# Matematički model elisno - mlaznog motora za određivanje performansi zrakoplova u ravnotežnom letu

**Đurinović, Juraj**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:178792

*Rights / Prava:* In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-03-28**



*Repository / Repozitorij:*

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository









**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**

**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

**Juraj Đurinović**

# MATEMATIČKI MODEL ELISNO-MLAZNOG MOTORA ZA ODREĐIVANJE PERFORMANSI ZRAKOPLOVA U RAVNOTEŽNOM LETU

**ZAVRŠNI RAD**

**Zagreb, 2016**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**
ODBOR ZA ZAVRŠNI RAD

Zagreb, 20. travnja 2016.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**
Predmet: **Zrakoplovni pogonski sustavi II**

# ZAVRŠNI ZADATAK br. 3646

Pristupnik: **Juraj Đurinović (0135232090)**
Studij: Aeronautika
Smjer: Pilot
Usmjerenje: Civilni pilot

Zadatak: **Matematički model elisno - mlaznog motora za određivanje performansi zrakoplova u ravnotežnom letu**

Opis zadatka:

U radu je potrebno objasniti princip rada elisno mlaznog motora na primjeru PW150A. Nadalje, potrebno je postaviti model motora za izračun performansi ove vrste motora u ravnotežnom letu. Za izabrane početne uvjete prema podacima iz eksploatacije, potrebno je izračunati snagu i potrošnju goriva u izvanprojektnim režimima rada.

Zadatak uručen pristupniku: 4. ožujka 2016.

Mentor:

doc. dr. sc. Anita Domitrović

Predsjednik povjerenstva za završni ispit:

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti

# ZAVRŠNI RAD

## MATEMATIČKI MODEL ELISNO-MLAZNOG MOTORA ZA ODREĐIVANJE PERFORMANSI ZRAKOPLOVA U RAVNOTEŽNOM LETU

## MATHEMATICAL MODEL OF TURBOPROP ENGINE FOR DETERMING AIRCRAFT PERFORMANCE IN STEADY FLIGHT

Mentor: doc.dr.sc. Anita Domitrović

Student: Juraj Đurinović

JMBAG: 0135232090

Zagreb, srpanj 2016.

## Sažetak

U ovom završnom radu dan je matematički model elisno-mlaznog motora koji može poslužiti za izračun snage motora u ravnotežnom letu zrakoplova. Općenito se opisuje konstrukcija mlaznih, odnosno elisno-mlaznih motora i dodatno se iznose karakteristike na primjeru motora ugrađenog na zrakoplov DASH 8 Q 400, odnosno motora P&W150A. Objašnjava se horizontalni let zrakoplova i postavljaju se uvjeti ravnoteže. Definiran je matematički model motora i prikazani su dijagrami koji prikazuju ovisnost potiska, snage, specifične potrošnje goriva i masenog protoka zraka o brzini zrakoplova, odnosno Machovom broju.



**Ključne riječi**: elisno-mlazni motor, performanse motora, ravnotežni let zrakoplova



## Summary

This thesis analyses mathematical model of turboprop engine which can be used for calculating power of engine in aircraft steady flight. Construction of turboprop engine is described in general and also on example of DASH 8 Q 400's engine, P&W150A. Steady flight of aircraft is explained and balance terms are derived. Mathematical model of turboprop engine is developed and figures of variation of thrust, power, specific fuel consumption and mass flow are shown dependent on aircraft speed - Mach number



**Keywords**: turboprop engine, engine performance, steady aircraft flight

# Sadržaj


1 Uvod ..... 1

2 Osnovno o mlaznim motorima ..... 3

2.1 Plinska turbina ..... 3

2.2 Optočni mlazni motori ..... 4

2.3 Elisno-mlazni motori ..... 4

3 Princip rada i glavni dijelovi elisno-mlaznog motora na primjeru P&W150A ..... 6

3.1 Glavni dijelovi mlaznog motora ..... 6

3.1.1 Uvodnik ..... 6

3.1.2 Kompresor ..... 7

3.1.3 Komora izgaranja ..... 7

3.1.4 Turbina ..... 8

3.1.5 Mlaznik ..... 9

3.2 Prijenos zakretnog momenta ..... 9

3.3 Propeler ..... 9

3.4 Upravljanje motorom P&W150A ..... 10

3.5 Jednadžbe snage i potrošnje goriva elisno-mlaznog motora ..... 13

3.6 Eksploatacija motora P&W150A ..... 14

4 Ravnotežni let zrakoplova ..... 16

4.1 Horizontalni ravnotežni let zrakoplova ..... 18

4.2 Ravnotežni let zrakoplova u penjanju / poniranju ..... 19

5 Analiza performansi elisno-mlaznog motora u uvjetima eksploatacije zrakoplova 21

5.1 Referentne vrijednosti i pretpostavke za analizu ..... 23

5.2 Jednadžbe promjene radnih parametara kroz motor ..... 24

5.2.1 Kompresor ..... 25

5.2.2 Komora izgaranja ..... 25

5.2.3 Turbina snage ..... 26

5.2.4 Mlaznik ..... 26

5.3 Matematička formulacija modela ..... 27

5.4 Analiza performansi u uvjetima eksploatacije zrakoplova ..... 29

6 Zaključak ..... 33

# 1 Uvod

Na suvremenim komercijalnim zrakoplovima ugrađeni su pretežno mlazni motori, klipni motori koriste se još samo na malim zrakoplovima i motornim jedrilicama. Razvoj mlaznih motora od svojih početaka do današnjih dana ne posustaje, konstantno se izlažu zahtjevi za većim potiskom i manjom potrošnjom goriva, a zadnjih godina se također intenzivno postavljaju zahtjevi za što manju emisiju ispušnih plinova i razinu buke, [1] i [2].

Pri konstrukciji svakog motora polazi se od zahtjeva namjene zrakoplova u eksploataciji. Potrebno je odrediti brzine i visine leta koje će motor pružati te zadati zahtjeve za maksimalnim potiskom, minimalnom potrošnjom goriva, maksimalnom temperaturom ispušnih plinova i slično. Motor se konstruira na temelju zadanih veličina za svoj, projektni režim rada za koji se uzima stanje standardne atmosfere na razini mora (*ISA SL- International Standard Atmosphere*). Očito je da će motor najveći dio vremena rada provesti u režimima rada koji nisu projektni, u tzv. izvanprojektnim režimima rada. Izvanprojektni režimi rada važni su za određivanje kritičnih režima rada motora i ponašanje komponenata motora pri različitim uvjetima, kao što su promjena visine, temperature ili gustoće.

U ovom radu obrađuje se model elisno-mlaznog motora na primjeru P&W150A. Elisno-mlazni motori serije P&W100 koriste se na zrakoplovima u zrakoplovnim kompanijama diljem svijeta za letove do 350 NM udaljenosti. Model P&W150A izrađen je posebno u suradnji s kompanijom 'Bombardier Aerospace' za model zrakoplova Bombardier Q400 i to mu je jedino područje primjene. U odnosu na ostale mlazne motore potrošnja goriva je čak do 40% manja, a emisije $CO_2$ i do 50% manje [3], [4].

Rad je podijeljen u 6 poglavlja. Na početku rada opisuje se plinska turbina, odnosno središnji dio svakog mlaznog motora, a zatim su općenito opisane vrste mlaznih motora koje se koriste u zrakoplovstvu. Opisan je princip rada mlaznog motora kroz sekcije na primjeru elisno-mlaznog motora P&W150A.

U četvrtom poglavlju objašnjen je ravnotežni let zrakoplova i postavljeni su uvjeti ravnoteže preko matematičkih jednadžbi. Ravnotežni let razrađen je jer analiza motora u izvanprojektnim režimima rada zahtjeva isti.

U petom poglavlju prikazane su jednadžbe promjene parametara radne tvari kroz motor i u cijelosti je dan matematički model korišten u proračunu izvanprojektnih režima rada motora, odnosno područja eksploatacije zrakoplova. Prikazani su dijagrami ovisnosti potiska, snage, potrošnje goriva i masenog protoka o brzini zrakoplova. Na kraju rada iznesen je zaključak i popis korištene literature.

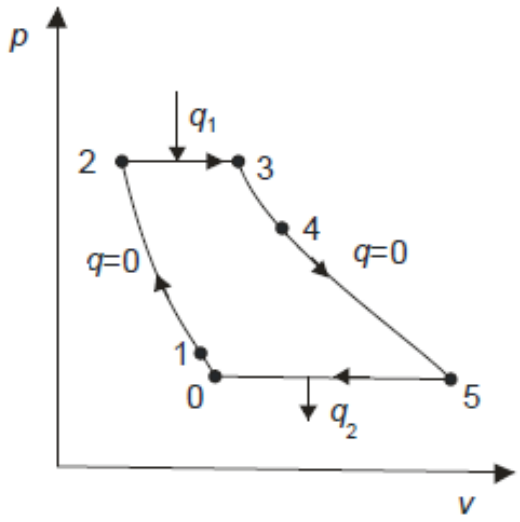
# 2 Osnovno o mlaznim motorima

Mlazni motori općenito se mogu podijeliti na atmosfersko mlazne i raketno mlazne motore [5]. U ovom poglavlju daje se opis rada plinske turbine kao jezgre svakog mlaznog motora pa tako i elisno-mlaznog motora. Ostali tipovi mlaznih motora su optočno-mlazni i turbomlazni motori o kojima su u ovom poglavlju navedena osnovna svojstva.

## 2.1 Plinska turbina

Svi atmosfersko mlazni motori imaju istu jezgru, plinsku turbinu (*Gas Turbine*), koja se sastoji od kompresora, komore izgaranja te turbine. Proces koji se odvija u plinskoj turbini prikazan je na slici 1, u *p* - *V* dijagramu. Naziva se Joulsovim ili Brytonovim ciklusom i definira sljedeće pretpostavke [5] :

- radna tvar je idealni plin čiji se sastav ne mijenja tijekom procesa, te ne postoje gubitci mase
- ne postoje gubitci topline, pad tlaka uslijed prigušivanja i ne postoji trenje, dakle procesi sabijanja i širenja su izentropski
- ekspanzija mlaza se završava u mlazniku do atmosferskog tlaka, a radna tvar se uvjetno vraća u prvobitno stanje putem izobarske predaje topline okolini
- sva toplinska energija sadržana u gorivu se predaje radnoj tvari bez gubitaka čime se zamjenjuje proces izgaranja.




**Slika 1. Idealni proces u plinskoj turbini [5]**

Analiza dijagrama :

- 0-1 : zrak (radna tvar) ulazi u uvodnik i blago mu se povećava tlak
- 1-2 : kompresor povećava tlak, a samim time i temperaturu radne tvari
- 2-3 : u komoru izgaranja se ubrizgava gorivo i zapaljuje se
- 3-4 : produkti izgaranja ekspandiraju u sekciji turbine
- 4-5 : ekspanzija se nastavlja u mlazniku, preostala potencijalna energija se pretvara u kinetičku
- 0-5 : završetak ciklusa, toplina se predaje okolini

Kada se ispred kompresora ugradi uvodnik, a iza turbine mlaznik, konstrukcija postaje mlazni, odnosno turbomlazni motor. Potisak se stvara kao rezultat promjene količine kretanja radne tvari, zrak se u komori izgaranja miješa s gorivom i zbog oslobođenja energije prilikom izgaranja izlazi iz motora većom brzinom od one s kojom je u motor ušao. To je ujedno i prva vrsta mlaznih motora koja se danas ugrađuje uglavnom na vojne zrakoplove. Zbog potrebe za boljim performansama na manjim visinama i brzinama leta te zbog zahtjeva manje potrošnje goriva i manjeg zagađenja okoliša, razvili su se optočno-mlazni motori i elisno-mlazni motori.

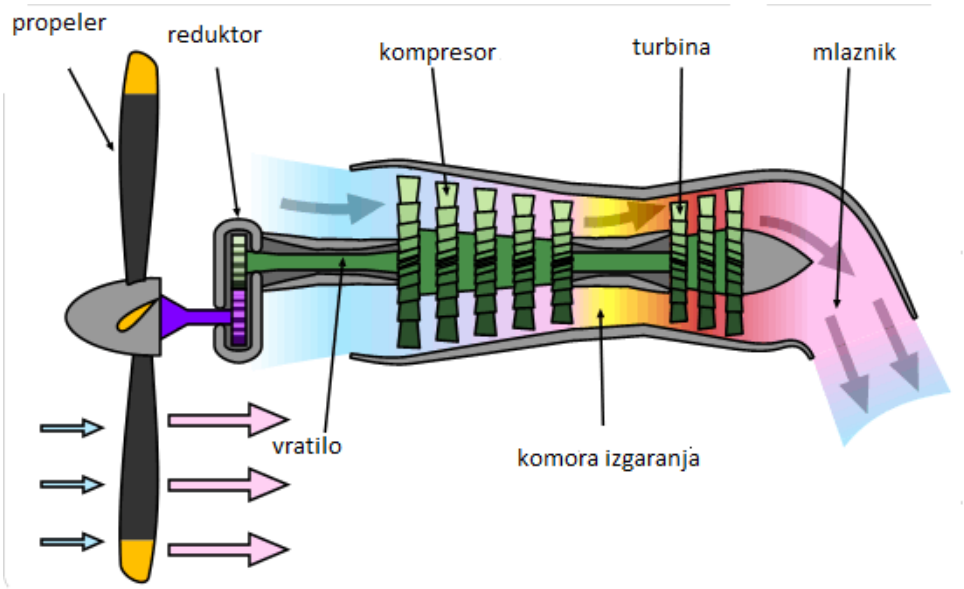
## 2.2 Optočno-mlazni motori

Optočno-mlazni motori (*Turbofan Engine*) dio rada koji proizvede turbina koriste za okretanje ventilatora koji se nalazi ispred uvodnika. Time se povećava promjer motora, što nužno znači i veći otpor, ali se povećava i maseni protok zraka što rezultira većim potiskom i manjom potrošnjom goriva. Ovi motori mogu imati visok ili nizak stupanj optočnosti (*Bypass Ratio*) koji je definiran kao omjer masenog protoka hladne struje zraka i masenog protoka tople struje zraka. Hladan zrak uopće ne ulazi u plinsku turbinu motora nego struji oko nje. Motori sa visokim stupnjem optočnosti čak 80 % potiska stvaraju pomoću hladne struje zraka [5].

## 2.3 Elisno-mlazni motori

Elisno-mlazni motor (*Turboprop engine*) koristi proizvedenu snagu plinske turbine kako bi okretao propeler i njime stvorio potisak. Tek manji dio potiska, maksimalno 30% stvara se od reakcije na mlaz ispušnih plinova, za razliku od turbomlaznih motora gdje

je to jedini način stvaranja potiska [5]. Dijelovi elisno-mlaznog motora su propeler, uvodnik, kompresor, komora izgaranja, turbina i mlaznik, prikazani na slici 2.




**Slika 2. Dijelovi elisno-mlaznog motora [6]**

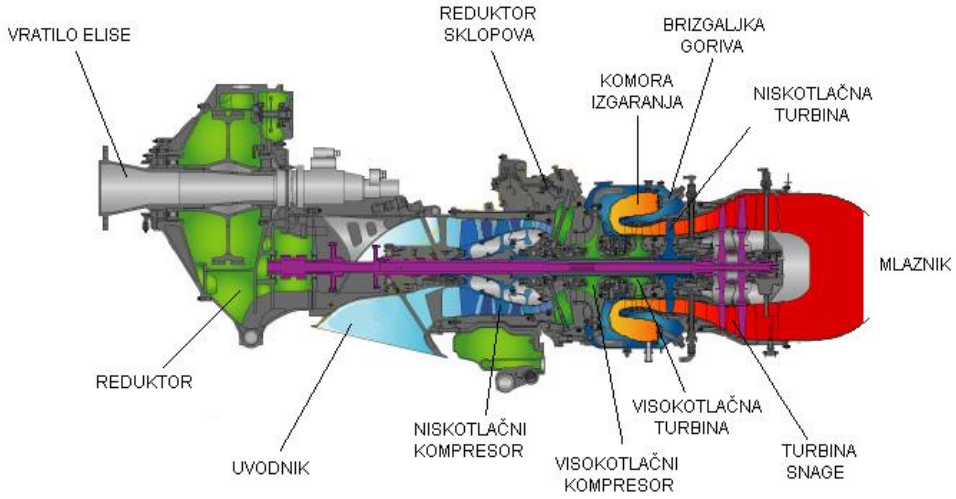
U slijedećem poglavlju detaljno se opisuje princip rada i zadaće dijelova elisno-mlaznog motora na primjeru motora P&W150A.

# 3 Princip rada i glavni dijelovi elisno-mlaznog motora na primjeru P&W150A

U ovom poglavlju biti će opisani glavni dijelovi motora, njihova zadaća i smještaj na motoru.

## 3.1 Glavni dijelovi mlaznog motora

Glavni dijelovi svakog mlaznog motora su redom uvodnik, kompresor, komora izgaranja, turbina i mlaznik. Elisno-mlazni motori poput P&W150A (slika 3.) imaju slobodnu turbinu koja preko reduktora pokreće propeler, a nalazi se iza turbine koja je vratilom povezana s kompresorom.




**Slika 3. Motor P&W150A [7]**

### 3.1.1 Uvodnik

Zadaća uvodnika je usmjeravanje struje zraka u motor, odnosno osigurati jednoliko dovođenje zraka do kompresora. Tu funkciju uvodnik mora obavljati konstantno, u svim režimima rada motora za koje je taj motor namijenjen te u svim režimima leta zrakoplova za koje je taj zrakoplov namijenjen. Motor P&W150A ima ugrađen uvodnik za podzvučna strujanja s nepromjenjivom geometrijom.

### 3.1.2 Kompresor

Zrak nakon uvodnika dolazi do kompresora. Funkcija kompresora je povećanje tlaka i usmjeravanje zraka u komoru izgaranja. Stupanj povećanja tlaka označava se sa $\pi$ i definira kao :

$$\pi = P_2/P_1 \qquad (3.1.2.1)$$

gdje je $p_2$ tlak na izlazu iz kompresora, a $p_1$ tlak na ulazu u kompresor. Kao i uvodnik, kompresor mora osigurati dovođenje zraka kontinuirano u komoru izgaranja u svim režimima rada motora. Postoje dvije osnovne vrste kompresora, aksijalni i radijalni. Aksijalni kompresori se nižu jedan za drugim i tako povećavaju tlak zraka više puta, dok se radijalni obično koristi samo jedan. Mnogi elisno-mlazni motori poput P&W150A koriste oba kompresora. Prvo, trostupanjski niskotlačni aksijalni kompresor pogonjen niskotlačnom turbinom te zatim visokotlačni centrifugalni kompresor pogonjen visokotlačnom turbinom. Tri glavna parametra definiraju performanse kompresora, a to su efikasnost, stupanj povećanja tlaka i maksimalni maseni protok zraka s kojim kompresor može obavljati zadanu funkciju. Aksijalni kompresori imaju manji stupanj povećanja tlaka po jednom stupnju, ali se zato nizanjem stupnjeva tlak višestruko povećava. Ograničavajući faktor povećanja tlaka postaje težina motora i povećanje temperature uslijed povećanja tlaka. Kod centrifugalnih kompresora, povećanje tlaka s jednim stupnjem veće je nego kod aksijalnog, čak 5:1, ali nizanjem više stupnjeva ne dobiva se željeni efekt većeg povećanja tlaka [5].

Visokotlačni kompresor motora P&W150A osim pogona propelera ima još jednu zadaću. Dio energije koji proizvede preko pomoćnog reduktora upravlja [8]:

- tlakom ulja i pumpama za ulje
- visokotlačnom pumpom za gorivo
- alternatorom
- generatorom

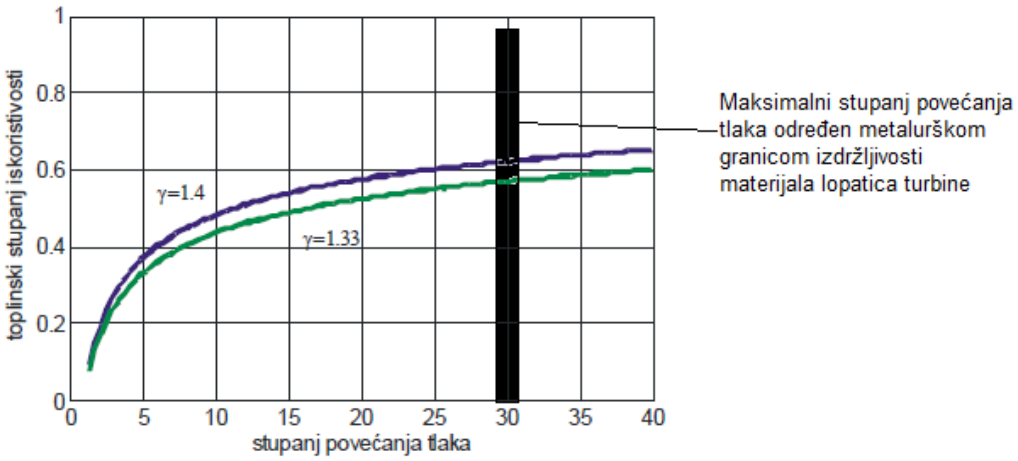
### 3.1.3 Komora izgaranja

Zrak visokog tlaka i povišene temperature nakon kompresora ulazi u komoru izgaranja. Zbog prevelike brzine zraka pri ulasku u komoru izgaranja, na početku je postavljen

difuzor koji smanjuje brzinu fluida kako bi došlo do stabilnog izgaranja. Zatim se gorivo miješa sa zrakom i zapaljuje. Kod motora modela P&W150A difuzor je posljednji dio visokotlačnog radijalnog kompresora gdje se obavlja funkcija usporavanja zraka, komora izgaranja je prstenastog tipa s povratnim strujanjem i odlikuje se niskim stupnjem zagađenja okoliša i proizvedene buke [8].

### 3.1.4 Turbina

Plinovi izgaranja dolaze na lopatice turbina, prvo visokotlačne, a zatim niskotlačne. Prve lopatice visokotlačne turbine najizloženije su visokoj temperaturi plinova izgaranja. Stoga turbinske lopatice moraju biti od jačeg i otpornijeg materijala nego lopatice kompresora. Upravo je ta maksimalna dozvoljena temperatura na ulazu u sekciju turbine parametar koji ograničava maksimalni stupanj povećanja tlaka zbog njihovog proporcionalnog odnosa. Daljnjim povećanjem tlaka temperatura bi nadišla najveću dopuštenu vrijednost, a lopaticama turbine bi se znatno umanjio radni vijek, odnosno vrijeme koje mogu provesti u eksploataciji što bi naravno dovelo do nepoželjnih troškova. Na slici 4. je prikazan stupanj povećanja tlaka u odnosu na toplinski stupanj iskoristivosti. Vidljivo je da se povećanjem tlaka povećava toplinski stupanj iskoristivosti, ali upravo zbog izdržljivosti materijala lopatica turbine postavlja se ograničenje. Motor P&W150A pri polijetanju i korištenju maksimalne trajne snage ima granicu postavljenu na 880 °C, a u prijelaznim režimima rada na maksimalnih 920 °C. Maksimalne brzine vrtnje turbina, a samim time i kompresora postavljene su na 31150 okr/min za visokotlačne, odnosno 27000 okr/min za niskotlačne [8].




**Slika 4. Ovisnost toplinskog stupnja iskoristivosti o stupnju povećanja tlaka[5]**

### 3.1.5 Mlaznik

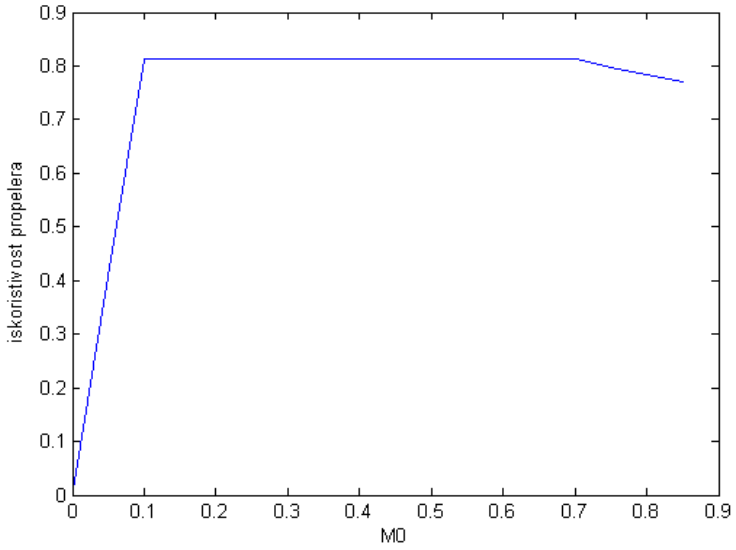
U mlazniku se ispušni plinovi ubrzavaju i ekspandiraju približno do tlaka okoline, odnosno pretvaraju preostalu potencijalnu energiju u kinetičku. Kod elisno-mlaznih motora kroz mlaznik se stvara između 10% i 30% potiska.

## 3.2 Prijenos zakretnog momenta

Elisno-mlazni motori većinu potiska ne dobivaju reakcijom na mlaz ispušnih plinova kao ostali mlazni motori, nego stvaranjem zakretnog momenta koji pogoni propeler. To je ostvarivo na slijedeće načine: prvi način je direktan pogon elise; reduktor je vezan za kompresor koji prenosi okretaje turbine direktnom vezom. Drugi način, korišten u slučaju motora P&W150A, je da se iza jednostupanjske visokotlačne i niskotlačne turbine nalazi turbina snage (slobodna turbina) koja je preko reduktora vratilom povezana s propelerom i stvara potreban zakretni moment. Maksimalni zakretni moment analiziranog motora prilikom polijetanja iznosi 37527 Nm, a broj okretaja propelera se preko reduktora održava na maksimalno 1020 okr/min [3].

## 3.3 Propeler

Propeler je dio elisno-mlaznog zrakoplova koji proizvodi većinu potiska. Snaga se prenosi sa slobodne turbine ili direktnim pogonom, uvijek preko reduktora jer lopatice propelera ne bi mogle izdržati velike brzine vrtnje kojima se vrte turbine i kompresori. Pri manjim brzinama i visinama leta elisno-mlazni motori su učinkovitiji od danas najkorištenijih optočno-mlaznih motora. Problem propelera nastaje pri brzinama većim od otprilike $Ma = 0.7$. Oko te brzine zrakoplova Machov broj na vrhovima lopatica propelera postiže vrijednost $Ma = 1$, odnosno dolazi do lokalnog strujanja brzine zvuka i efikasnost propelera počinje padati (slika 5.). Taj efekt je izraženiji što su lopatice propelera dulje. Kod optočno-mlaznih motora taj problem je riješen jer su ventilatori zaštićeni samom konstrukcijom motora. Konstruktori elisno-mlaznih motora su djelomično riješili problem postavljanjem većeg broja kraćih lopatica, savijenih unatrag [9] .




**Slika 5. Ovisnost iskoristivosti propelera o brzini zrakoplova [9]**

Propeler motora P&W150A model je *Dowty R408* napravljen od kompozita, sa šest krakova promjera 4.1 metar savijenih unatrag. Omogućuje vrhunske performanse zrakoplova u svim fazama leta te se odlikuje niskom razinom buke. Moguće je zamijeniti svaki krak elise posebno u slučaju oštećenja i ne postoji mehanička veza sa kabinom što pojednostavljuje održavanje. Vrijeme u eksploataciji doseže čak 25 godina [3]. U tablici su dane brzine vrtnje propelera pri osnovnim režimima rada motora.

**Tabela 1. Broj okretaja properela ovisno o režimu rada motora [8]**

| Broj okretaja propelera [rpm] | Režim rada motora |
|---|---|
| **1020** | Standardno polijetanje |
| **900** | Maksimalna snaga u penjanju |
| **850** | Maksimalna snaga u krstarenju |

## 3.4 Upravljanje motorom P&W150A

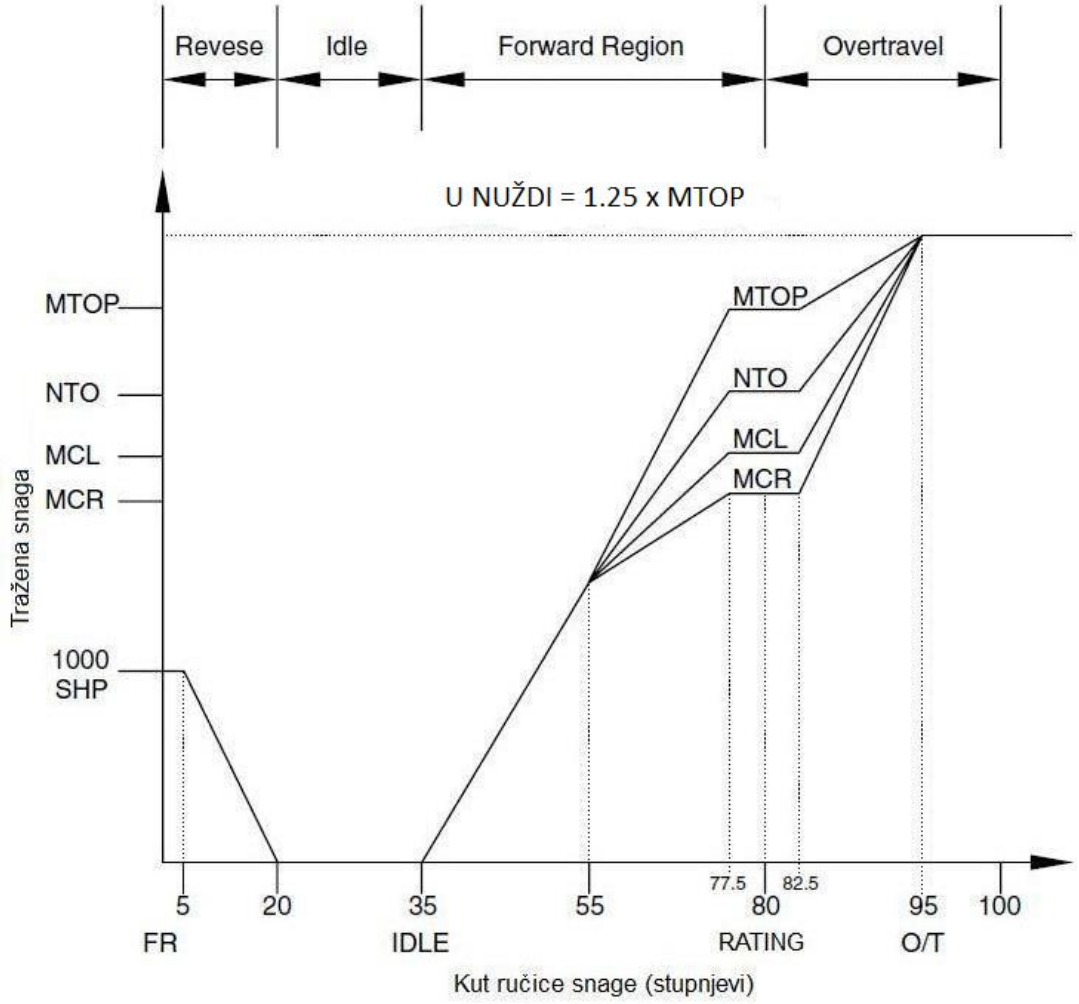
Motorom se upravlja iz kabine pomoću dvije ručice. Prva, ručica snage, kontrolira snagu koju motor razvija putem FADEC (*Full Authority Digital Engine Control*) sustava. Druga, ručica stanja, postavlja broj okretaja pomoću PEC-a (*Propeller Electronic Controler*).

Spomenuti FADEC sustav povezan je sa prikaznikom rada motora (*Engine Display*) u kabini te omogućuje konstantno motrenje slijedećih parametara rada, u digitalnom i u analognom obliku :

- TRQ - zakretni moment prikazan u postotku od maksimalnog (*Torque)* [Nm]
- PROP - broj okretaja propelera u minuti [rpm]
- $N_H$ - broj okretaja visokotlačne turbine i kompresora u postotku od maksimalnog [rpm]
- ITT - temperatura u sekciji turbine u stupnjevima [°C]
- $N_L$ - broj okretaja niskotlačne turbine i kompresora u postotku od maksimalnog [rpm]
- FF - potrošnja goriva prikazana u stotinama kilograma po satu [kg/h]

Snaga motora mjeri se senzorima zakretnog momenta i broja okretaja slobodne turbine koji su smješteni u reduktoru. FADEC uspoređuje postavljenu snagu od strane pilota i snagu izmjerenu senzorima te otklanja eventualna ne podudaranja reguliranjem protoka goriva.

Ručica snage omogućuje pilotu upravljanje snagom između dva krajnja režima rada, *Full Reverse* i *Overtravel*. Pomak ručice označuje se u stupnjevima, od 0° do 20° rezervirano je za *Thrust Reverse* odnosno za obrnuti potisak. Lopatice propelera postavljaju se na negativne napadne kutove i dodatno koče zrakoplov stvarajući potisak u suprotnom smjeru kretanja zrakoplova prilikom slijetanja nakon dodira s pistom. Postavka od 20° do 35° koristi se za upravljanje zrakoplovom na aerodromu prilikom voženja do piste odnosno stajanke. Nakon 35° snaga se linearno povećava daljnjnim pomicanjem ručice sve do 80°, odnosno do točke *Rated Power.* U slučaju nužde, na primjer prilikom započete procedure neuspjelog prilaženja pilot može dalje pomaknuti ručicu snage, u režim *Overtravel.* Dobiva se 125% maksimalne snage za polijetanje i brzina vrtnje propelera se automatski postavlja na svoju maksimalnu vrijednost, odnosno 1020 okr/min. Motor u tom režimu ne bi trebao raditi duže od nekoliko minuta [8]. Odnos tražene snage i pomaka ručice u stupnjevima prikazan je na slici 6.




**Slika 6. Režimi rada motora [8]**

Maksimalna snaga polijetanja *MTOP* (*Maximum Take-Off Power*) je maksimalna snaga koja se može koristiti pri polijetanju, na primjer u uvjetima loših performansi (mala gustoća, visoka temperatura), kada zrakoplov ima maksimalnu masu za polijetanje ili u slučaju kada je raspoloživa duljina uzletno sletne staze blizu granice minimalne potrebne duljine uzletno sletne staze. Korištenje ove snage ograničeno je na 5 minuta.

U praksi se što više pokušava koristiti normalna snaga polijetanja *NTOP* (*Normal Take-Off Power*) jer puno manje opterećuje motor i produljuje mu radni vijek. Moguće je polijetati s ovom snagom u uvjetima visokih performansi (velika gustoća, niska temperatura), ako zrakoplov nema maksimalnu masu za polijetanje ili kada je

raspoloživa uzletno sletna staza značajno dulja od potrebne duljine uzletno sletne staze.

Maksimalna snaga u režimu penjanja označuje se kao *MCL* (*Maximum Climb Power*), a maksimalna snaga u režimu krstarenja *MCR* (*Maximum Cruise Power*). Obično se ne koristi jer se smanjenjem snage za određenu marginu u režimu krstarenja značajno štedi gorivo, a vrijeme putovanja zanemarivo produljuje.

Važnu zaštitu motora pružaju *by pass* vrata koja sprečavaju zagušenje motora raznim kontaminantima poput leda, jakih padalina ili bilo kakvih materijala na uzletno sletnoj stazi prilikom polijetanja. Također, u slučaju da zrakoplov naleti na jato ptica, što je već mnogo puta uzrokovalo otkaze svih vrsta motora predstavljaju određenu razinu zaštite.

## 3.5 Jednadžbe snage i potrošnje goriva elisno-mlaznog motora

Potisak elisno-mlaznog motora kako je već spomenuto proizvodi se putem slobodne turbine ili direktnom vezom. Snaga na vratilu naziva se $P_{SHP}$ (*Shaft Power*) i izražava u konjskim snagama ili Wattima, a budući da pri prijenosu te snage na elisu postoje određeni gubitci, definiran je i stupanj iskoristivosti elise $\eta_P$ koji je bezdimenzionalni faktor. Dakle, ekvivalentna snaga koju elisa koristi jednaka je:

$$P_{ESHP} = P_{SHP}\eta_p \qquad (3.5.1)$$

a za motor P&W150A maksimalno iznosi 5071 HP. Ostatak potiska, kao kod svih mlaznih motora ostvaruje se reakcijom na mlaz ispušnih plinova i iznosi :

$$F_{Tj} = \dot{m}_a(v_j - v) \qquad (3.5.2)$$

gdje je :

- $\dot{m}_a \;\; kg/s$ maseni protok zraka
- $v_j - v \;\; m/s$ razlika brzine ispušnih plinova i brzine zrakoplova

Poznajući obje jednadžbe možemo definirati ukupnu snagu potiska elisno-mlaznog motora koja iznosi

$$P_{TP} = \eta_P P_{SHP} + F_{Tj}v \qquad (3.5.3)$$

Ukoliko se želi izraziti ekvivalentna snaga, lijeva stranu jednadžbe može se pisati kao: $P_{ESHP}\eta_P$ te se nakon dijeljenja cijele jednadžbe sa $\eta_P$ dobiva konačan zapis :

$$P_{ESHP} = P_{SHP} + \frac{F_{Tj}v}{\eta_P} \tag{3.5.4}$$

Još jedan važan parametar karakteristika motora je specifična potrošnja goriva. Za turbomlazne i optočno mlazne motore definira se kao TSFC, (*Thrust Specific Fuel Consumption*), potrošnja goriva po jedinici potiska. Za elisno-mlazne motore potrošnja se definira u odnosu na snagu, BSFC (*Brake Specific Fuel Consumption*) ili češće u odnosu na ekvivalentnu snagu, EBSFC (*Equivalent Brake Specific Fuel Consumption*). Navedene veličine definirane su na slijedeći način:

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{F_T}\ [kg/(sN)] \tag{3.5.5}$$

$$BSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{SHP}}\ [kg/(sW)] \tag{3.5.6}$$

$$EBSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ESHP}}\ [kg/(sW)] \tag{3.5.7}$$

gdje je :

- $\dot{m}_f[kg/s]$ maseni protok goriva
- $F_T$[N] potisak motora
- $P_{SHP}$[W] snaga motora
- $P_{ESHP}$[W] ekvivalentna snaga motora

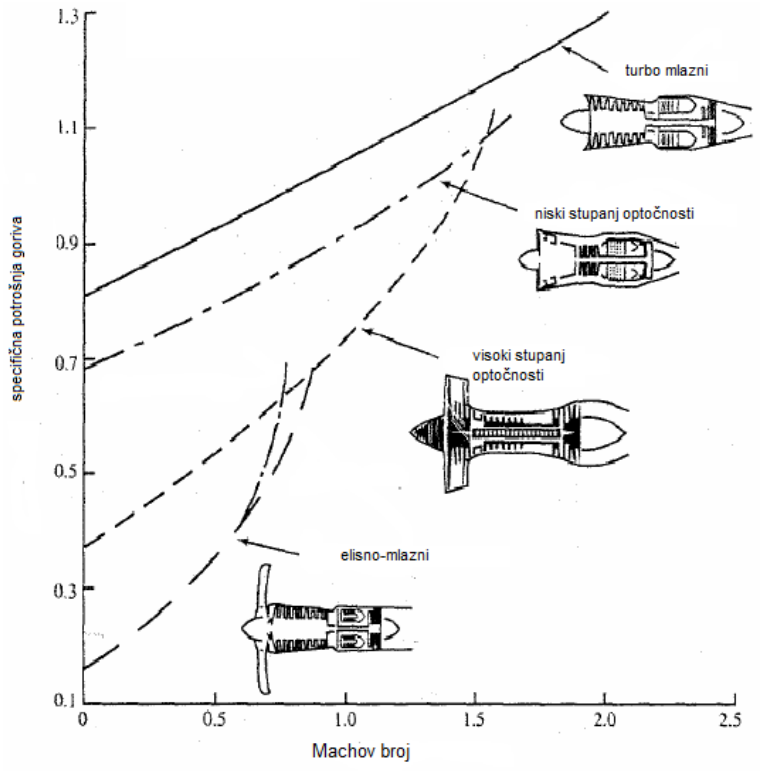
Mjerne jedinice dane su u SI sustavu. Ne smije se zanemariti EES sustav mjernih jedinica koji je zastupljeniji, gdje se maseni protok izražava u $lb_m$ po satu, potisna sila u $lb_f$, a snaga, odnosno ekvivalentna snaga u konjskim snagama, *hp*.

## 3.6 Eksploatacija motora P&W150A

P&W150A motor je posebno napravljen za *Q400* seriju zrakoplova te im omogućuje vrhunske performanse [3]. Zrakoplov s tim motorom postiže brzinu od 415 mph, odnosno 768 km/h te predstavlja veliku konkurenciju ostalim mlaznim motorima zbog brzine, pouzdanosti i zanemarivog zagađenja okoliša. Potrošnja goriva u odnosu na

mlazne motore manja je čak do 40% i omogućuje velike uštede, tako da je let zrakoplova Dash Q400 isplativ već sa jednom trećinom popunjenih mjesta.

Na slici 7. je prikazana specifična potrošnja goriva u ovisnosti o Machovom broju za različite motore. Vidi se da su elisno-mlazni motori zaista najučinkovitiji ako promatramo potrošnju goriva pri brzinama do otprilike Ma = 0.7. Problem elisno-mlaznih motora nastaje nakon te brzine kada potrošnja goriva počinje eksponencijalno rasti, a iskoristivost propelera padati.




**Slika 7. Eksploatacija motora [5]**

# 4 Ravnotežni let zrakoplova

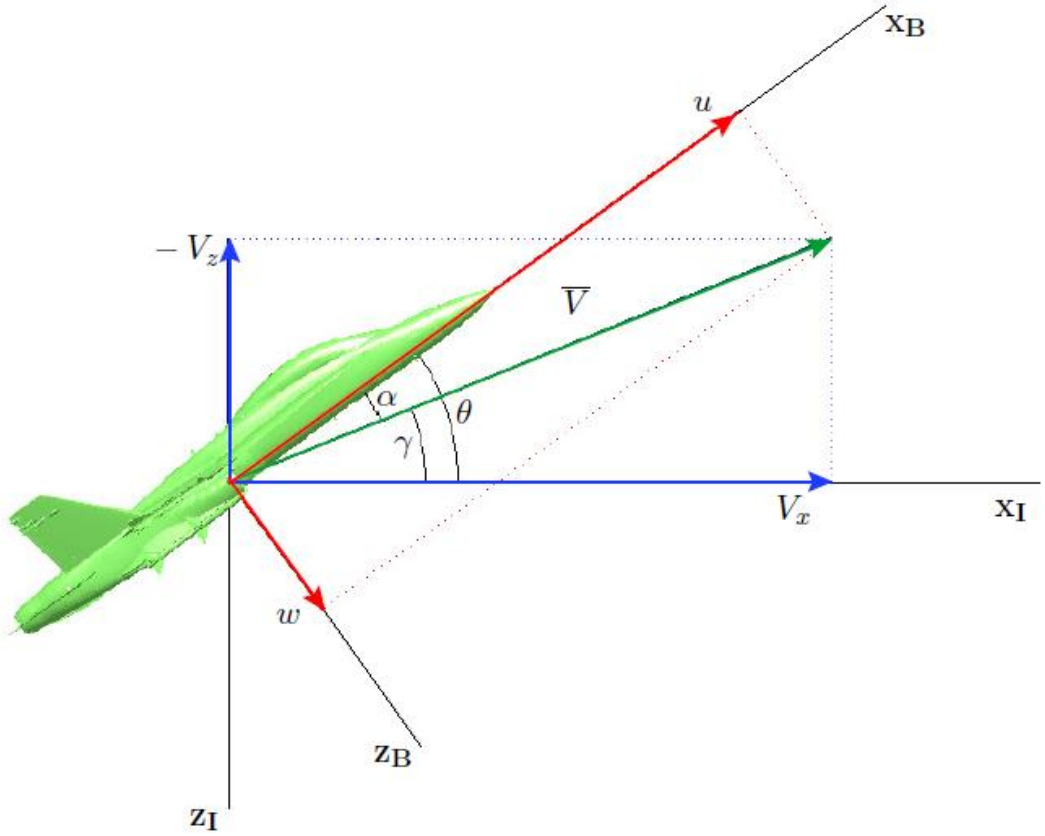
Za zrakoplov se kaže da je u ravnotežnom letu (*Steady Flight*) ukoliko se kreće konstantom brzinom po pravocrtnoj putanji. To ne znači nužno da je zrakoplov u horizontalnom letu, horizontalni ravnotežni let samo je jedan od mogućih slučajeva ravnotežnog leta zrakoplova. Ravnotežni let također može biti u penjanju, odnosno poniranju. Uvjet ravnotežnog leta je da je suma svih sila koje djeluju na zrakoplov jednaka 0. Dakle, otklon krilaca, horizontalnog i vertikalnog kormila te postavke snage moraju biti konstantne kako bi let bio ravnotežan. Otkloni upravljačkih površina ovise o tome da li zrakoplov penje, ponire ili je u horizontalnom letu dok postavke snage ovise o svemu navedenom, te dodatno o visini leta te željenom režimu, odnosno brzini leta. Uobičajno se postavke snage izražavaju u postotcima od maksimalne, na primjer postavka snage na 75% maksimalne snage koristi se za krstarenje s maksimalnom dozvoljenom brzinom u krstarenju, *high speed cruise*.

Da bi se lakše opisale jednadžbe ravnotežnog leta uvode se koordinatni sustavi od kojih je jedan vezan za zrakoplov i rotira zajedno s njim, a drugi vezan za Zemlju i ne rotira sa zrakoplovom. Za ova promatranja u relativno kratkom vremenu potrošnja goriva se može zanemariti pa se težište zrakoplova ne pomiče nego ostaje na istom mjestu. Težište je stoga ujedno i centar koordinatnog sustava vezanog za zrakoplov. Kod tog koordinatnog sustava os x usmjerena je u pravcu nosa zrakoplova, os y prolazi kroz desno krilo zrakoplova, a os z je okomita na ove dvije osi (pozitivni dio osi z usmjeren je prema dolje) i zatvarana desni, pozitivni koordinatni sustav. Osi koordinatnog sustava vezanog za Zemlju leže u horizontalnoj - os x i os y, te vertikalnoj ravnini - os z [10].

Na slici 8. je dan prikaz zrakoplova u ravnotežnom letu u penjanju kao opći primjer gdje se mogu opisati sve veličine, jer se u horizontalnom ravnotežnom letu osi koordinatnih sustava poklapaju i ne pojavljuju se sve veličine. Osi koordinatnog sustava vezanog za Zemlju označene su kao $X_I$ i $Z_I$ , a koordinatni sustav vezan za zrakoplov sa $X_B$ i $Z_B$. Kut propinjanja prikazan je sa $\theta$, a predstavlja kut između osi koordinatnog sustava vezanog za zrakoplov i koordinatnog sustava vezanog za Zemlju. Kada je kut $\theta = 0$, znači da se osi koordinatnih sustava podudaraju odnosno da je zrakoplov u horizontalnom letu. $V_Z$ i $V_X$ su brzine zrakoplova prikazane u zemaljskom koordinatnom sustavu, vertikalna i horizontalna brzina, respektivno.

Vertikalna brzina zrakoplova na slici je prikazana kao -$V_Z$, negativan predznak označava penjanje zbog orijentacije koordinatnog sustava. U zrakoplovnom koordinatnom sustavu vertikalna i horizontalna brzina su prikazane kao *u,* odnosno *w*. Brzina zrakoplova kroz zrak iz toga proizlazi kao:

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} \tag{4.1}$$




**Slika 8. Koordinatni sustavi na zrakoplovu [10]**

Napadni kut zrakoplova α je kut između X osi zrakoplovnog koordinatnog sustava i vektora brzine zrakoplova, odnosno može se prikazati kao:

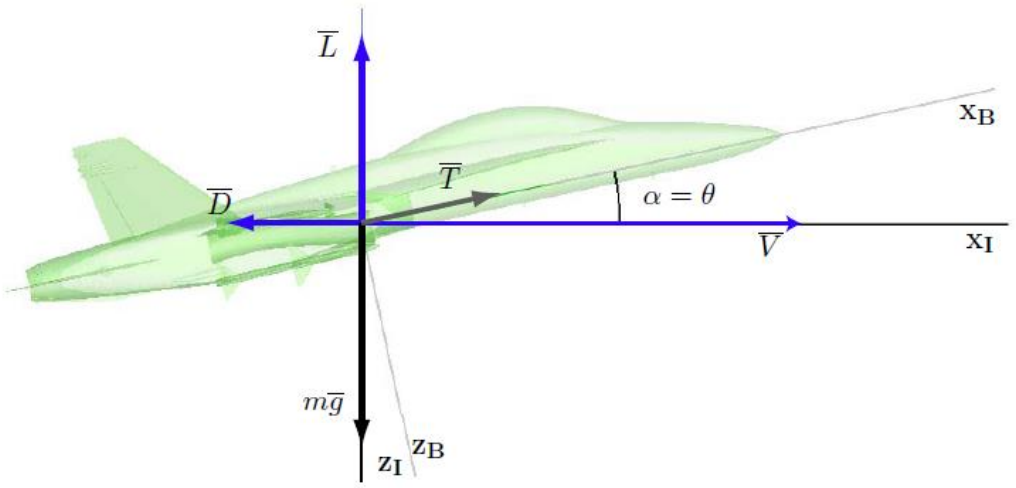
$$tan\alpha = \frac{w}{u} \tag{4.2}$$

Ovisno o tome da li zrakoplov propinje ili ponire definira se pozitivan (za propinjanje), odnosno negativan kut (za poniranje).

Po definiciji, ravnotežni let zrakoplova je let u kojemu se vektor brzine zrakoplova prikazan u koordinatnom sustavu vezanom za zrakoplov ne mijenja s vremenom [10].

## 4.1 Horizontalni ravnotežni let zrakoplova

Na slici 9. je model zrakoplova u ravnotežnom letu prikazan pomoću koordinatnih sustava ranije spomenutih u ovom poglavlju. Prikazane su sve sile koje djeluju na zrakoplov u horizontalnom ravnotežnom letu te vektor brzine i njegova vrijednost.




**Slika 9. Horizontalni ravnotežni let [10]**

Ravnotežni let zrakoplova podrazumijeva da ne postoji akceleracija ili deceleracija, pa je suma svih sila jednaka 0. Gledano po Z osi:

$$W - T\,sin\alpha - L = 0 \qquad (4.1.1)$$

Odnosno gledano po X osi, odnosno osi vektora brzine:

$$D - T\,cos\alpha = 0 \qquad (4.1.2)$$

Gdje W predstavlja težinu zrakoplova ($mg$), L silu uzgona, D silu otpora, a T silu potiska koju proizvodi motor. Pretpostavka je da su sve te sile konstantne, budući da se promatra stanje u relativno kratkom vremenu, upravljačke površine nemaju otklona, a pilot zrakoplova ne mijenja postavke snage.

Također, da bi let bio horizontalan i u ravnoteži, suma svih momenata mora biti 0, odnosno rezultantni momenti propinjanja, skretanja i valjanja moraju biti 0;

$$M = 0 \tag{4.1.3}$$

$$N = 0 \tag{4.1.4}$$

$$L = 0 \tag{4.1.5}$$

Gdje M prikazuje moment propinjanja, L moment valjanja i N moment skretanja.

Budući da kut α u horizontalnom letu ima malu vrijednost, za pojednostavljenje jednadžbi može se smatrati da je sinα = 0, odnosno cosα = 1. Tada jednadžbe glase:

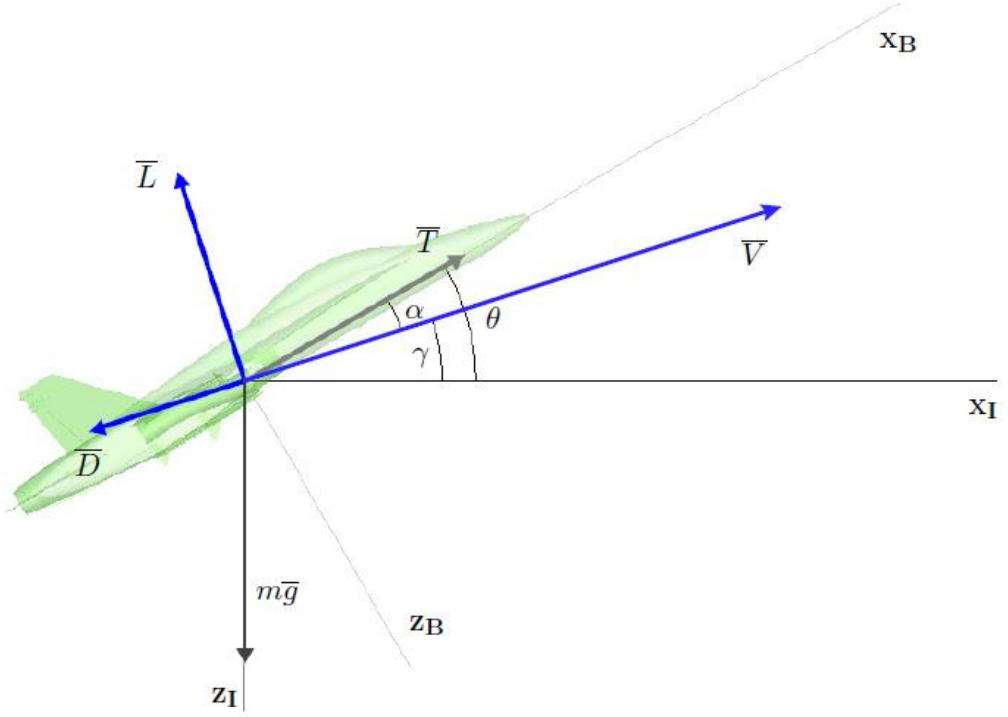
$$W - L = 0 \tag{4.1.6}$$

$$D - T = 0 \tag{4.1.7}$$

Sada je vidljivo da je za horizontalan ravnotežni let potreban uzgon jednak težini, a potisak koji proizvodi motor mora biti jednak otporu. Iako u stvarnosti naravno ne vrijede pojednostavljene jednadžbe, nego originalne, za razmatranja na ovoj razini se ovo smatra dovoljno točnim.

## 4.2 Ravnotežni let zrakoplova u penjanju / poniranju

U ovome poglavlju razmatrat će se ravnotežni let zrakoplova u penjanju i poniranju, ali zbog njihove sličnosti slika 10. prikazuje zrakoplov koji penje. Jedina razlika u proračunima je pozitivna vertikalna brzina za penjanje, odnosno negativna za poniranje. Kao i kod horizontalnog ravnotežnog leta, uvjet za ravnotežni let u penjanju odnosno poniranju jest da je vektor brzine zrakoplova konstantan. Razlika je što sada postoji kut propinjanja ili poniranja, a putanja zrakoplova više nije ravna linija u horizontalnoj ravnini, nego ravna linija nagnuta na horizontalnu ravninu upravo za spomenuti kut.




**Slika 10. Ravnotežni let u penjanju [10]**

Svaki ravnotežni let podrazumijeva da nema akceleracije ili deceleracije iz čega proizlaze jednadžbe koje definiraju da je suma svih sila raspisanih na koordinatnim osima jednaka 0.

Gledano u ravnini vektora brzine vrijede slijedeća jednadžba ravnoteže:

$$T\,cos\alpha\, -\, D\, -\, W\, sin\gamma\, =\, 0 \qquad (4.2.1)$$

odnosno u ravnini okomitoj na nju, ravnini sile uzgona ;

$$L\, +\, T\, sin\alpha\, -\, W\, cos\gamma\, =\, 0 \qquad (4.2.2)$$

Kako je već ranije spomenuto, ove jednadžbe vrijede i za penjanje i za poniranje, za identične postavke snage i uvjete leta razlika će biti samo u predznaku.

# 5 Analiza performansi elisno-mlaznog motora u uvjetima eksploatacije zrakoplova

Konstrukcija mlaznih motora složen je i dugotrajan proces koji zahtjeva puno truda i rada. U zrakoplovstvu se ispred svega drži do sigurnosti, a budući da je pogonski sustav zrakoplova vjerojatno i najvažniji sustav za sigurno izvođenje operacija, postavljaju se brojni zahtjevi i ograničenja pri konstruiranju istog.

Projektna točka ili projektni režim rada motora ustvari predstavlja režim rada od kojeg se polazi u konstrukciji motora [9]. Za tu točku se iznose određeni zahtjevi konstruktorima kao na primjer maksimalna snaga, težina, temperatura ispušnih plinova motora, brzina zrakoplova i ostali parametri. Dakle, prvenstveno treba odrediti područje eksploatacije zrakoplova za koji se motor konstruira i iznijeti zahtjeve za to područje. U projektnom režimu rada motor će davati maksimalne performanse jer je konstruiran upravo prema zahtjevima koji se odnose na taj režim rada. Stoga će performanse motora padati sa bilo kakvim odstupanjima u odnosu na projektni režim rada - visine leta, temperature, gustoće ili bilo kojeg drugog parametra koji se promijenio u odnosu na projektni.

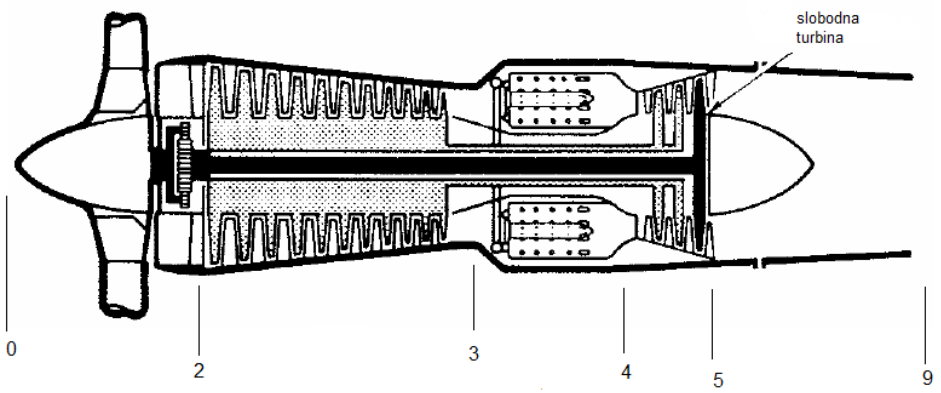
Da bi se odredile performanse motora u ostalim uvjetima rada potrebno je odrediti izvanprojektne režime rada motora. Današnji konstruktori mlaznih motora predviđaju izvanprojektne performanse u preliminarnoj fazi, odnosno na samom početku razvoja. Predviđaju se na osnovi matematičkog modela za svaku pojedinu vrstu motora, gdje se za referentno stanje uzimaju upravo veličine parametara u projektnom režimu rada. U ovom radu računaju se izvanrpojektni režimi rada elisno-mlaznog motora na primjeru P&W150A, po matematičkom modelu koji će u cijelosti biti prikazan kasnije.

Radi lakšeg snalaženja u jednadžbama pri analizi performansi motora definirane su karakteristične pozicije u strujanju fluida kroz motor. Njima se opisuju parametri radne tvari na tim, određenim pozicijama. Glavne pozicije svakog mlaznog motora prema RAP-u (*Recommended Aero Practice*) su slijedeće [11]:

- 0 - točka u neporemećenoj struji zraka ispred zrakoplova
- 1 - uvodnik
- 2 - prvi stupanj kompresora

- 3 - posljednji stupanj kompresora
- 4 - kraj komore izgaranja
- 5 - posljednji stupanj turbine
- 6 - ukoliko motor ima naknadno izgaranje
- 7 - početak mlaznika
- 8 - sredina mlaznika
- 9 - kraj mlaznika

Na slici je prikazan elisno-mlazni motor sa slobodnom turbinom poput P&W150A, sa označenim osnovnim pozicijama korištenim u proračunu.




**Slika 11. osnovne pozicije po RAP standardu [5]**

Omjeri tlakova i temperatura najbolji su pokazatelji rada komponenata i važni parametri pri računanju izvanprojektnih režima rada motora, stoga je njihovo označavanje standardizirano na slijedeći način; omjer totalnih tlakova označava se sa $\pi$, a omjer totalnih temperatura sa $\tau$. Oznakama se dodaju pripadajući indeksi, ovisno o mjestu promatranja; *d* za uvodnik, *c* za kompresor, *b* za komoru izgaranja, *t* za turbinu i *n* za mlaznik. Indeksi su određeni prema engleskim nazivima za same komponente.

Također je potrebno znati omjere totalnih tlakova i temperatura za slobodnu struju zraka, sa pripadajućim indeksom *r* te omjer entalpije na izlazu iz komore izgaranja i entalpije stanja okoline:

$$\tau_{\lambda=} \frac{C_{pt}T_{t4}}{C_{pc}T_0} \tag{5.1}$$

gdje je :

- $C_{pt}\left[\frac{J}{kgK}\right]$ - specifična toplina plinova izgaranja
- $C_{pc}[\frac{J}{kgK}]$ - specifična toplina zraka
- $T_{t4}[K]$ - totalna temperatura na izlazu iz komore izgaranja
- $T_0[K]$ - statička temperatura okoline

## 5.1 Referentne vrijednosti i pretpostavke za analizu

Kod analize izvanprojektnih režima rada, obično se referentnim termodinamičkim stanjem smatra stanje u projektnoj točki, ali budući da se u ovom radu ne analizira stanje u projektnoj točki, prihvaćene su vrijednosti referentnog stanja prikazane u tabeli 2. Sve veličine iznesene u tablici opisane su na kraju rada u *Popisu oznaka.*

**Tabela 2. Veličine korištene u proračunu**

<table>
<tr><th colspan="6">Stanje okoline - ISA SL</th></tr>
<tr><td colspan="2">$P_0$ = 101325 Pa</td><td colspan="2">$T_0$ = 288 K</td><td colspan="2">$\rho$ = 1.225 kg/m$^3$</td></tr>
<tr><th colspan="6">Omjeri tlakova</th></tr>
<tr><td>$\pi_{rR} = 1$</td><td>$\pi_d = 1$</td><td>$\pi_{cR} = 25$</td><td>$\pi_b = 0.94$</td><td>$\pi_t = 0.0561$</td><td>$\pi_n = 0.98$</td></tr>
<tr><th colspan="6">Omjeri temperatura</th></tr>
<tr><td colspan="2">$\tau_{cR} = 2.7852$</td><td colspan="2">$\tau_\lambda = 6.5807$</td><td colspan="2">$\tau_{rR} = 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\tau_t = 0.55$</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><th colspan="6">Iskokristivosti</th></tr>
<tr><td>$\eta_b = 0.995$</td><td>$\eta_c = 0.8450$</td><td>$\eta_g = 0.99$</td><td>$\eta_m = 0.99$</td><td>$\eta_{prop} = 0.812$</td><td>$\eta_r = 1$</td></tr>
<tr><th colspan="6">Izentropske konstante</th></tr>
<tr><td colspan="3">Za zrak, $\gamma_c = 1.4$</td><td colspan="3">Za ispušne plinove, $\gamma_t = 1.3$</td></tr>
<tr><th colspan="6">Specifične topline</th></tr>
<tr><td colspan="3">Za zrak, $C_{pc} = 1.004\ kJ/(kgK)$</td><td colspan="3">Za ispušne plinove, $C_{pt} = 1.235\ kJ/(kgK)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Donja ogrjevna vrijednost goriva<br>$H_d = 42800\ kJ/kg$</td><td colspan="3">Referentni maseni protok zraka<br>$\dot{m}_0 = 15\ kg/s$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Referentni položaj poluge potiska<br>$T_{t4R} = 800°C$</td><td colspan="3">Položaj poluge potiska<br>$T_{t4} = 920\ °C$</td></tr>
</table>

Funkcionalna ovisnost između dvije varijable motora za sve režime rada može se opisati kao:

$$f(\tau, \pi) = f(\tau_R \pi_R)$$

Koriste se slijedeće pretpostavke za analizu:

- nepromjenjiva geometrija motora
- omjeri totalnih tlakova uvodnika, turbine, komore izgaranja i mlaznika i iskoristivosti svih komponenata su nepromijenjene i jednake referentnim vrijednostima
- utjecaj oduzimanja zraka sa kompresora i turbine za pogon uređaja i hlađenje je zanemariv
- radni fluid je idealni plin u strujanju kroz cijeli motor, koriste se specifična toplina zraka do komore izgaranja, odnosno specifična toplina ispušnih plinova od komore izgaranja

## 5.2 Jednadžbe promjene radnih parametara kroz motor

Maseni protok zraka vrlo je bitan parametar za stvaranje potiska mlaznog motora. Prema pojednostavljenoj jednadžbi:

$$Ft = \dot{m}_0 (v_j - v_0) \tag{5.2.1}$$

vidljivo je da je potisak moguće povećati povećanjem masenog protoka ili povećanjem razlike brzina na izlazu i ulazu u motor. Istraživanja su pokazala da se za dobivanje istog potiska veća efikasnost dobiva većim masenim protokom nego većom razlikom brzina [5]. Najveći maseni protok postiže se u projektnom režimu rada, a prema slijedećoj jednadžbi moguće ga je izračunati za bilo koji drugi režim:

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_{0R} \frac{P_0 \pi_r \pi_d \pi_c}{(P_0 \pi_r \pi_d \pi_c)_R} \sqrt{\frac{T_{t4R}}{T_{t4}}} \tag{5.2.2}$$

indeks $_R$ predstavlja referentni, odnosno najčešće projektni režim rada. Za projektni maseni protok vrijedi slijedeće:

$$\dot{m}_0 = \rho v A \tag{5.2.3}$$

gdje je:

- $\rho$ – gustoća zraka prema standardnoj atmosferi (*ISA*)
- $v$ – brzina zrakoplova
- $A$ – površina uvodnika

Vidljivo je da osim o stanju atmosfere i brzini zrakoplova maseni protok ovisi o površini uvodnika koja je zbog toga značajan parametar pri konstruiranju motora.

### 5.2.1 Kompresor

U kompresoru mlaznog motora dolazi do povećanja tlaka i temperature fluida. Moguće je izračunati stupanj povećanja temperature za bilo koji režim rada u odnosu na referentni prema slijedećoj formuli koja vrijedi za elisno-mlazni motor :

$$\tau_c = 1 + \frac{T_{t4}/T_0}{(T_{t4}/T_0)_R}\frac{(\tau_r)_R}{\tau_r}(\tau_c - 1)_R \qquad (5.2.1.1)$$

nakon čega se određuje stupanj povećanja tlaka prema formuli:

$$\pi_c = [1 + \eta_c(\tau_c - 1)]^{\gamma_c/(\gamma_c - 1)} \qquad (5.2.1.2)$$

### 5.2.2 Komora izgaranja

Za analiziranje ciklusa u komori izgaranja koristi se koeficijent dobivenog rada, $C_c$, a računa se prema jednadžbi:

$$C_c = (\gamma_c - 1)M_0[(1+f)\frac{V_9}{a_0} - M_0 + (1+f)\frac{R_t}{R_c}\frac{T_9/T_0}{V_9/a_0}\frac{1-P_0/P_9}{\gamma_c}] \qquad (5.2.2.1)$$

gdje drugi dio jednadžbe, $(1+f)\frac{R_t}{R_c}\frac{T_9/T_0}{V_9/a_0}\frac{1-P_0/P_9}{\gamma_c}$, dobiva mjerljivu vrijednost samo za gušeni protok, odnosno protok kada je $M_9 = 1$. Tada se na izlazu iz mlaznika formira strujanje brzine $M = 1$, a vrijednost $P_0/P_9$ se smanjuje na vrijednosti manje od 1 (do tada se uzima da je $P_0/P_9$ = 1).

### 5.2.3 Turbina snage

Za razliku od kompresora koji komprimira zrak, turbina je dio mlaznog motora u kojem se vrši ekspanzija ispušnih plinova. To znači da se tlak i temperatura smanjuju, odnosno približavaju vrijednostima tlaka i temperature okoline. Dva parametra korištena u jednadžbama su stupanj pada tlaka $\pi$ i stupanj pada temperature $\tau$ koji su međusobno povezani:

$$\pi_{tL} = \pi_{tLR}\sqrt{\frac{\tau_{tL}}{\tau_{tLR}}}\frac{MFP(M_{9R})}{MFP(M_9)} \tag{5.2.3.1}$$

$$\tau_{tL} = 1 - \eta_{tL}(1 - \pi_{tL}^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}) \tag{5.2.3.2}$$

gdje je $MFP$ parametar masenog protoka kao funkcija Machovog broja, a izražava se jednadžbom:

$$MFP(M_i) = \frac{M\sqrt{\gamma/R}}{\left\{1+\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2\right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \tag{5.2.3.3}$$

Ukoliko je $M_9$= 1, odnosno protok je stvorio gušeni mlaznik u referentnim uvjetima i svim ostalim uvjetima koji se razmatraju, $\pi_{tL}$ i $\tau_{tL}$ ostaju konstante.

Snaga vratila kojeg pogoni turbina snage je snaga koja preko reduktora pogoni propeler i izražava se pomoću koeficijenta rada propelera:

$$C_{prop} = \eta_{prop}\eta_g\eta_{mL}\,(1+f)\tau_\lambda\tau_{TH}(1-\tau_{tL}) \tag{5.2.3.4}$$

### 5.2.4 Mlaznik

Mlazni motori namijenjeni putničkim zrakoplovima, dakle elisno-mlazni i optočno-mlazni motori imaju konvergentne mlaznike u kojima je maksimalna moguća brzina $M_9 = 1$ ( lokalna brzina zvuka ). Nakon što se tlak iza mlaznika smanji na kritičnu vrijednost, a ispušni plinovi dosegnu maksimalnu brzinu, maseni protok postaje maksimalan i nemoguće ga je dalje povećavati. Da bi se postigle veće brzine na izlazu koriste se konvergentno divergentni mlaznici, koji su potrebni isključivo na vojnim zrakoplovima nadzvučnih brzina. Za konvergentni mlaznik koji koristi motor P&W150A moguća su dva slučaja, normalni i gušeni protok. Odnos totalnog tlaka na izlazu iz

mlaznika i statičkog tlaka okoline ovisi o svim stupnjevima povećanja i pada tlaka kroz motor:

$$\frac{P_{t9}}{P_0} = \pi_r \pi_d \pi_c \pi_b \pi_{tH} \pi_{tL} \pi_n \qquad (5.2.4.1)$$

ukoliko je

$$\frac{P_{t9}}{P_0} < \left(\frac{\gamma_t+1}{2}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \qquad (5.2.4.2)$$

protok je normalan, izlazni statički tlak jednak je statičkom tlaku okoline, $P_9 = P_0$, a brzina ispušnih plinova:

$$M_9 = \sqrt{\frac{2}{\gamma_t-1}\left[\left(\frac{P_{t9}}{P_0}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t} - 1\right]} \qquad (5.2.4.3)$$

Kada je protok gušeni, brzina ispušnih plinova je maksimalna, $M_9 = 1$, a odnos tlakova slijedeći:

$$\frac{P_{t9}}{P_9} = \left(\frac{\gamma_t+1}{2}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \qquad (5.2.4.4)$$

$$\frac{P_0}{P_9} = \frac{P_{t9}/P_9}{P_{t9}/P_0} \qquad (5.2.4.5)$$

## 5.3 Matematička formulacija modela

Matematički model elisno-mlaznog motora preuzet je iz literature [9]: Mattingly, D. Jack: Elements of Gas Turbine Propulsion.

$$a_0 = \sqrt{\kappa_c R_c T_0}$$

$$V_0 = a_0 M_0$$

$$\tau_r = 1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_0^2$$

$$\pi_r = \tau_r^{\gamma_c/(\gamma_c-1)}$$

$$\tau_c = 1 + \frac{T_{t4}/T_0}{(T_{t4}/T_0)_R}\frac{(\tau_r)_R}{\tau_r}(\tau_c - 1)_R$$

$$\pi_c = [1 + \eta_c(\tau_c - 1)]^{\gamma_c/(\gamma_c - 1)}$$

$$\tau_{\lambda=} \frac{C_{pt}T_{t4}}{C_{pc}T_0}$$

$$f = \frac{\tau_\lambda - \tau_r\tau_c}{h_{PR}\,\eta_b/(c_{pc}T_0) - \tau_\lambda}$$

$$\dot{m}_0 = \dot{m_{0R}}\frac{P_0\pi_r\pi_d\pi_c}{(P_0\pi_r\pi_d\pi_c)_R}\sqrt{\frac{T_{t4R}}{T_{t4}}}$$

$$\frac{P_{t9}}{P_0} = \pi_r\pi_d\pi_c\pi_b\pi_{tH}\pi_{tL}\pi_n$$

Ako je $\frac{P_{t9}}{P_0} \geq \left(\frac{\gamma_t+1}{2}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)}$ , onda je $M_9 = 1$, $\frac{P_{t9}}{P_9} = (\frac{\gamma_t+1}{2})^{\gamma_t/(\gamma_t-1)}$ i $\frac{P_0}{P_9} = \frac{P_{t9}/P_9}{P_{t9}/P_0}$

Inače $\frac{P_0}{P_9} = 1$ , $\frac{P_{t9}}{P_9} = \frac{P_{t9}}{P_0}$ i $M_9 = \sqrt{\left[\frac{2}{\gamma_t - 1}\left(\frac{P_{t9}}{P_0}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t} - 1\right]}$

$$\frac{T_9}{T_0} = \frac{T_{t4}/T_0\,\tau_t}{(P_{t9}/P_0)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}}$$

$$\frac{V_9}{a_0} = M_9\sqrt{\frac{\gamma_t R_t T_9}{\gamma_c R_c T_0}}$$

$$C_c = (\gamma_c - 1)M_0\left[(1+f)\frac{V_9}{a_0} - M_0 + (1+f)\frac{R_t}{R_c}\frac{T_9/T_0}{V_9/a_0}\frac{1 - P_0/P_9}{\gamma_c}\right]$$

$$C_{prop} = \eta_{prop}\eta_g\eta_{mL}\,(1+f)\tau_\lambda\tau_{TH}(1 - \tau_{tL})$$

$$C_{tot} = C_c + C_{prop}$$

$$\frac{F}{\dot{m}_0} = \frac{C_{tot}c_{pc}T_0}{V_0}$$

$$S = \frac{f}{F/\dot{m}_0}$$

$$\frac{P}{\dot{m}_0} = C_{tot} c_{pc} T_0$$

$$F = \dot{m}_0 \left(\frac{F}{\dot{m}_0}\right)$$

$$P = \dot{m}_0 \left(\frac{P}{\dot{m}_0}\right)$$

$$\eta_P = \frac{C_{tot}}{C_{prop}/\eta_{prop} + [(\gamma_c - 1)/2][(1+f)(V_9/a_0)^2 - M_0^2]}$$

$$\eta_T = \frac{C_{tot} c_{pc} T_0}{f h_{PR}}$$

$$\eta_O = \eta_T \eta_P$$

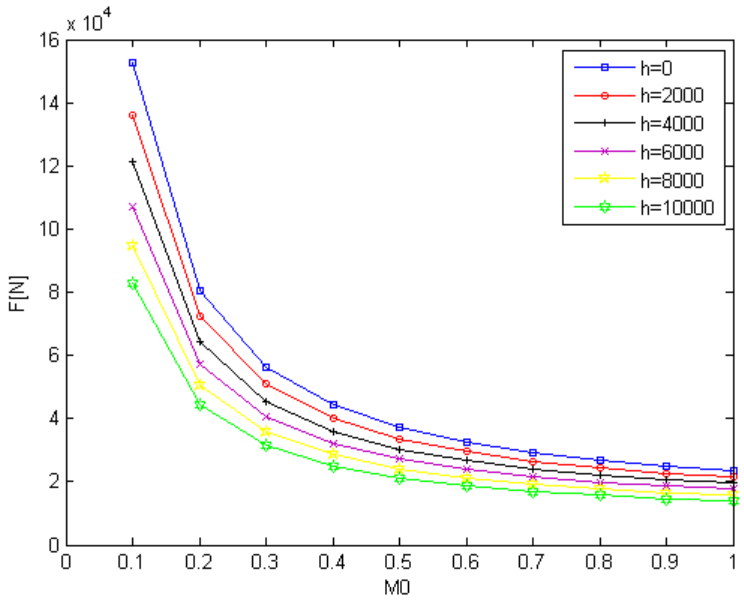
## 5.4 Analiza performansi u uvjetima eksploatacije zrakoplova

U ovom dijelu prikazani su rezultati proračuna za izračun izvanprojektnih režima rada za elisno-mlazni motor P&W150A. U proračunu je korišten raspon visina od razine mora (h = 0) do visine h = 10000 metara i raspon brzine od Ma = 0 do Ma = 1. Potrebno je napomenuti da je dobiveni potisak neinstalirani, dakle motor će imati neke gubitke prilikom ugradnje na zrakoplov i instalirani potisak će biti nešto manji.

Također, prilikom ove analize performansi motora smatra se da je poluga potiska u krajnjem položaju i ne mijenja se ($T_{t4} = max.$).

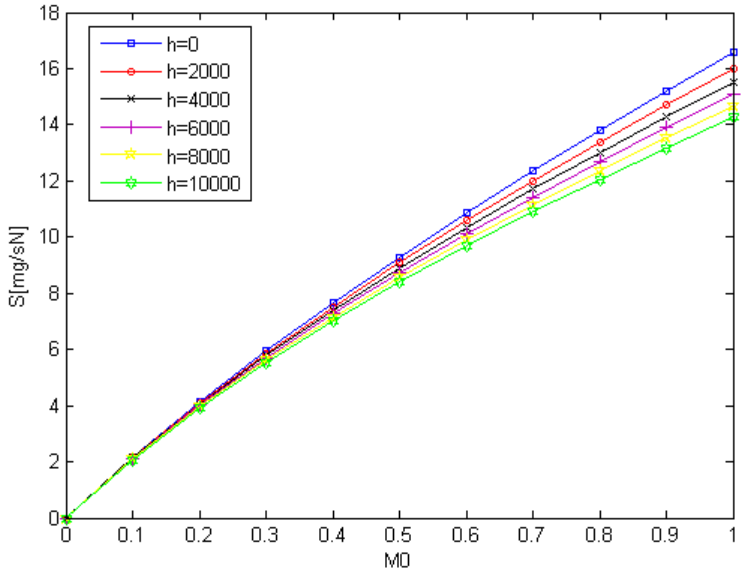
Valja napomenuti da je potisak do brzina $M_0 = 0.1$ konstantan, jer se iskoristivost propelera linearno povećava do te brzine kako je prikazano u poglavlju 3. Nakon toga potisak naglo pada s povećanjem brzine zrakoplova. To nije slučaj kod optočno mlaznih motora, gdje potisak u početku pada zbog utjecaja povećanja brzine, ali nakon određene brzine ponovno raste zbog utjecaja većeg masenog protoka. Upravo je to jedan od razloga veće zastupljenosti optočno-mlaznih motora na današnjim zrakoplovima

$$F_T = f(M_0)$$



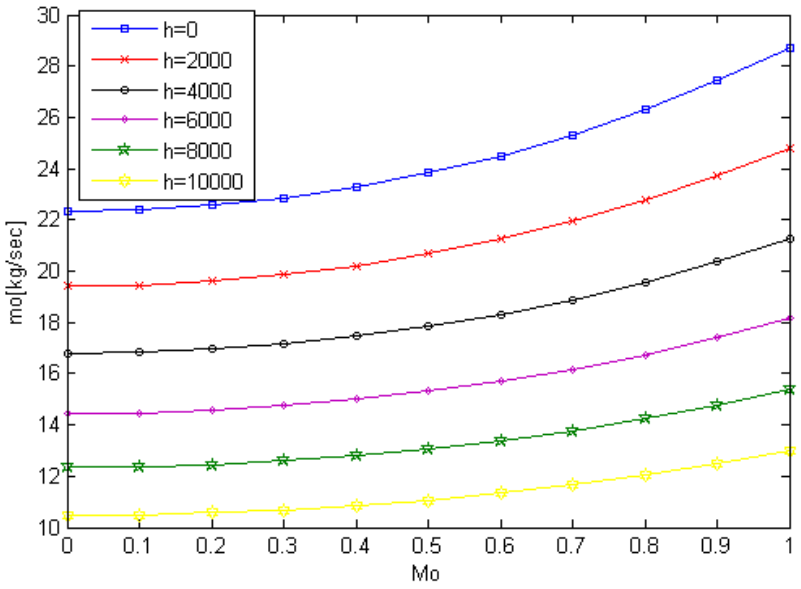

**Slika 12. Utjecaj brzine zrakoplova za potisak elisno-mlaznog motora**

$$S = f(M_0)$$



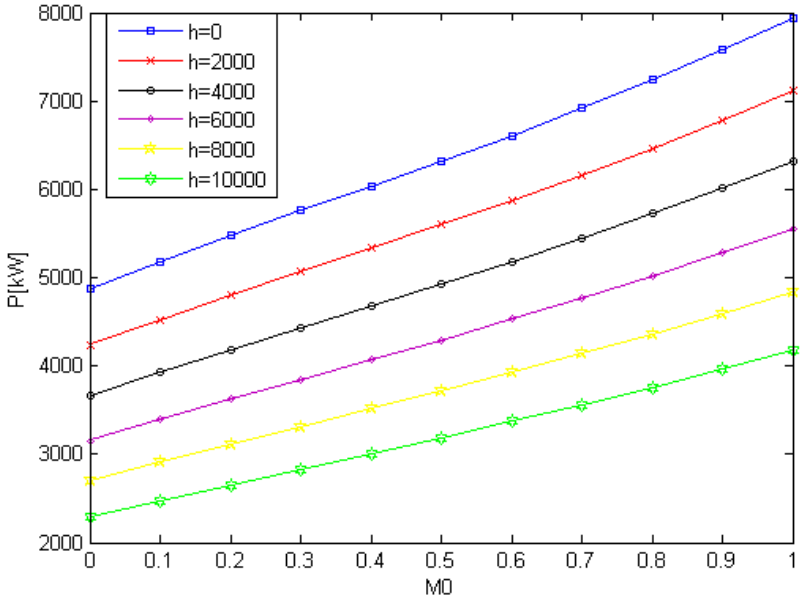

**Slika 13. Utjecaj brzine zrakoplova na specifičnu potrošnju goriva elisno-mlaznog motora**

$$\dot{m}_0 = f(M_0)$$




**Slika 14. Utjecaj brzine zrakoplova na maseni protok elisno-mlaznog motora**

$$P = f(M_0)$$




**Slika 15. Utjecaj brzine zrakoplova na snagu elisno-mlaznog motora**

Gore prikazanim dijagramima (slika 12., slika 13., slika 14. i slika 15.) vidljivo je ponašanje elisno-mlaznog motora s promjenom brzine zrakoplova za različite visine.

Ovim proračunom može se predvidjeti ponašanje motora u eksploataciji za spomenute brzine i visine. Iako općenito elisno-mlazni motori, pa tako ni P&W150A, ne prelaze brzine od $M_0 \approx 0.7$, u ovom proračunu je uzet raspon brzina do $M_0 = 1$. Specifična potrošnja goriva, snaga i maseni protok rastu proporcionalno brzini zrakoplova dok se maksimalno mogući potisak zrakoplova smanjuje. Povećanjem visine leta pada tlak i temperatura, odnosno gustoća zraka pa stoga i potisak, snaga, maseni protok zraka i specifična potrošnja goriva padaju s visinom.

# 6 Zaključak

U ovom radu prikazan je matematički model elisno-mlaznog motora i izrađeni su dijagrami ovisnosti potiska, snage, masenog protoka i specifične potrošnje goriva o brzini zrakoplova. Pri konstrukciji mlaznih motora nakon izračuna projektnog režima rada bitno je odmah računati i izvaprojektne režime jer će motor gotovo čitavi životni vijek provesti upravo u istim. Razvojem mlaznih motora donesen je zaključak da je ekonomičnije i isplativije povećati maseni protok zraka nego brzine ispušnih plinova. Zbog toga se turbomlazni motori koriste još samo na vojnim zrakoplovima gdje brzine eksploatacija dosežu nekoliko Machova. U civilnom zrakoplovstvu počeli su se koristiti optočno-mlazni i elisno-mlazni motori velikog promjera uvodnika koji performansama na relativno malim brzinama i visinama leta daleko nadmašuju turbomlazne motore. Noviji zahtjevi zrakoplovnih vlasti za malim emisijama ispušnih plinova također su područje u kojem turbomlazni motori ne mogu konkurirati ostalima.

Definicija ravnotežnog leta jest let zrakoplova bez akceleracije odnosno deceleracije i postavljene su jednadžbe koje uz pretpostavku da je poluga snage u konstantnom položaju moraju biti zadovoljene da bi let bio ravnotežan. Ravnotežan let moguć je u horizontalnoj ravnini, penjanju, poniranju ili zaokretu, ili kombinaciji posljednja dva slučaja.

Pri strujanju radne tvari kroz motor najbolji pokazatelji performansi su omjeri tlakova i temperatura pri ulazu odnosno izlazu iz komponenti, na primjer stupanj povećanja tlaka kompresora ili stupanj smanjenja tlaka turbine. Na temelju prihvaćenih vrijednosti karakteristika razvijen je matematički model koji analizira performanse elisno-mlaznog motora u izvanprojektnim režimima rada. Potisak naglo pada do brzine zrakoplova $Ma = 0.3 \div 0.4$. Nakon toga pad potiska postaje sve blaži i na kraju dolazi do gotovo konstante. Povećanjem visine leta raspoloživi potisak se smanjuje.

Specifična potrošnja goriva i snaga linearno rastu povećanjem brzine, a smanjuju se povećanjem visine leta. Maseni protok je u početnom ubrzavanju gotovo konstantan, dok mjerljivi rast počinje nakon brzine $Ma = 0.3 \div 0.4$. Rastom masenog protoka vidljiv je njegov pozitivan utjecaj na potisak koji prestaje naglo padati i dolazi do gotovo konstantne vrijednosti.

# Literatura

[1] http://www.ccaa.hr/hrvatski/detalji-novosti_31/odbor-icao-za-zastitu-okolisa-dogovorio-standarde-o-emisiji-co2-u-zrakoplovstvu_705/, svibanj 2016.

[2] http://www.pw.utc.com/PurePowerPW1000G_Engine, lipanj 2016.

[3] http://www.flightrun.com/bombardier-q400/specifications-dimensions, svibanj 2016.

[4] http://www.pwc.ca/en/engines/PW100%20%7C%20PW150, svibanj 2016.

[5] Bazijanac, Ernest: Zrakoplovni mlazni motori, autorizirana predavanja, FPZ, Zagreb, 2009

[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Turboprop, svibanj 2016.

[7] Q400 Pilot Initial Power Point Presentation, FlightSafety International, 2007.

[8] http://www.smartcockpit.com/aircraft-ressources/Q400-Power_Plant.html, lipanj 2016.

[9] Mattingly, D. Jack: Elements of Gas Turbine Propulsion, McGraw-Hill Book Co.,Singapur,1996

[10] McClamroch, N. Harris: Steady Aircraft Flight and Aircraft Performance, The University of Michigan, 2006.

[11] Gas Turbine Engine Performance Station Identification and Nomenclature, ARP 755 A, SAE, Warrendale, PA, 1974.

# Popis slika

Slika 1. Idealni proces u plinskoj turbini [5] ..... 3

Slika 2. Dijelovi elisno-mlaznog motora [6] ..... 5

Slika 3. Motor P&W150A [7] ..... 6

Slika 4. Ovisnost toplinskog stupnja iskoristivosti o stupnju povećanja tlaka[5] ..... 8

Slika 5. Ovisnost iskoristivosti propelera o brzini zrakoplova [9] ..... 10

Slika 6. Režimi rada motora [8] ..... 12

Slika 7. Eksploatacija motora [5] ..... 15

Slika 8. Koordinatni sustavi na zrakoplovu [10] ..... 17

Slika 9. Horizontalni ravnotežni let [10] ..... 18

Slika 10. Ravnotežni let u penjanju [10] ..... 20

Slika 11. osnovne pozicije po RAP standardu ..... 22

Slika 12. Utjecaj brzine zrakoplova za potisak elisno-mlaznog motora ..... 30

Slika 13. Utjecaj brzine zrakoplova na specifičnu potrošnju goriva elisno-mlaznog motora ..... 30

Slika 14. Utjecaj brzine zrakoplova na maseni protok elisno-mlaznog motora ..... 31

Slika 15. Utjecaj brzine zrakoplova na snagu elisno-mlaznog motora ..... 31

# Popis tabela

Tabela 1. Broj okretaja properela ovisno o režimu rada motora [8] ..... 10

Tabela 2. Veličine korištene u proračunu..... 23

# Popis oznaka

$a$ $m/s$ brzina zvuka

$c_{pc} J/(kgK)$ specifična toplina zraka

$c_{pt} J/(kgK)$ specifična toplina plinova izgaranja

$f$ $kg/kg$ omjer gorivo/zrak

$F_T$ $N$ potisak

$H_d$ $J/(kgK)$ donja ogrjevna vrijednost goriva

$M$ $-$ Machov broj

$MFP$ parametar masenog protoka

$\dot{m}_f$ $kg/s$ maseni protok goriva

$\dot{m}_0$ $kg/s$ maseni protok zraka

$p$ $Pa$ statički tlak

$p_t$ $Pa$ totalni tlak

$R_c$ $J/(kgK)$ plinska konstanta za zrak

$R_t$ $j/(kgK)$ plinska konstanta za plinove izgaranja

$SFC$ specifična potrošnja goriva

$T$ $K$ statička temperatura

$T_t$ $K$ totalna temperatura

$V_0$ $m/s$ brzina zrakoplova

$V_9$ $m/s$ brzina ispušnih plinova

$\pi$ $-$ omjer tlakova

$\tau$ – omjer temperatura

$\eta$ – iskoristivost komponenata

## Indeksi

R referentno stanje

r slobodna struja zraka

d uvodnik (*diffusor*)

c kompresor (*compressor*)

b komora izgaranja (*burner*)

t turbina (*turbine*)

n mlaznik (*nozzle*)

m mehaničko (*mechanical*)

g reduktor (*gearbox*)

METAPODACI

Naslov rada: Matematički model elisno-mlaznog motora za određivanje performansi zrakoplova u ravnotežnom letu

Student: Juraj Đurinović

Mentor: Anita Domitrović

Naslov na drugom jeziku (engleski): Mathematical Model of Turboprop Engine for Determing Aircraft Performance in Steady Flight

Povjerenstvo za obranu:

- Prof.dr.sc. Ernest Bazijanac predsjednik
- Doc.dr.sc. Anita Domitrović mentor
- Dr.sc. Karolina Krajček član
- Izv.prof.dr.sc. Doris Novak zamjena

Ustanova koja je dodijelila akademski stupanj: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu

Zavod: za aeronautiku

Vrsta studija: Preddiplomski

Studij: Aeronautika

Datum obrane završnog rada: 05.07.2016.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
10000 Zagreb
Vukelićeva 4

# IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj završni rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog rada pod naslovom **Matematički model elisno-mlaznog motora za određivanje performansi zrakoplova u ravnotežnom letu**

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Student/ica:

U Zagrebu, 21.6.2016

(potpis)