primijeniti na jedan ili dva uzorka. Ako se ispituje jedan uzorak, potrebno je usporediti empirijsku kumulativnu funkciju uzorka sa kumulativnom funkcijom razdiobe za koju se pretpostavlja da odgovara uzorku (Slika 3-12). Empirijska kumulativna funkcija je stepenasta funkcija koja raste za 1/*n* gdje n predstavlja broj podataka u uzorku. Testna statistika (3-20) je definirana slijedećim izrazom:

$$D_n = max|F_n(x) - F(x)| \tag{3-20}$$

gdje je F_n empirijska kumulativna funkcija, a F kumulativna funkcija pretpostavljene razdiobe. Općenito, ova statistika se bazira na određivanju najveće razlike između empirijske i obične kumulativne funkcije za neku vrijednost x ≤ X. Provođenje ovakvog testa jedino ima smisla ako postoji dovoljno velik broj podataka u uzorku i ako se ne ponavljaju jednaki podaci.

Testiranje sličnosti dva uzorka je analogno testu sa jednim uzorkom s tim da se uspoređuju dvije empirijske kumulativne funkcije. Testna statistika (3-21) glasi:

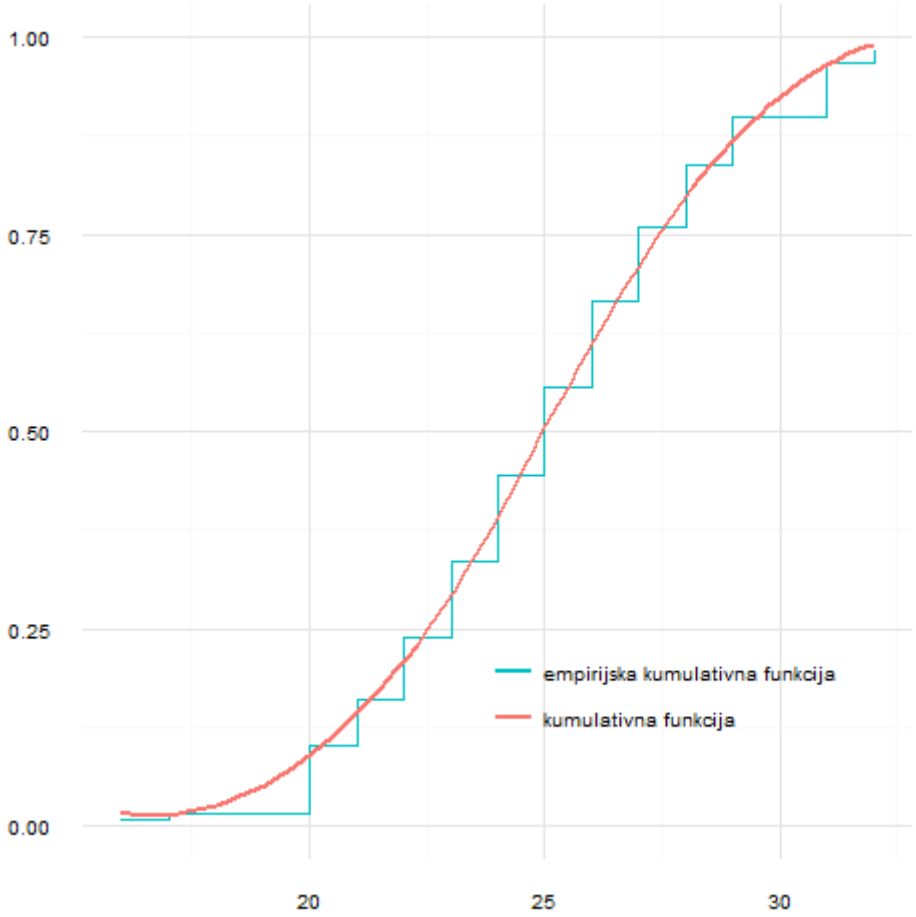
$$D_{n,n'} = max\left|F_{1,n}(x) - F_{2,n'}(x)\right| \tag{3-21}$$

gdje su $F_{1,n}$ i $F_{2,n'}$ empirijske kumulativne funkcije dvaju uzoraka.

U slučaju testa s jednim uzorkom hipoteza se može prihvatiti ili odbaciti s obzirom na p vrijednost ili tzv. kritičnu vrijednost K Kolmogorove razdiobe. Ukoliko je p vrijednost manja od postavljenog nivoa značajnosti, početna hipoteza se može odbaciti. Za proračunavanje kritične vrijednosti postoje standardizirane tablice iz kojih se vrijednosti mogu preuzeti. Početna hipoteza se odbacuje ukoliko je p vrijednost manja od nivoa značajnosti ili ukoliko je $\sqrt{n}D_n < K_\alpha$. Kod testa s dva uzorka vrijedi jednako pravilo sa p vrijednosti, ali se ne koristi kritična vrijednost, nego granična vrijednost $c(\alpha)$ koja se također može preuzeti iz predloženih tablica. Početna hipoteza se odbacuje vrijedi relacija (3-22):

$$D_{n,n'} > c(\alpha)\sqrt{\frac{n+n'}{nn'}} \tag{3-22}$$

gdje n i n' predstavljaju broj podataka u svakom od uzoraka.



Slika 3-12. KS test s jednim uzorkom

3.2.2. Hi kvadrat test

Hi kvadrat test je statistički test koji određuje koliko se opažene vrijednosti razlikuju od očekivanih. Kod hi kvadrat testa potrebno je diskretizirati uzorak, odnosno podijeliti uzorak u više razreda. Prema tome testna statistika (3-23) glasi:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \tag{3-23}$$

gdje je k broj razreda, *O* je opažena vrijednost, dok je *E* očekivana vrijednost. Ukoliko je očekivana vrijednost nekog razreda manja od 5, potrebno je smanjiti broj razreda spajanjem razreda koji ima očekivani broj manji od 5 sa susjednim razredom. Uz hi kvadrat test se veže i stupanj slobode izračuna što predstavlja broj nezavisnih varijabli uključenih u izračun. Stupanj slobode se određuje relacijom $k - p - 1$ gdje je k broj razreda, a p broj procijenjenih parametara (npr. srednja vrijednost ili standardna devijacija) koji se

uzima u obzir samo kada se radi test prilagodbe. Jednako kao i kod KS testa, početna hipoteza se može odbaciti s obzirom na p vrijednost i graničnu vrijednost do koje je testna statistika prihvatljiva. Iz zadnjeg izraza se može zaključiti da sa što manjim razlikama između opaženih i očekivanih vrijednosti testna statistika više teži prema nuli. Stoga veći iznos testne statistike upućuje da bi se početna hipoteza trebala odbaciti. Nedostatak ovog testa naspram KS testa je taj što kod hi kvadrat testa dolazi do diskretizacije podataka.

3.3. Interval pouzdanosti

Intervali pouzdanosti predstavljaju raspon mogućih vrijednosti neke statističke mjere (npr. srednja vrijednost, standardna devijacija itd.) koja se s određenom vjerojatnošću nalazi u tom rasponu. Često se pogrešno shvaća značenje intervala pouzdanosti i srodnih pojmova: nivo pouzdanosti, nivo značajnosti i p vrijednost. Da bi se razjasnili ti pojmovi potrebno je objasniti populaciju i uzorak.

Populacija označava skup podataka ili događaja, dok uzorak predstavlja podskup populacije. Ako se traži procjena srednje vrijednosti populacije μ, interval pouzdanosti za srednju vrijednost se računa prema slijedećim koracima:

- 1. korak – računanje srednje vrijednosti uzorka ($\bar{x}$)
- 2. korak (i) – ako je poznata standardna devijacija populacije σ, iz predloženih tablica se uzima z vrijednost koja ovisi o zadanom nivou pouzdanosti
- 2. korak (ii) – ako je nepoznata standardna devijacija populacije, ista se procjenjuje preko standardne devijacije uzorka s. Zatim se uzima t vrijednost iz predloženih tablica. t vrijednost ovisi o nivou pouzdanosti i stupnjevima slobode koji se dobiju računanje $n-1$ gdje je n broj podataka u uzorku
- 3. korak (i) – računanje granica (intervala) pouzdanosti. Za poznatu standardnu devijaciju σ granice pouzdanosti su (3-24):

$$\bar{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad \bar{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{3-24}$$

- 3. korak (ii) – za nepoznatu standardnu devijaciju s, granice pouzdanosti su (3-25):

$$\bar{x} - t\frac{s}{\sqrt{n}}, \qquad \bar{x} + t\frac{s}{\sqrt{n}} \tag{3-25}$$

Za svaku mjeru se drukčije računa interval pouzdanosti. Nivo pouzdanosti najčešće iznosi 95%. Kada se odredi interval pouzdanosti sa 95% nivoom pouzdanošću, to znači da interval sadrži pravu vrijednost parametra populacije sa vjerojatnošću od 95%. Međutim, to ne znači da je vjerojatnost 95% da se prava vrijednost nalazi unutar granica pouzdanosti. Poznato je da pojam intervala pouzdanosti stvara filozofske dileme i da neki stručnjaci znaju griješiti u shvaćanju istoga. Nivo značajnosti je manji od 100% za iznos nivoa pouzdanosti. Značajno označava dovoljno odstupanje opaženih podataka od vrijednosti parametra, odnosno dovoljno veliku razliku. Kako bi se nešto odredilo kao značajno pomaže p vrijednost. p vrijednost je vjerojatnost dobivanja rezultata koji je jednak ili ekstremniji od rezultata opaženih vrijednosti onda kada je početna hipoteza točna.

4. Statistička obrada geometrijskih značajki diskontinuiteta kamenoloma „Ivanec“

4.1. Kamenolom „Ivanec“

Kamenolom „Ivanec“ se nalazi na području grada Zaprešića, udaljeno 500 m od mjesta po kojem je dobio ime (Slika 4-1). Koncesiju za eksploataciju na tom području drži dioničko društvo „Viadukt“ još od 1974. godine, dok je rad na kamenolomu započeo 1972. godine.



Slika 4-1. Kamenolom „Ivanec“ (slikano putem aplikacije Google Earth)

Područje je prekriveno gornjotrijaskim naslagama koje se protežu jugozapadnim dijelom Medvednice. Prema Fuček et al. (1995) te stijene su dolomiti loferskoga tipa nastali ritmičkom sedimentacijom u obliku cilkusa oplićivanja naviše. Područje se može podijeliti na dvije litološke sredine (Đokić, 2004):

- 1. litološka cjelina – dobro slojeviti ciklički taloženi ranodijagenteski dolomiti loferskoga tipa koji zahvaćaju sjevernu stranu kamenoloma
- 2. litološka cjelina – intenzivno tektonizirani i milonitizirani dobro slojeviti ciklički taloženi ranodijagenetski dolomiti loferskoga tipa koji se protežu kroz južnu stranu i središnji dio.

Na slici 4-1 se može uočiti pružanje kamenoloma istok-zapad. Kop je podijeljen na južnu i sjevernu stranu koje su razdvojene jarkom te rasjedom koji se pruža po sredini kamenoloma što je naznačeno na slici 4-2. Rasjed ima značajnu ulogu u strukturnom smislu jer neposredno uz rasjed dolazi do prevrtanja slojeva. Na južnoj strani se trenutno provodi biološka rekultivacija (Slika 4-3). Uvjeti za eksploataciju na tom dijelu su bili povoljniji što je utjecalo na brži razvoj na južnu stranu koja je do danas potpuno otkopana .



Slika 4-2. Središnji dio kamenoloma sa naznačenim rasjedom (Hrženjak i Navratil, 2013)

Sjeverni dio kamenoloma (Slika 4-4) još se uvijek otkopava, iako otežano zbog nestabilnosti u stijenskoj masi.



Slika 4-3. Južni dio kamenoloma

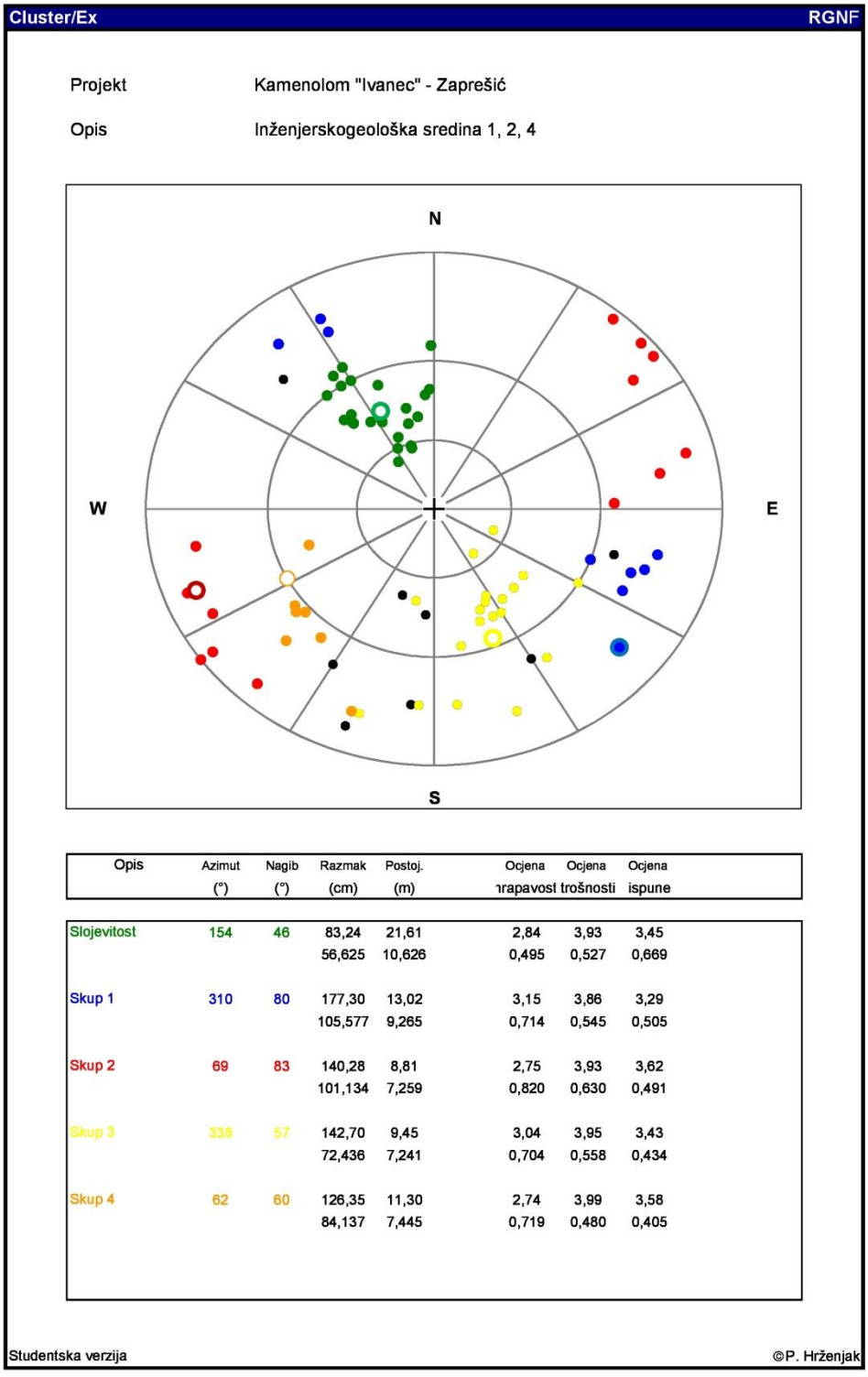


Slika 4-4. Sjeverni dio kamenoloma

4.2. Podaci o značajkama diskontinuiteta

Postoji nekoliko razmatranja o strukturnom sklopu na području kamenoloma „Ivanec“. Zbog različitih inženjerskogeoloških karakteristika terena teško je odrediti kako bi se područje moglo podijeliti u inženjerskogeološkom smislu. Marelja (2012) u svom diplomskom radu prikazuje preglednu kartu na kojoj je kamenolom podijeljen na četiri inženjerskogeološke sredine. Prikupljeni podaci o orijentacijama, razmaku i poostojanosti diskontinuiteta korišteni za taj diplomski rad su preuzeti u svrhu statističke obrade koja je prikazana u ovom radu. Međutim, zbog prevrtanja slojeva u središnjem dijelu (3. inženjerskogeološka sredina), podaci koji su dobiveni mjerenjem u toj sredini su odbačeni zbog prevelikog odstupanja od tipičnih vrijednosti.

Novija razmatranja se ne slažu sa dijeljenjem područja na više sredina, nego uzimaju u obzir područje kao cjelinu ili eventualno podijeljenost na sjevernu i južnu stranu (Hrženjak i Navratil, 2013). Hrženjak i Navratil navode u Stručnom mišljenju o stabilnosti kamenoloma Ivanec pet izraženih skupova diskontinuiteta od koji se jedan odnosi na slojevitost. Taj podatak i podaci o orijentacijama skupova diskontinuiteta prikazanih u Stručnom mišljenju se u potpunosti slažu sa rezultatima cluster analize skupa podataka iz 1., 2. i 4. inženjerskogeološke sredine. Cluster analiza je metoda grupiranja podataka koja se u ovom slučaju vrši pomoću FKm algoritma (*Fuzzy K-means Algorithm*). FKm algoritam se temelji na Picardovom postupku iteracije za nalaženje minimuma „objektivne“ funkcije koja ima obilježja Kentove razdiobe (Hrženjak, 2004). Cluster analiza je napravljena u aplikaciji Cluster/Ex. Slojevitost ima azimut i kut nagiba 154/46, a ostali skupovi diskontinuiteta 310/80, 69/83, 338/57 i 62/60. Rezultati azimuta, nagiba, srednje vrijednosti i standardne devijacije razmaka, postojanosti, ocjene hrapavosti, ocjene trošnosti i ocjene ispune su prikazani na slici 4-5. Ostale statističke analize su napravljene u programskom jeziku R.



Slika 4-5. Rezultati cluster analize za kamenolom „Ivanec“ (Marelja, 2012)

4.3. Statistička analiza orijentacija diskontinuiteta

Statistička obrada orijentacija diskontinuiteta je proces kojim se analiziraju vrijednosti u sfernom koordinatnom sustavu. Rad sa polarnim koordinatama zahtijeva poseban pristup obradi, a jedan primjer toga je određivanje smjera srednje vrijednosti. Aritmetička sredina između 0° i 360° bi bila 180°, što ne predstavlja pravi smjer srednje vrijednosti budući da su 0° i 360° jednaki kutovi. Najtemeljitiji pristup obradi sfernih podataka su prikazali Fisher et al. (1987), međutim za geološke podatke potrebne su neke modifikacije jer konvencionalni sferni sustav i geološki sustav nisu jednaki. Borradaile (2003) u svom radu detaljnije opisuje razlike između ta dva sustava i način na koji se geološki podaci mogu pretvoriti u polarne.

Proces započinje sa prebacivanjem azimuta (*A*) i kuta nagiba (*D*) diskontinuiteta u kosinuse smjera (4-1):

$$\begin{aligned} L_i &= \cos D_i \cos A_i \\ M_i &= \cos D_i \sin A_i \\ N_i &= \sin D_i \end{aligned} \tag{4-1}$$

Zatim se traži rezultanti vektor *R* prema 4-2:

$$R^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} L_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} M_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} N_i\right)^2 \tag{4-2}$$

A potom koordinate smjera srednje vrijednosti (4-3):

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{n} L_i \\ \bar{y} &= \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{n} M_i \\ \bar{z} &= \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{n} N_i \end{aligned} \tag{4-3}$$

Azimut ($\bar{A}$) i kut nagiba ($\bar{D}$) smjera srednje vrijednosti iznose (4-4):

$$\begin{aligned} \bar{A} = \alpha &= \tan^{-1}(\bar{y}/\bar{x}) \\ \bar{D} &= \sin^{-1}(\bar{z}) \end{aligned} \tag{4-4}$$

Budući da je domena arctan(α) jednaka -90° $\leq \alpha \leq$ 90°, potrebno je korigirati vrijednosti kuta α prema tablici 4-1.

Tablica 4-1. Korigiranje kuta α za izračun azimuta smjera srednje vrijednosti

Predznak vektora smjera srednje vrijednosti $\bar{x}$	Predznak vektora smjera srednje vrijednosti $\bar{y}$	Korekcija kuta α
+	+	$\alpha = \lvert\alpha\rvert$
+	-	$\alpha = 360 - \lvert\alpha\rvert$
-	+	$\alpha = 180 - \lvert\alpha\rvert$
-	-	$\alpha = 180 + \lvert\alpha\rvert$

Sferne razdiobe koriste polarne koordinate za računanje parametara, a dobiju se pretvorbom (4-5):

$$\phi = 90 - A$$
$$\theta = 90 + D \tag{4-5}$$

Formiranjem rotacijske matrice $A(\hat{\phi}, \hat{\theta}, 0)$, gdje su $\hat{\phi}$ i $\hat{\theta}$ kutovi smjera srenje vrijednosti prikazani u polarnim koordinatama, moguće je rotirati pol sfere u kutove $\hat{\phi}$ i $\hat{\theta}$. Tim postupkom se može saznati kako se ostali podaci odnose prema smjeru srednje vrijednosti preko kutova ϕ' i θ'. Pojednostavljena rotacijska matrica je prikazana izrazom 4-6:

$$A(\hat{\phi}, \hat{\theta}, 0) = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\hat{\phi} & \cos\theta\sin\hat{\phi} & -\sin\theta \\ -\sin\hat{\phi} & \cos\hat{\phi} & 0 \\ \sin\theta\cos\hat{\phi} & \sin\theta\sin\hat{\phi} & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

Množenjem rotacijske matrice sa kosinusima smjera dobiju se novi kosinusi smjera (4-7):

$$\begin{bmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{bmatrix} = A(\hat{\phi}, \hat{\theta}, 0) \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \tag{4-7}$$

gdje su l, m i n pojedinačni podaci iz skupova L, M i N.

Statistički test odgovara na pitanje pripada li skup točaka na sferi von Mises – Fisherovoj razdiobi nasuprot alternativne hipoteze da skup pripada Kentovoj razdiobi. Parametar κ von Mises – Fisherove razdiobe se može aproksimirati formulom 4-8 za slučaj kada je $\bar{R} = R/n \geq 0{,}95$:

$$\kappa = \frac{(n-1)}{(n-R)} \tag{4-8}$$

Ukoliko $\bar{R}$ nije blizu 1, to može značiti da je skup podataka bipolaran (ima dva istančana pola) ili bimodalan (dvije vrijednosti koje imaju puno veću vjerojatnost uzorkovanja od ostalih podataka). Izračunati parametar nije potreban za test, ali predočuje sliku o izgledu podataka. Za test su potrebni parametri Kentove razdiobe *G*, κ i β koji se proračunavaju prema idućim izrazima koje je prvi puta opisao Kent (1982), a koje su pojednostavljeni prema Leong i Carlile (1997). Kako bi odredili spomenute parametre treba formirati orijentacijsku matricu *T* (4-9):

$$T = \begin{bmatrix} \sum L_i^2 & \sum L_i M_i & \sum L_i N_i \\ \sum L_i M_i & \sum M_i^2 & \sum M_i N_i \\ \sum L_i N_i & \sum M_i N_i & \sum N_i^2 \end{bmatrix} \tag{4-9}$$

Zatim se izračuna matrica $B = A(T/n)A'$ gdje A' predstavlja transponiranu rotacijsku matricu. Matrica *B* (4-10) sadrži elemente:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \tag{4-10}$$

Kut $\hat{\psi}$ je definiran izrazom 4-11:

$$\hat{\psi} = \frac{1}{2}\tan^{-1}[2b_{12}/(b_{11} - b_{22})] \tag{4-11}$$

Nadalje se računa matrica *K* (4-12):

$$K = \begin{bmatrix} \cos\hat{\psi} & -\sin\hat{\psi} & 0 \\ \sin\hat{\psi} & \cos\hat{\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4-12}$$

Potom se dobije matrica $\hat{G} = A'K$ koja je ujedno i parametar Kentove razdiobe. Parametri κ i β ovise o vrijednosti Q koja se dobije iz matrice V (4-13):

$$V = \hat{G}'(T/n)\hat{G} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{bmatrix} \tag{4-13}$$

Vrijednost Q se izračuna formulom (4-14)

$$Q = v_{11} - v_{22}, \qquad Q > 0 \tag{4-13}$$

Parametri κ i β se tada aproksimiraju prema (4-14) i (4-15):

$$\kappa = \frac{1}{2 - 2\bar{R} - Q} + \frac{1}{2 - 2\bar{R} + Q} \tag{4-14}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2 - 2\bar{R} - Q} + \frac{1}{2 - 2\bar{R} + Q}\right) \tag{4-15}$$

Testna statistika iznosi (4-16):

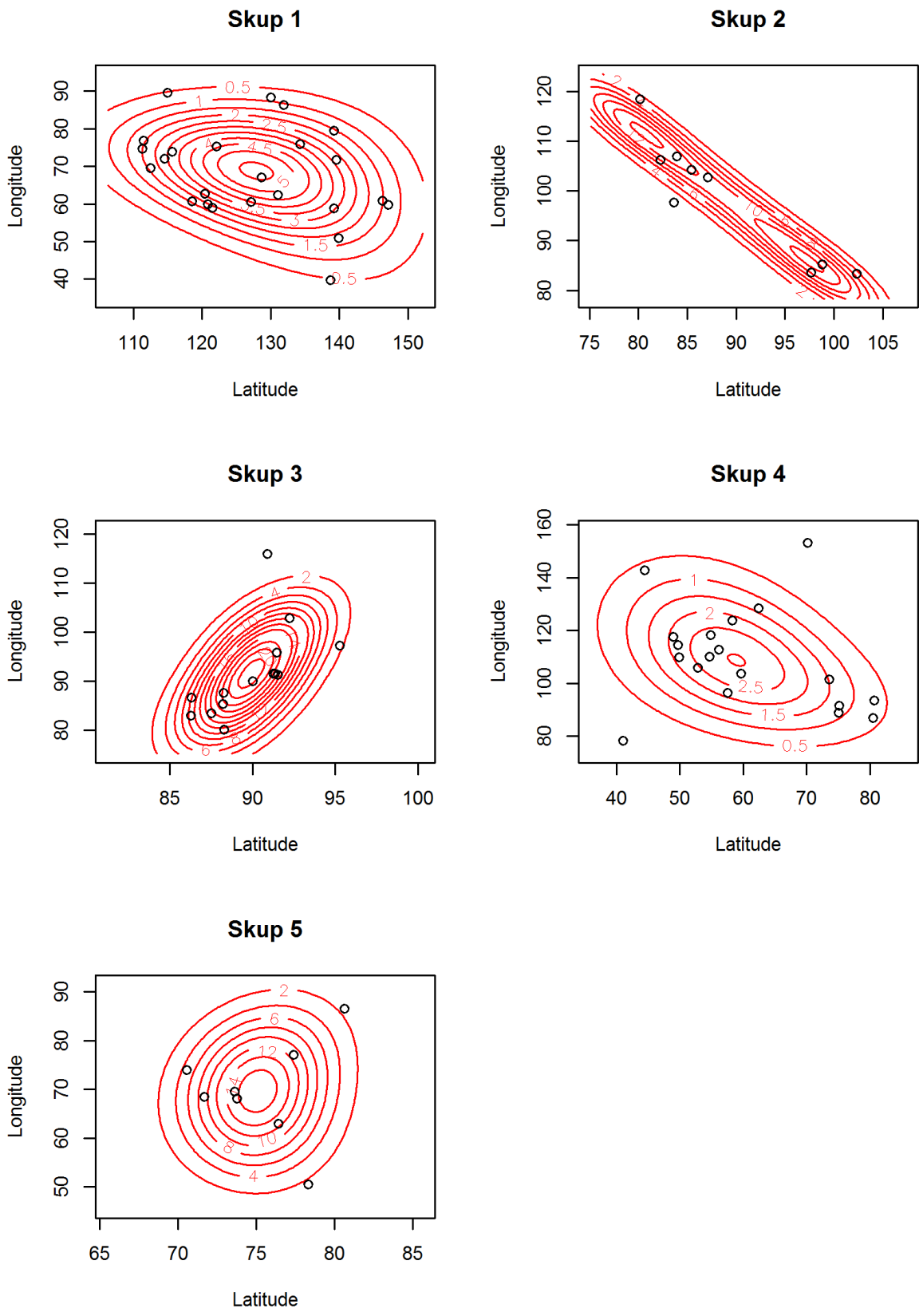
$$K = n\left(\frac{1}{2}\kappa\right) G(\hat{\kappa}) Q^2 \tag{4-16}$$

gdje se vrijednost $G(\hat{\kappa})$ dobije iz tablice 4-2. Početna hipoteza da podaci odgovaraju Fisherovoj razdiobi se odbacuje ukoliko vrijednost K premašuje $-2\ln(\alpha)$ gdje je α nivo značajnosti.

Tablica 4-2. Odabrane vrijednosti funkcije $G(\hat{\kappa}) = I_{\frac{1}{2}}(\kappa)/I_{\frac{5}{2}}(\kappa)$ gdje su $I_{\frac{1}{2}}$ i $I_{\frac{5}{2}}$ modificirane Besselove funkcije (Fisher et al., 1987)

κ	$G(\hat{\kappa})$	κ	$G(\hat{\kappa})$	κ	$G(\hat{\kappa})$
1	16,4	13	1,27	45	1,07
2	5,15	14	1,25	50	1,06
3	3,05	15	1,23	60	1,05
4	2,29	16	1,21	70	1,04
5	1,92	17	1,20	80	1,04
6	1,71	18	1,19	90	1,03
7	1,58	19	1,18	100	1,03
8	1,49	20	1,17	110	1,03
9	1,42	25	1,13	120	1,03
10	1,37	30	1,11	130	1,02
11	1,33	35	1,09	140	1,02
12	1,30	40	1,08	150	1,02

Rezulati provedenog testa koji testira slijede li podaci Fisheru razdiobu, nasuprot alternativne hipoteze da podaci slijede Kentovu razdiobu su prikazani u tablici 4-3. Prikazi kontura elipse Kentovih razdioba su prikazani na slici 4-6.



Slika 4-6. Konture Kentove razdiobe za pojedine skupove (setove) diskontinuiteta

Osim prethodnog testa, u radu se određivalo ponašanje podataka prema Fisherovoj razdiobi. Za taj postupak su bili potrebi KS i Kuiperov test. Jedina razlika između ta dva testa je što se D statistika kod KS testa dobije traženjem maksimalne razlike između dviju funkcija razdiobe, dok se kod Kuiperovog testa traži maksimalna pozitivna i maksimalna negativna razlika. Zbrajanjem tih dviju vrijednosti se izračuna D statistika Kuiperovog testa. Određivanje ponašanja orijentacija prema Fisherovoj razdiobi se vrši tako da se posebno testira kolatituda (geografski pojam analogan kutu nagib – geografska širina) i longituda (geografski pojam analogan smjeru nagiba – geografska dužina). Kolatituda se testira prema KS testu:

- Vrijednosti kolatitude se poslože uređajnom statistikom $X_1 \leq \cdots \leq X_n$, te se izračuna $F(x) = 1 - e^{-\kappa x}$. Po uzoru na (3-21) traži se D_n^+ (4-17) i D_n^- (4-18):

$$D_n^+ = \max\left(i/n - F(x_i)\right), \qquad i = 1, \dots, n \tag{4-17}$$

$$D_n^i = \max(F(x_i) - (i-1)/n), \qquad i = 1, \dots, n \tag{4-18}$$

- Traži se maksimalna vrijednost D_n prema (4-19):

$$D_n = \max(D_n^+, D_n^-), \tag{4-19}$$

- Testna statistika M_e je jednaka (4-20):

$$M_e(D_n) = (D_n - 0{,}2/n)\left(\sqrt{n} + 0{,}26 + 0{,}5/\sqrt{n}\right) \tag{4-20}$$

- Ukoliko je testa statistika M_e veća od granične vrijednosti, koja u slučaju nivoa pouzdanosti od 95% iznosi 1,094, početna hipoteza se odbacuje

Longituda se računa prema Kuiperovom testu, a slijedi postupak:

- Vrijednosti longitude se poslože uređajnom statistikom $X_1 \leq \cdots \leq X_n$, a funkcija razdiobe $F(x)$ je jednaka x. Vrijednosti D_n^+ i D_n^- se računaju prema (4-17) i (4-18)
- Kuiperova statistika V_n je jednaka (4-21):

$$V_n = D_n^+ + D_n^- \tag{4-21}$$

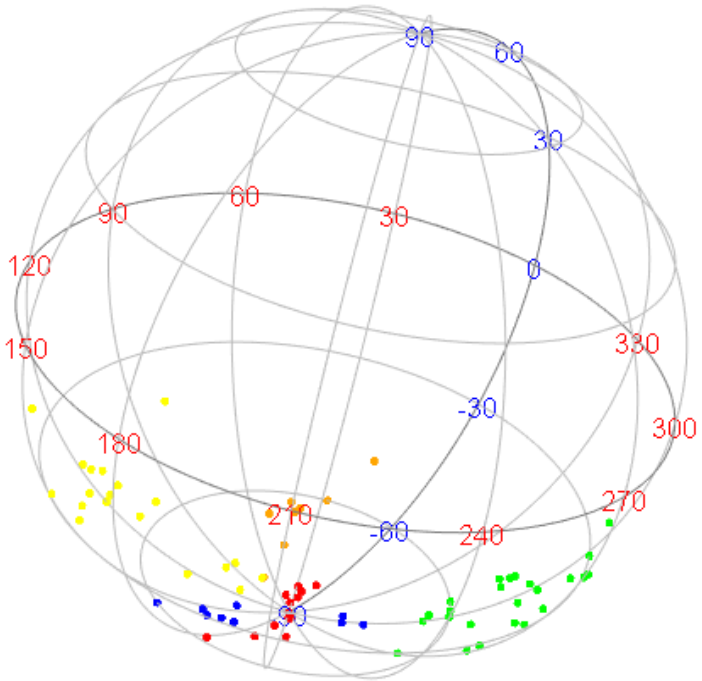
- Testna statistika M_u je jednaka (4-22):

$$M_u(V_n) = V_n\left(\sqrt{n} - 0{,}467 + 1{,}623/\sqrt{n}\right) \tag{4-20}$$

- Ako je testna statistika M_u veća od granične vrijednosti koja za nivo pouzdanosti od 95% iznosi 1,207, početna hipoteza se odbacuje

Rezultati testiranja ponašanja prema Fisherovoj razdiobi su prikazani u tablici 4-4.

Prema odrađenim testovima nije se došlo do zaključka o pripadanju podataka spomenutim razdiobama. Razlog tome je vjerojatno manji broj podataka. Grafičkim testovima bi se možda mogli odrediti neka od ponuđenih razdioba sa većom pouzdanošću, ali i sami izgledi kontura iscrtanih na slici 4-6 bi mogli biti dovoljni za okviran uvid u ponašanje podataka. Skupovi 1, 3 i 4 ukazuju da se radi o Kentovoj razdiobi, ali sa manjim brojem podataka se nije moglo s većom pouzdanošću prihvatiti hipoteza o Kentovoj razdiobi. Skup 2 zbog veće raspršenosti podataka slijedi bimodalnu razdiobu, dok je skup 5 najbliži Fisherovoj razdiobi. Ipak, važni podaci su smjerovi srednje vrijednosti prikazane u tablicama 4-3 i 4-4. Smjer srednje vrijednosti orijentacije za slojevitost je 155/47, za skup 2 277/81, skup 3 ima srednju vrijednost smjera 273/88, skup 4 je jednak 332/54, dok je skup 5 jednak 53/65. Razlika postoji između vrijednosti navedenih smjerova srednjih vrijednosti i onih dobivenih custer analizom zbog toga što se u cluster analizi koriste statistička analiza na kružnici. Ostali rezultati parametara razdioba, orijentacija duže i kraće osi Kentove razdiobe, kut stošca oko smjera srednje vrijednosti su prikazani u slijedećim tablicama. Slika 4-7 prikazuje sferu sa ucrtanim točkama koje predstavljaju krajeve smjerova nagiba za sve podatke o orijentacijama.



Slika 4-7. Krajevi vektora smjera nagiba prikazani na geografski označenoj sferi

Tablica 4-3. Rezultati testa o pripadanju uzorka Fisherovoj razdiobi, nasuprot alternativne hipoteze da je razdioba Kentova

Test hipoteze o pripadanju uzorka Fisherovoj razdiobi, nasuprot alternativne hipoteze da je razdioba Kentova							
Set	Srednja vrijednost	Parametar κ	Parametar β	Orijentacija duže osi	Orijentacija kraće osi	Vrijednost K statistike	Bootstrap p vrijednost
1	155/47	38,9	8,5	164/48	250/5	0,316 < 5,991	0,594
2	277/81	397,0	205,7	214/86	304/82	5,602 < 5,991	0,585
3	273/88	413,4	191,6	170/0	260/89	1,606 < 5,991	0,696
4	332/54	21,8	5,8	217/17	257/59	0,650 < 5,991	0,649
5	53/65	195,3	82,9	172/13	267/21	0,503 < 5,991	0,724

Tablica 4-4. Rezulatati testa ponašanja prema Fisherovoj razdiobi

Test ponašanja prema Fisherovoj razdiobi							
Set	Srednja vrijednost	Parametar κ	Kut stošca oko srednje vrijednosti	M_e	Kritična vrijednost za M_e	M_u	Kritična vrijednost za M_u
1	155/47	31,1	3°	2,066	1,094	0,198	1,207
2	277/81	30,4	3°	1,673	1,094	2,222	1,207
3	273/88	71,1	2°	2,055	1,094	1,608	1,207
4	332/54	16,2	5°	1,880	1,094	0,224	1,207
5	53/65	56,4	2°	1,506	1,094	1,890	1,207

4.4. Statistička analiza razmaka diskontinuiteta

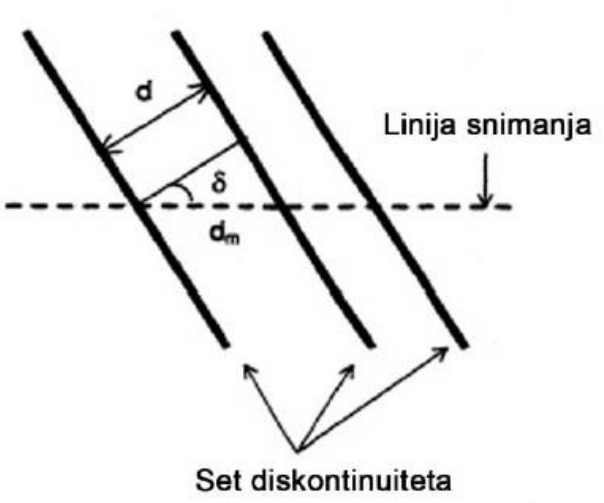
Kod mjerenja razmaka diskontinuiteta može se mjeriti ukupni razmak, te prividni ili normalni razmak seta:

- Ukupni razmak je udaljenost između dvaju susjednih diskontinuiteta mjerena duž bilo koje linije određene lokacijom i orijentacijom
- Prividni razmak skupa je udaljenost između dvaju susjednih diskontinuiteta nekog skupa mjerena duž bilo koje linije određene lokacijom i orijentacijom
- Normalni razmak skupa je udaljenost između dvaju susjednih diskontinuiteta mjerenih duž linije okomito na smjer srednje vrijednosti orijentacije nekog skupa.

Veza između prividnog i normalnog razmaka skupa je (4-21) (Navratil, 2011):

$$d = d_m cos\delta \tag{4-21}$$

gdje d_m predstavlja prividni razmak skupa, a δ kut između linije okomite na smjer srednje vrijednosti orijentacije nekog seta i proizvoljne linije po kojoj je mjeren prividni razmak seta (Slika 4-8).



Slika 4-8. Normalni i prividni razmak diskontinuiteta (preuzeto iz Navratil, 2011)

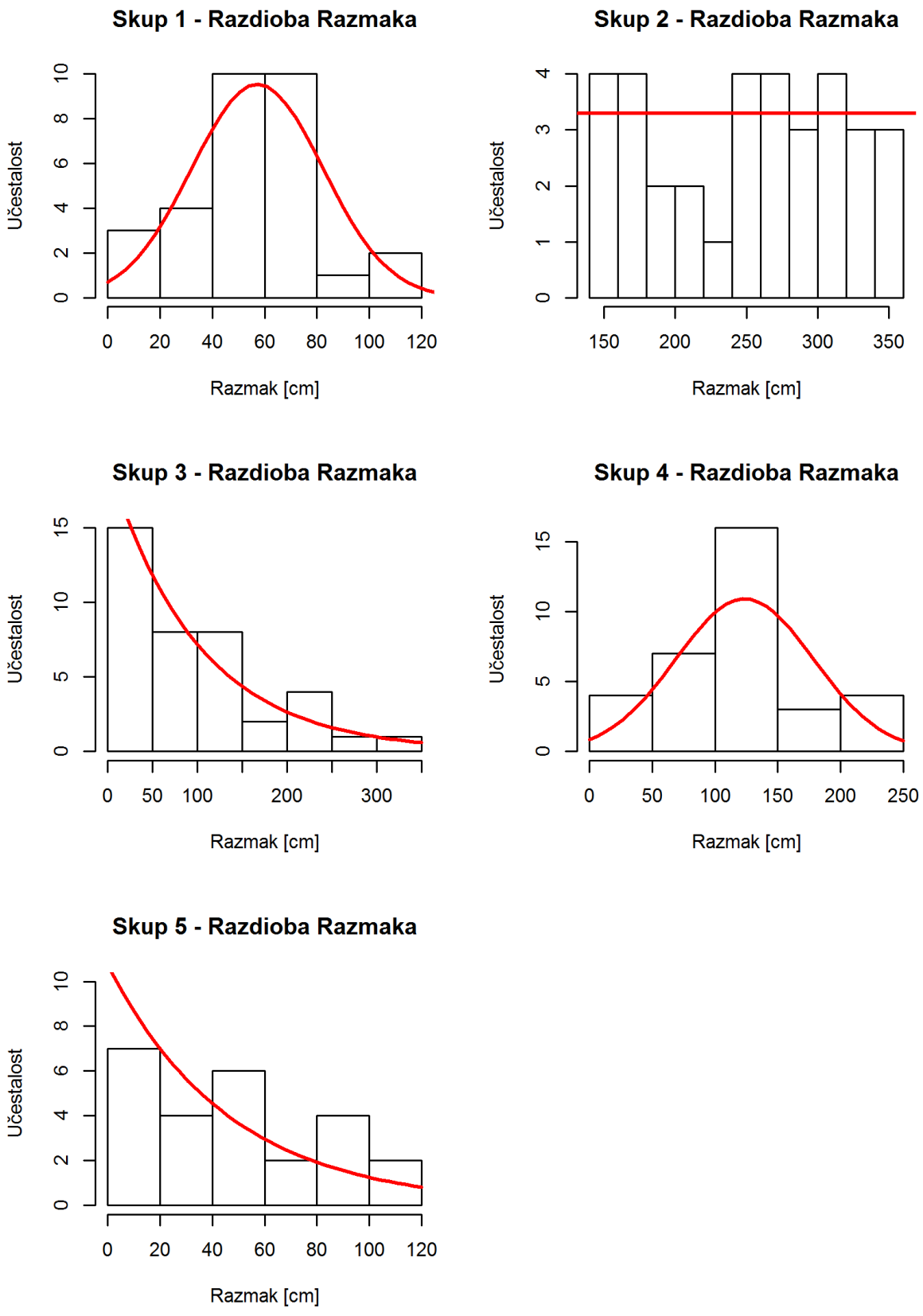
U korištenim podacima se nalaze normalni razmaci. Za određivanje razdiobe podataka korišteni su hi kvadrat i KS testovi prilagodbe, međutim za hi kvadrat test se nije pokazao dovoljno pouzdan za manji skup podataka.

Tablica 4-5. Rezultati KS testa za razmake diskontinuiteta

Kolmogorov Smirnov test za razmak diskontinuiteta										
Skup	Normalna razdioba		Lognormalna razdioba		Eksponencijalna razdioba		Uniformna razdioba		Broj podataka	
	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	Veličina uzorka	Potreban broj podataka
1	0,09	**0,82**	0,18	0,01	0,29	6,00E-04	0,28	0,01	30	24
2	0,13	**0,14**	0,14	**0,08**	0,45	2,00E-04	0,12	**0,73**	34	171
3	0,21	6,00E-04	0,13	**0,09**	0,13	**0,27**	0,40	2,00E-04	39	253
4	0,14	**0,08**	0,22	2,00E-04	0,33	2,00E-04	0,25	0,02	34	29
5	0,13	**0,37**	0,16	**0,08**	0,15	**0,39**	0,20	**0,25**	25	11

Tablica 4-6. Rezultati hi kvadrat testa za razmake diskontinuiteta

Hi kvadrat test za razmak diskontinuiteta										
Skup	Normalna razdioba		Lognormalna razdioba		Eksponencijalna razdioba		Uniformna razdioba		Broj podataka	
	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	Veličina uzorka	Potreban broj podataka
1	0,99	**0,61**	0,89	**0,64**	11,65	2,95E-03	7,69	0,02	30	24
2	8,68	0,03	10,93	0,01	6,16	**0,10**	3,52	**0,32**	34	171
3	3,80	**0,15**	0,51	**0,78**	1,04	**0,59**	26,19	2,05E-06	39	253
4	2,38	**0,30**	1,45	**0,48**	23,27	8,86E-06	14,18	8,33E-04	34	29
5	2,95	**0,23**	2,70	**0,26**	1,91	**0,39**	2,14	**0,34**	25	11



Slika 4-9. Histogrami vrijednosti razmaka sa predloženim funkcijama gustoće

Postojali su brojni nedostatci u provođenju ovih testova. KS test je teško provesti kada se ponavljaju iste vrijednosti, pa su se podaci iz tog razloga morali modificirati tako da su neznatno odstupali od prave vrijednosti zabilježene prilikom terenskog mjerenja. Broj potrebnih podataka je izračunat izrazom (4-22):

$$n \geq \left(\frac{z * \sigma}{GP}\right)^2 \tag{4-22}$$

gdje *z* predstavlja z-vrijednost za 95% interval pouzdanosti, te u ovom slučaju iznosi 1,96. Standardna devijacija σ je standardna devijacija dostupnog skupa podataka. *GP* označava granice pouzdanosti, odnosno granice između kojih se nalazi prava srednja vrijednost, a u ovom slučaju je postavljena na $\pm$ 20 mm. Upravo zbog male veličine uzorka, broj razreda u hi kvadrat testu je bio izrazito mali i stoga je kod provođenja hi kvadrat testa p vrijednost izračunata Monte Carlo simulacijom zbog čega nije bilo potrebno uzimati u obzir stupnjeve slobode.

Iz tablica 4-5. i 4-6. se može vidjeti da postoje razlike između prepoznavanja razdioba između testova. Budući da je KS test u ovom slučaju pouzdaniji zbog veličine uzorka, razdioba koja je imala najveću p vrijednost za odabrani skup je ucrtana na histogramu (Slika 4-9). U tablicama 4-5. i 4-6. su podebljane p vrijednosti veće od 0,05, dok su p vrijednosti s najvećim iznosima u crvenoj boji. Za prvi skup diskontinuiteta (slojevitost), KS test je odbacio sve razdiobe osim normalne dok je hi kvadrat prihvatio normalnu i lognormalnu s tim da lognormalna ima veću p vrijednost. Zbog premalog broja razreda u hi kvadrat testu, za taj test je teže procijeniti o kojoj razdiobi se radi i pretpostavka je da očekivana vrijednost prvog razreda ima najviše značaja u određivanju razdiobe. Iz histograma se jasnije vidi da podaci slijede normalnu razdiobu. Testna statistika za normalnu razdiobu u KS testu iznosi 0,09, dok je p vrijednost jednaka 0,82. U slučaju hi kvadrat testa, testna statistika iznosi 0,99, a p vrijednost 0,61. Za drugi skup, rezultati KS i hi kvadrat testa se podudaraju oko najvjerojatnije razdiobe koja je uniformna. Međutim, zbog veće raspršenosti podataka, minimalan broj podataka potreban da srednja vrijednost bude unutar zadanih granica pouzdanosti je veći od veličine uzorka. To dovodi u pitanje koliko je uzorak reprezentativan za stvarnu situaciju na kamenolomu. Prema razdiobi uzorka i provedenim testovima, za drugi skup diskontinuiteta vrijedi da je vjerojatnost jednaka za vrijednosti razmaka od 150 do 350 mm. KS testna statistika za uniformnu razdiobu iznosi 0,12, dok je p vrijednost 0,73. Vrijednost hi kvadrat statistike i p vrijednost za hi kvadrat test iznose 3,52 i 0,32. Razmaci u trećem skupu prema KS testu

slijede najvjerojatniju eksponencijalnu razdiobu, dok prema hi kvadrat testu slijede lognormalnu. KS test je i u ovom slučaju pouzadniji, stoga je prihvatljivija eksponencijalna razdioba. KS statistika i p vrijednost KS testa za eksponencijalnu razdiobu iznose 0,13 i 0,27, a hi kvadrat statistika i p vrijednost hi kvadrat testa iznose 1,04 i 0,59. Jednako kao i za drugi skup, zbog odnosa veličine uzorka i minimalnog broja podataka upitna je reprezentativnost uzorka. Vrijednosti razmaka u četvrtom skupu diskontinuiteta prema KS testu pripadaju normalnoj razdiobi, a prema hi kvadrat testu lognormalnoj. Uvažena je normalna razdioba. KS statistika i p vrijednost KS testa za četvrti diskontinuitet iznose 0,14 i 0,08. Hi kvadrat statistika i p vrijednost hi kvadrata testa za normalnu razdiobu iznose 2,38 i 0,30. Vrijednosti razmaka petog skupa diskontinuiteta prema provedenim testovima pripadaju eksponencijalnoj razdiobi. KS statistika i p vrijednost KS testa za eksponencijalnu razdiobu su jednaki 0,15 i 0,39. Hi kvadrat statistika i p vrijednost hi kvadrat testa za eksponencijalnu razdiobu su 1,91 i 0,39.

4.5. Statistička analiza postojanosti diskontinuiteta

Analiza postojanosti slijedi vrlo sličan postupak kao i analiza razmaka. Robertson (1970) je napravio opsežno istraživanje vezano uz određivanje svojstava postojanosti. Kako je mjerio postojanosti u smjeru pravca pružanja i nagiba diskontinuiteta, došao je do zaključka da su diskontinuiteti kružne plohe. Drugi zaključak je da se postojanost nekada ne može izmjeriti jer krajevi diskontinuiteta često budu skriveni unutar stijenske mase. Treći njegov zaključak je da je postojanost eksponencijalno distribuirana. Većina drugih autora (Barton (1976), McMahon (1974), Bridges (1976)) ipak smatra da je postojanost najčešće distribuirana lognormalno. Nedostupnost cijele dužine postojanosti predstavlja veliki problem u određivanju razdiobe postojanosti te je stoga Cruden (1977) predložio da se diskontinuiteti prema postojanosti podijele u tri kategorije s obzirom na vidljivost krajeva diskontinuiteta: oni kod kojih su vidljiva oba kraja, oni kod kojih je vidljiv samo jedan kraj i oni kod kojih se krajevi ne vide. Lanney (1976) je iz navedenih istraživanja došao do zaključka da postojanost slijedi eksponencijalnu ili lognormalnu razdiobu te da su diskontinuiteti otprilike jednake dužine u svim smjerovima ravnine i da prilikom uzorkovanja dolazi do puno grešaka uslijed nepotpuno vidljivosti svih krajeva plohe.

U ovom radu nisu posebno odvojeni postojanost po pružanju i nagibu, niti po vidljivosti krajeva. Postojanost je za prvi, drugi i četvrti skup normalno distribuirana, za treći skup lognormalno, a za peti se nije mogla odrediti razdioba jer je bilo premalo

podataka, ali se može naslutiti bimodalna razdioba (Slika 4-10). Skupovi koji su normalno distribuirani imaju vidljiv samo jedan rep gustoće vjerojatnosti, što može ukazati da bi sa više podataka postojanost ipak slijedila lognormalnu razdiobu. Jednako kao i u rezultatima analize razmaka, u tablicama 4-7. i 4-8., p vrijednosti veće od 0,05 su podebljane, dok su p vrijednosti koje imaju najeći iznos u crvenoj boji.

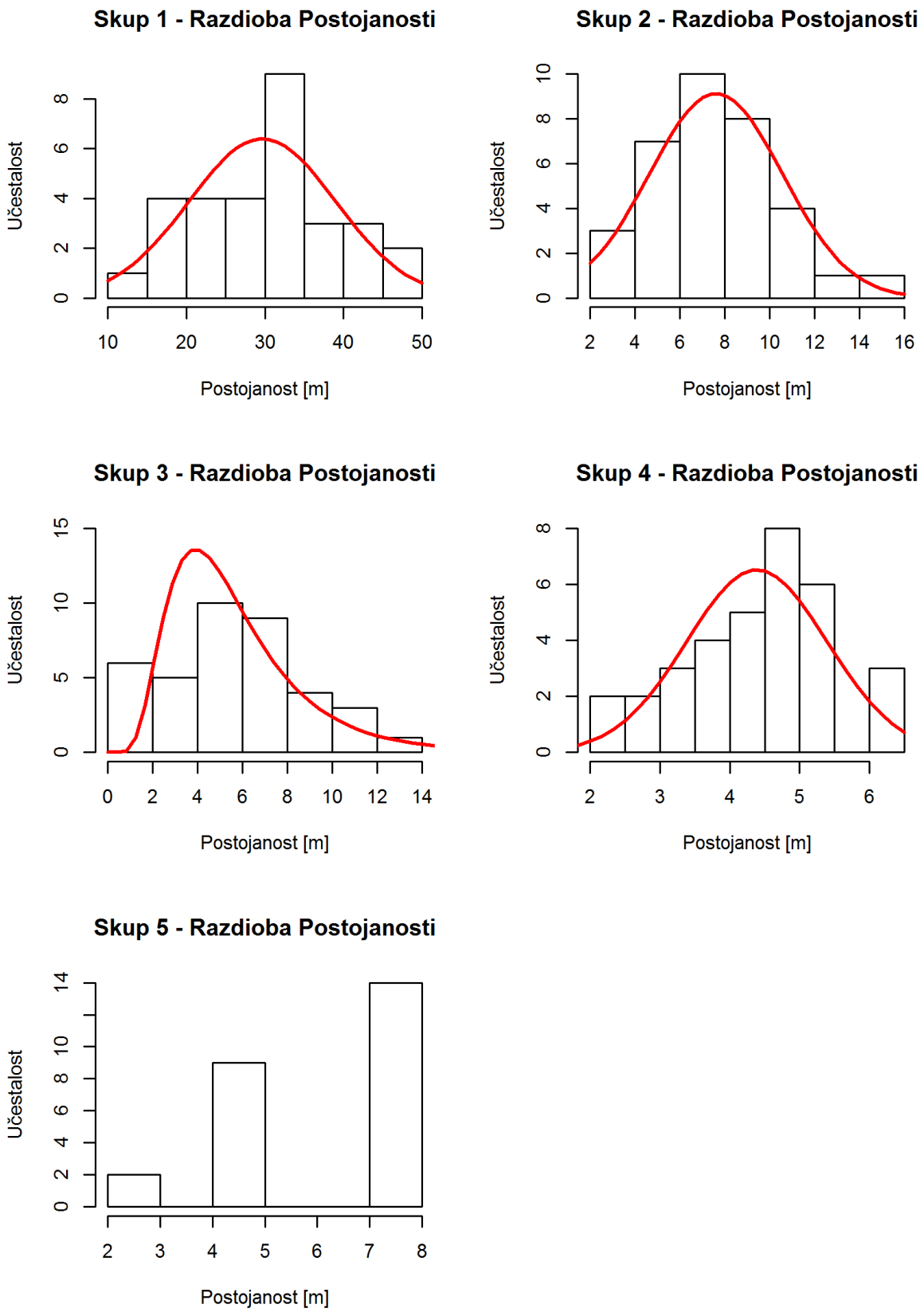
KS test postojanosti za slojevitost ne prihvaća nijednu od zadanih razdioba, dok hi kvadrat test sa velikom sigurnošću prihvaća normalnu razdiobu kao najvjerojatniju. Izgled podataka na histogramu asocira na normalnu razdiobu, no siutacija u stvarnosti vjerojatno nije takva. Hi kvadrat statistika za slojevitost iznosi 0,03, a p vrijednost je 0,99 što je gotovo stopostotna sigurnost. Raspršenost podataka ukazuje na potreban veći broj podataka za pouzdanije reultate. Granice pouzdanosti za određivanje minimalnog broja podataka su postavljene na ± 2 m. Prema KS testu, postojanost drugog skupa diskontinuiteta slijedi normalnu razdiobu, a prema hi kvadrat testu lognormalnu. Za ovaj skup podataka je vjerojatnija normalna razdioba, iako se ipak naslućuje lognormalna što je vjerojatnije za stvarnu situaciju. KS statistika i p vrijednost normalne razdiobe iznose 0,14 i 0,08, a hi kvadrat statistika i p vrijednost hi kvadrat testa su 0,30 i 0,86. Postojanost trećeg sustava prema KS testu slijedi lognormalnu, a prema hi kvadrat testu norlmalnu. Lognormalna je vjerojatnija prema i izgledu distribucije podataka. KS statistika i p vrijednost KS testa lognormalne razdiobe za treći skup dikontinuiteta iznose 0,13 i 0,07. Hi kvadrat statistika i p vrijednost hi kvadrat testa lognormalne razdiobe su 0,48 i 0,92. Postojanost četvrtog skupa diskonituiteta je po KS testu normalna sa vrijednošću KS statistike 0,14 i p vrijednosti 0,07. Prema hi kvadrat testu je isto najvjerojatnija normalna razdioba sa vrijednosti statistike 0,09 i p vrijednosti 0,96. Za peti skup nije se mogla odrediti razdioba, ali s obziromna vrijednosti najvjerojatnija bi bila bimodalna razdioba. Rezulati testiranja postojanosti diskontinuiteta prema KS i hi kvadrat test su prikazani u tablicama 4-7 i 4-8.

Tablica 4-7. Rezultati hi kvadrat testa za postojanost diskontinuiteta

Kolmogorov Smirnov test za postojanost diskontinuiteta										
Skup	Normalna razdioba		Lognormalna razdioba		Eksponencijalna razdioba		Uniformna razdioba		Broj podataka	
	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	D statistika	p vrijednost	Veličina uzorka	Potreban broj podataka
1	0,21	1,20E-03	0,27	2,00E-04	0,39	2,00E-04	0,22	7,94E-02	30	84
2	0,14	**0,08**	0,17	0,02	0,37	2,00E-04	0,33	4,00E-04	34	9
3	0,17	4,40E-03	0,13	**0,07**	0,23	1,80E-03	0,29	1,60E-03	39	11
4	0,14	**0,07**	0,19	3,00E-03	0,43	2,00E-04	0,17	2,84E-01	34	2
5	0,32	2,00E-04	0,32	2,00E-04	0,44	2,00E-04	0,49	2,00E-04	26	4

Tablica 4-8. Rezultati hi kvadrat testa za postojanost diskontinuiteta

Hi kvadrat test za postojanost diskontinuiteta										
Skup	Normalna razdioba		Lognormalna razdioba		Eksponencijalna razdioba		Uniformna razdioba		Broj podataka	
	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	χ^2 statistika	p vrijednost	Veličina uzorka	Potreban broj podataka
1	0,03	**0,99**	0,57	**0,75**	8,45	0,01	1,44	**0,49**	30	84
2	0,30	**0,86**	0,26	**0,88**	9,89	0,01	9,80	0,01	34	9
3	0,48	**0,92**	1,88	**0,60**	13,04	4,56E-03	12,39	0,01	39	11
4	0,09	**0,96**	0,55	**0,76**	11,72	2,85E-03	4,21	**0,12**	34	2
5	-	-	-	-	-	-	-	-	26	4



Slika 4-10. Histogrami vrijednosti postojanosti s predloženim funkcijama gustoće

5. Zaključak

Prema odrađenim ispitivanjima, vrlo je jasno da u području mehanike stijena broj podataka u statističkoj obradi odigrava značajnu ulogu. S manjim brojem podataka, manja je i pouzdanost rezultata. Zbog toga je bitno što temeljitije prikupiti podatke o značajkama stijenske mase na nekom području i detaljnije ih obraditi. Statističke analize podataka o značajkama stijenske mase mogu biti vrlo složene, ali su nužne za bolje razumijevanje geoloških procesa koji su se odvijali na nekom području. Iskustvo u prikupljanju podataka o značajkama stijenske mase i poznavanje okolnog područja mogu poslužiti za generiranje podataka onda kada su prave vrijednosti teško dostupne. U svakom slučaju, prikupljanje i obrada podataka o stijeni predstavljaju jedan poseban izazov u donošenju zaključaka.

Iz dobivenih rezultata se može zaključiti da je situacija na kamenolomu „Ivanec“ nejednolika. Za provođenje analize ovakvog tipa, informacije o mjestu mjerenja svakog pojedinog podatka su vrlo korisne. Provedeni testovi nisu se pokazali prikladni za male uzorke razmaka i postojanosti diskontinuiteta. Za analiziranje podataka o orijentacijama nije potreban toliko veliki uzorak, ali oblik podataka na sferi može jako puno varirati što znači da treba uzeti u obzir jako puno mogućih teoretskih modela. Za buduća ispitivanja predlaže se traženje parametra oblika K i parametra jakosti C. Navedeni parametri služe za interpretaciju oblika raspršenosti podataka i daju puno precizniji i općenitiji odgovor o izgledu podataka prikazanih na sferi. Postupak interpretacije je opisao Mardia (1972). Naravno, za predviđanje ponašanja podataka prema nekom modelu ne mogu se izbjeći testovi.

Testovi prilagodbe za razmake i postojanost zahtijevaju veliki broj podataka. KS test je dobar i za manje uzorke, ali nedostatak je taj što uzorci mjerenih razmaka i postojanosti sadrže jednake vrijednosti podataka na što je takva vrsta testa osjetljiva i ne daje dobre rezultate. Za razliku od toga, hi kvadrat test zahtijeva veću količinu podataka jer se podaci raspoređuju u razrede i pri tome diskretiziraju podatke, ali prihvaćaju ponavljanje jednakih vrijednosti. Budući da vrijednosti razmaka i diskontinuiteta inače ne variraju puno, preporuča se diskretiziranje podataka, odnosno svođenje pravih vrijednosti na cijele brojeve. Ukoliko nije moguće prikupiti bar 100 podataka za neki uzorak, moguće rješenje za ispitivanje hipoteza mogu biti tzv. egzaktni testovi.

Za potrebe detaljnije analize geometrijskih značajki diskontinuiteta na području kamenoloma „Ivanec“ potrebno bi bilo prikupiti još veću količinu podataka i uzeti u obzir više modela te načina testiranja ponašanja podataka prema tim modelima.

6. Literatura

Borradaile G. J. (2003): Statistics of earth science dana: Their distribution in time, space and orientation, Springer, ISBN 978-3-642-07815-6

Đokić Z. (2004): Elaborat o rezervama tehničko-građevnog kamena na eksploatacijskom polju "IVANEC"-Zaprešić i ležištu "IVANEC"-Zaprešić (jugoistočno od eksploatacijskog polja). VIADUKT g.d.d., Zagreb

Fine Software (n.d.): Barton – Bandis parameters, Online Help http://www.finesoftware.eu/help/geo5/en/barton-bandis-parameters-01/ (29.06.2016)

Fisher N. I., Lewis T., Embleton B. J. J. (1987): Statistical analysis of spherical data, Cambridge University Press

Fuček L., Tišljar J., Sokač B., Prtoljan B., Oštrić N., (1995): Gornjotrijaski dolomiti u kamenolomu Podsused. Geološki vodič Medvednice, Institut za geološka istraživanja i INA-industrija nafte d.d. Zagreb

Hack R. (2011): Slope stability probability classification

Hamelryck T., Kent J. T., Krogh A. (2006) Sampling Realistic Protein Conformations Using Local Structural Bias. PLoS Comput Biol 2(9): e131

Hatheway, A.W. (1996): Fractures, discontinuities that control your project. AEG News , 39/4, 19–22 [Perspective No. 28].

Hrženjak P. (2004): Određivanje složenih kliznih ploha i postupaka proračuna stabilnosti stijenskih kosina, Doktorski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

Hrženjak P., Navratil D. (2013): Stručno mišljenje o stanju stabilnosti kamenoloma „Ivanec" – Zaprešić, Elaborat, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

Hrženjak P.: Skripta iz kolegija Mehanika stijena I, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

ISRM, (1978): Suggested methods for the quantitative description of discontinuitiesin rock masses, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, 15 (6), p. 319-368.

Kent J. T. (1982): The Fisher-Bingham distribution on the sphere, Department of Statistics, University of Leeds

Lanney N. A. (1976): Statistical description of rock properties and sampling, Master thesis, MIT

Leong P., Carlile S. (1997): Methods for spherical data analysis and visualization, Journal of Neuroscience Methods 80 (1998) 191-200

Librić L. (2011): Opis i karakterizacija diskontinuiteta u stijenskom inženjerstvu

Mardia K. V. (1972): Statistics of directional data, Universitiy of Minnesota

Marelja M. (2012): Utvrđivanje potencijalnih oblika nestabilnosti kosina u stijenskim masama, Diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

Navratil D. (2011): Statistički model osnovnih geometrijskih značajki diskontinuiteta u mezozojskim karbonatnim stijenama, Doktorski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

Priest S. D., Hudson J. (1976): Discontinuity spacing in rock, Int. J. Rock Mech. and Mining Science, Vol. 13, pp. 135-148

Wikimedia Commons (2006): „Von_mises_fisher.png“ https://en.wikipedia.org/wiki/File:Von_mises_fisher.png#filelinks (31.07.2016)