

# Učeničke predodžbe o nastavi geometrije

---

**Hadjina, Klara**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:796569>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-15**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**KLARA HADJINA**

**DIPLOMSKI RAD**

**UČENIČKE PREDODŽBE O NASTAVI  
GEOMETRIJE**

**Zagreb, srpanj 2020.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEL ZA UČITELJSKE STUDIJE**  
**(Zagreb)**

**DIPLOMSKI RAD**

Ime i prezime pristupnika: Klara Hadjina

TEMA DIPLOMSKOG RADA: Učeničke predodžbe o nastavi  
geometrije

MENTOR: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

**Zagreb, srpanj 2020.**

## SADRŽAJ

SAŽETAK .....	II
SUMMARY .....	III
1. UVOD .....	1
2. GEOMETRIJA I UČENICI .....	3
2.1. Zašto nam je geometrija potrebna .....	3
2.2. Geometrijsko mišljenje.....	4
2.4. Fundamentalne ideje u nastavi geometrije .....	11
2.5. Geometrija u kurikularnim dokumentima u RH.....	14
2.5.1. Geometrija razredne nastave u NPP-u iz 2006 .....	14
2.5.2. Geometrija razredne nastave u Kurikulumu iz 2019. godine.....	18
2.6. Usporedba geometrijskih sadržaja u NPP-u i u novom Kurikulumu .....	21
3. SOCIJALNI OBLICI RADA U NASTAVI .....	24
3.1. Frontalni oblik rada.....	24
3.2. Individualni oblik rada.....	25
3.3. Rad u paru .....	25
3.4. Rad u skupini.....	26
4. RAZREDNA KLIMA KAO ELEMENT USPJEŠNE NASTAVE .....	29
4.1. Razredno ozračje .....	29
4.2. Faktori koji utječu na razredno ozračje nastave matematike .....	30
4.3. Učeničko viđenje razrednog ozračja .....	31
4.4. Istraživanje razrednog ozračja .....	32
5. ISTRAŽIVANJE CRTEŽA O NASTAVI GEOMETRIJE .....	37
5.1. Dječji crteži kao temelj istraživanja .....	37
5.2. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja .....	38
5.3. Metodologija i postupak istraživanja .....	39
5.4. Primjer analize učeničkog crteža.....	45
5.5. Rezultati - fundamentalne ideje u nastavi geometrije .....	49
5.6. Rezultati - razredno ozračje u nastavi geometrije .....	51
5.7. Zaključci istraživanja i diskusija.....	69
6. ZAKLJUČAK.....	77
Literatura.....	79
Izjava o samostalnoj izradi rada.....	85

## SAŽETAK

Udio geometrije u mnogim svjetskim kurikulumima zadnjih se desetljeća smanjuje, samim time i u hrvatskom obrazovanju. Iako geometrija zauzima značajno mjesto u matematici u obrazovanju ne samo zbog svoje duge tradicije, opsega sadržaja već i sposobnosti koje razvija kod učenika, još uvijek je prisutan veći udio sadržaja aritmetike od geometrije.

U ovom radu naglasak je stavljen na nastavni sat geometrije. Predstavljene su hrvatski dokumenti koji određuju sadržaj geometrije, fundamentalne ideje prema Wittmanu te razine geometrijskog mišljenja. Opisano je razredno ozračje i socijalni oblici rada koji u nastavi utječu na samo spoznavanje geometrije. Učeničkim crtežima dobio se uvid u njihovo viđenje nastave geometrije s naglaskom na fundamentalne ideje, razredno ozračje te njezine elemente kako bi se dobila jasnija slika o poučavanju geometrije u trećem razredu. Analizirana su 57 crteža učenika trećeg razreda jedne osnovne škole. Rezultati pokazuju kako učenici vide geometriju kao geometrijske likove i geometrijska svojstva, ali i pokazuju usvojenost sadržaja navedenog razreda. Razredno ozračje, iako je pozitivno, više je usmjereno na učitelja, a ne učenika svojim frontalnim načinom rada, frontalnim razmještajem klupa te izlaganjem sadržaja od strane učitelja uz učeničku pasivnost.

Dobiveni rezultati mogu pomoći učiteljima pri uvidu u stanje u razredu od strane svojih učenika te im oni mogu pomoći pri usmjerenju pažnje na elemente koje bi trebalo popraviti i nadograditi kako bi nastava bila usmjerenija na učenika.

Ključni pojmovi: školska geometrija, fundamentalne ideje, razredno ozračje, učenički crteži

## **SUMMARY**

In many of the world's curricula, as well as in Croatian education, the amount of geometry related content has been decreasing in recent decades. Although geometry is extremely important in Mathematical education, not only because of its long tradition and the scope content, but also because it benefits children in developing different abilities. Still, arithmetic is more present in education than geometry.

In this paper the educational process and its constituent parts, its effect on the geometry teaching were analysed. Croatian documents, Wittman's fundamental ideas that construct these documents and determine the geometry content in schools and levels of geometry thinking were presented. Classroom climate, the types of instruction that affect the acquisition of geometry were described as well.

The students' conception of geometry was studied by analysing students' drawings, with the focus on fundamental ideas, classroom climate and its elements to see which are included in classrooms. In this research, 57 drawings collected from the same school were analysed. Results show that students perceive geometry as plane figures and geometric properties but also they are showing the acquisition of content prescribed for that grade. Although the classroom climate is positive, it is more teacher oriented than student oriented visible from frontal teaching, frontal seating arrangement, with the teacher setting out the content which makes the students inactive.

Given results could help teachers to see the students' perception on the classroom conditions and may help them to focus on the elements which could be improved and upgraded to make the more student-oriented classrooms.

Key words: school geometry, school documents, fundamental ideas, classroom climate, student's drawings, coding

## 1. UVOD

Razvitak tehnologije i svijeta nemoguć je bez ljudi i njihova znanja, svijesti o potrebnim promjenama i boljitcima. Bez neprestanog razvijanja znanja, vještina i kompetencija pojedinaca nemoguće je doći do željenih promjena. Uz sve veći i brži razvitak tehnologije, STEM područja (prirodnih znanosti, inženjerstva, informatike i matematike) javlja se sve veća potreba za razvojem različitih kompetencija unutar tih znanosti. Pritom najveću ulogu ima obrazovanje i primarni razredi osnovne škole koji su ishodište za daljnja i složenija znanja i kompetencije.

Matematika, osobito geometrija i aritmetika kao njezine sastavnice zauzimaju dugu tradiciju u obrazovanju. Istodobno je geometrija stavljena u drugi plan, kao dio matematike koji je uvijek bio tu, čiji temelji su davno postavljeni te ih kao takve nije potrebno mijenjati. Zbog novih izazova koji se stavljaju pred učenike za čije je svladavanje potrebna razvijenost različitih vještina, važno je usmjeriti se na geometriju i uvidjeti kakva je situacija u obrazovanju i nastavi. Ključno je sagledati neophodne elemente te sadržaje koje je potrebno ispitati i mijenjati kako bi se učenicima omogućilo trajno znanje i uspješan razvoj kompetencija. Neprestano se smanjuju određeni sadržaji u propisanim obrazovnim dokumentima te se možemo zapitati pojednostavljujemo li sadržaje učenicima zbog neuspjeha prenošenja tog znanja ili zbog vjerovanja da učenici nisu sposobni usvojiti to znanje.

Zbog tradicionalno nepromijenjenog sadržaja geometrije te velikih očekivanja od početnog obrazovanja za razvojem intelektualaca, posebice na području matematike, potrebno je uvidjeti situaciju u nastavi geometrije te učeničko viđenje geometrije kao dijelom matematike koja uz aritmetiku vodi borbu za svoju važnost. Ovim istraživanjem fokus je stavljen na učenike i njihove predodžbe o nastavi geometrije putem učeničkih crteža, instrumenta koji postaje sve više popularan kod ispitivanja učenika nižih razreda jer im omogućuje jednostavnije izražavanje.

U drugom poglavlju ovog rada predstavlja se važnost geometrije u povijesti, ali i svakodnevnom životu od početaka drevnih civilizacija, sve do primjene geometrijskog znanja u svakodnevici. Zatim su objašnjene pojedinačne Van Hielove razine mišljenja i načini razvoja pojedinih razina. Opisan je način poučavanja geometrije kako bi njezino usvajanje bilo uspješno. Prikazane su fundamentalne ideje

prema Wittmanu u nastavi geometrije, službeni dokumenti za osnovnu školu i predmet matematike te promjene koje su donijele ta dva dokumenta uz međusobnu usporedbu.

U trećem poglavlju prikazani su socijalni oblici rada u nastavi te njihove prednosti i nedostaci pri korištenju u nastavnom procesu. Riječ je o frontalnom obliku rada, individualnom obliku rada, radu u paru te radu u skupini koji su sastavni dio nastavnog procesa.

U četvrtom poglavlju predstavljeno je razredno ozračje te njegova važnost u nastavnom procesu, njegovi faktori, učeničko viđenje razrednog ozračja te opis mnogobrojnih istraživanja na tu temu. Razredno ozračje ključno je za uspješnu nastavu, motiviranost i aktivno spoznavanje učenika.

U petom poglavlju predstavljeno je samo istraživanje učeničkih predodžba o nastavi geometrije s naglaskom na fundamentalne ideje, razredno ozračje te njezine elemente kako bi se dobila jasnija slika o njihovoj prisutnosti tijekom poučavanja geometrije u trećem razredu. Uz istraživanje, prikazani su rezultati, diskusija i zaključci.

U posljednjem poglavlju iznesen je cjelokupni zaključak s obzirom na istraživanje te moguće potrebne promjene koje proizlaze iz istraživanja.



## 2. Geometrija i učenici

### 2.1. Zašto nam je geometrija potrebna

Osnovna znanja iz geometrije, uz aritmetiku, tradicionalno čine bazu koja je bila neophodna u mnogim dijelovima života ljudi u prošlosti (prilikom gradnje, trgovine i globalizacije) kao što nam je potrebna i u današnjici. Najprije se javila kao potreba za opisivanjem konkretnog okruženja. Zatim su geometrijski oblici polako koncipirani sve dok nisu zauzeli svoje apstraktno značenje zajedno s vezama među njima. Već u pretpovijesno doba, ljudi su ukrašavali unutrašnjost nastambi oponašajući stvarnost različitim slikama pri čemu su koristili jednostavne geometrijske oblike u kombinaciji s ornamentima i simetrijama (Mammana i Villani, 1998). Geometrija se u Staro doba, osobito u prvim civilizacijama, kretala od same praktične teorije mjerenja zemlje otkuda i potječe značenje riječi geometrije koja "označava potrebu čovjeka za mjerenjem zemlje (grč. Gea je zemlja, a grč. metron znači mjerenje)" (Rovan, Osrečak i Glasnović Gracin, 2018), sve do Stare Grčke gdje su Grci postavili temelj geometrije kao matematičke discipline koristeći se dokazima i aksiomima (Bursill-Hall, 2003).

Nedvojbeno je da su upravo Stari Grci doveli do velikih saznanja na području geometrije. Neke od istaknutih osoba su Tales i Platon; primjerice, Tales i njegov poučak koji govori o tome "(...) da je kut nad promjerom kružnice pravi kut (...)" (Gusić, 1995, str. 232) te Platon s proučavanjem pravilnih poliedara i svojom vlastitom školom zvanom *Akademija* na čijem ulazu se nalazio natpis: "Neka ne ulazi nitko tko ne zna geometriju!" koji jasno prikazuje važnost geometrije u akademskom životu toga doba. Koliko se geometrija razvila od samih početaka do danas, ponajviše u 19. stoljeću kada je doživjela takozvani *boom*, govori suvremena klasifikacija više od 50 vrsta geometrija (Jones, 2000).

Zbog svoje praktičnosti, osnovna geometrijska znanja spadaju u opće kompetencije jer ih koristimo pri sporazumijevanju s drugim ljudima opisujući lokaciju, veličinu i izgled objekta (npr. kut, paralela, smjer, pravac, krug, krivulja i mnoge druge) (Sherard, 1981). Isto tako, kada nekoga usmjeravamo prema odredištu koristimo geometriju. Uz pomoć geometrije izražavamo svoje predodžbe o svijetu koji nas okružuje i njegovom izgledu. Koristimo ju prilikom samog mjerenja unutrašnjosti doma, prilikom određivanja koliko metara zida je potrebno obojiti, koliko smije biti visoka lampa da ne dodiruje strop ili prilikom gubitka kilograma kada trebamo

izmjeriti opseg struka, podlaktice i slično. Uz navedeno, poznavanje geometrijskih pojmova ključno je i za kartografsku pismenost. Linije označavaju granice između županija; rijeke, željeznice i ceste prikazane su krivuljama te gradovi, sela i mjesta točkama, kružnicama i krugovima. Ne samo da je geometrija potrebna zbog razumijevanja svijeta koji nas okružuje, već mnoge druge grane matematike nije moguće shvatiti bez geometrije.

Također, znanje geometrije koristi se i u arhitekturi, dizajnu, građevini, kemiji, biologiji, fizici, informatici, inženjerstvu; djelatnostima koje su ključne u napretku društva i života. Osim toga, geometrija razvija prostorni zor kod učenika. Čižmešija, Svedrec, Radović i Souice (2010) pod pojmom prostorni zor (eng. spatial ability, spatial sense) podrazumijevaju "intuitivni osjećaj za oblike u prostoru, kao i osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koje formiraju objekti oko nas." (str. 147) Vlasnović i Cindrić (2014) ističu da je razvijanje prostornog zora važan oblik rješavanja problema, a rješavanje problema jedan je od glavnih temelja učenja matematike. Svi trebaju razviti sposobnost predodžbe o objektima i njihovim međusobnim prostornim odnosima te moći pročitati dvodimenzionalni prikaz trodimenzionalnih objekata (prilikom sastavljanja nekog namještaja uz pomoć 2D slike) (Sherard, 1981). Osim prostornog zora, geometrija kod djece razvija sposobnosti kao što su percepcija, motoričke sposobnosti, kritičko, logičko i problemsko razmišljanje, matematičko rasuđivanje, kreativnost; razvija prostornu intuiciju o stvarnome svijetu te daje osnovno znanje za daljnje matematičko obrazovanje (Sherard, 1981).

Sve navedene sposobnosti koje su nam potrebne za život stječu se usvajanjem znanja geometrije već od prvog razreda osnovne škole. Zbog njezine važnosti, duge tradicije poučavanja i utjecaja na učenike i njihove sposobnosti, geometrija je neophodna u obrazovanju.

## **2.2. Geometrijsko mišljenje**

Uz spoznaju važnosti geometrije važno je i razumijevanje razvoja učenikovog geometrijskog mišljenja bez kojeg nije moguće razumjeti kako učenici spoznaju geometriju te kako im, u skladu s njihovim trenutnim sposobnostima, predložiti određeni sadržaj. Teorija razvoja geometrijskog mišljenja koja se smatra važnom za obrazovanje mladih je Van Hielova teorija koju su razvili nizozemski supružnici Pier

Van Hiele i Dina Van Hiele Geldof. Tom teorijom željeli su olakšati usvajanje geometrije svojim učenicima čiji su se problemi samo nadovezivali jedni na druge. Prema Van Hielovoj teoriji učenici prolaze kroz pet faza razumijevanja geometrije: vizualizaciju, analizu, apstrakciju (neformalnu dedukciju), dedukciju i strogost (Vojkuvkova, 2012) (koje su prikazane u tablici 1). "One opisuju kako i o kojem tipu geometrijskih ideja mislimo, bez obzira na količinu znanja koje imamo, a ključnu razliku među razinama predstavljaju objekti o kojima smo u stanju geometrijski misliti" (Čižmešija i sur., 2010, str. 148).

Tablica 1. Van Hielove faze učeničkog razumijevanja geometrije (prema Vojkuvkovi, 2012, str. 72-73)

Razina	Obilježja mišljenja
0. Vizualizacija	Prepoznavanje oblika kao cjeline i uspoređivanje s prototipovima i predmetima okoline; kategoriziranje po sličnosti
1. Analiza	Analiziranje i imenovanje svojstva oblika, nema povezanosti između svojstva
2. Neformalna dedukcija	Povezivanje oblika i njihovih svojstva, definicije
3. Dedukcija	Razumijevanje odnosa među svojstvima oblika (jedno implicira drugo)
4. Strogost	Razumijevanje različitih sustava matematike, korištenje dokaza

U prvoj fazi vizualizacije riječ je o sposobnosti prepoznavanja. Prepoznaju li učenici geometrijske oblike kao cjeline i njima slične oblike te one koji ne pripadaju njihovoj skupini. Pri tom prepoznavanju nisu orijentirani na njihova svojstva. "Učenici će na ovoj razini sortirati i klasificirati oblike na temelju holističke percepcije objekta - „Stavljam ove skupa jer svi izgledaju slično”" (Vlasnović i Cindrić, 2014, str. 41). U ovoj fazi važno je da je *nešto nalik nečemu*, gdje se zanemaruju njihova zajednička

svojstva. Uz navedeno, oblici moraju biti u istom položaju (pri promjeni orijentacije više nije riječ o istom liku).

Na sljedećoj razini, razini analize, učenici opisuju svojstva oblika i imenuju dijelove pri čemu više nije prisutna sama razina 'izgleda kao' već oblici trebaju imati i iste odrednice. Na ovoj razini učenici ne uviđaju povezanost između svojstva već smatraju da je svako svojstvo jednako važno i zasebno za sebe (kvadrat ima četiri stranice jednake duljine i ima sva četiri jednaka kuta) te se lik ne mijenja s njegovom rotacijom, što je različito prethodnoj fazi. "Ideje o individualnim oblicima sada se mogu generalizirati na sve oblike koji odgovaraju toj klasi" (Vlasnović i Cindrić, 2014, str. 42). Još uvijek ne uviđaju povezanost među oblicima i njihovim zajedničkim svojstvima. Prema Vujkovkovoju (2012), na ovoj razini, učenici mogu rezati i savijati papir, mjeriti te koristiti geometrijski softver.

Zatim slijedi faza neformalne dedukcije gdje učenici uviđaju međuovisnost i povezanost između svojstva nekog lika te ih mogu logički poredati (prikazati uzročno-posljedične veze). Pri stvaranju sveze između oblika oslanjaju se na prethodno znanje (Vlasnović i Cindrić, 2014). Na primjer, "kvadrat je pravokutnik koji ima sve stranice jednake duljine."

Zatim slijedi razina dedukcije koja bi trebala biti postignuta srednjoškolskim obrazovanjem. "Učenik na ovoj razini može operirati s apstraktnim izjavama o geometrijskim svojstvima i može zaključivati više na temelju logičkog zaključivanja, a ne na temelju intuicije" (Vlasnović i Cindrić, str. 43). Isto tako, može davati jasne deduktivne dokaze te razlučivati bitne od relevantnih svojstva (ona koja impliciraju jedno svojstvo za drugim te ona koja su izolirana odnosno jedinstvena) (Vojkuvkova, 2012). U ovoj fazi koriste se aksiomima, teoremima i dokazima.

Posljednja faza geometrijskog mišljenja je strogost u kojem je fokus deduktivni aksiomatski sustav geometrije te usporedba tih sustava međusobno (Čižemšija i sur., 2010). Riječ je o matematici prisutnoj na fakultetskoj razini.

Bez razumijevanja prethodne faze, nemoguće je prijeći na sljedeću fazu jer su međusobno povezane te pritom dob osobe ne određuje prijelaz na sljedeću fazu jer neke osobe tijekom svog života ne prijeđu niti prvu fazu (Vlasnović i Cindrić, 2014). Učenici ponekad nisu na istoj razini te se zbog toga međusobno ne mogu sporazumjeti jer koriste različit jezik.

Na kraju prva četiri razreda osnovne škole, u skladu sa Van Hielovom teorijom iz domene Oblik i prostor, učenici bi trebali moći:

“(...) opisati položaj i smjer upotrebom svoje orijentacije i jednostavnih koordinata (npr. kvadratna mreža), prepoznati, imenovati, izgraditi, opisati, usporediti i razvrstati crte, plohe te jednostavne dvodimenzionalne i trodimenzionalne oblike i njihove dijelove, skicirati jednostavne ravninske oblike te ih nacrtati služeći se geometrijskim priborom, prepoznati i prikazati jednostavne ravninske i prostorne oblike u različitim položajima, istražiti i predvidjeti rezultate sastavljanja i rastavljanja ravninskih i prostornih oblika rabeći stvarne materijale, prepoznati osnovne geometrijske oblike u svakodnevnomu životu” (Vlasnović i Cindrić, 2014, str. 39).

U primarnom obrazovanju kod učenika se očekuje razvitak prve tri razine mišljenja (0.,1. i 2.), no većina ih se nalazi na nultoj razini. Uloga učitelja u prepoznavanju razina na kojima se učenici nalaze važna je kako bi se aktivnosti prilagodile i usmjerile razvoju njihovih razina mišljenja. Čižmešija i sur. (2010) prikazuju tablicu koja pomaže u određivanju učeničke razine mišljenja predstavljanjem njegovog tipičnog ponašanja za pojedinu razinu te aktivnosti kojima se omogućuje razvoj pojedinog mišljenja (tablica 2).

Tablica 2. Tipično ponašanje učenika za pojedinu razinu te aktivnosti koje omogućuju razvoj pojedinog mišljenja (prema Čižmešiji, Svedrec, Radović, Soucie, 2010)

Razina mišljenja	Tipično geometrijsko ponašanje učenika	Utjecaj na nastavu oblika i prostora
<b>Vizualizacija</b> <b>Razina 0</b>	Učenici: -koriste nevažna vizualna svojstva (npr.boju) pri prepoznavanju, uspoređivanju, klasificiranju i opisivanju likova -zbunjuju se orijentacijom lika -neKonzistentno klasificiraju likove (npr. koriste	U nastavu treba uključiti dovoljno: -aktivnosti s mnogo sortiranja i klasificiranja -priliku da učenici crtaju, izgrađuju, sastavljaju, i rastavljaju dvodimenzionalne i trodimenzionalne oblike -aktivnosti koje se fokusiraju na specifične osobine ili

	<p>neobičajena i nevažna svojstva)</p> <p>-nepotpuno opisuju (definiraju) likove</p>	<p>svojstva oblika kako bi učenici razvijali razumijevanje geometrijskih svojstava</p>
<p><b>Razina 1</b> <b>Analiza</b></p>	<p>-eksplicitno uspoređuju likove u terminima njihovih važnih svojstva</p> <p>-izbjegavaju inkluzije među različitim klasama likova</p> <p>-sortiraju likove s obzirom na samo jedno svojstvo</p> <p>-za opisivanje likova neekonomično koriste sva njihova svojstva</p> <p>-odbijaju definicije koje daju drugi ljudi i prednost daju definicijama koje su sami smislili</p>	<p>-aktivnosti fokusiranih na geometrijska svojstva oblika, a ne samo njihovo prepoznavanje</p> <p>-ideje primjenjivati na cijele klase oblika (npr. svi četverokuti), a ne na pojedinačne modele</p> <p>-nova svojstva uočavati analizom klasa oblika</p> <p>-koristiti program dinamične geometrije</p>
<p><b>Razina 2</b> <b>Neformalna dedukcija</b></p>	<p>-formuliraju konkretne i ekonomične definicije likova</p> <p>-nepotpune definicije transformiraju u potpune</p> <p>-prihvaćaju različite definicije istog pojma</p> <p>-hijerarhijski klasificiraju likove (npr. četverokute)</p> <p>-ne razumiju ulogu aksioma, teorema i dokaza</p>	<p>-poticati učenike na stvaranje i provjeru hipoteza (npr. Je li to istina za sve trokute ili samo za pravokutne?)</p> <p>-upotrebljavati jezik neformalne dedukcije: za svaki...za neke...ni za jedan...ako...onda...što ako i sl.</p> <p>-poticati učenike da se okušaju u izvođenju neformalnih dokaza</p>

### 2.3. Poučavanje geometrije

U skladu s razvojem geometrijskog mišljenja, nastava matematike, samim time i geometrije treba biti prilagođena spoznajnim mogućnostima te postepenom razvoju učenika. Prema Gusiću (1995) geometrija je grana matematike koja se bavi prostornim odnosima i oblicima. Spoznavanjem geometrije u nastavi, realiziraju se sljedeći zadatci:

- formiraju se osnovni geometrijski pojmovi;
- razvijaju se psihičke i intelektualne sposobnosti (mišljenje, pažnja, promatranje, pamćenje, razvijanje misaonih operacija)
- formiraju se pozitivne osobine učenika (točnost, upornost u rješavanju zadataka, urednost, navika služenja geometrijskim priborom, njeguje se osjećaj za ljepotu geometrijskog crteža) (prema Markovac, 2001, str. 20).

Prethodno je geometrija u obrazovnom sustavu bila usmjerena na memoriziranje činjenica/definicija/pravila i njihovoj reprodukciji te slijeđenju postupaka. U novije vrijeme cilj nastave geometrije više teži primjeni tih definicija, pravila i načela u svakodnevnom životu (Brown, 1950).

Već 1960-ih Fielker je upozorio da je u primarnom matematičkom obrazovanju stavljen prevelik naglasak na računanje (Jones i Mooney, 2003). Sredinom 20. stoljeća geometrija je pala u drugi plan zbog ubrzanog razvoja algebre te se 1960-ih smanjio udio geometrije u obrazovnim kurikulumima diljem država (Jones i Mooney, 2003). No s razvojem tehnologije (ponajviše računalne animacije, robotike, magnetske rezonancije, globalnog sustava pozicioniranja i mnogih drugih koji koriste složene geometrijske ideje) iznova se uviđa važnost geometrije od najranije dobi, pri čemu je vizualizacija ključna.

Kada je riječ o geometriji u obrazovnim kurikulumima, vrlo je teško odrediti sadržaj koji je potreban u određenom razredu imajući pritom na umu spoznajni razvoj djeteta. Uz navedeno, nije lako odrediti dubinu sadržaja geometrije koji će se poučavati. Međutim, ključno je da geometrija zauzima važno mjesto u obrazovanju već od prvog razreda, gdje će se učenici upoznati s jednostavnim geometrijskim oblicima i njihovim svojstvima pri čemu je bitan doživljaj (Mammana i Villani, 1998), sposobnost promatranja i učenja otkrivanjem, razvijanje prostornog zora te

smisleno povezivanje apstraktnih ideja sa svakodnevicom (Rovan, Osrečak i Glasnović Gracin, 2018).

Iako nastava geometrije sve više teži primjeni definicija, pravila i načela u svakodnevnom životu, još uvijek je u kurikulumima nižih razreda fokus stavljen na prepoznavanje i imenovanje geometrijskih oblika i prikazivanje istoimenih uz pomoć odgovarajućih simbola te bi stoga primarno obrazovanje svoj fokus trebalo usmjeriti na istraživanje objekata, kretnji i odnosa u prostornom okruženju (Jones i Mooney, 2003). Potrebno je promišljati na koji način će djeca učiti koncepte geometrije jer ishodi poput definiraj, prepoznaj, imenuj nisu dovoljni kako bi učenici u potpunosti razumjeli smisao geometrije na višoj razini (stvarnome svijetu) te razvijali različite sposobnosti.

Kako bi svi matematički sadržaji, osobito geometrijski sadržaji, bili jasni i uspješno usvojeni od učenika, učitelji trebaju u svoj rad i poučavanje implementirati načela početne nastave matematike. Načela početne nastave matematike su: načelo postupnosti, načelo individualizacije, načelo interesa i vlastite aktivnosti, načelo zornosti, načelo primjerenosti, načelo postupnosti, načelo trajnosti znanja, vještina i navika, načelo motivacije, načelo znanstvenosti i načelo problemnosti (Kurnik, 2010).

Osim načela, za uspješnu nastavu potrebna su nastavna sredstva koja dodatno podupiru usvajanje sadržaja. Nastava geometrije ključna je pri razvoju percepcije i promatranja jer svojim sadržajem razvija različite sposobnosti (crtanjem, prikazivanjem, manipulacijom oblicima, uspoređivanjem) koji omogućuju spoznaju prostora oko nas i oblika u tom prostoru (Markovac, 2001). Apstraktni sadržaji približavaju se učenicima nastavnim sredstvima i pomagalicama jer oni aktiviraju sva njihova osjetila (vizualna, taktilna, auditivna) i omogućuju bolju predodžbu apstraktnih pojmova (Markovac, 2001). Nastavna sredstva trebaju biti vodič/podupiratelj spoznaje, a ne predstavljati rješenje spoznaje te imati što manju povezanost sa stvarnim predmetima i markama (biti jednobojni/bezbojni, što jednostavniji kako bi fokus učenika bio na spoznavanju, a ne na popratnim svojstvima nastavnog sredstva) (Markovac, 2001). Pritom treba razlikovati nastavna sredstva koja su objekt spoznavanja učenika i nastavna pomagala koja pomažu pri



upotrebi nastavnih sredstva (sve što nam omogućuje da se ta sredstva prikažu/ predstave učenicima).

#### **2.4. Fundamentalne ideje u nastavi geometrije**

Već je prije spomenuto da je velik naglasak u nastavi matematike zadnjih desetljeća u mnogim zemljama stavljen na računanje, dok je geometrija stavljena u drugi plan (Jones, 2000). International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) vjeruje da osnovni geometrijski sadržaji trebaju biti podjednako dostupni učenicima u svim zemljama svijeta te da je potrebno sagledati obrazovanje geometrije svih zemalja kako bi se spoznali zajednički problemi, pritom imajući na umu posebne ciljeve svake zemlje koji su zrcalo njihovih običaja i tradicija (Mammana i Villani, 1998). Time bi se među državama postigla veća jednakost u sadržajima poučavanja i ravnopravniji uvjeti za daljnje obrazovanje. Prilikom odabira sadržaja geometrije treba voditi brigu o određenom znanju koje trebati biti usvojeno od strane učenika te redosljed u poučavanja geometrijskog sadržaja. S obzirom na veliki opseg sadržaja geometrije i teške odluke koji dio uvrstiti u sadržaj matematike u osnovnoj školi, a koji ne, stručnjaci su se orijentirali oko fundamentalnih ideja, to jest ključnih ideja koje bi trebale biti prisutne u obrazovanju geometrije. Winter smatra da fundamentalne ideje imaju snažne unutrašnje veze koje se razvijaju postupno u svakom razredu te su povezane sa stvarnošću gdje je njihova mogućnost pristupu matematici velika (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019). Za Schewigera je fundamentalna ideja skup taktika, shema ili prakse vidljiva u kurikulumu, povijesti matematike te odgovora o bitku matematike čime je nastava prilagodljiva i sklona promjeni (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019).

U knjizi Mammane i Villanija (1998) iznesene su osnovne ideje za nastavu geometrije: mjerenje, topologija i projekcija, transformacije geometrijskih oblika te povezanost aritmetike i geometrije.

Wittman (1999) prikazuje sedam fundamentalnih ideja koje su ključne pri usvajanju geometrije:

- geometrijski oblici i njihove funkcije
- operacije s oblicima
- koordinate

- mjerenje
- uzorci
- oblici iz svakodnevice
- geometrizacija.

Navedene fundamentalne ideje opisane su u tablici 3.

Tablica 3. Prikaz Wittmanovih fundamentalnih ideja s objašnjenjem svake ideje (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019, str. 15)

Fundamentalna ideja	Opis
Geometrijski oblici i njihove konstrukcije	Strukturni okvir osnovnih geometrijskih oblika je trodimenzionalan prostor kojeg čine oblici različitih dimenzija: nul-dimenzionalne točke, jednodimenzionalne linije, dvodimenzionalni oblici i trodimenzionalne krute tvari. Geometrijski oblici mogu biti konstruirani ili proizvedeni na različite načine (npr. pomoću pribora za crtanje ili manipulativnim sredstvima) kojima su otisnuta njihova svojstva.
Operacije s oblicima	Geometrijske oblike možemo premještati (translacijom, rotacijom, zrcaljenjem), smanjiti/povećati, projicirati na plohu, sjeći, skupiti/proširiti u određenom smjeru, iskriviti, podijeliti na dijelove, kombinirati ga s ostalim oblicima i likovima kako bi dobili još složenije likove te ih možemo položiti.
Koordinate	Koordinatni sustav može biti uveden pomoću linija, površina i prostora kako bi se opisao položaj geometrijskih oblika uz pomoć koordinata.
Mjerenje	Svaki geometrijski oblik može biti prikazan kvalitativno i kvantitativno. Duljina, kut, površina i volumen geometrijskih oblika može biti izmjerena. Računanje kuta, formule za opseg, površinu, volumen te trigonometrijske formule povezane su s mjerenjem.
Uzorci	U geometriji postoji mnogo načina povezivanja točaka, linija,

	oblika, likova i njihovih mjera uz pomoć geometrijskih obrazaca.
Oblici iz svakodnevice	Stvarni predmeti, operacije na i s njima kao i odnosi među njima mogu biti opisani uz pomoć geometrijskih oblika.
Geometrizacija	Geometrija ravnine i prostorna geometrija, svojstva i problemi, ali i mnogi odnosi, pa i apstraktni odnosi između brojeva, mogu biti pretvoreni u jezik geometrije i geometrijski opisani te nakon toga pretvoreni u praktična rješenja. Ovdje, teorija grafova i opisna geometrija igraju važnu ulogu.

Geometrijske oblike s obzirom na prostornu dimenziju možemo odrediti kao: nul-dimenzionalne objekte kao što je točka; jednodimenzionalne objekte - linije i njihove dijelove; dvodimenzionalne objekte kao što je ploha i njezine sastavnice te trodimenzionalne objekte kao što su prostor i geometrijska tijela. Prikazivanje geometrijskih oblika moguće je pomoću različitih predmeta, oblika, materijala i mnogih drugih vizualnih sredstava.

“Operacije s oblicima odnose se na razumijevanje različitih geometrijskih operacija (poput translacije, zrcaljenja, centralne simetrije, homotetije, kombinacije preslikavanja i slično) te pitanja kako te operacije utječu na svojstva oblika s kojima se operira” (Kuzle i Glasnović Gracin, 2019, str. 148). Koordinate označavaju koordinatni sustav uz pomoć kojeg se mogu prikazati geometrijski objekti s različitim koordinatama. Mjerenje se odnosi na prikazivanje, mjerenje objekata uz pomoć mjernih jedinica, ali i samo računanje njihovih opsega, površina i sličnog. “Uzorci se odnose na shvaćanje da postoji mnogo načina povezivanja točaka, pravaca, likova i tijela na način da nastaju određeni geometrijski uzorci” (Kuzle i Glasnović Gracin, 2019, str. 148). Oblici iz svakodnevice nalažu direktnu povezanost i smislenost realnih i stvarnih oblika koji nas okružuju i mogućnost povezivanja tih oblika s geometrijom (od nul-dimenzionalnih do trodimenzionalnih oblika). I posljednja, geometrizacija omogućuje korištenje jezika geometrije za različite geometrijske odnose, ali i apstraktne odnose između brojeva uz pronalaženje praktičnih rješenja.

## **2.5. Geometrija u kurikularnim dokumentima u RH**

Kako bismo znali koje sve sadržaje i znanja geometrije te kojim opsegom trebaju usvojiti učenici u početnom obrazovanju, za hrvatsko obrazovanje propisani su Nastavni plan i program za osnovnu školu od strane Ministarstva znanosti obrazovanja i sporta (MZOS) 2006. godine te Kurikulum za osnovnu školu od strane Ministarstva znanosti i obrazovanja (MZO) 2019. godine. Prema Jukiću (2010) ta dva pojma javljaju se u hrvatskom obrazovanju od 1980-ih godina. Nastavni plan i program (NPP) je "službeni dokument kojim se određuju nastavni predmeti u osnovnoj školi, njihov broj sati tjedno te sadržaji poučavanja" (Rovan, Osrečak i Glasnović Gracin, 2018). Kurikulum je cjeloviti tijek odgojno obrazovnog procesa u školi uključujući ciljeve, sadržaj i ishode učenja i poučavanja te vrednovanje koji su međusobno ovisni pri čemu je kurikulum širi pojam od nastavnog plana i programa (Jukić, 2010). Nastavni plan i program za osnovnu školu stupio je na snagu akademske godine 2006./2007. (MZOS, 2006). Osim navedenog dokumenta, zbog neprestane potrebe za promjenama u odgojno-obrazovnom sustavu, 2019. godine donesen je Kurikulum za sve nastavne predmete (MZO, 2019). Za predmet matematiku donesen je pod nazivom Kurikulum za nastavni predmet matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj od strane MZO-a. Od školske godine 2019./2020. primjenjuje se u prvim i petim razredima osnovne škole i prvom razredu gimnazije dok će u ostalim razredima biti primijenjen u narednim godinama.

U oba dokumenta vrlo je jasna podjela sadržaja iz aritmetike i geometrije: u Nastavnom planu i programu na teme, a u Kurikulumu na domene. Uz to su u svakom dokumentu propisani odgojno-obrazovni ciljevi/ishodi koji se žele postići svakim predmetom uz pojašnjenje važnosti svakog predmeta u obrazovanju i nastavi.

### **2.5.1. Geometrija razredne nastave u NPP-u iz 2006**

U Nastavnom planu i programu (2006) propisanom od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta jasno je prikazana važnost nastave matematike za svakog pojedinca unutar obrazovnog procesa i koje sve mogućnosti nudi uspješna nastava matematike.

"Matematika je jedan od temeljnih nastavnih predmeta u osnovnoj školi i to zbog znanja koja su bitna za uspješno uključivanje u rad, gospodarstvo, suvremenu tehnologiju i društvo. Nesumnjiva je odgojna vrijednost matematike u formiranju ličnosti, razvijanju

intelekta, razvijanju logičkog mišljenja, razvijanju stvaralačke sposobnosti pri rješavanju problema, razvijanju radnih navika, razvijanju točnosti u radu, razvijanju osjećaja za kvantitativne (količinske) odnose i razvijanju prostornog zora" (MZOS, 2006, str. 240).

Zbog nerazumijevanja sadržaja većeg broja učenika odlučeno je smanjiti sadržaj matematike te ga pojednostaviti i usmjeriti fokus na osnovno znanje matematike. MZOS (2006) navodi da se odustalo se od računanja s velikim brojevima (bez džepnog računala) i od većine dokaza, dok su problemski i zahtjevniji zadatci djelomice prebačeni u izborne sadržaje.

U matematici je bitna primjena određenog pravila ili pojma na druge primjere ili proširenje tog sadržaja, a ne učenje napamet. Stoga je jasno propisan cilj nastave matematike: "(...) stjecanje temeljnih matematičkih znanja potrebnih za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu, stjecanje osnovne matematičke pismenosti i razvijanje sposobnosti i umijeća rješavanja matematičkih problema" (MZOS, 2006, str. 240).

Geometrija u nastavi matematike kao cilj ima upoznati učenika sa svakodnevnom geometrijom koja je potrebna u svakodnevnom životu te s geometrijom koja je apstraktna te je dio znanstvene discipline (Glasnović Gracin, 2011). Obje su prisutne u nastavi te se međusobno isprepliću i povezuju gdje je to moguće.

U Republici Hrvatskoj od prvog razreda kreće se s poučavanjem geometrije. U razrednoj nastavi na nastavu geometrije opada 30 posto tema, dok na aritmetiku 70 posto tema matematike. Od 21 teme, u prvom razredu, samo šest tema odnosi se na geometriju, a ostale na aritmetiku (MZOS, 2006). Teme su sljedeće: Tijela u prostoru, Ravne i zakrivljene plohe, Ravne i zakrivljene crte, Točka, Odnosi među predmetima te Geometrijski likovi. U prvom razredu kreće se s prepoznavanjem i imenovanjem geometrijskih tijela (kugle, valjka, kocke, piramide, kvadra) među predmetima iz neposredne okoline, ali i na ilustracijama i modelima geometrijskih tijela (MZOS, 2006). Isto tako, učenici prepoznaju, razlikuju i imenuju geometrijske likove (krug, trokut, pravokutnik i kvadrat) te trebaju razlikovati ravne i zakrivljene plohe te ravne i zakrivljene crte i znati ih nacrtati (MZOS, 2006). Zatim, trebaju naučiti isticati točke kružićem ili križićem i označavati ih velikim tiskanim slovima te međusobno spajati dvije točke ravnim ili zakrivljenim crtama i odrediti odnose

među predmetima (koji je veći, a koji manji, te položaj unutar - izvan) (MZOS 2006).

U drugom razredu od 31 teme, geometrijske teme su samo dvije: Dužina kao spojnica dviju različitih točaka te stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta (MZOS, 2006). Učenici trebaju moći nacrtati i imenovati dužinu te označiti krajnje točke, razlikovati točke koje pripadaju ili ne pripadaju dužini te nacrtati, označiti i imenovati dijelove kvadrata, pravokutnika i trokuta (MZOS, 2006).

U trećem razredu 23 su teme iz matematike, od toga osam tema iz geometrije. Teme su sljedeće: Ravnina, likovi u ravnini; Pravac, polupravac i dužina kao dijelovi pravca, Mjerenje dužine, Pravci koji se sijeku i usporedni pravci, Okomiti pravci; Krug, kružnica, Mjerene obujma tekućine i Mjerenje mase (MZOS, 2006). Učenici trebaju shvaćati ravninu kao neograničenu ravnu plohu i likove kao dijelove ravnine (MZOS, 2006). Trebaju moći nacrtati i označiti pravac i polupravac; nacrtati dužinu kao dio pravca i istaknuti njezine krajnje točke (MZOS, 2006). Isto tako, crtati pravce koji se sijeku i odrediti im sjecište, crtati usporedne pravce, prepoznati okomite pravce; crtati okomite pravce, crtati kružnicu šestarom; prenositi dužinu i razlikovati krug i kružnicu (MZOS, 2006). Uz to upoznati jedinice za mjerenje dužine; izmjeriti zadanu dužinu jediničnom dužinom; prenositi zadane dužine; crtati dužine zadane duljine i preračunavati mjerne jedinice za duljinu (MZOS, 2006). U ovom razredu uvode se kompleksnije teme no još uvijek je riječ o crtanju, označavanju dijelova, prepoznavanju, razlikovanju, prenošenju dužine te mjernim jedinicama i njihovom pretvaranju.

U četvrtom razredu najviše je tema iz geometrije i mjerenja, čak 13 tema od 22 teme iz matematike u tom razredu. Teme su sljedeće: Kut, Pravi kut, Šiljasti i tupi kutovi, Trokut, Vrste trokuta s obzirom na stranice, Pravokutni trokut, Opseg trokuta, Pravokutnik i kvadrat, Opseg pravokutnika i kvadrata, Mjerenje površina, Površina pravokutnika i kvadrata, Kvadar i kocka, Obujam kocke (MZOS, 2006). Obrazovna postignuća (MZOS, 2006) su sljedeća: shvaćati kut kao dio ravnine omeđen polupravcima; crtati, imenovati i označavati vrh i krakove kuta, crtati i označavati pravi kut, crtati šiljasti i tupi kut te razlikovati pravi, šiljasti i tupi kut. Zatim, crtati trokut; istaknuti i označiti vrhove, stranice i kutove trokuta, uspoređivati duljine stranica trokuta; razlikovati, crtati i imenovati trokute s obzirom na duljinu stranica,

prepoznati, imenovati, crtati i pravilno označiti pravokutni trokut (MZOS, 2006). Uz trokute, razumjeti opseg trokuta kao zbroj duljina njegovih stranica i izračunati opseg trokuta (MZOS, 2006). Prepoznati, razlikovati i crtati pravokutnik i kvadrat; označivati stranice, vrhove i kutove pravokutnika i kvadrata i razumjeti i izračunati opseg pravokutnika i kvadrata (MZOS, 2006). Moći mjeriti površinu prekrivanjem jediničnim kvadratima; služiti se kvadratnom mrežom u određivanju površine, računati površinu kvadrata i pravokutnika te znati mjere za površinu (kvadratni centimetar, kvadratni decimetar, kvadratni metar) (MZOS, 2006). Nadalje, upoznati kvadar i kocku, znati bitna obilježja kvadra i kocke; odrediti njihove strane, bridove i vrhove, mjeriti obujam kocke slaganjem jediničnih kocaka te upoznati jedinice za mjerenje obujma (kubični centimetar i kubični decimetar) (MZOS, 2006). U ovom razredu teme su najkompleksnije, što je i u skladu sa spoznajnim razvojem učenika i načelom postupnosti. Uz crtanje, označavanje dijelova geometrijskih likova, tijela i kutova, učenici računaju opsege, površine nekih likova te obujam kocke za čije je računanje potrebna razvijenost prostornog zora.

Kada je riječ o Nastavnom planu i programu kojeg je propisalo MZOS-a 2006. godine od sedam Wittmanovih fundamentalnih ideja geometrije u razrednoj nastavi geometrije implementirane su samo dvije ideje: Oblik i prostor i Mjerenje. "(...) razvoj prostornog zora učenika jedan je od najvažnijih zadataka nastave u domeni Oblik i prostor" (Čižmešija, i sur., 2010, str. 147).

Niži razredi osnovne škole pritom su usmjereni na vidljiva, objektivna, stabilna svojstva geometrijskih objekata. Nul-dimenzionalni objekti (točke) spominju se u hrvatskom Nastavnom planu i programu od prvog razreda. Od jednodimenzionalnih objekata prisutni su pravac, polupravac, dužina i krivulje. Geometrijski likovi, kut i ploha prisutni su dvodimenzionalni oblici. Trodimenzionalni oblici su geometrijska tijela (kvadar, kocka, kugla, valjak, piramida), dok su geometrijska svojstva npr. početna i krajnja točka, ravne, zakrivljene i izlomljene crte, vrhovi, sjecište. Od pribora za crtanje riječ je o ravnalu, trokutu i šestaru. Kada je riječ o oblicima iz svakodnevice spominju se predmeti iz svakodnevnog uporabe kao što su globus, valjak i kutija cipela. I na kraju, prisutno je mjerenje duljine dužine, geometrijskih oblika, površine pravokutnika i kvadrata, opsega geometrijskih likova i obujma tekućine. "Učenici nižih razreda osnovne škole usredotočeni su na jednostavne prostorne odnose i jednostavna svojstva geometrijskih figura" (Glasnović Gracin,

2006, str. 158). U razrednoj nastavi geometrije vidljiva je postupnost pri usvajanju sadržaja jer se sadržaji usvajaju od općeg prema posebnom, no riječ je o reprodukciji, prepoznavanju i imenovanju, a ne primjeni znanja.

“Poučavanje geometrije svelo se na baratanje brojevima i izrazima kroz različite formule za opseg, površinu i sl., a vladanje istinskim geometrijskim konceptima i odnosima između geometrijskih objekata te razvoj geometrijskog mišljenja stavljeni su u drugi plan” (Kuzle i Glasnović Gracin, 2019, str. 148).

### **2.5.2. Geometrija razredne nastave u Kurikulumu iz 2019. godine**

Ministarstvo znanosti i obrazovanja 2019. godine izdalo je Kurikulum za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u republici Hrvatskoj gdje navodi sljedeće: “Učenje i poučavanje nastavnoga predmeta Matematika ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena.” Ta dvodimenzionalnost očituje se u ishodima i doprinosi stjecanju matematičkih kompetencija.

Matematički su procesi:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije (MZO, 2019).

Domene predmeta Matematika jesu: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost (MZO, 2019). Od navedenih domena, na geometriju se odnose domene Oblik i prostor te Mjerenje.

U prvom razredu sadržaji iz geometrije su Ravne i zakrivljene crte, točka i točka kao sjecište crta, odnosi među predmetima (dulji - kraći - jednako dug, veći - manji - jednak), tijela u prostoru, geometrijski likovi te ravne i zakrivljene plohe (MZO, 2019.) U skladu s navedenim sadržajima učenici trebaju imenovati i opisivati kuglu, valjak, kocku, kvadar, piramidu i stožac (MZO, 2019). Imenovati ravne i zakrivljene plohe i ravne plohe geometrijskih tijela imenovati kao geometrijske likove: kvadrat, pravokutnik, trokut i krug (MZO, 2019). Trebaju imenovati i opisati kvadrat, pravokutnik, krug i trokut, razlikovati ravne i zakrivljene crte te crtati ravnalom (MZO, 2019). Uz navedeno, prepoznati istaknute točke i označavati ih velikim



tiskanim slovima te određivati vrhove geometrijskih tijela i likova kao točke, crtati točke te prepoznavati odnose među predmetima: dulji - kraći - jednako dug, veći - manji - jednak (MZO, 2019).

U drugome razredu geometrijski sadržaji su sljedeći: Dužina kao najkraća spojnica dviju točaka, stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta, bridovi geometrijskih tijela, povezivanje geometrijskih objekata (geometrijskih tijela, geometrijskih likova, dužine i točke), procjena i mjerene duljine dužine te računanje s jedinicama za mjerenje dužine (MZO, 2019). U ovom razredu učenici trebaju moći opisivati dužinu kao najkraću spojnicu dviju točaka, određivati krajnje točke dužine, crtati dužinu i primjenjivati oznaku za dužinu te određivati pripadnost točaka dužini (MZO, 2019). Određivati bridove geometrijskih tijela i stranice geometrijskih likova kao dužine (MZO, 2019). Opisivati plohe (strane) kocke, kvadra i piramide kao likove, bridove kao dužine, a vrhove kao točke te opisivati stranice i vrhove trokuta, pravokutnika i kvadrata kao dužine, odnosno točke (MZO, 2019). Mjeriti nestandardnim mjernim jedinicama (na primjer korakom, laktom, pedljem, palcem), poznavati jedinične dužine za mjerenje dužine i njihov međusobni odnos (metar i centimetar) (MZO, 2019). Imenovati i crtati dužinu zadane duljine, mjeriti dužinu pripadajućim mjernim instrumentom i zadanom mjernom jediničnom dužinom, zapisivati duljinu dužine mjernim brojem i znakom mjerne jedinice, duljinu dužine zapisivati matematičkim simbolima, procjenjivati duljinu dužine i najkraće udaljenosti objekata u metrima (MZO, 2019). U ovom razredu uvršteni su bridovi geometrijskih tijela, povezivanje geometrijskih objekata i procjena duljine dužine. Upravo povezivanjem sadržaja pospješuje se razvoj učeničkih sposobnosti i učeničko osvješćivanje povezanosti geometrijski sadržaja, a ne njihove izoliranosti. Isto tako, procjenom učenici bolje svladavaju sadržaj jer kroz iskustvo i pokušaje postupno spoznaju sadržaj i uče otkrivanjem.

U trećem razredu sadržaji iz geometrije su: Pravac, polupravac i dužina, pravci koji se sijeku, crtanje usporednih i okomitih pravaca, crtanje i konstruiranje šestarom (kružnica, pravokutnik i kvadrat), prenošenje dužine zadane duljine, procjena, mjerenje i crtanje duljine, jedinice za mjerenje dužine (mm, cm, dm, m, km) i računanje s jedinicama za mjerenje dužine (MZO, 2019). Nadalje, procjena i mjerenje mase tijela, uspoređivanje mase tijela, mjerenje mase tijela, računanje s mjernim jedinicama za masu te opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj

duljina stranica (MZO, 2019). Na kraju ovog razreda učenici će moći sljedeće (MZO, 2019): crtati i označavati točke i dužine, razumjeti pravac kao neograničenu ravnu crtu, crtati i označavati pravac i polupravac. Crtati dužinu kao dio pravca i isticati njezine krajnje točke, određivati i crtati pripadnost točaka pravcu, crtati pravac i njegove dijelove te crtati usporedne pravce i pravce koji se sijeku (uključujući okomite) (MZO, 2019). Pravcima koji se sijeku određivati sjecište, primjenjivati matematičke oznake za okomitost i usporednost dvaju pravaca (MZO, 2019). Koristiti se šestarom kao dijelom geometrijskoga pribora, šestarom se služiti u crtanju i prenošenju dužine određene duljine, konstruirati kružnicu, crtati pravokutnik i kvadrat određene duljine stranica (MZO, 2019). Poznavati jedinične dužine za mjerenje dužine i njihov međusobni odnos u skupu brojeva do 1000 (kilometar, metar, decimetar, centimetar, milimetar), imenovati i crtati dužinu zadane duljine, mjeriti dužinu odgovarajućim mjernim instrumentom i zadanom mjernom jediničnom dužinom (MZO, 2019). Zapisivati duljinu dužine mjernim brojem i znakom mjerne jedinice te duljinu dužine zapisivati matematičkim znakovima (MZO, 2019). Procjenjivati duljinu dužine (milimetar, centimetar, decimetar) i udaljenosti (metar, kilometar) odabirući optimalnu mjernu jedinicu i računati s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 1000) (MZO, 2019). Uočavati masu kao svojstvo tijela i opisivati opseg kao duljinu ruba bilo kojega geometrijskog lika (MZO, 2019). Mjeriti duljinu dužine, mjeriti opseg neformalnim i formalnim načinima, određivati opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina njihovih stranica te procjenjivati i mjeriti opseg lika uz objašnjenje postupka (MZO, 2019).

U četvrtom razredu sadržaj je sljedeći: Pravi, šiljasti i tupi kut, crtanje kuta, vrste trokuta prema duljini stranica, pravokutni trokut, crtanje geometrijskih likova (raznostraničnog i pravokutnog trokuta, pravokutnika i kvadrata), konstruiranje geometrijskih likova (jednakostraničnih, raznostraničnih i jednakokračnih trokuta), povezivanje geometrijskih pojmova u opisivanju geometrijskih objekata (vrhova, strana, stranica, bridova, kutova) (MZO, 2019). Preračunavanje mjernih jedinica, mjerenje površine, kvadratna mreža i mjerne jedinice za površinu (MZO, 2019). U tom razredu učenici trebaju moći (MZO, 2019): opisivati pojam kuta, prepoznati, usporediti i crtati pravi, šiljasti i tupi kut, imenovati vrh i krakove kuta i prepoznati i isticati točke koje (ne) pripadaju kutu. Prepoznati i crtati šiljasti, pravi i tupi kut te

određivati (ne)pripadnost točke kutu, koristiti se oznakom kuta (kut  $aVb$ ) pazeći na orijentaciju (suprotno od kretanja kazaljki na satu) (MZO, 2019). Razlikovati i opisivati trokute prema duljinama stranica i dijeliti ih na jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute, razlikovati i opisivati pravokutni trokut u odnosu na druge trokute te opisivati i konstruirati krug i njegove elemente (kružnica, polumjer i središte) (MZO, 2019). Opisivati odnos kruga i kružnice, prepoznati polumjer i središte kruga i kružnice te geometrijskim priborom crtati osnovne geometrijske likove (raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat) (MZO, 2019). Konstruirati jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute i označavati vrhove, stranice i kutove trokuta te trokut zapisivati simbolima ( $\triangle ABC$ ) (MZO, 2019). Povezivati sve geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskih objekata (vrhove, strane, stranice, bridove, kutove) (MZO, 2019). Nadalje, primjenjivati pojam volumena (obujma, zapremnine) tekućine, uspoređivati različite posude za čuvanje tekućine, opisati vezu između oblika i volumena tekućine, procjenjivati i mjeriti volumen tekućine prelijevanjem te imenovati jedinice za mjerenje volumena tekućine (litra, decilitar) i računati s mjernim jedinicama za volumen tekućine (MZO, 2019). U ravnini uspoređivati likove različitih površina prema veličini dijela ravnine koju zauzimaju te tako upoznati pojam površine (MZO, 2019). Mjeriti površinu likova ucrtanih u kvadratnoj mreži prebrojavanjem kvadrata, ucrtavati u kvadratnu mrežu likove zadane površine, mjeriti površine pravokutnih likova prekrivanjem površine jediničnim kvadratom, poznavati standardne mjere za površinu (centimetar kvadratni, decimetar kvadratni, metar kvadratni) te mjeriti pravokutne površine u neposrednoj okolini (MZO, 2019).

## **2.6. Usporedba geometrijskih sadržaja u NPP-u i u novom Kurikulumu**

Oba dokumenta prikazuju veći broj sadržaja aritmetike, dok je geometrija svedena na otprilike 30 posto ukupnog sadržaja matematike. Vidljiva razlika u Kurikulumu matematike (2019) u odnosu na NPP (2006) je da više ne postoji podjela na teme, ključne pojmove i odgojno-obrazovna postignuća u svakom razredu već podjela na domene (A - Brojevi, B - Algebra i funkcije, C - Oblik i prostor, D - Mjerenje, E - Podatci, statistika i vjerojatnost) te odgojno-obrazovne ishode po razredima prikazane brojevima (u kojem razredu se ostvaruju ishodi te koji je to ishod po redu u navedenoj domeni; npr. MAT O.Š. C. 1. 1.). Isto tako za svaki ishod prikazana je

razrada ishoda, prijedlog razrade odgojno-obrazovnog ishoda te koji su to odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti 'dobar' na kraju razreda za svaki ishod.

Zajedničko ovim dvama dokumentima je prikaz sadržaja. "Sadržaji iz geometrije su, kako u ravnini tako i u prostoru, rascjepkani po razredima te takav nalaz ne doprinosi poboljšanju ravninskog i prostornog zora" (Rovan, Osrečak i Glasnović Gracin, 2018). Samo dvije fundamentalne ideje prema Wittmanu prisutne su u oba dokumenta: Oblik i prostor i Mjerenje. Nadalje, sadržaj geometrije svakog razreda u Kurikulumu ne razlikuje se od onog u NPP-u jer je vrlo malo toga promijenjeno ili nadodano.

U prvom razredu sadržaj je ostao isti, osim što je nadodano novo geometrijsko tijelo stožac. Uz to sadržaj odnosa prema predmetima, neznatno je modificiran jer u NPP-u (2006) učenici trebaju moći procijeniti veći - manji predmet te je li unutra - izvan dok u Kurikulumu (2019) trebaju odrediti odnose među predmetima dulji - kraći - jednako dug te veći - manji - jednak.

U drugom razredu nadodan je sadržaj procjene i mjerenja dužine i računanja s jedinicama za mjerenje dužine u skupu brojeva do 100 (riječ je o sadržaju koji je prisutan u NPP-u (2006) u trećem razredu). Navedeni sadržaj proširuje se u Kurikulumu (2019) na procjenu i mjerenje dužine i računanje s jedinicama za mjerenje dužine u skupu brojeva do 1000. Uz to u Kurikulumu (2019) je pridodan sadržaj povezivanja geometrijskih likova gdje se želi osvijestiti njihova međuovisnost.

Promatrajući sadržaje trećeg razreda, u Kurikulumu (2019) je proširen sadržaj crtanja šestarom na crtanje kvadrata i pravokutnika sa šestarom (prenošenje duljine dužine pojedine stranice). Uz navedeno, u treći razred uvršten je opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina stranica, koji je u NPP-u (2006) prisutan u četvrtom razredu. Bitno je napomenuti da se ne koriste formule već učenici sami trebaju spoznati računanje opsega mnogokuta (koristeći špagu i slično). Isto tako, sadržaj kruga i kružnice prisutan u NPP-u (2006) u trećem razredu u Kurikulumu (2019) je premješten u četvrti razred.

Najviše promjena prisutno je u četvrtom razredu. Površina kvadrata i pravokutnika, kocka i kvadar te obujam kocke koji su prisutni u NPP-u (2006) u četvrtom razredu prebačeni su u Kurikulumu (2019) u peti razred matematike zbog svoje

kompleksnosti pri čemu su neke fundamentalne ideje ograničene na vrlo mali sadržaj poučavanja.

"(...) primjećuje se smanjeni udio 3D geometrijskih sadržaja jer su kocka i kvadar te obujam kocke prebačeni u 5. razred. Ovime dobivamo da je u razrednoj nastavi geometrija prostora (bez mjerenja obujma tekućine) svedena samo na imenovanje geometrijskih tijela na početku prvog razreda te prepoznavanje brida kao dužine u drugom razredu" (Kuzle i Glasnović Gracin 2019, str. 150).

Sadržaj koji je nadodan u Kurikulum (2019) u četvrtom razredu je povezivanje geometrijskih pojmova u opisivanju geometrijskih objekata (vrhova, strana, stranica, bridova, kutova) jer je cilj povezati sve geometrijske pojmove usvojene do četvrtog razreda.

Vidljivo je da su sadržaji ili prošireni ili premješteni u razrede, no u Kurikulum (2019) su uvršteni i sadržaji koji su u potpunosti novi i dosada nisu bili prisutni u NPP-u (2019). Oni su osnovno prikazivanje (dijagrami i tablice) i analiza podataka prisutni u prvom, trećem i četvrtom razredu te osnove vjerojatnosti prisutni u drugom i četvrtom razredu. Uz to, u prvom razredu uvedena je još jedna dimenzija; geometrijski uzorci uz sadržaj uzorci. Nadalje veći je naglasak stavljen na konkretne materijale (na primjer: upoznati se s različitim vagama, upoznati i uspoređivati različite posude za čuvanje tekućine) te sposobnost procjene; elemente koji nisu prisutni u postignućima NPP-a.

Još uvijek su u oba dokumenta sadržaji rascjepkani po razredima te se kroz oba dokumenta u obrazovnom sustavu geometrije provlače zahtjevi poput: nacrtaj, označi, imenuj, prepoznaj, izmjeri jer su oni temelj geometrije i osnovni pojmovi za ovladavanje geometrijom, no od učenika iziskuju reprodukciju, a ne primjenu usvojenog sadržaja. S druge strane, napredak je vidljiv jer se u Kurikulumu (2019) nastoje povezati sadržaji unutar razreda te primijeniti i povezati sadržaji sa stvarnošću. Najvažniji je naglasak na razvitku procjene i vjerojatnosti koja daje učenicima veću mogućnost razvijanja sposobnosti, oslanjanja na vlastito znanje i usporedbe svojih rezultata s drugim učenicima i stvarnim rezultatima. Učenici, isto tako, trebaju naučiti prikazivati i analizirati tablice, što je ishodište za kasnija složenija prikazivanja i analize koja su sve potrebija u tehnološkom dobu i njegovim srodnim područjima obrazovanja.

### **3. Socijalni oblici rada u nastavi**

Pri spoznavanju sadržaja matematike učenici i učitelj dio su odgojno-obrazovnog procesa. "Odgojno-obrazovni proces je sustavno organizirana zajednička aktivnost nastavnika i učenika na ostvarenju zadataka odgoja i obrazovanja" (Bognar i Matijević, 2002, str. 31). U toj zajedničkoj kompleksnoj aktivnosti, učenici i učitelji sudjeluju u različitim socijalnim oblicima rada zastupljenim u nastavnom procesu o kojima učitelj treba voditi računa prilikom osmišljanja sata usmjerenog na učenika. Socijalni oblici rada odnose se na formaciju učenika u procesu rada i komunikaciju između učenika i učitelja ili učenika i učenika pri čemu ostvaruju različite socijalne odnose unutar tih formacija. S obzirom na formaciju i brojnost te način komunikacije, socijalne oblike rada dijelimo na: frontalni oblik rada, individualni oblik rada, rad u paru i rad u skupini. Svaki oblik rada prikazan je zasebno u tekstu koji slijedi.

#### **3.1. Frontalni oblik rada**

Socijalni oblik rada koji je dominantan u nastavi još od samih početaka podučavanja je frontalni oblik rada. Zbog toga: "dobro izvedena frontalna nastava važna je, ako ne i najvažnija pretpostavka za daljnji razvitak kulture učenja uopće" (Meyer, 2002, str. 88). Riječ je o obliku rada u kojem učitelj u isto vrijeme podučava čitav razredni odjel istom nastavnom sadržaju. Učitelj i učenici zajednički spoznaju sadržaj gdje je ključan heuristički razgovor u kojem učitelj kroz razgovor vodi cijeli razred ka zajedničkoj spoznaji sadržaja postavljajući im pitanja, navodeći ih na odgovor uz pomoć različitih nastavnih sredstva. Prednost ovog oblika rada je što svi učenici dobivaju jednaku informaciju na isti način te na taj način osiguravamo da svi imaju jednake uvjete učenja (od svih učenika istodobno možemo dobiti povratnu informaciju o naučenom). Ovim radom kontroliramo učenje, odnosno odnos prema radu cijelog razreda. Učitelj ima uvid o stanju u razredu i o tome tko prati, a tko pravi nered na satu te ih je ovim oblikom rada lakše opomenuti i staviti pod kontrolu.

Iako frontalni oblika rada štedi vrijeme jer ne zahtijeva dodatnu pripremu rada i organizaciju mjesta rada, negativne strane su da čini učenike pasivnim primateljima znanja koji odgovaraju na zatvorena pitanja učitelja pritom se ne oslanjajući na svoje znanje već znanje učitelja. Na kraju je, vrlo često, učitelj taj koji iznosi informacije,

materijale te kontrolira sav rad te se najčešće vrši takozvani mehanički posao (Bidwell i Kasarda, 1980). S obzirom da učenici od rođenja uče promatrajući u interakciji s okolinom, na isti način bi trebalo biti provedeno poučavanje u obrazovnom sustavu u nižim razredima gdje će oni biti glavni spoznavatelji, a učitelji će ih samo poticati na usvajanje znanja.

### **3.2. Individualni oblik rada**

S druge strane, oblik rada koji osigurava učenicima individualni i samostalni rad i rješavanje problema, odabir načina rada i put do rješenja (odnosno tehnike rješavanja problema) je individualni oblik rada. Individualni rad najbolji je prilikom vježbanja i ponavljanja, no može se koristiti i u svim etapama sata (Markovac, 2001). Samostalni rad svakog učenika može biti identičan ostatku razreda ili individualiziran. On omogućuje pojedincima s poteškoćama u svladavanju sadržaja prilagođavanje sadržaja njihovim mogućnostima i brzini, dok pojedincima s većim sposobnostima omogućuje zadavanje dodatnih zadataka kako bi još više razvijali svoje sposobnosti i znanje. Nadalje, omogućuje učitelju bolji uvid u znanje svakog pojedinca kojeg poučava te potrebu za dodatnim pojašnjavanjem određenog sadržaja ako postoje poteškoće kod većeg broja učenika. Učenici individualnim radom dobivaju uvid u svoje znanje i na taj način mogu tražiti dodatno pojašnjenje od učitelja. Pritom se učenici osamostaljuju u učenju jer se prilikom rješavanja zadataka i učenja oslanjaju na svoje znanje i znaju da njihov uspjeh ovisi o njima samima. Istodobno nisu pod pritiskom vremena, rješavaju zadatke svojim tempom, onako kako njima najviše odgovara. Ako učenici samostalno zadovolje sve postavljene ciljeve, više su motivirani za rad i predmet koji uče te se oslanjaju na vlastite sposobnosti i razvijaju svoje samopouzdanje. No ako učenici ne zadovolje određene sadržaje, postaju demotivirani, razvijaju negativne stavove prema određenim sadržajima ili predmetu i još više odustaju od učenja i truda oko nekog predmeta. Kako bi se izbjegli takvi scenariji u nastavi, potrebno je frontalnom i individualnom obliku rada pridodati rad u paru.

### **3.3. Rad u paru**

Rad u paru može uvelike smanjiti negativan odnos prema radu i strah prema predmetu jer učenici radeći u paru uviđaju da i ostali učenici trebaju uložiti trudi i

znanje kako bi došli do rješenja. Osim toga, radom u paru, učenici boljeg znanja mogu pomoći učenicima slabijeg znanja u svladavanju prepreka te pomoći učenicima da shvate kako sve mogu riješiti i kako nema potrebe za strahom jer im uvijek netko može pomoći pri svladavanju poteškoća (smanjuje se strah od pogreške i neznanja). Učenici su primorani razgovarati, dijeliti mišljenja i rješavati nesuglasice te se introvertiranim učenicima olakšava dijeljenje vlastitog mišljenja (ako postoji strah od izražavanja pred kolektivom i učiteljicom) (Bognar i Matijević, 2005). Time se jača emocionalna povezanost među parovima, ali i prema sadržajima koji se uče te se stvara pozitivna klima u razredu (Markovac, 2001). Svjesni da učenici radeći u paru znaju prepustiti sav posao jednom učeniku te sebi pripisati sve zasluge, učitelji trebaju biti pažljivi prilikom odabira slobodnog rada u paru ili rada u paru gdje svaki učenik iz para ima posebni zadatak pri čemu rad oba učenika daje krajnji rezultat.

Rad u paru je spona između individualnog rada i grupnog rada jer se učenici najprije osamostaljuju u radu, zatim zajednički rješavaju problem te naposljetku u skupini pokazuju ne samo svoje znanje već i komunikacijske vještine koje su najprije razvijali radom u paru. Osim rada u paru, ako učitelj želi uključiti veći broj učenika pri rješavanju problema ili usvajanju znanja može organizirati rad u skupini.

### **3.4. Rad u skupini**

Rad u skupini posljednji je oblik rada kojeg je najbolje uvesti nakon rada u paru. Radu u skupini čini tri do šest učenika koji zajednički rade unutar svoje grupe (broj učenika određuje se s obzirom na postavljeni cilj i aktivnost učenika). Prednosti grupnog rada, kao i rada u paru, ne mogu se razvijati i nadomjestiti putem ostalih oblika rada.

“Uporaba socijalnih oblika rada poput rada u paru ili skupini ima brojne prednosti nad socijalnim oblicima poput individualnog ili frontalnog rada jer učenicima omogućavaju bolji uvid u znanja drugih, postupnost u radu kako bi se zajednički stiglo do cilja, brže rješavanje zadataka, utječu na razvoj prijateljstva, učeničko zbližavanje (Hagelgans, 1995), nude uvid u druge stilove učenja, stjecanje socijalnih iskustava te se stvara okolina s mogućim manjkom napetost i stresa nepogodna za razvoj egocentričnog ponašanja (Stevanović, 2003)” (Markić, 2014, str. 6).

Grupni rad može se koristiti u svim dijelovima sata, ako se unaprijed dobro isplanira. Ovaj oblik rada iziskuje zahtjevniju pripremu materijala, zadataka i koraka pri



organiziranju grupa od strane učitelja jer je vodstvo učitelja najvažnije u ovom načinu rada. Učitelj je voditelj koji pomaže učenicima kad im je to uistinu potrebno, a ne kada se učenici nađu pred prvim problemom. Već pri samom početku, učitelj treba biti pažljiv kako će formirati skupine.

"(...) pri organiziranju rada u paru ili skupini učitelj dužan poštovati određene zakonitosti. One se u radu s učenicima odnose na uvažavanje učeničkih stilova ponašanja i učenja, dominantnih inteligencija, sociometrijskog statusa pojedinaca unutar razrednog odjeljenja, predznanja, negativnih i pozitivnih činitelja već formuliranih razrednih parova ili skupina (razredne klike, prijateljstva, rivalstva i sl.)" (Markić, 2014, str. 633).

Uz navedeno broj članova skupine ne smije biti prevelik te ne smije biti previše manjih skupina koje nije moguće nagledati i usmjeravati.

Svakom učeniku potrebno je dodijeliti ulogu unutar grupe jer se time osigurava sudjelovanje svakog učenika skupine, a ne samo dvoje učenika koji će odraditi sav posao za cijelu grupu. Time se sprječava nezadovoljstvo radom u skupini i potiče se učenike na komuniciranje radi zajedničke spoznaje rješenja. Učitelj treba vrlo jasno, prije rada u skupini, objasniti na koji način će se raditi, koji su zadatci skupine i na koji način će se podijeliti rad unutar skupine. Uz navedeno, potrebno je naglasiti koliko vremena imaju za rad te kako će se provjeravati njihova uspješnost kako ne bi došlo do većih sukoba tijekom rada.

Zbog uključenosti većeg broja učenika, ali i raznih razloga korištenja ovog oblika rada, u nastavi postoje različiti oblici grupnog rada (rješavanje problema, učeničko mentorstvo, jigsaw ili slagalica, te zajedničko učenje) koji razvijaju različite dimenzije kod učenika. Pri rješavanju problema, svakom je učeniku dodijeljen manji zadatak koji učenici trebaju povezivati kako bi dobili krajnje rješenje (Ward, 1987). Učeničko mentorstvo označava radu u grupi u kojem bolji učenici pomažu slabijim učenicima pri rješavanju zadatka ili stjecanju znanja. Učenici trebaju procijeniti kada će tražiti pomoć, a kada će sami probati riješiti problem. Svakom učeniku dodijeljen je individualni zadatak te svi u grupi pomažu jedni drugima kako bi ostvarili najveći mogući broj bodova u svom zadatku gdje je suradnja grupe vidljiva prema ukupnom broju bodova grupe (Ward, 1987). Jigsaw ili slagalica je grupni rad koji se može izvesti na dva načina: učenicima unutar grupe može biti dodijeljen dio koji trebaju poučiti svoje članove grupe ili je svakom učeniku dodijeljen zadatak, no prije poučavanja svoje grupe učenici tvore 'ekspertne skupine' u kojima uče sadržaj koji

trebaju naučiti svoju izvornu grupu te se nakon toga vraćaju svojim grupama i poučavaju ih naučeni sadržaj. Zajedničko učenje je grupni rad u kojem učenici imaju određeni zadatak i trebaju ga zajednički riješiti (Ward, 1987). Svrha ovog rada je razvoj suradnje i komunikacije koji se na kraju rada evaluiraju.

Na kraju svakog rada u skupini važna je povratna informacija o njihovom radu - kako od članova grupe tako i učitelja. Učenici mogu evaluirati jedni druge putem upitnika ili mogu usmeno izraziti mišljenje u kojoj mjeri je svaki učenik sudjelovao. Osim toga, bitan je i komentar učitelja jer on vidi širu sliku i može potkrijepiti ili opovrgnuti mišljenja učenika te dati objektivne komentare o tome što je bilo dobro, a gdje još ima mjesta za popravak. Ovakve povratne informacije najvažnije su u ovom obliku rada jer se na taj način učenici dodatno motiviraju za rad te oni koji su bili lošiji znaju što trebaju popraviti kako bi bili uspješniji. Istodobno, učenici postaju svjesni da je za grupni rad potrebna suradnja svih članova.

S navedenim oblikom rada, ali i radom u paru i individualnim radom, fokus s nastave usmjerene na učitelje prebačen je na nastavu usmjerenu na učenike. Prije je učitelj bio jedini prenositelj znanja i vrijednosti, no danas, u svijetu medija i različitih izvora znanja, učiteljeva uloga je umanjena te je veći naglasak na učitelju - facilitatoru znanja koji omogućava učenicima da aktivno promišljaju i spoznaju sadržaje. Navedenim oblicima rada učenici postaju aktivni spoznavatelji vlastitog znanja, ali i proširuju svoje znanje samostalnim naporima. Oslanjanjem na vlastito znanje otkrivaju sebe, svoje osobine i sposobnosti, ali istodobno imaju osjećaj i za druge. Razvoj suradnje neophodan je od samih početaka unutar razreda jer vlastito znanje pojedinca nije dovoljno za rješavanje problema globalnih razmjera već su timski rad i suradnja ključne sposobnosti koje dovode do rješenja uz međusobno dijeljenje i proširivanje spoznaja i znanja. Navedene vještine razvijaju se upravo radom u paru i radom u skupinama. Posebice u matematici, učenici trebaju izlagati svoja mišljenja i ideje prilikom rješavanja problemskih zadataka uspoređujući pritom svoje predodžbe s predodžbama ostalih učenika pri čemu će učenici stvarati poveznice između matematičkih ideja i koncepata ako se matematički procesi povežu kroz razrede i njihove nastavne sadržaje (Čišmežija i sur., 2010).

## 4. Razredna klima kao element uspješne nastave

### 4.1. Razredno ozračje

Osim socijalnih oblika rada koji su sastavni dio svakog nastavnog sata, ključnu ulogu u ostvarivanju ciljeva nastavnog procesa kao i uspješnog usvajanja znanja ima razredna klima ili razredno ozračje. Razredna klima prvi put se spominje 1960-ih godina kada su Wallberg i njegovi kolege razvili teoriju *Inventar okruženja za učenje* gdje su mjerili učeničke stavove o njihovom iskustvu učenja (Evans, Harvey, Buckley i Yan, 2009). Božić (2015) navodi da je razredno ozračje ukupnost i povezanost utjecaja i sudionika nastave koji uvjetuju ostvarivanje ciljeva odgoja i obrazovanja. Peters (2011) opisuje razredno ozračje kao edukacijsko okruženje usmjereno na učitelja ili učenike koju instruktor ostvaruje poučavanjem. "Sociološki gledano, razredno-nastavno ozračje možemo razumjeti sagledavajući ostvarenje složene interakcije na razini organizacije i rukovođenja te na razini međuodnosa između sudionika odgojno-obrazovnog procesa (učenika i učitelja)" (Jagić Jurčić, 2006, str. 30).

Postoje različiti faktori koji utječu na razredno-nastavno ozračje kao što su izgled učionice, emocije, stres, no ponajviše je bitno vodstvo učitelja, motivacija učenika te odnos između učitelja i učenika jer su upravo oni aktivni sudionici nastavnog procesa te uvelike pridonose razrednom ozračju. Emocije učenika i učitelja ishodište su poučavanja (Yan, Evans i Harvey, 2011) jer postoji snažna povezanost između pozitivne razredne klime i školske motiviranosti, truda, uključenosti, prilagodbe nastave, smanjenja agresivnog ponašanja i izostanaka s nastave. Pozitivna emocionalna iskustva mogu biti temelj za odnos između učitelja i učenika i interakciju koja je potrebna pri motivaciji za učenje (Evans i sur., 2009). Pozitivan odnos između učitelja i učenika stvara osjećaj potpore i sigurnosti u kojem učenici povezuju novi nastavni sadržaj sa svojim prethodnim znanjem te se ne oslanjaju na mehaničko pamćenje sadržaja. Među ostalim, jasno vodstvo i instrukcije učitelja te pozitivna razredna klima gdje učitelj pokazuje poštovanje, entuzijizam i pristupačnost najbolji su za učenike (Evans i sur., 2009). Ne samo da je interakcija učenik-učitelj povezana s ishodima učenja, već i razvija samoregulacijske vještine svih sudionika nastavnog procesa (Šimičić Šašić, 2011).

Osim pozitivnog odnosa između učitelja i učenika, razredno ozračje treba biti usmjereno na učenika te mu biti podređeno prilagodbom sadržaja, metoda, postupaka te poticati, u atmosferi oduševljenja i radoznalosti, učenikovo aktivno sudjelovanje (Jagić i Jurčić, 2006). Učenik sam postaje svjestan razredne klime i položaja učenika i učitelja te spoznaje svoje emocionalno zadovoljstvo razrednim ozračjem i nastavnim procesom. "Stupanj učenikova zadovoljstva nastavom bit će viši što je ispunjeno više njegovih očekivanja koja se odnose na učiteljevu podršku, koheziju razreda te na ugodniju ispitnu situaciju" (Jagić Jurčić, 2006, str. 31). Kako bi proces učenja bio uspješan, u razredno-nastavnom ozračju treba se cijeniti učenik, njegov doprinos i ideje te ne smije vladati natjecateljski duh već ugodno ozračje ispunjeno razumijevanjem kako bi se učenici mogli neprestano razvijati (Jagić Jurčić, 2006).

#### **4.2. Faktori koji utječu na razredno ozračje nastave matematike**

Učitelj je sa svojim ponašanjem u središtu razrednog ozračja (Evans i sur., 2009). Učitelji su ti koji uče učenike kako razvijati socijalne vještine, kako dijeliti svoje ideje s drugima, kako reagirati u stresnim i agresivnim situacijama te stoga trebaju biti ogledalo ispravnog ponašanja.

Uloga učitelja u primarnom obrazovanju je upoznati učenike s matematikom pri čemu oni određuju učeničku motiviranost i aktivnost te zanimanje za nastavni predmet. Učitelj je prenositelj znanja te njegov stav o poučavanju, učenju i samoj prirodi matematike, njegova perspektiva ovisi na koji način će pristupiti poučavanju matematike svojim učenicima (Philips, 2007). Učiteljev stav o matematici, i geometriji te važnosti tog predmeta reflektirat će se na učenike (Carmichael, Callingham i Watt, 2017). Učitelji svojim obrazovanjem postaju svjesni učeničkih mogućnosti i spoznajnog razvoja te s obzirom na usvojeno znanje upotrebljavaju određena sredstva i metode prilikom vlastitog poučavanja. Njegova kreativnost, otvorenost ka novim metodama i pristupima poučavanja otvara veća vrata za učenike. U razrednom ozračju usmjerenom na učenika, uspješan učitelj sagledava učeničke strategije učenja, učenikovo razumijevanje koje je rezultat njegovih strategija te odlučuje kako će reagirati te koje će promjene uvesti s obzirom na učeničke povratne informacije (Sherin, Jacobs i Philipp, 2011). Promjene su potrebne jer učenici imaju različite preferencije, stavove o učenju i načinu učenja. Neki mogu savladati probleme sami i ne trebaju pomoć učitelja te imaju negativan stav o

učiteljevom pomaganju dok se neki uvelike oslanjaju na njegovu pomoć. "Jasna i strukturirana proceduralna pravila, zajedno sa prilikama za aktivno sudjelovanje i angažman su povezana s učeničkim vjerovanjima samoučinkovitosti" (Evans i sur., 2009, str. 136).

### **4.3. Učeničko viđenje razrednog ozračja**

S obzirom da je učenik uz učitelja najvažniji sudionik razrednog ozračja, potrebno je spoznati i njegovo viđenje razrednog ozračja kako bi se poboljšao i nadogradio međusoban odnos učenik-učitelj. Učeničko viđenje razrednog ozračja sastoji se od tri komponente:

- učiteljeva podrška
- povezanost razreda
- osjećaj straha od školskog neuspjeha (Jagić Jurčić, 2006).

Učiteljeva podrška za učenike ima centralnu ulogu i važna je u procesu poučavanja. Pri tome učitelj treba podupirati svakog pojedinca i njegovu jedinstvenost te se prilagođavati njegovim potrebama. Treba biti smiren, strpljiv (jer se to replicira na učenike razvijajući emocionalnu inteligenciju), stvarati mjeru u odnosu (niti biti preblizak niti distanciran prema učenicima), očekivati uvijek više od učenika (uz pozitivne komentare kao što su 'ti to sve možeš, ja to znam' učenici uviđaju da je učitelj uz njih, da vjeruje da mogu više i da im omogućuje to što im nedostaje) te ih dodatno poticati i ohrabrivati (navoditi ih ka rješenju kada sami ne mogu) (Jagić Jurčić, 2006). Uz ohrabrivanje i poticanje, najvažnije su takozvane 'sendvič' povratne informacije gdje se učenike pohvaljuje i nadodaje što bi još mogli popraviti kako bi bili uspješniji te ih se na taj način usmjerava ka boljem vladanju.

Razredna kohezija podrazumijeva povezanost razrednog odjela te ozračje povezanosti i zajedništva. Prema viđenju učenika sastavnice povezanosti razreda su: zadovoljavanje individualnih potreba i motiva učenika, svjesnost o različitostima, prilagodba ciljeva i strategija, dobrobit i 'nagrada' sudjelovanjem koji razvijaju zadovoljstvo i pripadnost (Jagić Jurčić, 2006). Motivi koji omogućuju strogu kohezivnost razreda su: zajednički napor ka postizanju cilja, prihvaćanje pravila razreda svih pojedinaca, želja za opstankom razreda i osjećaj aktivnog sudionika razrednog odjela (Jagić Jurčić, 2006).

Treća komponenta je osjećaj straha od školskog neuspjeha koja je u velikoj mjeri razlog neuspjeha i nezadovoljstva poučavanjem i školom. Osjećaj straha može se javiti na svim razinama obrazovanja. Kod nekih su jasno vidljivi simptomi (crvenilo, znojenje) dok kod nekih prikriveno onemogućava učenika da normalno, jasno i smisleno strukturira odgovor koji zna. Učitelj je taj koji treba spoznati strah te ga otkloniti kako taj strah ne bi imao trajne posljedice na učenika (niska slika o sebi i svojim sposobnostima, izrugivanje ostalih učenika, povlačenje u sebe, bježanje s nastave i mnoge druge negativne posljedice).

Uz ove dimenzije, učenici vjeruju da učitelji trebaju biti zabavni i smiješni (čime stvaraju povezanost i pozitivne emocije učenika) te da trebaju učenicima upućivati jasne upute i očekivanja. Pritom je najvažnije da pomažu učenicima koji nisu dobre volje, da su pravedni i dosljedni i da omogućuju učenicima sigurnost pomoću predvidljivosti u nastavi pri čemu ostvaruju motivirajuću razrednu klimu (Yan, Evans, Harvey, 2011).

#### **4.4. Istraživanje razrednog ozračja**

Istraživanje utjecaja razrednog ozračja na učenje traje više od pet desetljeća (Peteres, 2011). Zbog velike važnosti razrednog ozračja kao elementa nastave, Rudolph Moos je usmjerio fokus na istraživanje upravo te dimenzije razvojem skale za mjerenje socijalne klime. On se od 1973. godine, deset godina, bavio istraživanjima socijalne klime u različitim psihosocijalnim ambijentima pa tako i školskim razredima (Baranović, Domović i Štibrić, 2006). Prema Moosu, tri su ključna faktora skale socijalne klime primjenjive na različite sredine, samim time i na razrednu klimu: odnosi (u kojoj mjeri sudionici pomažu jedni drugima, koliko su uključeni u sredinu, mogu li slobodno izražavati svoja mišljenja), osobni razvoj ili orijentiranost prema cilju (u kojoj mjeri se mogu poboljšati pojedinci i razviti u skladu s postavljenim ciljevima određene zajednice) te održavanje i promjena u sustavu (do koje razine je klima organizirana, stabilna i pod kontrolom te postavlja li jasno očekivanja od pojedinaca) (Baranović, Domović i Štibrić, 2006).

Rezultati istraživanja Fasta, Lewisa, Bryanta, Bociana, Cardulloa, Rettiga i Hammonda (2010) pokazuju da učenici koji percipiraju razrednu klimu motivirajućom i izazovnom imaju razvijenije sposobnosti samoučinkovitosti i postignuća.

Prema Laine, Näveri, Ahtee, Hannuli i Pehkonenu (2013) razredno ozračje može biti promatrano iz dva kuta: pojedinca gdje je fokus na emocionalno-individualnom doživljaju te doživljaju čitavog razreda gdje je bitna komunikacija, norme i međusobna interakcija. Hannula (2007) navodi da postoje dvije dimenzije utjecaja - stanje (emocionalna atmosfera u specifičnom trenutku) i osobina (stabilnije stanje ili osobina) čije su dimenzije prikazane u tablici 4.

Tablica 4. Dimenzije emocionalne atmosfere u razredu (prema Laine i sur., 2013)

Dimenzije	Psihološka dimenzija ili razina pojedinca	Socijalna dimenzija ili razina razreda
Afektivno stanje	Emocije i emocionalne reakcije Misli Značenja Ciljevi	Socijalna interakcija Komunikacija Atmosfera u razredu (trenutna)
Afektivna osobina	Stavovi Vjerovanja Vrijednosti Motivacija ka cilju	Norme Društveno ustrojstvo Atmosfera u razredu

Afektivna stanja kod pojedinaca su promjenjive emocije i emocionalne reakcije (na primjer sreća i bijes), misli (Ovo je nemoguće riješiti), značenja (Ja sve mogu) i ciljevi (Moram to riješiti). Ova nestabilna afektivna stanja sastoje se od pojedinačnih stanja u bilo kojem trenutku u razredu. Afektivne osobine čine stabilnije sastavnice: stavove (Ne volim matematiku), vjerovanja (Matematika je lagana), vrijednosti (Matematika je važna za nas) i motivaciju ka cilju (Želim to znati). Afektivne osobine sastoje se od pojedinačnih stanja u razredu (Laine i sur., 2013). Ako se afektivna stanja pojedinca neprestano pojavljuju, osobito negativne emocije, one mogu postati sastavni dio nastave matematike, ali i ostalih predmeta te odrediti njihovo zadovoljstvo nastavom. Interpretacije pojedinaca o emocionalnim stanjima ostalih učenika u razredu mogu prikazati pojedinačne interpretacije zajedničkog iskustva cijelog razreda. Takvi rezultati ukazuju je li razred povezan i radi li zajedno

pri spoznavanju te dijeli li iste emocije u tome procesu, odnosno postoji li međusobna povezanost među kolektivom (Laine, Ahtee, Näveri, Pehkonen, Portaankorva-Koivisto, Tuohilampi, 2015).

Laine i Ahtee (2017) istraživale su emocionalnu atmosferu u razredu promatrajući raspoloženje učitelja i učenika. Promatrale su lica učitelja i učenika (smiju se, neutralni su, tužni/ljuti i ne može se odrediti) i govorne oblačiće (pozitivni, negativni i neutralni komentari) te su te rezultate klasificirale u tri kategorije (način klasifikacije prikazan je u tablici 5); odnosno emocionalna atmosfera je:

- pozitivna kada se učenici i učitelji koji su nacrtani smiju ili razmišljaju pozitivno (vidljivo kroz komentare u oblačićima)
- negativne kada su učitelji i učenici prikazani ljuti ili razmišljaju negativno te
- kategorija ostalo/ne može se odrediti kada su nacrtani neutralni, razmišljaju neutralno ili je nemoguće odrediti izraz lica.

Tablica 5. Određivanje emocionalne atmosfere prema Laine i Ahtee (2017)

<b>Emocionalna atmosfera</b>	
Pozitivna	Učenici su nacrtani kako se smiju ili su u oblačićima pozitivni komentari o matematici
Negativna	Učenici su nacrtani ljuti/tužni i slično i u oblačićima su negativni komentari o matematici
Ne može se odrediti/ostalo	Učenička lica/usta nisu vidljiva/nacrtana ili su u oblačićima prisutni neutralni komentari (npr. Dva plus dva je četiri)

Rezultati su prikazali pozitivno emocionalno ozračje ispunjeno tolerancijom i otvorenosću gdje su učitelji ključni pri razumijevanju osjećaja i stanja učenika kako bi pravovremeno na njih reagirali i omogućili pozitivne emocije koje olakšavaju kreativne aspekte sposobnosti rješavanja problema.



Kuzle i Glasnović Gracin (2019) istražile su model razrednog ozračja temeljen na trima načelima: u skladu sa saznanjima literature o matematičkoj učionici, viđenjem karakteristika razreda putem učeničkih crteža te primjerenosti modela dobi učenika. Model razrednog ozračja prikazuju kao međudjelovanje triju konceptualnih kategorija: međuljudskih odnosa, osobnog razvoja i discipline. Međuljudski odnosi odnose se na prirodu i intenzitet osobnog odnosa te međusobni utjecaj učitelja i učenika u razredu koji su opisani u tablici 6 (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019).

Tablica 6. Verbalna i neverbalna komunikacija učitelja i učenika te organizacija rada - instrument (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019)

Dimenzija	Poddimenzija	Ljestvice
Verbalna i neverbalna komunikacija učitelja	Učiteljev položaj u razredu	Ispred ploče, među učenicima, kod stola, negdje u razredu
	Učiteljeva podrška	Pomoć, pozitivna povratna informacija, negativna povratna informacija, matematičko pitanje, matematička izjava, promatranje, nematematički komentar, pasivnost
Verbalna i neverbalna komunikacija učenika	Učenički položaj u razredu	Kod/na ploči, kod stola, pokraj učitelja, ispred ploče, među ostalim učenicima, negdje u razredu
	Sudjelovanje	Radi zadatke na ploči/svome mjestu, sluša, odgovara, ispituje, traži pomoć, provjerava/preispituje, raspravlja, pozitivan stav, negativan stav, nematematički komentar, pasivan
	Pripadanje	Ne komunicira s drugim učenicima, dva učenika razgovaraju, učenici se međusobno ohrabruju, učenik pita za pomoć drugog učenika, učenici se potiču, učenici negativno komentiraju druge učenike
Organizacija	Metoda rada	Frontalno poučavanje, individualni

		rad, grupni rad, rad u paru, rad/diskusija u polukrugu
	Razmještaj klupa	Tradicionalni razmještaj, U-oblik, različit razmještaj (kombinirani), (polu)kružni razmještaj, grupni razmještaj

Pod osobni razvoj ubrajamo usmjerenost ka cilju i jasnoću cilja lekcije. Pri tomu učitelji mogu prikazati sadržaj na ploči ili učenici mogu sami rješavati zadatke ili cilj lekcije može biti ostvaren pomoću geometrijskih nastavnih sredstva i pomagala korištenih od strane učitelja ili učenika. Treća dimenzija, disciplina, podrazumijeva učeničko poštivanje norma i načela primjerenog ponašanja pri čemu učitelj nije jedini koji održava disciplinu i ispravno ponašanje već u tome sudjeluju i učenici jer svi zajedno, kao kolektiv, trebaju poštivati red u razredu (Kuzle i Glasnović Gracin, 2019).

## 5. Istraživanje crteža o nastavi geometrije

Dosadašnja istraživanja bila su prvenstveno usmjerena na učitelja (Philipp, 2007; Pavlin Bernardić, Vlahović-Štetić i Mišurac Zorica, 2010; Jovanović, 2014) i njegovo viđenje geometrije, dok su u manjoj mjeri istraživani učenički stavovi o geometriji. No sve se više pridodaje važnost učeničkim predodžbama geometrije (Laine i sur. 2013; 2015; Laine i Ahtee 2017, Kuzle i Glasnović Gracin, 2018; 2019, Kuzle, Glasnović Gracin i Klunther, 2018). Koristeći učeničke predodžbe, na jednostavan i indirektan način, može se saznati što se zapravo događa na nastavi geometrije. Učenički vizualni prikaz geometrije u ovom istraživanju bio je ključan alat za dobivanje boljeg uvida kako nastava geometrije izgleda iz perspektive drugog, jednako važnog aktivnog sudionika odgojno-obrazovnog procesa.

### 5.1. Dječji crteži kao temelj istraživanja

U ovom radu dječji crteži prikazat će tipičan sat geometrije iz perspektive pojedinca, odnosno svakog učenika koji je dio razrednog odjela. Upravo dječjim crtežima može se ispitati niz tema i problema obrazovnog sustava jer crteži prikazuju izvor informacija (Ahtee, Pehkonen, Laine, Naveri, Hannula, Tikkanen, 2016). "Nedavna istraživanja (na primjer, Halverscheid i Rolka, 2006; Laine i sur., 2015; Pehkonen, Ahtee, i Laine, 2016; Rolka i Halverscheid, 2011) pokazala su da korištenje crteža omogućava multidimenzionalan i holistički pogled učeničkih latentnih iskustava u matematičkoj učionici" (Glasnović Gracin i Kuzle, 2018, str. 36). Učenici uspijevaju detaljnije prikazati ono što se istražuje jer se svaki učenik može osloniti na svoja sjećanja i na svoj način prikazati vlastite predodžbe (Glasnović Gracin i Kuzle, 2018). Uz navedeno, učenici su najčešće od drugog razreda osnovne škole sposobni stvoriti predodžbu o dobrom poučavanju. Intervjui nisu uvijek prikladni jer mlađi učenici često nisu skloni otvorenom i slobodnom izražavanju s nepoznatim istraživačem (Pehkonen, Ahtee, Tikkanen, Laine, 2011). Osim intervjuja, Hannula (2007) navodi da učenici u upitnicima često odgovaraju na pitanja s *da* i *ne* jer za njih ta pitanja nisu važna. Upitnici su često mlađim učenicima nejasni jer im je vokabular u razvitku te verbalno još uvijek nisu u potpunosti u mogućnosti izraziti sve što im je na umu. Isto tako, ponekad je u upitnicima prisutna manipulacija učeničkim odgovorima zbog njihovog nerazumijevanja. Stoga učenički slikovni

prikaz sata, za razliku od upitnika, omogućava procjenu poučavanja matematike gdje učenici ne prikazuju izolirane elemente već cjelokupni holistički prikaz sata i njegove sastavnice (Ahtee i sur., 2016). Osim toga, crteži omogućuju uvid u svijest učenika o njihovom položaju u nastavi i njihovom znanju koje je rezultat cjelokupnog procesa poučavanja kojeg učenici mogu jasno prikazati crtežom. Učenici sami odlučuju koji elementi su važni za prikazivanje te samim time pokazuju koje elemente nastave najviše doživljaju u nastavi geometrije.

## 5.2. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja

Cilj istraživanja, prikazanog u ovom radu, je putem učeničkih crteža dobiti uvid kakve su njihove predodžbe o nastavi geometrije. Predodžbe su mentalne slike, zamisli koje nastaju u našoj svijesti (sjećanjem, maštom, mišljenjem, u snu i drugim načinima). Pritom je sjećanje predodžba vraćena u svijest koja je dulje ili kraće vrijeme bila pohranjena u pamćenju (Škarica, 2018). Upravo učeničke predodžbe o satu geometrije bile su ključne u ovom istraživanju.

Stoga su u radu postavljena sljedeća istraživačka pitanja:

- Koje su fundamentalne ideje prisutne u nastavi geometrije vidljive na učeničkim crtežima?
- Kakve su predodžbe ispitanika o razrednom ozračju?

Fundamentalne ideje istražile su se prema Wittmanovom modelu koji je opisan u 2. poglavlju ovog diplomskog rada.

Problematika razrednog ozračja podijeljena je na socijalnu i emocionalnu komponentu koja je prikazana u tablici 7.

Tablica 7. Prikaz socijalne i emocionalne komponente istraživanja i odgovarajućih modela

Socijalna komponenta	Prema Kuzle i Glasnović Gracin (2019) modelu i Moosovom modelu (1973)
Emocionalna komponenta	Prema Laine i Ahtee (2017) modelu

Socijalna komponenta istražila se prema modelu od Kuzle i Glasnović Gracin (2019) opisanom u 4. poglavlju ovog rada te Moosovom modelu (1973). Kombinacija tih dvaju modela prikazana je u tablici 8 i 10 u ovom poglavlju. Ta dva modela kombinirana su samo na prvoj dimenziji verbalne i neverbalne komunikacije učitelja i učenika, dok je za preostalu prvu dimenziju (organizaciju te raspored klupa) korišten model od Kuzle i Glasnović Gracin (2019), kao i za preostale dvije dimenzije: cilj i jasnoću lekcije te disciplinu. Za istraživanje emocionalne komponente koristio se model od Laine i Ahtee (2017) predstavljen u 4. poglavlju, osim što se nisu proučavala lica učitelja i učenika već su se postavljala izravna pitanja učenicima o raspoloženju učitelja i učenika. Na onim crtežima na kojima nije bilo odgovora o raspoloženju, proučavali su se izrazi lica za određivanje raspoloženja (isto kao što su Laine i Ahtee (2017) proučavale u svome radu).

### **5.3. Metodologija i postupak istraživanja**

U ovom istraživanju sudjelovalo je 57 učenika jedne urbane zagrebačke osnovne škole (podatci dostupni kod autorice diplomskog rada). Riječ je o tri treća razreda (razredi od 15, 20 i 22 učenika). Istraživanje je provedeno krajem veljače 2020. godine za vrijeme stručno-pedagoške prakse u trajanju od tjedan dana, akademske godine 2019./2020. Istraživanje je provela autorica ovog diplomskog rada, uz nadzor razrednih učiteljica te uz suglasnost ravnatelja škole. Također, za ovo istraživanje roditelji učenika potpisali su suglasnost za sudjelovanje svog djeteta u istraživanju.

U istraživanju su se koristili učenički crteži te kratak upitnik o crtežu koji nadomješta klasični intervju sa svakim učenikom.

Instrument ovog istraživanja odnosi se na parametre koji su modificirani iz izvornih teorijskih okvira Wittmanna (1999), Moosa (1973), Kuzle i Glasnović Gracin (2019) te Laine i Ahtee (2017). Instrument je organiziran u obliku tablica po kojima su se kodirali elementi s učeničkih crteža (tablice 8, 9, 10, 11, 12 i 13, 14). Kako je već prije spomenuto, u prvom pitanju željelo se vidjeti koje su fundamentalne ideje najviše prisutne u nastavi geometrije putem učeničkih crteža.

Pored fundamentalnih ideja, promatralo se razredno ozračje u nastavi geometrije kroz tri dimenzije:

- odnos učenik - učitelj (odnosno njihova aktivnost na satu) prikazan u tablicama 8 i 10
- raspoloženje učenika i učitelja prikazano u tablici 9
- organizacija (metode rada i razmještaj klupa) prikazana u tablicama 11 i 12
- osobni razvoj (usmjerenost ka cilju i jasnoća cilja lekcije) prikazan u tablici 13 i
- disciplina (učenici i učitelj održavaju disciplinu) prikazana u tablici 14.

Ovaj instrument modificiran je prema modelu od Kuzle i Glasnović Gracin (2019) razrednog ozračja. Uz njega, kombinirao se i Moosov model razrednog ozračja (Moos, 1973) pri prvoj dimenziji odnos učenik-učitelj, odnosno verbalnoj i neverbalnoj komunikaciji učenika i učitelja. Razlog kombiniranja tih dvaju modela leži u tome što svaki model sadrži određene elemente verbalne i neverbalne komunikacije. Oni su ključni za analizu tog dijela te su kombinirani kako bi se dobili što detaljniji rezultati, odnosno kako bi se međusobno nadopunili, pri čemu je Moosov model modificiran za ovo istraživanje, odnosno istraživanje razrednog ozračja u nastavi geometrije (prikaz kombinacije dvaju modela u tablicama 8 i 10). Za preostale dimenzije razrednog ozračja korišten je model razrednog ozračja od Kuzle i Glasnović Gracin (2019).

Osim toga, uvrštena je dimenzija emocionalne klime u razredu prema modificiranom modelu od Laine i Ahtee (2017) pri čemu su rezultati prikupljeni iz odgovora učenika (Kakvog je raspoloženja učiteljica? Kako se osjećaju? (učenici)) te promatrajući lica učenika i učitelja i njihovih govornih oblačića ondje gdje nisu bili prisutni odgovori o raspoloženju učenika i učitelja. Zbog vrlo teškog određivanja emocionalne klime iz samih crteža, koristila su se pitanja za određivanje emocionalne klime kako bi se dobili što jasniji rezultati. Iako su Laine i Ahtee (2017) u svojim tablicama koristile riječi pozitivna ili negativna emocionalna atmosfera te na taj način određivale emocionalnu klimu (prikazano u tablici 5), u ovom radu najprije se određivalo raspoloženje učenika i učitelja (njihove emocije - sretni/tužni/ljuti) te se zatim na kraju odredilo je li atmosfera pozitivna ili negativna jer je na taj način bilo lakše kodirati odgovore i crteže. Uz navedeno, pridodan je element zadovoljstvo/nezadovoljstvo učitelja jer smatram da učenici vrlo jasno mogu dati predodžbu je li učitelj zadovoljan razredom, što također utječe na emocionalno ozračje cjelokupnog razreda.

Slijedi prikaz tablica korištenih za instrumentarij u ovom istraživanju.

Tablica 8. Prva dimenzija razrednog ozračja - aktivnost i položaj **učitelja** (kombinacija Moosovog (1973) i Kuzle i Glasnović Gracin (2019) modela razrednog ozračja)

<b>Verbalna i neverbalna komunikacija učitelja</b>	
<b>Položaj unutar razreda/u odnosu na učenike</b>	Ispred ploče, Među učenicima, Kod stola, Negdje u razredu, Ne može se odrediti
<b>Odnos prema učenicima</b>	Pomaže učenicima, Pozitivna povratna informacija, Negativna povratna informacija, Matematičko pitanje, Matematička izjava, Promatranje, Nematematički komentar, Pasivan (nema komunikacije), Proziva učenike, Daje upute, Potiče učenike na rad, Ne može se odrediti

Tablica 9. Učiteljevo i učeničko raspoloženje (psihološka dimenzija razrednog ozračja, prema Laine i Ahtee, 2017 )

<b>Učiteljevo raspoloženje</b>	Zadovoljna, nezadovoljna, sretna/vesela, tužna/ljuta, ne može se odrediti (nije nacrtano ili napisano)
<b>Učeničko raspoloženje</b>	Sretan/veseo, tužan/ljut, ne može se odrediti/nije odgovoreno

Tablica 10. Prva dimenzija razrednog ozračja - aktivnost i položaj **učenika** (kombinacija Moosovog (1973) i Kuzle i Glasnović Gracin (2019) modela razrednog ozračja)

<b>Verbalna i neverbalna komunikacija učenika</b>	
<b>Položaj unutar razreda/u odnosu na ostale učenike</b>	Kod/na ploči, kod stola, pokraj učitelja, ispred ploče, među ostalim učenicima, negdje u razredu, na svom mjestu, kod drugog učenika, ne može se odrediti
<b>Aktivnost učenika</b>	Sluša/pasivan, odgovara, radi zadatke na ploči/ svome mjestu (matematički problem koji je zadan), ispituje (pitanje o matematičkom sadržaju), traži pomoć, provjerava/preispituje, raspravlja, nematematički komentar/misao/pitanje, piše/prepisuje u bilježnicu, radi u tišini, daje povratnu informaciju da ne razumije, ne zna
<b>Odnos s ostalim učenicima</b>	Ne komunicira s drugim učenicima, dva učenika razgovaraju ( i pozitivno i negativno), učenici se međusobno ohrabruju, učenik pita za pomoć drugog učenika, učenici se potiču, učenici negativno komentiraju druge učenike, natječu se, ostali učenici nisu prikazani

Tablica 11. Prva dimenzija razrednog ozračja - socijalni oblici rada u nastavi (prema Kuzle i Glasnović Gracin modelu, 2019)

<b>METODE RADA (SOCIJALNI OBLIK RADA)</b>	Frontalno poučavanje, individualni rad, grupni rad, rad u paru, rad/ diskusija u polukrugu, ne može se odrediti/ ostali učenici nisu prikazani
---	--



Tablica 12. Prva dimenzija razrednog ozračja - razmještaj klupa u učionici (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019)

<b>RAZMJJEŠTAJ KLUPA</b>	Tradicionalni razmještaj, U-oblik, različit razmještaj (kombinirani), (polu)kružni razmještaj, grupni razmještaj, ne može se odrediti (nije nacrtano)
------------------------------	---

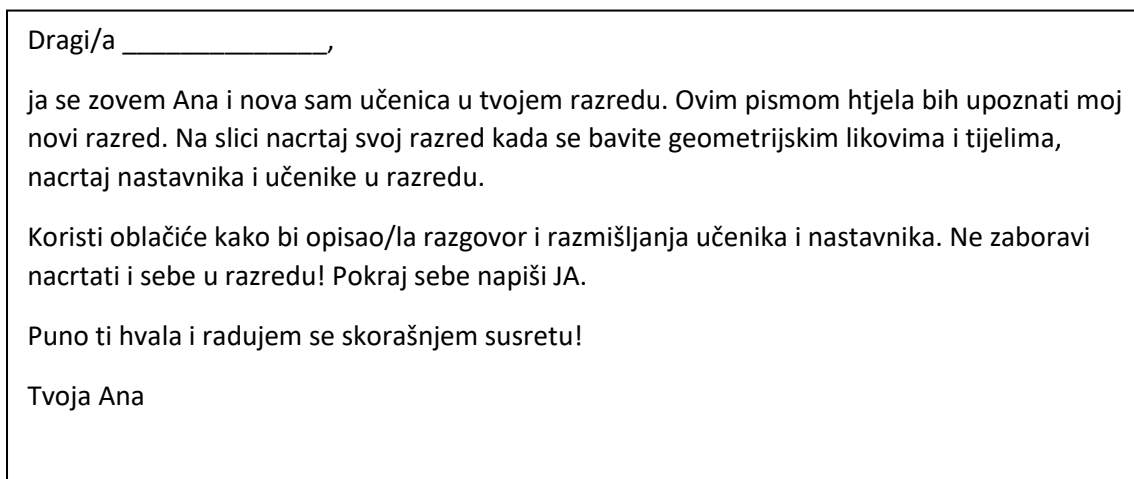
Tablica 13. Druga dimenzija razrednog ozračja - cilj i jasnoća lekcije (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019)

<b>CILJ I JASNOĆA CILJA LEKCIJE</b>	Učitelj prikazuje sadržaj na ploči /objašnjava zadatak, učenici sami rješavaju zadatke, geometrijska nastavna sredstva koriste učenici ili učitelj, zadatak je zadan, nema matematičkog sadržaja, matematički zadatak se ne rješava
---	---

Tablica 14. Treća dimenzija razrednog ozračja - održavanje i promjena sustava (prema Kuzle i Glasnović Gracin, 2019)

<b>DISCIPLINA</b>	Učenik održava disciplinu, učitelj održava disciplinu, ne može se odrediti/ nema disciplinskih intervencija
-------------------	---

Na početku školskog sata učenicima je ispitivačica pročitala Ana-pismo . Učenici su dobili zadatak prikazati, odnosno nacrtati svoje viđenje tipičnog sata geometrije. Ana-pismom (prema Dohrmann i Kuzle, 2014) je objašnjeno što sve treba sadržavati njihov crtež na neutralan način (pismo je prikazano na slici 1). Nakon pročitano pisma provjereno je koliko im jasno što je njihov zadatak i napomenuto da ne zaborave oblačiće i razgovor te da nakon crteža odgovore na pitanja o crtežu. Objasnjeno je značenje riječi „zadovoljna“ te kakvog sve raspoloženja možemo biti (jer su učenici počeli pisati odgovore da je učiteljica dobrog raspoloženja). Deset minuta prije samog kraja sata podsjetilo ih se da odgovore na pitanja te da se nakon toga vrte na svoj crtež, ako ga nisu još završili, makar je većina bila gotova nakon 45 minuta.



Slika 1: Ana-pismo (prema Dohrmann i Kuzle, 2014)

Učenici su crtali samostalno te su mogli sami odlučiti hoće li crtati u boji ili crno-bijelo. Tijekom crtanja, nisu im postavljena nikakva dodatna pitanja već im je samo rečeno, kada im je preostalo još deset minuta, da ne zaborave odgovoriti na pitanja na drugoj stranici jer im je crtanje bilo ograničeno na 50 minuta. Pitanja o crtežu su sljedeća:

Opiši što ti radiš na slici.

Što radi učiteljica? Objasni ukratko.

Što rade ostali učenici? Objasni ukratko.

Navedena pitanja dana su samo jednom trećem razredu. Uvidjevši da psihološka dimenzija, odnosno emocionalno raspoloženje učenika i učitelja koje se željelo ispitati nije prikupljeno navedenim pitanjima, nadodana su pitanja ostalim dvama razredima kako bi i ta dimenzija bila obuhvaćena. Razlog postavljanja pitanja je nemogućnost kodiranja ove dimenzije (raspoloženja učitelja i učenika) iz crteža, odnosno nacrtanih lica učitelja i učenika. U razredu u kojem nisu dana dodatna pitanja, prema crtežu se pokušala odrediti ta dimenzija, gdje je to bilo moguće. Pitanja koja su imala ostala dva treća razreda su sljedeća:

Opiši što ti radiš na slici.

Što radi učiteljica? Je li zadovoljna razredom? Kakvog je raspoloženja? Objasni ukratko.

Što rade ostali učenici? Kako se osjećaju? Slušaju li svi? Objasni ukratko.

Riječ je o pitanjima kojima se verbalno potkrepljuju učenički crteži. Ovim pitanjima željela se izbjeći subjektivnost pri analizi učeničkih crteža te dobiti bolji uvid u

elemente crteža koji nekada nisu vidljivi bez odgovora na postavljena pitanja, što omogućava da su prikupljeni podaci valjani i objektivni.

Svaki razred sortiran je zasebno nakon samog istraživanja kako se crteži ne bi pomiješali (3. a, 3.b i 3. c).

#### 5.4. Primjer analize učeničkog crteža

Ovdje prikazujem jedan primjer analize crteža djevojčice Pie. Učenica je nacrtala svoj tipičan sat geometrije te je odgovorila na pitanja o svom crtežu (slika 2 i slika 3).

Od Wittmanovih fundamentalnih ideja iz geometrije na crtežu su prikazane sljedeće (slika 2):

- Jednodimenzionalne ideje: pravac, dužina
- Dvodimenzionalne ideje: trokut, kvadrat, krug
- Trodimenzionalne ideje: kocka
- Geometrijska svojstva: izlomljene, zakrivljene crte, dužina  $\overline{AB}$  (početna i krajnja točka  $A$  i  $B$ )

Kod razrednog ozračja prema kombiniranom Moosovom (1973) modelu te Kuzle i Glasnović Gracin modelu (2019) s obzirom na verbalnu i neverbalnu komunikaciju prva dimenzija je: položaj učiteljice je ispred ploče. Od odnosa prema učenicima vidljivo je da učiteljica daje upute učenicima ("Prepišite pitanja u bilježnicu."). Psihološka dimenzija - učiteljevo raspoloženje je sljedeća : učiteljica je sretna i zadovoljna razredom (vidljivo iz pisanog odgovora o crtežu).

Pri analizi prve dimenzije položaja učenika vidljivo je da su učenici na svome mjestu. Kada je riječ o analizi aktivnosti učenika, iz crteža je vidljivo da učenici ispituju (jer je učenica kao odgovor napisala da diže ruku kako bi mogla pitati nešto učiteljicu), prepisuju s ploče (odgovor na pitanje: neki pišu što učiteljica piše na ploču), slušaju (odgovor: neki učenici slušaju) te iznose nematematički komentar (dva učenika i dvije učenice međusobno razgovaraju). Kod dimenzije odnos s ostalim učenicima vidljivo je da dva učenika međusobno razgovaraju (dva učenika: "Što ćeš biti kad odrasteš? Ja pilot.", "Ja astronaut." te razgovor učenica: "Hoćeš van nakon škole?", "Ne znam."). Dimenzija učeničko raspoloženje na satu vidljivo je iz

učenčkog odgovora: sretni su (odgovor: osjećaju se sretno). Dakle, emocionalna atmosfera je pozitivna jer su i učiteljica i učenici sretni (napisane su pozitivne emocije) te je učiteljica zadovoljna razredom.

Pri analizi socijalnog oblika rada vidljivo je frontalno poučavanje jer učiteljica daje upute cijelom razredu da prepisu pitanja u bilježnicu.

Pri analizi razmještaja klupa vidljivo je nacrtan tradicionalni razmještaj primjeren frontalnom poučavanju.

Druga dimenzija razrednog ozračja - cilj i jasnoća cilja lekcije vrednovat će se da je zadatak zadan jer im je dana uputa da prepisu pitanja u bilježnicu.

Treća dimenzija razrednog ozračja - održavanje i promjena sustava neće biti vrednovana jer nisu prisutni nikakvi disciplinski komentari niti su napisani pod odgovorima. Stoga im ne možemo dodijeliti bodove.

Dragi/a PIA,

ja se zovem Ana i nova sam učenica u tvom razredu. Ovim pismom htjela bih upoznati moj novi razred. Nacrtaj sliku svog razreda – učiteljicu i učenike na satu geometrije.

Koristi oblačiće kako bi opisao/la razgovor i razmišljanja učenika i učiteljice. Ne zaboravi nacrtati i sebe u razredu! Pokraj sebe dopiši JA.

Puno ti hvala i radujem se skorašnjem susretu!  
Tvoja Ana



Slika: Tvoj razred za vrijeme nastave matematike – Geometrija



Slika 2. Učnički prikaz tipičnog sata geometrije u 3. razredu

Opisi što ti radiš na ovoj slici.

Ja držim ruku da mogu pitati nešto učiteljicu

Što radi učiteljica? Je li zadovoljna s razredom? Kakvog je raspoloženja?

Učiteljica piše na ploču i postavlja pitanja zadovoljna je i razredom i učiteljica je sretna.

Što rade ostali učenici? Kako se osjećaju? Slušaju li svi? Objasni ukratko.

Neki učenici drže ruku, neki pričaju, neki pišu šta učiteljica piše na ploču, a neki slušaju sretna se osjećaju svi slušaju neki baš ne slušaju.

Slika 3. Učenički odgovori na postavljena pitanja o crtežu na kojem je prikazan tipičan sat geometrije učenice trećeg razreda

### 5.5. Rezultati - fundamentalne ideje u nastavi geometrije

Prikupljeni kodovi analize svakog instrumenata stavljeni su u tablice i podatci su obrađeni i prikazani deskriptivnom statistikom. Slijedi prikaz rezultata fundamentalnih ideja zbirno, a zatim uspoređujući rezultate između razreda.

Tablica 15. Prikaz zbirnih rezultata fundamentalnih ideja u nastavi geometrije

<b>Fundamentalne ideje vidljive na crtežima</b>	<b>Apsolutna frekvencija (57)</b>	<b>U postotku</b>
Nul-dimenzionalni objekti	0	0 %
Jednodimenzionalni objekti	20	35 %
Dvodimenzionalni objekti	29	51 %
Trodimenzionalni objekti	16	28 %
Geometrijska svojstva	18	31 %
Pribor za crtanje	6	10 %
Predmeti iz svakodnevnog uporabe	4	7 %
Mjerenje dužine	4	7 %
Mjerenje opsega	0	0 %
Mjerenje površine	0	0 %
Mjerenje volumena	0	0 %

Od fundamentalnih ideja prema Wittmanu, učenici su na svojim crtežima najviše prikazali dvodimenzionalne objekte (51 %) to jest geometrijske likove, i to čak polovina ispitanih učenika. Trećina učenika prikazala je jednodimenzionalne objekte (35 %) te zatim geometrijska svojstva (31%) u nešto manjem postotku. Nakon toga slijede trodimenzionalni objekti (28 %) prikazani na manje od 1/3 crteža. Osim toga, na malom broju crteža prikazan je pribor iz geometrije (10 %), predmeti iz svakodnevice (7 %) te mjerenje dužine (7 %).

Tablica 16. Prikaz rezultata fundamentalnih ideje između razreda

<b>Fundamentalne ideje vidljive na crtežima</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3.b (uk. 22 učenika)</b>
Nul-dimenzionalni objekti	0 %	0 %	0 %
Jednodimenzionalni objekti	40 %	35 %	32 %
Dvodimenzionalni objekti	53 %	55 %	45 %
Trodimenzionalni objekti	27 %	55 %	4 %
Geometrijska svojstva	33 %	20 %	41 %
Pribor za crtanje	13 %	10 %	9 %
Predmeti iz svakodnevnog uporabe	13 %	10 %	0 %
Mjerenje dužine	0 %	10 %	9 %
Mjerenje opsega	0 %	0 %	0 %



Mjerenje površine	0 %	0 %	0 %
Mjerenje volumena	0 %	0 %	0 %

Uspoređujući prikaz fundamentalnih ideja među razredima, sva tri razreda najviše su prikazala dvodimenzionalne objekte (53 %, 55 % i 45 %) i to u svakom razredu otprilike polovina ispitanih učenika. Zatim su u podjednakoj mjeri prikazani jednodimenzionalni objekti (40 %, 35 % i 32 %) te geometrijska svojstva s manjim razlikama u rezultatima (33 %, 20 % i 41 %). Veće razlike dobivene su pri prikazu trodimenzionalnih objekata gdje je u jednom razredu polovina učenika prikazala trodimenzionalne objekte (55 %), zatim u drugom razredu jedna trećina učenika (27 %) te su u posljednjem razredu trodimenzionalni objekti prisutni su na samo jednom crtežu (4 %) jer su u većoj mjeri prikazani dvodimenzionalni objekti (45 %) i geometrijska svojstva (41 %). Nakon toga je u podjednakoj mjeri, u svim razredima, na manjem broju crteža prikazan pribor za crtanje (13 %, 10 % i 9 %). U samo dva razreda prikazani su predmeti iz svakodnevnog uporabe (13 % i 10 %) te mjerenje dužine (10 % i 9 %).

### 5.6. Rezultati - razredno ozračje u nastavi geometrije

Slijedi prikaz razredno-nastavnog ozračja na sve tri dimenzije uz prikaz raspoloženja učenika i učitelja kao psihološke dimenzije razrednog ozračja, posebno za učitelja i posebno za učenike.

Najprije su prikazani zbirni rezultati te zatim tablice s usporedbama između sva tri razreda.

Tablica 17. Zbirni prikaz rezultata prve dimenzije socijalne klime - verbalna i neverbalna komunikacija učitelja

Verbalna i neverbalna komunikacija učitelja		
Položaj unutar razreda/ u odnosu na učenike	Apsolutna frekvencija (57)	U postotku
Ispred ploče	36	63 %

Među učenicima	9	16 %
Kod stola	6	11 %
Negdje u razredu	4	7 %
Ne može se odrediti položaj (učitelj nije prikazan)	2	3 %
<b>Odnos prema učenicima</b>	<b>Apsolutna frekvencija (57)</b>	<b>U postotku</b>
Pomaže učenicima	3	5 %
Pozitivna povratna informacija	6	10 %
Negativna povratna informacija	2	3 %
Matematičko pitanje	24	42 %
Matematička izjava	11	19 %
Promatranje	1	2 %
Nematematički komentar	1	2 %
Pasivan (nema komunikacije)	8	14 %
Proziva učenike	8	14 %
Daje upute	8	14 %
Potiče učenike na rad	2	3 %
Ne može se odrediti	1	2 %

Kada je riječ o položaju učitelja u razredu, više od polovine svih učenika, prikazalo je učiteljicu ispred ploče (63 %), zatim manji postotak (16 %) prikazao je učiteljicu među učenicima, kod stola (11 %), negdje u razredu (7 %) te se na dva crteža (3 %) nije mogao odrediti položaj učiteljice jer učiteljica nije bila prikazana.

Pri dimenziji odnosa prema učenicima, skoro polovina učenika (42 %) prikazala je učiteljicu kako postavlja matematičko pitanje. Na manjem broju crtežu učiteljica je prikazana kako iznosi matematičku izjavu (19 %). U nešto manjem postotku (14 %) učenici su prikazali učiteljicu kako je pasivna (nema komunikacije s njezine strane), kako proziva učenike (14 %) i kako daje učenicima upute (14 %). Mali broj učenika prikazao je učiteljicu kako daje pozitivnu povratnu informaciju (10 %). Na svega par crteža učiteljica pomaže učenicima (5 %), potiče učenike na rad (3 %), daje negativnu povratnu informaciju (3 %), promatra učenike (2 %), daje nematematički komentar (2 %). Na jednom crtežu (2 %) ne može se odrediti aktivnost učiteljice.

Tablica 18. Prikaz rezultata prve dimenzije socijalne klime - verbalna i neverbalna komunikacija učitelja među razredima

<b>Verbalna i neverbalna komunikacija učitelja</b>			
<b>Položaj unutar razreda/ u odnosu na učenike</b>	<b>Postotak za 3.a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Ispred ploče	60 %	60 %	68 %
Među učenicima	27 %	15 %	9 %
Kod stola	13 %	5 %	14 %
Negdje u razredu	0 %	15 %	4 %
Ne može se odrediti položaj (učitelj nije prikazan)	0 %	5 %	4 %
<b>Odnos prema učenicima</b>	<b>U postotku</b>	<b>U postotku</b>	<b>U postotku</b>
Pomaže učenicima	0 %	10 %	4 %
Pozitivna povratna informacija	13 %	15 %	4 %
Negativna povratna informacija	0 %	10 %	0 %
Matematičko pitanje	47 %	40 %	41 %
Matematička izjava	13 %	10 %	32 %
Promatranje	0 %	0 %	4 %

Nematematički komentar	0 %	5 %	0 %
Pasivan (nema komunikacije)	20 %	5 %	18 %
Proziva učenike	7 %	35 %	0 %
Daje upute	27 %	20 %	0 %
Potiče učenike na rad	13 %	0 %	0 %
Ne može se odrediti	0 %	0 %	4 %

Uspoređujući rezultate između razreda o položaju učitelja u razredu, vidljivo je da je više o polovine učenika svakog razreda (60 %, 60 % i 68 %) prikazalo učiteljicu ispred ploče. Nakon toga slijedi prikaz učiteljice među učenicima (15 % i 9 %) gdje je malo veći postotak prisutan u jednom razredu (27%). U vrlo malom postotku učiteljica je prikazana kod stola (13%, 5 %, 14%). Zatim je u dva razreda na vrlo malom broju crteža (15 % i 4 %) učiteljica prikazana negdje u razredu te se u dva razreda na po jednom crtežu (5 % i 4 %) ne može odrediti položaj učiteljice.

Uspoređujući rezultate odnosa prema učenicima, u podjednakom postotku (47 %, 40 % i 41%) u sva tri razreda učiteljica je prikazana kako postavlja matematičko pitanje. Zatim je u jednom razredu na jednoj trećini crteža (32 %) prikazana kako iznosi matematičku izjavu, dok u druga dva u manjem postotku (13 % i 10 %). Nakon toga je u dva razreda u podjednakom postotku (20 % i 18 %) prikazana pasivnom dok u trećem razredu na samo jednom crtežu (5 %). Zatim je u sva tri razreda, u malom postotku, učiteljica prikazana kako daje pozitivnu povratnu informaciju (13 %, 15 % i 4 %). U dva razreda (27 % i 20 %) prikazana je kako daje upute te kako proziva učenike (7 % i 35 %). Zatim je u dva razreda, u malom postotku, prikazana kako pomaže učenicima (10 % i 4 %). U jednom razredu na dva crteža (13 %) prikazana je kako potiče učenike na rad te u drugom razredu na 2 crteža (10 %) kako daje negativnu povratnu informaciju. U jednom razredu na jednom crtežu (5%) prikazana je pasivna te u jednom razredu na jednom crtežu (4 %) promatra učenike. Na jednom crtežu (4%) ne može se odrediti odnos prema učenicima.

Nadalje, slijedi zbirni prikaz raspoloženja učitelja u sva tri treća razreda, a zatim s usporedbom među razredima.

Tablica 19. Zbirni prikaz učiteljevog raspoloženja

<b>Učiteljevo raspoloženje</b>	<b>Apsolutna frekvencija (N = 57)</b>	<b>U postotku</b>
Zadovoljna	30	53 %
Nezadovoljna	6	10 %
Sretna/Vesela	21	37 %
Tužna/Ljuta	5	9 %
Ne može se odrediti (nije nacrtano ili napisano)	21	37 %

Rezultati pokazuju da je polovina svih učenika (53 %) prikazala učiteljicu zadovoljnom razredom te je jedna trećina učenika (37 %) prikazala učiteljicu sretnom/veselom. Na polovini crteža ne može se odrediti učiteljevo raspoloženje (37 %) jer ili nema odgovora ili se ne može kodirati iz crteža. Na vrlo malom broju crteža (10 %) učiteljica je prikazana nezadovoljnom razredom (jer učenici ne znaju odgovoriti na pitanje ili riješiti zadatak) te tužnom/ljutom (9 %).

Tablica 20. Prikaz rezultata učiteljevog raspoloženja između razreda

<b>Učiteljevo raspoloženje</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Zadovoljna	80 %	75 %	14 %
Nezadovoljna	7 %	20 %	4 %
Sretna/Vesela	87 %	70 %	18 %
Tužna/Ljuta	0 %	25 %	0 %
Ne može se odrediti (nije nacrtano ili napisano)	13 %	5 %	82 %

Uspoređujući rezultate među razredima, rezultati pokazuju veće razlike između dva razreda koja su dobila pitanja o raspoloženju učiteljice i razredu koji nije dobio ta pitanja. No u sva tri razreda učiteljica je više zadovoljna nego nezadovoljna razredom te sretna i vesela, a ne tužna ili ljuta. U dva razreda učiteljica je zadovoljna

razredom (80 % i 75 %) te u preostalom razredu u manjem postotku (14 %). U dva razreda na više od dvije trećine crteža prikazana je sretna/vesela (87 % i 70 %) dok u malom postotku u posljednjem razredu (18 %). U samo jednom razredu, na 5 crteža (25 %) prikazana je tužnom/ljutom. U jednom razredu na 4 crteža (20 %) prikazana je nezadovoljna, dok u preostala dva razreda na samo jednom crtežu (7 % i 4 %). Na vrlo malom broju crteža u dva razreda ne može se odrediti učiteljevo raspoloženje (13 % i 5 %) dok se u posljednjem razredu na 18 crteža ne može odrediti učiteljevo raspoloženje (82 %).

Tablica 21. Zbirni prikaz rezultata prve dimenzije socijalne klime - verbalna i neverbalna komunikacija učenika

<b>Verbalna i neverbalna komunikacija učenika</b>		
<b>Položaj unutar razreda/ u odnosu na ostale učenike</b>	<b>Broj ponavljanja (N = 57)</b>	<b>U postotku</b>
Kod/na ploči	7	12 %
Kod stola	0	0 %
Pokraj učitelja	6	10 %
Ispred ploče	1	2 %
Među ostalim učenicima	4	7 %
Na svom mjestu	46	81 %
Negdje u razredu	0	0 %
Kod drugog učenika	3	5 %
Ne može se odrediti	3	5 %
<b>Aktivnost učenika</b>	<b>Apsolutna frekvencija (57)</b>	<b>U postotku</b>
Sluša/Pasivan	40	70 %
Odgovara	24	42 %
Radi zadatke na ploči /svome mjestu	11	19 %
Ispituje (pitanje o matematičkom sadržaju)	2	3 %
Traži pomoć	0	0 %

Provjerava/preispituje	0	0 %
Raspravlja	1	2 %
Nematematički komentar/misao/pitanje	20	35 %
Piše/prepisuje u bilježnicu	6	0 %
Radi u tišini	6	10 %
Daj povratnu informaciju da ne razumije, ne zna	7	12 %
<b>Odnos s ostalim učenicima</b>	<b>Apsolutna frekvencija (57)</b>	<b>U postotku</b>
Ne komunicira s drugim učenicima	41	72 %
Dva učenika razgovaraju ( i pozitivno i negativno)	14	24 %
Učenici se međusobno ohrabruju	0	0 %
Učenik pita za pomoć drugog učenika	2	3 %
Učenici se potiču	0	0 %
Učenici negativno komentiraju druge učenike	1	2 %
Natječu se	0	0 %
Ostali učenici nisu prikazani	2	3 %

Kada pogledamo položaj učenika u razredu, rezultati pokazuju da su ispitanici najviše prikazali učenike na svom mjestu (81 %), zatim u manjem postotku kod/na ploči (12 %), pokraj učitelja (10 %), među ostalim učenicima (7 %), kod drugog učenika (5 %) te ispred ploče (2 %). Na tri crteža se ne može odrediti položaj učenika (5 %).

Prema aktivnosti, učenici su najviše prikazani kako slušaju učiteljicu (70 %), a potom kako odgovaraju (42 %), u najvećem postotku, na pitanja učiteljice. Zatim su prikazani s nematematičkim komentarem ili mišlju (35 %). Na manjem broju crteža prikazani su kako rade zadatke na ploči/svome mjestu (19 %), kako daju povratnu informaciju da ne razumiju, ne znaju (12 %), kako rade u tišini (10 %) ili prepisuju u bilježnicu (10 %). Na ukupno dva crteža ispituju pitanje o matematičkom sadržaju (3 %) te na jednom crtežu raspravljaju (2 %).

Rezultati odnosa s ostalim učenicima pokazuju da najviše učenika ne komunicira s ostalim učenicima (72 %), a zatim su dva učenika prikazana kako razgovaraju (24 %). Na dva crteža učenik pita za pomoć drugog učenika (3 %) te na jednom crtežu učenici negativno komentiraju druge učenike (2 %). Na sveukupno dva crteža ostali učenici nisu prikazani (3 %).

Tablica 22. Prikaz rezultata prve dimenzije socijalne klime - verbalne i neverbalne komunikacije učenika među razredima

<b>Verbalna i neverbalna komunikacija učenika</b>			
<b>Položaj unutar razreda/ u odnosu na ostale učenike</b>	<b>Postotak za 3.a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Kod/na ploči	7 %	30 %	0 %
Kod stola	0 %	0 %	0 %
Pokraj učitelja	0 %	15 %	14 %
Ispred ploče	7 %	0 %	0 %
Među ostalim učenicima	0 %	0 %	18 %
Na svom mjestu	100 %	90 %	59 %
Negdje u razredu	0 %	0 %	0 %
Kod drugog učenika	0 %	0 %	0 %



Ne može se odrediti	0 %	5 %	9 %
<b>Aktivnost učenika</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Sluša/Pasivan	67 %	85 %	59 %
Odgovara	53 %	35 %	41 %
Radi zadatke na ploči /svome mjestu	13 %	30 %	14 %
Ispituje (pitanje o matematičkom sadržaju)	7 %	0 %	4 %
Traži pomoć	0 %	0 %	0 %
Provjerava/preispituje	0 %	0 %	0 %
Raspravlja	0 %	5 %	0 %
Nematematički komentar/misao/Pitanje	40 %	50 %	18 %
Piše/prepisuje u bilježnicu	27 %	0 %	9 %
Radi u tišini	7 %	15 %	9 %
Daj povratnu informaciju da ne razumije, ne zna	7 %	10 %	18 %
<b>Odnos s ostalim učenicima</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Ne komunicira s drugim učenicima	27 %	90 %	86 %
Dva učenika razgovaraju ( i	73 %	15 %	0 %

pozitivno i negativno)			
Učenici se međusobno ohrabruju	0 %	0 %	0 %
Učenik pita za pomoć drugog učenika	0 %	5 %	4 %
Učenici se potiču	0 %	0 %	0 %
Učenici negativno komentiraju druge učenike	0 %	0 %	0 %
Natječe se	7 %	0 %	0 %
Ostali učenici nisu prikazani	0 %	0 %	9 %

Usporedba rezultata između razreda ukazuju da su prva dva razreda najviše prikazala učenike na svome mjestu (100 %, 90 %) dok u posljednjem razredu u manjem postotku (59 %) iako je više od polovine učenika prikazalo učenike na svom mjestu. Zatim je u dva razreda na svega 3 crteža učenik prikazan pokraj učitelja (15 % i 14 %). U dva razreda prikazani su kod/na ploči, u jednom razredu na jednom crtežu (7 %) dok u drugom razredu u većem postotku (30 %). U jednom razredu učenici su prikazani među ostalim učenicima (18 %), odnosno nije se mogao odrediti njihov točan položaj. U jednom razredu na jednom crtežu (7 %) prikazani su ispred ploče. U dva razreda na jednom (5 %) te na dva crteža (9 %) ne može se odrediti položaj učenika.

Pri usporedbi aktivnosti učenika među razredima, u sva tri razreda učenici su prikazani kako slušaju učiteljicu odnosno kako su pasivni jer su odgovori bili 'slušamo učiteljicu', no razlike među razredima su vidljive. U prvom i trećem razredu, malo više od polovine učenika (67 % i 59 %) prikazalo je učenike kako slušaju učiteljicu dok su u drugom razredu gotovo svi učenici (85 %), osim troje učenika, prikazali učenike kako slušaju učiteljicu. Zatim su u podjednako mjeri prikazani kako odgovaraju na pitanje učiteljice ili učenika (53 %, 35 % i 41 %). U

prva dva razreda gotovo na polovini crteža učenici su prikazani s nematematičkim komentarom ili mišlju (40 %, 50 %), dok su u posljednjem razredu na malom broju crteža (18 %) učenici prikazani s nematematičkim komentarom ili mišlju. U svakom razredu, na malom broju crteža prikazani su kako rade matematičke zadatke na ploči ili svome mjestu (13 %, 30 % i 14 %). U vrlo malom postotku učenici su u svakom razredu prikazani kako rade u tišini (7 %, 15 % i 9 %) te kako daju povratnu informaciju da ne znaju, ne razumiju (7 %, 10 % i 18 %). U dva razreda učenici su prikazani kako pišu/prepisuju u bilježnicu (27 % i 9 %) te u dva razreda kako ispituju pitanja o matematičkom sadržaju (7 % i 4 %). U jednom razredu, na jednom crtežu učenici su prikazani kako međusobno raspravljaju koji je točan odgovor (5 %).

Uspoređujući rezultate odnosa učenika s drugim učenicima, vidljive su veće razlike među razredima. U druga dva razreda učenici su najviše prikazani kako ne komuniciraju s drugim učenicima (90 % i 86 %) dok u prvom razredu na vrlo malom broju crteža (27 %) učenici međusobno ne komuniciraju. U tom razredu učenici su najviše prikazani kako međusobno komuniciraju (73 %), dok u drugom razredu na samo 3 crteža (15 %), a u posljednjem razredu učenici nisu prikazani kako međusobno komuniciraju. Zatim u dva razreda na jednom crtežu učenik pita drugog učenika za pomoć (5 % i 4 %), u jednom razredu na jednom crtežu učenici se međusobno natječu (ja znam više) (7 %) te u jednom razredu na dva crteža ostali učenici nisu prikazani (9 %).

Zadnja odrednica je raspoloženje učenika u svakom razredu kao psihološka dimenzija razrednog ozračja. Najprije su prikazani zbirni rezultati, a zatim s usporedbom među razredima.

Tablica 23. Zbirni rezultati učenikovog raspoloženja na satu

<b>Učeničko raspoloženje</b>	<b>Apsolutna frekvencija (N= 57)</b>	<b>U postotku</b>
Sretan/Veseo	24	42 %
Tužan/Ljut	8	14 %
Ne može se odrediti/ nije odgovoreno	25	44 %

Vidljivo je da je da su učenici u većem postotku prikazani sretni (42%) nego tužni/ljuti (14%). Ipak, u najvećem postotku učeničko raspoloženje ne može se odrediti jer su nacrtani straga ili na pitanja o učeničkom raspoloženju učenici nisu odgovorili (44%).

Tablica 24. Rezultati učeničkog raspoloženja između razreda

<b>Učeničko raspoloženje</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Sretan/Veseo	73 %	60 %	4 %
Tužan/Ljut	27 %	20 %	0 %
Ne može se odrediti/nije odgovoreno	0 %	20 %	95 %

Uspoređujući rezultate između razreda, u najvećem postotku u dva razreda učenici su prikazani sretni/veseli (73% i 60 %) dok je u trećem razredu samo na jednom crtežu bilo moguće odrediti da su učenici sretni/veseli (4 %) jer im nisu bila postavljena ta pitanja te se navedeni element nije mogao kodirati niti iz crteža (zbog loši prikaza lica). U dva razreda na 4 crteža učenici su prikazani tužni/ljuti (27 % i 20 %) dok u posljednjem razredu niti jedan učenik nije prikazan tužan/ljut (ne možemo u potpunosti znati jer nemamo odgovore koje bi prikupili za tu dimenziju). U najvećem postotku, i to na 21 crtežu od 22 (95 %), nije se moglo odrediti raspoloženje učenika iz crteža jer im pitanja o raspoloženju učenika nisu postavljena. Isto tako na 4 crteža drugog trećeg razreda nije se moglo odrediti raspoloženje (20 %) dok su prvom trećem razredu svi učenici odgovorili na to pitanje stoga nema crteža na kojim se nije moglo odrediti učeničko raspoloženje.

Slijedi prikaz socijalnih oblika rada kao prve dimenzija razrednog ozračja, najprije zbirno, a zatim uspoređujući rezultate među razredima.

Tablica 25. Zbirni prikaz rezultata prve dimenzije razrednog ozračja - socijalni oblici rada u nastavi

<b>METODE RADA (SOCIJALNI OBLIK RADA)</b>	<b>Apsolutna frekvencija (N= 57)</b>	<b>Postotak</b>
Frontalno poučavanje	45	79 %
Individualni rad	8	14 %
Grupni rad	1	2 %
Rad u paru	0	0 %
Rad/diskusija u polukrugu	0	0 %
Ne može se odrediti/ostali učenici nisu prikazani	3	5 %

Rezultati pokazuju da je više od dvije trećine učenika (79 %) prikazalo frontalno poučavanje na tipičnom satu geometrije. Na osam crteža (14 %) je prikazan individualni oblik rada, jedan crtež (2 %) prikazuje grupni rad, a na tri crteža (5 %) ne može se odrediti oblik rada.

Tablica 26. Rezultati prve dimenzije razrednog ozračja - socijalni oblici rada u nastavi uspoređujući sva tri treća razreda

<b>METODE RADA (SOCIJALNI OBLIK RADA)</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Frontalno poučavanje	80 %	85 %	73 %
Individualni rad	13 %	15 %	14 %
Grupni rad	0 %	0 %	4 %
Rad u paru	0 %	0 %	0 %
Rad/diskusija u polukrugu	0 %	0 %	0 %
Ne može se odrediti/ostali učenici nisu prikazani	6 %	0 %	9 %

Uspoređujući rezultate između razreda vidljivo je da su sva tri razreda najviše prikazala frontalno poučavanje u podjednakim udjelima (80 %, 85 %, 73 %). Mali broj crteža u svakom razredu prikazuje individualni oblik rada (13 % , 15 % i 14 %), dok je na samo jednom crtežu (4 %) u posljednjem trećem razredu prikazan grupni rad. U dva razreda, na jednom crtežu (6 %) i na dva crteža (9 %) ne može se odrediti oblik rada.

Nakon prikaza metoda rada slijedi prikaz razmještaja klupa u učionici kao zadnjeg dijela prve dimenzije razrednog ozračja. Isto kao i u prethodnim tablicama, najprije su rezultati prikazani zbirno, a zatim uspoređujući rezultate između razreda.

Tablica 27. Zbirni prikaz rezultata prve dimenzije razrednog ozračja - razmještaj klupa u učionici

<b>RAZMJJEŠTAJ KLUPA</b>	<b>Apsolutna frekvencija (57)</b>	<b>Postotak</b>
Tradicionalni razmještaj	35	61 %
U-oblik	0	0 %
Različit razmještaj (kombinirani)	0	0 %
(polu)kružni razmještaj	0	0 %
Grupni razmještaj	1	2 %
Ne može se odrediti (nije nacrtano)	21	37 %

U tablici je vidljivo da je više od polovine učenika (61 %) prikazalo tradicionalni razmještaj, dok se na malo više od trećine crteža (37 %) ne može odrediti razmještaj klupa jer nisu prikazani, odnosno nije prikazan dovoljan broj klupa kako bi se odredio razmještaj. Na jednom crtežu (2 %) prikazan je grupni razmještaj.

Tablica 28. Rezultati prve dimenzija razrednog ozračja - razmještaj klupa u učionici između razreda

<b>RAZMJJEŠTAJ KLUPA</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Tradicionalni razmještaj	33 %	70 %	73 %
U-oblik	0 %	0 %	0 %
Različit razmještaj (kombinirani)	0 %	0 %	0 %
(polu)kružni razmještaj	0 %	0 %	0 %
Grupni razmještaj	0 %	0 %	4 %
Ne može se odrediti (nije nacrtano)	67%	30 %	23 %

Razlike među razredima nema jer je u sva tri razreda prikazan samo tradicionalni razmještaj klupa (33 %, 70 % i 73 %) i to na više od dvije trećine crteža, osim u jednom razredu gdje je tradicionalni razmještaj prikazan na samo 5 crteža (33 %) jer se u većoj mjeri nije mogao odrediti razmještaj. U jednom razredu, grupni rad prikazan je na jednom crtežu (4 %). U jednom razredu na više od polovine crteža (67 %) nije se mogao odrediti razmještaj klupa, dok u ostala dva razreda na vrlo malom broju crteža (30 % i 23 %).

Nakon prikazane prve dimenzije razrednog ozračja, slijedi prikaz druge dimenzije razrednog ozračja odnosno rezultata dimenzije orijentacije prema cilju. Isto tako najprije su rezultati prikazani zbirno, a zatim su uspoređeni među razredima.

Tablica 29. Zbirni prikaz rezultata druge dimenzije razrednog ozračja - cilj i jasnoća lekcije

<b>CILJ I JASNOĆA CILJA LEKCIJE</b>	<b>Apsolutna frekvencija (N= 57)</b>	<b>Postotak</b>
Učitelj prikazuje sadržaj na ploči/objašnjava zadatak	33	58 %
Učenici sami rješavaju zadatke	9	16 %
Geometrijska nastavna sredstva i pomagala koriste učenici ili učitelj	2	3 %
Zadatak je zadan	17	30 %
Nema matematičkog sadržaja	7	12 %
Matematički zadatak se ne rješava	3	5 %

Rezultati druge dimenzije razrednog ozračja; cilj i jasnoća lekcije pokazuju da na polovini crteža (58 %) učiteljica prikazuje sadržaj na ploči. Na skoro jednoj trećini crteža (30 %) zadatak je zadan, odnosno učiteljica je dala upute učenicima da prepisu zadatak s ploče ili je napisala strane udžbenika za vježbu. Na malom broju crteža (16 %) učenici sami rješavaju zadatke, a na 7 crteža (12 %) nema prikazanog matematičkog sadržaja. Na 3 crteža matematički zadatak se ne rješava (5 %) jer je samo prikazan matematički sadržaj na ploči te se na dva crteža (3 %) koriste nastavna sredstva i pomagala od strane učiteljice i učenika.



Tablica 30. Rezultati druga dimenzija razrednog ozračja - cilj i jasnoća lekcije između razreda

<b>CILJ I JASNOĆA CILJA LEKCIJE</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Učitelji prikazuje sadržaj na ploči/objašnjava zadatak	53 %	65 %	54 %
Učenici sami rješavaju zadatke	13 %	15 %	18 %
Geometrijska nastavna sredstva i pomagala koriste učenici ili učitelj	0 %	10 %	0 %
Zadatak je zadan	40 %	55 %	0 %
Nema matematičkog sadržaja	20 %	5 %	14 %
Matematički zadatak se ne rješava	0 %	0 %	14 %

Uspoređujući rezultate dimenzije cilj i jasnoća cilja lekcije među razredima, u sva tri razreda najviše je prikazana učiteljica kako prikazuje sadržaj na ploči (53 %, 65% i 54 %). U dva razreda na polovini crteža zadatak je zadan (40 % i 55 %). U sva tri razreda na nekoliko crteža učenici sami rješavaju zadatke (13 %, 15 % i 18 %) te na manjem broju crteža nema matematičkog sadržaja (20 %, 5 % i 14 %). U jednom razredu na dva crteža (10 %) prikazana su geometrijska nastavna sredstva i pomagala korištena od učenika i učiteljice. U samo jednom razredu na 3 crteža (14 %) matematički zadatak se ne rješava.

Na kraju je prikazan zbirni rezultat discipline te nakon toga usporedba rezultata među razredima.

Tablica 31. Rezultati treće dimenzije razrednog ozračja - održavanje i promjena sustava između razreda

<b>DISCIPLINA</b>	<b>Apsolutna frekvencija (N= 57)</b>	<b>Postotak</b>
Učenik održava disciplinu	2	3 %
Učitelj održava disciplinu	5	9 %
Ne može se odrediti /nema disciplinskih intervencija	50	88 %

Rezultati pokazuju da na pet crteža učenici održavaju disciplinu (3 %), a na dva crteža (9 %) učiteljice održavaju disciplinu, dok se na ostalih 50 crteža (88 %) ne može odrediti disciplina jer nema disciplinskih intervencija ili ih učenici nisu prikazali.

Tablica 32. Rezultati treće dimenzije razrednog ozračja - održavanje i promjena sustava između razreda

<b>DISCIPLINA</b>	<b>Postotak za 3. a (uk. 15 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. c (uk. 20 učenika)</b>	<b>Postotak za 3. b (uk. 22 učenika)</b>
Učenik održava disciplinu	0 %	0 %	9 %
Učitelj održava disciplinu	27 %	5 %	0 %
Ne može se odrediti /nema disciplinskih intervencija	73 %	95 %	91 %

Uspoređujući rezultate održavanja discipline među razredima, u samo jednom razredu na dva crteža (9 %) učenici održavaju disciplinu. U dva razreda na malom broju crteža (27 % i 5 %) učiteljice održavaju disciplinu. U najvećoj mjeri u sva tri

razreda (73 %, 95 % i 91 %) ne može se odrediti disciplina jer nikakve disciplinske intervencije nisu prikazane.

### **5.7. Zaključci istraživanja i diskusija**

Svi crteži prikazivali su jednu tipičnu geometrijsku lekciju u učionici (Kuzle i Glasnović Gracin, 2019). S obzirom da su od sedam Wittmanovih fundamentalnih ideja zastupljene samo dvije ideje (Oblik i prostor te Mjerenje) u Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) te Kurikulumu (MZO, 2019) bilo je ključno dobiti bolji uvid u kojoj mjeri su te dvije ideje prisutne u našem obrazovanju to jest u kojoj mjeri se obrađuju u nastavi u trećem razredu s obzirom na navedene teme te u kojoj mjeri ih učenici usvajaju.

Iz prikazanih rezultata fundamentalnih ideja, vidljivo je da učenici vide geometriju kao nastavu geometrijskih likova i geometrijskih svojstva (Witmann (1999); Glasnović Gracin i Kuzle (2018)). Najveći naglasak je na trokutu, krugu i pravokutniku koji su prisutni na svakom drugom crtežu u sva tri razreda te stoga najviše ukazuju na to što je geometrija za ispitane učenike. Ovakva ograničena slika učenika o geometriji dobivena je i u istraživanjima Glasnović Gracin i Kuzle (2018) te Kuzle, Glasnović Gracin i Klunter (2018).

Zatim slijede jednodimenzionalni objekti (dužina, pravac i polupravac) i geometrijska svojstva (kao što su početna i krajnja točka te vrhovi dužina, točke pravca i polupravca). Veliki postotak upravo ovog sadržaja nije neočekivan jer učenici navedeni sadržaj uče u trećem razredu, te su upravo 3 tjedna prije istraživanja (prema navodima učiteljica) obradili te nastavne sadržaje. Stoga možemo reći da učenici pokazuju usvojenost novog nastavnog sadržaja. Uz navedeno, navedeni sadržaj se provlači kroz razrede te nadograđuje kroz svaki razred sve do trećeg razreda, dakako ne u jednakoj mjeri kao geometrijska tijela. Iz navedenog je razumljiva njihova prisutnost na velikom broju crteža (krenuvši od točke, različitih crta, dužine kao spojnice dviju točaka,...).

Zanimljivo je da je pribor za crtanje prikazan u vrlo maloj mjeri (na 2 crteža u svakom razredu) dok je on potreban za sve navedene sadržaje koje su učenici nacrtali kao dijelom svog tipičnog sata geometrije. Vidljivo je da su više fokusirani na

sadržaj, a ne sredstvo kojim se prikazuje taj sadržaj iako ga svi trebaju koristiti kako bi nacrtali te objekte.

Kada je riječ o oblicima iz svakodnevice koji bi trebali biti prisutni u poučavanju jer omogućuju učenicima lakše spoznavanje, ali su i propisani hrvatskim Kurikulumom i Nastavnim planom i programom gdje geometrija treba biti primijenjena u svakodnevnom okruženju (Glasnović Gracin i Kuzle, 2018), rezultati pokazuju da su prikazani na samo dva crteža u dva treća razreda te stoga nisu prisutni u nastavi geometrije što je prisutno i u rezultatima Glasnović Gracin i Kuzle (2018).

Trodimenzionalni objekti (kvadar, kocka, valjak, kugla, piramida) u kombinaciji s geometrijskim likovima u velikoj mjeri su prisutni na crtežima u dva treća razreda (gotovo na svakom trećem crtežu) te oni poistovjećuju nastavu geometrije s geometrijskim tijelima. Ovo je zanimljiv rezultat jer učenici usvajaju detaljnije te pojmove tek u četvrtom razredu te piramidu i valjak usvajaju u prvom razredu samo na razini prepoznavanja (MZOS, 2006). Mogući razlog tomu je da učiteljice u svojoj nastavi koriste usporedbu geometrijskih likova i tijela kada uče geometrijske likove (odgovor kao moguće rješenje pronađen je na crtežima učenika jer su uz geometrijske likove prikazana i geometrijska tijela), no ne možemo biti sigurni jer kao dokaz imamo samo crteže.

U samo jednom razredu i to na dva crteža prisutno je mjerenje dužine, samo u obliku pretvaranja mjernih jedinica, jer je moguće da učenici povezuju crtanje likova s mjerenjem dužine dok je preračunavanje mjernih jedinica kompleksniji sadržaj koji je učenicima bio težak za prikazati na crtežu što je vidljivo i u sličnim rezultatima prisutnim u istraživanju Kuzle, Glasnović Gracin i Klunter (2018). Možda im je sadržaj i u stvarnosti kompleksan i tek su ga tek naučili u trećem razredu te će se mjerenjem i pretvaranjem najviše baviti u četvrtom razredu gdje će više obraćati pažnju na taj sadržaj.

Mjerenje volumena, površine i obujma nisu bili prisutni na crtežima jer će navedene sadržaje učenici spoznavati u četvrtom razredu.

Rezultati fundamentalnih ideja u skladu su s propisanim nastavnim sadržajima (MZOS, 2006) gdje je najveći naglasak upravo na geometrijskim likovima, njihovoj konstrukciji i svojstvima koje je potrebno savladati zbog kasnijeg usvajanja geometrijskih tijela te sadržaji ravnine (dužina, pravac, polupravac) kojima učenici

pokazuju uspješno usvajanje sadržaja učenja u svakom razredu (u ovom slučaju sadržaja trećeg razreda), a propisani su od strane MZOS-a (2006). Iako su prisutne sve fundamentalne ideje propisane Nastavim planom i programom, većina učenika je prikazala samo jednu, dvije dok vrlo rijetko tri fundamentalne ideje na svom crtežu gdje su isti rezultati prisutni i u istraživanju Glasnović Gracin i Kuzle (2018). Veći bi naglasak trebao biti na oblicima iz svakodnevice jer je upravo primjena znanja u svakodnevnom životu cilj nastave geometrije (MZOS, 2006). Isto tako, geometrijski oblici samo su jedna od dimenzija razumijevanja geometrije te upravo fokus na samo tu dimenziju može razviti usko gledište geometrije (Glasnović Gracin i Kuzle, 2018).

Rezultati razrednog ozračja jasno su prikazali kako izgleda nastava geometrije u trećem razredu prema viđenjima učenika jer je uz sadržaje, razredno ozračje ključan element koji određuje kako će se odvijati usvajanje sadržaja. S obzirom na detaljne crteže učenika koji su sadržavali sve dimenzije i kategorije određene istraživanjem, mogao se dobiti jasan uvid u sve tri dimenzije razrednog ozračja (prema Kuzle i Glasnović (2019) i Moosovom modelu (1973)) te djelomične rezultate psihološke dimenzije razrednog ozračja koji igraju važnu ulogu u nastavnom procesu (prema modelu od Laine i Ahtee, 2017). Kada je riječ o položaju učitelja i odnosu s učenicima, učiteljice su najviše prikazane pred pločom (60 %) kako postavljaju matematička pitanja (44 %) ili izriču matematičke izjave (40 %). Nakon toga slijedi prikaz učiteljica među učenicima, kod stola te negdje u razredu. S obzirom na aktivnost, nakon postavljanja pitanja i izricanja matematičke izjave učiteljica je prikazana pasivna (jer učenici nisu napisali nikakav govor kod učiteljica niti točnije odredili aktivnost učiteljice svojim odgovorima; moguće da su zaboravili ili je riječ o ispitima znanja ili samostalnom radu učenika) te kako daje pozitivnu povratnu informaciju (npr. "Kako ja imam pametne učenike"). U manjoj mjeri, prisutno u samo dva razreda, učiteljica daje upute ("prepišite zadatke sa ploče"), proziva učenike (da daju odgovor na njezino pitanje) te pomaže učenicima ("je li vam sve jasno" dok hoda razredom). Nakon toga slijedi prikaz učiteljica među učenicima, kod stola te negdje u razredu (jer nisu nacrtane klupe niti nikakvi objekti u razredu uz pomoć kojih se mogao odrediti točan položaj učiteljice). Stoga, većina učenika doživljava nastavu geometrije kao nastavu u kojoj učiteljica postavlja pitanja te iznosi, prenosi znanje što je u skladu s rezultatima istraživanja Phekonena i suradnika (2011). Bitno je napomenuti da prisutnost pozitivne povratne informacije daje uvid da učiteljice

stvaraju podupiruću i pozitivnu atmosferu gdje bodre svoje učenike što je ključno za otvorenu i podupiruću razrednu klimu (Peters, 2013).

Kada je riječ o učenicima, oni su prikazani na svojim mjestima ponajviše kako slušaju učiteljicu (najveći broj odgovora da svi učenici slušaju učiteljicu kao odgovor na pitanje što rade učenici) što bi značilo da su u velikoj mjeri pasivni na satu geometrije. U dva razreda, u malom postotku učenici su prikazani pokraj učiteljice te na ploči (kako rješavaju zadatak koji im je zadala učiteljica). U samo jednom razredu učenici su u maloj mjeri prikazani ispred ploče (kako prilaze bliže kako bi vidjeli što je učiteljica zapisala), među ostalim učenicima (ondje gdje se nije mogao odrediti njihov položaj u učionici za vrijeme sata geometrije jer nije prikazana učionica već samo učenici) te kod drugog učenika (isto tako učenici su bili poredani jedni do drugih bez nacrtanih klupa). Od ostalih aktivnosti učenika rezultati prikazuju učenike kako odgovaraju na postavljeno pitanje, izriču nematematički komentar (razgovor o tome što će poslije škole, nasmijavaju jedni druge na satu...), rade zadatke (ispravljaju ispite ili vježbaju zadatke), daju povratnu informaciju da ne razumiju (najviše vidljivo iz misli učenika gdje su napisani upitnici, no ovdje može biti i riječ o razmišljanju učenika što ne može točno znati jer nemamo napisano objašnjenje što ti upitnici predstavljaju) i ispituju pitanja o nematematičkom sadržaju. Zanimljiv je dosta visok postotak nematematičkog komentara na učeničkim crtežima gdje najčešće dva učenika razgovaraju o sadržajima izvan škole ("Hoćeš kod mene nakon škole?, Što ti želiš biti kad odrasteš?"). Isti rezultati dobiveni su i u istraživanju Pehkonen, Ahtee i Laine (2016). Idealno bi bilo kada bismo imali bolji uvid u razloge crtanja upravo takvih komentara učenika kod prikaza tipičnog sata geometrije. No nikako ne smijemo zanemariti ove podatke jer oni mogu dati jasnu povratnu informaciju da ovakav način poučavanja nije prikladan učenicima jer ne održava njihovu koncentraciju niti učenici imaju potrebu slušati učiteljicu jer učenici na ovim komentarima pokazuju što je njima u toj dobi najviše na umu (sve samo ne ono što se uči na satu) te da ih je vrlo teško zainteresirati za nastavu i nastavni sadržaj.

Dimenzija odnosa prema drugim učenicima ukazuje da u najvećoj mjeri učenici međusobno ne komuniciraju (jer upravo slušaju učiteljicu), zatim dva učenika međusobno komuniciraju (u najvećoj mjeri nematematički sadržaj) te zatim učenik pita drugog učenika za pomoć. Na jednom crtežu učenici se natječu ('ja znam više').

S obzirom da je učiteljica najviše prikazana ispred ploče kako postavlja pitanja ili izlaže sadržaj, nije iznenađujuće da su učenici na svojim mjestima te da slušaju, u najvećoj mjeri, učiteljicu dok su oni pasivni. Ovakva nastava gdje učiteljica izlaže geometrijski sadržaj te učenici minimalno ostvaruju komunikaciju u skladu je s istraživanjima Glasnović Gracin i Domović (2009), Glasnović Gracin i Kuzle (2018) te Pehkonen, Laine i Ahtee (2017).

Osim socijalne komponente razrednog ozračja, promatrala se i emocionalna odnosno psihološka dimenzija razrednog ozračja. Evans i suradnici (2009) te Bulter i Meyer (2015) vjeruju da razredi s pozitivnim razrednim ozračjem pospješuju angažman u nastavi. Iz rezultata je vidljivo da su učenici procijenili da je emocionalno ozračje i kod učenika i učitelja u nastavi geometrije najviše pozitivno (jer su učenici napisali da su i učiteljica i učenici sretni) zatim neutralno ili se ne može odrediti (jer učenici nisu napisali odgovor ili nisu prikazali učenike i učiteljice na način da se može odrediti ta dimenzija) te u vrlo maloj mjeri negativnom (ljuti) što je u skladu s rezultatima Laine i suradnika (2013, 2015) te Glasnović Gracin i Kuzle (2018). Isto tako, u dva razreda učiteljica je zadovoljna razredom (dakle komunikacijom i aktivnošću učenika) te u vrlo maloj mjeri nezadovoljna (kada učenici prave nered na satu) što podupire rezultate pozitivne emocionalne atmosfere gdje su učenici slobodni izražavati svoje stavove, mišljenja i emocije te nemaju negativne stavove prema matematici. Stav o matematici od najranije dobi može itekako utjecati kako će učenici kasnije reagirati na matematiku na višim razinama. Upravo pozitivna atmosfera omogućava otvoreno i tolerantno učenje te suradnju između učenika i učitelja u kojem učenici mogu slobodno izražavati nerazumijevanje ili neznanje gdje mogu slobodno postaviti pitanje o sadržaju kojim im nije jasan (Laine i Ahtee, 2017). Upravo su i ispitanici na svojim crtežima prikazali da slobodno izražavaju svoje nerazumijevanje sadržaja u pozitivnoj atmosferi. Razlog zašto su učenici istog razreda prikazali različitu emocionalnu atmosferu je jer, prema Hannuli, individualna stanja i karakteristike utječu na to kako učenici interpretiraju različite situacije za vrijeme matematike (Laine i Ahtee, 2017). Pozitivna atmosfera je važna jer podupire cilj poučavanja matematike koji treba stvoriti okruženje za učenje ispunjeno otvorenom, pozitivnom, ohrabrujućom atmosferom (MZO, 2006).

Prema analizi socijalnih oblika rada, dominira frontalno poučavanje (80 %) što je u skladu s rezultatima dimenzije položaja učiteljice pred pločom koja izlaže sadržaj ili

postavlja pitanja cijelom razredu. Isti rezultati dobiveni su u istraživanju Kuzle i Glasnović Gracin (2019). Zatim u vrlo maloj mjeri slijedi individualni rad učenika (2 crteža gdje učenici sami rješavaju zadatke) te na jednom crtežu grupni rad. Grupni rad bio je prisutan na samo jednom crtežu i u istraživanju Kuzle i Glasnović Gracin (2019).

Pri razmještanju klupa u učionici za vrijeme nastave geometrije prevladava tradicionalni razmještaj koji je primjeren i podređen frontalnom poučavanju i omogućuje da su svi učenici usmjereni na učitelja te se pri tom razmještanju učitelji mogu osloniti samo na rad u paru jer je za veće grupacije i rad potreban bolji razmještaj klupa (osobito za grupni rad). Najveći postotak tradicionalnog razmještanja dobiven je i u istraživanju Kuzle i Glasnović Gracin (2019). Svi ostali oblici razmještanja klupa (U-oblik, različit razmještaj (kombinirani), (polu)kružni razmještaj, grupni razmještaj) nisu prikazani na nijednom crtežu. Na 1/3 crteža razmještaj klupa nije se mogao odrediti jer je prikazan mali broj učenika (1, 2 - 4 učenika) ili klupe uopće nisu bile prikazane stoga nije bilo moguće niti bodovati tu dimenziju.

Drugu dimenziju razrednog ozračja, cilj i jasnoću lekcije, 2/3 učenika jasno je prikazalo. Takvi rezultati ukazuju da u nastavi geometrije postoji jasan cilj poučavanja koji se želi ostvariti i koji omogućuje učenicima uključenost u sami proces ostvarenja cilja. Uz to pridonosi njihovom aktivnom doprinosu te zainteresiranosti za geometriju. Učenička svjesnost ciljeva vidljiva je i u rezultatima Kuzle i Glasnović Gracin (2019). U najvećoj mjeri cilj i jasnoću lekcije (na više od polovine crteža) prikazuje učiteljica na ploči ili objašnjava zadatak. Zatim učenici sami rješavaju zadatke (na svega 4 crteža) te na 3 crteža nema matematičkog sadržaja (nije uopće prikazana geometrija). U dva razreda 1/3 učenika prikazala je kako je zadatak zadan (jer ga rješavaju u udžbeniku, rješavaju na ploči ili ga prepisuju sa ploče). U jednom razredu na dva crteža prikazana su geometrijska nastavna sredstva i pomagala koje koriste učenici ili učiteljica (kocka i kugla za kuglanje). U jednom razredu na 3 crteža zadatak se ne rješava jer je geometrijski sadržaj prikazan, no nema komunikacije između učitelja i učenika te se u odgovorima ne radi geometrijski sadržaj ('slikamo se') pri čemu je vidljivo da su neke druge aktivnosti u razredu bile važnije učenicima za prikazati od same geometrije.



Treća i posljednja dimenzija razrednog ozračja je disciplina. Rezultati pokazuju da su disciplinski problemi regulirani te da kada postoji problem postoji i komentar od učiteljice ili učenika. Vrlo mali postotak rezultata ukazuje da učitelji održavaju disciplinu i to na svega pet crteža u sva tri razreda ('Filip i Noel prestanite pričati!'; 'Tiho!'; 'Marko ne spavaj!'; 'Tin rad.'; 'Paula ne brbljaj!') dok na dva crteža učenici održavaju disciplinu ('Šuti!'; 'Šuti i ne drami'). Na ostalim crtežima nemoguće je odrediti tko održava disciplinu što nam može dati pretpostavku da nema većih disciplinskih problema na satu geometrije. Velik udio nematematičkih komentara pokazao bi kako disciplina i ponašanje nisu zadovoljavajući te bi prikazivali negativnu atmosferu (Evans i suradnici, 2009), no mali postotak potrebe za održavanjem discipline je prema Butleru i Meyeru (2015) indikator dobro osmišljene nastave s dobrom nastavničkom disciplinom i ponašanjem učenika što je u skladu s istraživanjem Kuzle i Glasnović Gracin (2019). Ovi rezultati pridonose pozitivnom razrednom ozračju jer je vidljivo međusobno poštivanje učitelja i učenika unutar razreda te svjesnost razrednih normi.

Rezultati pokazuju da je najviše prikazan tradicionalni pristup poučavanja, gdje učiteljica izlaže sadržaj ili ih ispituje pitanja dok su učenici u svojim klupama i slušaju učiteljicu. Razmještaj klupa podređen je tom načinu poučavanja koji u svoje središte stavlja učitelja.

S obzirom da je riječ o istraživanju na malom uzorku iz samo jedne škole, ne možemo generalizirati rezultate na cijelu populaciju. Dakle, ove rezultate fundamentalnih ideja prisutnih u nastavi geometrije, socijalnih i psiholoških elemenata razrednog ozračja nije moguće generalizirati. Isto tako, neke dimenzije su imale visoki rezultat pri stavkama poput 'nemoguće odrediti' ili 'neutralno' te prikazuju nedostatak rezultata koji bi omogućili bolje razumijevanje jer učenicima nije usmjerena pažnja na neke elemente tokom crtanja. Usmjeravanjem pažnje na određene dimenzije ispitivanja javlja se pitanje o objektivnosti takvog istraživanja.

Daljnja istraživanja iziskuju veći uzorak koji bi omogućio uvid u nastavu geometrije koji bi bio od pomoći nastavnicima pri njihovom poboljšanju i prilagođavanju nastave pri čemu bi jasno mogli vidjeti koje elemente nastave je potrebno mijenjati. Isto tako, potrebno je učenicima dati neograničeno vrijeme za crtanje kako bi nacrtali sve elemente koji su im zadani Ana-pismom te kako bi se sve dimenzije mogle

odrediti pomoću tablice. Potrebno je osmisлити i pitanja koja će jasno dati odgovor na to što je prikazano na slici i što su učenici mislili (osim postavljenog pitanja o tome što učenik, učiteljica i učenici rade na slici, bilo bi dobro pitati učenike postoji li još nešto što žele napisati o satu geometrije, a da nisu prikazali na crtežu) te bi se na taj način još detaljnije usmjerilo učenike na samu geometriju i njezino poučavanje. Pritom treba izbjegavati kritički način prikazivanja rezultata jer negativni komentari rijetko vode do promjena u sustavu (nastavnici bi mogli biti uvrijeđeni nekim učeničkim crtežima pa i rezultatima).

Iako su učenički crteži izvrstan način za prikupljanje podataka i dobivanje učeničkih viđenja predmeta, kao i svaki instrument, i ovaj ima svoja ograničenja. Mnogi istraživači upravo razrednog ozračja te fundamentalnih ideja u nastavi geometrije (Pehkonen i suradnici (2011); Laine i Ahtee (2017) ; Glasnović Gracin i Kuzle (2018), (2019)) napominju da neki učenici imaju poteškoća pri crtanju, teško im se izraziti na taj način, neki ne vole crtati, neki crtaju samo one objekte koje im je lako prikazati (vidljivo je iz rezultata da im je teško prikazati mjerne jedinice i mjerenje kao takvo), a neki kopiraju crteže svojih prijatelja u razredu. Također, zbog toga što su učenici u velikom dijelu nacrtani straga te se ne može odrediti njihovo raspoloženje potrebno je postaviti učenicima dodatna pitanja o toj dimenziji kao što je bilo u ovom radu (Kakvog je raspoloženja učiteljica? Kakvog su raspoloženja učenici?). Dakle potrebno je uz crteže odabrati još neke dodatne instrumente koji će omogućiti valjanost rezultata.

No ipak postoje i razlozi zbog kojih je ovo istraživanje pouzdano. Učenici su crtali ove crteže za istraživačicu, a ne za svoju učiteljicu te su stoga bili sigurni da njihova učiteljica neće vidjeti crteže. Time su mogli iskreno i slobodno prikazati svoje viđenje nastave geometrije (Laine i Ahtee, 2017). Isto tako, gotovo većina crteža bila je nedvosmisljena i dani su jasni odgovori na pitanja o crtežu koji su zadovoljavali parametre istraživanja zbog čega rezultati jasno prikazuju stvarnu situaciju u nastavi te su dobra istraživačka metoda za prikupljanje učeničkih predodžbi o nastavi geometrije.

## 6. ZAKLJUČAK

Geometriju neprestano primjenjujemo u svakodnevnom životu te ona zauzima važnu ulogu i dugu tradiciju u obrazovanju. No sve je više vidljivo da nije cijenjena kao aritmetika jer je u matematici u razrednoj nastavi stavljena u drugi plan pri čemu i usmjerenost na njezino poučavanje doživljava sličan tretman jer se promjene polako uvode. Stoga se postavilo pitanje kakva je nastava geometrije u Hrvatskoj i koja su njezina obilježja. Posebno je zanimljivo pitanje kako učenici vide nastavu geometrije.

U sklopu ovog rada provedeno je istraživanje o učeničkim predodžbama u nastavi geometrije kako bi se dobio bolji uvid u nastavu geometrije u trećim razredima. Poseban naglasak bio je na učeničkim prikazima nastave geometrije bez perspektive učitelja. Pritom se željelo saznati koje su fundamentalne ideje prema Wittmanu (1999) prisutne u nastavi te kakvo je razredno ozračje uz sve njegove elemente koji uvelike određuju sami proces poučavanja i ključni su za uspješno usvajanje sadržaja.

Dobiveni rezultati daju jasnu predodžbu nastave geometrije ispitanih učenika trećeg razreda. Iako učenici pokazuju usvojenost fundamentalnih ideja trećeg razreda, njihovo spoznavanje odvija se u razrednom ozračju koje nije u potpunosti usmjereno na učenike i njihov angažman. Rezultati pokazuju tradicionalnu nastavu geometrije, u većoj mjeri, usmjerenu na učitelja, a ne učenika. Iako učiteljice najviše postavljaju pitanja učenicima, to rade frontalnim poučavanjem te učenici odgovaraju na njihova zatvorena pitanja ili ih pasivno slušaju. Kako bi se ostvario cilj lekcije, učiteljica u najvećem postotku iznosi sadržaj na ploči. Osim toga, vrlo malo se koriste nastavna sredstva i pomagala, geometrijski modeli i predmeti iz svakodnevice koji bi trebali pomoći učenicima u spoznavanju geometrije, od njih zahtijevati zaključke, povezivanje i razvijanje sposobnosti te omogućiti njihovo baratanje sadržajima spoznavanja. Negativni učinci ovakvog poučavanja vidljivi su u crtežima gdje učenici međusobno razgovaraju o nematematičkom sadržaju.

S druge strane, prikazani nastavni sati ispunjeni su pozitivnim razrednim ozračjem te pozitivne povratne informacije doprinose takvom ozračju gdje učenici mogu slobodno izražavati nerazumijevanje sadržaja, postavljati dodatna pitanja te imati potporu učitelja. Premda je pozitivno razredno ozračje važno za što otvorenije i detaljnije spoznavanje, ono nije dovoljno za potpuni razvoj svakog učenika, osobito

u 21. stoljeću u kojem je zaokupiti pažnju i aktivirati učenika postao veliki izazov za učitelje.

Kako bi učenici razvili svoje sposobnosti i kompetencije, potrebno je, uz pozitivno ozračje, nastavu usmjeriti na učenike. Sami frontalni rad nije dovoljan jer učenici nisu dovoljno aktivni, pažnja im nije toliko usmjerena na sadržaj te je njihova uloga u takvom načinu rada vrlo malena. Kako bi učenici uvidjeli da su njihove ideje i spoznaje najvažnije, potrebno je u nastavi geometrije upotrebljavati individualni rad, rad u paru i skupini gdje će učenici samostalno i s ostalim učenicima, a na kraju i s učiteljicom iznositi svoje spoznaje, znanje te zajednički izvoditi zaključke. Kako bi im se omogućilo korištenje svih osjetila prilikom učenja i smanjenje reproduktivnog znanja, s obzirom na njihovu dob i razine geometrijskog mišljenja, neophodno je u nastavu geometrije uključiti nastavna sredstva i pomagala i više povezivati nastavu sa stvarnošću.

U razrednoj nastavi postavljaju se temelji za nadograđivanje znanja te ako želimo da učenici savladaju sve propisane sadržaje, potrebno je od njih neprestano očekivati i tražiti više uz neprestano poticanje i vodstvo učitelja. Ako postoje velika očekivanja za učenike u potpunom razumijevanju i spoznavanju sadržaja, onda je potrebno i propitkivati uvjete koji im to omogućuju s obzirom na ciljeve koji im se postavljaju. Jedino neprestanim promjenama, smisljenošću i visokim standardima poučavanja možemo isto očekivati i od učenika.

## Literatura

- Ahtee, M., Pehkonen, E., Laine, A., Naveri, L., Hannula, M. S., Tikkanen, P. (2016). Developing a method to determine teachers' and pupils' activities during a mathematics lesson. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 14(1), 25–43.
- Baranović, B., Domović, V., Štibrić, M. (2006). O aspektima školske klime u osnovnim školama u Hrvatskoj. *Sociologija i prostor: časopis za istraživanje prostornoga i sociokulturnog razvoja*, 44(174 (4)), 485-504.
- Bognar, L., Matijević, M. (2005.). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga.
- Božić, B. (2015). Stvarno i poželjno razredno ozračje u osnovnoj školi. *Život i škola: časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanja*, 61(1), 93-100.
- Bidwell, C. E., Kasarda, J. D. (1980). Conceptualizing and measuring the effects of school and schooling. *American journal of Education*, 88(4), 401-430.
- Brown, K. E. (1950). Why Teach Geometry?. *The Mathematics Teacher*, 43(3), 103-106.
- Bulter H., Meyer, H. (2015). Unterrichtsklima als Determinante des Lernerfolg [Classroom climate as a determinant of learning success]. U I. Leitz (Ed.), *Motivation durch Beziehung* (pp. 25–67). Wiesbaden, Germany: Springer.
- Bursill-Hall, P. (2002). Why do we study geometry? Answers through the ages. *DPMMS Centre for Mathematical Sciences Wilberforce Road, Cambridge*, 1-31.
- Buljubašić-Kuzmanović, V. (2016). *Socijalna kultura škole i nastave*. Osijek: Filozofski fakultet Osijek
- Carmichael, C., Callingham, R., Watt, H. M. (2017). Classroom motivational environment influences on emotional and cognitive dimensions of student interest in mathematics. *ZDM*, 49(3), 449-460.
- Čižmešija, A., Svedec, R., Radović, N., Soucie, T. (2010). Geometrijsko mišljenje i prostorni zor u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole. U P. Mladnić, R. Svedec (Ur.), *Zbornik radova IV. kongresa nastavnika matematike RH* (str. 143-162). Zagreb: Školska knjiga, Hrvatsko matematičko društvo.

- Evans, I. M., Harvey, S. T., Buckley, L., Yan, E. (2009). Differentiating classroom climate concepts: Academic, management, and emotional environments. *Kōtuitui: New Zealand Journal of Social Sciences Online*, 4(2), 131-146.
- Fast, L. A., Lewis, J. L., Bryant, M. J., Bocian, K. A., Cardullo, R. A., Rettig, M., Hammond, K. A. (2010). Does math self-efficacy mediate the effect of the perceived classroom environment on standardized math test performance?. *Journal of educational psychology*, 102(3), 729.
- Glasnović Gracin, D. (2009, January). Requirement analysis in mathematics education. In *Šesti stručno-metodički skup Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi*.
- Glasnović Gracin, D. (2011). Requirements in mathematics textbooks and PISA assessment. *Unpublished Doctoral dissertation. Klagenfurt: University of Klagenfurt*.
- Glasnović Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five - dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003–1024. Dostupno na: 10.1080/0020739X.2018.1431849 na dan [6. 6. 2020.]
- Glasnović Gracin, D., Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole. *Odgojne znanosti*, 11(2), 297–317.
- Glasnović Gracin, D., Kuzle, A. (2018). Drawings as external representations of children's fundamental ideas and the emotional atmosphere in geometry lessons. *CEPS Journal*, 8(2), 31-53
- Gracin, D. G., Kuzle, A. (2019). Fundamental ideas for geometry education. *Matematika i škola*, 99, 147-151
- Halverscheid, S., Rolka, K. (2006, July). Student beliefs about mathematics encoded in pictures and words. In *Proceedings of the 30 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 233-240).
- Hannula, M. S. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM*, 39(3), 197-203.

- Hannula, M. S. (2011). The structure and dynamics of affect in mathematical thinking and learning. In M. Pytlak, E. Swoboda, & T. Rowland (Eds.), *Proceedings of the seventh congress of the European society for research in mathematics education* (pp. 34–60). Poland: University of Rzesów.
- Jagić, S., Jurčić, M. (2006). Razredno-nastavno ozračje i zadovoljstvo učenika nastavom. *Acta Iadertina*, 3(1), 29-43.
- Jones, K. (2000). Critical issues in the design of the geometry curriculum. In B. Barton (Ed.), *Readings in mathematics education* (pp. 75–90). Auckland, New Zealand: University of Auckland.
- Jones, K., Mooney, C. (2003). Making space for geometry in primary mathematics. *Enhancing primary mathematics teaching*, 3-15.
- Jovanović, I. (2014) Stavovi učitelja o podsticanju stvaralačkog mišljenja učenika u početnoj nastavi matematike. *Individuanle razlike, Obrazovanje i rad*, 105-122.
- Jukić, T. (2010). Odnos kurikuluma i nastavnog plana i programa. *Pedagoški istraživanja*, 7(1), 54–66.
- Kurnik, Z. (2002). Načelo znanstvenosti. *Matematika i škola*, 13(3), 102–106.
- Kuzle, A. (2019) What can we learn from students' drawings? Visual research in mathematics education. *Towards new perspectives on Mathematics education*, 7-35.
- Kuzle, A., Glasnović Gracin, D. (2019). Classroom social climate in the context of middle school geometry. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien & P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, p. 511–518).
- Kuzle, A., Glasnović Gracin, D., Klunter, M. (2018). Primary grade students' fundamental ideas of geometry revealed via drawings. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (2018), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics* (Vol. 3, S. 283–290). Umea, Sweden: PME
- Laine, A., Näveri, L., Ahtee, M., Hannula, M. S., Pehkonen, E. (2013). Emotional atmosphere in third-graders' mathematics classroom – an analysis of pupils' drawings. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(3-4), 101–116.

Laine, A., Ahtee, M., Näveri, L., Pehkonen, E., Portaankorva-Koivisto, P., Tuohilampi, L. (2015). Collective emotional atmosphere in mathematics lessons based on Finnish fifth graders' drawings. *LUMAT – Research and Practice in Math, Science and Technology Education*, 3(1), 87–100.

Laine, A., Ahtee, M. (2017). Factors of Positive Emotional Atmosphere—Case Study of one Primary School Classroom. *A life's time for mathematics education and problem solving: Festschrift on the occasion of András Ambrus' 75th birthday*, 232–241.

Mammana, C., Villani, V. (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: an ICMI study*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer.

Markić, I. (2014). Didaktička kultura škole i razvoj suradničkih kompetencija učenika u nastavnom procesu. *Školski vjesnik: časopis za pedagoški teoriju i praksu*, 63(4), 627–652.

Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.

Meyer, H. (2002.) *Didaktika razredne kvake*, EDUCA, Zagreb

Moos, R. H. (1973). Conceptualizations of human environments. *American Psychologist*, 28, 652–665.

MZOS - Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2006). Nastavni plan i program za osnovnu školu. Dostupno na: <http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2197> na dan [6. 6. 2020.]

MZO - Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019: Odluka o donošenju kurikulumu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj, Narodne novine. Dostupno na: [https://narodnenovine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodnenovine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html) na dan [22. 6. 2020.]

Pavlin-Bernardić, N., Vlahović-Štetić, V., Mišurac Zorica, I. (2010). Studentski i učiteljski stavovi i uvjerenja o matematici. *Odgovorne znanosti*, 12(2 (20), 385–397.

Peters, M. L. (2013). Examining the relationships among classroom climate, self-efficacy, and achievement in undergraduate mathematics: A multi-level



analysis. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(2), 459-480.

Pehkonen, E., Ahtee, M., Tikkanen, P., Laine, A. (2011). Pupils' conception on mathematics lessons revealed via their drawings. In B. Roesken & M. Casper (Eds.), *Proceedings of the MAVI-17 conference* (pp. 182–191). Bochum: Ruhr-Universität Bochum.

Pehkonen, E., Ahtee, M., Laine, A. (2016). Pupils' drawings as a research tool in mathematical problem-solving lessons. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems. Advances and new perspectives* (pp. 167–188). New York, NY: Springer.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 257–315). Charlotte, NC: Information Age.

Rolka, K., Halverscheid, S. (2011). Researching young students' mathematical world views. *ZDM*, 43(4), 521-533.

Rovan, D., Osrečak, M., i Glasnović Gracin, D. (2018). Motivacijska uvjerenja učenika o aritmetici i geometriji. *Napredak: časopis za pedagoški teoriju i praksu*, 159(1-2), 53-71.

Sherard, W. H. (1981). Why is geometry a basic skill?. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 19-60.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Šimić Šašić, S. (2011). Interakcija nastavnik-učenik: Teorije i mjerenje. *Psihologijske teme*, 20(2), 233-260.

Škarica, D. (2018). Percept, predodžba, Aleph. *Acta Iadertina*, 15(2), 27-48

Vlasnović, H., Cindrić, M. (2014). Razumijevanje geometrijskih pojmova i razvitak geometrijskog mišljenja učenika nižih razreda osnovne škole prema van Hieleovoj teoriji. *Školski vjesnik: časopis za pedagoški teoriju i praksu*, 63(1-2), 37-51.

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele model of geometric thinking. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, 1*, 72-75.

Yan, E. M., Evans, I. M., Harvey, S. T. (2011). Observing emotional interactions between teachers and students in elementary school classrooms. *Journal of Research in Childhood Education, 25*(1), 82-97.

Ward, B. A. (1987). Instructional grouping in the classroom. *School improvement research series close-up, 2*.

Wittmann, E. Ch. (1999). Konstruktion eines Geometrieunterrichts ausgehend von Grundideen der Elementargeometrie. U: H. Henning (Ur.), *Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden* (pp. 205–223). Oldenburg: Buelmann und Gerriets.

## Izjava o samostalnoj izradi rada

Izjavljujem da sam ja, Klara Hadjina, diplomski naziv pod nazivom Učeničke predodžbe o nastavi geometrije izradila samostalno uz usmjeravanje i sugestije mentorice. Sva literatura koja je korištena u radu jasno je označena u samom radu i na kraju prikazana u literaturi.

U Zagrebu, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (Potpis studenta)