Optimiranje transportne mreže primjenom matematičkog modela

Cvitanović, Vinko

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:869203

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**



Repository / Repozitorij:

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

Vinko Cvitanović

OPTIMIRANJE TRANSPORTNE MREŽE PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA

DIPLOMSKI RAD

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

OPTIMIRANJE TRANSPORTNE MREŽE PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA

APPLYING MATHEMATICAL METHODS IN OPTIMIZING TRANSPORT NETWORK

DIPLOMSKI RAD

Mentor: izv. prof. dr. sc. Ratko Stanković

Student: Vinko Cvitanović, 0135237221

Zagreb, rujan 2019.

Sažetak

Uporabom novih tehnologija i algoritama, gdje je jedan od najznačajnijih Clark i Wright-ov algoritam, dolazi se do novih računalnih programa koji su u mogućnosti rješavati probleme određenog kapaciteta. Temeljna ideja je prikazati rješavanje problema usmjeravanja vozila određenim metodama. Takva rješenja daju poduzećima prednosti kao pronalazak bržih i kraćih ruta što podrazumijeva uštedu vremena i manje troškove. Algoritmi i primjeri koji su navedenu u radu bit će od koristi osobama koje organiziraju dostavu u gradovima na više prodajnih mjesta odnosno poduzeća, ili bilo kakvih drugih problema usmjeravanja vozila.

KLJUČNE RIJEČI: transportna mreža, optimiranje, matematičke metode

Nowadays, people often use methods that are based on experience or assessment in order to connect transport knots, this is where the vehicle routing problem starts. Whit the use of new technologies and algorithms, where one of the most significant algorithm is Clark and Wright algorithm, new softwares are created that can solve different problems of this kind. The basic idea is to demonstrate the solution of the vehicle routing problem by specific methods. Such solutions give businesses the advantage of finding faster and shorter routes which saves time and costs less. The algorithms and examples that are mentioned in this work will be of use for delivery in a city with multiple selling knots also companies and solving another kind of vehicle routing problems.

KEY WORDS: transport netwoerk, optimization, mathematical methods

SADRŽAJ

1. Uvod ... 1
2. Značajke transportne mreže u kapilarnoj distribuciji ... 3
   2.1. Koncept distribucijskih mreža ... 3
      2.1.1. Direktna distribucija ... 4
      2.1.2. Centralna distribucija ... 5
         2.1.2.1. Distribucijsko skladište ... 6
         2.1.2.2. Cross Docking ... 7
   2.2. Kapilarna distribucija ... 9
      2.2.1. Čimbenici koje treba uzeti u obzir u kapilarnoj distribuciji ... 10
      2.2.2. Izazovi kapilarne distribucije ... 11
3. Primjena matematičkih metoda u rješavanju problema usmjeravanja vozila ... 13
   3.1. Problem trgovačkog putnika ... 15
      3.1.1. Branch and Bound Algoritam ... 17
      3.1.2. Heuristika ... 24
   3.2. Problem usmjeravanja vozila ... 26
      3.2.1. Clark i Wright algoritam (algoritam uštede) ... 27
      3.2.2. Holmes i Parker Algoritam ... 32
4. Analiza transportne mreže u kapilarnoj distribuciji trgovačkog lanca ... 35
5. Prijedlog elementa optimiranja postojeće transportne mreže ... 37
   5.1. Rješavanje VRP putem Excela ... 37
   5.2. Struktura radnih listova ... 38
      5.2.1. VRP Control Console ... 39
      5.2.2. Lokacije ... 41
      5.2.3. Udaljenost ... 44
      5.2.4. Vozilo ... 45
      5.2.5. Rješenje ... 46
      5.2.6. Vizualizacija ... 46
   5.3. Jedinstvena formulacija za VRP i algoritam rješenja. ... 46
6. Prikaz očekivanih učinaka primjenom predloženih elemenata optimiranja ... 50
7. Zaključak ... 57

POPIS LITERATURE 58
POPIS SLIKA 59
POPIS TABLICA 60
PRILOZI 61
POPIS PRILOGA 61

1. Uvod

Prije 50-ak godina bilo je teško izvedivo dostaviti van sezonske proizvode iz drugih svjetskih država u pojedine krajeve Republike Hrvatske, dok danas putem raznih mobilnih aplikacija, proizvodi se dostavljaju korisnicima pred ulazna vrata. To je dokaz razvoja tržišta i globalizacije, radi čega se zahtjevi za logističkim procesima povećavaju, što utječe na distribuciju. Distribuciji je zadatak isporučiti ispravne proizvode u što kraćem vremenu i putu da troškovi budu minimalni. Jedna od koncepcija distribucijske mreže je kapilarna distribucija koja ima još naziv *eng. Last mile delivery*, što u principu znači dostava zadnjeg kilometra. Upravo dostava zadnjeg kilometra je od velike važnosti danas, pošto korisnici imaju sve veće zahtjeve poput detaljnog praćenja proizvoda od početka transporta pa sve do njihovih ulaznih vrata.

Svrha rada je istraživanje transportnih procesa distribucije, posebice u kapilarnoj distribuciji, *eng. Last mile delivery*. S tim u svezi, prepoznati probleme u kapilarnoj distribuciji i primijeniti odgovarajuće matematičke metode za rješavanje.

Svrha rada ističe se u upoznavanju procesa distribucije posebice kapilarnoj distribuciji, odnosno kako je prije navedeno distribuciji zadnjega kilometra. Također, svrha rada je naučiti prepoznati probleme u distribuciji kao što su problemi usmjeravanja vozila te nakon prepoznavanja problema definirati i riješiti takve probleme određenim metodama.

Naziv diplomskog rada je *Optimiranje transportne mreže primjenom matematičkog modela*. Podijeljen je na dva dijela, na teorijski i praktični dio rada. Teorijski dio rada odnosi se na proučavanje procesa kapilarne distribucije i prepoznavanje problema usmjeravanja vozila. U praktičnom dijelu je prikazano kako riješiti probleme poput problema usmjeravanja vozila.

Rad je podijeljen u sedam cjelina:

1. Uvod
2. Značajke transportne mreže u kapilarnoj distribuciji
3. Primjena matematičkih metoda u rješavanju problema usmjeravanja vozila
4. Analiza transportne mreže u kapilarnoj distribuciji trgovačkog lanca
5. Prijedlog elementa optimiranja postojeće transportne mreže
6. Prikaz očekivanih učinaka primjenom predloženih elemenata optimiranja
7. Zaključak

Drugo poglavlje obuhvaća koncepcije distribucijskih mreža te prednosti i nedostatke istih, također koncepcije su objašnjene na primjerima. Osim navedenog, detaljno je definirana kapilarna distribucija, njeni čimbenici i izazovi na koje tvrtke nailaze.

Treće poglavlje obuhvaća različite metode, odnosno algoritme za rješavanje problema usmjeravanja vozila koji je također u trećem poglavlju definiran i objašnjen. Osim objašnjenja i prikaza problema detaljno su obrađeni neki načini rješavanja takvog problema. Objašnjen je i *branch and bound* algoritam koji služi za rješavanje problema trgovačkog putnika koji je

definiran prije problema usmjeravanja vozila kako bi se lakše shvatio taj problem. Detaljno su objašnjeni i prikazani još *Clark & Wright* algoritam (algoritam uštede) i *Holmes & Parker* algoritam koji se koriste za rješavanje problema usmjeravanja vozila.

Četvrto poglavlje obuhvaća analizu transportne mreže trgovačkog lanca.

Peto poglavlje obuhvaća objašnjenje rješavanja problema usmjeravanja vozila putem Excela. Odnosno prikazana je VRP proračunska tablica, alat otvorenoga koda utemeljen na Excelu za rješavanje mnogih varijanti problema s usmjeravanjem vozila.

U šestom poglavlju je prikazan primjer koji je riješen putem Excel proračunske tablice koja je opisana u poglavlju 5. Riješen je problem usmjeravanja vozila u gradu Zagrebu s jednim logističko distribucijskim centrom i 19 poduzeća koja se trebaju posjetiti u određenom vremenskom roku uz što manju kilometražu.

2. Značajke transportne mreže u kapilarnoj distribuciji

Definiciju distribucije dala je još prije 80 godina Međunarodna trgovačka komora (*eng. International Chamber of Commerce – ICC).* Definicija glasi, distribucija je faza koja slijedi proizvodnju dobara od trenutka njihove komercijalizacije do isporuke potrošačima. Pod distribuciju se podrazumijeva prijenos dobara od mjesta proizvodnje do mjesta potrošnje uz minimalne troškove i odgovarajuću razinu zadovoljavanja zahtjeva kupaca. Kako bi se pobliže pojasnila kapilarna distribucija, u nastavku rada navedene su distribucijske mreže s naglaskom na kapilarnu distribuciju.

Temeljni zadatci distribucije kao faze opskrbnog lanca su:[1]

- Skraćenje puta i vremena potrebnog da roba stigne do mjesta potrošnje
- Povećanje konkurentnosti
- Vremensko i prostorno usklađenje proizvodnje i potrošnje
- Programiranje proizvodnje prema zahtjevima potrošača
- Plasman novih proizvoda na tržištu
- Stvaranje i mijenjanje navika potrošača

Distribucija s percepcije kupaca je najvažnija faza opskrbnog lanca, jer ona predstavlja vezu prema kupcima. Te kupci najčešće ocjenjuju opskrbni lanac u cjelini gledajući distribuciju. Distribucija osim tokova robe prema kupcima također obuhvaća tokove povrata.

2.1. Koncept distribucijskih mreža

S obzirom na način rada, odnosno način fizičke distribucije razlikuju se tri osnovne koncepcije distribucijskih mreža: [2]

- Direktna distribucija (neposredna distribucija)
- Centralna distribucija (posredna distribucija)
    - Cross docking
    - Distribucijski centar

Vrstu distribucije tvrtke najčešće biraju ovisno o proizvodima koje distribuiraju i njihovim karakteristikama.

[1] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. 176

[2] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010 178

Funkcioniranje distribucijske mreže potrebno je promatrati s aspekta:[3]

- Zahtjeva potrošača koji trebaju biti zadovoljeni
- Troškovi zadovoljavanja tih zahtjeva

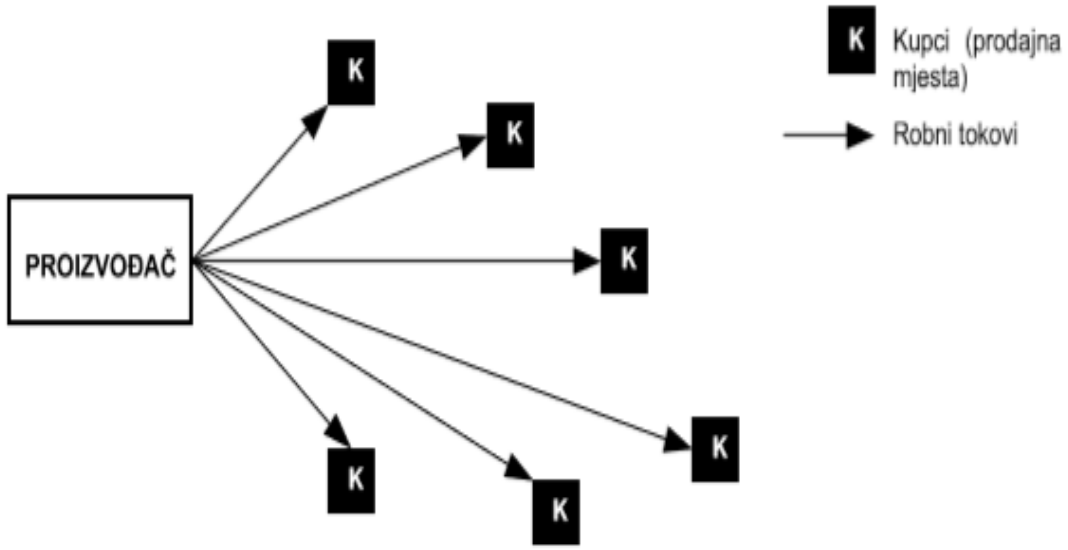
Proizvodi i usluge najčešće ne dolaze do krajnjih potrošača uvijek na isti način, već ovisno o karakteristikama robe i strategiji poduzeća, proizvodi dolaze drugačijim načinima i putevima. Tvrtki je od ključnog značenja pravilno dizajnirati svoju distribucijsku mrežu.

Dizajniranje distribucijske mreže je od iznimne važnosti za tvrtke, a u osnovi podrazumijeva:[4]

- Određivanje lokacija, tehnologija i kapaciteta infrastrukture
- Određivanje vrste i tehnologije prijevoza
- Izrađivanje informacijsko-komunikacijskih sustava

2.1.1. Direktna distribucija

Direktna distribucija je koncepcija distribucijske mreže kod koje se proizvodi distribuiraju direktno od proizvođača do korisnika (Slika 1). Kod direktne distribucije isključuje se uporaba distributera i logističko distribucijskih centara.



Slika 1: Direktna distribucija

Izvor: Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: *Špedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str 179

[3] Stanković, R.: U*tjecaj logističkog operatera na oblikovanje distribucijskih mreža, doktorska dizertacija,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2009.

[4] Stanković, R.: *Utjecaj logističkog operatera na oblikovanje distribucijskih mreža, doktorska dizertacija,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2009.

Prednosti direktne distribucije:

- Manji troškovi infrastrukture i transportno manipulacijskih sredstava, budući da nema potrebe za dodatnim skladištenjem i prekrcajno-manipulacijskim kapacitetima
- Nema troškova distributera, odnosno upravljanja i rada LDC-a
- Mogućnost postizanja kratkih rokova isporuke

Nedostatci direktne distribucije:

- Relativno velika izloženost utjecajima neizvjesnosti potražnje zbog nemogućnosti skupljanja pojedinačnih narudžbi kupaca. S time je povezan i problem dostupnosti proizvoda na nižoj razini zaliha, što je posebno važno za visoko vrijedne proizvode koji se prodaju u manjim količinama.
- Povećani prijevozni troškovi zbog nemogućnosti skupljanja isporuka, radi čega se i manje količine roba prevoze relativno velikim udaljenostima
- Ako treba omogućiti i povrat robe to može biti značajan problem, kako organizacijski, tako i u domeni troškova

2.1.2. Centralna distribucija

Centralna distribucija može se definirati kao organizacija primanja proizvoda od dobavljača i njihove daljnje dostave do individualnih poslovnica u maloprodaji s većim brojem poslovnica. Dostave od dobavljača transportiraju se do centralne lokacije. Roba od brojnih dobavljača koji dostave robu se konsolidira i dostavlja u poslovnice, obično u jednom napunjenom sredstvu.[5]

Dakle, centralna distribucija podrazumijeva da dobavljač dostavlja proizvode na samo jedno mjesto (ili manji broj) mjesta, odnosno u distribucijski centar. Nakon čega se komisionira roba i šalje prema prodavaonicama po potrebama korisnika.

Wal Markt je bio jedan od prvih u svijetu koji su pokrenuli sustav centralne distribucije i to još ranih 1970-ih godina, dok danas takav sustav prevladava u većini tvrtki, pa tako i u Republici Hrvatskoj. Centralna distribucija odgovara maloprodaji koja ostvaruje velike volumene prodaje, dok onim s manjim volumenom prodaje više odgovara direktna distribucija.

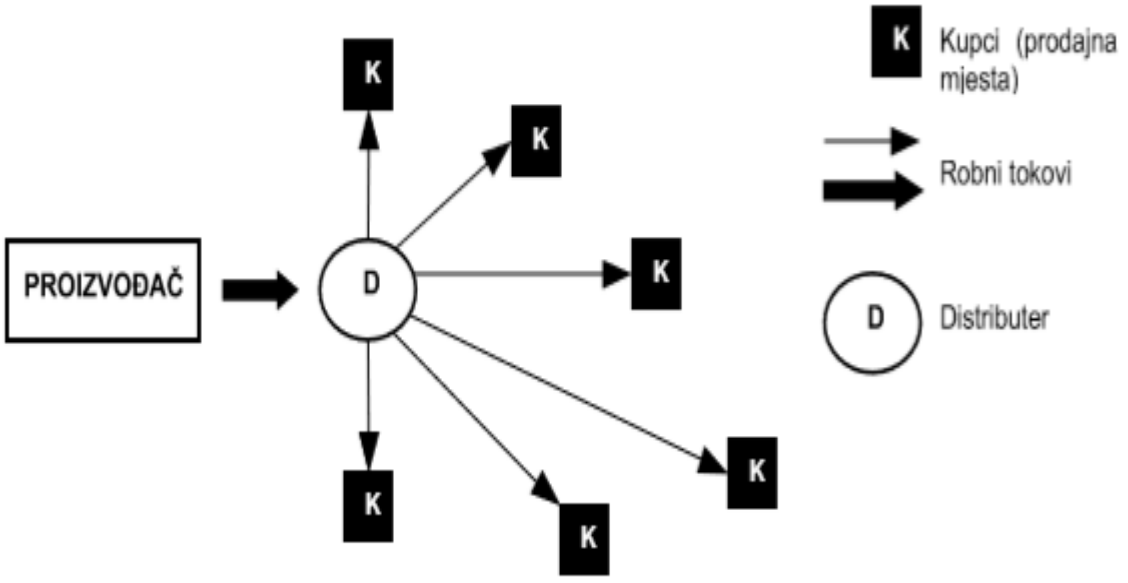
[5] Dujak, D.: *Upravljanje opskrbnim lancem od srane maloprodaje kroz centralnu distribuciju*, Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera, Osijek. 2012. str.12

2.1.2.1. Distribucijsko skladište

Skladište je čvor distribucijske mreže u kojem se obavljaju funkcije fizičkog prihvata i prostornog preusmjeravanja robnih tokova po različitim pravcima unutar distribucijske mreže.[6]

Promatrano u vremenu, distribucijski centar odnosno skladištenje znači privremeni prekid robnog toka kod distributera, prije isporuke krajnjem kupcu. Koncepcija distribucijskog skladišta prikazana je na Slici 2. Ono podrazumijeva koncepciju distribucijske mreže kod koje distribucijsko skladište omogućuje skupljanje narudžbi kupaca te na taj način umanjuje utjecaj neizvjesnosti potražnje prema proizvođaču, smanjuje troškove prijevoza, omogućuje pružanje usluga dodanih vrijednosti poput etiketiranja, sortiranja, prepakiranja i sl. te omogućava lakšu organizaciju s povratom proizvoda.[7]

Ova koncepcija traži velika ulaganja i veće troškove infrastrukture i transportno manipulacijskih sredstava u odnosu na direktnu distribuciju. Ali, distribucija skladišta u suprotnome omogućuje smanjenje prijevoznih troškova, konsolidaciju proizvoda, bolje iskorištenje prijevoznih sredstava. Povrat robe također je lakše organizirati putem distribucijskog centra. Centralno skladište također je prikladno za proizvode koji se prodaju u većim količinama, gdje se vrše dodatni logistički procesi kao što je sortiranje, etiketiranje itd..



Slika 2: Distribucijski centar

Izvor: Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: *Špedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str.180

[6] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str 180

[7] Stanković, R.: *Utjecaj logističkog operatera na oblikovanje distribucijskih mreža,* doktorska disertacija, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2009.

2.1.2.2. Cross Docking

Cross docking podrazumijeva isporuku preko distributera. Razlika *cross dockinga* i centralnog skladišta je ta što kod *cross docking-a* robni tokovi se ne prekidaju. *Cross docking* u teoriji se može definirati kao skladište u kojemu se roba ne zadržava. Dakle roba dođe od strane više dobavljača te se unutar skladišta konsolidira odmah nakon njenog zaprimanja. Primjerice imamo poduzeće u Splitu koje ima narudžbu od 300 kilograma jabuke, 50 kilograma maline, 26 kilograma banane, dok poduzeće u Poreču ima narudžbu od 250 kilograma jabuke, 20 kilograma rebraste dinje i 15 kilograma banane, a poduzeće u Osijeku ima narudžbu od 100 kilograma jabuke, 10 kilograma rebraste dinje, 10 kilograma banane i 20 kilograma maline. Prema narudžbama dobavljači dovode svoju robu u skladište, dobavljač X dostavlja 650 kilograma jabuka i 70 kilograma maline dok dobavljač Y dostavlja 30 kilograma rebraste dinje i 51 kilogram banane. Nakon dostavljanja robe u skladište ta roba se konsolidira odnosno razvrstava prema centrima kako je naručeno, te onda postoje posebni kamioni koji razvoze Split, Poreč i Osijek. Ovakva vrsta skladišta se vrlo često koristi za distribuciju voća i povrća jer takva roba je pokvarljiva i zahtjeva brzu konsolidaciju i transport. Većina takvih skladišta daje mogućnost dobavljačima da dođu do nekog određenog vremenskoga roka, npr. 10/11 sati, gdje se za to vrijeme roba sortira te nakon sortiranja kreće s utovarima i kamioni šalju prema odredištima.

Roba se u sustav *cross docking*-a općenito doprema u većim količinama (od najmanje jedne palete na više) što minimizira manipulacije pojedinačnim jedinicama robe i omogućuje uporabu viličara i drugih transportno-manipulacijskih sredstava. Ukoliko postoji potreba za rastavljanje paleta na manje jedinice, to se obavlja neposredno iz ulaznih paleta u sustav izlaznih pošiljaka, tj. bez slaganja u skladišta.[8]

Osim prednosti za korisnika poput smanjenja troškova manipulacija, smanjenja razine zaliha, smanjenja potrebnog skladišnog prostora i brzine isporuke, tehnologije *cross docking*-a donose korist i operaterima, kroz ostvarenje poslovnih prihoda i optimalno iskorištenje skladišnih kapaciteta.

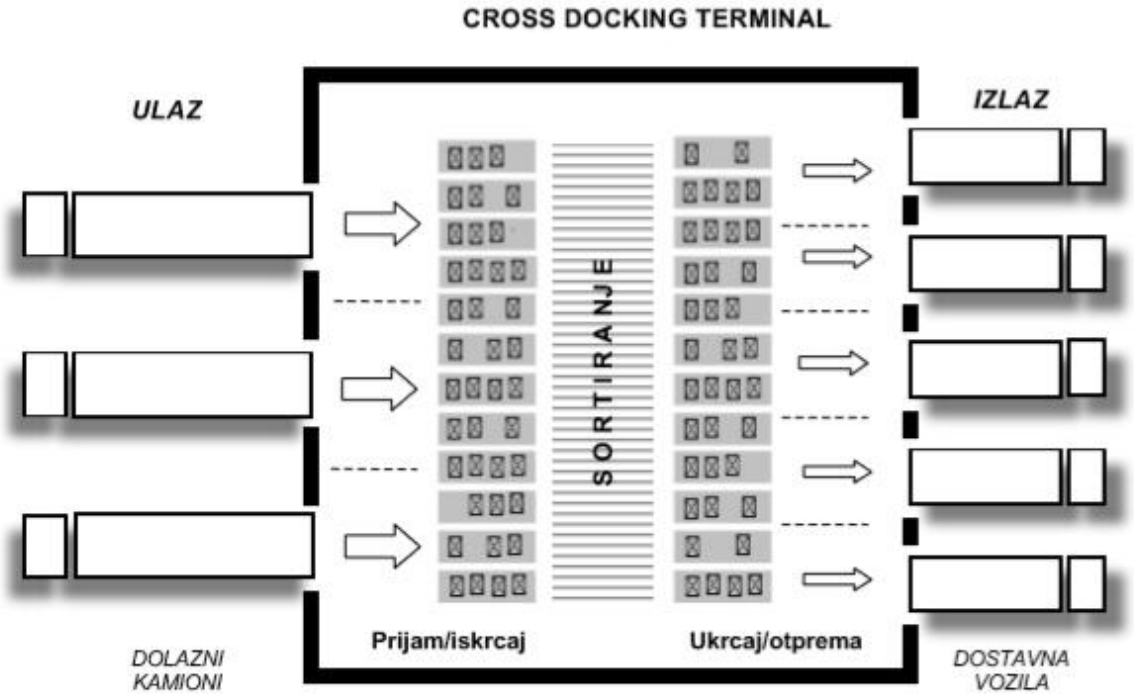
Funkcije sustava *cross docking*-a pojednostavljeno se može opisati na sljedeći način:[9]

- Radnici na primarnoj strani obavljaju iskrcaj robe iz dolaznih kamiona i slažu palete u redove koji odgovaraju ulaznim vratima
- Drugi tim radnika sortira palete prema narudžbama kupaca i slaže ih u redove za dostavu prema izlaznim vratima
- Radnici na izlaznoj strani obavljaju ukrcaj u dostavna vozila

[8] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str. 181

[9] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str.181

Ovaj pojednostavljeni prikaz funkcioniranja sustava *cross docking*-a grafički je prikazan na Slici 3.



Slika 3: Funkcioniranje sustava cross docking-a

Izvor: Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str 182

Sustav *cross docking*-a, da bi bio efikasan iziskuje velika početna ulaganja i visok stupanj koordinacije uključenih subjekata:[10]

- Proizvođači, distributeri, 3PL operatori, prodajna mjesta i kupci moraju biti povezani informacijsko-komunikacijskim sustavom koji omogućuje razmjenu podataka u realnom vremenu
- Brz i efektivan prijevozni sustav
- Količina i frekvencija pošiljaka mora biti dovoljno velika da omogućuje optimalno iskorištenje prijevoznih kapaciteta
- Mora biti osigurana stalna razmjena informacija o narudžbama i isporukama

[10] Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: *Špedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010. str.182

2.2. Kapilarna distribucija

Svaka faza logističkog procesa isporuke robe presudna je od trenutka kada pošiljka napusti ruke pošiljatelja do trenutka kada stigne na svoje odredište. Cilj kapilarne distribucije je prijevoz predmeta od primatelja na najbrži mogući način. To je potaknuto neprestanim razvojem tržišta i potražnjom za praktičnim iskustvom s kupcima u svim industrijama poput e-trgovine, hrane, maloprodaje i mnogih drugih.

Postoje bitni elementi koji sudjeluju u postupku isporuke od kapilarne distribucije koje kupci traže, a to su brzina, pravovremenost, točnost i preciznost isporuka proizvoda nakon postizanja krajnje točke. Kako bi bolje razumjeli kako funkcionira postupak kapilarne distribucije, dana je Slika 4. na kojoj su prikazani koraci.[11]



Slika 4: Tijek događaja tijekom kapilarne distribucije

Izvor: https://supplychaingamechanger.com/last-mile-delivery-explained-infographic/ 28.09.2019

Prije procvata e-trgovine, krajnja točka isporuke robe bile su trgovine u koje potrošači moraju ići fizički i kupiti robu. Sada je dostava još složenija jer roba mora biti isporučena svakom potrošaču koji je robu kupio na različitim odredištima. To potrošačima ostavlja

[11] https://supplychaingamechanger.com (31.08.2019)

mogućnost da odaberu koja tvrtka može pružiti bolju uslugu dostave. Ovo predstavlja važne čimbenike koje potrošači moraju uzeti u obzir prilikom traženja najučinkovitije usluge.

2.2.1. Čimbenici koje treba uzeti u obzir u kapilarnoj distribuciji

Važni čimbenici (Slika 5) koje treba uzeti u obzir pri odabiru usluge dostave u posljednjem kilometru su:[12]

- Brza dostava
- Precizno praćenje narudžbe
- Sigurnost i osiguranje
- Specijalizacija
- Pogodnost

Brza dostava bi trebala biti na vrhu popisa kada se nudi najbolje rješenje za dostavu. Potrošači traže brzu dostavu, a većina čak preferira isporuku na dan narudžbe. Dakle, ako poduzeće može pružiti najbrže i najučinkovitije dostave, usluge poduzeća bi definitivno bile u potražnji.

Tok informacija u postupku dostave presudan je posebno za potrošače koji uvijek žele znati status njihove isporuke.

Sigurnost i osiguranje vrlo su važni jer postoji značajan rizik kad god su potrošači odlučili da kupljenju robu ostave u tuđim rukama i vjeruju da će im se roba dostaviti pravodobno. Iz tog razloga kurirske tvrtke dodaju relativno nisku naknadu za osiguranje, pri čemu neke nude jamstvo koje je već uključeno u njihove cijene od određenog iznosa u slučaju da se roba ošteti ili izgubi tijekom tranzita. Ova vrsta garancije osigurava povjerenje kupaca, a na kraju povećava ocjenu poduzeću.

Specijalizacija, odnosno u najmanju ruku, trebala bi postojati jedna značajka usluge koja izdvaja tvrtku od konkurencije. U konačnici, sve dodatne usluge mogle bi tvrtku znatno staviti ispred ostalih standardnih kurirskih usluga koje zauzimaju veliki dio tržišta.

Prošli su dani kada bi kupci morali donijeti svoje pošiljke u poštu kako bi ih otpremili. Danas je sustav puno praktičniji jer kurirske tvrtke postavljaju satelitske podružnice na strateškim lokacijama radi lakšeg pristupa. I dok je sve to sjajno, tehnologija je promijenila igru s aplikacijama koje su uslugu dovele na potpuno novu razinu praktičnosti.

[12] https://supplychaingamechanger.com (31.08.2019)



Slika 5: Čimbenici kapilarne distribucije

Izvor: https://supplychaingamechanger.com/last-mile-delivery-explained-infographic/ 28.09.2019

2.2.2. Izazovi kapilarne distribucije

Da bi tvrtka postala učinkovita, najprije mora prepoznati izazove kako bi ih učinkovito riješila. Izazovi koji se često nailaze su (Slika 6):[13]

- Cijena
- Efikasnost
- Transparentnosti
- Trenje

Zbog svoje neučinkovitosti, odjel dostave u cjelokupnom logističkom procesu može biti skup u pogledu operativnih troškova. Uz velike obaveze slanja svakoga paketa korisniku, cijena je jedan od najvećih izazova isporuke u posljednjem kilometru.

Priroda samog procesa dostave pokazala se izazovnom ponajviše zbog velike količine krajnjih korisnika na koje se pošiljke trebaju isporučiti. Za ovu uslugu bila bi potrebna masivna flota vozila. Napredak tehnologije u zadnjim godinama doprinosi tvrtkama.

Potrošači uvijek zahtijevaju informacije o proizvodima koje kupuju, što posebno vrijedi u logističkoj industriji gdje su tradicionalne tvrtke počele koristiti kodove za praćenje

[13] https://supplychaingamechanger.com (31.08.2019)

kako bi svojim kupcima osigurali transparentnost. U današnje vrijeme, kada vlada tehnologija, kodovi za praćenje više nisu dovoljni korisnicima. Ono što danas korisnici žele je potpuno otkrivanje informacija o poziciji njihovog proizvoda u stvarnom vremenu.

Veliko iskustvo u dostavi idealno je za povećanje učinkovitosti i smanjenje troškova, ali još uvijek postoje izazovi koji se moraju riješiti i spriječiti da isporuke budu pravovremene i sigurne, odnosno kako ne bi došlo do oštećenja robe. Uz pomoć današnjih tehnologija kurirska poduzeća rješavaju ovakve izazove puno lakše. Neprekidnim poboljšavanjem na web stranicama, e-trgovine učinile su izvršavanje narudžbi kojima je potrebno manje ljudskog sudjelovanja. Ovo je ogroman korak u stvaranju učinkovitijeg procesa. Čak i mrežni prodavači kao što je Amazon planirao je koristiti bespilotne letjelice za isporuku paketa do pet kilometara za manje od 30 minuta kako bi osigurao učinkovitiji sustav dostave, posebno u industriji e-trgovine. Ovakva tehnološka dostignuća pružaju i tvrtkama da povećaju učinkovitost isporuke. No usprkos svemu, tvrtke se trebaju usredotočiti na kontinuirano poboljšanje svojih usluga.

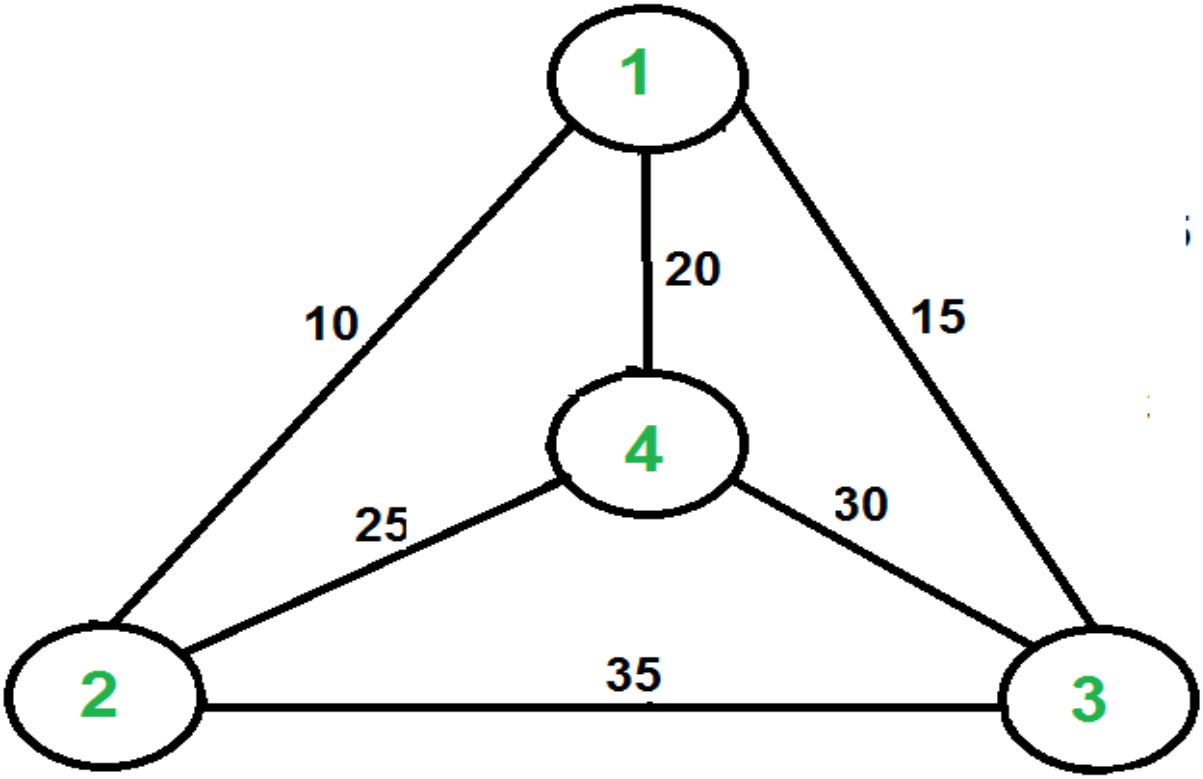


Slika 6: Gdje tvrtke propadaju

Izvor: https://supplychaingamechanger.com/last-mile-delivery-explained-infographic/ 31.09.2019

3. Primjena matematičkih metoda u rješavanju problema usmjeravanja vozila

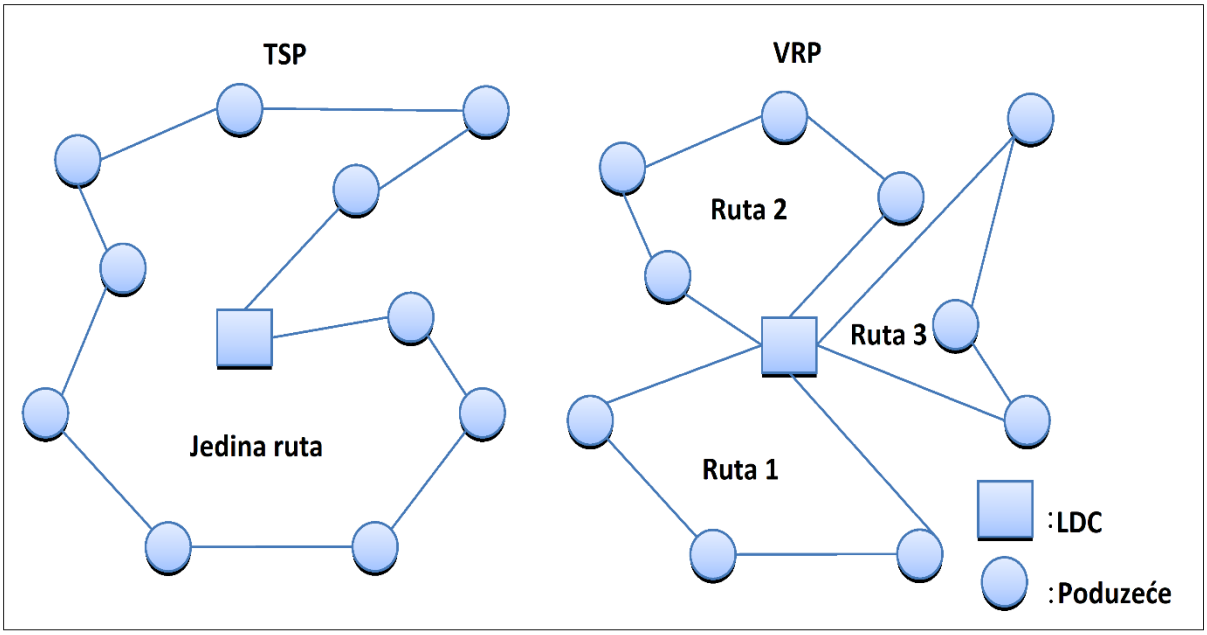
Kako bi se shvatio problem usmjeravanja vozila (VRP) potrebno se je prvo upoznati s problemom trgovačkoga putnika. Iz Slike 7 ćemo reći da se osoba ili u ovom slučaju trgovački putnik nalazi u čvoru 1. Ta osoba treba posjetiti svaki od ostalih čvorova samo jednom i vratiti se u čvor u kojem je započeo put. Trgovački putnik može putovati čvorovima 1-4-2-3-1 što je izvodljivo rješenje jer je krenuo iz čvora 1 obišao sve ostale čvorove te ponovno vratio u čvor 1. No ako se bolje pogleda to nije jedino izvodljivo rješenje, tu su rješenja kao što su 1-2-3-4-1, 1-2-4-3-1 itd. Cilj nije pronaći samo izvodljivo rješenje već i rješenje koje će dati najmanje troškove puta ili najmanju put koji je putnih prešao. Tako problem trgovačkog putnika možemo definirati kao problem da u danoj transportnoj mreži kojoj su dodijeljeni čvorovi trgovački putnik mora posjetiti sve čvorove samo jednom i vratiti se u početni čvor od kuda je krenuo uz najmanje troškove puta.



Slika 7: Problem trgovačkog putnika

Izvor: https://www.geeksforgeeks.org/ 15.6.2019.

Za razliku od TSP-a klasični problem usmjeravanja vozila (VRP) ima za cilj pronaći niz ruta uz minimalne troškove kao što je prikazano na Slici 8 (pronalaženje najkraće putanje, minimiziranje broja vozila itd.). Početak i završetak rute su u istoj točci odnosno depou. Svaki čvor je posječen samo jednom od samo jednoga vozila a svako vozilo ima ograničen kapacitet. U nekim formulacijama postoje ograničenja kao npr. maksimalno vrijeme putovanja, vremenski prozori itd.[14]



Slika 8 : VRP

Izvor : https://www.researchgate.net/figure/Illustration-of-the-traveling-salesman-problem-TSP-and-vehicle-route-problem-VRP_fig1_277673931 20.7.2019

[14] Carić, T., Gold, H.; *Vehicle routing problem*, Viene, Austrija: I-Tech, 2008

3.1. Problem trgovačkog putnika

Kao što je gore navedeno i na slici 7 prikazano da ima više izvodljivih rješenja može se zaključiti da je rješenje 1-2-4-3-1 je isto kao i 2-4-3-1-2 što znači da TSP nebitno iz kojega čvora krećemo. Te iz prethodnoga zaključka ima više istih rješenja te može se reći ukoliko mreža ima n čvorova onda ta mreža ima (n-1)! rješenja.

Sa Slike 7 čitaju se podatci o međusobnoj udaljenosti između čvorova odnosno te čvorove sada možemo definirati kao grad. Te na temelju tih podataka izrađuje se tablica 1 udaljenosti između gradova.

Tablica 1: Udaljenosti gradova TSP

-	10	15	20
10	-	35	25
15	35	-	30
20	25	30	-

Izvor: Autor izradio

Iz tablica 1 mogu se očitati udaljenosti između gradova npr. grad jedan udaljen je od grada tri 15 kilometara. Prije nego što se krene na rješavanje TSP treba se formulirati TSP a formulira se na način da se definira:[15]

$$X_{ij} = 1 \quad \textbf{(1)}$$

$$\sum\sum C_{ij}X_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \;\forall\, i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1 \;\; \forall\, j \quad (4)$$

$$X_{ij} = 0, 1 \quad (5)$$

Formula (1) definira odlazak putnika od i do j. Cilj TSP-a je minimizirati troškove odnosno minimizirati ukupan prijeđeni put i to je definirano formulom (2) gdje C_{ij} označava udaljenost. Formulom (3) definiramo da putnih uvijek mora napustiti grad u jedan drugi npr. ako se putnik nalazi u gradu *i* on mora otići u neki drugi grad *j* te on može otići u samo jedan od svih *j* gradova. Formulom (4) definiramo npr. ako je putnik trenutno u jednom određenome gradu, da je on u taj grad mogao doci samo iz jednog grada u grad u kojem se nalazi trenutno.

[15] Advenced Operation Research, Svinivasan G., Department od managment Studies, Indian Institute of Tehnology, Madras (Lecture 24)

U formuli (5) definiramo da je putnik otišao od *i* do *j* sto je jednako jedan a ukoliko nije to je jednako nuli.

3.1.1. Branch and Bound Algoritam

Kako bi egzaktno odnosno optimalno riješio TSP koristi se Branch and Bound Algoritam. Kako bi bolje razumjeli ovu metodu potrebno je promotriti tablicu 2 koja definira udaljenosti između gradova 1, 2, 3, 4 i 5. Npr. udaljenost grada 1 od grada 2 iznosi 10 kilometara.

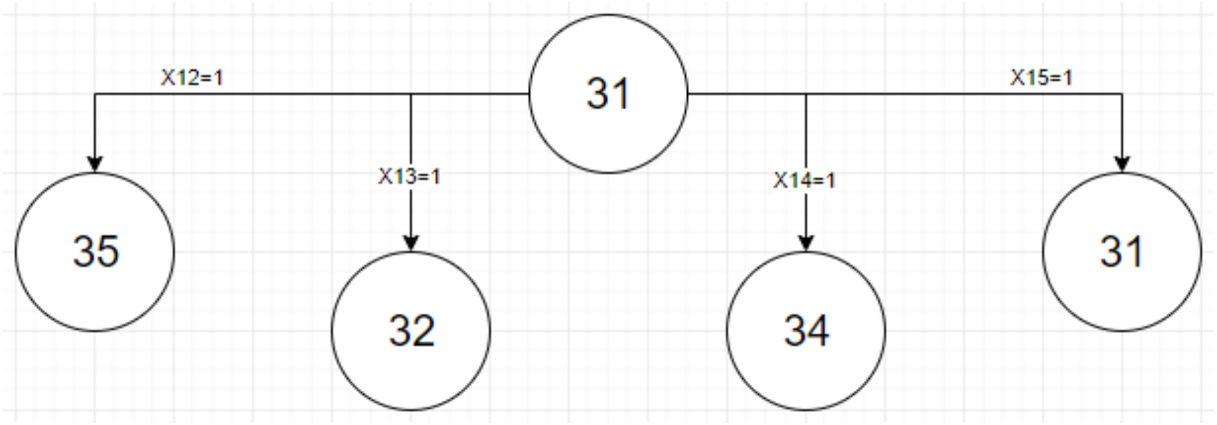
Tablica 2: Matrica udaljenosti

Gradovi	1	2	3	4	5
1	-	10	8	9	7
2	10	-	10	5	6
3	8	10	-	8	9
4	9	5	8	-	6
5	7	6	9	6	-

Izvor : Autor izradio

Ako se osoba nalazi u gradu 1 ta osoba mora napustiti grad 1 kako bi otišla u jedan od preostalih gradova odnosno gradove 2, 3, 4 i 5. Što znači da ta osoba mora napraviti minimalan put od 7 kako bi napustila grad 1. Ukoliko osoba ode u grad dva ta osoba treba napraviti minimalan put od 5 kako bi izašla iz grada 2 itd. Suma tih minimalnih udaljenosti je minimalan ukupni put koji će osoba sigurno proći. Zbrajanjem minimuma svakoga reda ili stupca dobije se minimalan prijeđeni put koji osoba treba proći što je u ovome slučaju 7+5+8+5+6=31, što znaci da je optimalno rješenje veće ili jednako 31.

Minimalni put koja osoba sigurno treba proći naziva se još donja granica. Iz donje granice granaju se 4 grane (Slika 9), ako osoba polazi iz grada 1. grana se na X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15} što znaci da putnik ide iz 1 u 2 ili iz 1 u 3, 4 ili 5. Ne grana se na granu X_{11} jer tada putnik krenuo iz prvoga grada i vratio se u njega a da nije posjetio ostale gradove što nije izvodljivo rješenje. Nakon grananja potrebno je u matrici fiksirati da osoba ide iz prvoga grada u drugi, iz prvoga u treći itd.. Na primjeru X_{12} (6) fiksiramo odnosno križamo redak jedan i stupac dva čime eliminiramo da se iz grada jedan ide u bilo koji drugi grad osim grada 2. Sjecište dviju linija kojima smo križali stupac i redak je put koji osoba prođe od grada 1 do grada 2 i taj put je 10. No osoba mora proputovati još i ostale gradove i zato se ponovno zbrajaju minimumi svakoga ne prekriženoga reda 5+8+6+6=25 te zbroji se još 10, put koji osoba prođe od grada jedan do grada 2 i dobije se dužina puta od 35. Istim principom računa se i za X_{13}, X_{14}, X_{15}., kako je dano izrazima (7), (8) i (9).



Slika 9: Grananje 1

Izvor : Izradio autor

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} \text{=min 35} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} \text{=min 32} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} \text{=min34} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} \text{=min 31} \quad (9)$$

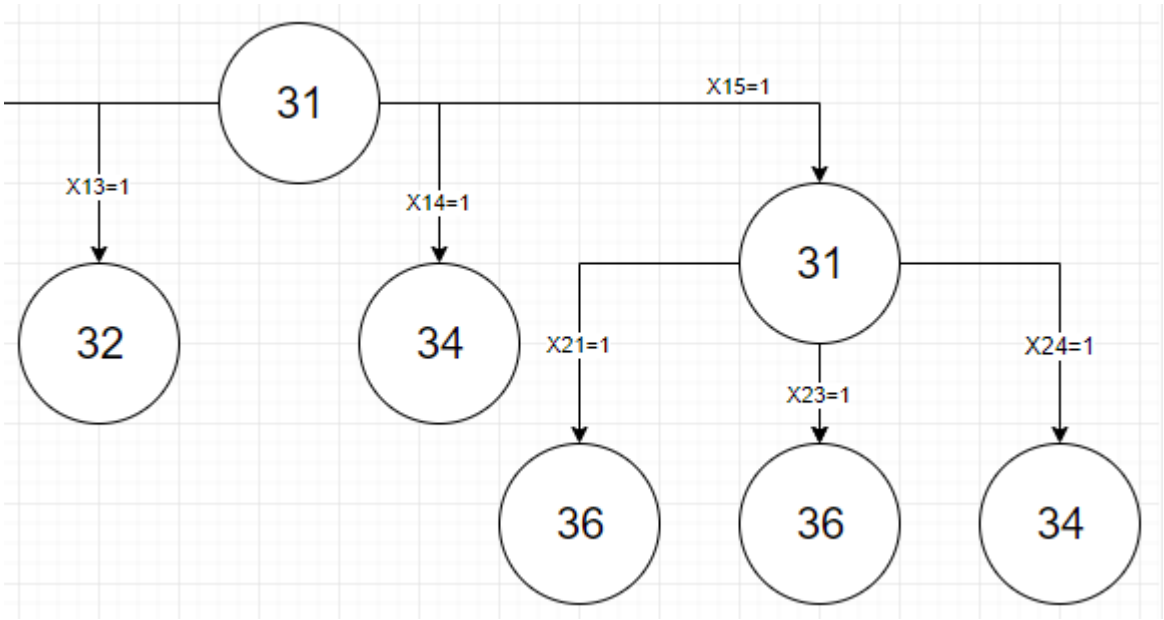
Cilj je dobiti minimalni pređeni put, te nastavlja se daljnje grananje iz X_{15} jer ima najmanju donju granicu. Dodaju se još tri grane zato što je osoba krenula iz grada jedan u grad pet što znači da nije još posjetila tri grada, grad 2 grad 3 i grad 4. Nove grane su X_{21}, X_{23} i X_{24}. Uzima se u obzir prethodna grana i nova dodana u ovom slučaju X_{15} i X_{21}. Kako bi bilo lakše iz početne matrice (9) križamo retke 1 i 2 te stupce 5 i 1 kako bi dobili skraćenu matricu (10). Kada se malo bolje razmotre grane X_{15}i X_{21} primijeti se da osoba idem putem 2-1-5 pa nema smisla u matrici imati udaljenost puta u nazad odnosno udaljenost između 5-2 jer onda osoba tada ne bi uspjela posjetiti ostale gradove. Zbog toga u matrici umjesto određenog broja na mjestu sjecišta između retka 5 i stupca 2 dodajemo crticu. Nakon matrice skraćenja

ponovno se traži minimum za svaki red i zbraja se s fiksnim vrijednostima. Isti postupak se koristi za preostale dvije grane odnosno čvora. (11 i 12)

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & - & 8 \\ 5 & 8 & - \\ 6 & 9 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & - & 8 \\ 5 & 8 & - \\ - & 9 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow 8+5+6+7+10 = 36 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 8 \\ 9 & 5 & - \\ 7 & 6 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & - & 8 \\ 9 & 5 & - \\ 7 & 6 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow 8+5+6+7+10 = 36 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & - \\ 9 & 5 & 8 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & - \\ 9 & - & 8 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix} \longrightarrow 8+8+6+7+5 = 34 \quad (12)$$



Slika 10: Grananje 2

Izvor : Autor izradio

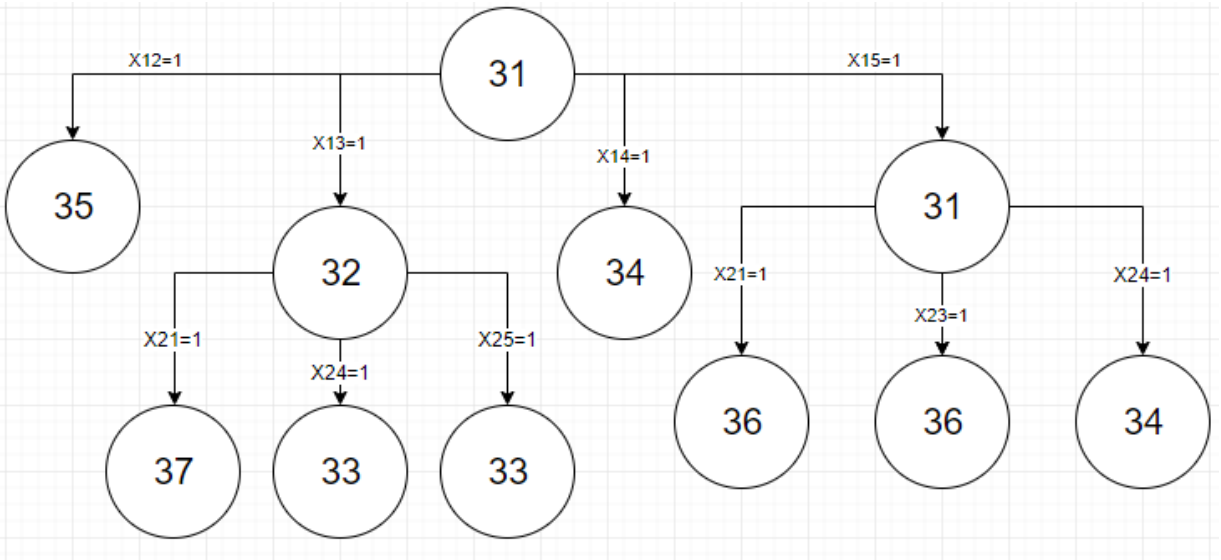
Na slici 10 prikazan je dijagram sa novim čvorovima i njihovom donjom granicom koje su dobivene prethodnim matricama. Nakon crtanja dijagrama ponovno se uspoređuju sve donje granice na čvorovima. Usporedbom dolazi se do uvida da je X_{13}= 32 manji od X_{24}= 34 zbog čega se odlučuje ponovno granati ali sada iz čvora X_{13} jer postoji mogućnost da se

dobije manja donja granica od 34 odnosno čvora X_{24}. Novo grananje prikazano je slikom 4, a izračun prikazan matricama (13), (14) i (15).

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 9 \\ 5 & - & 6 \\ 6 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & 8 & 9 \\ 5 & - & 6 \\ 6 & 6 & - \end{bmatrix} \longrightarrow 8+5+6+10+8 = 37 \qquad (13)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 \\ 9 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 \\ 9 & - & 6 \\ 7 & 6 & - \end{bmatrix} \longrightarrow 8+6+6+8+5 = 33 \qquad (14)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 \\ 9 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 \\ 9 & - & 6 \\ 7 & 6 & - \end{bmatrix} \longrightarrow 8+6+6+8+5 = 33 \qquad (15)$$

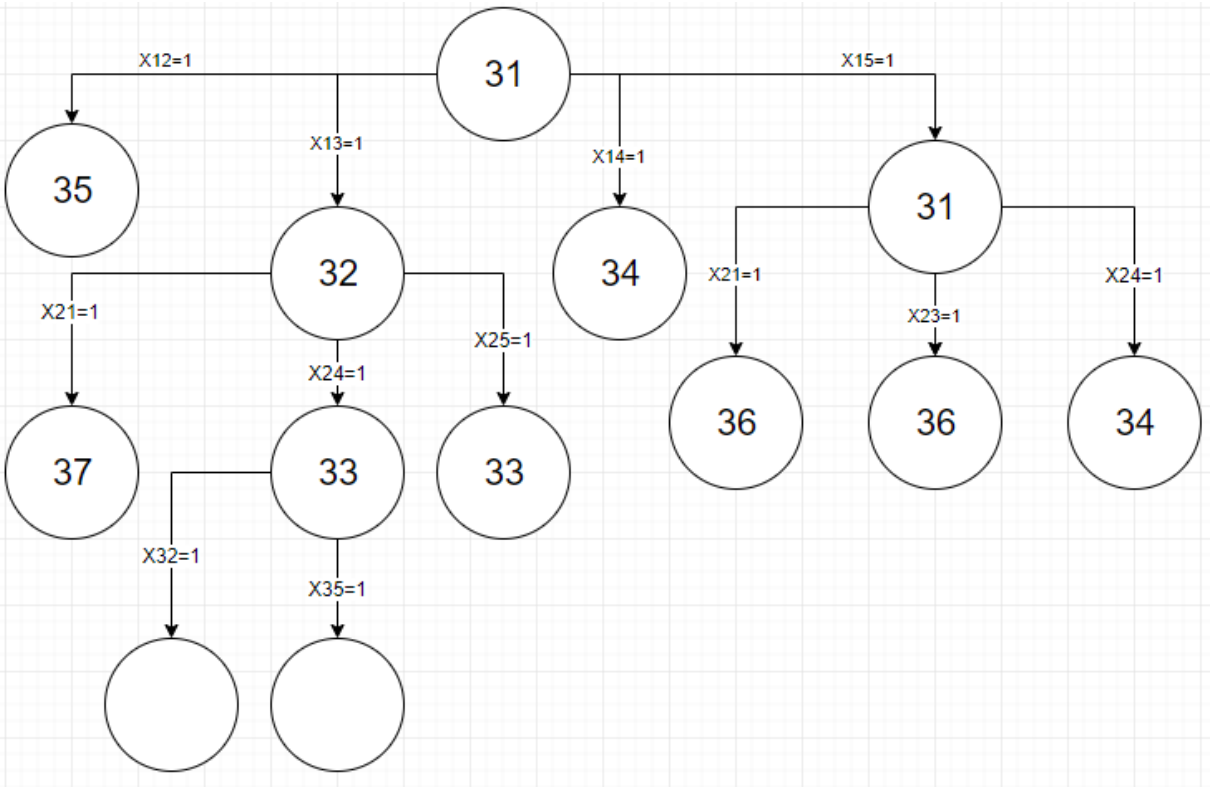


Slika 11: Grananje 3

Izvor : Autor izradio

Od svih do sada izračunatih donji granica ponovno se traži ona najmanja. Sa Slike 11 vidljivo je da su to čvorovi X_{24} i X_{25} te ponovno se radi grananje iz ta dva čvora kako je

prikazano na Slici 12. Pošto novo grananje ima dva grananja i u svakoj situaciji kada su dva ne traži se više donja granica već se traži izvodljivo rješenje.



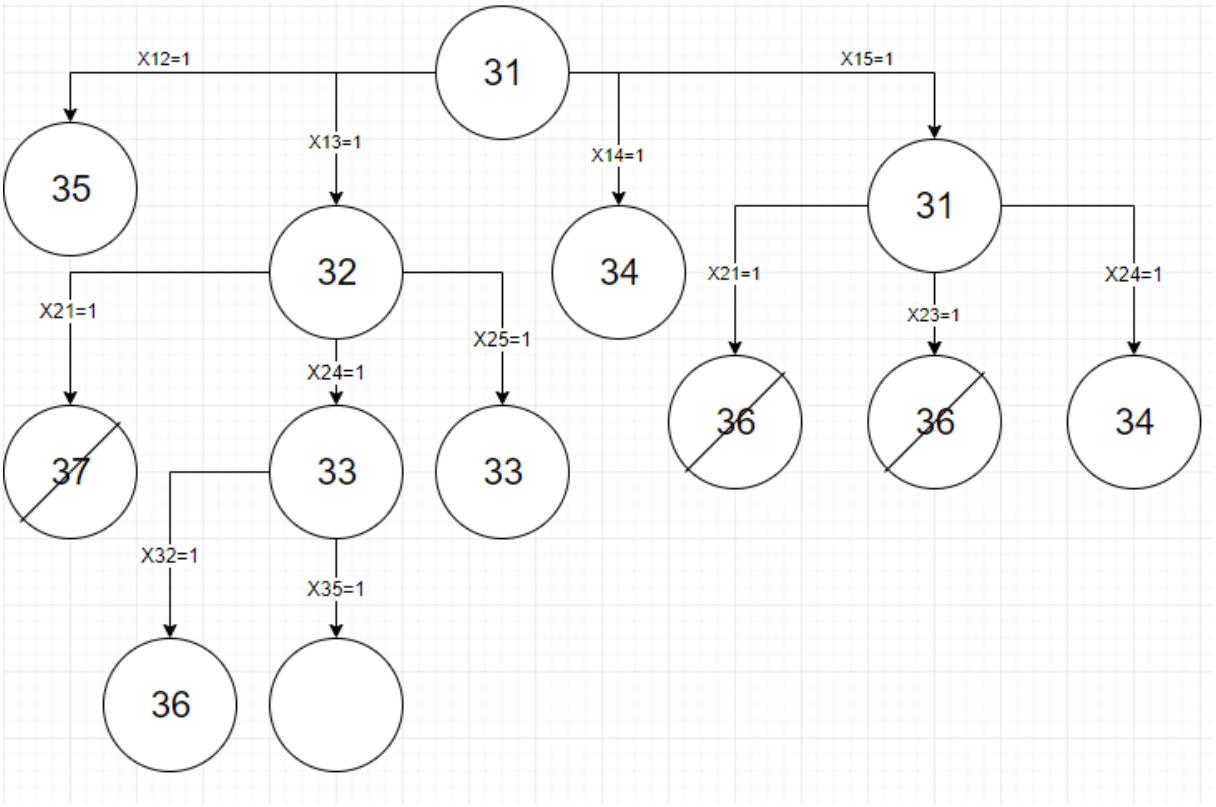
Slika 12 : Grananje 4

Izvor : Autor izradio

Izvodljivo rješenje se upisuje tako što se gledaju grane koje su povezane. Tako sa Slike 12 može se iščitati put 1-3-2-4 što automatski znači da treba je 1-3-2-4-5-1.

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = 36 \qquad (16)$$

Iščitavanjem puta 1-3-2-4-5-1 dobiven je ukupni put 36 kako je prikazano na Slici 12 i matrici (16). Kako je taj put odnosno sada gornja granica 36 manja od donje granice na čvoru koja iznosi 37, nema smisla granati iz tog čvora 37 dalje jer grananjem se put može samo povećati ili ostati isti te taj čvor križamo kako je prikazano na slici 13. Isto tako u čvorovima gdje je donja granica 36 nema smisla dalje granati jer smo već dobili optimalno rješenje 36 pa također se križaju i ti čvorovi kao što je prikazano na slici 12.

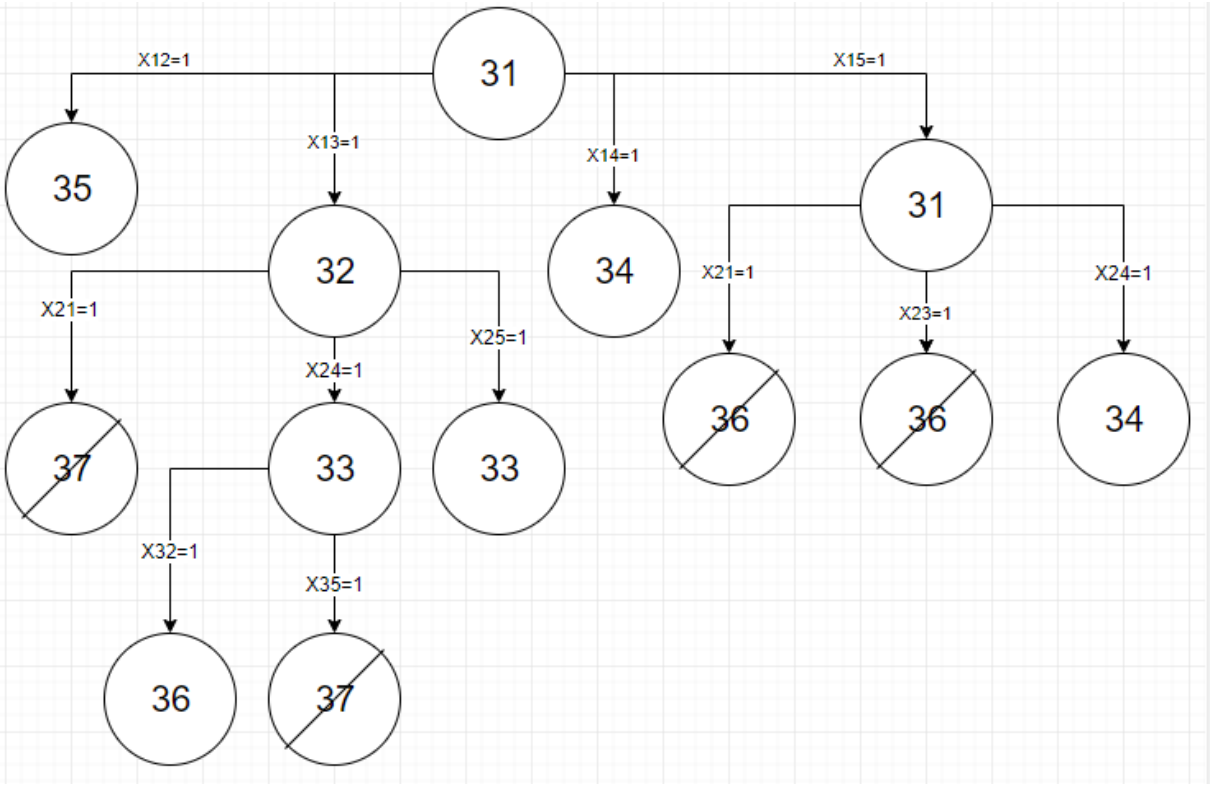


Slika 13 : Grananje 6

Izvor : Autor izradio

Također postoji još jedno izvodljivo rješenje iz zadnjega čvora a to je 1-3-5 i 2-4 te osoba se još mora vratiti od kuda je krenula i dobije se konačni put 1-3-5-2-4-1 koji je jedini izvodljiv (17). Put koji je osoba prošla je 37 te taj put se upisuje u svoj čvor kako je prikazano na slici 13 i križa se jer je veći čvora gdje je put 36.

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = 37 \qquad (17)$$



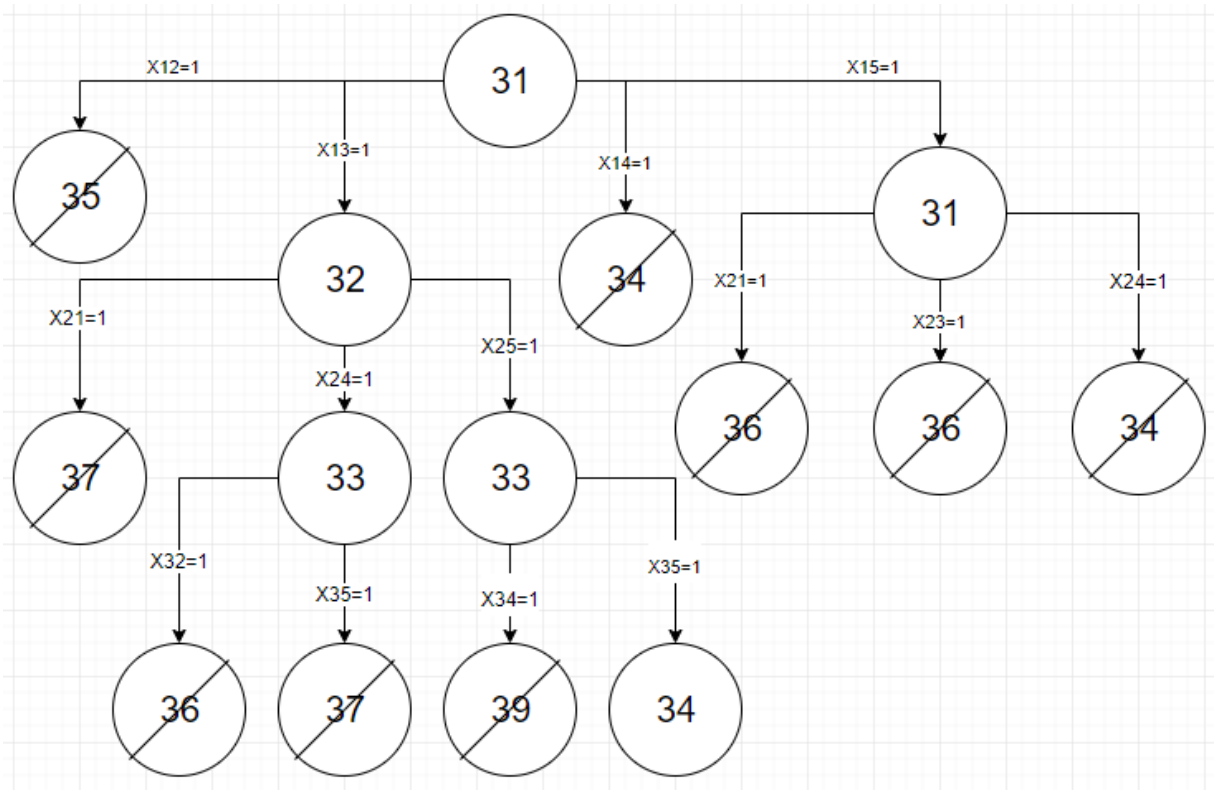
Slika 14 : Grananje 7

Izvor : Izradio autor

Ponovno se vrača i gleda koji je čvor najmanji a još nije granan, te iz Slike 14 vidljivo je da je to čvor sa putem 33 iz kojega granamo dvije grane X_{32} i X_{34}. Oba dvije grane će nam dati izvodljivo rješenje, jedno je 1-3-2-5-4-1 što rezultira ukupnim putem od 39 (18). Drugo izvodljivo rješenje je 1-3-4-2-5-1 što rezultira ukupnim putem od 34 (19) kako je prikazano na slici 15. Kako je dobiven put 34 križaju se svi krajnji čvorovi koji su veći ili jednaki 34 jer iz tih čvorova put može biti samo veći ili jednak 34. Nakon križanja svih tih čvorova dolazi se do zaključka da imamo izvodljivo rješenje sa putem od 34 koje je najbolje rješenje. Također vidljivo je da nema više nijedan čvor manji od 34 koji se može dalje granati. I iz Slike 14 zaključuje se da je optimalno rješenje 1-3-4-2-5-1 koje daje ukupni put od 34.

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = 39 \qquad (13)$$

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & - & 10 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & - & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 8 & - & 6 \\ 7 & 6 & 9 & 6 & - \end{bmatrix} = 34 \qquad (14)$$



Slika 15 : Grananje 8

Izvor : Izradio autor

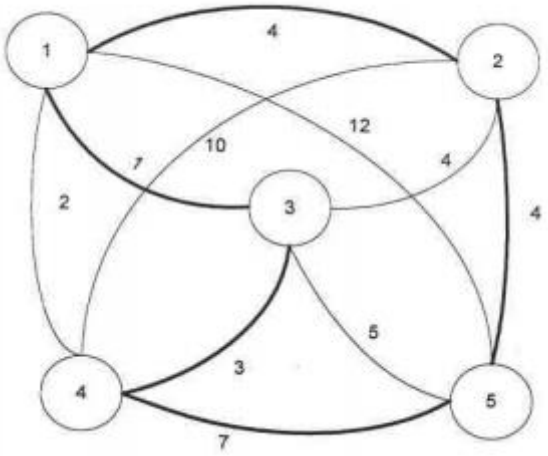
3.1.2. Heuristika

Problem trgovačkog putnika dobro je strukturiran problem jer se može konkretno matematički modelirati, ali vrlo teško egzaktno rješavati što se vidi na prethodnom poglavlju primjenom Branch and Bound algoritama.[16] Što je više članova u TSP-u to duže vremenski treba da se riješi problem zbog čega se mnogi odlučuju za uporabu heuristike za rješavanje ovakvih problema. Heuristika je tehnika koja pokušava naći neka "dobra" rješenja problema (tj. takva dopustiva rješenja problema koja su dovoljno bliska njegovom optimumu) u okviru razumnog vremena, pri čemu se ne garantira kako će pronađeno rješenje biti optimalno, niti se može odrediti njegova bliskost optimalnom.[17]

Jedna od najjednostavnijih heurističkih metoda rješavanja TSP-a je metoda najbližeg neposjećenoga susjeda, koja je primijenjena na grafički interpretirani sintetički problem. Problem TSP-a zadan je grafom na Slici 16.

[16] Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 75

[17] Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 71

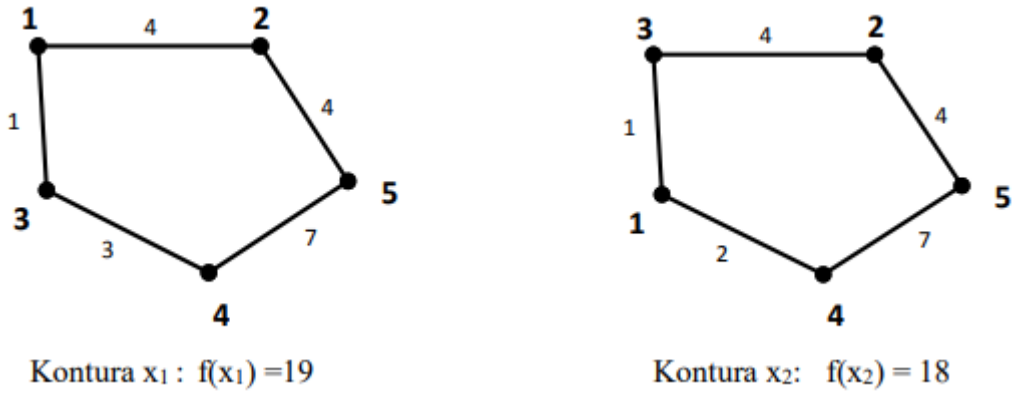


Slika 16 : Problem trgovačkog putnika s n=5

Izvor : Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 75

Primjerice na Slici 17 prikazan je graf sa čvorovima i ukoliko bi se krenulo iz čvora 1, tada bi se među njemu susjednim čvorovima 2, 3, 4 i 5 izabrao najbliži čvor 3 kao sljedeći čvor. Nadalje među neposjećenim susjedima 2, 4 i 5 čvora 3 izabrao najbliži 4 kao sljedeći itd. Na taj bi se način dobila tzv. Hamiltonova kontura (1, 3, 4, 5, 2), označena na slici 10 (lijevi crtež) čija je ukupna duljina puta 19 jer se iz točke 2 treba vratiti u točku 1.[18]

Kako je problem simetričan, istu ukupnu duljinu puta 19 imao bi obilazak i u suprotnom smjeru tj. (2, 5, 4, 3, 1). Ukoliko se za početnu točku izabere čvor 3, tada se metodom najbližeg neposjećenog susjeda dobije kontura 1-4-3-5-2 čija je duljina puta 18 prikazano na Slici 10 desni crtež.[19]



Slika 17 : Hamiltonove konture

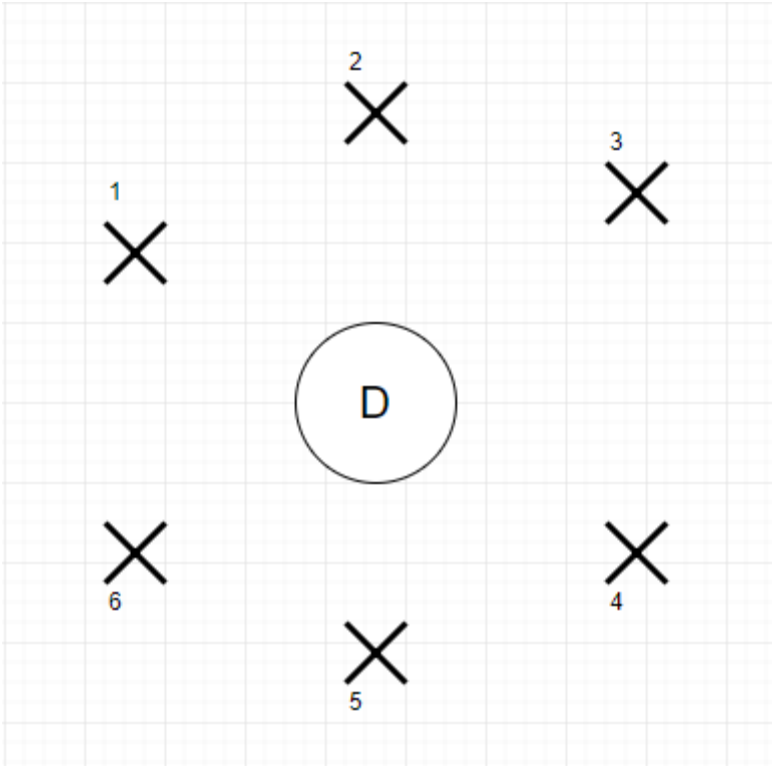
Izvor : Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 75

[18] Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 76

[19] Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2016 str 76

3.2. Problem usmjeravanja vozila

Problem usmjeravanja vozila (VRP) nailazimo u distribuciji kada se roba treba distribuirati iz centralnoga skladišta prema n broju kupaca s minimalnim troškovima.

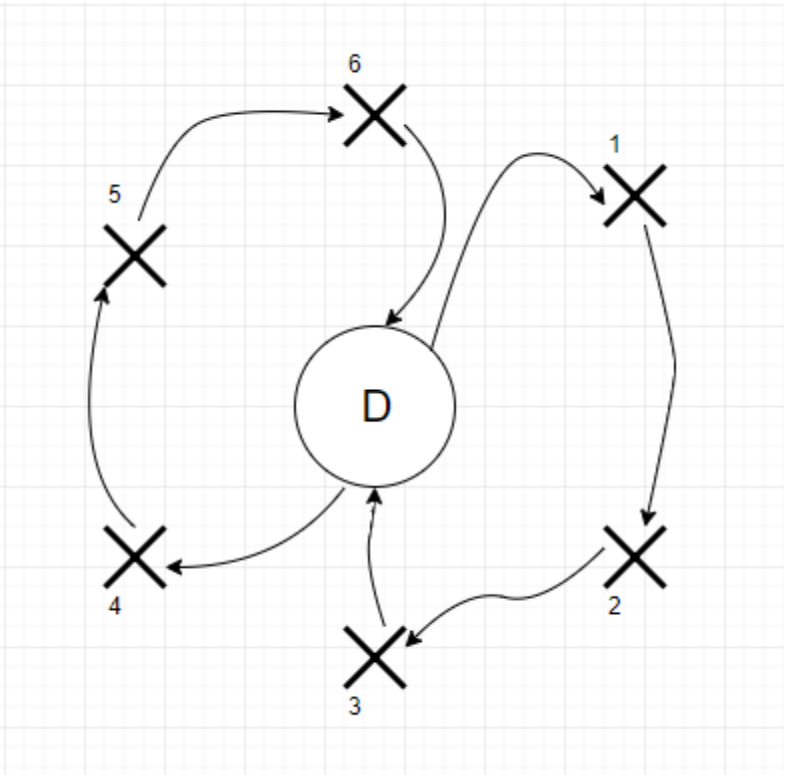


Slika 18 : VRP

Izvor : Izradio Autor

Iz Slike 18 može se iščitati da postoji jedan depo koji je nazvan slovom D. Također postoji skup kupaca koji su nazvani 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Iz centralnog skladišta će krenuti najmanje 2 vozila i distribuirati robu kako bi zadovoljili zahtjeve svih šest kupaca. Ako postoji samo jedno vozilo koje će izaći iz centralnog skladišta i posjetiti sva mjesta i vratiti se nazad tada je riječ o problemu trgovačkoga putnika sa sedam čvorova. No ponekada to vozilo koje ima određeni kapacitet te ne može zadovoljiti potrebu kupca te je tada potrebno više putovanja ili više vozila i tada je riječ o problemu usmjeravanja vozila (VRP). Npr. možemo imati jedno vozilo i više putovanja, gdje će na prvome putovanju vozilo ići iz skladišta na 1, zatim 2, zatim 3 i natrag u skladište te na drugom putovanju može posjetiti 4, 5, 6 i natrag u skladište što je prikazano na Slici 19. Pretpostavimo sada da počinjemo s vremenom jednako 0 i da nam treba određeno vrijeme kako bi završili prvo putovanje i vratili se nazad. Reći ćemo da to prvo putovanje traje oko četiri sata, što znači da drugo putovanje može započeti tek nakon četvrtoga sata. Ako moramo sve gradove posjetiti u 4 sata to znači da je potrebno više nego jedno vozilo.

U slučaju da se koriste dva vozila prvo vozilo posjeti gradove 1, 2, 3, i natrag dok drugo vozilo posjeti gradove 4, 5, 6 i natrag.



Slika 19: VRP Rješenje

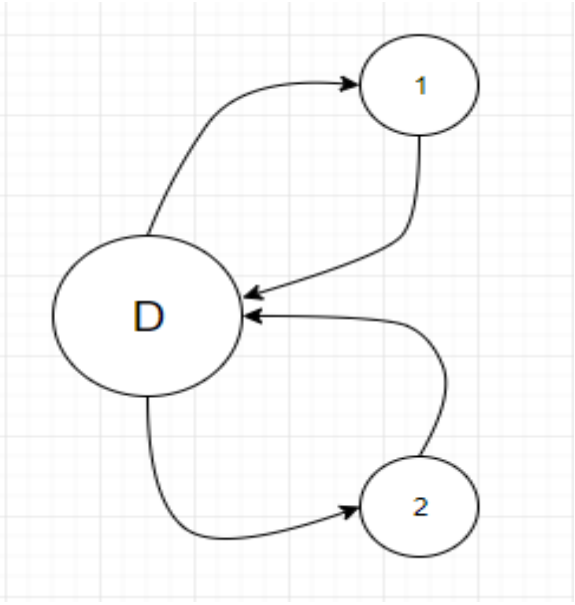
Izvor : Izradio autor

Sada kada smo upoznati iz prijašnjih poglavlja ss nekim metodama za rješavanje problema trgovačkoga putnika upoznati ćemo neke načine rješavanja problema usmjeravanja vozila. Usmjeravanje vozila problem je široko korišten u gotovo svim vrstama distribucije. Koristi se opsežno u problemima dostave kamionima, prikupljanje školaraca, poštanskih problema, problema s isporukom itd..

3.2.1. Clark i Wright algoritam (algoritam uštede)

Situacija u kojem postoji skladište D i dva grada ili mjesta 1 i 2 prikazana je Slikom 20. Ukoliko su dva vozila na raspolaganju može se jedno vozilo poslati iz skladišta prema gradu 1, a zatim se vratiti i može drugo vozilo iz skladište posjetiti grad 2 i vratiti se nazad. Ne moraju čak ni biti dva vozilo, istu stvar može obaviti jedno vozilo kada posjeti grad 1 vrati se u skladište te onda posjeti grad 2. U takvom slučaju, udaljenost koje će vozilo proći definirano je formulom 15.

$$d_{01} + d_{10} + d_{02} + d_{20} = 2[d_{01} + d_{02}] \quad (15)$$

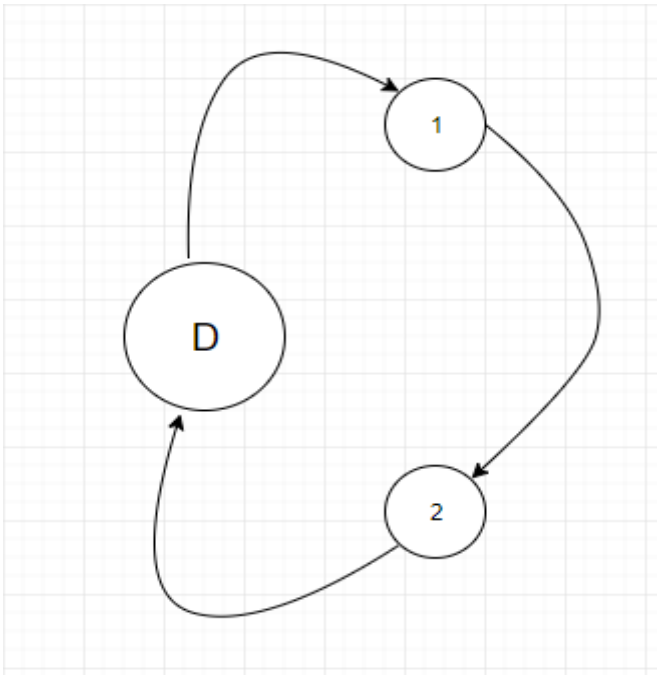


Slika 20 : Clark and whrite 1/2

Izvor : izradio autor

Ukoliko se kombinira, što znači da vozilo ide iz skladišta do grada 1 zatim do grada 2 te nazad u skladište kako je prikazano na Slici 21. Tada udaljenost koju je vozilo prošlo može se definirati formulom 16.

$$d_{01} + d_{02} + d_{12} \tag{16}$$



Slika 21 : Clark and wright 2/2

Izvor : Izradio autor

Kombiniranjem ovih dviju formula dobivamo uštedu koja se definira formulom (17).

$$d_{01} + d_{02} - d_{12} = S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij} \geq 0 \quad (17)$$

Uštede dobivene formulom 8 mogu biti negativne, mogu biti jednake nuli i mogu biti pozitivne. Ušteda je pozitivna ako je udaljenost dobivena formulom 6 veća od udaljenošću dobivenom formulom 7, ušteda je 0 ako su obje jednake i negativna ušteda obrnuto od pozitivne.

Npr. ukoliko postoji šest gradova i jedan logistički centar koji mora zadovoljiti svih 6 gradova. Izrađuje se tablica udaljenosti između gradova kako je prikazano tablicom 3. Također svaki grad ima svoju potražnju $q = [4\ 6\ 3\ 5\ 3\ 6]$ i kapacitet kamiona je ograničen na $Q = 15$.

Tablica 3 : Matrica udaljenosti za branch and bound

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	20	18	14	16	12	19
1		-	22	18	30	26	28
2			-	32	20	22	21
3				-	20	22	21
4					-	30	32
5						-	26
6							-

Izvor : Autor izradio

Prema formuli 8 izračunavaju se uštede za svaki pravac. Pošto ima šest gradova to znači da je potrebno izračunati 15 ušteda. Uvrštavanjem određenih vrijednosti izračunava se ušteda za pravac od grada 1 do grada 2 što je prikazano formulom (18). Uštede ostalih pravaca računaju se na istom principu. Sve uštede prikazane su u tablici (4)

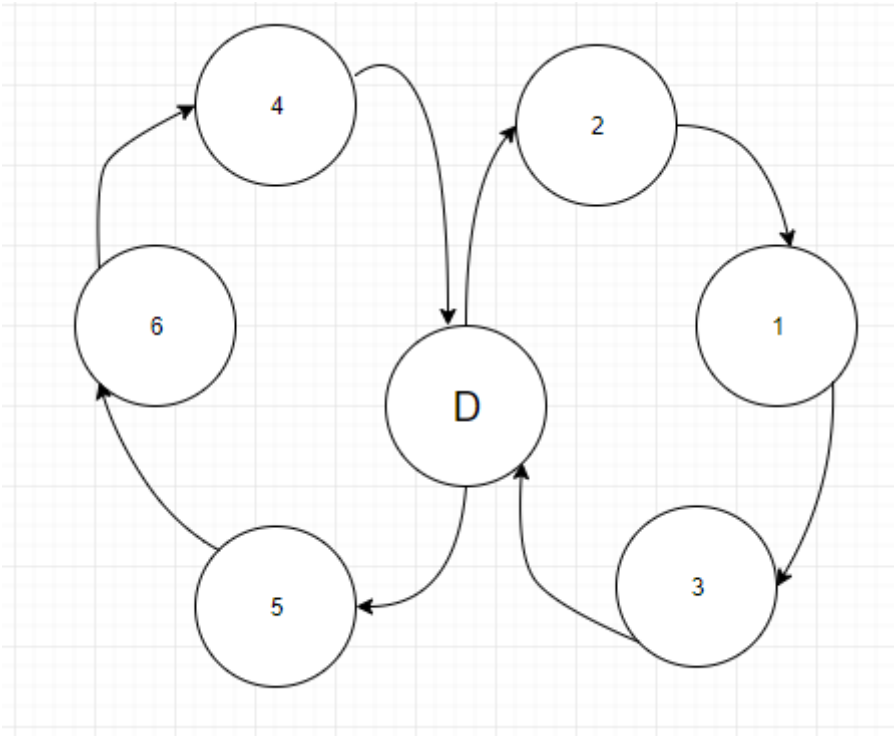
$$d_{01} + d_{02} - d_{12} = S_{12} = 20 + 18 - 22 = 16 \quad (18)$$

Tablica 4: Uštede između pravaca

$\boldsymbol{S_{13} = 16}$	$\boldsymbol{S_{14} = 6}$
$\boldsymbol{S_{26} = 16}$	$S_{15} = 6$
$\boldsymbol{S_{24} = 14}$	$S_{56} = 5$
$\boldsymbol{S_{36} = 12}$	$S_{35} = 4$
$\boldsymbol{S_{16} = 11}$	$S_{46} = 3$
$\boldsymbol{S_{34} = 10}$	$S_{26} = 0$
$\boldsymbol{S_{25} = 8}$	$S_{45} = -2$

Izvor: Izradio autor

Kod dobivenih rezultata vidljivo je da S_{45} je negativan što znači da kombinacijom gradova 4 i 5 zajedno se neće dobiti nikakva ušteda. Kreče se uvijek od najveće uštede što je u ovom slučaju S_{12} što zaći da se gradovi 1 i 2 mogu kombinirati zajedno na istoj ruti. Dakle od 1 do 2 daje uštedu od 16 također se zna da potražnja grada 1 je četiri dok potražnja grada 2 je šest što je unutar ograničenja kapacitet vozila ($10 \leq 15$). Sljedeća najbolja ušteda je S_{13}=16, te se grad 3 kombinira sa prethodno navedenim gradovima 1 i 2. Potražnja grada 3 je tri što je u sumi unutar kapaciteta vozila (13≤15). Sljedeća najbolja ušteda je S_{26} = 16 što znači da grad 6 se kombinira sa prethodno navedenim gradovima 1, 2 i 3. Pošto potražnja gradova 1, 2 i 3 je 13 a potražnja grada 6 je šest to daje ukupnu potražnju od 16 što nije unutar kapaciteta vozila te se grad 6 ne može pridružiti. Isto tako je i sa gradovima 4 i 5. Zbog ograničenog kapaciteta potrebno je dodati još jedno vozilo koje će posjetiti ostale gradove. Pošto su gradovi 1, 2 i 3 posječeni od strane prvog vozila neće se gledati uštede u kojim su neki od tih navedenih gradova. I prva ušteda gdje se ne spominju ti gradovi je S_{56}=5. Sljedeća ušteda je S_{35} no tu je grad 3 a za taj grad vozi prvo vozilo te se ta ušteda ne može iskoristiti. S_{46}=3 je sljedeće moguće rješenje. Svih 6 gradova dodano je u rješenje, koje je nam daje uštedu od 40(16+16+5+3). Rješenje za prvo vozilo se može zapisati D-2-1-3-D, a za drugo D-5-6-4-D. Rješenje je prikazano na Slici 22.



Slika 22: Vizualno rješenje VRP primjenom algoritma uštede

Izvor :Autor izradio

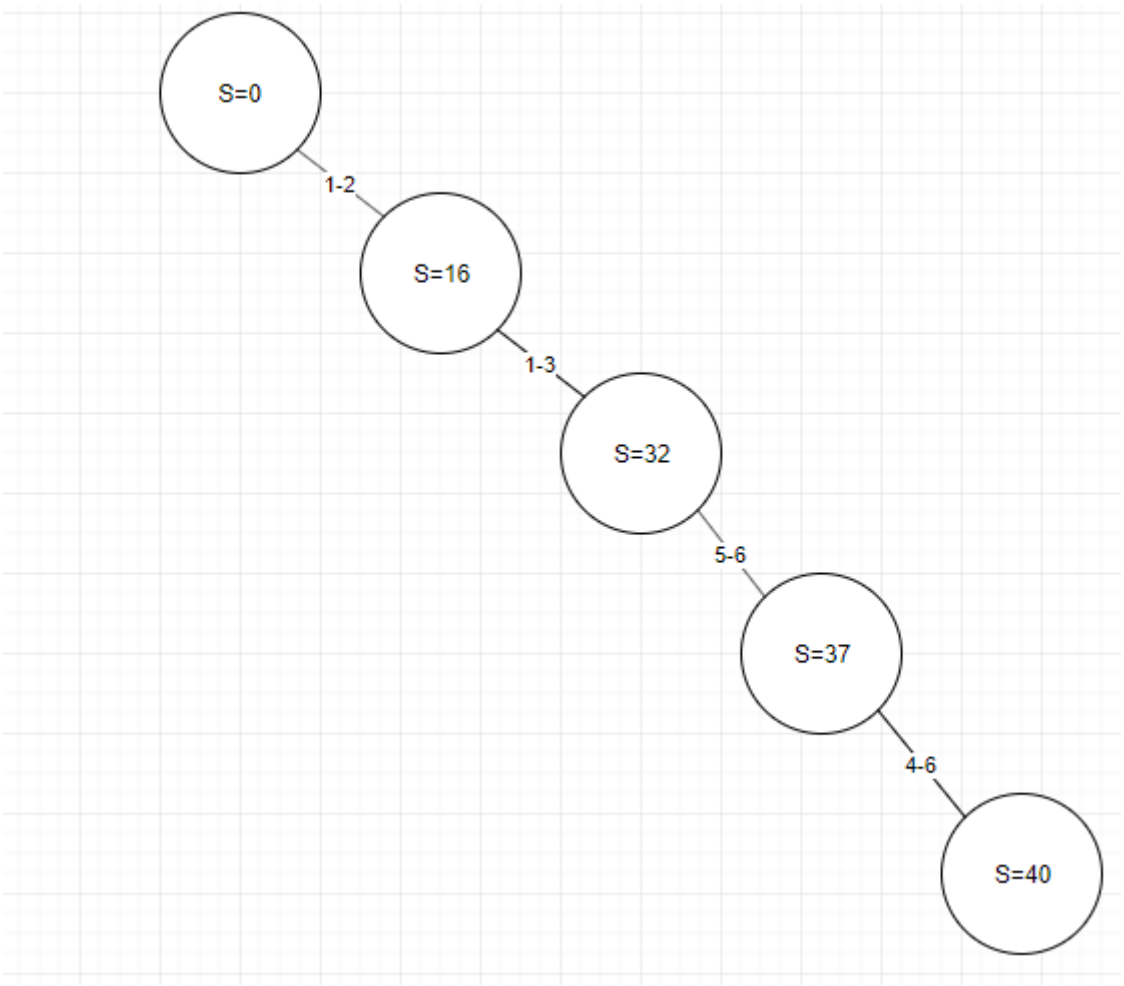
Udaljenost koju su vozila prošla gleda se iz tablice 3. Od Skladišta (D) do grada 2 udaljenost je 18, od 1 do 2 je 22, od 1 do 3 je 18 te još od 3 do D 14 što u konačnici daje sumu od 72. Isto tako se gleda i za drugo vozilo koji je prošao ukupan put od 86. Ukupna udaljenost

ova dva vozila je 158. Da je vozilo išlo pojedinačno u svaki grad putovao bi (20+18+14+16+12+19)x2 što je 198.

3.2.2. Holmes i Parker Algoritam

Clark i Wrightova metoda ponekad može imati svoja ograničenja, ponekad može dati vrlo dobro rješenje dok ponekad to rješenje nije najbolje. Ljudi pokušavanju raditi bolje i dobivati bolja rješenja u usporedbi s Clarkeom i Wrightom. Ukratko je opisana jedan metoda kojom možemo dobiti rješenje koje je bolje.

Na početku ćemo reći da je ušteda jednaka 0 odnosno S=0. Gledajući iz prethodnih ušteda koji su izračunati Clark i Wrightovom metodom radimo grananja. Prvo je od 1 do 2 sa uštedom 16, zatim koristimo 1 i 3 zajedno, tako da je ušteda 32. zatim smo koristili 5 i 6, ušteda jednaka je 37 te na kraju 4 i 6 za uštedu 40 kako je prikazano na Slici 23.

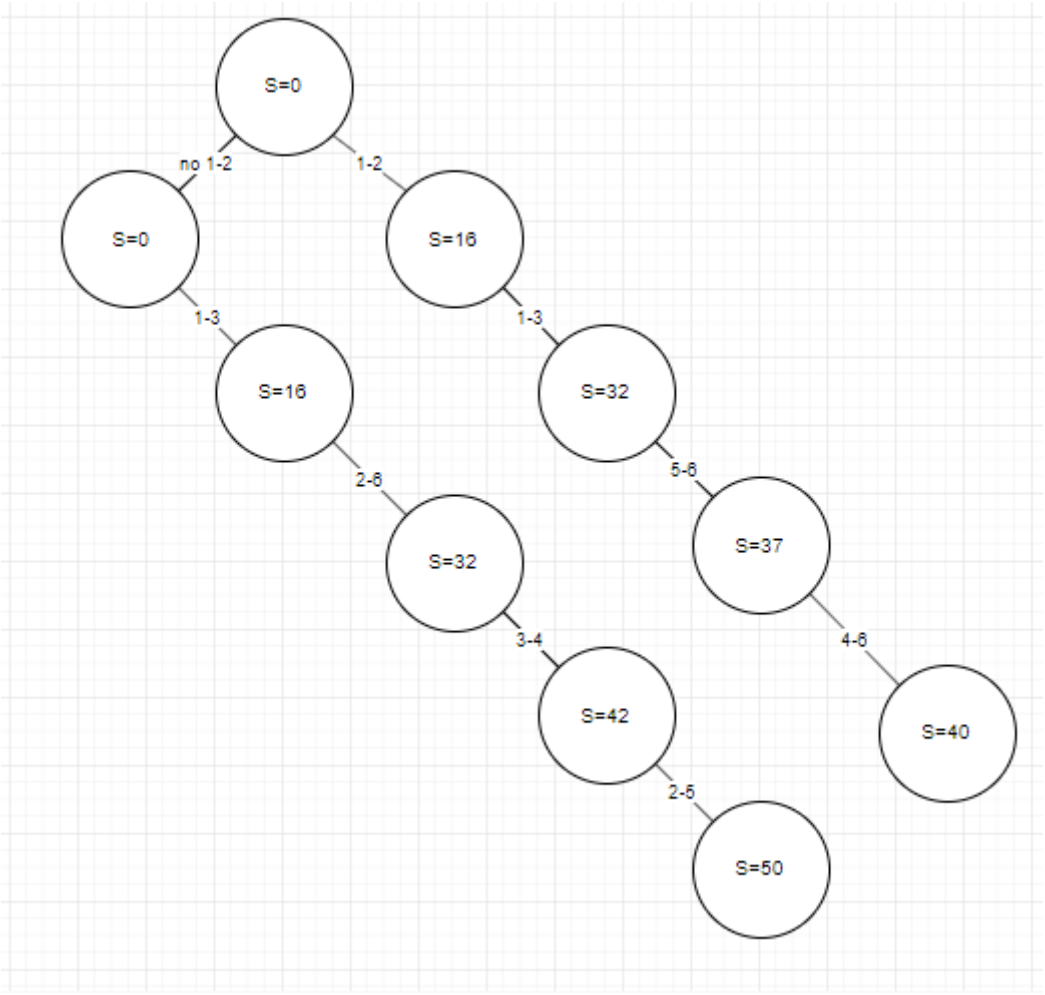


Slika 23: Holmes i Parker metoda 1

Izvor : Izradio Autor

Metoda Clarkea i Wrighta dala je vrstu rješenje sa uštedom 40 kako je prikazano na slici 17. Pretpostavimo da krenemo sa grananjem gdje se neće kombinirati 1 i 2 zajedno, tako počinjemo sa uštedom jednakom 0. Automatski uzet će se sljedeća najveća ušteda koja je 1-3 jednaka 16, onda se gleda 2-6. 2-6 je moguće jer 1-3 koristi kapacitet 7 što je manje od 15. 2-

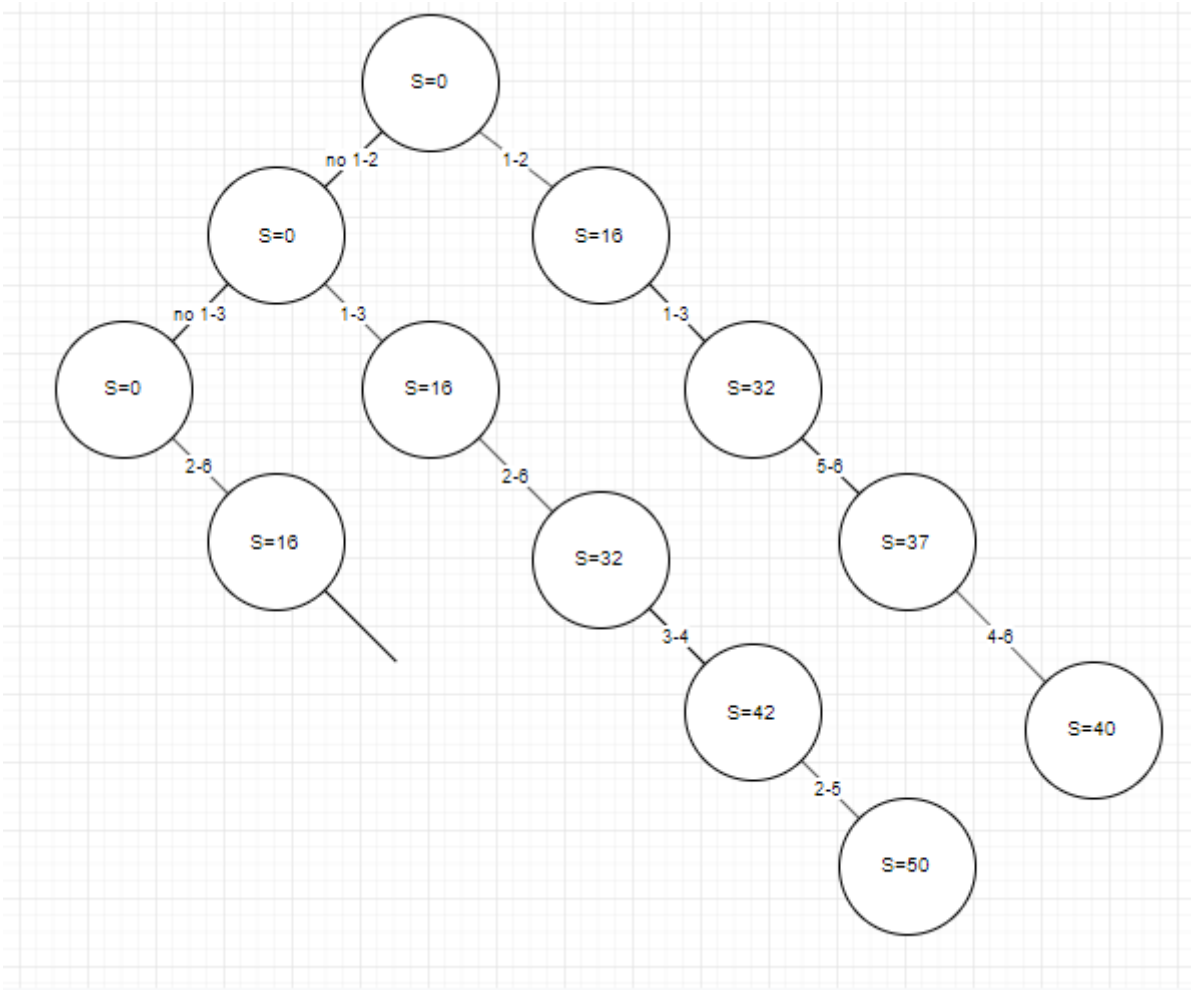
6 koristi kapacitet 12 što je unutar ograničenja. Odavde bismo koristili 2-6 i dobili uštedu od još 16 što nam daje 32. Zatim idemo na 4(2-4) gdje imamo 6-2-4, u ovom slučaju potražnja je veća od kapaciteta 17≥15. Te se preskače 2-4. Sljedeća najveća ušteda je 3-6, no ta ušteda također je neizvediva pošto grad 3 obilazi prvo vozilo dok grad 6 obilazi drugo, ista stvar je sa 1-6. Sljedeća najbolja ušteda koja zadovoljava kapacitete je 3-4 sa uštedom od 10 što u sumi daje uštedu od 42. Posljednja ušteda je 2-5 koja rezultira uštedom od 8 što u konačnici daje sumu od 50, također je izvediva jer potražnja 5-2-6 jednaka 15 što je unutar ograničenja kapaciteta. Cijeli postupak je jednostavnije prikazan na Slici 24.



Slika 24: Holmes i Parker metoda 2

Izvor : Izradio autor

Dok nam je Clark i Wrightovo rješenje u prvom slučaju donijelo uštedu od 40, u drugom slučaju grananjem gdje se nije koristio 1 i 2 zajedno dobivena je ušteda od 50. Što znači da u original Clark i Wrightovom metodom vozila bi prošla put od 158 što je za 10 više u odnosu na drugi slučaj. Drugi slučaj u konačnici nam daje rješenje D-4-3-1-D za prvo vozilo i D-6-2-5-D za drugo vozilo. No metoda se ne zaustavlja ovdje. U suštini ova metoda je algoritam grananja i može se granati sve dok ne dobijemo dobro rješenje. Primjer dodatnog grananja prikazan je Slikom 25.



Slika 25: Holmes i Parker metoda 3

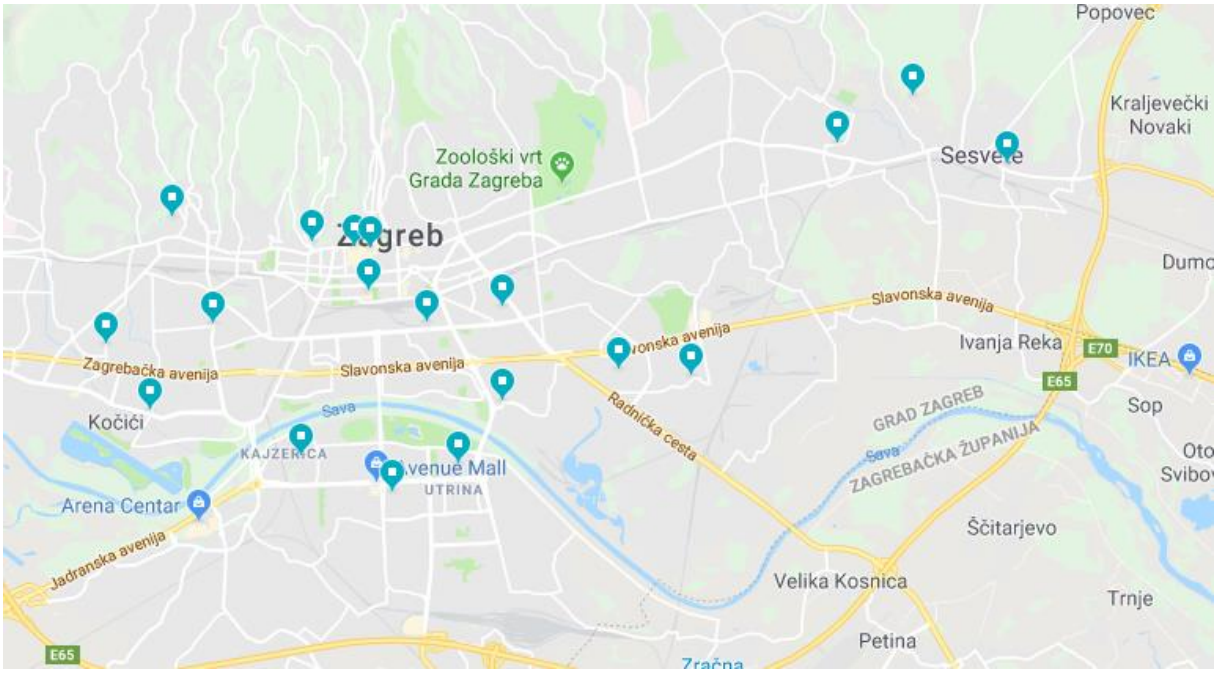
Izvor: Autor izradio

Ova metoda je nadogradnja ili produžetak Clarkove i Wrightove metode te se zove Holmes i Parker ekstenzija ili Holmes i Parker heuristika.

4. Analiza transportne mreže u kapilarnoj distribuciji trgovačkog lanca

Analiza je ograničena na kapilarnu distribuciju u Gradu Zagrebu, rutu koja se vozi ponedjeljkom, utorkom i petkom, koja je uzeta kao reprezentativni uzorak. Na temelju iskustva odabire se ruta za vozila na svakodnevnoj bazi i u prosjeku vozila ukupno prođu oko 105 kilometara. Šest vozila se koristi u prosjeku za dostavu robe na lokacije reprezentativnog uzorka. Trgovački lanac u Hrvatskoj ima više od 700 poslovnica. Te poslovnice su raspoređene diljem cijele hrvatske no u ovome radu za primjer je uzet samo jedan segment koji se može upotrijebiti za sve poslovnice. Također trgovački lanac posjeduje dva LDC-a no za potrebe primjera koji je naveden u nastavku u obzir uzet je samo jedan LDC.

Promatrani trgovački lanac ima prodajna mjesta diljem Hrvatske sa glavnim sjedištem u Zagrebu. Logističko distribucijski centar (LDC) za kapilarnu distribuciju na području Grada Zagreba smješten je u istočnom dijelu grada. Poslovnice na kojima se vrši dostava prikazane su na Slici 26.



Slika 26: Lokacije trgovina u gradu Zagrebu

Izvor: Autor izradio

Postoje različiti lanci opskrbe za svježu, smrznutu ambijentalnu robu. Te je zadatak procjene prodaje odrediti količinu zaliha prema potrebama pojedinih prodavaonica. Procjena prodaje u trgovačkom lancu radi se na temelju povijesnih podataka. Trgovački lanac ima prodavaonice diljem Hrvatske te planiranje ruta ima jako važnu ulogu. S obzirom na potrebe

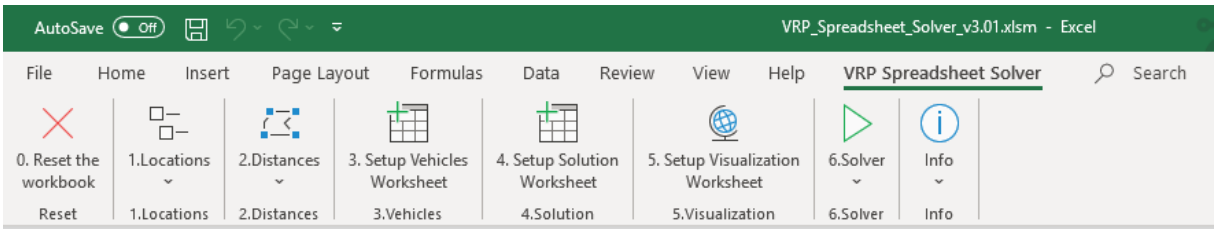
lanca jedno vozilo obilazi nekoliko trgovina dnevno. Rute se definiraju tako da se dostava u nekim određenim dijelovima vrši određenim danima. Odnosno mjesta koja su prikazana na slici 20 obilaze se ponedjeljkom, utorkom i petkom dok neka druga mjesta vrše se drugim danima. Trgovački lanac ima svoj vozni park koji raspolaže s 8 vozila na području koje je prikazano na slici. Distribucija se organizira na temelju intuicije što ponekad nije najučinkovitije. Vozači kamiona imaju ograničenja kao što su vrijeme do kada mora sva roba biti istovarena, maksimalno vrijeme vožnje.

5. Prijedlog elementa optimiranja postojeće transportne mreže

Problem usmjeravanja vozila (VRP) jedan je od najčešće susretanih problema optimizacije u logistici, koji za cilj ima minimizirati troškove prijevoza. Kao prijedlog rješenja predstavlja se VRP proračunska tablica, alat otvorenoga koda utemeljen na Excelu za rješavanje mnogih varijanti problema s usmjeravanjem vozila. Solver je sposoban riješiti problem usmjeravanja vozila s kapacitetom i ograničenjem na daljinu s do 200 kupaca u roku od 1h CPU-a odnosno brzina rješavanja problema ovisi o broju procesora na računalu.

5.1. Rješavanje VRP putem Excela

VRP rješenje za proračunske tablice prije svega je dizajnirano zbog jednostavnosti. Funkcije se nalaze na prilagođenoj kartici u Excelu pod nazivom "VRP Spreadsheer Solver" kako je i prikazano na Slici 27.[20]



Slika 27: prilagođena kartica VRP Spreadsheet Solver

Izvor: Izradio autor

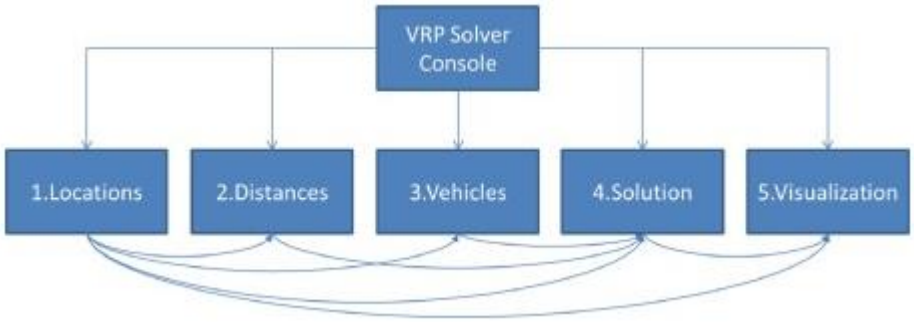
- Unijeti sve relevantne podatke i opcije u radni list VRP Solver
- 1.1 radni list služi za postavljenje lokacija, vremenskog prozora, vrijeme trajanja istovara odnosno utovara, količinu isporuke.
- U 1.2 radnome listu po želji mogu biti unesene adrese no za ovu funkciju potrebna je aktivna internetska veza.
- Te u 1.3 radnom listu mogu se lokacije poredati abecednom redom radi lakšeg pristupa.
- U 2.1 ubacuju se podatci o udaljenošću i trajanju vožnje. Ti podatci mogu biti ručno unijeti ili automatsku pomoću Bing Karte i aktivnog interneta u radnom listu 2.2 koji nije obavezan
- U radnome listu 3 upisuju se karakteristike svakoga tipa vozila koje se koristi. Naziv vozila, kapacitet vozila, troškovi, vrijeme početka rada, veličina voznoga parka itd.
- 4. je radni list za postavljanje rješenja.

[20] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

- Po želji može biti i izvršen 5. radni list koji služi za vizualizaciju. Kako bi to bilo moguće sve koordinate za lokacije moraju biti unesene za izradu ovoga lista.
- Od ovoga trenutka moguće je ručno riješiti svoj VRP odabirom lokacije s padajućeg izbornika ili alternativno pokretanjem 6.1 Engage VRP Spreedsheer Solver i pričekati. Što duže se čeka odnosno što duže dopustite soveru bolji će rezultat biti.
- Po želji može se pozvati na neki vanjski solver koji je razvijen i staviti ga u DLL (Dynamically Linked Libary). Ovako nešto zahtjeva iznad prosječno znanje programiranja.

5.2. Struktura radnih listova

VRP Spreadsheet Solver ima inkrementalni protok informacija, pri čemu se čuvaju podskupine podataka u odvojenim radnim listovima. U početku ima samo jedan radni list pod nazivom VRP solver konzola. Preostali radni listovi (1.Lokacije, 2.Udaljenost, 3.Vozila, 4.Rješenja i 5.Vizualizacija) treba generirati u zadanome nizu označenim s njihovim indeksima. Slika 28 prikazuje protok informacija između proračunskih tablica gdje strelice označavaju ovisnost radnoga lista o drugome radnome listu. Kako bi se korisnik usmjerio na kojim ćelijama raditi usvojene su sljedeće sheme boja. Ćelije sa crnom pozadinom ne smiju se dirati. Zelene ćelije su parametri koje treba postaviti korisnik, žuto obojene ćelije izračunavaju se na radnim listovima (ali ne mogu se uređivati). Narančaste ćelije signaliziraju upozorenje dok one crvene signaliziraju pogrešku.[21]



Slika 28: Struktura proračunske tablice VRP

Izvor: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817300552 11.09.2019

[21] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

5.2.1. VRP Control Console

Ovaj radni list prikazan je prilogom (1) te pohranjuje i pruža informacije o ostalim radnim listovima. Sadrži različite parametre uključujući skladišta i kupce, broj vozila, širinu vremenskih prozora itd. VRP Control Console je središnji radni list i ne smije se brisati. Na tom radnome listu upisuju se parametri određenim nizom:[22]

- Bing Maps Key: licenca bing maps nije obavezna. Radna knjiga se i dalje može koristiti i bez licence. Za izračunavanja zemljopisne širine i dužine udaljenosti potreban je važeći ključ, također i za izračunavanje trajanja i generiranje vizualizacije lokacija na karti. Ključ se može besplatno skinutu na https://www.bingmapsportal.com/.
- Broj skladišta točke koje služe kao polazne i završne točke za rute vozila.
- Broj kupaca: ovaj parametar ne uključuje skladišta, pa je to broj lokacija koje vozila posjećuju i opslužuju.
- Udaljenost (Distance):
- Vrsta rute Bing: ovaj parametar opisuje vrstu rute. Opcije su najkraći put, najbrže i najbrže u stvarnome vremenu. Za opciju najkraći put pronaći će se najkraća ruta koja obično prolazi kroz gradska sjedišta, podliježe strogim ograničenjima i često rezultira vrlo dugim trajanjem. Preporučena opcija je najbrža. Opcija najbrža u stvarnome vremenu izračunava rutu na temelju prometnih uvjeta u tom trenutku.
- Prosječna brzina vozila: rezultati izračuna udaljenošću dijele se s vrijednošću ove vrijednosti za određivanje vremena putovanja. Treba imati na umu da se vrijednost ne koristi kada je parametar udaljenosti bing maps, koji osigurava procijenjeno vrijeme putovanja vozila na temelju ograničenja na ruti.
- Broj tipova i vozila: tipovi vozila u ovome radnom listu mogu se razlikovati po fiksnim i varijabilnim troškovima, ograničenju udaljenosti, vrijeme početka rada, ograničeno vrijeme vožnje i radnog vremena.
- Vozila se trebaju vratiti u skladište?: opcija u kojoj se prisiljava da sva se vozila vrate u skladište nakon obilaska svih kupaca. Može se također dati mogućnost da se vozila ne moraju vratiti u skladište što je korisno kada vozila stoje outsourcing i naplaćuje se samo za uslugu.
- Vrsta vremenskog prozora: “tvrdi“ vremenski prozor znači da je rješenje u kojem vozilo posjećuje kupca izvan vremenskog prozora nemoguće. Sa “mekanim“ vremenskim prozorom takvo rješenje je nepoželjno ali izvedivo.
- Pozadina vizualizacije: opcije su Bing maps i blank. Ako je odabrano bing maps, radna knjiga će preuzeti odgovarajuću kartu koja sadrži koordinate lokacija i koristiti je kao pozadinsku sliku rute.

[22] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

- Oznake lokacije: opcije su blank ili ti prazno, ID-ovi lokacija, naziv lokacija, ako je odabran ID lokacije, na vrhu je prikazan ID broj lokacije na karti. Ako je odabrano ime lokacije, prikazati ce se ime lokacije. Druge mogućnosti odgovaraju raznim podatcima koji jesu povezani s lokacijama koje se trebaju unijeti u radni list 1. lokacije.
- Napredak na traci stanja: ako je odabrano "Da" algoritam rješenja će prikazati iteracijski broj i najbolju vrijednost rješenja dobivenog u donjem lijevom dijelu Excela.
- Vremensko ograničenje CPU-a: Ovaj parametar označava ograničenja vremenskog izvođenja VRP Spreadsheet Solver-a. kao općenito pravilo, dulja vrijeme izvođenja daje veću vjerojatnost pronalaska dobrog rješenja. Provjera proračunske tablice neće se zaustaviti prije dovršetka prve iteracije koja može biti i dulja od predviđenog vremenskog ograničenja. Rješavanje rješenja može se prekinuti pritiskom i držanje tipke ESC nekoliko sekundi.

5.2.2. Lokacije

Pojedinosti o lokacijama uključujući njihova imena, adrese, koordinate, vremensko razdoblje te zahtjeve za preuzimanje i dostavu čuvaju se na ovome radnome listu. Koordinate se mogu unijeti ručno, kopirati i zalijepiti iz vanjskog izvora ili napuniti pomoću GIS web usluge na temelju adresa koje korisnik unese. Dobra praksa je dati poštanski broj sa svakom adresom, jer nejasne adrese mogu odgovarati nedostupnim točkama. Moguće je zabraniti vozilima da posjećuju određene kupce. Prikaz ovoga radnoga lista prikazan je tablicom 5:[23]

[23] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

Tablica 5: Radni list 1. Lokacija



Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
0	Depot	London, UK	51.5064201	-0.1272100	00:00	23:59	Starting location	0:00	0	0	0
1	Customer 1	Leicester, UK	52.6346016	-1.1283000	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
2	Customer 2	Nottingham, UK	52.9452019	-1.1407501	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
3	Customer 3	Bristol, UK	51.4537888	-2.5916800	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
4	Customer 4	Southampton, UK	50.9146004	-1.3452899	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
5	Customer 5	Portsmouth, UK	50.8170013	-1.0736500	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
6	Customer 6	Colchester, UK	51.8832016	0.9101500	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
7	Customer 7	Reading, UK	51.4535217	-0.9630100	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
8	Customer 8	Coventry, UK	52.4370003	-1.5264100	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
9	Customer 9	Cambridge, UK	52.2284012	0.1118500	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
10	Customer 10	Oxford, UK	51.7471008	-1.2568700	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0

Izvor: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817300552 11.09.2019

- ID lokacije: ovaj stupac se automatski generira i ne smije se brisati ili mijenjati. Svaki ID je jedinstven.
- Naziv: unos u ovu tablicu mora biti jednostavan. To nije stupac gdje se unosi adresa.
- Adresa: unos željene adrese. Uvijek e potrebno provjeriti jeli adresa koja se unosi dovoljno precizna.
- Širina (Y): geografska širina na bing mapi, odnosno slovo u zagradi odnosi se na točku na OS-i
- Dužina (X): slovo u zagradi odnosi se na OS kojoj te vrijednosti odgovaraju.
- Početak vremenskog prozora: početak vremenskog prozora za svaku lokaciju mora biti između 00:00 i 23:59
- Kraj vremenskog prozora: kraj vremenskog prozora za svaku lokaciju mora biti između 00:00 i 23:59
- Mora biti posječeno?: Postoje opcije mora biti posječeno, mogu biti posječene i ne posjetiti. Opcija može biti posječen, ostavlja izbor solveru koji odlučuje na temelju ukupnog profita. Opcija nemoj posjetiti jednostavno ne uzima lokaciju u obzir.
- Vrijeme usluge: vrijeme koje vozilo provede tijekom posjete.
- Iznos preuzimanja: označava iznos koji treba podići na lokaciji. Jedinica iznosa nije određena. Ovaj parametar nije prikazan u primjeru.
- Iznos isporuke: označava iznos koji treba dostaviti.
- Dobit: novčani dobit povezan s posjetom lokacija. Jedinica dobiti nije određena, za ovaj parametar fiksni trošak po putovanju i trošak po jedini udaljenosti za vozila mora biti isti.

5.2.3. Udaljenost

Ovaj radni list sadrži udaljenosti i trajanje putovanja između svake dvije točke koje su navedene na listu 1. Lokacije. Za vrijeme popunjavanja radnog lista 1. Lokacija, korištenjem GIS web usluge za popunjavanje udaljenosti traje oko 5 min na 50 lokacija i 45 min za oko 150 lokacija. Broj lokacija za koje se može izračunati matrica udaljenosti je ograničen GIS web uslugom i vrstom pristupa koji korisnik ima. VRP Spreadsheet Solver pruža procjenu vremenskog zahtjeva za ovaj korak jednostavnim množenjem broja unosa u matricu udaljenosti s faktorom 0,1. Parametar o vrsti rute je presudan. Kao što je u prijašnjem tekstu navedeno odabirom najkraće rute obično se pronalaze rute kroz gradska središta, a podliježu strogim ograničenjima brzine i gustim prometom. Stoga je uporaba najbržeg puta obično bolja opcija za velike dostave. S druge strane, najbrža rute mogu prečesto koristiti periferne gradske autoceste, da bi, prema tome, najkraće staze mogle biti bolje prilagođene tvrtke koje obavljaju dostavu unutar grada. Također je moguće dohvatiti trajanje vožnje u stvarnome vremenu na temelju trenutnog prometa, što je izračunao i pružio GIS web servis. Korisnik može zabraniti vozilima da putuju između dviju zadanih lokacija ručnim postavljanjem odgovarajuće udaljenosti na visoku vrijednost. Zadani radni list 2.Udaljenost prikazana je tablicom (6).

Tablica 6: Radni list 2. Udaljenost

From	To	Distance	Duration	Method:	Bing Maps driving distances (km)
Depot	Depot	0.00	0:00		
Depot	Customer 1	165.96	2:03		
Depot	Customer 2	204.20	2:26		
Depot	Customer 3	190.83	2:05		
Depot	Customer 4	133.86	1:32		
Depot	Customer 5	118.63	1:34		
Depot	Customer 6	108.03	1:25		
Depot	Customer 7	65.75	0:55		
Depot	Customer 8	162.24	1:56		
Depot	Customer 9	107.05	1:18		
Depot	Customer 10	95.77	1:17		
Customer 1	Depot	166.45	2:02		
Customer 1	Customer 1	0.00	0:00		
Customer 1	Customer 2	43.33	0:44		
Customer 1	Customer 3	190.82	2:15		
Customer 1	Customer 4	234.88	2:32		
Customer 1	Customer 5	257.21	2:46		
Customer 1	Customer 6	203.74	2:28		
Customer 1	Customer 7	168.02	2:08		

Izvor: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817300552 11.09.2019

- From (Od): mjesto od kuda počinje mjerenja udaljenosti
- To (Do): mjesto di završava mjerenje udaljenosti. Krajnja točka.

- Udaljenost: jedinica udaljenosti je kilometar ako se izračunava pomoću udaljenosti ptičje perspektive ili Bing karte.
- Trajanje: izračunava se dijeljenjem udaljenosti s prosječnom brzinom vozila, osim ako nije opcija Bing odabrana. Opcija Bing Mapa računa vrijeme vožnje automobilom a ne kamionom što je jedan od problema.

5.2.4. Vozilo

Podatci o vozilo pohranjuju se u radnom listu 3. Vozilo. Korisnik može postaviti broj vozila svake vrste koji se čuvaju na svakome skladištu. Podatci uključuju parametre troškova poput troškova po jedinici udaljenosti i troškova putovanja, kao i operativne parametre kao skladište, kapacitet ograničenje vožnje itd. Prilog (2) prikazuje radni list 3. Vozilo. Dok objašnjenje tog radnog lista slijedi u nastavku:

- ID Vozila: ovaj stupac se automatski generira i jedinstven je odnosno svaki tip vozila ima jedinstven ID
- Naziv tipa: kako bi se bolje i lakše mogli razlikovati vrste jadu se tipovima vozila nazivi.
- Kapacitet: VRP Spreadsheer Solver podržava samo jednu dimenziju kapaciteta. To može biti težina, količina, broj putnika ili sve što je relativno za neke probleme.
- Fiksni trošak: ovaj trošak nastaje ako vozilo ove vrste obavlja putovanje.
- Trošak po jedinici udaljenosti: trošak koji nastaje po jedinici udaljenosti koje vozilo prođe.
- Ograničenje udaljenosti: parametar koji označava maksimalnu udaljenost koju vozilo može proći.
- Vrijeme početka rada: parametar označava vrijeme odlaska vozila iz skladišta
- Ograničenje vremena vožnje: parametar označava maksimalno dopušten vrijeme koje vozilo smije voziti.
- Ograničenje radnoga vremena: parametar označava maksimalno vrijeme koje vozač može raditi u danu.
- Povratno skladište: u slučaju više centralnih skladišta ovaj parametar određuje u koje skladište vozila se trebaju vratiti, kao zadnju stanicu rute.
- Broj vozila: broj vozila danoga tipa broj ne smije biti negativan. Parametar koji označuje koliko ima vozila određenoga tipa.

5.2.5. Rješenje

Za svako vozilo stvorit će se niz stupaca s detaljima njegove rute. potrebno je pomicati prema desno kako bi vidjeli plan i program svakoga vozila. Tablica vozila također sadrži razloge neizvodljivosti ako problem nije izvedljiv.

- Broj zaustavljanja: broj zaustavljanja vozila, uključuje povratak u skladište ako se ono dogori.
- Naziv lokacije: imena lokacija koje vozilo posjeti.
- Prijeđena udaljenost: kumulativna udaljenost koju je prošlo vozilo.
- Vrijeme vožnje: vrijeme vožnje vozila.
- Vrijeme dolaska: vrijeme dolaska vozila na stajalište.
- Vrijeme polaska: vrijeme polaska vozila sa stajališta.
- Radno vrijeme: zbroj voznih i servisnih vremena, od početka do zaustavljanja.
- Prikupljeni profit. Iznos dobiti koje je vozilo prikupilo.

5.2.6. Vizualizacija

Lokacije i rute vozila mogu se vizualno pregledati generiranjem ovoga neobaveznog radnog lista. Opcije na konzolu za VRP Solver mogu se postaviti tako da prikazuju različite detalje o lokacijama, uključujući njihov iznos preuzimanja, dostave ili vrijeme usluge. Ovaj radni list jednostavno sadrži dijagrame rasipanja s mapom regije koja je pronađena iz GIS web servisa. Može se oblikovati npr. izrađene manje ili veće osi za potrebe korisnika kao i bilo koji drugi grafički objekt Excela.

5.3. Jedinstvena formulacija za VRP i algoritam rješenja.

Područje VRP istraživanje je zrelo i razvijeni su mnogi algoritmi rješenja. Najpoznatiji heuristički algoritam koji je već spomenut je algoritam štednje (Clarke i Wright). U ostatku ovog odjeljka je prikazana jedinstvena formulacija CRP-a koja obuhvaća sve varijante VRP-a s kojima se može obraditi VRP Spreadsheer Solver, pseudokod algoritma metaheurističkog rješenja implementiran s VRP Spreadsheet Solver-om.

Prvo se daje oznaka koja će se koristi da bi se navela formulacija. Definira se vertikalna skupina V_D koja sadrži skladišta, V_C za korisnike i $V = V_D \cup V_C$. Nadalje definira se $V_M \subseteq V_C$ kao skup kupaca koje se moraju posjetiti. Neka je $G = (V, A)$ cjelovita usmjerena mreža na kojoj je riješen VRP. Dobit od serviranja kupaca $i \in V_C$ definira se kao pi, iznos

usluge kao q_i, iznos isporuke kao i vrijeme usluge koje kupac zahtjeva kao s_i. Nadalje vremenski interval za kupa definiran je kao $[a_i, b_i]$.[24]

Označili se svako vozilo kao K, a za svako vozilo $k \in K$ odredišno skladište definiramo kao $o^k \in V_D$, vrijeme početka rada vozila kao T^k, fiksni troškovi korištenja vozila kao f^k, nosivost vozila kako D^k, ograničenje vremena vožnje kao ograničenje radnoga vremena kao W^k, i povratno skladište vozila r^k.

Potrebno je prikazati parametre koji se odnose na operativna ograničenja. Definira se Ω jednakim 1 ako se vozila moraju vratiti u svoja zadana povratna skladišta, a 0 u suprotnome. Slično tome, definira se da je β jednak ako postoji ograničenje a u suprotnome je 0. osim toga definira se da je θ jednak 1 ako se vremenski prozori mogu prekršiti po cijeni kazne μ po jedinici vremena.[25]

Potrebno je definirati varijable odluke. Neka je x_{ij}^k jednak 1 ako vozilo k prelazi luk (i,j), a 0 u suprotnom. Iznos robe preuzimanja i robe koja se isporučuje vozilom k na luku (i,j) definira se kao w_{ij}^k i z_{ij}^k respektivno. Također definira se t_i^k kao vrijeme u kojem vozilo k stiže na servis kupca. Formulacija za objedinjavanje VRP je:[26]

$$\sum_{i \in Vc} \sum_{k \in K} p_i y_t^k - \sum_{(i,J) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k - \sum_{j \in Vc} \sum_{k \in K} f^k x_{o^k j}^k - \prod \sum_{i \in V} V_i \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^k = 1 \quad \forall i \in V_M \quad (20)$$

$$\sum_{k \in K} \leq 1 \ \forall i \in Vc \backslash Vm \quad (21)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij}^k \leq \sum_{j \in V} x_{ji}^k \ \forall j \in Vc, k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{p \in S, q \in V \backslash S} x_{pq}^k \geq y_i^k \ \forall i \in Vc, k \in K, S \subset V : o^k \in S, i \in V \backslash S \quad (23)$$

$$\sum_{p \in S, q \in V \backslash S} x_{pq}^k \geq \Omega y_i^k \quad \forall i \in V_C, k \in K, S \subset V : i \in S, r^k \in V \backslash S, \quad (24)$$

[24] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

[25] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

[26] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

$$\sum_{j \in V_C} x^k_{o^k,j} \leq 1 \quad \forall k \in K \tag{25}$$

$$\sum_{k \in K} x^k_{ij} \leq 1 - \beta \quad \forall (i,j) \in A : q_i > 0 \; i \; q_j > 0 \tag{26}$$

$$\sum_{j \in V(i)} w^k_{ij} - \sum_{j \in V(i)} w^k_{ij} = q_i y^k_i \quad \forall i \in V_C, k \in K \tag{27}$$

$$\sum_{i \in V_C} w^k_{ir^k} = \sum_{j \in V_C} q_j y^k_j \quad \forall k \in K \tag{28}$$

$$\sum_{j \in V\{i\}} z^k_{ji} - \sum_{j \in V\{i\}} z^k_{ij} = q_i y^k_i \quad \forall i \in V_C, k \in K, \tag{29}$$

$$\sum_{i \in V_C} z^k_{o^k,j} = \sum_{i \in V_C} q_i y^k_i \quad \forall k \in K, \tag{30}$$

$$t^k_i + (d_{ij} + s_i) x^k_{ij} - W^k (1 - x^k_{ij}) \leq t^k_j \quad \forall (i,j) \in A : j \in V_C, , k \in K \tag{31}$$

$$a_i \leq t^k_i \leq b_i - s_i + v_i \quad \forall i \in V_C, k \in K, \tag{32}$$

$$v_i \leq M\Theta \quad \forall i \in V_c \tag{33}$$

$$t^k_{o^k} = \tau^k \quad \forall k \in K \tag{34}$$

$$t^k_i + (s_i + d_{ij}) x^k_{i,r^k} \leq b_{r^k} + v_{r^k} + M(1 - \Omega) \tag{35}$$
$$\forall (i,j) \in A : i \in V_C, , k \in K$$

$$w^k_{ij} + z^k_{ij} \leq Q^k x^k_{ij} \quad \forall (i,j) \in A, k \in K, \tag{36}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \, x^k_{ij} \leq D^k \; \forall (i,j) \in A, k \in K, \tag{37}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \, x^k_{ij} \leq D^k \; \forall (i,j) \in A, k \in K, \tag{38}$$

$$\sum_{i \in V_C} s_i y^k_i + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \, x^k_{ij} \leq W^k \; \forall (i,j) \in A, k \in K, \tag{39}$$

$$x^k_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A, k \in K, \tag{40}$$

$$y_i^k \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in V_C, k \in K, \tag{41}$$

$$v_i \geq 0 \qquad \forall i \in V_C, \tag{42}$$

$$w_{ij}^k \geq 0 \qquad \forall (i, j) \in A, k \in K, \tag{43}$$

$$z_{ij}^k \geq 0 \qquad \forall (i, j) \in A, k \in K, \tag{44}$$

Funkcija cilja (19) je maksimizirati ukupnu dobit umanjenu za putne troškove vozila, fiksni trošak korištenja vozila i kaznu za kršenje vremenskih prozora. Ograničenja postavljaju pravila posjeta korisnika. Ograničenje (21) nameće posjetu kupaca koje se moraju posjetiti, a ograničenje (20) osigurava da svaki kupac bude posječen barem jednom. Skup ograničenja (22) ukoliko s vozilo ne mora vratiti nazad u skladište. Ograničenje (23) pruža povezanost između skladišta vozila i kupca. Ograničenje (24) diktira da se vozilo vrati u svoje skladište ako to zahtjeva. Ograničenje (25) navodi da se svako vozilo može koristiti najviše jednom, dok se ograničenje povrata vožnje izvršava ograničenjem (26).[27]

Zatim su tu ograničenja koja postavljaju zahtjeve kupaca. Očuvanje protoka za skupine robe osigurava se ograničenjima (27) i (28). slično, očuvanje protoka za isporučenu robu osigurava se ograničenjima (29) i (30). ograničenja (32) i ograničenja (33) su donja i gornja granica vremenskog prozora za svakoga kupca i varijabla koja treba objasniti kašnjenje.

Posljednji skup ograničenja navodi ograničenja koja se odnose na vozila. Ograničenja (34) i (35) postavljaju početak radnoga vremena za vozilo k i osiguravaju da se vozilo na vrijeme vrati u svoje skladište ako je to potrebno. Ograničenje (36) zabranjuje kršenje kapaciteta vozila. Ograničenja (37) – (39) navode udaljenosti, vrijeme vožnje i ograničenje radnoga vremena za svako vozilo. Ograničenja (40) – (44) ograničenja su integralnosti i nenegativnosti. [28]

Iako se formulacija može riješiti do optimalnosti samo za male slučajeve, ona precizno definira problem, pokazuje njihovu složenost i poslužit će ka referentna formulacija za buduće studije o VRP-u.[29]

[27] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

[28] Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, Scool of Managment, University of Bath, Bath 2017 str 62-72

[29]

6. Prikaz očekivanih učinaka primjenom predloženih elemenata optimiranja

Potrebno je riješiti problem usmjeravanja vozila u gradu Zagrebu s logističko distribucijskom centrom u ulici Marijana Čavića iz kojega se roba dostavlja na devetnaest različitih lokacija. Lokacije na koje treba biti dostavljena roba raspodijeljene su diljem Zagreba kako je prikazano na slici 20 u poglavlju 4. U rješavanju ovoga problema naglasak će se staviti na pronalazak najbrže rute i kako najbrže obići sve lokacije dostaviti robu i vratiti se nazad u centralno skladište, odnosno problematika nije stavljena na troškove distribucije.

Kako bi se riješio ovaj problem i prikazao njegov učinak potrebno je pratiti korake iz poglavlja 5 pa je tako potrebno popuniti ćelije. U ćeliju broj skladišta upisuje se jedan jer ima jedno centralno skladište a u broj poduzeća upisuje se 19 koliko je poduzeća koje vozila trebaju posjetiti. Za udaljenost je odabrana opcija Bing Maps driveing distance (km), ta opcija će koristiti bing mape za pronalazak ruta. Te koristit će se odabir rute u realnom vremenu. Prosječnu brzinu vozila nije potrebno staviti jer se koristi odabir rute u realnom vremenu iako je prikazana na prilogu (1) može se zanemariti ta prosječna brzina. Koristit će se 1 vrsta vozila koja će poslije biti malo bolje opisana.

Kao opciju dali se vozilo mora vratiti nazad u centralno skladište odabrano je da mora kao što se ni ne dozvoljava vozilima da voze van vremenskog prozora. Vizualizacija ruta je također uključena kako bi se bolje vizualizirale rute svih vozila. Prikaz svih opcija koje su namještene vidljive su na prilogu (1).

Nakon što je potvrđen prvi radni list, prebacuje se na drugi radni list Lokacije gdje se po osi X i Y unesu koordinate s bing mapsa ili google mapsa kao i adrese lokacija. Nakon što se unesu koordinate podešeni su radni prozori za sve lokacije. Prozori su takvi da se lokacija može posjetiti od 8 sati do 10 sati. Također odabrano je da se svaka lokacija mora posjetiti i nakon posjeta vrijeme istovara da traje 15 minuta. Dodatne opcije u ovome radnome listu nisu podešene. Bolje prikaz opcija kako su podešene može se vidjeti na tablici 7.

Tablica 7: Primjer ispunjavanja radnoga lista 1. Lokacije

Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time
0	LDC	Ul. Marijana Cavića	45,8033010	16,0352960	08:00	10:00	Starting location	0:15
1	Customer 1	Slavonska avenija 35a	45,7935360	16,0319670	08:00	10:00	Must be visited	0:15
2	Customer 2	Ul. Grada Vukovara	45,8041640	16,0147560	08:00	10:00	Must be visited	0:15
3	Customer 3	Radnička cesta 49	45,8024800	16,0067520	08:00	10:00	Must be visited	0:15
4	Customer 4	Ul. Dane Duića 7	45,7889370	16,0059140	08:00	10:00	Must be visited	0:15
5	Customer 5	Trg Ivana Meštrovića 1	45,7788030	15,9955480	08:00	10:00	Must be visited	0:15
6	Customer 6	Avenija Većeslava H.	45,7765960	15,9798750	08:00	10:00	Must be visited	0:15
7	Customer 7	Ul. Žarka Dolinara	45,7805670	15,9657500	08:00	10:00	Must be visited	0:15
8	Customer 8	Selska cesta 144	45,7908220	15,9448940	08:00	10:00	Must be visited	0:15
9	Customer 9	Hrgovići ul 77	45,7853540	15,9275110	08:00	10:00	Must be visited	0:15
10	Customer 10	Rudeška cesta 169a	45,7915930	15,9135780	08:00	10:00	Must be visited	0:15
11	Customer 11	Ilica 288	45,8163580	15,9350100	08:00	10:00	Must be visited	0:15
12	Customer 12	Britanski trg 12	45,8127160	15,9651960	08:00	10:00	Must be visited	0:15
13	Customer 13	Trg Petra Preradovića	45,8122060	15,9742880	08:00	10:00	Must be visited	0:15
14	Customer 14	Praška ul. 10	45,8115770	15,9774570	08:00	10:00	Must be visited	0:15
15	Customer 15	Trga Ante Starčevića 1	45,8049660	15,9778260	08:00	10:00	Must be visited	0:15
16	Customer 16	Kanalski put 40	45,7933920	16,0488570	08:00	10:00	Must be visited	0:15
17	Customer 17	Dubrava 241	45,8278850	16,0801750	08:00	10:00	Must be visited	0:15
18	Customer 18	Bjelovarska ul. 48B Sesvete	45,8247280	16,1175220	08:00	10:00	Must be visited	0:15
19	Customer 19	Ul. Krste Hegedušića 30 Sesvete	45,8348410	16,0960100	08:00	10:00	Must be visited	0:15

Izvor: Izradio autor

U trećem radnome listu 2. Udaljenost, udaljenost između svih međusobnih lokacija automatski se izračuna jer u prvome radnome listu namještena je naredba ta automatsko računanje. Primjer kako izgleda ovakav radni list nakon što ga automatski program izračuna prikazan je na prilogu (3).

U radnom listu 3. Vozila daju se karakteristike svakom tipu vozila. Pošto je odabran samo jedan tip vozila u prvom radnom listi, daju se karakteristike odnosno ograničenja za taj tip vozila. Ograničenja koja se unose su vrijeme koje je dozvoljeno vozaču da provodi u vožnji, vrijeme kada kreće sa poslom, točka u koje se vozilo treba na kraju vratiti što je u ovome slučaju logističko distribucijski centa. Također upisuje se koliko vozila toga tipa imamo na raspolaganju. Pošto trgovac za ovih 19 lokacija koje treba posjetiti pruža 8 vozila potrebno je u ćeliju broj vozila upisati 8. Prikaz ispunjenog radnoga lista prikazan je prilogom (2).

Nakon što su postavljena sva ograničenja i svi parametri pustimo Excel da riješi problem usmjeravanja vozila. Od osam vozila koji su bili na raspolaganju program je izračunao da je potrebno pet vozila kako bi se riješio problem usmjeravanja vozila sa svim ograničenjima koji su zadani. Kretanje tih vozila u tablici prikazao je tablicama.

U tablici (8) prikazano je kretanje prvog vozila. Vozilo kreće iz LDC-a prema Ul. Grada Vukovara gdje vrši istovar i kreće prema Radničkoj cesti 49. Nakon što je obavio istovar i na toj lokaciji vozilo obilazi još ovim redoslijedom Ul. Dene Duića, Slavonsku aveniju i Kanalski put. Nakon što je vozilo obavilo istovar na svakoj navedenoj lokaciji ono se vrača nazad u LDC. Vozilo je obavilo sav posao unutar svih ograničenja i stigao prije 10 sati natrag u LDC. Vrijeme vožnje koje je prikazano nije uvijek najtočnije vrijeme, no dobro dođe pri procjeni ruta.

Tablica 8: Vozilo 1

Vehicle:	V1	Stops:	6	Net profit:	-15,08	
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time
0	LDC	0,00	0:00		08:00	0:00
1	Customer 2	2,05	0:05	08:05	08:20	0:20
2	Customer 3	2,84	0:09	08:24	08:39	0:39
3	Customer 4	6,82	0:20	08:50	09:05	1:05
4	Customer 1	10,61	0:28	09:13	09:28	1:28
5	Customer 16	12,61	0:34	09:34	09:49	1:49
6	LDC	15,08	0:41	09:56		1:56
7						

Izvor: Izradio autor

U tablici (9) prikazano je kretanje drugog vozila. Vozilo ima sljedeći raspored kretanja. Počinje iz LDC-a kako je zadano u prvome radnome listu nakon čega ide redoslijedom Trg Ante Starčevića, Britanski Trg, Trg Petra preradovića te Praška ulica 10. I ovdje vozilo unutar vremenskog roka stiže se vratiti unutar zadanog vremena sa svim ograničenjima u LDC.

Tablica 9: Vozilo 2

Vehicle:	V2	Stops:	5	Net profit:	-14,59	
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time
0	LDC	0,00	0:00		08:00	0:00
1	Customer 15	5,27	0:16	08:16	08:31	0:31
2	Customer 12	7,38	0:31	08:46	09:01	1:01
3	Customer 13	8,48	0:36	09:06	09:21	1:21
4	Customer 14	8,93	0:39	09:24	09:39	1:39
5	LDC	14,59	1:00	10:00		2:00
6						
7						

Izvor: Izradio autor

U tablici (10) prikazano je kretanje vozila 3. Vozilo se kreče od LDC-a prema Trgu Ivana Meštorvića od kud nakon istovara ide prema aveniji Većeslava H. od kuda dalje ide prema ulici Žarka Dolinara i Selskoj cesti. Nakon što je ovilo obavilo istovare na svim navedenim lokacijama ono se vraća nazad u LDC.

Tablica 10: Vozilo 3

Vehicle:	V3	Stops:	5	Net profit:	-21,10	
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time
0	LDC	0,00	0:00		08:00	0:00
1	Customer 5	5,88	0:13	08:13	08:28	0:28
2	Customer 6	7,27	0:19	08:34	08:49	0:49
3	Customer 7	9,15	0:25	08:55	09:10	1:10
4	Customer 8	12,59	0:37	09:22	09:37	1:37
5	LDC	21,10	0:55	09:55		1:55
6						

Izvor: Izradio autor

U tablici 11 prikazano je kretanje vozila 4. Vozilo 4 se kreće od LDC-a prema ulici Krste Hegedušića od kuda dalje ide prema Bjelovarskoj ulici u Sesvetama te zadnja lokacija prije povratka u LDC je Dubrava 241. Vozilo 4 također je odvozi unutar ograničenja i stigao u LDC prije 10 sati.

Tablica 11: Vozilo 4

Vehicle:	V4	Stops:	4	Net profit:	-20,04	
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time
0	LDC	0,00	0:00		08:00	0:00
1	Customer 19	8,08	0:23	08:23	08:38	0:38
2	Customer 18	10,61	0:32	08:47	09:02	1:02
3	Customer 17	13,73	0:38	09:08	09:23	1:23
4	LDC	20,04	0:57	09:42		1:42
5						
6						

Izvor: Izradio autor

U tablici 12 prikazano je kretanje vozila 5. vozilo 5 kreće se od LDC-a prema Ilici 288 gdje vrši istovar. Nakon istovara vozilo se kreće još prema Rudeškoj cesti 169a i ulici Hrgovići 77.

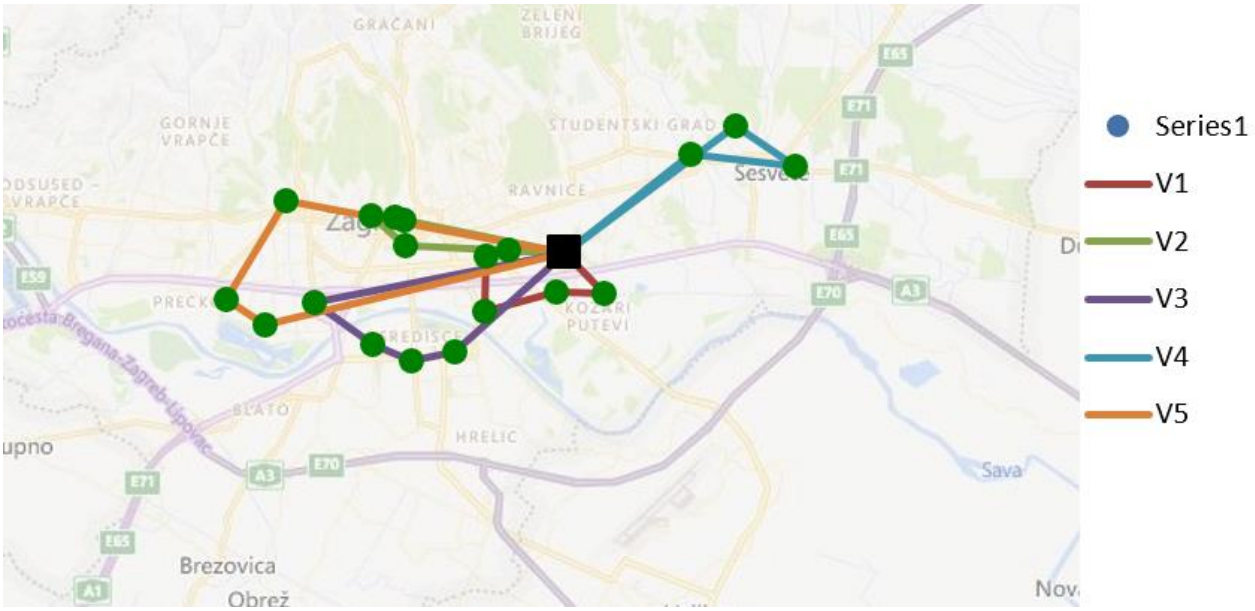
Tablica 12: Vozilo 5

Vehicle:	V5	Stops:	4	Net profit:	-24,32	
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time
0	LDC	0,00	0:00		08:00	0:00
1	Customer 11	9,44	0:32	08:32	08:47	0:47
2	Customer 10	13,02	0:49	09:04	09:19	1:19
3	Customer 9	14,69	0:54	09:24	09:39	1:39
4	LDC	24,32	1:14	09:59		1:59
5						
6						

Izvor: Izradio autor

Za vozača 6, 7 i 8 nema tabličnog prikaza jer kako je prije navedeno ta vozila nisu potrebna. Odnosno program je izračunao da su ta tri vozila viška.

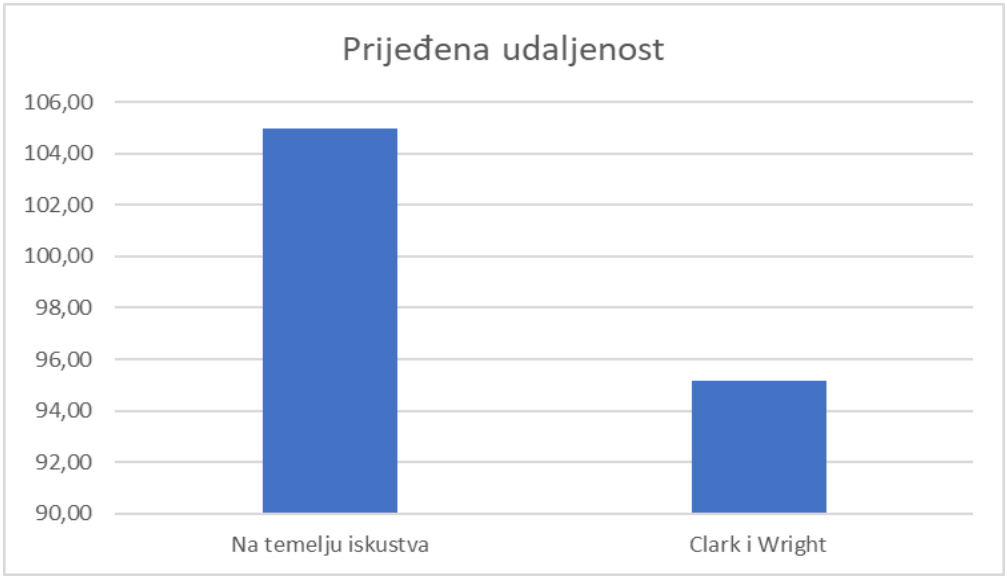
Nakon tabličnog prikaza kretanja vozila moguće je i vizualno prikazati kretanje vozila klikom na radni list 5. Vizualizacija. Vizualni prikaz problema usmjeravanja vozila vidljiv je na Slici 29. Čvorovi označavaju lokacije na kojima se dostavlja roba, dok veze između njih su rute pojedinih vozila koja su označena od V1 za vozila 1 do V5 za vozilo 5.



Slika 29: Vizualizacija rješenja VRP-a

Izvor: Izradio autor

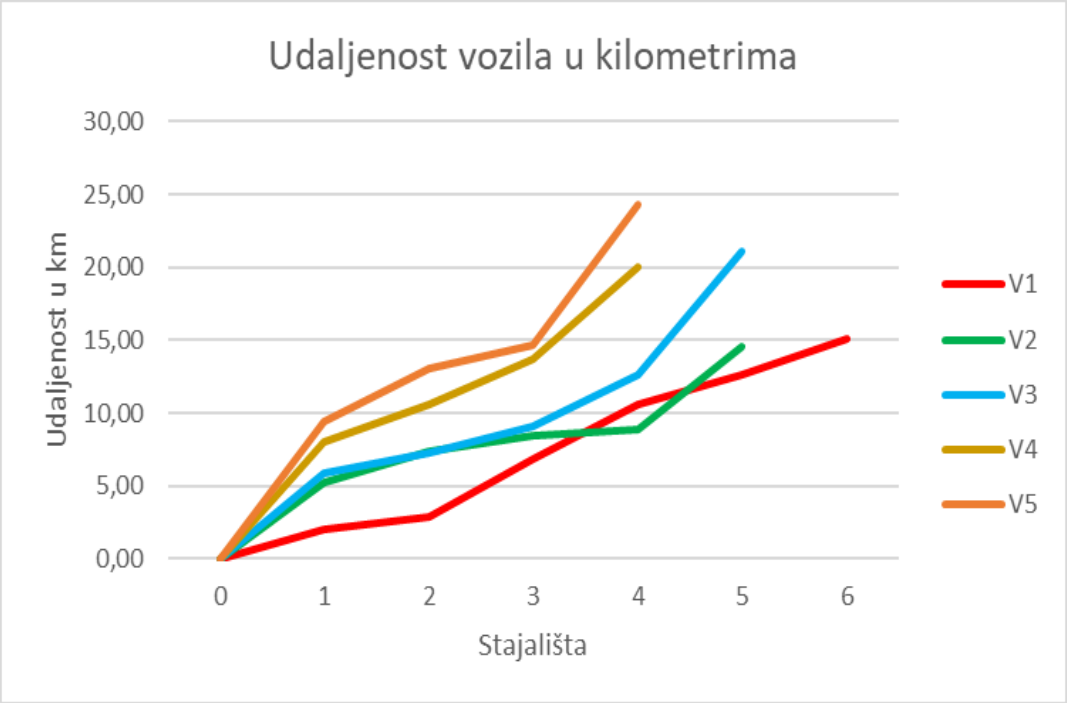
Ukoliko se uzme ukupna kilometraža koju su prošli 5 vozila dobije se suma od 95,13 kilometara što je oko 10 kilometara manje od prosjeka, što je ušteda oko 9%. Razlika je prikazana na Slici 30. Također korištenjem Clarke i Wright algoritma dobiveno je rješenje za koje je potrebno 5 vozila kako bi se roba uspješno dostavila na sve lokacije dok trgovački lanac u prosjeku koristi 6 vozila.



Slika 30: Usporedba metode Clark i Wright i metode temeljene na iskustvu

Izvor: Izradio autor

Kako bi se roba dostavila na područja kako je prije navedeno potrebno je 5 vozila. Udaljenost koja su ta vozila prošla prikazana je na Slici 31. Stajališta označavaju broj koliko lokacija vozilo mora posjetiti, gdje se prvi i zadnji broj stajališta uvijek odnosi na LDC. Primjerice, crvenom bojom označeno je vozilo 1 i njegova kilometraža koju prođe tijekom radnoga dana. Vozilo kreće iz LDC-a što je nulto stajalište, te to vozilo se ponovno mora vratiti u LDC što je za njega zadnje stajalište odnosno stajalište 6. Vozilo 5 ima manje lokacija za posjetiti i iz tog razloga ima manje stajališta. Sa slike je vidljivo kako vozila s više stajališta prijeđu manji broj kilometara u odnosu na vozila koja imaju manje lokacija za opslužiti. Razlog tome je vrijeme istovara koje se vrši na svakoj lokaciji.



Slika 31: Grafički prikaz udaljenosti koja su vozila prešla

Izvor: Izradio autor

7. Zaključak

Kapilarna distribucija u principu predstavlja zadnju etapu distribucije unutar užeg gravitacijskog područja, npr. u gradu Zagrebu kao što je prikazano na primjeru. Cilj ovog diplomskog rada je približiti problem usmjeravanja vozila u distribucijskoj mreži te temeljem različitih algoritama riješiti problem što je realizirano. Za rješavanje problema trgovačkog lanca uzet je samo jedan dio, odnosno riješen je jedan segment problema u kojem je uključeno 19 poduzeća i jedno skladište. No rješenje prikazano na tom segmentu može se koristiti za rješavanje cjelokupnog problema.

Mnoga poduzeća koja se bave dostavom kao metodu koriste empirijsku metodu odabira rute, odnosno na temelju iskustava biraju rutu. Za tvrtke koje imaju manji broj lokacija na koje se roba treba dostaviti, empirijska metoda je dobro rješenje. Međutim, za trgovački lanac s više od 700 prodavaonica, uvođenjem računalnog programa koji rješava problem usmjeravanja vozila na dnevnoj bazi bilo bi od velike koristi trgovačkome lancu.

Veliki nedostatak prilikom rješavanja problema usmjeravanja vozila je vrijeme. Velike tvrtke za rješavanje takvih problema ne mogu koristi egzaktne metode koje su zapravo najtočnije i najbolje. Razlog što ih ne mogu koristiti jest vrijeme koje je potrebno da se problem riješi egzaktno. Međutim, današnji programi za rješavanje problema usmjeravanja vozila baziraju na heuristici radi mnogo bržega rješenja. To rješenje neće uvijek biti optimalno, ali je blizu optimalnog. Ponekad tvrtkama treba rješenje odmah i nemaju vremena čekati i u takvim situacijama ovakva rješenja zadovoljavaju, odnosno tvrtkama koji rješavaju probleme usmjeravanja vozila na dnevnoj bazi ovakvi programi su od velike koristi.

Uporabom ovakvih metoda ne da se dobiva samo na vremenu nego i na brzini, što je kupcima u kapilarnoj distribuciji od velikog značaja. Većina ljudi danas kada naruči neku robu putem interneta želi da ta roba što prije stigne do njih u ispravnom stanju. Upravo boljom organizacijom i dobrim svakodnevnim rješenjem VRP-a može se kupcima pružiti to. Što dovodi do zaključka da se rješavanjem problema usmjeravanja vozila dobiva na vremenu i brzini, što je od velikog značaja kupcima te isti ti kupci će biti zadovoljni brzinom dostave te sljedeći put kada budu birali tvrtku koja će im dostaviti robu odabrati ponovno istu. Tako tvrtke dobivaju na konkurentnosti i na boljem prometu.

POPIS LITERATURE

1. Advenced Operations Research, Svinivasan G., Department of Managment Studies, Indian Institute of Technology, Madras (Lecture 29)
2. Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli, Stanković, R.; Pašagić Škrinjar J., Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 20016.
3. Carić, T., Gold, H.; *Vehicle routin g problem*, Viene, Austrija: I-Tech, 2008
4. Dujak, D.: *Upravljanje opskrbnim lancem od srane maloprodaje kroz centralnu distribuciju*, Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera, Osijek. 2012.
5. Gunes, E.: *Computers and Operations Ressearch*, School of Management, University of Bath, Bath 2017.
6. Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Š*pedicija i logistički procesi,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010
7. Operations and Supply Chain Managment, Svinivasan G., Department of Managment Studies, Indian Institute of Tehnology, Madras (Lecture 40)
8. ScienceDirect (Dostupno s URL: www.sciencedirect.com/, kolovoz 2019)
9. Srinivasan, G.: *Vehicele Routing Problem, Indian institute of Tehnology,* Madras 2010.
10. Stanković, R.: *Utjecaj logističkog operatera na oblikovanje distribucijskih mreža, doktorska dizertacija,* Fakultet prometnih znanosti, Zagreb 2009.
11. Supply Chain Game Changer
    (Dostupno s URL: http://supplychaingamechanger.com, kolovoz 20019)
12. GeeksforGeeks (dostupno s URL: www.GeeksforGeeks, srpanj 2019)

POPIS SLIKA

Slika 1: Direktna distribucija 4
Slika 2: Distribucijski centar 6
Slika 3: Funkcioniranje sustava cross docking-a 8
Slika 4: Tijek događaja tijekom kapilarne distribucije 9
Slika 5: Čimbenici kapilarne distribucije 11
Slika 6: Gdje tvrtke propadaju 12
Slika 7: Problem trgovačkog putnika 13
Slika 8 : VRP 14
Slika 9: Grananje 1 18
Slika 10: Grananje 2 19
Slika 11: Grananje 3 20
Slika 12 : Grananje 4 21
Slika 13 : Grananje 6 22
Slika 14 : Grananje 7 23
Slika 15 : Grananje 8 24
Slika 16 : Problem trgovačkog putnika s n=5 25
Slika 17 : Hamiltonove konture 25
Slika 18 : VRP 26
Slika 19: VRP Rješenje 27
Slika 20 : Clark and whrite 1/2 28
Slika 21 : Clark and wright 2/2 28
Slika 22: Vizualno rješenje VRP primjenom algoritma uštede 30
Slika 23: Holmes i Parker metoda 1 32
Slika 24: Holmes i Parker metoda 2 33
Slika 25: Holmes i Parker metoda 3 34
Slika 26: Lokacije trgovina u gradu Zagrebu 35
Slika 27: prilagođena kartica VRP Spreadsheet Solver 37
Slika 28: Struktura proračunske tablice VRP 38
Slika 29: Vizualizacija rješenja VRP-a 55
Slika 30: Usporedba metode Clark i Wright i metode temeljene na iskustvu 55
Slika 31: Grafički prikaz udaljenosti koja su vozila prešla 56

POPIS TABLICA

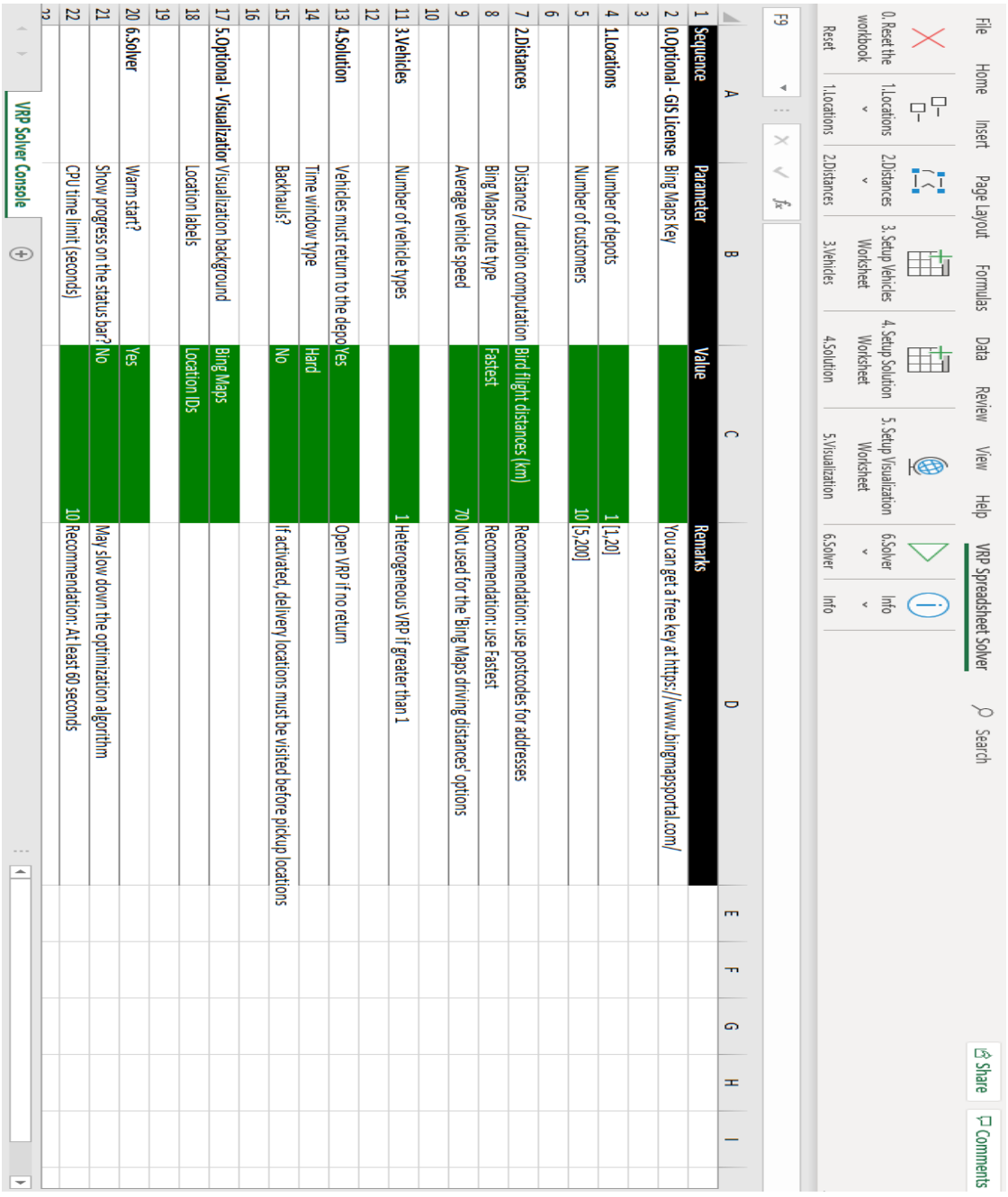
Tablica 1: Udaljenosti gradova TSP 15
Tablica 2: Matrica udaljenosti 17
Tablica 3 : Matrica udaljenosti za branch and bound 29
Tablica 4: Uštede između pravaca 29
Tablica 5: Radni list 1. Lokacija 42
Tablica 6: Radni list 2. Udaljenost 44
Tablica 7: Primjer ispunjavanja radnoga lista 1. Lokacije 51
Tablica 8: Vozilo 1 52
Tablica 9: Vozilo 2 53
Tablica 10: Vozilo 3 53
Tablica 11: Vozilo 4 54
Tablica 12: Vozilo 5 54

PRILOZI

POPIS PRILOGA

Prilog 1: Radni list VRP Solver Console 61
Prilog 2: Radni list 3. Vozilo 62
Prilog 3: Radni list 2. Udaljenost 63

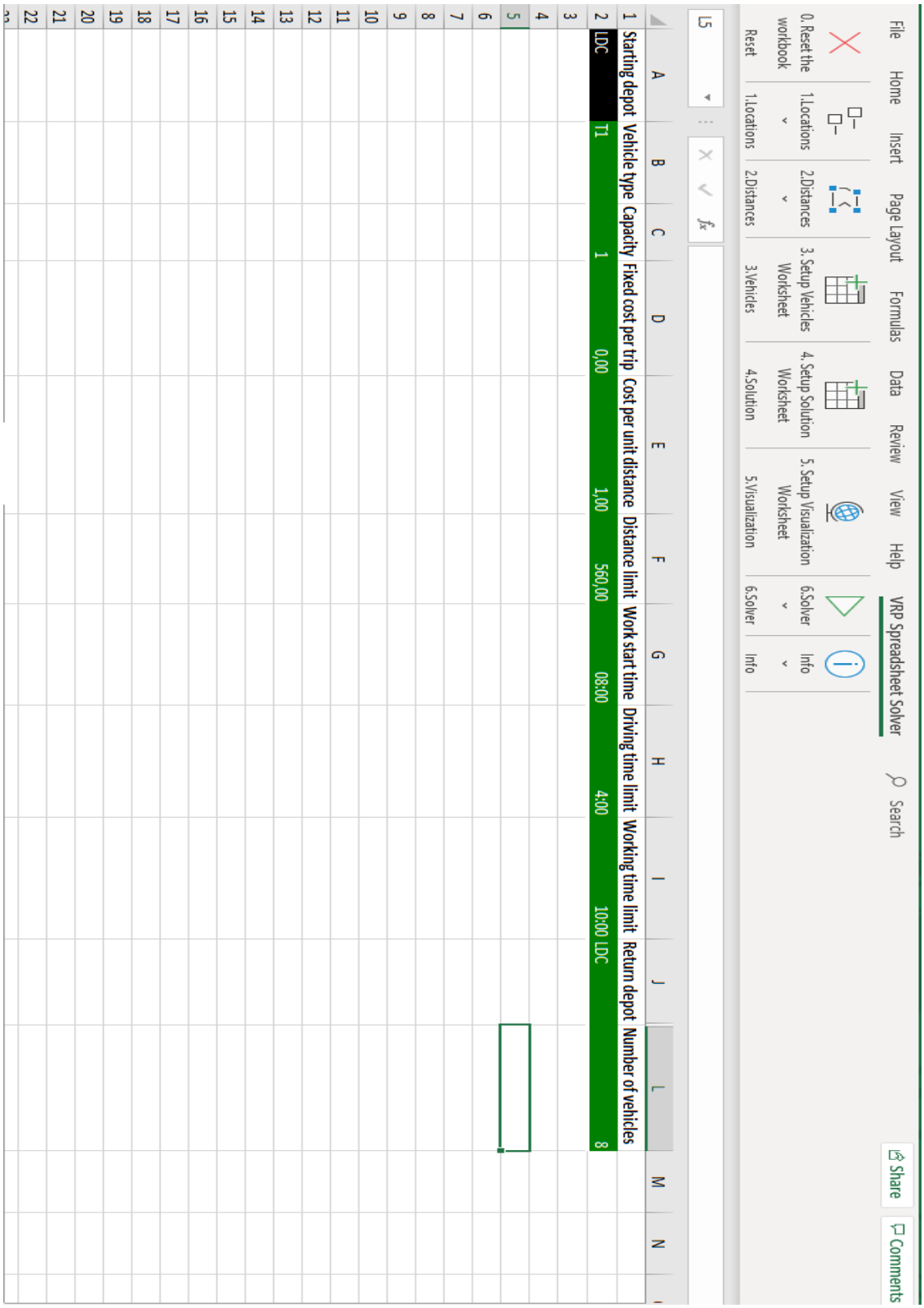
Prilog 1: Radni list VRP Solver Console



Sequence	Parameter	Value	Remarks
0.Optional - GIS License	Bing Maps Key		You can get a free key at https://www.bingmapsportal.com/
1.Locations	Number of depots	1	[1,20]
	Number of customers	10	[5,200]
2.Distances	Distance / duration computation	Bird flight distances (km)	Recommendation: use postcodes for addresses
	Bing Maps route type	Fastest	Recommendation: use Fastest
	Average vehicle speed	70	Not used for the 'Bing Maps driving distances' options
3.Vehicles	Number of vehicle types	1	Heterogeneous VRP if greater than 1
4.Solution	Vehicles must return to the depot	Yes	Open VRP if no return
	Time window type	Hard	
	Backhauls?	No	If activated, delivery locations must be visited before pickup locations
5.Optional - Visualization	Visualization background	Bing Maps	
	Location labels	Location IDs	
6.Solver	Warm start?	Yes	
	Show progress on the status bar?	No	May slow down the optimization algorithm
	CPU time limit (seconds)	10	Recommendation: At least 60 seconds

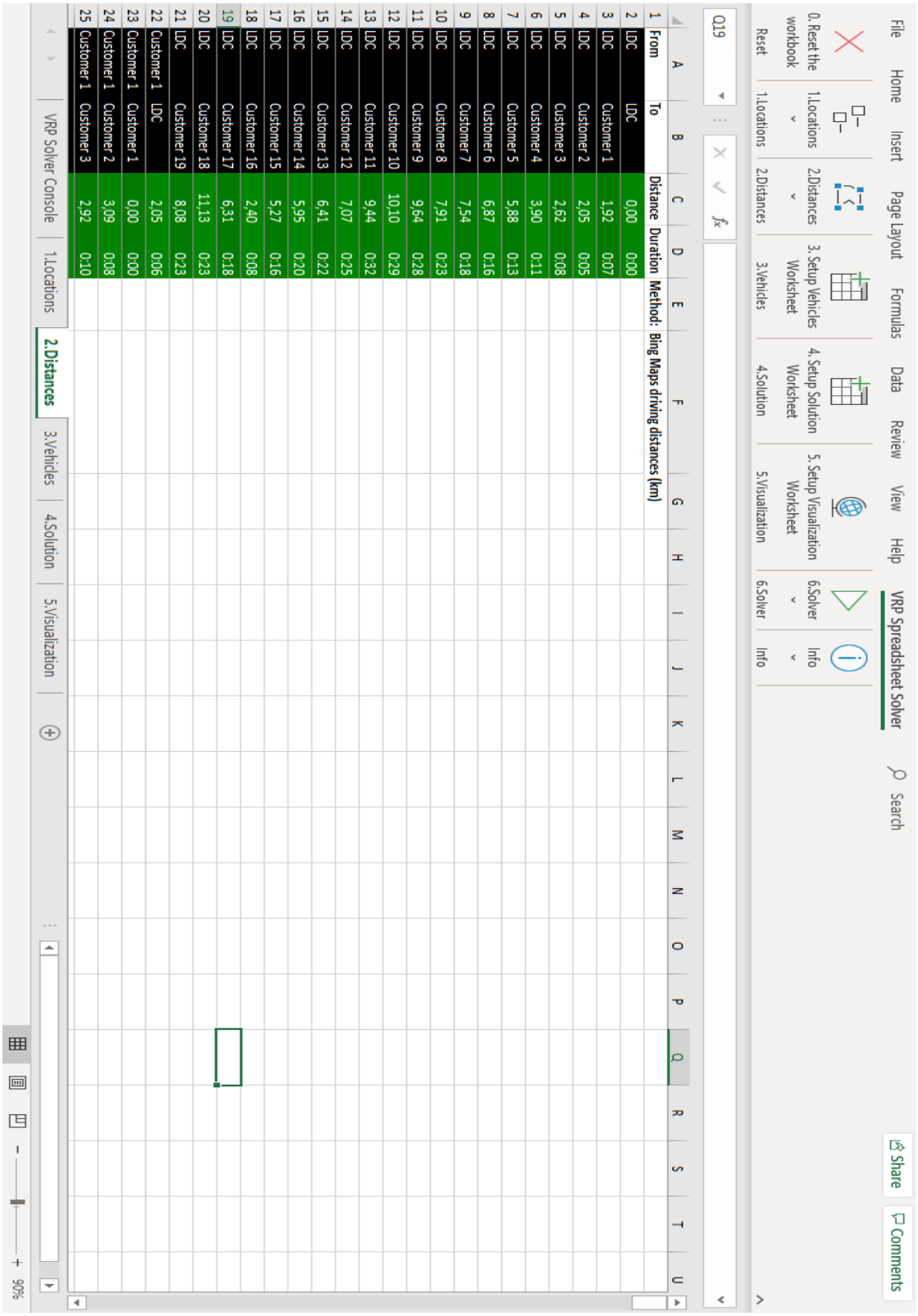
Izvor 1: Izradio autor

Prilog 2: Radni list 3. Vozilo



Izvor: Izradio autor

Prilog 3: Radni list 2. Udaljenost



From	To	Distance	Duration	Method: Bing Maps driving distances (km)
LDC	LDC	0,00	0:00	
LDC	Customer 1	1,92	0:07	
LDC	Customer 2	2,05	0:05	
LDC	Customer 3	2,62	0:08	
LDC	Customer 4	3,90	0:11	
LDC	Customer 5	5,88	0:13	
LDC	Customer 6	6,87	0:16	
LDC	Customer 7	7,54	0:18	
LDC	Customer 8	7,91	0:23	
LDC	Customer 9	9,64	0:28	
LDC	Customer 10	10,10	0:29	
LDC	Customer 11	9,44	0:32	
LDC	Customer 12	7,07	0:25	
LDC	Customer 13	6,41	0:22	
LDC	Customer 14	5,95	0:20	
LDC	Customer 15	5,27	0:16	
LDC	Customer 16	2,40	0:08	
LDC	Customer 17	6,31	0:18	
LDC	Customer 18	11,13	0:23	
LDC	Customer 19	8,08	0:23	
Customer 1	LDC	2,05	0:06	
Customer 1	Customer 1	0,00	0:00	
Customer 1	Customer 2	3,09	0:08	
Customer 1	Customer 3	2,92	0:10	

Izvor: Izradio autor