Matematički programski alati

Piljan, Luka

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:137:912886

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Image not found or type unknown

Repository / Repozitorij:

Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula

zir.nsk.hr

Image not found or type unknown

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Fakultet ekonomije i turizma
„Dr. Mijo Mirković“

LUKA PILJAN

MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI

Završni rad

Pula, 2019.

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Fakultet ekonomije i turizma
„Dr. Mijo Mirković“

LUKA PILJAN

MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI

Završni rad

JMBAG: 0233000955, izvanredni student
Studijski smjer: Informatika
Predmet: Matematika
Znanstveno područje: Prirodne znanosti
Mentor: doc. dr. sc. Danijela Rabar

Pula, rujan 2019.

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisani _____, kandidat za prvostupnika ekonomije/poslovne ekonomije, smjera _____ ovime izjavljujem da je ovaj Završni rad rezultat isključivo mojega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Završnog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Student

_____

U Puli, _____, _____ godine

IZJAVA

o korištenju autorskog djela

Ja, _____ dajem odobrenje Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj završni rad pod nazivom _____

koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjeloviti tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice Sveučilišta Jurja Dobrile u Puli te kopira u javnu internetsku bazu završnih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljanje na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenoga, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama.

Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli, _____ (datum)

Potpis

_____

SADRŽAJ

1. UVOD 1
2. MATEMATIČKA PISMENOST I MATEMATIKA U SUVREMENO DOBA 3
2.1. MATEMATIČKA PISMENOST 3
2.2. MATEMATIZACIJA 5
2.3. KONCETUALNI OKVIR MATEMATIČKE PISMENOSTI 7
3. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI 9
3.1. DEFINICIJA MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA 9
3.2. OBILJEŽJA I ZNAČAJKE MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA 10
3.3. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI 11
4. ANALIZA MATEMATIČKIH PROGRAMSKIH ALATA 15
4.1. KLASIFIKACIJA DOSTUPNIH MATEMATIČKIH PROGRAMSKIH ALATA 15
4.2. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI - PRIMJERI 16
4.2.1. MICROSOFT MATEMATICS 16
4.2.2. MATH EDITOR 17
4.2.3. SPEQ MATHEMATICS 19
4.2.4. SKETCHPAD 20
4.2.5. GEOGEBRA 22
4.2.6. MAXIMA 24
4.2.7. MATLAB 25
5. ZAKLJUČAK 29
LITERATURA 31
POPIS SLIKA 33
SAŽETAK 34
SUMMARY 35

1. UVOD

Tijekom povijesti moguće je govoriti o nekoliko razvojnih razdoblja, koja su obilježena konkretnim napretkom znanosti, posebice određenih znanstvenih područja, inovacijama, razvojem međunarodnog društva i poslovanja, te sličnim događajima. Često se ističe kako je napredak znanosti i znanstvenih dostignuća jedan od osnovnih generatora općeg napretka civilizacije, a često se to potvrđuje i u praksi. Razlog tome očituje se u činjenici da razvoj znanosti ili pojedinih znanstvenih područja širi ljudsku percepciju, razvija nova znanja i vještine, nudi nova rješenja i slično. U okviru kompleksnog područja znanosti i znanstvenih dostignuća, matematika i matematička pismenost oduvijek imaju jedan od imperativnih značaja.

Matematička pismenost ili znanje o matematici i vještine u rješavanju matematičkih problema, služe mnogočemu. Riječ je prvenstveno o razvoju osobnosti pojedinca, širenju mogućnosti kritičkog promišljanja i zaključivanja te sličnome. Sve to izravno služi poslovnim i životnim potrebama pa se znanje o matematici započinje razvijati u najranijoj životnoj dobi.

Dinamična podrška informacijsko-komunikacijske tehnologije i tehnoloških dostignuća u području matematike rezultirala je njezinom informatizacijom. Načelno je riječ o primjeni matematičkih programa, alata ili softvera koji razvijaju suvremenu matematičku inteligenciju i pismenost, a služe rješavanju različitih vrsta matematičkih zadataka i problema. Učinci istih su mnogobrojni, a odražavaju se u kontekstu diferenciranih skupina sudionika.

Cilj rada je istražiti osnovne pojmove vezane uz ovu problematiku. Misli se na matematičku pismenost, matematičko programiranje i matematičke programske alate. Svrha rada je obraditi dostupne matematičke programske alate te pobliže objasniti njihovu funkcionalnost, odnosno primjenu.

Rad se sastoji od pet poglavlja. Nakon uvoda slijedi poglavlje koje daje nešto širi uvod u predmetnu problematiku. Ono definira značenje matematike i matematičke pismenosti. Sljedeće poglavlje posvećeno je analizi matematičkog programiranja, te

matematičkih programskih alata. Predzaključno poglavlje daje poseban doprinos ovoga rada, a analizira obilježja i primjenu dostupnih matematičkih programskih alata.

Za potrebe istraživanja korištene su metoda analize i sinteze, induktivno-deduktivna metoda, metoda komparacije i metoda apstrakcije. Također, poslužile su metoda dokazivanja i metoda deskripcije.

2. MATEMATIČKA PISMENOST I MATEMATIKA U SUVREMENO DOBA

Razvoj znanja iz matematike jedan je od osnovnih segmenata općeg i naprednog obrazovanja ljudi. Usvajanje matematičkih znanja i vještina doprinosi mnogočemu.

Osim što se na ovaj način stječu znanja i umijeće rješavanja manje i više zahtjevnih matematičkih zadataka, a što koristi ljudima u toku njihova čitavog života, putem razvoja matematičkog znanja i pismenosti doprinosi se razvoju kritičnog promišljanja i logičnog zaključivanja. U tom kontekstu, može se istaknuti kako je matematika jedan od temeljnih instrumenata općeg i naprednog intelektualnog razvoja.

U okviru ovoga poglavlja daje se nešto širi uvod u samu problematiku rada. Točnije, definiraju se osnovni pojmovi, a posebna pažnja usmjerena je prema značenju i ulozi matematičke pismenosti u suvremeno doba.

2.1. MATEMATIČKA PISMENOST

Kao što je prethodno i istaknuto, matematika služi razvoju sposobnosti i snaga pojedinaca da se tijekom života nosi s velikim brojem problema i situacija, kako u privatnom, tako i poslovnom okruženju. Matematička znanja, zaključivanje i matematički alati presudni su u kontekstu kvalitetnog intelektualnog razvoja ljudi diljem svijeta.

Ujedno, matematički „jezik“ može se odrediti kao međunarodno jedinstven što doprinosi povezivanju i razumijevanju ljudi na međunarodnoj razini. Točnije, znanja, teorije, simboli i ostali elementi koji se koriste u matematici jedinstveni su na međunarodnoj razini.

Matematika se može odrediti kao važan alat za suočavanje s izazovima i problemima u osobnom, profesionalnom, društvenom i znanstvenom aspektu. U ovome smislu posebnu pažnju plijeni razina matematičke pismenosti neke osobe.

Matematička se pismenost može definirati ili pojmiti na razne načine. Jedna od općih definicija glasi: „Matematička pismenost je sposobnost formuliranja, primjenjivanja i tumačenja matematike u različitim kontekstima. Ona obuhvaća matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih koncepata, postupaka, činjenica i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava. Ona pomaže pojedincu da prepozna ulogu koju matematika ima u svijetu i da donosi dobro utemeljene odluke i prosudbe koje su mu potrebne kao konstruktivnom, zainteresiranom i promišljajućem građaninu.“ (Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, 2019)

Nastavno navedenoj definiciji matematičke pismenosti daje se konkretizirati kako je i riječ o dugotrajnoj sposobnosti pojedinca da na adekvatan način prepozna i razumije ulogu matematike u raznim situacijama. Naime, na osnovu tih znanja on razvija umijeće razumijevanja situacija i problema, kao i donošenja konkretnih odluka u svezi navedenoga.

U svrhu cjelovitog definiranja matematičke pismenosti i razumijevanja njezine uloge, posebice u suvremeno doba, ističu se sljedeće činjenice i pojmovna određenja ovoga termina (Glasnović Gracin, 2007):

- pojam matematičke pismenosti inicijalno je odabran i korišten u svrhu testiranja matematičkog znanja i postavljanja istoga u funkcionalni kontekst. U primarnom fokusu matematičkog znanja ne postavljaju se opći matematički zadaci, već se ova znanja koriste u raznim životnim i diferenciranim poslovnim situacijama;
- matematička pismenost predstavlja široki spektar sposobnosti, znanja i vještina koje se nižu od osnovnih razina do složenijeg pristupa ovladavanja matematičkim sustavom, kao i ostalim logičnim te kompleksnim društvenim sustavima;
- stavovi i emocije nisu elementi definiranja matematičke pismenosti, no oni izravno utječu na nju. Iako je u načelu moguće biti matematički pismen uz odsustvo ovih elemenata, smatra se da pozitivni stavovi i emocije doprinose ovladavanju ovim sustavom.

U odnosu na navedene činjenice i teorijske ostavke u svezi matematičke pismenosti, daje se ukazati na njezinu opću primjenu i multidimenzionalnost matematike. Sukladno

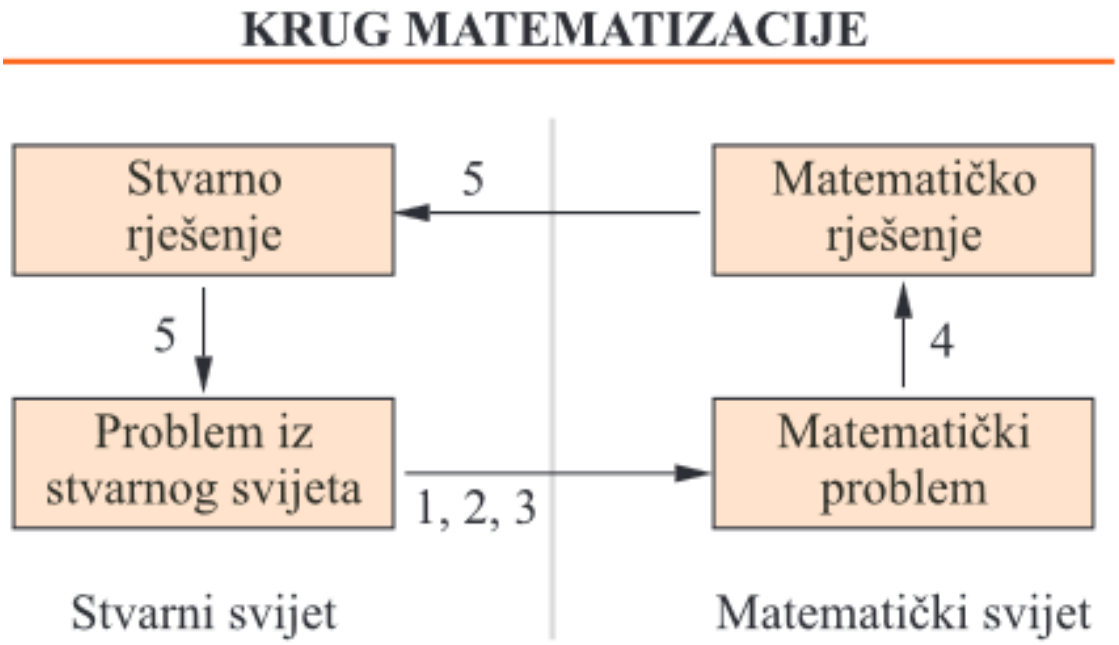
tome, potvrđuje se početna hipoteza u svezi presudnog značaja ovoga znanja za poslovni i osobni napredak te razvoj ljudi.

2.2. MATEMATIZACIJA

Matematizacija je pojam koji ima vrlo široko značenje, a osobitu ulogu i važnost očituje u suvremeno doba. On dočarava funkcionalnost matematike u raznim aspektima.

Proces matematizacije može se prikazati na sljedeći način (Slika 1.).

Slika 1. Proces matematizacije



Izvor: Glasnović Gracin, D. (2007.) Matematička pismenost. Matematika i škola. Godina VIII. Br. 39. Str. 156.

Naime, prilikom testiranja matematičke pismenosti zapravo se pristupa rješavanju problema iz svakodnevnog života. To implicira činjenicu da ti problemi nisu striktno matematičke prirode, već stvaraju prostor njezine primjene za pronalazak optimalnih rješenja.

Fundamentalna uloga u ovome procesu očituje se u matematizaciji. Ona predstavlja proces sačinjen od pet koraka, a prikazana je prethodnom slikom.

Prva faza je identificiranje problema. Nakon toga slijedi prepoznavanje matematičkog koncepta koji je primjenjiv u okviru prepoznatog problema. Treći korak ili faza je formiranje plana rješenja tog problema, uz podršku matematičke pismenosti. Slijedi rješavanje matematičkog, odnosno prepoznatog problema, te povezivanje svijesti o matematici i stvarnom životu.

Uspješna matematizacija problema je svojevrsni proces, kao što je već i konstatirano. On se ističe kao multidimenzionalan jer uključuje neke od brojnih kompetencija. Misli se na (Hrvatski fokus, 2019):

- „matematičko mišljenje i zaključivanje;
- matematičku argumentaciju (razumijevanje, dokazivanje);
- komunikaciju – sposobnost izražavanja matematičkih sadržaja na više načina;
- modeliranje – matematizacija – situaciju iz života prevesti u neke matematičke strukture;
- postavljanje i rješavanje problema – uočiti bitno, imenovati poznate i nepoznate veličine, postaviti relacije među njima, uspostaviti funkcionalnu ovisnost (napraviti jednadžbu), riješiti jednadžbu, provjeriti rješenje, istražiti druga racionalnija rješenja, provjeriti, točnost rješenja i odgovoriti na pitanje;
- prezentiranje – kodiranje, dekodiranje, prevođenje, razlikovanje, prezentacija različitih oblika rješavanja;
- korištenje simbola formalnog i tehničkog jezika, matematičkih struktura, operacija i modela;
- korištenje alata i tehnologija (IT) – da bi se dobio cjelokupni uvid u problem, rješavanje, jednoznačnost, višeznačnost, uspješnost i praktična upotreba.“

U kontekstu korištenja alata i tehnologija zadire se u samu problematiku matematičkih programskih alata. Oni uvelike obilježavaju suvremenu matematiku, to jest proces matematizacije i razvoja matematičke pismenosti.

2.3. KONCEPTUALNI OKVIR MATEMATIČKE PISMENOSTI

Matematička pismenost usredotočena je na sposobnost analiziranja, logičnog zaključivanja i učinkovitog rješenja diferenciranih problema.

Matematička pismenost može se odrediti kao sposobnost prepoznavanja matematičkih problema. Na ovaj način stvaraju se realne prosudbe o ulozi matematike u životu pojedinca, zajednice i društva.

Ispitivanje matematičke pismenosti zasniva se na tri dimenzije (Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, 2019):

- matematički procesi – svrstani u tri kategorije (matematičko formuliranje situacija, primjenjivanje matematičkih koncepata, činjenica, postupaka i zaključivanja te tumačenje, primjenjivanje i vrednovanje matematičkih rezultata). Oni opisuju što pojedinci rade da bi povezali kontekst problema s matematikom i tako riješili problem. Svaki od ovih procesa temeljen je na sedam osnovnih matematičkih sposobnosti, koje se očituju kroz sljedeće: komuniciranje, matematiziranje, prikazivanje, zaključivanje, argumentiranje, razvoj strategija, korištenje matematičkih alata;
- matematički sadržaji – definirani s obzirom na četiri sveobuhvatne ideje (prostor i oblik, promjena i odnosi, količina te neizvjesnost) koje se odnose na poznate cjeline kao što su brojevi, algebra i geometrija;
- matematički konteksti – definirani prema aspektu svijeta pojedinca u koji su smješteni problemi. Korištena su četiri osnovna, odnosno osobni, obrazovni, društveni i znanstveni.

Ovime se dočarava konceptualni okvir matematičke pismenosti, kao jednog od središnjih pojmova predmetne problematike. Kada je riječ o suvremenoj matematičkoj pismenosti velika pažnja posvećena je programskim matematičkim alatima. Oni podrazumijevaju sinergiju informatike i matematike.

U kontekstu predmetne problematike matematika i matematička pismenost očituju svoj značaj u mnogočemu. Primarno, matematički programski alati zasnivaju se na ovim

pojmovima, odnosno osnovnim znanjima, dostignućima i teorijama iz područja matematike.

S druge strane, oni nastaju i razvijaju se u svrhu rješavanja složenih matematičkih zadataka, a što doprinosi raznim potrebama u svakodnevnom poslovnom i privatnom životu ljudi. Umijeće korištenja ovih alata doprinosi raznim skupinama sudionika. U međunarodnoj ekonomiji i poslovnom svijetu oni služe rješavanju pitanja i dilema u svezi poslovnog nastupa, razvoja i odlučivanja.

Nešto su popularniji među sudionicima iz obrazovnih sustava, posebice studentima i sveučilišnim djelatnicima. Često se koriste i u znanstveno-istraživačke svrhe, a time izravno doprinose daljnjem napretku i razvoju znanosti.

Kako bi navedene konstatacije bile jasnije, a ujedno i argumentirane, u nastavku se zadire u samu problematiku programskih alata u matematici. U okviru navedenoga razmatraju se značenje i funkcije matematičkih programskih alata, kao i ostale relevantne činjenice.

3. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI

U svrhu pojmovnog određenja i analize značaja matematičkih programskih alata, važno je istražiti predmetnu problematiku u širem kontekstu. Pri tome se nazire značaj definiranja programiranja, uz poseban značaj onoga na primjeru matematike, odnosno predmetnih potreba i prirode problema.

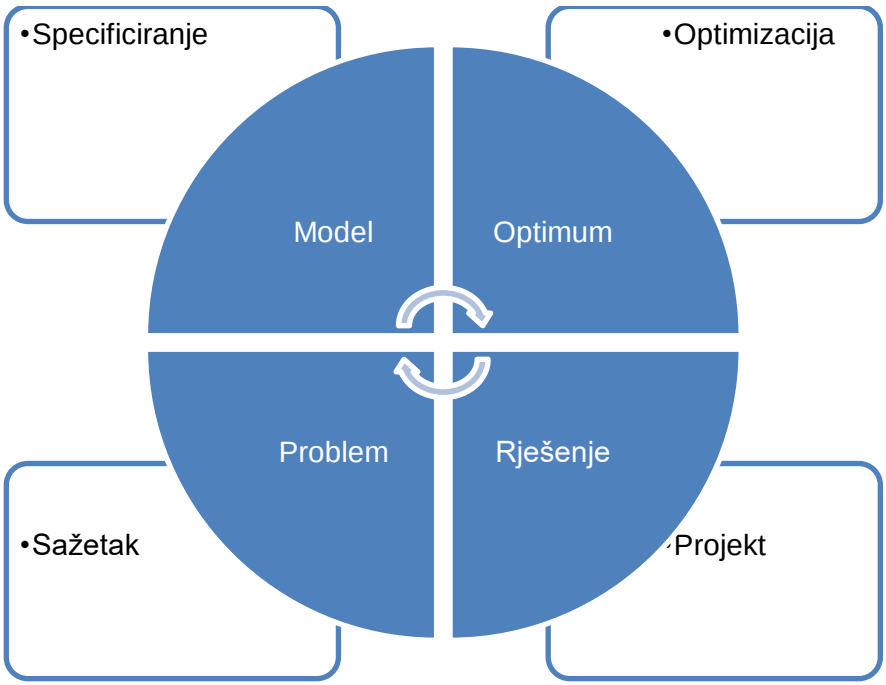
3.1. DEFINICIJA MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA

Matematičko programiranje (engl. *Mathematical Programming* – MP) definira se na razne načine. Može se istaknuti kako je to ključni proces korištenja programskih alata ove prirode. Konkretnije, matematičko se programiranje definira kao upotreba matematičkih modela, kako bi se pomoglo u donošenju odluka za konkretna pitanja ove prirode, kao i u svrhu optimizacije učinaka (Eudoxus Systems Ltd., 2019).

Ključni resurs koji se veže uz pojam programiranja jesu računala. Na njima se izvode sve operacije u okviru ovoga procesa, a koje su podržane konkretnim alatima ili instrumentima. Naime, programiranjem se zapravo upravlja računalima, to jest priprema se tijek izvedbe određenih operacija i aktivnosti. U tom kontekstu, matematičko programiranje predstavlja upotrebu matematike, odnosno prilagodbu specifičnosti i obilježja programiranja prirodi matematike i predmetnih problema. Riječ je o sinergiji znanosti matematike i informatike.

U okviru širokog područja programiranja, ono matematičko čini tek jedan od njegovih segmenata. Posebnost matematičkog programiranja očituje se u automatskom pronalasku optimalnog rješenja, uz podršku softvera. U znanstvenoj se literaturi često ističe kako je matematičko programiranje restriktivnije od ostalih tehnika, a sam proces prikazuje se na sljedeći način (Slika 2.).

Slika 2. Matematičko programiranje



Izvor: Eudoxus System Ltd. (2019.) What is Mathematical Programming? Dostupno na: http://www.eudoxus.com/lp-training/1-what-is-mathematical-programming (29.08.2019.).

Daje se konkretizirati kako je riječ o cikličkom procesu, koji pronalazi svoju primjenu u raznim problemskim situacijama i područjima. U tu svrhu koriste se dostupni modeli i instrumenti, koji optimiziraju postupak odlučivanja i rješavanja konkretnog problema.

3.2. OBILJEŽJA I ZNAČAJKE MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA

Pitanje osnovnih obilježja ovog programiranja dijelom je prethodno dotaknuto. Međutim, specificiranjem istih doprinosi se optimalnijem razumijevanju značenja i uloge matematičkog programiranja, kao i ostalih povezanih pojmova.

Osnovne karakteristike problema koji su povezani s matematičkim programiranjem mogu se sistematizirati na sljedeći način (Eudoxus Systems Ltd, 2019):

- obilježavaju ih mnoga potencijalno prihvatljiva rješenja;
- postoje sredstva za ocjenu kvalitete alternativnih rješenja;
- jaka međusobna povezanost između varijabilnih elemenata sustava.

Bitne komponente sustava matematičkog programiranja koji se koristi u ovu svrhu očituju se u vrijednostima varijabli odluke, koje predočavaju moguća rješenja i određuju vrijednost ciljne funkcije koja mjeri kvalitetu konačnog rješenja, te u odnosima između varijabli i restrikcija (ograničenja).

Zaključuje se kako je matematičko programiranje vrlo pogodno za probleme koji uključuju miješanje, kontinuiranu obradu protoka, proizvodnju i distribuciju te strateško planiranje. Ovi problemi često se rješavaju jednim od modela matematičkog programiranja. Misli se na linearno programiranje.

Osobito uspješno u praksi, linearno programiranje (engl. *Linear Programming* – LP) se često i koristi. U ovome modelu svi su odnosi linearni, a odatle i sam naziv. Problemi koji uključuju planiranje, miješanje, proizvodnju i distribuciju mogu se riješiti pomoću linearnog programiranja. Načela se primjenjuju i na probleme koji uključuju logistiku i raspoređivanje, ali postupci rješavanja takvih problema su raznolikiji i vjerojatno će se koristiti razne tehnike kao što su matematičko programiranje, heuristike i algoritmi posebne namjene.

3.3. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI

Značajniji napredak i razvoj informacijsko-komunikacijske tehnologije i tehnoloških rješenja doveo je do enormnog broja postojećih matematičkih programskih alata u svijetu današnjice. Njihov broj kontinuirano raste kao posljedica tendencije optimizacije ovih alata, čime se modificiraju oni postojeći i stvaraju neki sasvim novi.

Prema definiciji, riječ je o skupu algoritama koji se koriste u računalnom sustavu za rješavanje općih matematičkih problema (Encyclopedia, 2019). Konkretnije, može se istaknuti kako je riječ o svojevrsnoj zbirci računalnih programa, kojima se mogu riješiti jednadžbe ili izvoditi matematičke radnje i izračuni. Izrada matematičkih jednadžbi, koje opisuju proces naziva se matematičkim modeliranjem. Jednom kada se te jednadžbe razviju, moraju se riješiti, a rješenja jednadžbi zatim se analiziraju kako bi se utvrdilo kakve informacije daju o procesu.

Pojava računala i računalnih programa na visokoj (naprednoj) razini omogućila je

automatizaciju i informatizaciju matematičkih proračuna. Matematički programski alati obično se dijele u dvije kategorije. Misli se na (Encyclopedia, 2019):

- numeričko računanje;
- simboličko okruženje.

Treba naglasiti kako postoje i oni koji su razvijeni na način da podržavaju izvođenje numeričkih i simboličkih izračuna. Oni su nešto kompleksniji. Matematički softver koji radi numeričke proračune mora biti precizan, brz i robustan. U praksi većina matematičkih programskih alata koristi najnaprednije numeričke algoritme. Robusnost pri tome znači da softver provjerava da li korisnik unosi razumne podatke i pruža informacije tijekom izvođenja algoritma o konvergenciji izračunatih brojeva u rješenje.

Matematički softverski paketi mogu približiti rješenja velikog broja problema u matematici, uključujući matrične jednadžbe, nelinearne jednadžbe, obične i djelomične diferencijalne jednadžbe, integraciju i optimizaciju. Knjižnice matematičkog softvera sadrže velike zbirke potprograma koji mogu riješiti probleme u širokom rasponu matematike. Ti se potprogrami lako mogu ugraditi u veće programe.

Rana računala uglavnom su korištena za numeričko izračunavanje, dok su matematičke simboličke manipulacije ljudi još uvijek obavljali. Međutim, danas ima matematičkih softverskih paketa koji izvode simboličke manipulacije te mogu izvoditi i numeričke proračune. Softver može biti izrađen za izvođenje numeričkih izračuna ili se proračuni mogu izvesti nakon simboličkih manipulacija unošenjem brojeva u simboličke formule.

Matematički softver koji je napisan za rješavanje određenog problema pomoću numeričkog algoritma obično je računski efikasniji od softverskih okruženja koji izvode simboličke manipulacije i numeričke proračune. Međutim, takva softverska okruženja mogu izvesti gotovo sve najčešće korištene numeričke i simboličke matematičke manipulacije.

Paralelna računala imaju više procesora koji mogu istovremeno raditi na istom problemu. Paralelno računanje predstavlja velik problem pri distribuciji procesora. To

omogućava rješavanje problema u manjem vremenskom razdoblju. Mnogi numerički algoritmi su prilagođeni da rade na paralelnim računalima.

Matematički programski alati općenito se klasificiraju u tri osnovne skupine. Misli se na sljedeće (Kincaid, Cheney, 2002);

- javna dobra;
- slobodno dostupni instrumenti, koji imaju određena ograničenja upotrebe;
- vlasništvo ili vlasnički instrumenti, za čije je korištenje potreban ugovor o licenci.

Pod pojmom javnog dobra misli se na pravno određenje ovoga pojma. Točnije, riječ je o dozvoljenoj svakoj upotrebi matematičkih programskih alata, uključujući i izmjene, preprodaju i slično.

Slobodno dostupni matematički programski alati su oni koji se mogu preuzeti putem Interneta. Često se mogu dobiti i besplatne demonstracijske kopije komercijalnih softverskih paketa. Neki od ovih softvera na Internetu imaju ograničenja upotrebe koje su nametnuli autori, poput autorskih prava, koja omogućavaju neograničeno korištenje samo u istraživačke i obrazovne svrhe.

S druge strane, vlasnički softver se mora kupiti ili dati u zakup od tvrtke koja je razvijala softver ili preuzeti putem e-trgovine od tvrtke koja prodaje softver. Posebno se ističe kako su razni programski alati ove prirode napisani na više različitih programskih jezika i namijenjeni su za širok spektar različitih računalnih arhitektura.

Općenito, potpuno interaktivni matematički softverski sustav sadrži moćan skup naredbi koje korisnik upisuje na računalnom terminalu ili radnoj stanici pomoću tipkovnice ili miša za klik na ikonu. Na ekranu se prikazuje trenutni odgovor. To može biti proračun (numerički ili simbolički) ili vizualni prikaz, poput grafikona ili slike.

Mogućnosti interaktivnih sustava mogu se proširiti prilagođavanjem skupa naredbi ili ikona. Interaktivni sustavi su u stanju integrirati numeričke zadatke s numeričkim izračunima. Nedavni trend je kombiniranje numeričkog računanja sa simboličkim računanjem i grafičkom vizualizacijom u potpuno interaktivni sustav.

Računalni algebarski sustavi imaju posebne mogućnosti korisne u numeričkoj matematici. Jedna takva značajka je proizvoljna preciznost ili aritmetika s pomičnom točkom s višestrukom preciznošću. Općenito, programski jezici koriste računalni hardver za izvođenje aritmetike računala tako da je preciznost fiksirana.

U nastavku ovoga rada, u okviru zasebnog poglavlja, pristupa se razradi odabranih matematičkih programskih alata. Time se zadire u središnju problematiku, a detaljnije se predstavljaju njihove funkcije, odnosno namjena u današnjici.

4. ANALIZA MATEMATIČKIH PROGRAMSKIH ALATA

U ovome se poglavlju rada analiziraju i pobliže obrađuju odabrani matematički programski alati. Pri tome se, pored njihove sažete ilustracije, pristupa nešto detaljnijoj razradi namjene i funkcionalnosti istih. U svrhu detaljnije obrade, ističu se i određeni primjeri njihove primjene.

4.1. KLASIFIKACIJA DOSTUPNIH MATEMATIČKIH PROGRAMSKIH ALATA

Danas u svijetu postoji veliki broj konkretnih primjera matematičkih programskih alata. Oni ukazuju na kompleksnost samog znanstvenog područja, a jednako tako svjedoče o kontinuiranom razvoju ovih alata. S obzirom na današnju popularnost istih, kao i njihovu sve učestaliju implementaciju u obrazovne svrhe i šire, u budućnosti se očekuje nastavak trenda njihova modificiranja, nadogradnje i razvoja novih primjera.

Matematički programski alati razvijaju se za sva područja matematike i za sve oblike problemskih zadataka. Sukladno tome koje područje pokrivaju, moguće je izvršiti njihovu detaljniju klasifikaciju. Nastavno istoj, pojednostavljuje se pristup njihova pretraživanja, kao i korištenja u praksi.

Načelno je moguće govoriti o općim i specifičnim matematičkim programskim alatima. Oni opći pokrivaju nekoliko područja ove znanosti, dok su specifični namijenjeni konkretnom području ili nastavnoj (znanstvenoj) cjelini.

Detaljniji prikaz skupina specifičnih matematičkih programskih alata može se predočiti na sljedeći način (Mathematical Software, 2019):

- izravni linearni rješavači;
- dijeljenje i naručivanje grafikona;
- iterativni linearni rješavači;
- vlastite vrijednosti i polinomski korijeni;
- ostali matrični paketi;
- nelinearni rješavači;
- numerička integracija;

- računanja s funkcijama;
- obične diferencijalne jednadžbe;
- diferencijalno-algebarske jednadžbe;
- stohastičke diferencijalne jednadžbe;
- parcijalne diferencijalne jednadžbe;
- mrežna generacija;
- posebne funkcije;
- računarska algebra.

Uzme li se u obzir da unutar svake od ovih skupina postoji nekoliko konkretnih primjera ovih alata, moguće je potvrditi njihovu kompleksnost i razvijenost u suvremeno doba. Jednako tako, daje se istaknuti kako su obilježeni visokom specijalizacijom, što daje dodatni doprinos samom izučavanju i savladavanju matematičkih znanja i vještina te ostalome.

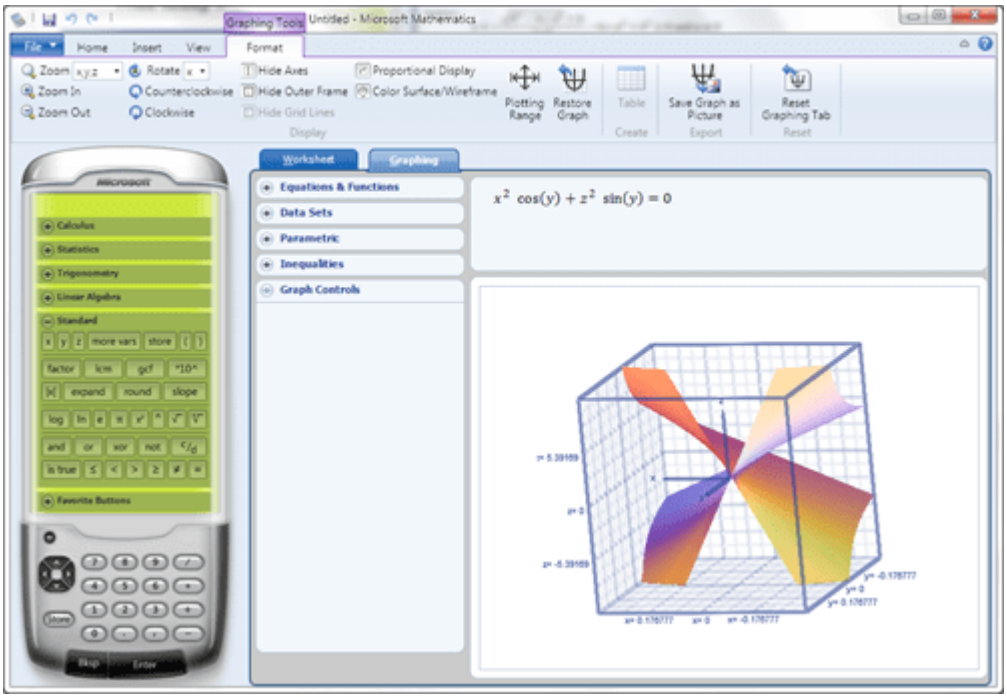
4.2. MATEMATIČKI PROGRAMSKI ALATI - PRIMJERI

Kao što je već i istaknuto, u suvremeno doba, na raspolaganju su brojni matematički programski alati, koji se vrlo jednostavno preuzimaju putem Interneta i instaliraju na osobna računala korisnika. Oni ne služe samo rješavanju raznih matematičkih, aritmetičkih i geometrijskih zadataka i problema, već i pomažu svladavanju matematičkih znanja i vještina.

4.2.1. MICROSOFT MATEMATICS

Ovo je besplatni Microsoftov programski alat koji nudi pomoć učenicima i studentima u rješavanju složenih matematičkih zadataka. U ove svrhe koriste ga i brojni drugi sudionici, a poseban doprinos daje u rješavanju geometrijskih problema. Točnije, služi za crtanje 2D i 3D dijagrama. Osim toga, namijenjen je i rješavanju složenih jednadžbi, objašnjavajući pri tome detaljno korak po korak (MeraBheja, 2017). Prikaz istoga slijedi (Slika 3.).

Slika 3. Matematički programski alat Microsoft Matematics



Izvor: MeraBheya (2017.) Top 20 Best Free Math software you can use. Dostupno na: https://merabheja.com/best-free-math-softwares/ (29.08.2019.).

Microsoft Mathematics pruža skup matematičkih alata koji pomažu korisnicima da brzo i lako rješavaju matematičke probleme i stječu referentna znanja. Pomoću njega omogućeno im je bolje razumijevanje osnovnih pojmova iz algebre, trigonometrije, fizike, kemije i računa. Pruža opsežnu kolekciju matematičkih simbola i struktura za prikaz jasno oblikovanih matematičkih izraza.

Ovaj Microsoftov alat uključuje grafički kalkulator koji ima potpuno opremljen dizajn, koji je dizajniran za rad poput ručnog kalkulatora. Dodatni matematički alati pomažu u izračunavanju standardnih matematičkih funkcija kao što su korijeni i logaritmi, izračunavanju trigonometrijskih funkcija, derivacijama i integralima, operacijama s matricama i mnogim drugim matematičkim problemima.

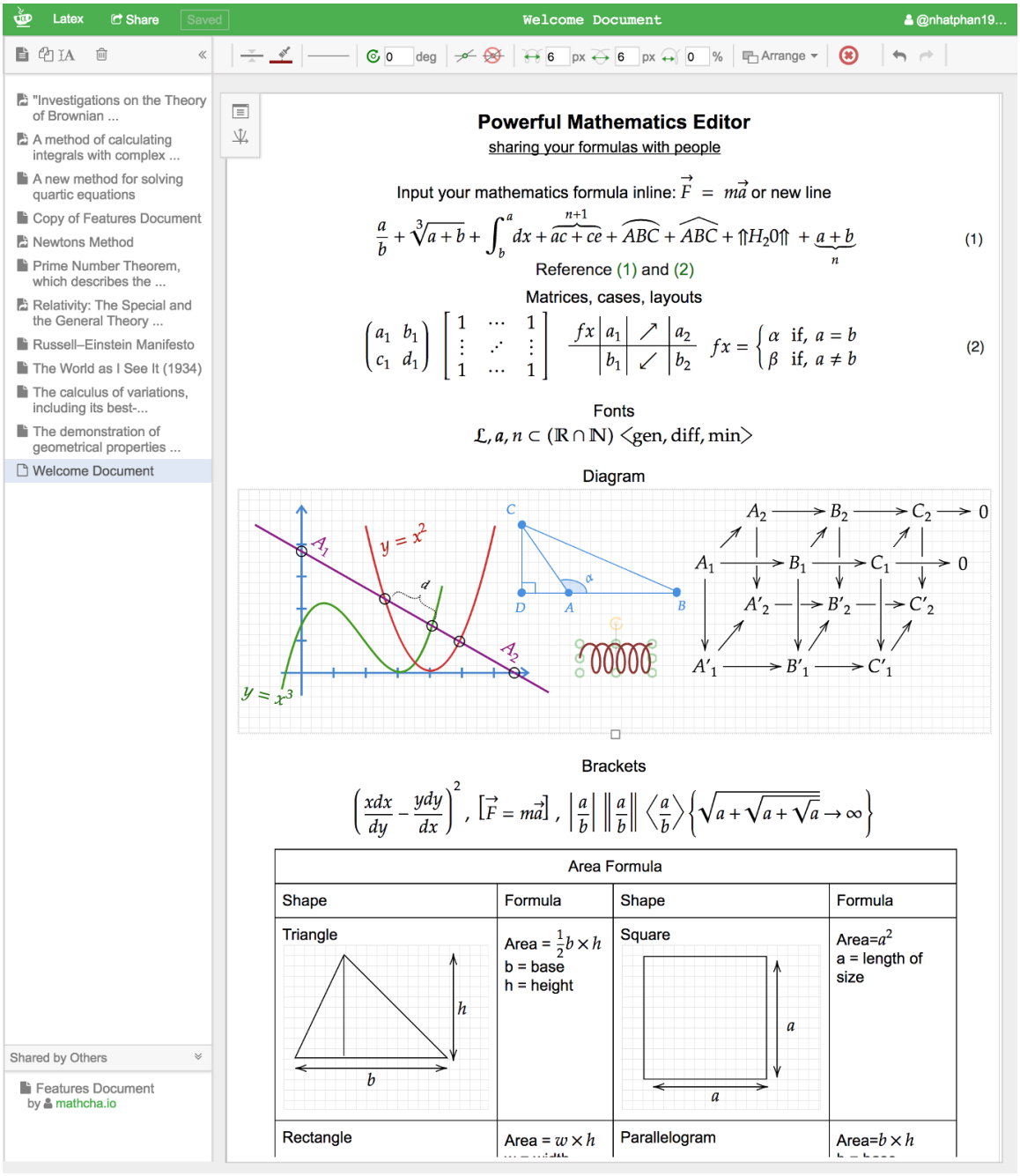
4.2.2. MATH EDITOR

Math Editor specijalizirani je matematički programski alat za izradu matematičkih jednadžbi raznih vrsta. On omogućuje spontano kreiranje, spremanje i uređivanje jednadžbi, preuzimanje jednadžbi kao slikovnih datoteka koje će se koristiti kao uredski

dokumenti ili web poveznice, a omogućuje i kopiranje bilo kojeg dijela jednadžbe i umetanje u dokumente. Iako pomaže stvoriti matematičke jednadžbe na računalu, kompatibilan je s različitim formatima poput JPEG, GIF, PNG, TIFF i BMP (MathChia, 2019).

Prikaz Math Editora slijedi u nastavku (Slika 4.).

Slika 4. Math Editor



Izvor: MathChia (2019.) Math Editor. Dostupno na: https://www.mathcha.io/ (29.08.2019.).

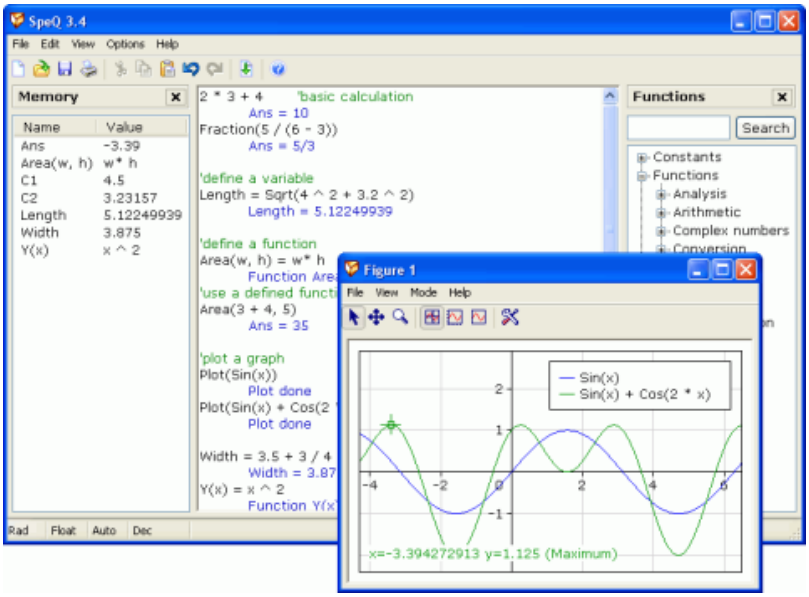
Riječ je o multifunkcionalnom matematičkom programskom alatu, koji je popularan među učenicima, studentima, ali i profesorima. S obzirom da nudi mogućnost pretvorbe jednadžbi u konkretne dijagrame, kao i potpuno ili parcijalno umetanje u dokumente, često se koristi i u javnom i poslovnom sektoru, prilikom izrade studija, dokumenata i sličnih akata.

4.2.3. SPEQ MATHEMATICS

Ovaj matematički programski alat namijenjen je rješavanju diferenciranih matematičkih problema i zadataka. On dolazi s ugrađenom podrškom za širok raspon konstanti, matematičkih funkcija i varijabli. Iako pomaže u definiranju prilagođenih varijabli i funkcija, također omogućuje rješavanje problema trigonometrije. Dolazi s jednostavnim sučeljem koje sadrži obračunski list i na kojem je moguće dodavati, uređivati i provoditi proračune (SpeQ Mathematics, 2019).

Načelno je riječ o malom, ali opsežnom matematičkom programu s jednostavnim, intuitivnim sučeljem. Svi izračuni unose se u list. SpeQ podržava sve uobičajene funkcije, konstante i mjerne jedinice. Nadalje, moguće je definirati prilagođene varijable i funkcije te crtati grafikone svojih funkcija. Njegov prikaz slijedi (Slika 5.).

Slika 5. SpeQ Math



Izvor: SpeQ Mathematics (2019.) Home. Dostupno na: https://www.speqmath.com/ (29.08.2019.).

Značajke ovog programskog alata su brojne. One se mogu razmatrati sistematizirano na sljedeći način (SpeQ Mathematics, 2019):

- izračuni izraza s aritmetičkim, uvjetnim, logičkim i bitnim operatorima;
- oko 100 ugrađenih matematičkih, fizikalnih i uvjetnih konstanti;
- oko 60 ugrađenih funkcija za analizu, aritmetiku, složene brojeve, vjerojatnost, numeričke sustave, statistiku, trigonometriju;
- mogućnost određenja vlastitih varijabli i funkcija za upotrebu u proračunima;
- mogućnost crtanja potpuno prilagodljivih grafikona;
- opsežna podrška jedinicama;
- decimalni, binarni, heksadecimalni i oktalni brojčani sustav;
- obračuni s popisima;
- složeni izračuni brojeva.

SpeQ je napisan kao napredni alat, ali vrlo jednostavan za korištenje. Jednostavan je i brz te radi na svakom Windows računalu, također s USB ključa ili diskete. SpeQ je koristan za jednostavne, kratke proračune kao i za izradu listova s opsežnim promjenjivim definicijama, funkcijama i složenim proračunima. SpeQ je upotrebljiv za inženjere, studente i učenike ili jednostavno kao zamjena Windows kalkulatora.

4.2.4. SKETCHPAD

Sketchpad je matematički softverski program, kojeg koriste učitelji i nastavnici, učenici i studenti kako bi istražili i vizualizirali matematičke koncepte te konstruirali matematičke i znanstvene modele. Vrlo je popularan u Hrvatskoj, točnije njezinu obrazovnom sustavu, pa je predmet interesa ovoga rada.

Ovaj matematički programski alat nastaje kao produkt svojevrsnog projekta naziva Hr.Sketchpad.CARNet. Naime, 1. prosinca 2010. godine svim je učenicima, nastavnicima, studentima i učenicima, školama i fakultetima u Hrvatskoj bilo omogućeno besplatno korištenje softvera Sketchpad 4.07 HR kao i niza radova, odnosno dokumenata koji su namijenjeni potrebama izučavanja matematike.

Sam projekt inicirali su CARNet, Hrvatsko matematičko društvo i tvrtka Proven grupa. U okviru ovoga projekta, predmetni alat koristilo je čak 780 korisnika obrazovnog sustava Hrvatske (The Geometer's Sketchpad, 2019).

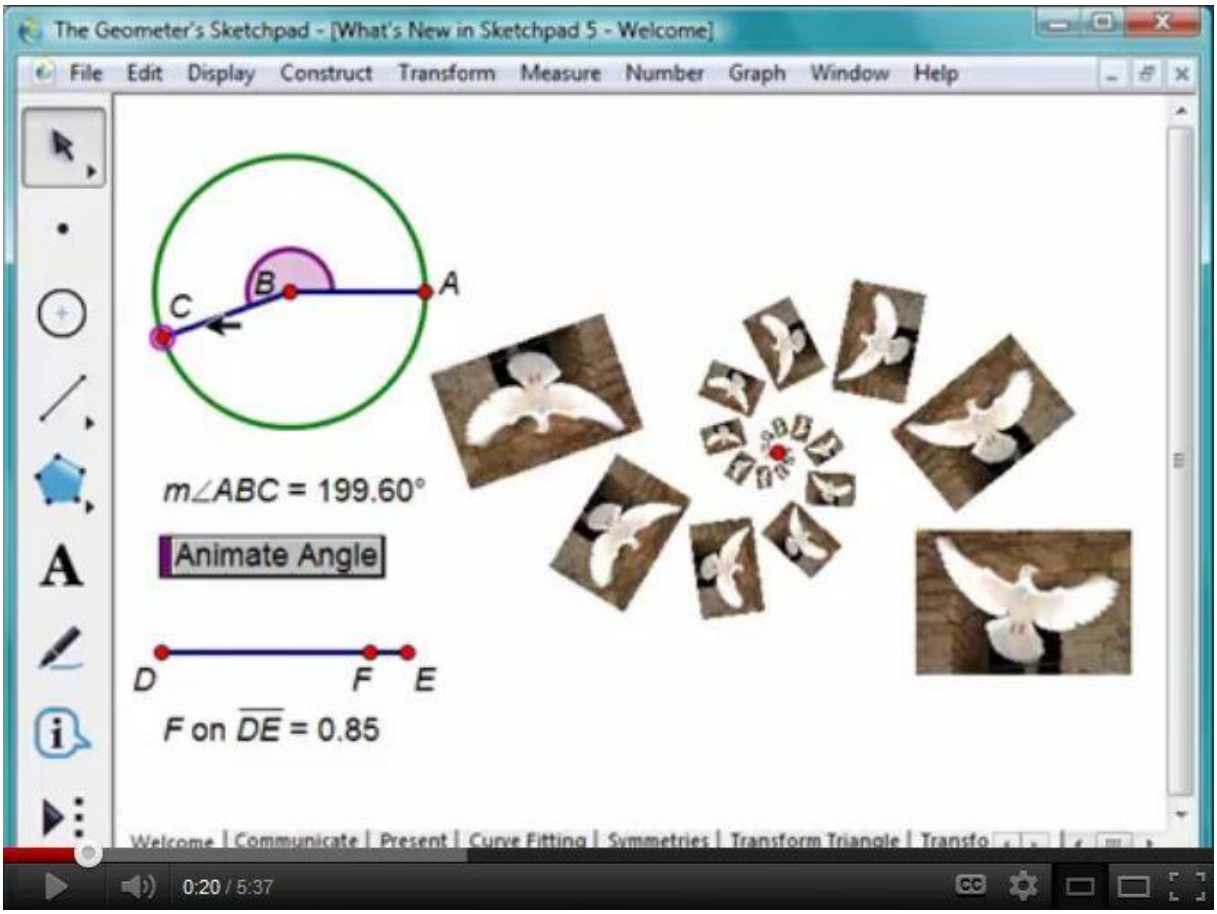
Doprinos navedenoga očitovao se, a to čini i danas, u kontekstu pružanja mogućnosti predmetnim sudionicima korištenja kvalitetne i pedagoški primjerene standardizirane edukacijske tehnologije. Ciljevi predmetnog projekta mogu se sistematizirano prikazati na sljedeći način (The Geometer's Sketchpad, 2019):

- upoznati učenike sa suvremenim pristupom u učenju matematike;
- obrazovati učenike i osposobiti ih da istražuju probleme te generiraju radne hipoteze i da ih, nakon uobličavanja, dokazuju i primjenjuju;
- naučiti mlade da svoja “otkrića” zapišu i prezentiraju u klasičnom smislu u obliku članka, te u obliku predavanja/izlaganja (rabeći pri tome sva moderna računalna sredstva).

U kontekstu funkcionalnosti i namjene ovog programskog alata, pored navedenoga, treba istaknuti kako je njegov razvoj započeo 1991. godine u svijetu. U to vrijeme Key Curriculum Press (KCP) je osmislio i zaštitio termin Dynamic Geometry. Naziv opisuje sposobnost ovoga alata da objašnjava i primjenjuje matematičke odnose u geometrijskoj konstrukciji kad korisnici pomiču komponente konstrukcije koristeći miš. Dynamic Geometry omogućuje učenicima i studentima vidjeti i razumjeti matematičke odnose (The Geometer's Sketchpad, 2019).

Načelno ga je moguće opisati kao otvoreni matematički alat, koji je široko dostupan, a služi usvajanju i istraživanju tema elementarne geometrije i numeričkih koncepata. Java komponenta Sketchpada omogućuje programu stvaranje HTML Dynamic Geometry stranica koje se dalje mogu pregledavati i mijenjati. U tu svrhu potreban je samo pristup Internetu. Prikaz ovoga alata slijedi u nastavku (Slika 6.).

Slika 6. Sketchpad



Izvor: The Geometer's Sketchpad (2019.) Key Curriculum. Dostupno na: https://www.keycurriculum.com/node/583.html (30.08.2019.).

Kao i većina ostalih matematičkih programskih alata, Sketchpad se često također koristi i u drugim područjima znanosti. Misli se primjerice na stvaranje vizualnih modela u fizici, optici, kemiji, biologiji i strojarstvu, a često je primjenjiv i u likovnoj umjetnosti i tehničkim programima.

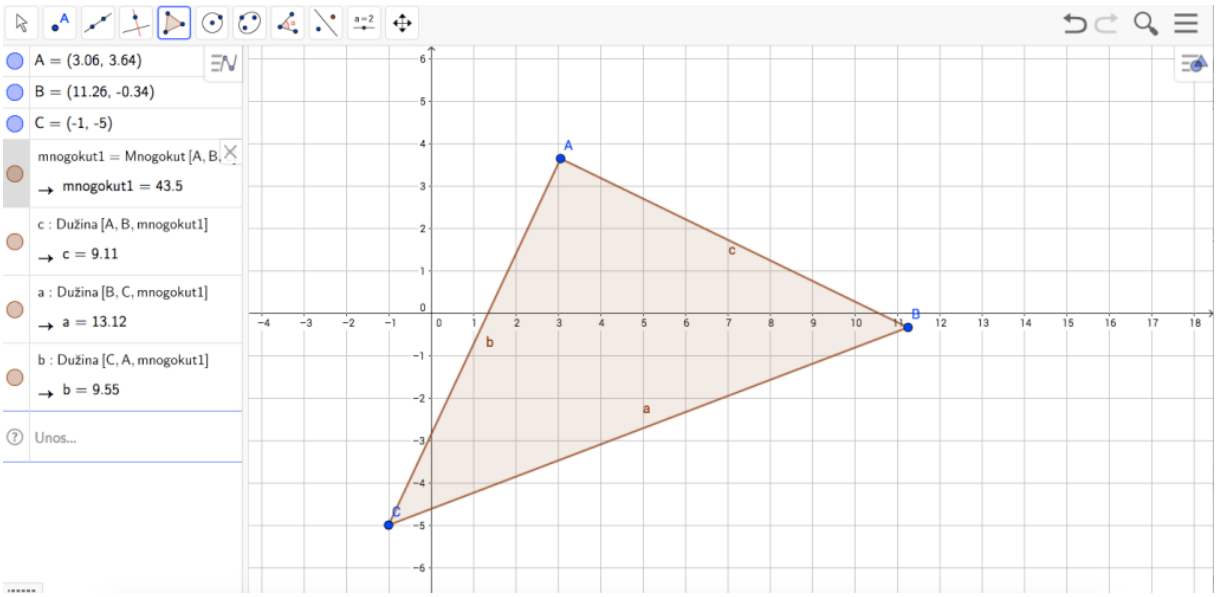
4.2.5. GEOGEBRA

GeoGebra je još jedan od popularnijih matematičkih programskih alata u Hrvatskoj. Ovaj interaktivni digitalni alat služi savladavanju znanja i vještina iz područja geometrije i algebre, kao što indicira i sam naziv. Kao softversko rješenje ove prirode ističe se jednostavnim korištenjem i prikladnošću za više vrsta uređaja.

GeoGebra je osobito popularna među nastavnicima i profesorima, a popularnost djelom temelji i na činjenici da dolazi kao programska podrška otvorenog koda i besplatan je za nekomercijalno korištenje. Ovaj alat podržava dva načina skriptiranja čime omogućuje ostvarenje komunikacije s objektima unutar modula, na višoj razini. Podržava mogućnost korištenja većeg broja naredbi, a često se koristi i u svrhu programiranja interaktivnih vježbi i igara (Negulić, 2017).

Sukladno navedenome, primarno se koristi u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju te nastavi, no primjenjiv je i na onim ostalim razinama obrazovanja. GeoGebra pri tome povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Iako se uglavnom koristi za potrebe matematike, prisutan je i primjenjiv i u ostalim znanostima (Slika 7.).

Slika 7. GeoGebra



Izvor: Negulić, T. (2017.) GeoGebra – interaktivna matematika. Dostupno na: http://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/ (30.08.2019.).

Ovaj matematički programski alat podržan je na više vrsta uređaja i operativnih sustava, kao što je već i istaknuto. To omogućava njegovu širu uporabu, a može se koristiti kao mrežna aplikacija ili samostalna.

Uređaji koji podržavaju njegovo korištenje su (Negulić, 2017):

- „tableti koji koriste Windows operativni sustav preuzimaju aplikaciju na platformi Windows Store, oni koji koriste Android operativne sustave u Google Playju i oni koji koriste iOS operativne sustave na platformi Apple Store;
- pametni telefoni, ovisno o GeoGebra aplikacijama (osnovna aplikacija ili dodatne aplikacije) podržani su Android i iOS uređaji;
- računala za Windows, Linux i MacOS operativne sustave kao instalacijski program ili izravno kroz mrežni preglednik.“

Kako bi se omogućilo korištenje ovoga alata, kao i na ostalim primjerima, primarno je potrebno izvršiti instalaciju, koja je besplatna. Ona se provodi putem Interneta, na neki od navedenih uređaja. Pri tome je važno otvoriti korisnički račun kako bi se izvršila prijava u ovaj sustav.

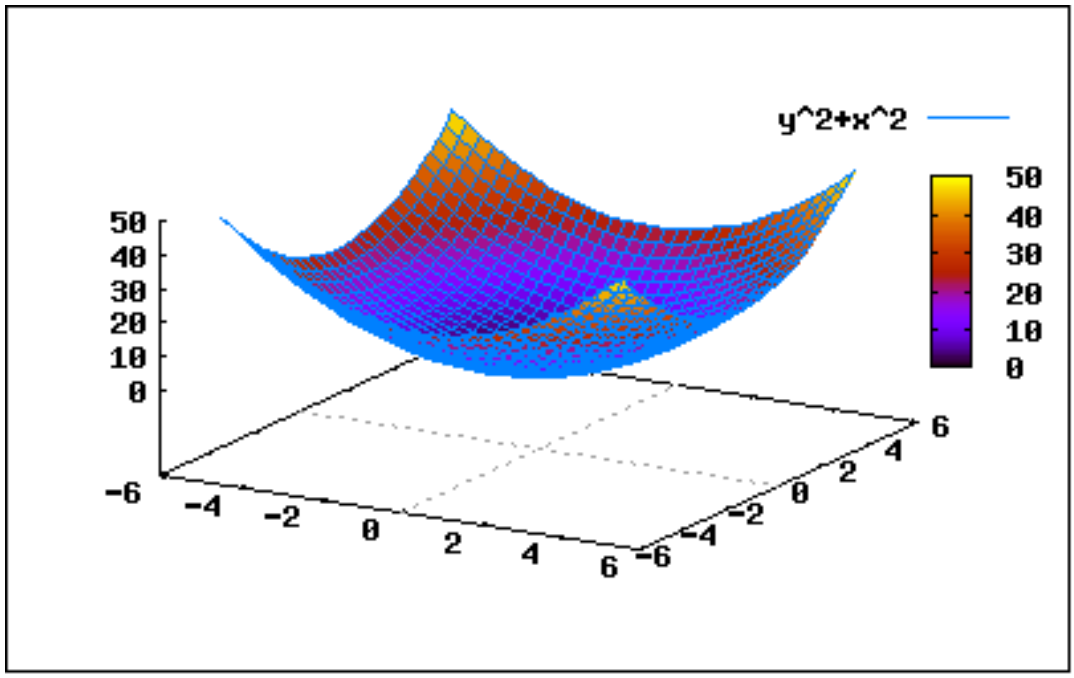
Kada je GeoGebra instalirana, s jednostavnošću se započinje njezino korištenje. U korisničkom sučelju, u desnom kutu, klikom na ikonu “Novo” otvara se izbornik u kojem se pokreće ovaj alat, unosi materijal ili se izrađuje dokument. Moguće je koristiti se tekstom, multimedijalnim sadržajima i pdf datotekama.

U Republici Hrvatskoj ovaj se matematički programski alat koristi već duže vrijeme. Jednako tako, već 15 godina djeluje volonterska grupa nastavnika matematike, okupljena oko Hrvatskog Geogebra instituta, koja je otvorena za priključivanje novih članova u daljnjoj promociji i razvoju ovoga alata.

4.2.6. MAXIMA

Ovaj matematički programski alat javlja se kao modificirani oblik nekadašnjeg alata, jednake namjene, koji nosi naziv Macsyme, a razvijen je još 1960-ih godina. Maxima predstavlja jedini sustav temeljen na nekadašnjem naumu. Maxima je s radom započela 1998. godine, a od tada do danas redovno se ažurira radi popravljanja grešaka i poboljšanja koda i dokumentacije. Prikaz grafikona izrađenog u ovome sustavu slijedi (Slika 8.).

Slika 8. Grafikon u Maxima sustavu



Izvor: Math Blog Team (2007.) 3 awesome free Math programs. Dostupno na: https://mathblog.com/3-awesome-free-math-programs/ (30.08.2019.).

Riječ je načelno o algebarskom sustavu koji može izvesti simboličku manipulaciju za rješavanje uobičajenih problema. On pokriva izuzetno širok spektar funkcionalnosti. Sam alat korisnicima se predstavlja kao sustav za manipulaciju, a služi simboličkim i numeričkim izrazima, uključujući diferencijaciju, integraciju, Taylorov red, Laplaceove transformacije, obične diferencijalne jednadžbe, sustave linearnih jednadžbi, polinome i skupove, popise, vektore, matrice i tenzore.

Maxima daje visoku preciznost numeričkih rezultata koristeći točne frakcije, proizvoljne precizne brojeve i varijabilne brojeve preciznih plutajućih točaka. Alat može crtati funkcije i podatke u dvije i tri dimenzije (SW Math, 2019).

4.2.7. MATLAB

MATLAB je složeni matematički programski alat, koji služi za rješavanje različitih matematičkih problema. Osim toga, namijenjen je raznim izračunima i simulacijama vezanih uz obradu signala, upravljanje i identifikaciju sustava (Petković, 2005).

Prva verzija ovoga programa nastaje krajem 1970-ih godina, a inicijalno je namijenjen matričnoj teoriji, linearnoj algebri i numeričkoj analizi. Početkom 80-tih godina on prelazi na C programski jezik i dodaju mu se nove mogućnosti. Modifikacija istoga dovela je do njegove šire primjene u praksi, a od 1984. godine dostupan je kao komercijalni proizvod tvrtke MathWorks (Petković, 2005).

Danas on predstavlja interaktivni sustav i programski jezik za opća tehnička i znanstvena izračunavanja. Osim osnovnog sustava postoje i brojni programski paketi koji ga dodatno proširuju, a time on pokriva razna područja inženjerske djelatnosti i to (Petković, 2005):

- obradu signala i slike;
- 2D i 3D grafičke prikaze;
- automatsko upravljanje;
- identifikaciju sustava;
- statističke obrade;
- analizu u vremenskoj i frekvencijskoj domeni;
- simboličku matematiku i brojne druge.

Treba posebice istaknuti kako se svi podaci u MATLAB-u tretiraju kao matrice čije dimenzije nije potrebno čuvati kao zasebne varijable. Pri tome, svi podaci su zapisani u *double float* obliku, a što doprinosi velikom dinamičkom rasponu i točnosti u raznim primjenama.

Primjer ovog programskog alata, odnosno jednog od rješenja slijedi u nastavku (Slika 9.).

Slika 9. MATLAB

a = 1x9

b = 1x9

---

a = (1 2 3 4 6 4 3 4 5)

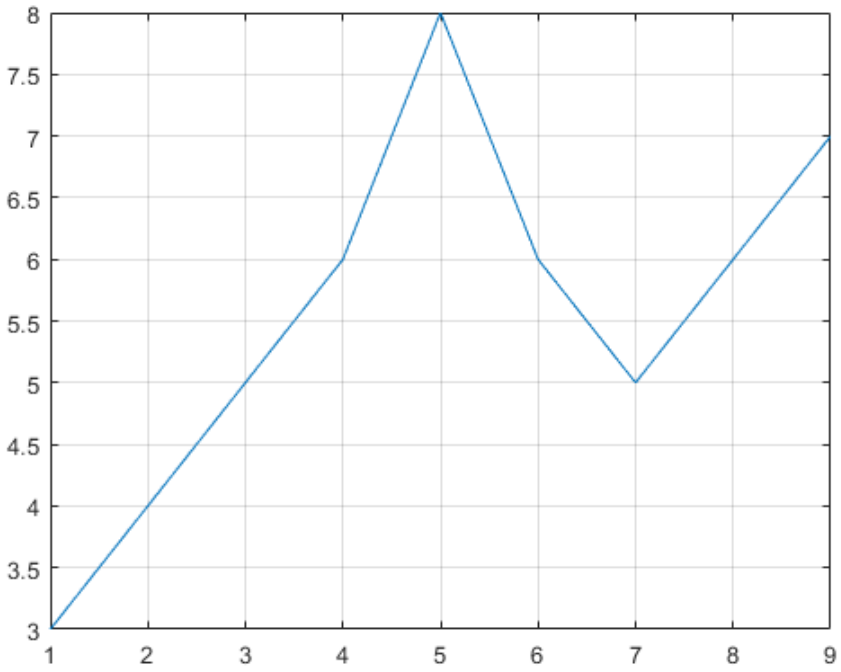
b = a+2

b = (3 4 5 6 8 6 5 6 7)

naredba

plot (b)

grid on



Izvor: Math works (2019.) MATLAB. Dostupno na: https://nl.mathworks.com/help/matlab/math/basic-matrix-operations.html (30.08.2019.).

Vidljivo je kako je prvo postavljen problemski zadatak, odnosno vektor s devet elemenata. Nakon toga stvoren je drugi vektor, kojemu je definirano također devet elemenata, uz dodavanje 2. Na osnovu ovih uvjeta, uz predočene naredbe ovaj alat daje rješenje u obliku grafičkog prikaza. Treba istaknuti kako je moguće generirati i drugačije oblike grafova (stupci, ključne točke i slično).

Osnovne operacije koje pokriva ovaj alat su (Petković, 2005):

- osnovne aritmetičke operacije – zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje; operacije po elementima – prije matematičkog operatora stavlja se točka (.); relacijski operatori – manje, veće, jednako;
- posebne matrice;
- operacije nad matricama.

Treba istaknuti kako je riječ o naprednom interaktivnom alatu, koji danas služi brojnim dionicima. Pri tome nadilazi obrazovne funkcije i namjenu, a posebice je popularan u inženjerstvu i poslovnim problemima.

5. ZAKLJUČAK

Usvajanje znanja i vještina iz područja matematike od davnina se smatra jednim od temeljnih aspekata obrazovnog, odnosno intelektualnog razvoja ljudi. Pored toga, sukladno značenju matematičkih kompetencija i sposobnosti koje se ovim putem nadograđuju i usavršavaju, vjeruje se da matematika pomaže osobnom razvoju ljudi. Sukladno tome, stečena znanja ne koriste se samo u razdoblju obrazovanja, već služe svakodnevnim poslovnim i životnim situacijama.

Matematička pismenost, kao produkt matematizacije, predstavlja multidimenzionalno obilježje svakog pojedinca. Ključne kompetencije koje se pri tome razvijaju su kritičko promišljanje i zaključivanje, predviđanje, uočavanje uzročno posljedičnih veza i slično.

Tijekom povijesti, a uslijed niza pratećih promjena i općeg napretka civilizacije, znanost se dinamično mijenjala. U kontekstu toga, evolucijski tijek zabilježen je i na primjeru matematike, koja najkompleksnije razdoblje doživljava tijekom proteklih nekoliko dekada. Na to je izravno utjecala snažna podrška tehnologije i programskih rješenja.

Sinergijom matematike i informatike, posebice u suvremeno doba, doprinosi se mnogočemu, no stvaraju se sasvim novi produkti. U to vrijeme, matematičko programiranje predstavlja jedan sasvim novi splet stručnih i specijaliziranih znanja, koja se naposljetku koriste u visokom obrazovanju, ali i poslovnim procesima.

U kontekstu matematičkog programiranja i informatizacije matematike kakvu smo poznavali nekada, razvijaju se specifični programski sustavi i jezici, odnosno matematički programski alati. Na njihovu korištenju danas se zasniva razvoj matematičkog programiranja, ali i izvedba suvremenih obrazovnih aktivnosti.

Matematički programski alati u današnjici su vrlo razvijeni, a o tome svjedoči veliki broj konkretnih primjera, među kojima su oni kompleksniji i manje kompleksni, besplatni i vlasnički, opći i specijalizirani. Neovisno o vrsti alata o kojemu je riječ, svi oni izravno doprinose modernizaciji obrazovanja, kao i razvoju znanosti, jednostavnijem i uspješnijem savladavanju znanja iz matematike i šire, kao i izvođenju raznih javnih,

privatnih, odnosno poslovnih procesa. Uz pomoć njih provodi se i matematičko programiranje, koje danas zadire u razna problemska područja.

Najjednostavnije rečeno, riječ je o vrlo kompleksnom, interdisciplinarnom i multidimenzionalnom znanstvenom području koje podržava suvremeni razvoj znanosti, poslovanja, ali i svakodnevnog života ljudi. S obzirom na intenzitet promjena i unapređenja koja se reflektiraju u ovome području već neko vrijeme, kao i uslijed dinamične primjene ovih alata u raznim područjima, u budućnosti se očekuje intenziviranje njihove primjene, kao i generiranje brojnih pozitivnih učinaka. Uz nastavak takvoga trenda moguće je očekivati postupno napuštanje tradicionalne matematike, te formiranje njezina suvremenog, tehnološkog oblika i pojavnosti.

LITERATURA

ČLANCI:

- Glasnović Gracin, D. (2007.) Matematička pismenost, 1.dio. Matematika i škola. Godina VIII. Br. 39. Str. 155.-164.
- Petković, T. (2005.) Kratke upute za korištenje MATLAB. Zagreb: Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilište u Zagrebu

INTERNET IZVORI:

- Encyclopedia (2019.) Mathematical Software. Dostupno na: https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/mathematical+software (29.08.2019.)
- Eudoxus System Ltd. (2019.) What is Mathematical Programming? Dostupno na: http://www.eudoxus.com/lp-training/1-what-is-mathematical-programming (29.08.2019.)
- Hrvatski fokus (2019.) Matematička pismenost. Dostupno na: http://www.hrvatski-fokus.hr/index.php/znanost/15004-matematicka-pismenost (30.08.2019.)
- Kincaid, D., Cheney, W. (2002.) Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing. Dostupno na: https://web.ma.utexas.edu/CNA/NMC6/software.html (29.08.2019.)
- Math Blog Team (2007.) 3 awesome free Math programs. Dostupno na: https://mathblog.com/3-awesome-free-math-programs/ (30.08.2019.)
- Math works (2019.) MATLAB. Dostupno na: https://nl.mathworks.com/help/matlab/math/basic-matrix-operations.html (30.08.2019.)
- MathCha (2019.) Math Editor. Dostupno na: https://www.mathcha.io/ (29.08.2019.)
- Mathematical Software (2019.) Home. Dostupno na: https://www.mat.univie.ac.at/~neum/software.html#opt (30.08.2019.)

- MeraBheya (2017.) Top 20 Best Free Math software you can use. Dostupno na: https://merabheja.com/best-free-math-softwares/ (29.08.2019.)
- Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja (2019.) Matematička pismenost. Dostupno na: https://pisa.ncvvo.hr/sto-pisa-ispituje/matematicka-pismenost/ (27.08.2019.)
- Negulić, T. (2017.) GeoGebra – interaktivna matematika. Dostupno na: http://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/ (30.08.2019.)
- SpeQ Mathematics (2019.) Home. Dostupno na: https://www.speqmath.com/ (29.08.2019.)
- SW Math (2019.) Maxima. Dostupno na: https://swmath.org/software/560 (30.08.2019.)
- The Geometer's Sketchpad (2019.) Key Curriculum. Dostupno na: https://www.keycurriculum.com/node/583.html (30.08.2019.)

POPIS SLIKA

Slika 1. Proces matematizacije 5
Slika 2. Matematičko programiranje 10
Slika 3. Matematički programski alat Microsoft Matematics 17
Slika 4. Math Editor 18
Slika 5. SpeQ Math 19
Slika 6. Sketchpad 22
Slika 7. GeoGebra 23
Slika 8. Grafikon u Maxima sustavu 25
Slika 9. MATLAB 27

SAŽETAK

Matematika je jedna od dominantnih znanosti u kontekstu intelektualnog razvoja, ali i općeg napretka civilizacije. Matematizacijom se unaprjeđuje proces razvoja matematičke pismenosti, a što rezultira razvojem brojnih kompetencija, ali i ostalim pozitivnim učincima. S napretkom znanosti i tehnologije, ovaj proces biva uvelike modificiran tijekom proteklih nekoliko dekada. Rezultat tehnološke podrške jest stvaranje suvremenih matematičkih modela, jezika i alata.

Sinergijom matematike i informatike dolazi do evolucije matematičkog programiranja. Ono uvelike obilježava suvremeno društvo, znanstveni napredak, ali i međunarodnu ekonomiju. U okviru navedenoga poseban značaj imaju matematički programski alati koji doprinose savladavanju matematičkih znanja i vještima, ali i onih iz ostalih znanosti. Pored toga, navedeni alati zadiru i u ostala područja čime brže, jednostavnije i kvalitetnije generiraju rješenja matematičkih problemskih zadataka.

Cilj rada je istražiti osnovne pojmove u okviru ove problematike. Svrha je obraditi konkretne primjere matematičkih programskih alata i potvrditi njihov značaj i široku primjenu u današnjici.

Ključne riječi: matematika, matematička pismenost, matematičko programiranje, matematički programski alati.

SUMMARY

Mathematics is one of the dominant sciences in the context of intellectual development, but also of the general civilization progress. Mathematization is a process that supports development of mathematical literacy, which results with a development of numerous competencies, but also positive effects. With the advancement of science and technology, this process has been greatly modified over the past few decades. The result of technological support is the presentation of modern mathematical models, languages and tools.

The synergy of mathematics and informatics leads to the evolution of mathematical programming. It greatly characterizes modern society, scientific progress, but also the international economy. Mathematical software tools that contribute to mastering mathematical knowledge and skills, as well as those in other sciences, are of particular importance. In addition, they generate faster, simpler, and high-quality solutions to mathematical problems of issues.

The aim of the paper is to explore the basic concepts within these problems. The purpose addressed specific examples of mathematical software tools and confirmed their importance and widespread use in the present day.

Keywords: mathematics, mathematical literacy, mathematical programming, mathematical programming tools.