Alociranje dostavnih vozila u transportnoj mreži primjenom matematičkog modela

Švehla, Antonio

Master's thesis / Diplomski rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:759875

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-23**

Repository / Repozitorij:

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

Antonio Švehla

ALOCIRANJE DOSTAVNIH VOZILA U TRANSPORTNOJ MREŽI PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA

DIPLOMSKI RAD

Zagreb, 2015.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

DIPLOMSKI RAD

ALOCIRANJE DOSTAVNIH VOZILA U TRANSPORTNOJ MREŽI PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA

ALLOCATING DELIVERY VEHICLES WITHIN THE TRANSPORT NETWORK BY APPLYING MATHEMATICAL MODEL

Mentor: Doc.dr.sc Ratko Stanković

Student: Antonio Švehla, 0135213936

Zagreb, rujan 2015.

Sažetak

Donošenje kvalitetnih operativnih odluka, vezanih uz alociranje vozila u sustavima dostave robe, predstavlja preduvjet za učinkovit rad sustava. Logistički problemi koji se pritom pojavljuju mogu se svesti na probleme optimiranja, kakvi se efikasno rješavaju primjenom linearnog programiranja. Optimiranjem alokacije vozila u sustavu dostave i preuzimanja robe smanjuju se operativni troškovi, te se povećava razina usluge korisnicima. Za rješavanje problema alociranja dostavnih vozila i kreiranja optimalnih dostavnih ruta tih vozila izrađena su dva matematička modela. Upotrebom modela za alokaciju dostavnih vozila smanjuje se broj upotrjebljenih vozila za obilazak svih korisnika usluga. Upotrebom modela za rutiranje dostavnih vozila kreiraju se optimirane rute za obilazak korisnika. Usporedbom rješenja dobivenih upotrebom modela i rješenja dobivenih radom dispečera kvantificirana su ostvarena poboljšanja.

KLJUČNE RIJEČI: alokacija dostavnih vozila; rutiranje dostavnih vozila; optimiranje; matematički modeli

Summary

Making quality operational decisions of vehicle allocation in delivery systems is a prerequisite of optimal system performance. Logistical problems that occur can be simplified to problems of optimization, which are effectively solved by using linear programing. Optimization of vehicle allocation in delivery systems reduces operational costs, and increases the level of customer service. For solving the vehicle allocation and vehicle routing problems two mathematical models have been created. Vehicle allocation model reduces the number of allocated delivery vehicles, while the vehicle routing model optimizes the route of a delivery vehicle. Comparing the results obtained by mathematical models, and solutions given by the dispatcher, it is possible to evaluate improvements.

KEYWORDS: delivery vehicle allocation; delivery vehicle routing; optimization; mathematical models

Sadržaj

1. Uvod 1
2. Značaj i primjena linearnog programiranja u prijevoznoj logistici 3
2.1. Matematički model 4
2.2. Problemi bez ograničenja 4
2.3.Problemi sa ograničenjima 5
2.4. Veličina problema 5
2.4. Problemi u prometu 6
2.4.1. Problem trgovačkog putnika 6
2.4.2. Varijacije problema trgovačkog putnika 8
2.5. Značajke linearnog programiranja 8
2.5.1. Cjelobrojno linearno programiranje 9
2.5.2. NP teški problemi 10
2.6. Faze rješavanja problema metodama linearnog programiranja 10
2.7. Heuristika 12
3. Analiza postojeće strukture logističkih usluga HPekspresa 14
3.1. Karakteristike dostavnih usluga 14
3.2. Vrste pošiljaka 15
3.3. Ambalaže HPekspresa 16
3.4. Infrastruktura HPekspresa 17
3.5. Dostavna vozila HPekspresa 18
3.6. Opis rada dispečera 19
3.7. Opis rada vozača 21
3.7.1. Proces preuzimanja pošiljke 21
3.7.2. Proces dostave pošiljke 22
3.7.3. Proces razduživanja pošiljaka 23
3.7.4. Proces preuzimanja robe na adresi korisnika opis 23
3.7.5. Proces dostave robe na adresi korisnika opis 24
3.8. Primjena informacijskih tehnologija u HPekspresu 25
3.8.1. 3P_Sustav 25
3.8.2. Hp Fleet GPS 27
3.9. Postupak alociranja vozila u Hpekspresu 28

4. Programski alati za određivanje optimalnog rješenja logističkih problema primjenom matematičkih modela 29
4.1. Solver 30
4.2. Programski alat Evolver 32
4.3. Programski dodatak Google Maps 34
5. Izrada matematičkih modela alokacije i rutiranja dostavnih vozila 35
5.1. Opis problema 36
5.2. Izrada matematičkog modela za optimiranje alokacije vozila u transportnoj mreži HPekspresa 37
5.3. Optimiranje alokacije vozila primjenom programskog alata na matematičkom modelu 39
5.3.1. Ulazni podaci 39
5.3.2. Princip funkcioniranja modela 40
5.3.3 Optimalno rješenje problema alociranja vozila 42
5.4. Opći model rutiranja vozila 44
5.5. Izrada modela za rutiranje vozila u transportnoj mreži HPekspresa 46
5.6. Unos modela za rutiranje dostavnog vozila u programski alat 48
5.6.1. Ulazni podaci 48
5.6.2. Objašnjenje funkcioniranja modela 49
5.6.3. Optimalno rješenje problema rutiranja vozila 51
5.7. Usporedba performanci primijenjenih programskih alata 53
6. Kvantifikacija poboljšanja 55
6.1. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u urbanom području 57
6.1.1. Ulazni podaci 57
6.1.2. Dispečerovo rješenje 58
6.1.3. Upotreba matematičkih modela za alokaciju vozila i rutiranje vozila 59
6.1.4. Usporedba rješenja 61
6.2. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u predgrađu 63
6.2.1. Ulazni podaci 63
6.2.2. Dispečerovo rješenje 64
6.2.3. Upotreba matematičkog modela za alokaciju vozila i rutiranje vozila 65
6.2.4. Usporedba rješenja 66
7. Zaključak 68
Literatura 70
Kratice 71
Popis slika 72

Popis tablica 73
Popis grafikona 73

1. Uvod

Donošenje kvalitetnih operativnih odluka, vezanih uz alociranje vozila u sustavima dostave robe, predstavlja preduvjet za učinkovit rad sustava. Logistički problemi koji se pritom pojavljuju mogu se svesti na probleme optimiranja, kakvi se efikasno rješavaju primjenom linearnog programiranja. Aplikacije bazirane na modelima linearnog programiranja pružaju potporu pri odlučivanju u stvarnom vremenu. Optimiranjem alokacije vozila u sustavu dostave i preuzimanja robe smanjuju se troškovi, te se povećava razina usluge korisnicima. Tema diplomskog rada je **Alociranje dostavnih vozila u transportnoj mreži primjenom matematičkog modela.** U radu se analizira i opisuje postojeće rješenje dodjeljivanja zadataka dostavnim vozilima tvrtke HPekspres, te će biti predloženo logističko rješenje za njegovo optimiranje. Materija je izložena u sedam poglavlja:

1. Uvod
2. Značaj i primjena linearnog programiranja u prijevoznoj logistici
3. Analiza postojeće strukture logističkih usluga HPekspresa
4. Programski alati za određivanje optimalnog rješenja logističkih problema primjenom matematičkih modela
5. Izrada matematičkih modela alokacije i rutiranja vozila
6. Kvantifikacija poboljšanja
7. Zaključak

U drugom poglavlju objašnjen je značaj, karakteristike, značajke, faze rješavanja i metode rješavanja. Također opisani su problemi u prometu koji se rješavaju metodama linearnog programiranja, te su navedene vrste algoritama za rješavanje problema.

U trećem poglavlju detaljno je objašnjena organizacijska struktura HPekspresa. Prikazane su vrste, karakteristike i zahtjevi pri pružanju usluga, rada dispečera i rada vozača dostavnoga vozila. Opisan je princip alociranja vozila u tvrtki. Također objašnjene su informacijsko-komunikacijske tehnologije koje se koriste u tvrtci.

U četvrtom poglavlju navedeni su korišteni programski alati Excel, Solver i Evolver, te su navedeni razlozi njihove upotrebe.

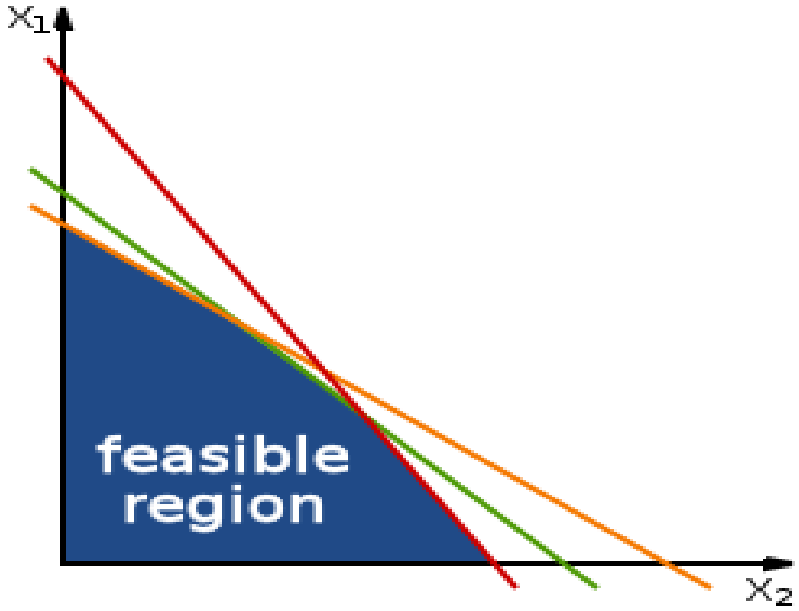
U petom poglavlju izrađeni su matematički modeli za rješavanje dvije vrste problema. Prva vrsta problema, problem alociranja vozila, nastoji smanjiti broj alociranih vozila procesima dostave i preuzimanja pošiljaka. Druga vrsta problema, model rutiranja jednog vozila, nastoji minimizirati ukupno vrijeme trajanja svih dostavnih procesa kreiranjem optimalne. Također, matematički modeli uneseni su u programske alate Solver i Evolver. Definirani su ulazni podaci, algoritmi za rješavanje, te su dobiveni izlazni podaci, tj. rješenja. Također, prikazana je usporedba performansi Solvera i Evolvera.

U šestom poglavlju izvršena je kvantifikacija poboljšanja dobivenih upotrebom matematičkih modela. Funkcioniranje matematičkih modela prikazano je na dva primjera iz prakse, te je izvršena usporedba rješenja dobivenih unosom operativnih podataka od dispečera i rješavanjem problema upotrebom modela za alokaciju dostavnih vozila i rutiranja vozila. Rješenje dobiveno upotrebom modela ukazuje na mogućnosti dodatne optimizacije operativnih procesa.

U sedmom poglavlju iznesena su zaključna razmatranja vezana uz problematiku tematike, trenutne operativne procese tvrtke i rješenja dobivena korištenjem matematičkih modela.

2. Značaj i primjena linearnog programiranja u prijevoznoj logistici

Linearno programiranje predstavlja metodu alokacije dostupnih resursa na optimalan način. Ono predstavlja jedan od najkorištenijih operacijskih alata, te ima široku primjenu. Termin linearno programiranje se odnosi na matematičko programiranje.[1] U tom kontekstu se odnosi na planiranje procesa koji alociraju resurse, rad, materijale, vozila i kapital na optimalan način tako da su troškovi minimizirani ili profiti maksimizirani. U linearnom programiranju dostupni resursi nazivaju se varijablama odlučivanja. Kriterij za odabir najboljih vrijednosti je funkcija cilja.



Slika 1. Prikaz područja rješenja u odnosu na ograničenja i granice
Izvor:[15]

Linearno programiranje je okarakterizirano linearnim funkcijama s nepoznanicama, linearnim ciljevima s nepoznanicama, te s ograničenjima i linearnim jednakostima i nejednakostima koje uključuju nepoznanice. Na Slici 1 površina prikazana plavom bojom predstavlja područje prihvatljivih rješenja. Veličina površine određena je ograničenjima koji su prikazani kao pravci. Za razliku od ostalih matematičkih metoda koje se također koriste za rješavanje problema optimizacije, linearno programiranje se češće primjenjuje iz dva razloga.

[1] Reeb, D.W.: *Transportation Problem*:A Special Case for Linear Programing Problems, Oregon State University, 2002. Str. 12.

Prvi razlog je princip rada kod kojeg se definiranje uvjeta rješavanja problema izvršava u fazi analize, dok se kod većine ostalih metoda definiranje uvjeta optimalnog rješenja izvršava u fazi solucije. Drugi razlog za upotrebu linearnog programiranja je lakše definiranje problema. Ovisno o tome postoje li ograničenja, linearni problemi se dijele na probleme s ograničenjima i na probleme bez ograničenja.[2]

2.1. Matematički model

Matematički model oponaša relevantne značajke promatrane situacije. Značajni test model su njegove performanse pri rješavanju problema za čije je rješavanje dizajniran. Prilikom upotrebe modela moguće su pogreške, te su promjene u modelu neizbježne. Matematički modeli koriste matematički jezik za oponašanje promatranih situacija. Pri rješavanju problema linearnog programiranja matematički model se kreira pomoću linearnih zakonitosti.

2.2. Problemi bez ograničenja

Modeli bez ograničenja predstavljaju probleme linearnog programiranja kod kojih u definiranju funkcije cilja ne postoje određene vrijednosti koje ograničavaju vrijednosti varijabli. Upotreba ograničenja u problemima ovisi o vrsti problema, te o dostupnim informacijama za definiranje modela za rješavanje problema. Izostanak ograničenja u problemima može dovesti nepreciznosti rješenja funkcije cilja. Ukoliko se matematički model proširi s dodatnim varijablama, izostanak ograničenja može dovesti do veće realnosti konačnog rješenja. Primjer tome je ograničenje u obliku $x1 + x2 = B$, može se zamijeniti sa izrazom $x2 = B - x1$ na mjestima gdje se $x2$ pojavljuje u problemu.

[2] Luenberger, D.g.: *Linear and Nonlinear Programing*, Third Edition, Standford University, 2008. Str. 15.

2.3.Problemi sa ograničenjima

Modeli s ograničenjima mogu kao i problemi bez ograničenja rješavati stvarni probleme. Upotreba modela s ograničenjima se izvršava na većim problemima koji su podijeljeni na više manjih problema. Razlog tomu je što u većini slučajeva nemogućnost direktnog povezivanja može dovesti do nepreciznosti rješenja funkcija cilja. Osnovni oblik matematičkog programiranja s ograničenjima je prikazan kao:[3]

Funkcija cilja

$$maxF = x_1 + x_2$$

Ograničenja

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

Potrebno je dobiti vrijednosti $x1 \geq 0$iz tri ne jednadžbe koristeći ograničenja $x1 \geq 0$ i $x2 \geq 0$ koje maksimizira sumu $x_1 + x_2$. U ovom problemu postoje dvije nepoznanice i 5 ograničenja. Sva ograničenja su ne jednadžbe i, i sva ograničenja su linearna pošto stvaraju nejednakosti u linearnim funkcijama varijabli. Ograničenja $x1 \geq 0$ i $x2 \geq 0$ se nazivaju ne negativnim ograničenjima, dok se ostala ograničenja nazivaju glavnim ograničenjima. Funkcija cilja koja se maksimizira dana je izrazom $x_1 + x_2$.

2.4. Veličina problema

Jedan od činitelja kompleksnosti problema programiranja je veličina problema. Veličina problema mjeri se brojem varijabli i ograničenja u problemu. Razvojem računalnih

[3] Ferguson, T.S.: *Linear Programing*, Standford University, 1995.

tehnologija brzina rješavanja problema se smanjuje. Prema Luenbergeru problemi se, ovisno o veličini, dijele na tri klase:[4]

- Problem malog razmjera koji uključuje 5 ili manje nepoznanica i ograničenja
- Problem srednjeg razmjera koji uključuje od 5 do 100 nepoznanica i ograničenja
- Problem velikog razmjera koji uključuje više od 100 nepoznanica i ograničenja

Problem malog razmjera može se rješavati ručno ili uz pomoć manjeg računala. Problem srednjeg razmjera za rješavanje zahtjeva osobno računalo sa paketom osnovnih matematičkih programskih alata. Problem velikog razmjera zahtjeva sofisticirane kodove koji iskorištavaju strukturu i mogućnosti super-računala.

2.4. Problemi u prometu

Problemi u prometu predstavljaju operacijske probleme kod kojih je cilj definirati raspored transporta robe, informacija i ljudi iz mjesta ishodišta u mjesto odredišta, odabir optimalnih lokacija za pozicioniranje infrastrukturnih objekata, upravljanje voznim parkom i upravljanje ljudskim resursima. Uz samo izvršavanje funkcije transporta, potrebno je izvršiti transportne procese uz što manje troškove, ali i ostvarivanje određene razine usluge. Osnovni transportni problem se sastoji od sljedećih elemenata:

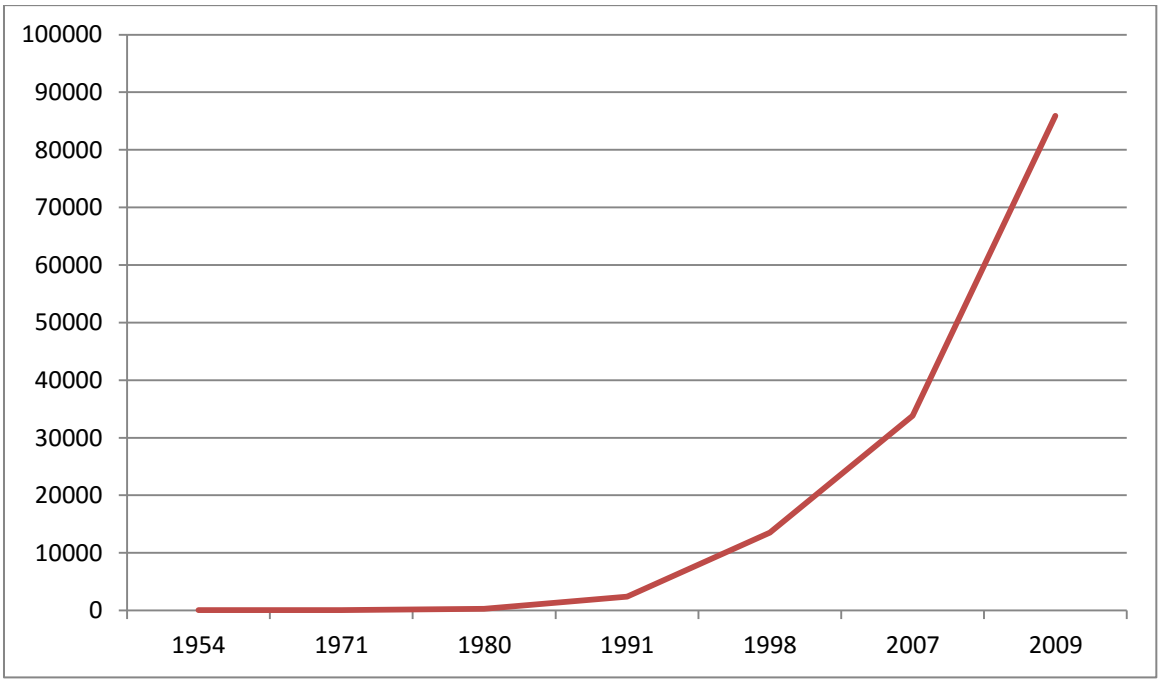
- Izvora
- Destinacije
- Težinskih lukova

2.4.1. Problem trgovačkog putnika

Problem trgovačkog putnika predstavlja problem optimizacije koja se postiže kombinatorikom. Problem se sastoji od potrebe da trgovac posjeti sve mušterije koje se nalaze na različitim lokacijama, uz minimalne troškove putovanja. Svaki par lokacija ima

[4] Luenberger, D.g.: *Linear and Nonlinear Programing*, Third Edition, Standford University, 2008. Str. 10.

definiranu udaljenost, te u općem problemu svaka lokacija posjećuje se samo jednom[5]. Lokacije se nazivaju čvorovima, dok su ceste koje ih povezuju lukovi. Osnovna problematika pri rješavanju problema trgovačkog putnika predstavlja veličina problema, koja uvjetuje količini vremena potrebnog da se riješi problem. Manji problemi mogu se riješiti egzaktnim algoritmima, dok srednji i veći problemi zahtijevaju heurističke algoritme. Razvojem informatičkih tehnologija, efikasnost rješavanja problema se povećava, što znači da je uz upotrebu adekvatnih softverskih rješenja moguće rješavati izrazito velike probleme. Primjer tome je veličina problema od 49 čvorova koji su Dantzig, Fulkerson i Johnson riješili 1954. godine, do problema iz 2009. godine koji se sastajao od 85900 čvorova kao što je i prikazano Grafikonom 1.



Grafikon 1. Napredak u rješavanju kompleksnih problema

[5] Gutin, G., Punnen,A.: *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*, University of London, 2005. Str. 35.

2.4.2. Varijacije problema trgovačkog putnika

Problemi trgovačkog putnika ovise o ulaznim funkcijama za udaljenost, te se stoga dijeli na:

- Simetričana matrica udaljenosti
- Asimetrična matrica udaljenosti
- Proizvoljna matrica udaljenosti

U varijanti sa simetričnim udaljenostima vrijeme vožnje od točke i prema točci j je jednako vremenu vožnje od točke j prema točci i, što je prikazano izrazom sljedeći, izrazom: $t_{ij} = t_{ji}$. Kod asimetrične matrice udaljenosti, vrijeme vožnje od točke i prema točci j, različito je od vremena vožnje od točke j prema točci i. Proizvoljna matrica može sadržavati simetrične i asimetrične vrijednosti.

Problem trgovačkog putnika također se dijeli na otvoreni i zatvoreni tip. U zatvorenom tipu nakon obilaska zadnjeg čvora vozilo se mora vratiti u definirani čvor, koji je najčešće početni čvor. U otvorenom tipu problema nije definiran zadnji čvor obilaska. Ovisno o ograničenjima, problem trgovačkog putnika dijeli se na sljedeće podvrste:

- Problem trgovačkog putnika s ograničenjem kapaciteta vozila
- Problem trgovačkog putnika s ograničenjem vremenskih rokova
- Problem trgovačkog putnika s vremenskim ograničenjem i ograničenjem kapaciteta

Ukoliko u problemu postoji mogućnost odabira više vozila, tada se problem trgovačkog putnika transformira u problem rutiranja vozila.

2.5. Značajke linearnog programiranja

Da bi bilo koji problem mogao biti riješen metodama linearnog programiranja, mora ispunjavati slijedeće uvjete:

- Postojanje linearne veze između promjenjivih veličina. U većini slučajeva realni problemi se opisuju promjenjivim veličinama koje ne pokazuju funkcionalnu, već stohastičku ovisnost između promjenjivih veličina koje formiraju problem. Ti problemi se jedino mogu riješiti da se pretpostavi linearna veza između promjenjivih

veličina, razlike se zanemare ili se izračuna koeficijent odstupanja. U protivnom se navedeni problemi ne bi mogli riješiti primjenom modela i metoda linearnog programiranja.

- Precizno definiranje cilja koji se želi postići rješavanjem problema
- Postojanje više alternativa, ukoliko postoji samo jedno moguće rješenje, nema potrebe za primjenom modela linearnog programiranja
- Svaki problem koji se rješava treba biti ograničen limitirajućim faktorima, tj. da za rješavanje problema postoje ograničene mogućnosti, tj. ograničeni resursi.

Navedeni uvjeti moraju postojati istovremeno, u slučaju da jedan od njih nije ispunjen nije moguće rješavati problem niti jednom metodom linearnog programiranja. Tako da se svaki problem prvo mora analizirati sa stajališta mogućnosti ispunjenja navedenih uvjeta.

2.5.1. Cjelobrojno linearno programiranje

Cjelobrojno programiranje predstavlja matematičku optimizaciju ili provjeru izvodljivosti programa pri kojemu je varijable moraju biti cijeli brojevi. Cjelobrojno linearno programiranje zahtijeva linearnost funkcije cilja i ograničenja uz cjelobrojno ograničenje varijabli odlučivanja. Varijable odlučivanja u cjelobrojnom obliku omogućuju jednostavnije donošenje odluka.

Takve odluke mogu se uvesti u model linearnog programiranja ukoliko je dozvoljeno koristiti varijable koje poprimaju vrijednosti nula ili jedan, bez prihvaćanja frakcija. Takav oblik varijabli odlučivanja predstavlja moćnu varijantu linearnog programiranja, koja zahtjeva velike računalne resurse. Ograničenje da varijable bude cjelobrojne ne odgovara Danzigovoj teoriji, stoga pri rješavanju problema sa cjelobrojnim ograničenjima ne mogu se simplex algoritmi, već je potrebno koristi naprednije algoritme.[6]

[6] Applegate, D.L.: *The Traveling Salesman Problem: A Computational Sudy*, Third Edition, Princeton University, 2011. Str. 206.

Podvrste cjelobrojnog linearnog programiranja mogu se podijeliti na dvije vrste:

1. Miješano cjelobrojno programiranje
2. Binarno linearno programiranje

Miješano cjelobrojno linearno programiranje uključuje probleme kod kojih su neke od varijabli ograničene na cjelobrojnu vrijednost, dok su ostale varijable ne-negativne. Binarno linearno programiranje uključuje probleme kod kojih su varijable ograničene na vrijednosti 0 ili 1.

2.5.2. NP teški problemi

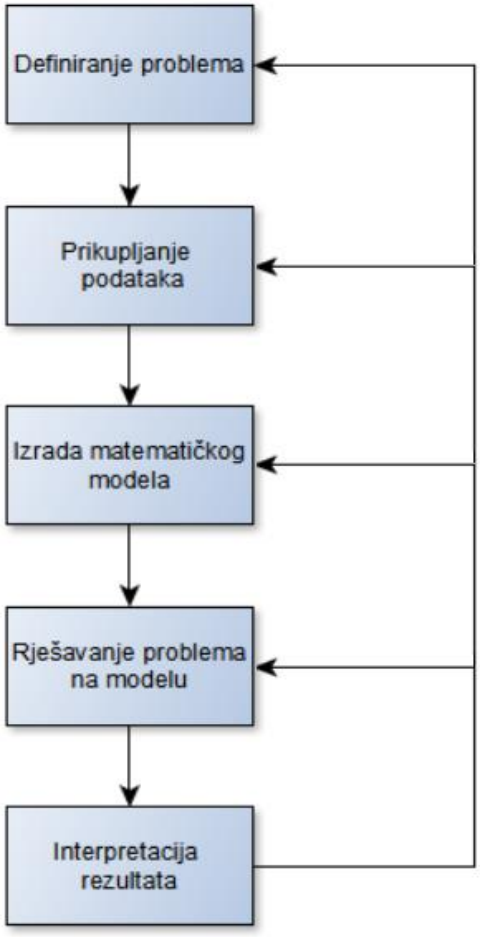
Np teški problemi pripadaju skupini problema koji se ne mogu riješiti egzaktnim algoritmima u prihvatljivom vremenu, to jest ne mogu se riješiti u polinomijalnom vremenu. Različiti problemi optimizacije, primjerice problem trgovačkog putnika, pripadaju klasi NP teških problema. NP teški problemi predstavljaju vrlo zahtjevne probleme koji su teški za rješavanje. „Problem je NP-težak ako postojanje polinomijalnih algoritma za njegovo rješavanje povlači da je $P = NP$. Zbog vjerovanja da je $P \neq NP$, smatra se da za NP-teške probleme ne postoje polinomijalni algoritmi. Iz tog razloga se intenzivno proučavaju i brzi približni načini rješavanja NP-teških problema.“[7] U slučaju problema trgovačkog putnika različitim istraživanja dokazano je da nosi NP težinu. Primjenom Euklidske metrike za definiranje udaljenosti između lokacija ne smanjuje se težina problema. Isključivanjem različitih ograničenja iz problema također ne smanjuje njegovu težinu.

2.6. Faze rješavanja problema metodama linearnog programiranja

Na Slici 2. Prikazane su faze rješavanja problema linearnog programiranja. U početnoj fazi definira se problem za rješavanje proučavanje realnog sustava. U fazi prikupljanja podataka potrebno je definirati potrebne podatke i prikupiti ih na ispravan način. Neispravni ulazni podaci kao rezultat ne daju valjano optimalno rješenje problema. Pri formiranju modela potrebno ga je postaviti matematičkom obliku koji može najvjernije predstaviti

[7]Web izvor: http://web.studenti.math.pmf.unizg.hr/~manger/tr/TR-VI.pdf, Lipanj 2015.

problem. Model mora biti takav da reagira na sve promjene parametara, kako bi reagirao i stvarni problem pod utjecajem promjene odgovarajućih čimbenika. U fazi rješavanja problema na formiranom modelu, upotrebljava se neka od metoda linearnog programiranja. U fazi interpretacije rezultata iznose se zaključci o realnom sustavu na temelju rezultata dobivenih upotrebom modela, ali i zaključci o radu modela. Prolaskom kroz svaku fazu moguća je pojava potrebe za izmjenama u modelu , te se iz toga razloga vraća u fazu gdje je potrebno napraviti izmjenu. Prije upotrebe modela za rješavanje novih problema potrebno ga je testirati. Pri testiranju u model se unose podaci za koje se već zna rješenje. Na taj način može se vrednovati učinkovitost modela.

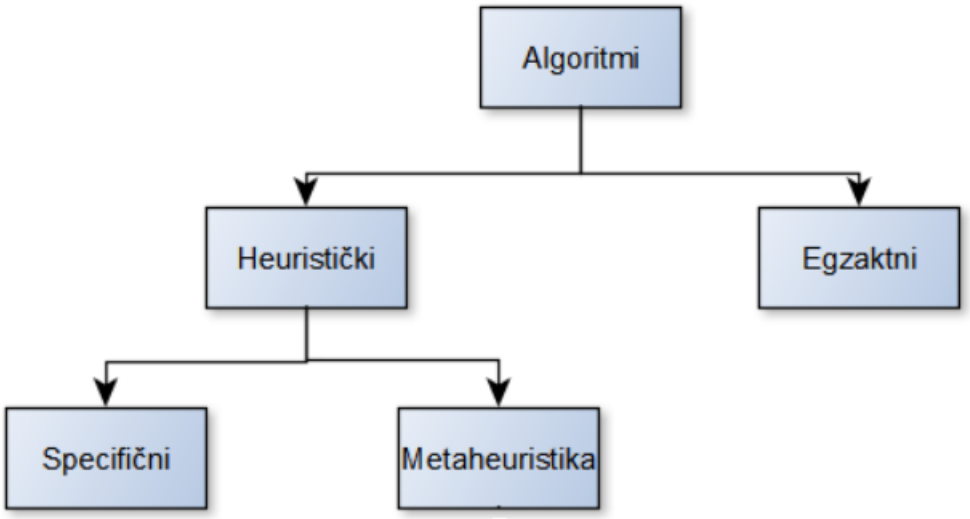


Slika 2. Prikaz faza rješavanja

2.7. Heuristika

„Heuristika (prema grčki εὑρίσκειν: nalaziti, otkrivati) je postupak koji vodi prema otkriću ili ga potiče. U filozofiji znanosti, pod utjecajem K. Poppera i njegovih sljedbenika, pod heurističkim se postupkom razumije dolaženje do znanstvenog rješenja ili otkrića putem pokušaja i pogrješaka, nagađanjima i opovrgavanjima.“[8]

Za razliku od egzaktnih metoda koje kao rezultat daju optimalnu soluciju, heuristički algoritmi u manjim vremenima rješavanja kao rezultat daju rješenje koje ne mora biti optimalno. Heurističke procedure mogu biti jednostavne poput jednostrukog prolaska kroz moguće opcije rješenja, ili složenije uz poštivanje određenih pravila. Heuristički algoritmi ne ispituju sva stanja problema, već samo ona koja se čine najvjerojatnijima. Primjena u slučajevima srednjih i velikih problema, gdje vrijeme rješavanja predstavlja bitan faktor, stvara potrebu za primjenom adekvatnih heurističkih algoritama.



Slika 3. Prikaz osnovne podjele algoritama

Na Slici 3. prikazana je osnovna podjela algoritama za rješavanje problema linearnog programiranja. Dvije glavne vrste algoritama su heuristički i egzaktni[9]. Oni se razlikuju u vremenima rješavanja i točnosti krajnjeg rješenja. Egzaktni algoritmi daju točna rješenja uz duže vrijeme rješavanja, dok heuristički za kraća vremena rješavanja daju približno dobra rješenja. Daljnja podjela heurističkih algoritama je na specifične i metaheurističke. Specifični

[8] Web izvor: http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=25317, Lipanj 2015.
[9] Vasant, Pandian M.: Meta-Heuristics Optimization Algorithms in Engineering, Business, Economics and Finance 2012.

algoritmi se specijalno izrađuju za točno određene probleme, dok se metaheuristički primjenjuju za rješavanje velikog broja NP teških problema. Primjeri metaheurističkih algoritama su:

- Genetski algoritam
- Evolucijski algoritam
- Algoritam penjanja uzbrdo

Genetski algoritmi odabiru rješenja na temelju funkcije cilja, koja predstavlja problem koji se rješava. Jedno rješenje predstavlja jednu jedinku, te se selekcijom izabiru dobre jedinke, odnosno dobra rješenja. Evolucijski algoritam na početku rada slučajno generira skup rješenja i odabire najbolja rješenja. Na temelju njih generira nova i nastavlja sve dok ne može pronaći nova najbolja rješenja. Algoritam penjanja uzbrdo (*eng. Hill Climbing*) bazira se na logici najstrmijeg penjanja. On nastoji pronaći rješenja sve dok je novonastalo rješenje bolje od prošloga. Kada novonastalo rješenje ne postiže bolju vrijednost od starog rješenja, algoritam prestaje sa radom.

3. Analiza postojeće strukture logističkih usluga HPekspresa

HPekspres je usluga dostavljana žurnih pošiljaka u određenim vremenima dostave. Žurna pošiljka može biti svaka pismovna pošiljka, paket i poštanska uputnica, za koju prilikom predaje zahtijeva postupke propisane za žurnu pošiljku. Hpekspres je usluga u unutarnjem i međunarodnom polaznom prometu koja podrazumijeva preuzimanje poštanske pošiljke na adresi koju odredi pošiljatelj ili predane u poštanskom uredu. Preuzimanje pošiljke na adresi korisnika obavlja se na temelju posebnog zahtjeva pošiljatelja (telekomunikacijski ili na neki drugi način), a podrazumijeva brži prijenos, praćenje pošiljke tijekom prijenosa, mogućnost izravne komunikacije s radnikom HP-a d.d. radi davanja dodatnih uputa u vezi s uručenjem pošiljke, uručenje pošiljke u roku koji odredi pošiljatelj, prema ponudi HP-a d.d., postupanje prema naknadnom nalogu pošiljatelja te uručenje pošiljke uz potpis primatelja.

3.1. Karakteristike dostavnih usluga

Rokovi za dostavu pošiljaka ovise o distribucijskim područjima na kojim se preuzimaju i uručuju. Ukoliko je područje distribucije isto za mjesto preuzimanja pošiljke i mjesto dostave pošiljke, rokovi dostave su manji. Primjer istog područja distribucije je grad Zagreb i njegova okolica. Ukoliko se mjesto distribucije razlikuje kod mjesta preuzimanja i mjesta dostave pošiljke, rokovi za prijenos pošiljke su veći.

Rokovi za dostavu pošiljke unutar istog distribucijskog područja:

- U roku od 1 do 3 sata
- Isti dan do 19 sati
- Drugi dan do 10 sati
- Drugi dan do 12 sati
- Drugi dan do 17 sati
- Treći dan do 17 sati

Rokovi za dostavu pošiljke između distribucijskih područja:

- Isti dan do 19 sati (samo između distribucijskih područja istog pozivno- distribucijskog područja)
- Drugi dan do 10 sati
- Drugi dan do 12 sati
- Drugi dan do 17 sati
- Treći dan do 17 sati

3.2. Vrste pošiljaka

HPekspres obavlja prijam, usmjeravanje, prijenos i uručenje sljedećih vrsta poštanskih pošiljaka:

- paketa mase veće od 10 kilograma
- HPekspresa
- poslovnih paketa
- e-paketa
- pošiljaka ubrzane pošte (EMS)
- tiskanica (knjige i tisak)
- izravne pošte
- pošiljaka s plaćenim odgovorom (IBRS/CCRI-pošiljaka).

Temeljem akta Svjetske poštanske unije paket predstavlja pošiljku mase od 10 do najviše 30 kilograma. U HPekspresu pošiljka može biti mase do 50 kilograma, dok pri predaji pošiljke u poštanskom uredu može biti mase do 20 kilograma. Najmanje dimenzije hpekspres pošiljke su 90 mm x 140 mm. Najveća dužina jedne stranice iznosi 2000 mm, a u zbroju dužine, širine i visine ne smije prelaziti 3500 mm. Za HPekspres pošiljke čije dimenzije u zbroju dužine, širine i visine prelaze 2000 mm obračun cijene po masi izračunava se prema IATA-formuli za izračun volumetričke mase, prema kojoj se umnožak visine, dužine i širine u cm dijeli sa 6000. Dobiveni rezultat obračunava se kao masa u kilogramima. Tako dobivena masa može biti i veća od 50 kilograma. Poslovni paket je Hpekspres-pošiljka u unutarnjem prometu namijenjena korisnicima s kojima je sklopljen poseban ugovor o načinu i uvjetima prijenosa

pošiljaka između pravnih osoba. Poslovni paket može biti mase do 50 kilograma, a u skupnoj pošiljci do 700 kilograma. E-paket je hpekspres-pošiljka u unutarnjem prometu namijenjena korisnicima s kojima je sklopljen poseban ugovor o preuzimanju i postupanju s navedenim pošiljkama kada pravna osoba šalje pošiljku fizičkoj osobi. E-paket može biti mase do 50 kilograma, s tim da paket koji se isporučuje u poštanskom uredu može biti mase do 20 kilograma. Najmanje dimenzije e-paketa su 90 mm x 140 mm. Najveća dužina jedne stranice iznosi 2000 mm, a u zbroju dužine, širine i visine ne smije prelaziti 3500 mm. EMS je posebno žurna pošiljka u dolaznom međunarodnom prometu koja se prenosi najbržim putem i primatelju uručuje uz potpis. EMS je uređen multilateralnim ili bilateralnim sporazumima.

3.3. Ambalaže HPekspresa

HPekspres koristi kutije izrađene od valovitog kartona koji služi za zaštitu sadržaja pošiljke. Standardne kutije koriste se za manje, srednje i veće sadržaje kojima volumen seže od 1,4 l do 28,8 litara. Kutije trapeznog oblika namijenjene su slanju tanjih i dužih predmeta kao što su nacrti i plakati. Kutije omotnice i kutije knjige služe za siguran prijenos dokumenata i pisanih materijala koji su osjetljivi na fizičke stresove. [10] Vrsta paketa i njihove pripadne dimenzije dane su u Tablici 1:

Tablica 1. Prikaz tipova paketa i dimenzija paketa

Naziv paketa	Dimenzije
MINI Paket M	200x140x50 mm
Trapezni paket M	90x50x70x740 mm
Trapezni paket S	90x50x70x350 mm
Knjiga Paket L	10x220x90 mm
Knjiga Paket M	250x185x80 mm
Kuverta paket M	285x200 mm
Kuverta paket L	315x230 mm
Kuverta paket S	175x150 mm

Izvor: [21]

[10] Izvor: Tvrtka HPekspres

3.4. Infrastruktura HPekspresa

Infrastruktura HPekspresa u Zagrebu sastoji se od glavnog logističkog središta (Branimirova 4, Zagreb), mreže poslovnica poštanskih ureda u Zagrebu, te garaže za vozila smještene van centra grada. U sklopu glavnog logističkog središta nalazi se više odjela HPekspresa koji vrše organizaciju rada tvrtke. Ti odjeli se dijele na:

- Odjel organizacije prijevoza pošiljaka u domaćem prometu
- Odjel organizacije prijevoza pošiljaka u međunarodnom prometu
- Odjel sortiranja pošiljaka
- Odjel skladištenja pošiljaka
- Call centar

U odjelu organizacije prijevoza pošiljaka u domaćem prometu izvršava se alociranje vozila za dostavu i preuzimanje pošiljaka na području Republike Hrvatske, dok se u odjelu organizacije prijevoza pošiljaka u međunarodnom prometu izvršava alociranje vozila za pošiljke koje su u sklopu međunarodnog transporta. Odjel za sortiranje pošiljaka izvršava operacije sortiranja pošiljaka prema odredištu i roku dostave. Osim samog sortiranja izvršavaju se operacije vaganja i rutiranja pošiljaka, te izrada računa za korisnika.

Slika 4. Prikaz identifikacijske naljepnice pošiljke
Izvor: [21]

Pošiljke koje su uvrštene u dostavnu knjigu prosljeđuju se poštaru na preuzimanje i u utovar u vozila. Pošiljke koje imaju kasniji rok dostave prosljeđuju se u skladišni prostor. Izradu dostavne knjige poštaru izvršavaju dispečeri ovisno o veličini njegovog vozila i lokacijama dostave. Pošiljke koje su u dolasku u logistički centar istovaruju se iz vozila i

prosljeđuju se na pogonjeni transporter koji je u sklopu sortirnice. Operater na transporteru usmjerava pošiljke prema napomeni poštara. Djelatnici u Call centru vrše komunikaciju s klijentima radi stvaranja zahtjeva i definiranja uvjeta za preuzimanje pošiljaka, te za definiranje uvjeta za dostavu pošiljaka. Nakon izrade zahtjev se prosljeđuje dispečerima koji alociraju vozila. Korisnici usluge HPekspresa mogu dogovoriti preuzimanje i dostavu pošiljaka u poštanske urede. Ukoliko poštar ne izvrši proces dostave pošiljke korisniku, on tu pošiljku dostavlja u obližnji poštanski ured.

Garaža za spremanje i servisiranje vozila nalazi se u industrijskoj zoni i prometno je adekvatno povezana glavnim prometnicima. To omogućuje brzu reakciju u slučaju kvara vozila na mreži jer zamjensko dostavno vozilo može u kratkom vremenskom razdoblju ga zamijeniti, što je od velike važnosti kod procesa dostave ekspresnih pošiljaka.

3.5. Dostavna vozila HPekspresa

Dostavna vozila HPekspresa po nosivosti se dijele na:

- Laka dostavna vozila
- Srednja dostavna vozila
- Velika dostavna vozila

Detaljniji podaci o broju svake vrste vozila tehnički podaci o vozilima navedeni su u Tablici 2.

Tablica 2. Prikaz broja dostavnih vozila i njihove karakteristike

Kategorija (L, S, V)	**Nosivost (Kg)**	**Volumen tovarnog prostora (m^3)**	**Broj vozila**
Lako **VW Caddy**	750	2,5	15
Srednje **Renault Master**	1490	10,8	26
Veliko **VW Crafter**	3000	17	19

3.6. Opis rada dispečera

Dispečer (engl. dispatcher: pošiljač, otpravljač), osoba (ustanova, organ) koja u dispečerskom centru, na osnovi podataka prenesenih vezama te dobivenih obradbom i analizama, prati tijek događaja u energetskom sustavu (elektroenergetskom, plinskom, toplinskom), prometu (cestovnom, željezničkom, pomorskom, zračnom) ili proizvodnji, upravlja njihovim radom, raspoređuje ga ili nadzire, a pri kvaru ili zastoju poduzima sve potrebne mjere za što žurnije uspostavljanje normalnog stanja.[11]

U sklopu tvrtke HPekspres, osnovne funkcije koje dispečeri izvršavaju mogu se podijeliti na:

- Prikupljanje zahtjeva za dostavu pošiljke
- Prikupljanje zahtjeva za preuzimanje pošiljke
- Izrada dostavnih knjiga
- Alociranje vozila radi preuzimanja pošiljke
- Praćenje vozila i prikupljanje ostalih informacija vezanih uz procese dostave i preuzimanja pošiljaka

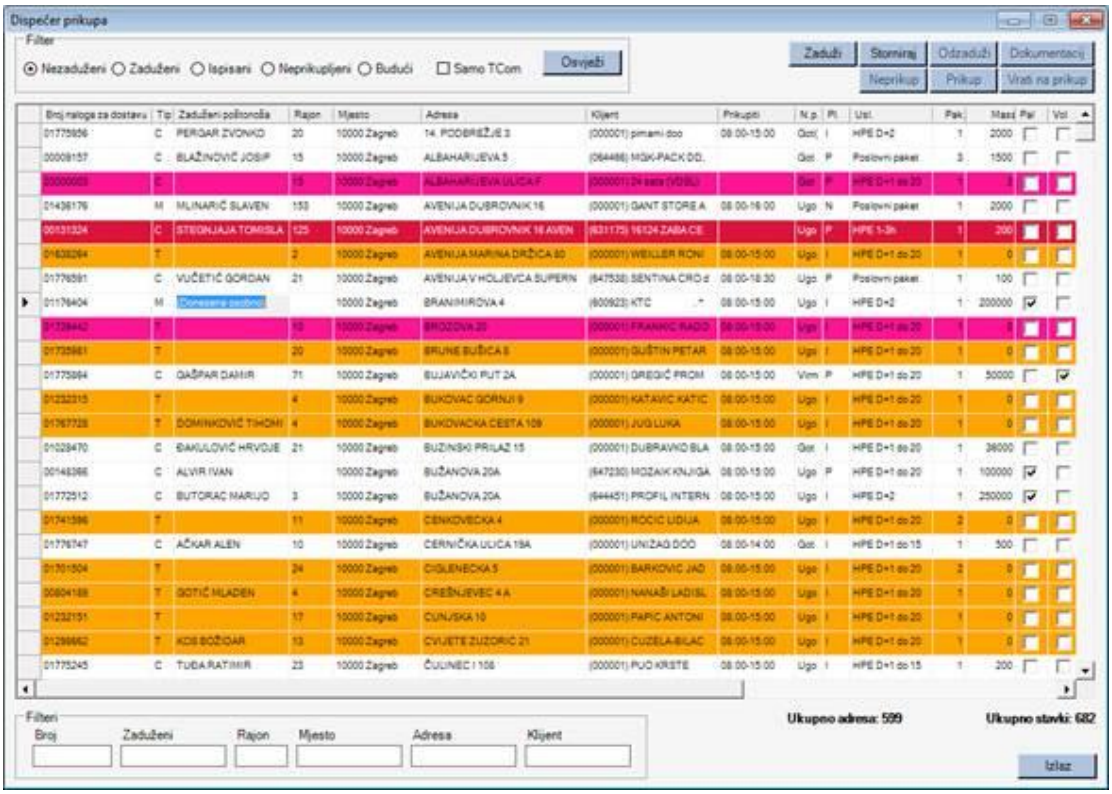
Zahtjeve za preuzimanje i dostavu pošiljaka dispečeri dobivaju od operatera iz Call centra. Ovisno o broju procesa dostava i preuzimanja pošiljaka izrađuju dostavnu knjigu koja se prosljeđuje alociranom vozilu, tj. poštaru. Zahtjevi za dostavu i prikupljanje se grupiraju po sljedećim kriterijima:

1. Područje dostave
2. Vremenski rok za završetak procesa
3. Vrsta klijenta

Pošto je glavno obilježje ekspresne dostave faktor vremena, vrijeme predstavlja primarni kriterij za organiziranje procesa dostave i preuzimanja pošiljaka. Nakon grupiranja pošiljaka po vremenskom kriteriju slijedi grupiranje po vrsti klijenta. Stalni partneri Hpekspresa imaju prednost u procesima dostave i preuzimanja pošiljaka. Primjer takvih partnera su telekomunikacijske tvrtke koje svakodnevno zahtijevaju procese dostava ugovora i

[11] Web izvor: http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=15432, Svibanj 2015.

telekomunikacijske opreme. Nakon stalnih partnera po kriteriju važnosti slijede veći klijenti, te nakon njih obični klijenti.



Slika 5. Prikaz 3P operativnog sustava dispečera
Izvor: [21]

Na Slici 5. prikazano je softversko sučelje 3P_Sustav koje prikazuje procese prikupljanja pošiljaka. Operater u Call centru transformira zahtjev za dostavu ili preuzimanje robe od klijenta iz telefonskog ili web oblika u tekstualan oblik kompatibilan softverskom sučelju koje koriste dispečeri te im ga prosljeđuje. Jedinstveni identifikator svakog zahtjeva je prikazan u stupcu Broj naloga za dostavu. Dispečer ovisno o kriteriju pojedinog zahtjeva alocira određenom dostavljaču. Svaki dostavljač predstavlja jedno vozilo i prikazan je u stupcu Zaduženi poštonoša. Glavni kriteriji za alociranje određenog zahtjeva dostavljaču je područje dostave, koje je po poštanskom modelu podijeljeno na rajone. Dispečeri u HPekspresu se u najvećem broju slučajeva vode time da jedno vozilo obavlja funkcije dostave i preuzimanja pošiljaka na jednom rajonu. To može varirati ovisno o broju procesa. Uz oznaku rajona, dispečeru su prikazane i informacije o gradu te adresi klijenta. Vremenski faktor je prikazan u stupcu prikupiti koji sadrži rokove za preuzimanje pošiljaka. Sljedeći stupac koji je prikazan dispečeru jest način plaćanja, koji može biti ugovor, virman i ostalo. Stupac usluga prikazuje vrstu usluge za pojedini proces. Stupci paket, masa, paleta i veličina

vezani su uz karakteristike pošiljke. U stupcu paket prikazan je broj paketa. Ukoliko je pošiljka na jednoj paleti, ona se vodi kao jedan paket. U stupcu masa prikazana je masa pošiljke koja može biti stvarna ili volumna. Stupac veličina sadrži bilješku da li pošiljka ima dimenzije veće od standardne pošiljke. Boje koje obilježavaju procese su:

I. Bijela za regularnu dostava/preuzimanje
II. Crvena za hitnu dostavu/preuzimanje (u roku od 3h)
III. Roza za istovremeno prikupljanje i uručenje
IV. Žuta za pošiljke u međunarodnom prometu
V. Tamno žuta za telekomunikacijske instalacije

3.7. Opis rada vozača

Dostavljači u tvrtki HPekspres izvršavaju funkcije dostave i preuzimanja robe ovisno o uputama danim od strane dispečera. Na području Zagreba u prosjeku izvršavaju 2000 procesa isporuka i 800 procesa preuzimanja pošiljaka dnevno.[12] Odluke vezane uz rutiranje donese sami, ili uz asistenciju dispečera. Za pomoć pri navigaciji koriste GPS uređaje koji im pružaju uvid različite rute prema cilju. Osnovni procesi dostavljača mogu se podijeliti na:

- Procese preuzimanja pošiljaka
- Procese dostave pošiljaka
- Procese razduživanja pošiljaka

3.7.1. Proces preuzimanja pošiljke

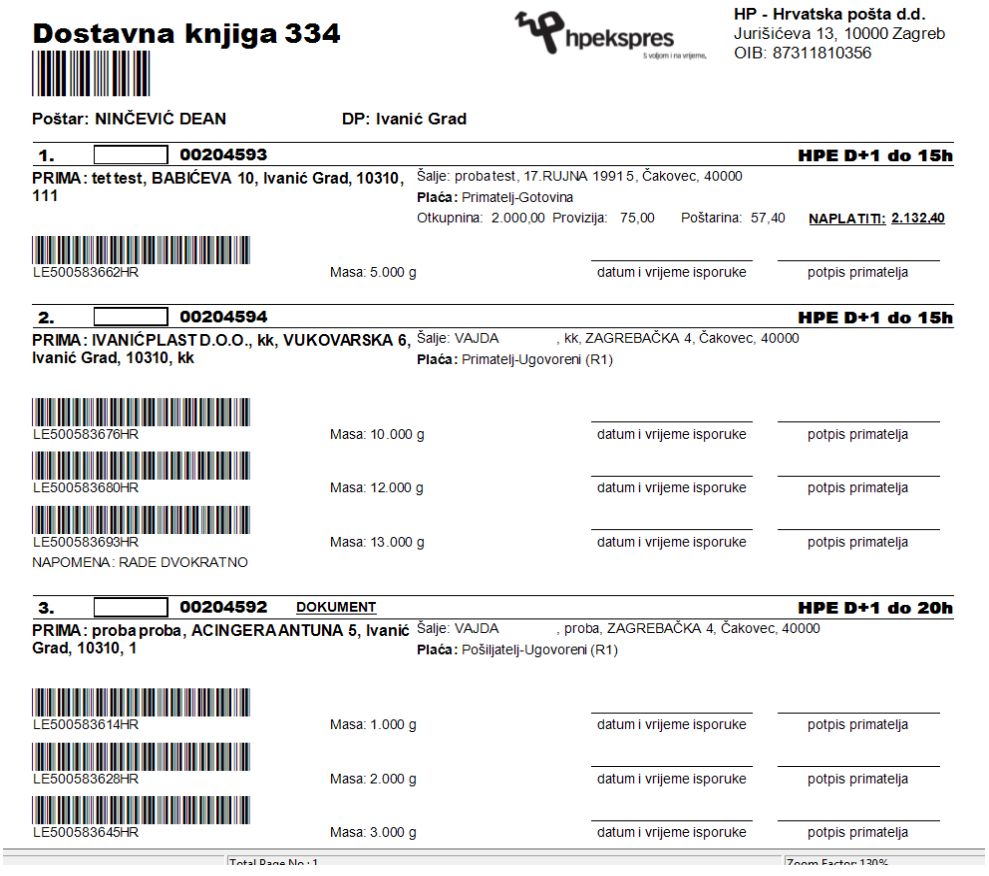
Kod preuzimanja pošiljaka dispečer alocira vozaču zadatak ovisno o vozačevom području djelovanja, ili njegovoj lokaciji putem GPS sustava. Kada vozač stigne na lokaciju za preuzimanje, on izvršava procedure za preuzimanje paketa. Te procedure traju u prosjeku dvije do pet minuta ovisno o vrsti korisnika i broju paketa. Ukoliko je korisnik usluge ekspresne dostave uvjetovao preuzimanje i dostavu pošiljke u što kraćem roku, vozač kreće

[12] Izvor: Tvrtka HPekspres

sa procesom dostave paketa. Ukoliko je rok za dostavu pošiljke kasniji vozač ga dostavlja u logistički centar gdje se izvršava vaganje, skeniranje i rutiranje pošiljke.

3.7.2. Proces dostave pošiljke

Dostavljač dolazi u logistički centar na dobivanje zadataka o dostavi pošiljaka, tj. dobivanju dostavne knjige. Nakon preuzimanja dostavne knjige dostavljač preuzima pripremljene pakete. Zatim ih sravnjuje prema dostavnoj knjizi i utovaruje u vozilo. Nakon utovara kreće sa procesom dostave.



Dostavna knjiga 334

hpekspres

HP - Hrvatska pošta d.d.
Jurišićeva 13, 10000 Zagreb
OIB: 87311810356

Poštar: NINČEVIĆ DEAN **DP: Ivanić Grad**

1. **00204593** **HPE D+1 do 15h**
PRIMA: tettest, BABIĆEVA 10, Ivanić Grad, 10310, 111 Šalje: probatest, 17.RUJNA 19915, Čakovec, 40000
Plaća: Primatelj-Gotovina
Otkupnina: 2.000,00 Provizija: 75,00 Poštarina: 57,40 **NAPLATITI: 2.132,40**
LE500583662HR Masa: 5.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja

2. **00204594** **HPE D+1 do 15h**
PRIMA: IVANIĆPLAST D.O.O., kk, VUKOVARSKA 6, Ivanić Grad, 10310, kk Šalje: VAJDA , kk, ZAGREBAČKA 4, Čakovec, 40000
Plaća: Primatelj-Ugovoreni (R1)
LE500583676HR Masa: 10.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja
LE500583680HR Masa: 12.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja
LE500583693HR Masa: 13.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja
NAPOMENA: RADE DVOKRATNO

3. **00204592** **DOKUMENT** **HPE D+1 do 20h**
PRIMA: probaproba, ACINGERAANTUNA 5, Ivanić Grad, 10310, 1 Šalje: VAJDA , proba, ZAGREBAČKA 4, Čakovec, 40000
Plaća: Pošiljatelj-Ugovoreni (R1)
LE500583614HR Masa: 1.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja
LE500583628HR Masa: 2.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja
LE500583645HR Masa: 3.000 g datum i vrijeme isporuke potpis primatelja

Slika 6. Prikaz dostavne knjige
Izvor: [21]

Dostavna knjiga je prikazana na Slici 6. i sadrži relevantne podatke za izvršavanje procesa dostave. Ti podaci su:

- Redoslijed dostave
- Prioritet dostave (vremenski rok)
- Identifikacijski bar kod svakog paketa
- Masa paketa

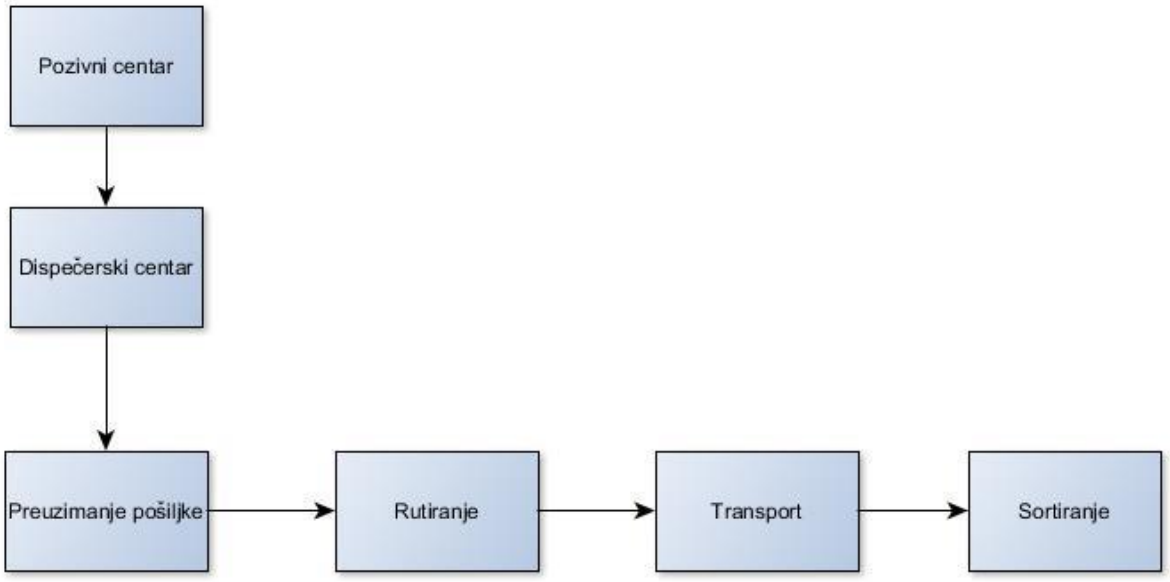
- Ime i prezime korisnika
- Adresa korisnika

3.7.3. Proces razduživanja pošiljaka

Dostavljač pri dolasku u logistički centar vrši istovar paketa na ne-pogonjeni transporter kojim upravlja operater i usmjerava paket prema napomeni dostavljača. Ukoliko se odbija prijam, paket se usmjerava prema sortirnici radi vraćanja pošiljke pošiljatelju. Ukoliko se vrši naredna dostava, paket se usmjerava prema odjelu za pripremu paketa gdje dobiva rutnu naljepnicu s oznakom odredišta temeljem razduženja. Dostavljač s dokumentima ide u dispečerski centar na razduženje dokumentacije i novaca.

3.7.4. Proces preuzimanja robe na adresi korisnika opis

Proces preuzimanja robe grafički je prikazan dijagramom toka . U prvoj fazi procesa operateri u pozivnom centru zaprimaju zahtjev za preuzimanje robe od pošiljatelja. Narudžba usluge može se obaviti putem telefona ili web sučelja Hpekspresa. Nakon prijema zahtjeva, operater u pozivnom centru prosljeđuje zahtjev dispečeru.



Slika 7. Prikaz faza u procesu preuzimanja pošiljaka

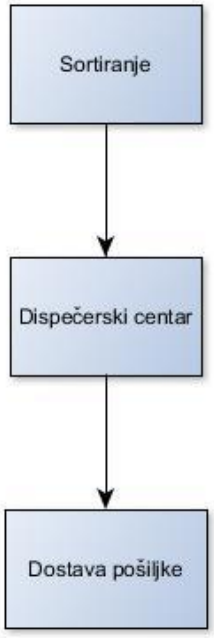
Dispečer nakon primitka vrši analizu zahtjeva za preuzimanje pošiljke. Faktori koji ulaze u proces alociranja vozila su:

- Veličina pošiljke (dimenzije, broj paketa, masa)
- Lokacija korisnika (adresa, rajon)
- Rok za preuzimanje pošiljke
- Trenutne lokacije dostupnih vozila

Nakon završetka procesa odluke, dispečer putem telekomunikacijskog uređaja dodjeljuje vozaču dostavnog vozila zadatak preuzimanja pošiljke. Vozač prilikom preuzimanja pošiljke ispunjava potrebne formulare te vrši naplatu usluge ukoliko je dogovoren takav način plaćanja. Preuzimanje pošiljke može biti na adresi korisnika ili u poštanskom uredu po izboru korisnika. U fazi rutiranja dostavljač dostavlja pošiljku u distribucijski centar u kojemu se vrše operacije skeniranja, vaganja i rutiranja prema destinaciji. Ukoliko se vrši ekspresna dostava u kraćim vremenskim rokovima dostavljač nakon preuzimanja pošiljke ne dostavlja pošiljku u logistički centar, već primatelju pošiljke. Ukoliko se primatelj pošiljke nalazi u drugom gradu pošiljke se konsolidiraju prema odredištima, dok se u slučaju dostave pošiljke na istom geografskom području logističkog centra i primatelja vrši sortiranje.

3.7.5. Proces dostave robe na adresi korisnika opis

Tijek procesa dostave na adresu korisnika prikazan je dijagramom toka na slici, te predstavlja nastavak na dijagram toka procesa preuzimanja robe na adresi korisnika. U fazi sortiranja koja je zajednička za procese preuzimanja i dostave, pošiljke se sortiraju prema rokovima i lokacijama za dostavu. Na temelju tih informacija dispečeri izrađuju dostavne knjige u dispečerskom centru i dodjeljuju ih dostavljačima. Dostavljači prema dostavnoj knjizi preuzimaju pakete i utovaruju u vozilo. Finalizacijom procesa utovara dostavljači izvršavaju dostave prema redoslijedu danom u dostavnoj knjizi. Pri svakoj pojedinoj dostavi ispunjavaju potrebne formulare i naplaćuju uslugu primatelju pošiljke ukoliko je izabrana takva vrste naplate.



Slika 8. Prikaz faza u procesu dostavljanja pošiljaka

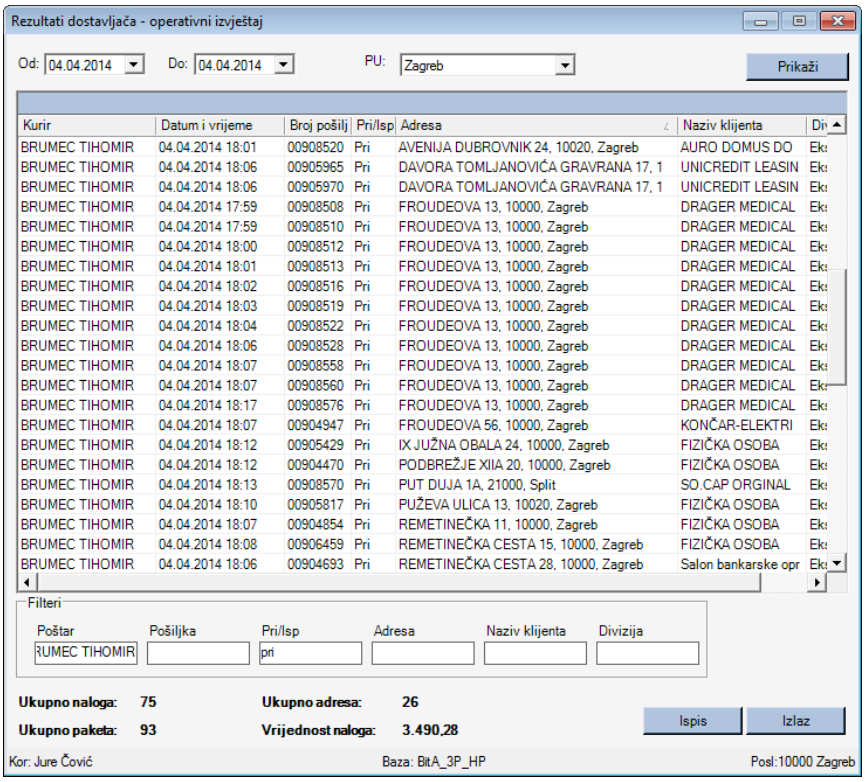
3.8. Primjena informacijskih tehnologija u HPekspresu

3.8.1. 3P_Sustav

Softversko rješenje za unos, obradu i slanje podataka koje se koristi u HPekspresu naziva se 3P_Sustav. Ono omogućava prikupljanje, analiziranje i obradu operativnih informacija vezanih uz poslovanje tvrtke. Princip rada softvera, vezano uz alociranje vozila, objašnjeno je u poglavlju Opis rada dispečera. Osim prikaza zahtjeva za dostavu i prikupljanje pošiljaka, softver omogućava praćenje izvršenih procesa svakog dostavljača i svakog dostavnog vozila. 3P_Sustav omogućuje:[13]

- Svakodnevno praćenje učinkovitosti djelatnika
- Daje točne i konkretne podatke
- Transparentnost podataka
- Dostupnost podataka

[13] Izvor: Tvrtka HPekspres



Slika 9. Vrednovanje rada djelatnika u 3P_Sustavu

Izvor [21]

Na Slici 9. prikazan je operativni izvještaj dobiven iz 3P_Sustava, koji prikazuje izvršene procese dostavljača. Izvještaj uključuje podatke o:

- Nazivu dostavljača
- Datumu i vremenu izvršenog procesa
- Broju pošiljke
- Vrsti procesa
- Ukupnom broju naloga
- Ukupnom broju paketa
- Ukupnom broju adresa
- Ukupnoj vrijednosti naloga

Ukupni broj naloga predstavlja zbroj pojedinačnih procesa dostave i prikupljanja pošiljaka. Svaki pojedini proces identificira se po broju pošiljke. Uz svaki proces pridružena je vrijednost naloga koju dostavljač prikuplja. Na kraju radnog dana dostavljač u logističkom

centru razdužuje dokumentacije i novac koji mora imati vrijednost naloga prikazanog u tablici operativnog izvještaja. Ukupni brojevi naloga, paketa i adresa koriste se za izračunavanje efikasnosti i efektivnosti dostavljača.

3.8.2. Hp Fleet GPS

Upravljanje prijevoznim sustavima traži sofisticirane algoritme za planiranje, ugovaranje i praćenje procesa ekspresne dostave. Izvršavanje procesa u zadanim vremenskim rokovima zahtjeva kvalitetnu povezanost između dispečera i dostavljača. Upotrebom fleet management sustava dispečer dobiva uvide u sljedeće informacije:[14]

- Pozicioniranje vozila u stvarnom vremenu
- Grafički prikaz kretanja
- Pregled povijesti kretanja
- Pregled prekoračenja brzine
- Vremenska zadržavanja

Slika 10. Prikaz praćenja vozila putem sustava baziranog na GPS-u
Izvor: [21]

Na Slikama 10. I 11. prikazana su sučelja i vizualni prikazi ruta bazirani na geografsko-informacijskim sustavima. Njima je omogućen detalja uvid u rad dostavljača, rad vozila,

[14] Izvor: Tvrtka HPekspres

obiđene lokacije i trenutnu lokaciju. Na temelju tih podataka vrednuje se rad dostavljača i donose se odluke o eventualnim promjenama u radu.

ID kretanja	Naziv vozila	Adresa	Događaj	Datum kretanja	Vremenska razlika	Geografska širina	Geografska dužina	Put (m)	GPS ispravci	Speed_4_VEHICLE	Smjer (°)	Broj GPS satelita	Napajanje uključeno
5250839	GB-0128	Zavrtnica 13 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:06:35	0:00:02	45° 48' 29.8434"	15° 59' 57.8754"	21.1	1	40	356	8	1
5250945	GB-0128	Zavrtnica 1 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:06:47	0:00:12	45° 48' 33.2274"	15° 59' 57.1914"	105.54	1	14	40	7	1
5251008	GB-0128	Banjavčićeva 24 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:07:04	0:00:17	45° 48' 35.8914"	16° 00' 4.96800"	186.94	1	32	71	8	1
5251191	GB-0128	Heinzelova 46 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:07:25	0:00:21	45° 48' 37.0440"	16° 00' 7.12794"	59.46	1	25	24	8	1
5251205	GB-0128	Heinzelova 33 A 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:07:27	0:00:02	45° 48' 37.5474"	16° 00' 7.19994"	15	1	29	349	7	1
5251219	GB-0128	Heinzelova 42 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:07:30	0:00:03	45° 48' 38.3400"	16° 00' 6.44394"	29.21	1	40	319	8	1
5251249	GB-0128	Kralja Zvonimira 68 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:07:41	0:00:11	45° 48' 42.3354"	16° 00' 2.48394"	149.94	1	22	18	8	1
5251375	GB-0128	Kralja Zvonimira 98 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:08:02	0:00:21	45° 48' 47.1240"	16° 00' 15.8400"	324.68	1	61	60	8	1
5251418	GB-0128	Kralja Zvonimira 110 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:08:17	0:00:15	45° 48' 49.8954"	16° 00' 23.3634"	184.23	1	14	125	7	1
5251511	GB-0128	Kušlanova 57 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:08:31	0:00:14	45° 48' 45.9354"	16° 00' 27.2520"	147.9	1	18	90	7	1
5251523	GB-0128	Kušlanova 57 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:08:33	0:00:02	45° 48' 46.1154"	16° 00' 27.7914"	13.04	1	25	59	8	1
5251665	GB-0128	Harambašićeva 39 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:09:00	0:00:27	45° 48' 49.3560"	16° 00' 34.4874"	176.32	1	11	55	8	1
5251691	GB-0128	Harambašićeva 41 10000 Zagreb-Centar	Vožnja	05.02.2014 13:09:05	0:00:05	45° 48' 49.1034"	16° 00' 34.8834"	11.4	1	11	155	8	1
5252038	GB-0128	Harambašićeva 41 10000 Zagreb-Centar	Kontakt -	05.02.2014 13:10:10	0:01:05	45° 48' 48.1680"	16° 00' 35.5314"	32.25	1	0	239	7	1
5253151	GB-0128	Harambašićeva 41 10000 Zagreb-Centar	Stajanje	05.02.2014 13:14:05	0:03:55	45° 48' 48.1314"	16° 00' 35.3880"	0	1	0	239	9	1
5254787	GB-0128	Harambašićeva 41 10000 Zagreb-Centar	Gašenje	05.02.2014 13:20:10	0:06:05	45° 48' 48.3834"	16° 00' 35.6394"	0	1	0	239	9	1

Slika 11. Prikaz radnih procesa dostavljača
Izvor:[21]

3.9. Postupak alociranja vozila u Hpekspresu

Model alociranja vozila po rajonima je model koji koriste operateri u HPekspresu. Njime se nastoji dodijeliti jedno dostavno vozilo po jednom rajonu. U slučaju većeg broja procesa dodjeljuje se adekvatan broj vozila kako bi se zadovoljili rokovi preuzimanja i dostave pošiljaka. U slučaju manjeg broja procesa dostave i preuzimanja pošiljaka, vozilo se nakon izvršenih procesa dodjeljuje drugom rajonu. Alociranje korisnika vozilu i njihov redoslijed obilaska definiran je dostavnom knjigom, što je i opisano u poglavlju 3.7. Opis rada vozača. Osnovni utjecaj na redoslijed obilaska imaju vremenski rokovi. Dodatni utjecaj na redoslijed obilaska imaju partneri tvrtke zbog prava prvenstva naspram drugih korisnika, te se prvi obilaze. Dodjeljivanje korisnika kod kojih se vrši dostava izvršava se upotrebom računalnih rješenja, dok korisnike kod kojih se vrši preuzimanje robe vozilu alocira dispečer ovisno o dostavnoj knjizi. Pošto se pri izradi dostavne knjige koriste samo podaci o potrebnim dostavama, može se zaključiti da se pri alociranju korisnika kod kojih se izvršavaju procesi preuzimanja predstavljaju najveći izvor za unaprjeđenje procesa alociranja korisnika vozilu.

4. **Programski alati za određivanje optimalnog rješenja logističkih problema primjenom matematičkih modela**

Programski alati potrebni za rješavanje logističkih problema zahtijevaju točnost ulaznih informacija i rješavanje problema u relativno malim vremenskim rokovima, što izrazito dolazi do značaja pri upotrebi modela za pomoć pri odlučivanju. Odabrani programski i matematički alati upotrijebljeni su zbog svoje dostupnosti i kompatibilnosti.

Excel je programski alat za tablično računanje razvijen od strane korporacije Microsoft u sklopu programskog paleta Microsoft Office. Osnovna zadaća programskog alata Excel je rješavanje problema prikazanih u matematičkom obliku pomoću tablica i polja. Manipuliranje podacima koji se nalaze u ćelijama izvršava se putem formula, koje se dijele na sljedeće vrste:[15]

- Financijske
- Logičke
- Tekstualne
- Datumske
- Vremenske
- Pretraživačke
- Matematičke
- Statističke

Osim samih matematičkih operacija Excel pruža osnovne mogućnosti manipulacija podatcima i stvaranja baza podataka. Jedna od prednosti Excel je njegova kompatibilnost sa ostalim programskim alatima u Microsoft Office paketu, ali i van njega.

Jedan od razloga primjene programskog alata Excel pri rješavanju problema alokacije dostavnih vozila je mogućnost unosa podataka 3P_Sustava u Excel. Pri prijenosu podataka korisnika vezanih za lokaciju, količinu i vremenski rok iz 3P_Sustava u Excel potrebno je izvršiti osnovnu operaciju kopiranja i lijepljenja podataka. Poznavanje osnovnih funkcija u Excelu u današnje doba predstavlja minimum informatičke pismenosti. Osim toga računala

[15] Harvey, G.: *Microsoft Excel 2010*, Wiley Publishing Indianapolis, 2010. Str. 55.

koja koriste dispečeri sadrže Office programski paket, pa time i Excel, stoga ne postoji potreba za dodatnim softverskim ulaganjima.

Izuzev samog Excela potreban je dodatni matematički alat za rješavanje matematičkih problema. Primjer takvog alata je Solver. Uz njega potreban je i dodatak za dobivanje podataka o vremenskim udaljenostima između lokacija. U tu svrhu primijenjen je dodatak koji preuzima podatke od servera Google Mapa.

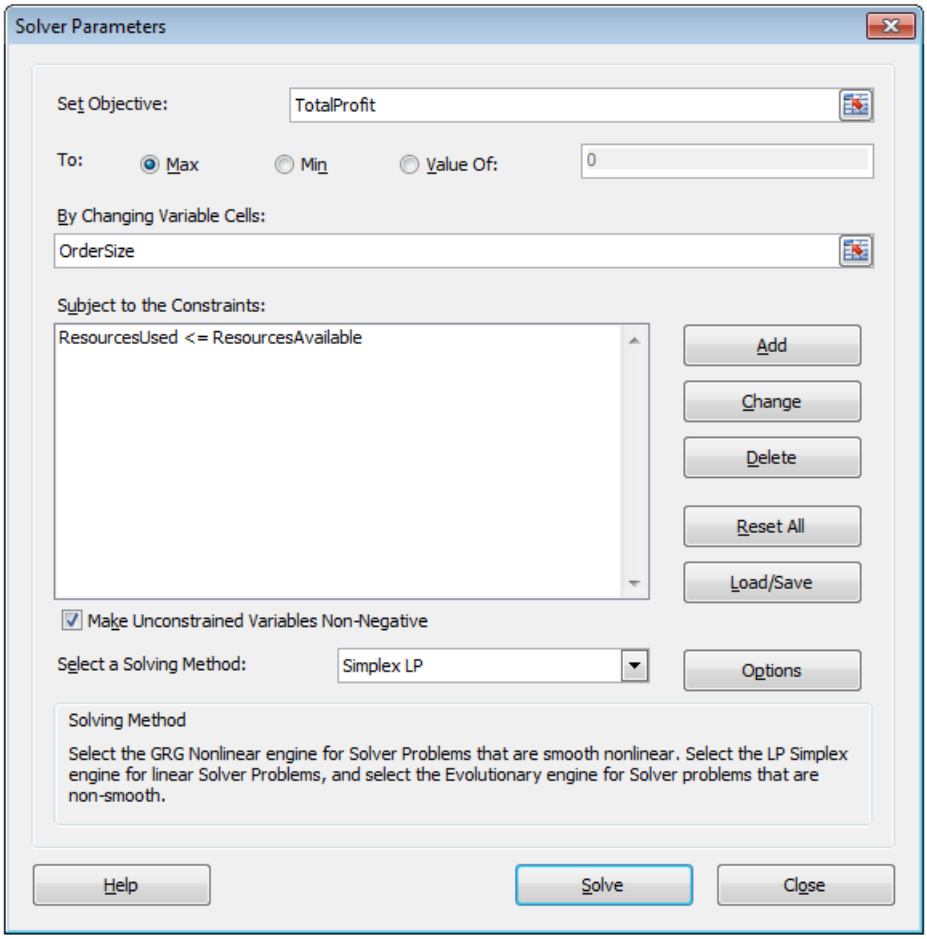
Za rješavanje problema linearnog programiranja u Excelu potrebno je koristiti dodatne alate. Ti alati pružaju mogućnosti preciznih definiranja svih parametara linearnih modela. Osnovni principi rada većine dodatnih alata su jednaki, dok se razlike pronalaze u metodama traženja rješenja i dodatnim mogućnostima koje pružaju.

4.1. Solver

Solver je matematički alat, odnosno programski dodatak Excela za optimiranje i provedbu *Što ako, eng. What If analize.*[16] Solver služi za pronalazak maksimuma ili minimuma vrijednosti funkcije zapisane u određenoj ćeliji Excel tablice. Ta ćelija se naziva ćelija cilja i podložna je različitim ograničenjima i limitima od srane drugih varijabilnih ćelija. Solver mijenja vrijednosti varijabilnih ćelija u skladu sa ograničenjima, kako bi se dobio željeni rezultat u ćeliji cilja(minimalna odnosno maksimalna vrijednost funkcije cilja). Vrsta dobivenog rješenja i vremena potrebnog za rješavanje ovisi o: veličini modela, vrsti matematičkih odnosa između komponenti modela i upotrebi cjelobrojnih ograničenja u modelu. Osnovni parametri u Solveru su:

- Funkcija cilja
- Vrijednost funkcije cilja
- Varijable odlučivanja
- Ograničenja
- Metoda odlučivanja

[16] Prevedeno sa engleskog https://support.office.com/en-us/article/Define-and-solve-a-problem-by-using-Solver-9ed03c9f-7caf-4d99-bb6d-078f96d1652c Lipanj 2015.



Slika 12. Prikaz parametara u matematičkog alatu Solver

Za ćeliju cilja (*eng. Target Cell*) odabire se samo jedna ćelija, te ona mora sadržavati formulu čiji segmenti ovise o varijabilnim ćelijama. Solver kombinatorikom nastoji doseći određenu vrijednost ćelije cilja. Te vrijednosti mogu biti: maksimalna, minimalna i strogo definirana vrijednost. Vrijednosti varijabilnih ćelija (*eng*. *Variable Cell's*) moraju biti unutar područja izvedivosti. Vrstu vrijednosti i međuodnose varijabilnih ćelija definira se u sektoru ograničenja. (*eng. Constraints*). Ćelije ograničenja strogo definiraju vrijednosti, odnose i vrste varijabilnih i ostalih ćelija. Ograničenja mogu biti; relacijska, tipska (cijeli brojevi, binarni brojevi) i da su različite vrijednosti promatranih ćelija. Metode odlučivanja se u osnovnom Solveru dijele na:

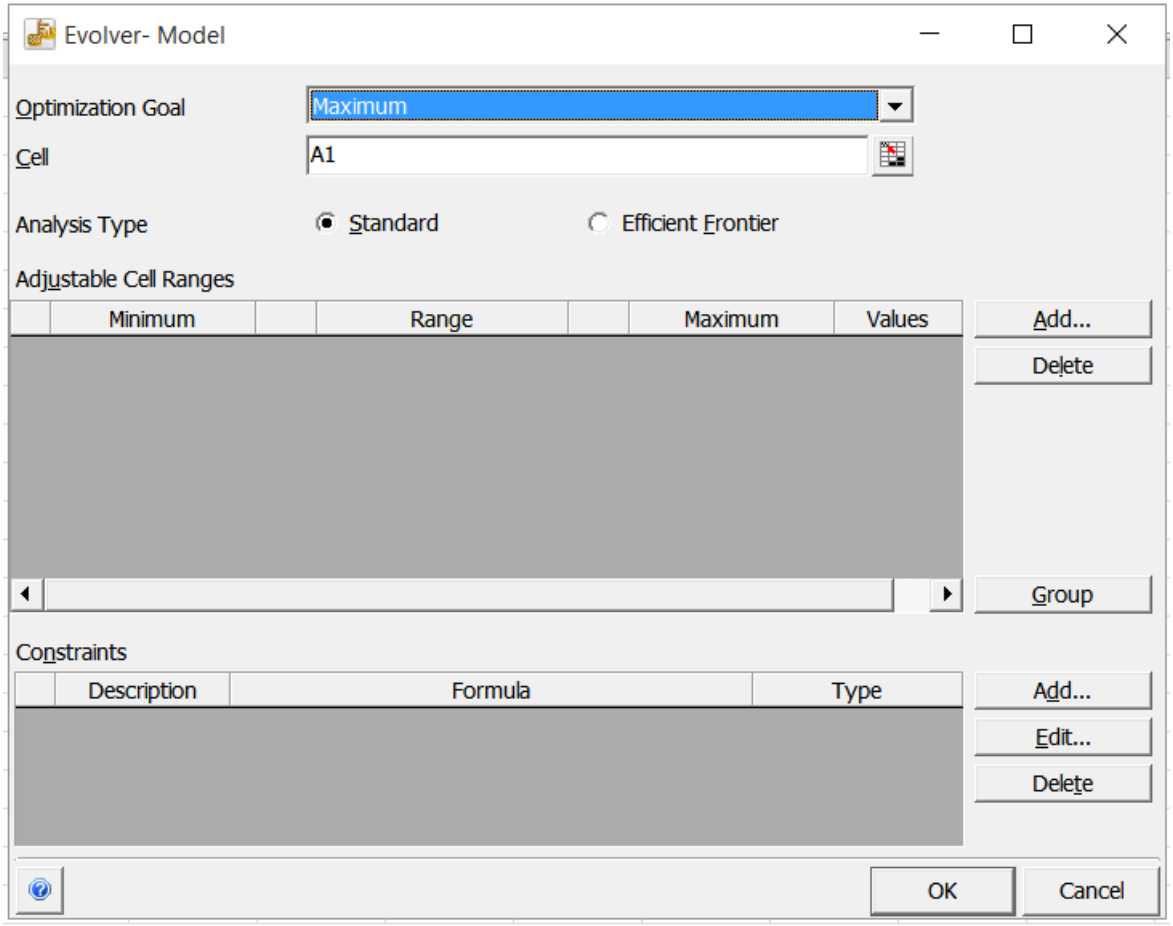
- Simplex Lp
- GRG nelinearan
- Evolucijski

Simplex Lp metoda namijenjena je rješavanju problema kojemu su ograničenja i funkcija cilja linearne funkcije varijabli odlučivanja. Kao rezultat proizlazi globalno optimalno rješenje u relativno kratkom vremenu, što ponajviše ovisi o veličini problema. Ukoliko su funkcija cilja i ograničenja nelinearne funkcije varijabli odlučivanja koristi se GRG nelinearna metoda. Vrijeme potrebno za rješavanje takvog problema je u je duže u odnosu na linearne probleme rješavanje Simplex Lp metodama. Za rješavanje kompleksnijih problema koji se sastoje od „noon-smooth" funkcija varijabli odlučivanja koristi se Evolucijska metoda. Primjer takvih funkcija su CHOOSE i LOOKUP ukomponirane u sam Excel, te argumenti tih funkcija ovise o varijabla odlučivanja. Prilikom primjene evolucijske metode dobiveno rješenje ne mora biti globalno optimalno, već bolje od početnog rješenja.[17]

4.2. Programski alat Evolver

Evolver je matematički alat za izvršavanje naredbi i predstavlja alternativu Solveru. Unošenje matematičkih parametara iz modela je istovrsno Solveru, dok se stvarna razlika između ta dva matematička alata pronalazi u načinu traženja rješenja. Prilikom procesuiranja Solver pronalazi najbolja lokalna rješenja, ili kombinaciju vrijednosti koje povećavaju ili smanjuju izlazni podatak i nastavlja raditi na tome principu. Za razliku od Solvera, Evolver koristi „mutacije" i kombinacije rješenja nastoji pronaći najbolje cjelokupno rješenje. Definiranje funkcije cilja u Evolveru jednako je definiranju funkcije cilja u Solveru. Broj ograničenja i varijabli u Evolveru nije ograničen, dok Solver može procesuirati sa najviše 200 varijabli odlučivanja i 100 ograničenja. Jedna od dodatnih funkcionalnosti javlja se pri definiranju varijabli odlučivanja gdje Evolver, za razliku od Solvera pruža mogućnosti definiranja gornje i donje granice raspona brojeva i grupiranja varijabli odlučivanja.

[17] Prevedeno sa engleskog http://www.solver.com/excel-solver-what-solver-can-and-cannot-do Lipanj 2015.



Slika 13. Prikaz parametara u matematičkog alatu Solver

Evolver pri rješavanju koristi genetski algoritam. „Genetski ili genetički algoritam je heuristička metoda optimiranja koja imitira prirodni evolucijski proces. Evolucija je robustan proces pretraživanja prostora rješenja.“[18] Genetski algoritmi odabiru rješenja na temelju funkcije cilja, koja predstavlja problem koji se rješava. Jedno rješenje predstavlja jednu jedinku, te se selekcijom izabiru dobre jedinke, odnosno dobra rješenja. Manipulacijom nastaju nova rješenja i cjelokupni proces se ponavlja sve dok se ne dobije zadovoljavajuće konačno rješenje.

[18] Web Izvor: http://www.zemris.fer.hr/~golub/ga/ga.html, Srpanj. 2015.

4.3. Programski dodatak Google Maps

Za izračune vremena putovanju između dvije lokacije, to jest dva čvora korištena je dodatna funkcija „GetGoogleTravelTime“. Funkcija je integrirana u Excel upotrebom vanjskog VBA programskog koda. U funkciju se unose dvije odabrane ćelije koje sadrže adrese i gradove dviju promatranih lokacija. Unošenjem lokacija u funkciju stvara se zahtjev prema serveru Google Mapa, koji na temelju zahtjeva vraća informaciju o vremenskoj udaljenosti. Ruta za koju se prikazuje vrijednost vremenske udaljenosti je najkraća ruta između dvije odabrane lokacije. Vrijednost udaljenosti osim o samim karakteristikama rute može ovisiti i o prometnim zagušenjima. VBA kod osim vremenske udaljenosti omogućuje i prikaz prostorne udaljenosti između dvaju odabranih lokacija. Pri predaji zahtjeva serveru ograničen je ukupan broj zahtjeva u sekundi, te on maksimalno može iznositi 10.

5. Izrada matematičkih modela alokacije i rutiranja dostavnih vozila

Glavni cilj koji je potrebno ostvariti upotrebom matematičkog modela je izvršiti sve procese dostava i preuzimanja robe, uz upotrebu najmanjeg mogućeg broja vozila, po što optimalnijim rutama. Broj procesa dostave i preuzimanja robe utječe na ukupno vrijeme, te je potrebno obratiti pozornost na vremenske rokove pošto svaki proces HPekspresa ima svoj zadani vremenski rok za izvršavanje. Ograničenja u modelu biti će:

- Vremenski rokovi
- Kapaciteti vozila
- Broj dostupnih vozila

Vremenski rokovi u svojojvrijednosti variraju ovisno o obliku usluge, kao što je i definirano u poglavlju *3.1. Karakteristike dostavnih usluga*. Za operativne procese pošiljaka koristiti će se srednje dostavno vozilo, iz razloga što tvrtka ne vodi uvid u volumen pošiljaka, već koristi stvarnu masu kao mjerilo popunjenosti vozila. Prosječna masa pošiljke u promatranom danu je *2,67 Kg,* dok je ukupna prosječna masa prevezenih paketa po jednom vozilu *97 Kg*.[19] Volumetrička masa zbog karakteristika paketa u žurnoj dostavi u većini slučajeva ima veću vrijednost od stvarne mase, te se upotrebom srednjeg dostavnog vozila osigurava dovoljan volumen tovarnog prostora.

Izradom i rješavanjem modela matematičkog modela omogućiti će se direktna usporedba rješenja donesenih od strane dispečera i rješenja dobivenih primjenom rješavanja matematičkog modela. Pošto je sustav alociranja vozila kompleksan koristiti će se dva zasebna, ali i međusobno povezana matematička modela. Ti modeli su:

1. Model za optimiranje alokacije vozila
2. Model za rutiranja vozila

Modelom za alokaciju vozila određuju se korisnici koje obilazi pojedino vozilo u skladu s vremenskim rokovima za sve korisnike i ograničenjem nosivosti dostavnih vozila, tako da se svi korisnici posluže, a da broj alociranih dostavnih vozila bude minimalan . Rute nastale dodjeljivanjem korisnika vozilu optimizirati će se modelom rutiranja vozila kako bi se postiglo što manje ukupno vrijeme trajanja procesa u skladu sa ograničenjima.

[19] Izvor: Tvrtka HPekspres

5.1. Opis problema

Dobiveni podaci od tvrtke Hpekspres za procese dostave i preuzimanja pošiljaka dani su u tabličnom obliku za program Microsoft Excel, kako je i prikazano u Tablici 3. Problem se sastoji od 2658 dostavnih procesa smještenih u 39 rajona u razdoblju jednog radnog dana. Tablica je sastavljena od podataka proizvedenih u programu 3P_sustav, te sadrži sve relevantne podatke koje operateri HPekspresa koriste pri izradi dostavnih knjiga. Ti podaci su:

- Broj naloga (jedinstveni identifikator svakog procesa dostave)
- Tip paketa (vrsta usluge sa pripadajućim rokom za dostavu)
- Mjesto
- Adresa (korisnika ili poštanskog ureda)
- Uručenje na adresi korisnika ili u poštanskom uredu
- Masa pošiljke (izražena u gramima)
- Paleta (vrijednost False ako se ne koristi i vrijednost True ako se koristi)
- Rajon

Tablica 3. Prikaz operativnih procesa dostave pošiljaka

4446441	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	BOKOVIĆVA ULICA 14	AD	170	FALSE	E10000M1
4440401	HPE D+1 do 10h	10000 Zagreb	BOKOVIĆVA ULICA 5	AD	4600	FALSE	E10000M1
4450179	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	BRANIMIROVA 19	AD	400	FALSE	E10000M1
4446458	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	BUANOVA 8	AD	801	FALSE	E10000M1
4446484	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	DERENČINOVA 18	AD	10	FALSE	E10000M1
4446481	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	DRAŠKOVIĆEVA 11	AD	10	FALSE	E10000M1
4446464	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	DRAŠKOVIĆVA 11/1	AD	1440	FALSE	E10000M1
4446464	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	DRAŠKOVIĆVA 11/1	AD	580	FALSE	E10000M1
4446449	HPE PU do 10h	10000 Zagreb	DRAŠKOVIĆVA 11/1	AD	780	FALSE	E10000M1
4446414	HPE D+1 do 15h	10000 Zagreb	DRAŠKOVIĆVA 16	AD	1000	FALSE	E10000M1

5.2. Izrada matematičkog modela za optimiranje alokacije vozila u transportnoj mreži HPekspresa

Modelom alokacije vozila određuje se koje korisnike obilazi pojedino dostavno vozilo i minimizira ukupno potreban broj dostavnih vozila u skladu s vremenskim rokovima za sve korisnike i ograničenjem nosivosti dostavnih vozila. Model se bazira na izvršavanju radnji dostava i preuzimanja pošiljaka od korisnika usluga ekspresne usluge, koji su notirani kao K_i , i = 1, ..., n, gdje je *n* ukupan broj korisnika. Raspored obilaska korisnika određen je njihovom važnošću, gdje stalni partneri imaju prioritet, te vremenskim rokovima. Distribucija pošiljaka vrši se iz jednog distribucijskog centra koji ima oznaku čvora 0, te se koristi jedna vrsta dostavnog vozila (srednje dostavno vozilo). Broj vozila je ograničen, te se vozila notiraju kao V_k, k = 1,..., m gdje je m ukupan broj vozila. Potrebno je izvršiti određene procese u zadanim vremenskim rokovima koji su notirani kao T_i, i = 1,…, n pridruženi svakom korisniku K_i. Svakom paru lokacija korisnika (i, j) dodijeljeno je vrijeme putovanja t_{ij}. Kapacitet vozila notiran je kao q koji je isti za svako vozilo V_k. Vrijeme potrebno da se izvrši proces ispunjavanja dokumentacije pri procesima dostave ili preuzimanja pošiljaka označen je *s*, te se kao konstantna vrijednost pridodaje vremenu ukupnom vremenu putovanja od lokacije *i* prema lokaciji *j*. Model ne dozvoljava razdvajanje jedne pošiljke u više manjih pošiljaka, kao što je to i u praksi. Izrađena je sljedeća formulacija modela:

Funkcija cilja – minimiziranje broja alociranih vozila

$$\min F = \sum_{k=1}^{m} y_k \tag{1.1}$$

$$y_k = 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \geq 1 \quad \forall \quad k = 1, \dots, m \tag{1.2}$$

$$y_k = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} x_{ik} = 0 \quad \forall \quad k = 1, \dots, m \tag{1.3}$$

Ograničenja

$$T_{i+1} \geq T_i \qquad \forall \quad i = 1, \dots, n \tag{1.4}$$

$$T_i \geq b_{ik} + s \; \forall \; i = 1, \dots, n \quad \forall \quad i = 1, \dots . n; \quad k = 1, \dots . . m \tag{1.5}$$

$$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 \quad \forall \quad i = 1, \ldots . n; \quad k = 1, \ldots . . m \tag{1.6}$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall \quad i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \quad k = 1, \ldots . . m \tag{1.7}$$

$$m_{i-1,k} + x_{ik}(P_i - R_i) \leq q \ \forall \ i = 1, \ldots, n \ ; \ k = 1, \ldots, m \tag{1.8}$$

$$m_{0k} = \sum_{i=1}^{n} x_{ik} R_i \ \forall \ k = 1, \ldots, m \tag{1.9}$$

$$\sum_{k}^{m} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} x_{ik} \ (t_{ik} + s \ ) \leq D \ \forall \ i = 0, \ldots . n; \ j = 0, \ldots n \ k = 1, \ldots . . m \tag{1.10}$$

Korištene su sljedeće notacije:

- b_{ik} = vrijeme u kojem počinje posluživanje korisnika i od strane vozila k, i = 1,...n k = 1,...m
- R_i = masa pošiljke za dostavu korisniku na lokaciji *i*
- P_i = masa pošiljke za preuzimanje od korisnika na lokaciji *i*
- t_{ij} = vremenska udaljenost od korisnika na lokaciji *i* do korisnika na lokaciji *j*
- q = kapacitet vozila *k*
- T_i = vremenski rok za izvršenje usluge korisniku na lokaciji *i*
- y_k = varijabla odlučivanja: ukoliko je vozilo alocirano varijabla poprima vrijednost 1, ukoliko nije poprima vrijednost 0
- D = radno vrijeme dostavljača
- X_{ik} = binarna varijabla, poprima vrijednost 1 ako je korisnik dodijeljen vozilu k, odnosno vrijednost 0 ako korisnik *i* nije dodijeljen vozilu *k*
- Y_k = birana varijabla : ukoliko je vozilo *k* alocirano (dodijeljen je barem jedan korisnik
- K_i = varijabla poprima vrijednost 1, u suprotnom poprima vrijednost 0
- m_i = ukupna masa pošiljaka u vozilu *k* nakon posluživanja korisnika na lokaciji *i*

Funkcijom cilja (1.1) nastoji se minimizirati ukupno potreban broj vozila za izvršenje svih procesa dostave i preuzimanja pošiljaka. Izrazima (1.2) i (1.3) uvjetuje se vrijednost varijable odlučivanja y_k. Ukoliko je vozilu *k* dodijeljen barem jedan korisnik varijabla poprima vrijednost 1, ukoliko vozilu *k* nije dodijeljen niti jedan korisnik varijabla poprima vrijednost 0.

Izrazom (1.4) izvršava se segmentacija rute po vremenskim rokovima, tj. korisnici se obilaze po vremenskom redoslijedu pridruženih rokova $T_{i.}$ Izrazom (1.5) definirano je da vrijeme početka posluživanja korisnika uvećano za trajanje posluživanja mora biti manje ili jednako vremenskom roku pridruženom dotičnom korisniku. Izrazom (1.6) definira se da će svaki korisnik biti opslužen samo jednom. Izraz (1.7) osigurava da je varijabla odlučivanja x_{ij} binarna. Izrazom (1.8) definira se da ukupna masa pošiljaka koje se nalazi u vozilu *k* nakon opsluživanja korisnika *i* ne smije prijeći kapacitet dostavnog vozila *q*. Izrazom (1.9) izračunava se ukupna masa pošiljaka za dostavu ukrcanih u distribucijski centar. Izrazom (1.10) ograničava se ukupno vrijeme trajanja procesa svakog upotrjebljenog dostavnog vozila na maksimalnu vrijednost *D*, koja je notirana kao radno vrijeme dostavljača.

5.3. Optimiranje alokacije vozila primjenom programskog alata na matematičkom modelu

Osnovni parametri modela definirani su u prethodnom poglavlju 5.3.Izrada matematičkog modela za optimiranje alokacije vozila u transportnoj mreži HPekspresa.

5.3.1. Ulazni podaci

Ulazni podaci za provjeru rada modela su stvarni podaci dani od tvrtke HPekspres. Ti parametri su:

- Identifikator
- Naziv
- Adresa
- Vremenski rok
- Vrijeme trajanja usluge
- Masa pošiljaka za dostavu na lokaciji *i*
- Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji *i*

	Lokacija I	Naziv	Adresa		Vremensk	Vrijeme uslu	Masa poš	Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji i
2	0	Distributi	Branimirc	Zagreb				
3	1	Korisnik 1	ilica 42	Zagreb	08:00	0:05	50	0
4	2	Korisnik 2	Avenija D	Zagreb	08:00	0:05	2	10
5	3	Korisnik 3	Avenija D	Zagreb	08:00	0:05	3	10
6	4	Korisnik 4	Remetinec	Zagreb	08:00	0:05	0	20
7	5	Korisnik 5	Jadranska	Zagreb	10:00	0:05	0	10
8	6	Korisnik 6	Vukelicev	Zagreb	10:00	0:05	10	0
9	7	Korisnik 7	Ulica grad	Zagreb	10:00	0:05	3	0
10	8	Korisnik 8	Ulica grad	Zagreb	10:00	0:05	5	4
11	9	Korisnik 9	Karlovack	Zagreb	10:00	0:05	0	20
12	10	Korisnik 1	Vatikansk	Zagreb	10:00	0:05	2	2
13	11	Korisnik 1	Ulica savi	Zagreb	10:00	0:05	10	0
14	12	Korisnik 1	Radnicka	Zagreb	10:00	0:05	10	0
15	13	Korisnik 1	Krapinska	Zagreb	12:00	0:05	10	30
16	14	Korisnik 1	Nova cest	Zagreb	12:00	0:05	50	0
17	15	Korisnik 1	Horvacan	Zagreb	12:00	0:05	30	0
18	16	Korisnik 1	Prisavlje	Zagreb	12:00	0:05	50	20
19	17	Korisnik 1	Selska ces	Zagreb	12:00	0:05	0	10
20	18	Korisnik 1	Trnjanska	Zagreb	12:00	0:05	2	4
21	19	Korisnik 2	Avenija ve	Zagreb	12:00	0:05	5	0
22	20	Korisnik 2	Jadranska	Zagreb	12:00	0:05	400	300
23							642	440

Slika 14. Prikaz ulaznih podataka

5.3.2. Princip funkcioniranja modela

Iz ulaznih podataka o adresama svih lokacija izrađene su dvije matrice udaljenosti, udaljenosti od distribucijskog centra prema korisnicima i udaljenosti između korisnika, koje su prikazane na Slici 15.

Udaljenosti od DC prema korisnicima

0
00:08
00:09
00:12
00:14
00:16
00:07
00:08
00:05
00:27
00:12
00:15
00:05
00:29
00:08
00:13
00:11
00:11
00:07
00:13
00:10

Udaljenosti između lokacija korisnika

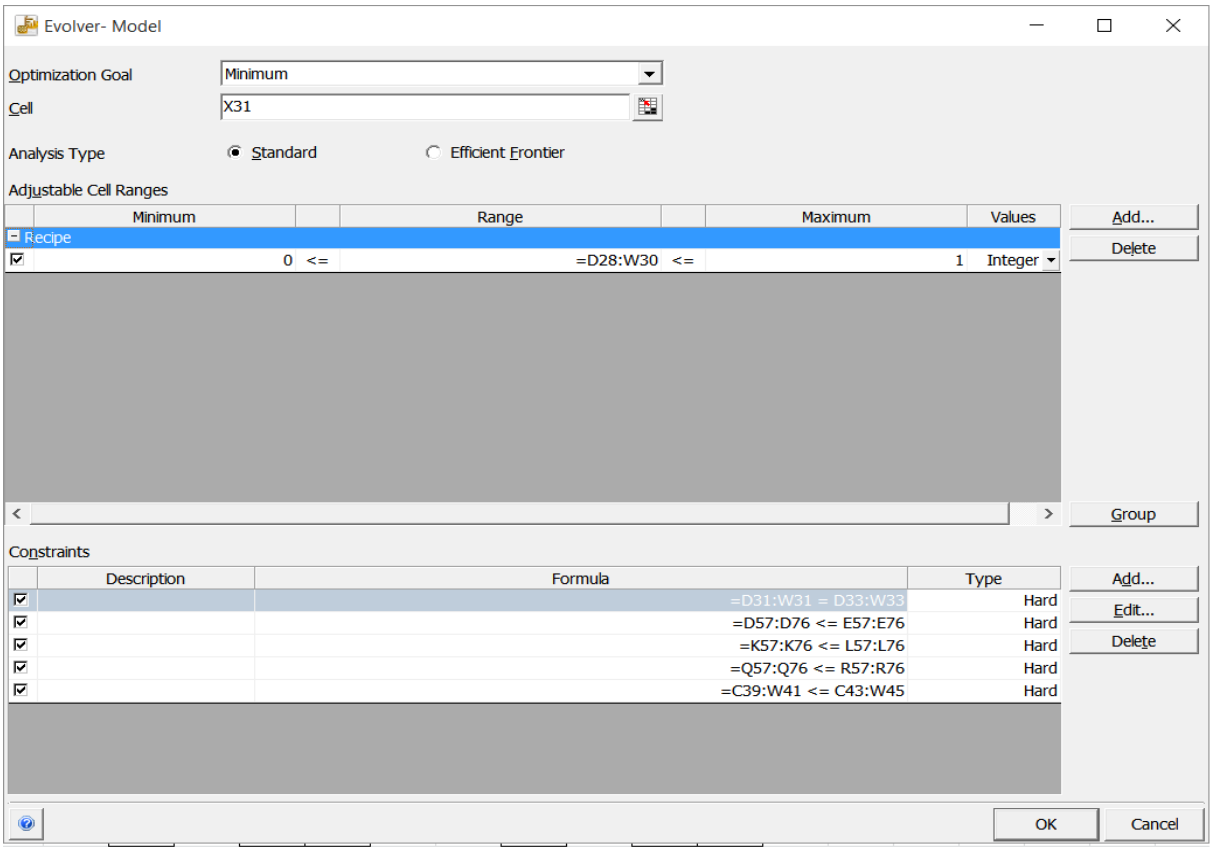
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	00:00	00:15	00:15	00:13	00:15	00:12	00:08	00:11	00:27	00:17	00:17	00:13	00:23	00:05	00:13	00:10	00:06	00:09	00:15	00:04
2	00:15	00:00	00:05	00:08	00:09	00:10	00:11	00:06	00:23	00:05	00:09	00:06	00:24	00:13	00:11	00:09	00:13	00:09	00:06	00:17
3	00:12	00:03	00:00	00:06	00:07	00:14	00:09	00:07	00:22	00:05	00:05	00:09	00:22	00:12	00:09	00:08	00:12	00:07	00:03	00:15
4	00:13	00:08	00:04	00:00	00:04	00:16	00:07	00:10	00:18	00:10	00:10	00:12	00:19	00:09	00:04	00:03	00:08	00:10	00:07	00:13
5	00:20	00:13	00:09	00:08	00:00	00:23	00:14	00:17	00:14	00:11	00:09	00:19	00:14	00:16	00:11	00:11	00:15	00:16	00:12	00:21
6	00:11	00:12	00:14	00:17	00:19	00:00	00:13	00:08	00:30	00:15	00:18	00:06	00:31	00:12	00:16	00:14	00:14	00:11	00:15	00:14
7	00:08	00:10	00:09	00:07	00:08	00:11	00:00	00:06	00:21	00:12	00:13	00:09	00:22	00:03	00:06	00:04	00:04	00:06	00:10	00:09
8	00:08	00:07	00:06	00:08	00:10	00:11	00:05	00:00	00:23	00:09	00:10	00:06	00:24	00:08	00:10	00:07	00:09	00:02	00:07	00:11
9	00:28	00:22	00:18	00:17	00:15	00:30	00:22	00:24	00:00	00:20	00:18	00:26	00:17	00:23	00:20	00:20	00:21	00:24	00:21	00:26
10	00:17	00:04	00:06	00:09	00:10	00:12	00:13	00:08	00:25	00:00	00:07	00:08	00:23	00:15	00:12	00:12	00:15	00:11	00:05	00:19
11	00:16	00:04	00:06	00:09	00:10	00:14	00:12	00:10	00:23	00:02	00:00	00:10	00:21	00:15	00:12	00:11	00:16	00:10	00:05	00:19
12	00:09	00:08	00:11	00:13	00:15	00:05	00:10	00:04	00:26	00:11	00:15	00:00	00:28	00:10	00:12	00:10	00:13	00:07	00:12	00:12
13	00:25	00:25	00:21	00:20	00:18	00:30	00:22	00:28	00:18	00:23	00:21	00:29	00:00	00:20	00:23	00:23	00:18	00:27	00:24	00:22
14	00:08	00:14	00:12	00:10	00:12	00:11	00:03	00:10	00:22	00:16	00:16	00:12	00:22	00:00	00:09	00:07	00:03	00:09	00:14	00:06
15	00:13	00:10	00:07	00:05	00:06	00:15	00:07	00:09	00:21	00:12	00:12	00:11	00:21	00:08	00:00	00:05	00:07	00:09	00:09	00:13
16	00:12	00:08	00:07	00:07	00:09	00:13	00:06	00:07	00:22	00:10	00:11	00:09	00:24	00:09	00:07	00:00	00:09	00:07	00:08	00:14
17	00:09	00:12	00:10	00:08	00:10	00:13	00:04	00:11	00:20	00:14	00:15	00:12	00:20	00:02	00:07	00:07	00:00	00:10	00:12	00:05
18	00:09	00:08	00:07	00:09	00:11	00:11	00:05	00:04	00:23	00:10	00:10	00:07	00:25	00:08	00:10	00:08	00:10	00:00	00:08	00:12
19	00:14	00:04	00:04	00:06	00:08	00:15	00:11	00:09	00:22	00:05	00:05	00:10	00:23	00:14	00:10	00:09	00:13	00:08	00:00	00:17
20	00:11	00:18	00:16	00:14	00:16	00:15	00:09	00:14	00:26	00:20	00:20	00:17	00:23	00:06	00:13	00:12	00:05	00:12	00:18	00:00

Slika 15. Prikaz matrica udaljenosti

U programskom alatu za rješavanje složenih matematičkih problema Evolver definirane su sljedeće vrijednosti:

- Funkcija cilja
- Varijable odlučivanja
- Raspon vrijednosti varijabli odlučivanja
- Ograničenja
- Metoda rješavanja

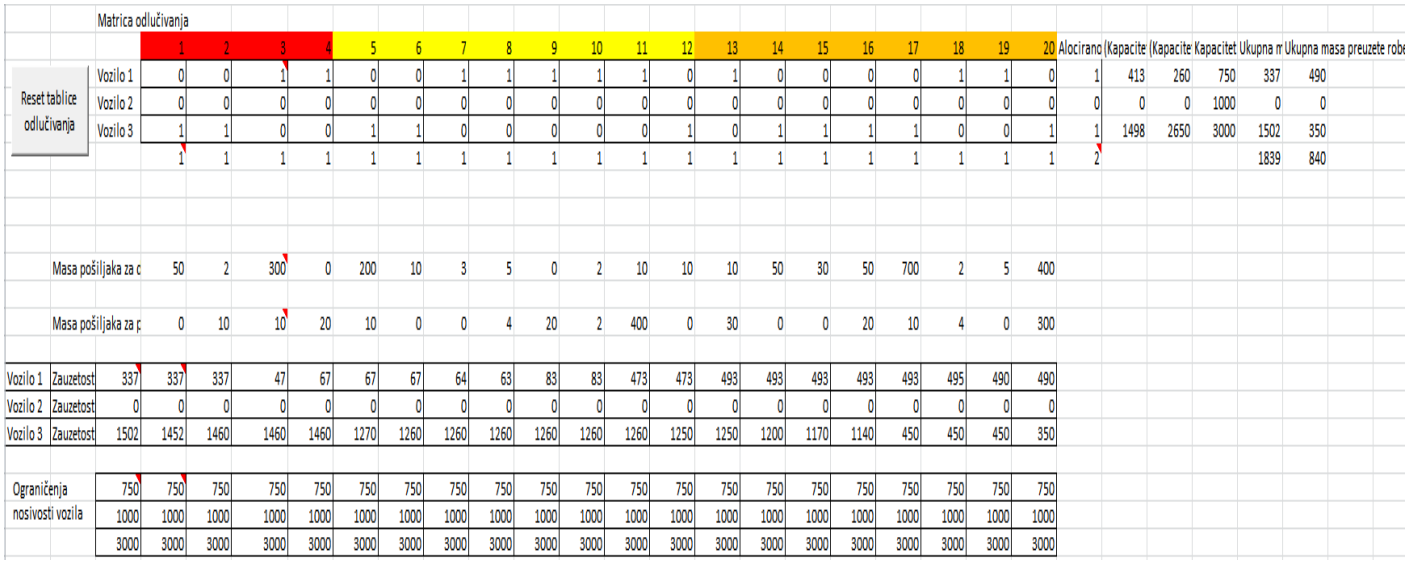
Funkcija cilja je prema matematičkom modelu izražena kao ukupan broj alociranih vozila, koji se upotrebom Evolver-a nastoji svesti na što manju vrijednost. Varijable odlučivanja su binarnoga tipa, te se njima odlučuje kojem vozilu se korisnik dodjeljuje. Dodjeljivanjem korisnika vozilu nastaju rute. Ograničenjem na varijablama odlučivanja regulira se dodjeljivanje svakog pojedinog korisnika samo jednom vozilu. Ograničenja na ostalim varijablama su u ovisnosti o vremenskim rokovima prema svakom korisniku i zadovoljenje ograničenja o ukupnoj masi u vozilu. Ukupna masa dostavljenih pošiljaka svih vozila mora biti jednaka ukupnoj masi robe za dostavu iz tablice ulaznih podataka. Ukupna masa preuzetih pošiljaka svih vozila za preuzimanje mora biti jednaka ukupnoj masi pošiljaka za dostavu iz tablice ulaznih podataka. Evolver pri rješavanju koristi heuristički genetski algoritam.



Slika 16. Prikaz parametara u matematičkom alatu Evolver

5.3.3 Optimalno rješenje problema alociranja vozila

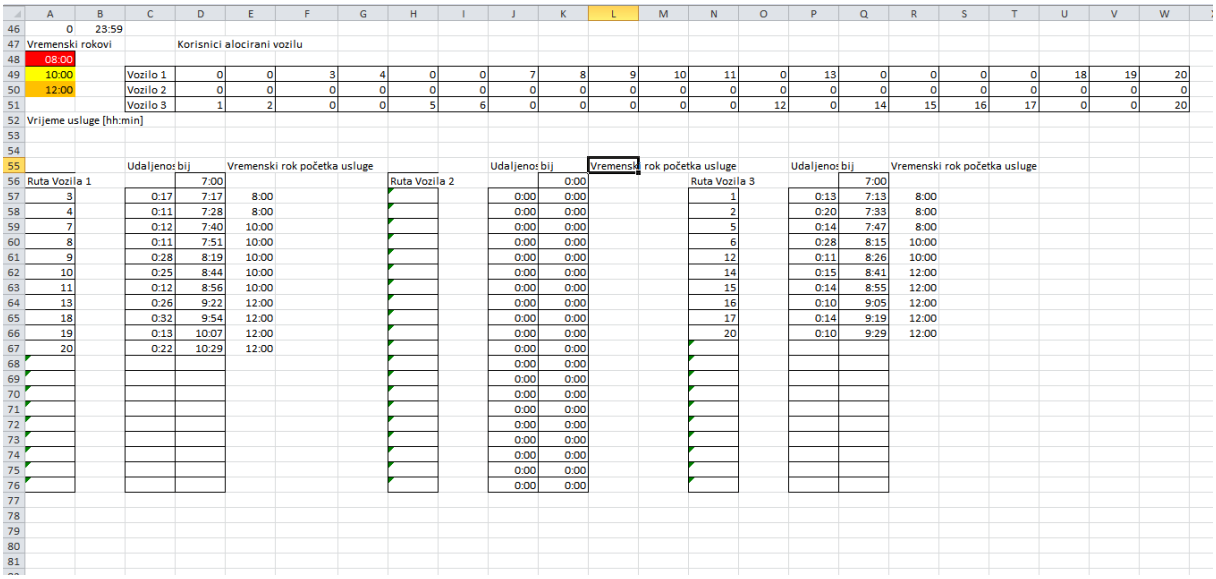
Optimalno rješenje dano je u Excel tablici koja zbog preglednosti prikazana u dva dijela, na Slici 17. i na Slici 18. Svaki korisnik prikazan je identifikatorom i predstavlja stupac u matrici odlučivanja (Slika 17). Vozila za alociranje predstavljaju retke. Suma vrijednosti svakog stupca ograničenjem je definirana na vrijednost 1. Time se osigurava obilazak samo jednog vozila jednom korisniku. Vrijednosti u matrici su binarnog tipa. U stupcu pored tablice naziva Alocirano postavljen je logički upit upotrebom naredbe IF. Ukoliko je najmanje jedan korisnik alociran jednom vozilo logički upit kao rezultat daje vrijednost 1, te ukoliko niti jedan korisnik nije alociran vozilu kao rezultat daje vrijednost 0. Suma stupca alocirano predstavlja funkciju cilja. Sljedeći stupci prikazuju nosivost vozila i vrijednosti mase dostavljenih i preuzetih pošiljaka po vozilu.



Matrica odlučivanja		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Alocirano	(Kapacite	(Kapacite	Kapacitet	Ukupna m	Ukupna masa preuzete robe
Reset tablice odlučivanja	Vozilo 1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	413	260	750	337	490
	Vozilo 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0
	Vozilo 3	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1498	2650	3000	1502	350
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2				1839	840
	Masa pošiljaka za c	50	2	300	0	200	10	3	5	0	2	10	10	10	50	30	50	700	2	5	400						
	Masa pošiljaka za p	0	10	10	20	10	0	0	4	20	2	400	0	30	0	0	20	10	4	0	300						
Vozilo 1	Zauzetost	337	337	337	47	67	67	67	64	63	83	83	473	473	493	493	493	493	493	495	490	490					
Vozilo 2	Zauzetost	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
Vozilo 3	Zauzetost	1502	1452	1460	1460	1460	1270	1260	1260	1260	1260	1260	1260	1250	1250	1200	1170	1140	450	450	450	350					
Ograničenja nosivosti vozila		750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750					
		1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000					
		3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000					

Slika 17. **Prvi dio Excel tablice**

U retku ukupna masa navedena je ukupna suma mase pošiljaka za dostavu i preuzimanje u dostavnom vozilu na lokaciji *i.* U matrici zauzetosti vozila prikazane su vrijednosti sume pošiljaka za dostavu i preuzimanje po vozilu. Vozila kreću iz distribucijskog centra sa ukupnom masom za dostavu, te se dolaskom na lokaciju korisnika, dodijeljenog matricom odlučivanja, vrijednost ukupne mase u vozilu mijenja. U kontekstu primjera prikazanog na Slici 17. vrijednost *ukupne mase pošiljaka u vozilu 1* prije dolaska na lokaciju "3" iznosi 337 kg, te nakon izvršavanja procesa dostave suma mase pošiljaka u vozilu 1 iznosi 47 kg. Vrijednost ukupne mase na svakoj lokaciji mora biti manja od ukupne nosivosti vozila, što je navedeno kao ograničenje u alatu za rješavanje Evolver.



46	0	23:59																									
47	Vremenski rokovi			Korisnici alocirani vozilu																							
48	08:00																										
49	10:00		Vozilo 1	0	0	3	4	0	0	7	8	9	10	11	0	13	0	0	0	0	18	19	20				
50	12:00		Vozilo 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
51			Vozilo 3	1	2	0	0	5	6	0	0	0	0	0	12	0	14	15	16	17	0	0	20				
52	Vrijeme usluge [hh:min]																										
53																											
54																											
55			Udaljenost	bij	Vremenski rok početka usluge			Udaljenost	bij	Vremenski rok početka usluge			Udaljenost	bij	Vremenski rok početka usluge												
56	Ruta Vozila 1			7:00			Ruta Vozila 2		0:00			Ruta Vozila 3		7:00													
57	3		0:17	7:17	8:00			0:00	0:00			1	0:13	7:13	8:00												
58	4		0:11	7:28	8:00			0:00	0:00			2	0:20	7:33	8:00												
59	7		0:12	7:40	10:00			0:00	0:00			5	0:14	7:47	8:00												
60	8		0:11	7:51	10:00			0:00	0:00			6	0:28	8:15	10:00												
61	9		0:28	8:19	10:00			0:00	0:00			12	0:11	8:26	10:00												
62	10		0:25	8:44	10:00			0:00	0:00			14	0:15	8:41	12:00												
63	11		0:12	8:56	10:00			0:00	0:00			15	0:14	8:55	12:00												
64	13		0:26	9:22	12:00			0:00	0:00			16	0:10	9:05	12:00												
65	18		0:32	9:54	12:00			0:00	0:00			17	0:14	9:19	12:00												
66	19		0:13	10:07	12:00			0:00	0:00			20	0:10	9:29	12:00												
67	20		0:22	10:29	12:00			0:00	0:00																		
68								0:00	0:00																		
69								0:00	0:00																		
70								0:00	0:00																		
71								0:00	0:00																		
72								0:00	0:00																		
73								0:00	0:00																		
74								0:00	0:00																		
75								0:00	0:00																		
76								0:00	0:00																		
77																											
78																											
79																											
80																											
81																											

Slika 18. Drugi dio Excel tablice: Optimalno rješenje problema dobiveno na modelu

Optimalno rješenje problema, tj. korisnici dodijeljeni vozilu prikazani su svojim identifikatorima u istoimenoj tablici na Slici 18 korištenjem funkcije INDEX. Iz vrijednosti tablice popunjavaju se vrijednosti u tablicama ruta vozila. Svako vozilo koristi svoju zasebnu tablicu. Redoslijed prikazanih korisnika u rutama definiran je funkcijama SMALL i COUNTIF, iz razloga što korisnici poredani po vremenskim rokovima. U stupcu udaljenosti prikazane su vremenske udaljenosti između dvije lokacije. Vrijednosti udaljenosti pozivaju se funkcijom INDEX iz matrice udaljenosti. Vrijeme dolaska na lokaciju prikazano je u stupcu *bij.* Vrijeme trajanja procesa usluge na lokaciji je konstantno, te iznosi 00:05. Dolaskom na svaku lokaciju pridodaje se vrijeme usluge. Vrijeme početka rada vozila je 07:00. Vrijednosti vremenskih rokova također se pozivaju funkcijom INDEX iz tablice sa ulaznim podacima.

U kontekstu primjera prikazanog na slici 18. vozilu 3 dodijeljeni korisnici tvore sljedeći rutu: 0 – 1 – 2 – 5 – 6 – 12 – 14 – 15 – 16 – 17 – 20 – 0. Vrijednost b_5 iznosi 7:47 i vremenski rok za lokaciju 5 iznosi 08:00. Vozilu 1 odijeljeni korisnici tvore sljedeći rutu: 0 – 3 – 4 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 13 – 18 – 19 – 0. Vozilo 2 nema dodijeljenog korisnika, te se stoga ne koristi (njegova ruta je prazna). Dakle, problem je riješen alokacijom dva vozila.

5.4. Opći model rutiranja vozila

Model se bazira na općem modelu VRPDP *(eng. „Vehicle Routing Problem with Deliveries and Pickups").*[20] Kapacitet vozila izražen je oznakom C. Masa pošiljaka robe za proces dostave na lokaciji *i* označena je sa R_i, dok je masa pošiljaka za proces preuzimanja na lokaciji *i* označena sa P_i. Opći model formuliran je kako slijedi:

Model VRPDP formuliran je kako slijedi: [21]

Funkcija cilja

$$\min F = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} d_{ij}\, x_{ij} \qquad (2.1)$$

[20] Niaz, Gabor,A.: *Vehicle Routing Problem with Deliveries and Pickups: Modelling Issues and Meta-heuristics Solution Approaches*, University of Kent, Canterbury, 2010.

[21] Ibidem

Ograničenja

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ji} = 1 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.3)$$

$$\sum_{i=0}^{n} R_{ij} - q_j = \sum_{i=0}^{n} R_{ji} \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.4)$$

$$\sum_{i=0}^{n} P_{ij} - p_j = \sum_{i=0}^{n} P_{ji} \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{0i} = 0 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \qquad (2.6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} R_{i0} = 0 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \qquad (2.7)$$

$$R_{ij} + P_{ij} \leq C x_{ij} \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.9)$$

$$R_{ij} \geq 0 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.10)$$

$$P_{ij} \geq 0 \qquad \forall \; i = 0, \ldots . n; \quad j = 0, \ldots n; \qquad (2.11)$$

Korištene su sljedeće notacije:

- d_{ij}= udaljenost između lokacije *i* i lokacije *j*
- q_i = potražnja dostave korisnika *i*
- p_i = potražnja preuzimanja korisnika *i*
- C = kapacitet dostavnog vozila
- R_{ij} = količina tereta za dostavu u vozilu na luku *ij*
- P_{ij} = količina tereta za preuzimanje u vozilu na luku ij
- x_{ij} = binarna varijabla koja poprima vrijednost 1 ukoliko vozilo putuje iz lokacije *i* prema lokaciji *j*; u suprotnom poprima vrijednost 0

Optimalno rješenje predstavlja najkraći ukupni put koji zadovoljava potrebe korisnika usluga dostave i preuzimanja robe. Funkcija cilja dana je jednadžbom (2.1), te se njome nastoji smanjiti ukupno prijeđeni put vozila. Ograničenja (2.2) i (2.3) definiraju da se svaki korisnik može poslužiti samo jednom. Ograničenja (2.4) i (2.5) služe očuvanju tokova i eliminiraju podture. Ograničenje (2.6) definira da vozilo kreće iz početnog čvora bez robe preuzete od korisnika. Ograničenje (2.7) definira da vozilo završava bez robe za dostavu. Ograničenje (2.8) definira maksimalni prijevozni kapacitet. Ograničenja (2.10) i (2.11) definiraju x_{ij} i $R_{ij}P_{ij}$ kao ne-negativne varijable.

5.5. Izrada modela za rutiranje vozila u transportnoj mreži HPekspresa

Model rutiranja vozila u transportnoj mreži HPekspresa zasniva se na općem modelu rutiranja vozila prikazanom u prethodnoj točki, a primjenjuje se na svaku rutu odnosno vozilo zasebno(svaka ruta se zasebno optimira) Pošto HPekspres vrši žurnu dostavu, potrebno je dodati komponente modela bazirane na vremenskim vrijednostima. Prostorna udaljenost u funkcija cilja općeg modela d_{ij}, zamijenjena je vremenskom udaljenošću t_{ij}. Uvedeni su vremenski rokovi svakog korisnika za početak usluge, te je dodano i vrijeme trajanja procesa usluge na lokaciji korisnika. Upotrebom takvih vrijednosti realnije se prikazuje problem žurne dostave.

Izrađene rute u modelu alokacije vozila potrebno je dodatno optimizirati. Modelom se nastoji izvršiti radnja dostave i preuzimanja pošiljaka korisnicima usluga ekspresne usluge u što kraćem vremenu trajanja procesa, poštujući određena ograničenja. Korisnici su notirani kao K_i , i = 1, ..., n, gdje je *n* ukupan broj korisnika. Distribucija pošiljaka vrši se iz jednog distribucijskog centra koji ima oznaku čvora 0. Potrebno je izvršiti određene procese u zadanim vremenskim rokovima koji su notirani kao T_i, i = 1,…, n pridruženi svakom korisniku K_i. Između svih parova lokacija (i, j) dodijeljeno je vrijeme putovanja t_{ij}. Formulacije vezane uz masu pošiljaka i kapacitet vozila, jednake su općem modelu za rutiranje vozila definiranom u prethodnoj točki. Trenutak pri kojem počinje proces kod korisnika *i* označen je sa b_i. Vrijeme potrebno da se izvrši proces ispunjavanja dokumentacije pri procesima

dostave ili preuzimanja pošiljke označen je s , te se kao konstantna vrijednost pridodaje vremenu ukupnom vremenu putovanja od lokacije *i* prema lokaciji *j*. Model ne dozvoljava razdvajanje jedne pošiljke u više manjih pošiljaka. Prethodno opisane dopune odnosno izmjene koje je potrebno napraviti na općem modelu rutiranja prikazanom u prethodnoj točki, formulirane su kako slijedi.

Funkcija cilja

$$\min F = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} x_{ij} \, (t_{ij} + s) \tag{3.1}$$

Ograničenja

$$T_j \geq T_i \qquad \forall \; j \geq i \tag{3.2}$$

$$T_i \geq b_i + s \qquad \forall \; i = 1, \dots n; \tag{3.3}$$

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} x_{ij} (t_{ij} + s) \leq D \qquad \forall \; i = 0, \dots . n; \quad j = 0, \dots n; \tag{3.4}$$

$$b_j = b_i + s + t_{ij} \quad \forall \; i = 1, \dots . n; \quad j = 1, \dots n; \tag{3.5}$$

Korištene su sljedeće notacije:

- x_{ij} = varijabla odlučivanja koja je binarna: poprima vrijednost 1 u slučaju da vozilo putuje od korisnika *i* prema korisniku *j*, u suprotnom slučaju varijabla poprima vrijednost 0
- b_i : trenutak pri kojem počinje proces na lokaciji korisnika *i*; *i = 1,...n*
- t_{ij} : vremenska udaljenost od lokacije *i* prema lokaciji *j*
- T_i : vremenski rok za izvršavanje usluge na lokaciji *i; i = 1,...n*
- s : vrijeme trajanja operativnih procesa na lokaciji
- D : radno vrijeme vozača

Funkcijom cilja (3.1) minimizira se ukupno vrijeme potrebno da se posjete sve lokacije. Vremenskoj udaljenosti između lokacija t_{ij} pridodaje se vrijeme trajanja usluge *s.* Izrazom (3.2) izvršava se segmentacija rute po vremenskim prioritetima, gdje se korisnici s većim prioritetom vremenskog ograničenja (*npr. 10:00*) obilaze prije korisnika koji imaju veće vrijeme ograničenja (*npr. 12:00*). Ograničenjem (3.3) definira se da će svi korisnici biti opsluženi u zadanom vremenskom roku. Izrazom (3.4) ograničava se ukupno vrijeme trajanja procesa na maksimalnu vrijednost *D*, koja je notirana kao radno vrijeme dostavljača. Izrazom (3.5) definira vrijeme početka usluge na lokaciji *j*, te ono sadrži vrijeme početka usluge na prethodnoj lokaciji *i*, vrijeme trajanja procesa na lokaciji i vrijednost vremenske udaljenosti t_{ij}.

5.6. Unos modela za rutiranje dostavnog vozila u programski alat

Osnovni parametri modela definirani su u poglavlju 5.5. Izrada modela za rutiranje vozila u transportnoj mreži HPekspresa.

5.6.1. Ulazni podaci

Ulazni podaci su jednaki modelu za alociranje jednog vozila, te sadrže sve bitne parametre za izvršavanje funkcija dostave i preuzimanja robe više vozila. Podaci sadrže sve bitne parametre za izvršavanje funkcija dostave i preuzimanja robe. Ti parametri su:

- Identifikator
- Naziv
- Adresa
- Vremenski rok
- Vrijeme trajanja usluge
- Masa pošiljaka za dostavu na lokaciji *i*
- Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji *i*

	Lokacija I	Naziv	Adresa		Vremensk	Vrijeme usl	Masa poš	Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji i
2	0	Distributi	Branimirc	Zagreb				
3	1	Korisnik 1	ilica 42	Zagreb	08:00	0:05	50	0
4	2	Korisnik 2	Avenija D	Zagreb	08:00	0:05	2	10
5	3	Korisnik 3	Avenija D	Zagreb	08:00	0:05	3	10
6	4	Korisnik 4	Remetinec	Zagreb	08:00	0:05	0	20
7	5	Korisnik 5	Jadranska	Zagreb	10:00	0:05	0	10
8	6	Korisnik 6	Vukelicev	Zagreb	10:00	0:05	10	0
9	7	Korisnik 7	Ulica grad	Zagreb	10:00	0:05	3	0
10	8	Korisnik 8	Ulica grad	Zagreb	10:00	0:05	5	4
11	9	Korisnik 9	Karlovack	Zagreb	10:00	0:05	0	20
12	10	Korisnik 1	Vatikansk	Zagreb	10:00	0:05	2	2
13	11	Korisnik 1	Ulica sav	Zagreb	10:00	0:05	10	0
14	12	Korisnik 1	Radnicka	Zagreb	10:00	0:05	10	0
15	13	Korisnik 1	Krapinska	Zagreb	12:00	0:05	10	30
16	14	Korisnik 1	Nova cest	Zagreb	12:00	0:05	50	0
17	15	Korisnik 1	Horvacan	Zagreb	12:00	0:05	30	0
18	16	Korisnik 1	Prisavlje	Zagreb	12:00	0:05	50	20
19	17	Korisnik 1	Selska ces	Zagreb	12:00	0:05	0	10
20	18	Korisnik 1	Trnjanska	Zagreb	12:00	0:05	2	4
21	19	Korisnik 2	Avenija ve	Zagreb	12:00	0:05	5	0
22	20	Korisnik 2	Jadranska	Zagreb	12:00	0:05	400	300
23							642	440

Slika 19. Prikaz ulaznih podataka

Identifikator je jedinstveni broj dodijeljen distribucijskom centru i svim korisnicima usluge. Njegova svrha je dodjeljivanje informacija o gore navedenim parametrima svakom korisniku na jedinstveni način. Distribucijskom centru pridružen je identifikator „0“, dok je korisnicima u rangu od 1 prema 20, ovisno o vremenskim rokovima tih korisnika. Radi izrade matrice udaljenosti potrebne su adrese svih lokacija. Vrijednosti matrice udaljenosti dobivene su funkcijom „GetGoogleTravelTime“. Vremenski rok varira od korisnika do korisnika te je predstavljen u zasebnom stupcu. Vrijednosti ćelija u stupcu vremenski rok predstavljaju najveću vrijednost vremena do početka usluge na određenoj lokaciji. Vrijeme usluge je prosječno vrijeme potrebno za izvršavanje usluge na lokaciji i, te ne utječe na početak usluge na trenutnoj lokaciji i, već na sljedećoj lokaciji j. Masa pošiljaka za dostavu i masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji i predstavljaju zasebne vrijednosti čija ukupna suma na određenoj ruti teoretski može prekoračiti kapacitet vozila. Vrijednosti u tim stupcima su izraženi u kilogramima i njihova vrijednost je povećana u odnosu na stvarne podatke.

5.6.2. Objašnjenje funkcioniranja modela

Iz ulaznih podataka o adresama svih lokacija izrađene su dvije matrice udaljenosti, udaljenosti od distribucijskog centra prema korisnicima i udaljenosti između korisnika.

Razlog potrebe za dvije matrice je primjeni Excelove funkcije INDEX koja vrijednosti iz matrica (red, stupac) ne pronalazi putem naziva, već putem rednog broja.

Udaljenosti od DC prema korisnicima

	0
1	00:08
2	00:09
3	00:12
4	00:14
5	00:16
6	00:07
7	00:08
8	00:05
9	00:27
10	00:12
11	00:15
12	00:05
13	00:29
14	00:08
15	00:13
16	00:11
17	00:11
18	00:07
19	00:13
20	00:10

Udaljenosti između lokacija

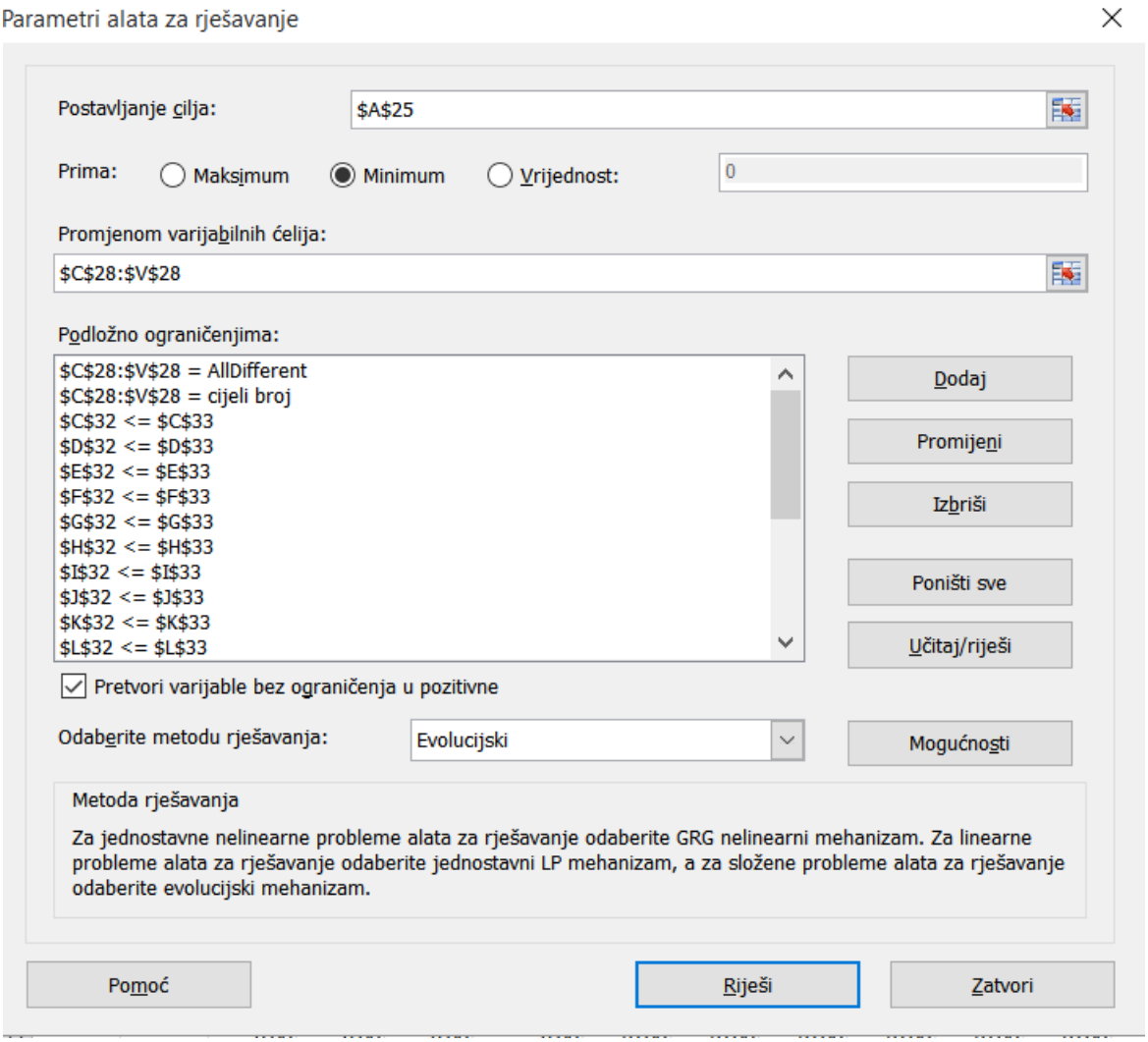
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	00:00	00:15	00:15	00:13	00:15	00:12	00:08	00:11	00:27	00:17	00:17	00:13	00:23	00:05	00:13	00:10	00:06	00:09	00:15	00:04
2	00:15	00:00	00:05	00:08	00:09	00:10	00:11	00:06	00:23	00:05	00:09	00:06	00:24	00:13	00:11	00:09	00:13	00:09	00:06	00:17
3	00:12	00:03	00:00	00:06	00:07	00:14	00:09	00:07	00:22	00:05	00:05	00:09	00:22	00:12	00:09	00:08	00:12	00:07	00:03	00:15
4	00:13	00:08	00:04	00:00	00:04	00:16	00:07	00:10	00:18	00:10	00:10	00:12	00:19	00:09	00:04	00:03	00:08	00:10	00:07	00:13
5	00:20	00:13	00:09	00:08	00:00	00:23	00:14	00:17	00:14	00:11	00:09	00:19	00:14	00:16	00:11	00:11	00:15	00:16	00:12	00:21
6	00:11	00:12	00:14	00:17	00:19	00:00	00:13	00:08	00:30	00:15	00:18	00:06	00:31	00:12	00:16	00:14	00:14	00:11	00:15	00:14
7	00:08	00:10	00:09	00:07	00:08	00:11	00:00	00:06	00:21	00:12	00:13	00:09	00:22	00:03	00:06	00:04	00:04	00:06	00:10	00:09
8	00:08	00:07	00:06	00:08	00:10	00:11	00:05	00:00	00:23	00:09	00:10	00:06	00:24	00:08	00:10	00:07	00:09	00:02	00:07	00:11
9	00:28	00:22	00:18	00:17	00:15	00:30	00:22	00:24	00:00	00:20	00:18	00:26	00:17	00:23	00:20	00:20	00:21	00:24	00:21	00:26
10	00:17	00:04	00:06	00:09	00:10	00:12	00:13	00:08	00:25	00:00	00:07	00:08	00:23	00:15	00:12	00:12	00:15	00:11	00:05	00:19
11	00:16	00:04	00:06	00:09	00:10	00:14	00:12	00:10	00:23	00:02	00:00	00:10	00:21	00:15	00:12	00:11	00:16	00:10	00:05	00:19
12	00:09	00:08	00:11	00:13	00:15	00:05	00:10	00:04	00:26	00:11	00:15	00:00	00:28	00:10	00:12	00:10	00:13	00:07	00:12	00:12
13	00:25	00:25	00:21	00:20	00:18	00:30	00:22	00:28	00:18	00:23	00:21	00:29	00:00	00:20	00:23	00:23	00:18	00:27	00:24	00:22
14	00:08	00:14	00:12	00:10	00:12	00:11	00:03	00:10	00:22	00:16	00:16	00:12	00:22	00:00	00:09	00:07	00:03	00:09	00:14	00:06
15	00:13	00:10	00:07	00:05	00:06	00:15	00:07	00:09	00:21	00:12	00:12	00:11	00:21	00:08	00:00	00:05	00:07	00:09	00:09	00:13
16	00:12	00:08	00:07	00:07	00:09	00:13	00:06	00:07	00:22	00:10	00:11	00:09	00:24	00:09	00:07	00:00	00:09	00:07	00:08	00:14
17	00:09	00:12	00:10	00:08	00:10	00:13	00:04	00:11	00:20	00:14	00:15	00:12	00:20	00:02	00:07	00:07	00:00	00:10	00:12	00:05
18	00:09	00:08	00:07	00:09	00:11	00:11	00:05	00:04	00:23	00:10	00:10	00:07	00:25	00:08	00:10	00:08	00:10	00:00	00:08	00:12
19	00:14	00:04	00:04	00:06	00:08	00:15	00:11	00:09	00:22	00:05	00:05	00:10	00:23	00:14	00:10	00:09	00:13	00:08	00:00	00:17
20	00:11	00:18	00:16	00:14	00:16	00:15	00:09	00:14	00:26	00:20	00:20	00:17	00:23	00:06	00:13	00:12	00:05	00:12	00:18	00:00

Slika 20. Prikaz matrica udaljenosti

U alatu za rješavanje Solver definirana su sljedeće vrijednosti:

- Funkcija cilja
- Varijable odlučivanja
- Ograničenja
- Metoda rješavanja

Funkcija cilja je prema matematičkom modelu izražena kao ukupno vrijeme trajanja procesa, koje upotrebom Solvera nastoji postići što manju vrijednost. Varijable odlučivanja su identifikatori svih korisnika. Ograničenja na varijablama odlučivanja su njihova jedinstvenost i njihova cjelobrojnost. Njihovom jedinstvenošću osigurava se obilazak svake lokacije *i* samo jednom. Ograničenja na ostalim varijablama su u ovisnosti o vremenskim rokovima prema svakom korisniku i zadovoljenje ograničenja o ukupnoj masi u vozilu. Ukupna masa dostavljenih pošiljaka svih vozila mora biti jednaka ukupnoj masi robe za dostavu iz tablice ulaznih podataka. Ukupna masa preuzetih pošiljaka svih vozila za preuzimanje mora biti jednaka ukupnoj masi pošiljaka za dostavu iz tablice ulaznih podataka. Evolucijska metoda koristi se iz razloga što Excelova funkcija Index nije „smooth“ funkcija, te time onemogućava upotrebu Simplex metode.



Slika 21. Prikaz parametra za rješavanje u programskom alatu Solveru

5.6.3. Optimalno rješenje problema rutiranja vozila

Funkcija cilja predstavljena je kao vrijednost ukupnog vremena trajanja procesa Varijable odlučivanja prikazane su u redu pod nazivom Ruta. Distribucijski centar pod oznakom „0“ predstavlja početnu i završnu točku rute, dok su identifikatori korisnika „1-20“ varijable odlučivanja. U retku vremenska udaljenost prikazano je vrijeme trajanja procesa vožnje od lokacije *i* prema lokaciji *j* iz matrice udaljenosti upotrebom funkcije Index. U kontekstu primjera prikazanog na Slici 22. vrijednost vremenske udaljenosti od lokacije „0“ prema lokaciji „1“ iznosi 0:08. U redu *bij* prikazano je vrijeme dolaska na lokaciju *j*. Vrijeme dolaska na lokaciju sadrži vrijeme vožnje od lokacije *i* prema lokaciji *j* i vrijeme trajanja procesa usluge na lokaciji *i*. U kontekstu primjera prikazanog na Slici 14 vrijednost *bij* od

lokacije „1“ prema lokaciji „4“ iznosi 7:26. U stupcu svakog identifikatora ispod vrijednosti *bij* navedena je vrijednost vremenskog roka preuzeta funkcijom Index iz tablice sa ulaznim podacima. U alatu za rješavanje uvjet da je vrijednost *bij ≤ vremenski rok lokacije j* navedeno je kao ograničenje. U retku ukupna masa navedena je ukupna suma mase pošiljaka za dostavu i preuzimanje u dostavnom vozilu na lokaciji *i.* U kontekstu primjera prikazanog na slici 14. suma *ukupne mase pošiljaka u vozilu* na lokaciji „14“ iznosi 503 kg. Suma ukupne mase na svakoj lokaciji *i* mora biti manja od ukupne nosivosti vozila,što je navedeno kao ograničenje u alatu za rješavanje Solver. Mase pošiljaka za dostavu i mase pošiljaka za preuzimanje na lokacijama prikazane su u zasebnim stupcima upotrebom funkcije Index, te se koriste za izračun ukupne mase na svakoj lokaciji *i.*

Ukupno vrijeme trajanja procesa:																						
4:57																						
Ruta	0	1	4	3	2	11	10	12	6	8	5	9	7	13	17	20	14	16	18	19	15	0
Vremenska udaljenost		00:08	0:18	0:09	0:08	0:14	0:07	0:13	0:10	0:13	0:15	0:19	0:27	0:27	0:23	0:10	0:11	0:12	0:12	0:13	0:15	00:13
bij	7:00	7:08	7:26	7:35	7:43	7:57	8:04	8:17	8:27	8:40	8:55	9:14	9:41	10:08	10:31	10:41	10:52	11:04	11:16	11:29	11:44	11:57
		8:00	8:00	8:00	8:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	
Ukupna m	642	592	612	619	627	617	617	607	597	596	606	626	623	643	653	553	503	473	475	470	440	
Masa dostavljenih p		50	0	3	2	10	2	10	10	5	0	0	3	10	0	400	50	50	2	5	30	
Masa preuzetih na l		0	20	10	10	0	2	0	0	4	10	20	0	30	10	300	0	20	4	0	0	
Kapacitet	700																					

Slika 22. Prikaz rješenja modela alokacije jednog vozila

5.7. Usporedba performanci primijenjenih programskih alata

Tablica 4. Usporedba performansi matematičkih alata

Vrsta problema	Problem alokacije dostavnih vozila(bez ograničenja nosivosti)	Problem alokacije dostavnih vozila (sa ograničenjem nosivosti)	Problem rutiranja dostavnog vozila (bez ograničenja nosivosti)	Problem rutiranja dostavnog vozila (sa ograničenjima nosivosti)
Broj varijabli odlučivanja u modelu	60	60	20	20
Broj ograničenja u modelu	83	145	60	80
Rezultat Solvera nakon 1 minute rješavanja	N/A	N/A	00:04:37	00:05:18
Rezultat Evolvera nakon 1 minute rješavanja	2	2	00:04:30	00:04:34
Vrijeme rješavanja Solver do konačnog rješenja	N/A	N/A	00:02:20	00:02:30
Vrijeme rješavanja Evolver do konačnog rješenja	00:02:35	00:03:00	00:01:15	00:01:30
Konačni rezultat Solver	N/A	N/A	00:04:20	00:04:20
Konačni rezultat Evolver	2	2	00:04:27	00:04:27

U Tablici 4. prikazana je usporedba performansi programskih alata Solver i Evolver. Uz postojeće, već definirane probleme alokacije i rutiranja vozila, pridodana su dva jednostavnija modela bazirana na već spomenutim modelima. Jednostavniji modeli ne uključuju ograničenja vezana uz mase pošiljaka i nosivosti dostavnih vozila, te se time smanjuje broj ograničenja u modelu. Svi modeli u tablici pripadaju srednjoj veličini problema linearnog programiranja. Solver za rješavanje koristi Evolucijsku metodu, dok Evolver koristi

genetičku. Pri rješavanju oba problema rutiranja vozila matematički alat Solver pronalazi bolja rješenja nakon prolaska jedne minute procesa rješavanja od Evolvera. Konačna rješenja su također na strani Solvera, dok Evolver završava proces rješavanja otprilike minutu prije Solvera. Uključivanje dodatnih ograničenja vezanih uz mase pošiljaka prolongira se proces rješavanja za otprilike 10 sekundi u slučaju Solvera i 15 sekundi u slučaju Evolvera. Problem alokacije vozila Solver ne može rješavati zbog veličine problema, te su njegova polja označena crvenom bojom. Evolver pri rješavanju oba modela postiže jednaki rezultat, dok se razlika pojavljuje u trajanju procesa rješavanja do konačnog rješenja. Dodjeljivanjem ograničenja vezanog uz mase pošiljaka prolongira se vrijeme rješavanja za 25 sekundi.

6. Kvantifikacija poboljšanja

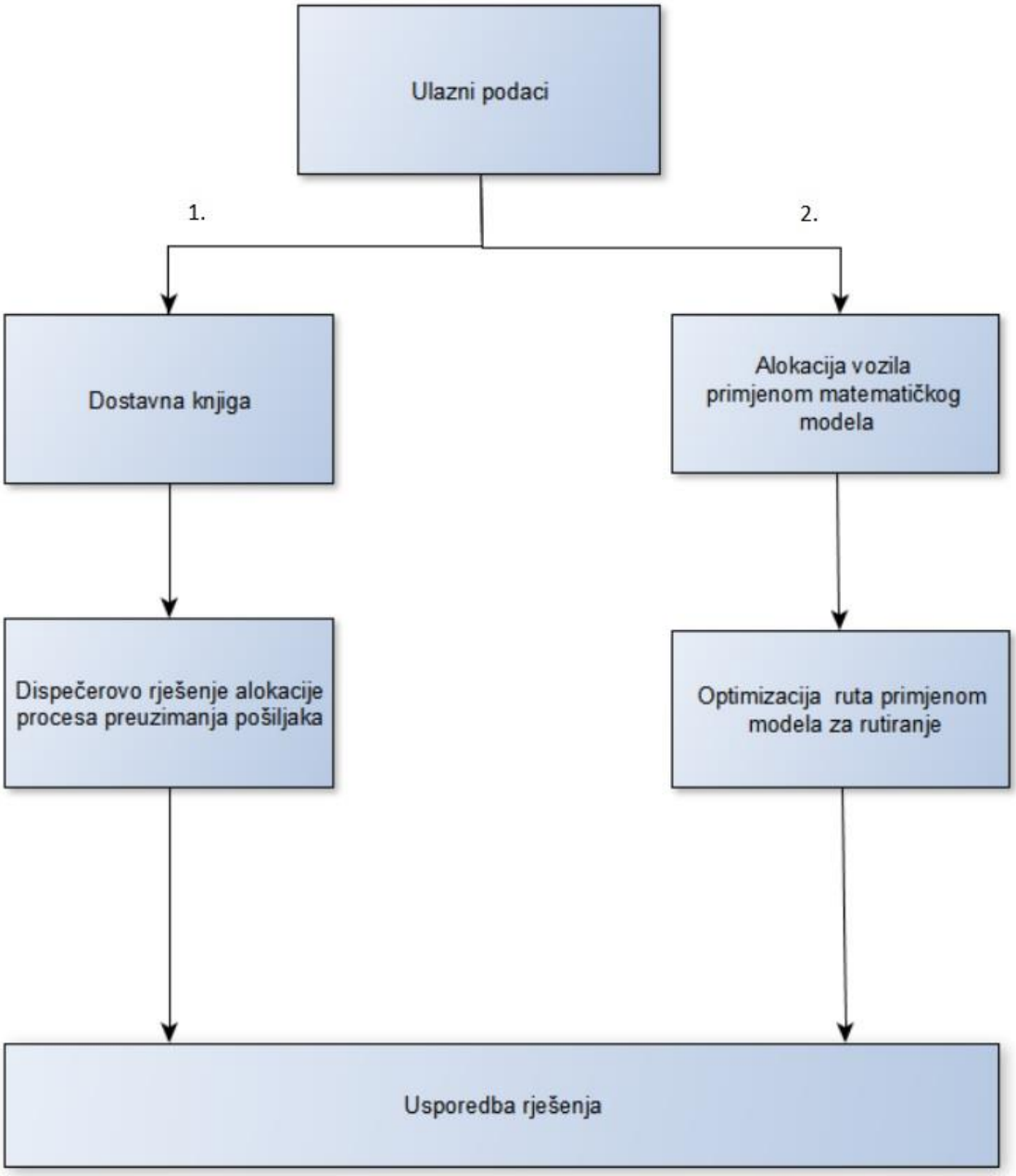
Vrednovanje poboljšanja provesti će se na karakteristična slučaja iz prakse koji se razlikuju u lokacijama korisnika usluga. Ti problemi su sljedeći:

1. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u urbanom području
2. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u predgrađu

Generiranje potreba za uslugama dostave i preuzimanja u urbanim područjima stvara veći broj procesa u odnosu na predgrađa. Grupiranjem korisnika u rajone rezultira manjom udaljenosti između korisnika u urbanim područjima, u odnosu na korisnike u predgrađima. Na temelju toga može se konstatirati da dostavna vozila alocirana u urbanim područjima za isto radno vrijeme izvrše više operativnih procesa u odnosu na dostavna vozila alocirana u predgrađima.

Postupak dobivanja rješenja radi kvantifikacije poboljšanja prikazan je na Slici 23.. Ulazni podaci su stvarni operativni podaci HPekspres-a, te sadrže sve procese dostava i preuzimanja pošiljaka od korisnika odabranim rajonima. Kako bi se mogla izvršiti kvantifikacija rješenje dispečera će biti uneseno u model alociranja alokacije vozila. Time će biti prikazan upotrijebljen broj vozila i vremena njihovih ruta, što je i prikazano granom 1. Korisnici su poredani u ulaznim podacima ovisno o vremenskim rokovima i prioritetu.

Granom 2. prikazani su tokovi procesa optimizacije alokacije dostavnih vozila i optimizacije ruta vozila. Na temelju ulaznih podataka provesti će se dodjeljivanje svih procesa vozilima putem modela alokacije dostavnog vozila, te će se za svako vozilo provesti optimizacija segmentirane rute. Pošto se zahtjevi za preuzimanje pošiljaka zaprimaju u tijeku radnog dana, ruta će se segmentirati u više dijelova po vremenskim rokovima. Svaki segment optimizirati će se zasebno, te na taj način simulirati princip rada dispečera. Na temelju svih rješenja provesti će se kvantifikacija.



Slika 23. Prikaz faza u postupku kvantifikacije

6.1. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u urbanom području

Osnovne informacije dane su u Tablici 5., iz koje se može očitati nesrazmjer broja korisnika za proces dostave pošiljaka i broja korisnika za proces preuzimanja pošiljaka, iz razloga što veći broj korisnika odnosi pošiljke u pošiljke u poštanske centre, te se time pošiljke konsolidiraju. Broj dostupnih vozila ovisi o podjeli vozila po rajonima što definira HPekspres, te su sva vozila iskorištena u rješenju dispečera. Cilj optimizacije je da se broj upotrjebljenih vozila smanji, te da se optimiziraju rute upotrjebljenih vozila.

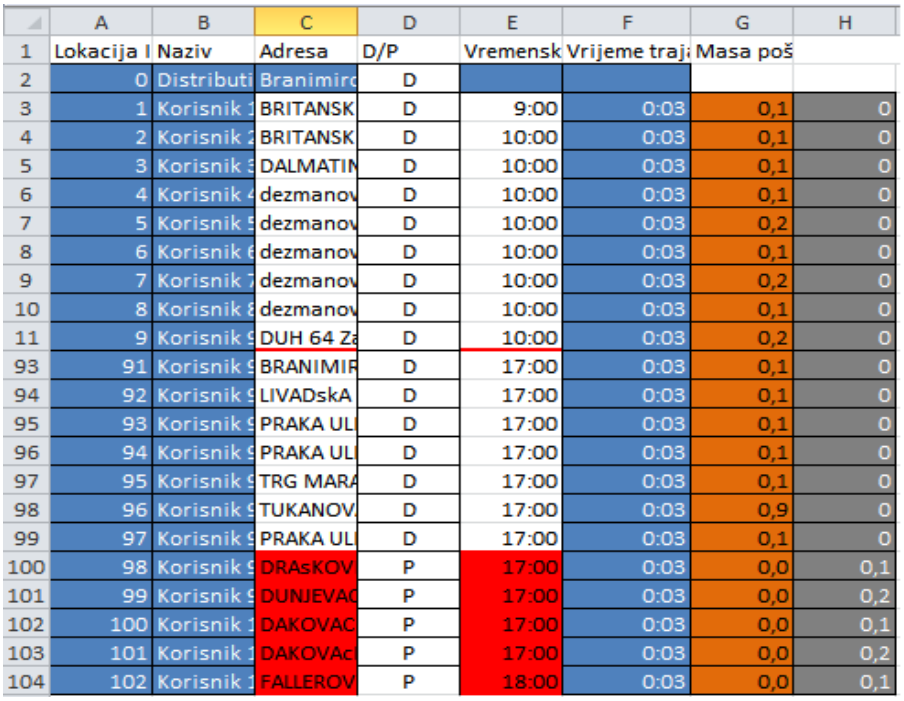
Tablica 5. Osnovne informacije o problemu

Broj dostupnih vozila	3
Broj korisnika za proces dostave pošiljaka	78
Broj korisnika za proces preuzimanja pošiljaka	24
Ukupan broj korisnika	102

6.1.1. Ulazni podaci

Ulazni podaci sadrže sve dostupne informacije o korisnicima i njima pripadajućim procesima u sklopu jednog radnog dana na području centra Zagreba, te su prikazani na Slici 24. Adrese korisnika kod kojih se vrši proces preuzimanja pošiljaka označeni su crvenom bojom. Osnovna podjela podataka je na:

- Identifikator
- Naziv
- Adresa
- Vrsta procesa (*D* za procese dostave, *P* za procese preuzimanja, *D/P* za procese dostave i preuzimanja na lokaciji)
- Vremenski rok
- Vrijeme trajanja usluge
- Masa pošiljaka za dostavu na lokaciji korisnika
- Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji korisnika



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Lokacija I	Naziv	Adresa	D/P	Vremensk	Vrijeme traj	Masa poš	
2	0	Distributi	Branimirc	D				
3	1	Korisnik 1	BRITANSK	D	9:00	0:03	0,1	0
4	2	Korisnik 2	BRITANSK	D	10:00	0:03	0,1	0
5	3	Korisnik 3	DALMATIN	D	10:00	0:03	0,1	0
6	4	Korisnik 4	dezmanov	D	10:00	0:03	0,1	0
7	5	Korisnik 5	dezmanov	D	10:00	0:03	0,2	0
8	6	Korisnik 6	dezmanov	D	10:00	0:03	0,1	0
9	7	Korisnik 7	dezmanov	D	10:00	0:03	0,2	0
10	8	Korisnik 8	dezmanov	D	10:00	0:03	0,1	0
11	9	Korisnik 9	DUH 64 Za	D	10:00	0:03	0,2	0
93	91	Korisnik 9	BRANIMIR	D	17:00	0:03	0,1	0
94	92	Korisnik 9	LIVADskA	D	17:00	0:03	0,1	0
95	93	Korisnik 9	PRAKA UL	D	17:00	0:03	0,1	0
96	94	Korisnik 9	PRAKA UL	D	17:00	0:03	0,1	0
97	95	Korisnik 9	TRG MARA	D	17:00	0:03	0,1	0
98	96	Korisnik 9	TUKANOV	D	17:00	0:03	0,9	0
99	97	Korisnik 9	PRAKA UL	D	17:00	0:03	0,1	0
100	98	Korisnik 9	DRAsKOV	P	17:00	0:03	0,0	0,1
101	99	Korisnik 9	DUNJEVAC	P	17:00	0:03	0,0	0,2
102	100	Korisnik 1	DAKOVAC	P	17:00	0:03	0,0	0,1
103	101	Korisnik 1	DAKOVAc	P	17:00	0:03	0,0	0,2
104	102	Korisnik 1	FALLEROV	P	18:00	0:03	0,0	0,1

Slika 24. Ulazni podaci za primjer centra Zagreba

Na temelju podataka o lokacijama korisnika izrađena je asimetrična matrica udaljenosti koja sadrži 10.506 vremenskih udaljenosti između korisnika.

6.1.2. Dispečerovo rješenje

Operativni podaci dobiveni od tvrtke HPekspres uneseni su u model alokacije dostavnog vozila. Dobiveni rezultati prikazani su Tablicom 6., te služe za usporedbu sa rezultatima dobivenih rješavanjem matematičkih modela. Raspored obilaska korisnika prikazan modelom jednak je stvarnom rješenju. Upotrjebljena su sva dostupna dostavna vozila koja obilaze sve korisnike u ukupnom vremenu od 13:52.

Tablica 6. Operativni rezultati rješenja dispečera

	Vozilo 1	Vozilo 2	Vozilo 3
Nosivost [Kg]	1500	1500	1500
Vrijeme početka rada vozila	7:00	7:00	7:00
Broj lokacija koje vozilo obilazi	26	40	36
Ukupna masa pošiljaka za dostavu [Kg]	33,7	63,0	33,0
Ukupna masa pošiljaka za preuzimanje [Kg]	46,5	5,9	31,0
Ukupno vrijeme trajanja procesa [hh:mm]	4:09	5:14	4:29
Vozilo alocirano? (DA = 1/ NE =0)	1	1	1

6.1.3. Upotreba matematičkih modela za alokaciju vozila i rutiranje vozila

Unosom ulaznih podataka u model za alokaciju vozila postižu se rezultati prikazani u Tablici 8., iz koje je vidljivo da su upotrjebljena dva vozila u odnosu na tri iz prethodna dva pristupa rješavanja problema, uz ukupno vrijeme trajanja procesa od 15:10. Vremena ruta za obilazak alociranih korisnika povećana su za oba vozila zbog većeg broja korisnika, te je potrebno provesti dodatnu optimizaciju ruta upotrebom modela za rutiranje vozila.

Tablica 7. Operativni rezultati rješenja dobivenog upotrebom modela za alokaciju dostavnih vozila

	Vozilo 1	Vozilo 2	Vozilo 3
Nosivost [Kg]	1500	1500	1500
Vrijeme početak rada vozila	7:00	7:00	7:00
Broj lokacija koje vozilo obilazi	51	51	0
Ukupna masa pošiljaka za dostavu [Kg]	75,5	54,1	0,0
Ukupna masa pošiljaka za preuzimanje [Kg]	33,0	50,4	0,0
Ukupno vrijeme trajanja procesa [hh:mm]	7:07	8:03	0:00
Vozilo alocirano? (DA = 1/ NE =0)	1	1	0

Unosom ruta dobivenih modelom alokacije dostavnih vozila u model rutiranja vozila ukupno potrebno vrijeme da se izvrši ruta vozila 1 smanjena je na 5:23, dok je ukupno vrijeme potrebno da se izvrši ruta vozila 2 smanjena na 6:12. Varijable odlučivanja grupirane su po vremenskim rokovima za obilazak korisnika kako bi se što vjernije prikazala eventualna primjena ovakvog pristupa u praksi.

6.1.4. Usporedba rješenja

Tablicom 8. prikazana je usporedba rezultata rješenja problema izvršavanja procesa dostave i preuzimanja pošiljaka u urbanom području. Upotrebom matematičkog modela za alokacijom vozila postiže se manji broj upotrjebljenih vozila u odnosu na rješenje dispečera. Model je broj dodijeljenih korisnika ravnomjerno raspodijelio, što rezultira najvećim pojedinim vremenima ruta, ali ne i najvećem ukupno potrebnom vremenu za obilazak svih korisnika. Izvedivost rješenja dokazuje da se uz obilazak svih korisnika u zadanim vremenskim rokovima, može postići manji broj upotrjebljenih vozila i time manje operativni troškovi poduzeća uz zadržavanje razine usluge. Unosom dobivenih ruta u model za rutiranje vozila postiže se optimalan redoslijed obilaska korisnika s obzirom na ukupno vrijeme trajanja procesa. Korisnici se obilaze po prioritetu vremenskog roka, te se takav način rješavanja problema može koristiti u praksi.

Rješenje dobiveno korištenjem matematičkih modela rezultira smanjenjem operativnih troškova, iz razloga što se broj alociranih vozila smanjio sa tri na dva (unaprjeđenje od 33.33%) i ukupno vrijeme trajanja procesa svih dostavnih vozila se smanjilo za 2%.

Tablica 8. Usporedba dobivenih rješenja

Vrsta rješenja	Rješenje dispečera	Rješenje dobiveno upotrebom matematičkih modela
Broj korisnika	102	102
Broj upotrjebljenih vozila	3	2
Broj korisnika dodijeljenih vozilu 1	26	51
Vrijeme potrebno za obilazak svih dodijeljenih korisnika vozilu 1	4:09	5:23
Broj korisnika dodijeljenih vozilu 2	40	51
Vrijeme potrebno za obilazak svih dodijeljenih korisnika vozilu 2	5:14	6:12
Broj korisnika dodijeljenih vozilu 3	36	0
Vrijeme potrebno za obilazak svih dodijeljenih korisnika vozilu 3	4:29	N/A
Ukupno vrijeme trajanja svih procesa [hh:mm]	13:52	13:35

6.2. Problem izvršavanja procesa dostave i preuzimanja u predgrađu

Osnovne informacije dane su u Tablici 9., iz koje se može očitati da je dispečer HPekspres-a alocirao dva dostavna vozila za izvršavanje procesa dostava i preuzimanja pošiljaka. Cilj optimizacije je da se broj upotrjebljenih vozila smanji, te da se optimiziraju rute upotrjebljenih vozila.

Tablica 9. Osnovne informacije o problemu

Broj dostupnih vozila	2
Broj korisnika za proces dostave pošiljaka	32
Broj korisnika za proces preuzimanja pošiljaka	18
Ukupan broj korisnika	50

6.2.1. Ulazni podaci

Ulazni podaci sadrže sve dostupne informacije o korisnicima i njima pripadajućim procesima u sklopu jednog radnog dana na području centra Zagreba, te su prikazani na Slici 25. gdje su korisnici kod kojih se vrši proces preuzimanja pošiljaka označeni crvenom bojom. Osnovna podjela ulaznih podataka je na:

- Identifikator
- Naziv
- Adresa
- Vrsta procesa (*D* za procese dostave, *P* za procese preuzimanja, *D/P* za procese dostave i preuzimanja na lokaciji)
- Vremenski rok
- Vrijeme trajanja usluge
- Masa pošiljaka za dostavu na lokaciji korisnika
- Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji korisnika

Lokacija I[	Naziv	Adresa	D/P	Vremensk	Vrijeme traja	Masa poš	Masa pošiljaka za preuzimanje na lokaciji i [Kg]
0	Distributivni	Branimirova 4 Zagreb	D				
1	Korisnik 1	PILINKA 11 lucko	D	10:00	0:03	1,0	0
2	Korisnik 2	GAJ 11G zagreb	D	10:00	0:03	0,9	0
3	Korisnik 3	HRASTOVIckA ULICA 61 Zagreb	D	10:00	0:03	5,0	0
4	Korisnik 4	BUGAROVA 10 lucko	D	10:00	0:03	19,4	0
5	Korisnik 5	NALETELICA ULICA 1C Zagreb	D	10:00	0:03	15,0	0
6	Korisnik 6	PILINKA 51	D	10:00	0:03	14,5	0
7	Korisnik 7	HRVATSKOSELSKA 21 zagreb	D	10:00	0:03	14,0	0
8	Korisnik 8	DONJOSTUPNICKA UL 75 Zagreb	D	10:00	0:03	0,5	0
9	Korisnik 9	ZASTAVNICE 15C	D	10:00	0:03	0,4	0
10	Korisnik 10	VRBICE 5 Zagreb	D	10:00	0:03	0,1	0
11	Korisnik 11	DOLENICA 10	D	10:00	0:03	0,1	0
12	Korisnik 12	JEZDOVECKA 87	P	10:00	0:03	0,0	10
13	Korisnik 13	ZASTAVNICE 30	P	10:00	0:03	0,0	52
14	Korisnik 14	ZASTAVNICE 38A	P	10:00	0:03	0,0	0,5
15	Korisnik 15	VELIKA CESTA 80	P	10:00	0:03	0,0	2
16	Korisnik 16	VENTILATORSKA 5A	D	12:00	0:03	7,8	0
17	Korisnik 17	GOSPODARSKA14 LUCKO	D	12:00	0:03	5,4	0
18	Korisnik 18	STARA CESTA 41 LUCKO	D	12:00	0:03	4,5	0
19	Korisnik 19	BEDEKA 3	D	12:00	0:03	4,4	0
20	Korisnik 20	SV BENEDIKTA 8	D	12:00	0:03	0,8	0
21	Korisnik 21	GORNJOSTUPNIīA 18	D	12:00	0:03	47,5	0
22	Korisnik 22	HORVATSKA ULICA 2	D	12:00	0:03	41,8	0
23	Korisnik 23	KARLOVACKA 51 Zagreb	P	12:00	0:03	0,0	1,6
24	Korisnik 24	VENTILATORSKA 5A	P	12:00	0:03	0,0	0
25	Korisnik 25	VELIKA CESTA 90	P	12:00	0:03	0,0	0,5
26	Korisnik 26	VRBICE 6 Zagreb	P	14:00	0:03	0,0	2
27	Korisnik 27	KASINCI 1	P	14:30	0:03	0,0	4
28	Korisnik 28	JEDOVICKA ULICA 1C	D	15:00	0:03	11,0	0

Slika 25. Ulazni podaci za primjer predgrađa Zagreba

Na temelju podataka o lokacijama korisnika izrađena je asimetrična matrica udaljenosti koja sadrži 2.500 vremenskih udaljenosti između korisnika.

6.2.2. Dispečerovo rješenje

Operativni podaci dobiveni od tvrtke HPekspres uneseni su u model alokacije dostavnih vozila. Dobiveni rezultati prikazani su Tablicom 7., te služe za usporedbu sa rješenjima dobivenim upotrebom matematičkih modela. Raspored obilaska korisnika prikazan modelom jednak je stvarnom rješenju. Alocirana su sva dostupna dostavna vozila koja obilaze sve korisnike u ukupnom vremenu od 7:58.

Tablica 10. Operativni rezultati rješenja dispečera

	Vozilo 1	Vozilo 2
Nosivost [Kg]	1500	1500
Vrijeme početka rada vozila	7:00	7:00
Broj lokacija koje vozilo obilazi	27	23
Ukupna masa pošiljaka za dostavu [Kg]	159,8	72,9
Ukupna masa pošiljaka za preuzimanje [Kg]	66,1	12,1
Ukupno vrijeme trajanja procesa [hh:mm]	3:57	4:01
Vozilo alocirano? (DA = 1/ NE =0)	1	1

6.2.3. Upotreba matematičkog modela za alokaciju vozila i rutiranje vozila

Unosom ulaznih podataka u model za alokaciju vozila postižu se rezultati prikazani u Tablici 11., iz koje je vidljivo da je alocirano samo jedno vozilo za obilazak svih korisnika. Ukupno vrijeme rute za obilazak svih korisnika prije optimizacije rute je 7:27. Optimizacijom rute po jednakim zakonitostima navedenim u poglavlju 6.1.3. postiže se vrijeme rute od 5:28.

Tablica 11. Operativni rezultati rješenja dobivenog modelom za alokaciju dostavnih vozila

	Vozilo 1	Vozilo 2
Nosivost [Kg]	1500	1500
Vrijeme početak rada vozila	7:00	7:00
Broj lokacija koje vozilo obilazi	50	0
Ukupna masa pošiljaka za dostavu [Kg]	232,7	0
Ukupna masa pošiljaka za preuzimanje [Kg]	78,2	0
Ukupno vrijeme trajanja procesa [hh:mm]	5:28	0
Vozilo alocirano? (DA = 1/ NE =0)	1	0

6.2.4. Usporedba rješenja

Tablicom 12. prikazana je usporedba rezultata rješenja problema izvršavanja procesa dostave i preuzimanja pošiljaka u urbanom području. Upotrebom modela za alokaciju vozila postiže se manji broj upotrjebljenih vozila. Model je dodijelio sve korisnike jednom vozilu, koje je nakon upotrebe modela za rutiranje vozila postiglo manje vrijeme trajanja rute za obilazak svih korisnika, u odnosu na rješenje dispečera. Iz rješenja se može zaključiti da se

operativni troškovi mogu smanjiti, uz zadržavanje postojeće razine usluge. Upotrebom matematičkih modela postiglo se poboljšanje u broju upotrjebljenih vozila sa dva na jedno (poboljšanje od 50%), dok se ukupno vrijeme za obilazak svih korisnika smanjilo za 32%.

Tablica 12. Usporedba dobivenih rješenja

Vrsta rješenja	Rješenje dispečera	Rješenje dobiveno upotrebom matematičkih modela
Broj korisnika	102	102
Broj upotrjebljenih vozila	2	1
Broj korisnika dodijeljenih vozilu 1	27	50
Vrijeme potrebno za obilazak svih dodijeljenih korisnika vozilu 1	3:57	5:23
Broj korisnika dodijeljenih vozilu 2	23	0
Vrijeme potrebno za obilazak svih dodijeljenih korisnika vozilu 2	4:01	N/A
Ukupno vrijeme trajanja svih procesa [hh:mm]	7:58	5:23

7. Zaključak

Logistički problemi u tvrtkama koje izvršavaju žurnu dostavu odnose se na optimiranje procesa alokacije dostavnih vozila, te na donošenju što kvalitetnijih operativnih odluka vezanih uz rasporede obilaska korisnika. Donošenje kvalitetnih operativnih odluka u kratkim vremenskim rokovima predstavlja preduvjet za učinkovit rad sustava, što je izrazito zahtjevno pošto su problemi NP teški. Vrijeme rješavanja potrebno za pronalazak optimalnog rješenja u slučaju NP teških problema je izrazito veliko, te iz tog razlog je potrebno upotrijebiti heuristički pristup rješavanju problema.

Pri rješavanju problema korišten je programski alat Excel zbog kompatibilnosti sa postojećim 3P_Sustavom koji koriste operateri u HPekspresu. Za rješavanje problema baziranih na matematičkim modelima korišteni su programski alati Evolver i Solver, koji se razlikuju ponajviše u algoritmima za rješavanje i ograničenjima o veličinama problema.

Rješavanje većih problema u programskom alatu Excel nije najbolje rješenje pošto postoje specifični programski alati za rješavanje logističkih problema, ali rješenje dobiveno Excelom može ukazati na potrebu za promjenama u operativnim aktivnostima. Pošto tvrtka već koristi određene informacijsko-komunikacijske tehnologije, nova programska rješenja za pomoć pri odlučivanju morala bi biti interoperabilna sa dostupnim sustavima. Izrada takvog sustava za pomoć pri odlučivanju pružila bi dispečeru jednostavan unos ulaznih podataka u alat za odlučivanje. Na temelju dobivenog rješenja dispečer bi u kratkom vremenskom roku mogao izdati dovoljno dobre operativne instrukcije dostavnim vozilima. Za rješavanje problema alokacije dostavnih vozila i rutiranja vozila potrebno je izraditi adekvatne matematičke modele, kako bi se svi procesi dostave i preuzimanja pošiljaka obavili upotrebom što manjeg broja vozila, po optimalnim ruta (uz najmanje utrošenog radnog vremena).

Postojeće rješenje za alokaciju procesa preuzimanja pošiljaka dostavnom vozilu temelji se na dostavnoj ruti koja se izrađuje samo na procesima dostave, dok se procesi preuzimanja dodjeljuju vozilu tijekom rada dispečera. Pošto pri kreiranju dostavne rute u većini situacija ne postoje podaci u potražnji za uslugama preuzimanja pošiljaka, kreirane rute ne predstavljaju optimalna rješenja. Usporedbom rješenja u poglavljima 6.1.4. i 6.2.4. izvršena je kvantifikacija poboljšanja, koja ukazuje na smanjenje broja upotrjebljenih vozila i kraća vremena ruta dobivenih primjenom matematičkih modelu u odnosu na rješenja

dispečera.

Tvrtka bi također trebala uvesti evidenciju u popunjenost volumena tovarnog prostora vozila, pošto se trenutno baziraju stvarnoj masi. Većina pošiljaka u ekspresnoj dostavi ima veću vrijednost volumetričke mase u odnosu na stvarnu masu. Uvođenjem evidencije pružila bi se mogućnost u kvalitetnije planiranje potrebnih kapaciteta dostavnih vozila, te povećala sigurnost pošiljaka u transportu i vrijeme potrebno za operacije punjenja i pražnjenja dostavnog prostora.

Praktična primjena izrađenog u radu moguća je uz određene izmjene. Potrebno je izraditi adekvatno sučelje za lakši i brži unos podataka dispečeru. Također, potrebno je omogućiti povezivanje sa postojećim informacijsko-komunikacijskim sustavima tvrtke. Izrada matrice udaljenosti korisnika upotrebom Google Mapa, oduzima previše vremena za primjenu u praksi. Potrebno bi bilo odabrati neki od već postojećih GIS sustava na tržištu radi lakšeg i bržeg unosa podataka. Upotreba programskog alata Evolver nije ograničena na veličinu problema, te njegovo vrijeme za rješavanja većine problema (prosječno u trajanju od jedne minute) je zadovoljavajuće za primjenu u praksi.

Literatura

1. Reeb, D.W.: *Transportation Problem*:A Special Case for Linear Programing Problems, Oregon State University, 2002. Str. 12
2. Luenberger, D.g.: *Linear and Nonlinear Programing*, Third Edition, Standford University, 2008. Str. 15.
3. Kok A.L.; Hans E.W.; Schutten J.M.J, Vehicle routing under time-dependent travel times, Univeristy of Twente, Nizozemska, 2009.
4. Gutin, G., Punnen,A.: *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*, University of London, 2005
5. Palmgren M.: Optimal Truck Scheduling – Mathematical Modeling and Solution By the Colmun Generation Principle, Linkoping Institute of Technology, Švedska 2005.
6. Ferguson, T.S.: *Linear Programing*, Standford University, 1995.
7. Yin C.; Bu L.; Gong H.:Mathematical model and algorith of split load vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup, ICIC International, Kina 2013.
8. Applegate, D.L.: *The Traveling Salesman Problem: A Computational Sudy*, Third Edition, Princeton University, 2011.
9. Thomas S. Ferguson: Linear Programming: A Concise Introduction, University of California, SAD
10. Harvey, G.: *Microsoft Excel 2010*, Wiley Publishing Indianapolis
11. Niaz, Gabor,A.: *Vehicle Routing Problem with Deliveries and Pickups: Modelling Issues and Meta-heuristics Solution Approaches*, University of Kent, Canterbury, 2010
12. Vasant, Pandian,M.: Meta-Heuristics Optimization Algorithms in Engineering, Business, Economics and Finance, 2012.
13. Pašagić-Škrinjar J.: Nastavni materijali iz kolegija Prijevozna logistika 2
14. Stanković R. : Nastavni materijali iz kolegija Prijevozna logistika 2
15. Web Izvor: http://www.zemris.fer.hr/~golub/ga/ga.html, Srpanj. 2015.
16. Web izvor: http://web.studenti.math.pmf.unizg.hr/~manger/tr/TR-VI.pdf, Lipanj 2015.
17. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0c/Linear_Programming_Feasible_Region.svg/, Svibanj 2015.

18. Web izvor: http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=25317, Lipanj 2015.
19. https://support.office.com/en-us/article/Define-and-solve-a-problem-by-using-Solver-9ed03c9f-7caf-4d99-bb6d-078f96d1652c
20. http://www.solver.com/excel-solver-what-solver-can-and-cannot-do
21. Ostali izvori: Tvrtka HPekspres

Kratice

- NP (Non Deterministic Polynomial Time Hard) nedeterministički problemi sa polinomijalnim vremenom rješavanja
- GRG (Generalized Reduced Gradient) generalizirano smanjenje gradijenta
- LP (Linear Programing) linearno programiranje
- GIS (Geographic Information System) geografski informacijski sustav
- GPS (Global Positioning System) Globalni pozicijski sustav
- DC distribucijski centar
- VRPDP *(eng. „Vehicle Routing Problem with Deliveries and Pickups“)* problem rutiranja vozila s dostavama i preuzimanja

Popis slika

Slika 1. Prikaz područja rješenja u odnosu na ograničenja i granice 3
Slika 2. Prikaz faza rješavanja 11
Slika 3. Prikaz osnovne podjele algoritama 12
Slika 4. Prikaz identifikacijske naljepnice pošiljke 17
Slika 5. Prikaz 3P operativnog sustava dispečera 20
Slika 6. Prikaz dostavne knjige 22
Slika 7. Prikaz faza u procesu preuzimanja pošiljaka 23
Slika 8. Prikaz faza u procesu dostavljanja pošiljaka 25
Slika 9. Vrednovanje rada djelatnika u 3P_Sustavu 26
Slika 10. Prikaz praćenja vozila putem sustava baziranog na GPS-u 27
Slika 11. Prikaz radnih procesa dostavljača 28
Slika 12. Prikaz parametara u matematičkog alatu Solver 31
Slika 13. Prikaz parametara u matematičkog alatu Solver 33
Slika 14. Prikaz ulaznih podataka 40
Slika 15. Prikaz matrice udaljenosti 40
Slika 16. Prikaz parametara u matematičkom alatu Evolver 42
Slika 17. Prvi dio Excel tablice 43
Slika 18. Drugi dio Excel tablice: Optimalno rješenje problema dobiveno na modelu 43
Slika 19. Prikaz ulaznih podataka 49
Slika 20. Prikaz matrica udaljenosti 50
Slika 21. Prikaz parametra za rješavanje u programskom alatu Solveru 51
Slika 22. Prikaz rješenja modela alokacije jednog vozila 52
Slika 23. Prikaz faza u postupku kvantifikacije 56
Slika 24. Ulazni podaci za primjer centra Zagreba 58
Slika 25. Ulazni podaci za primjer predgrađa Zagreba 64

Popis tablica

Tablica 1. Prikaz tipova paketa i dimenzija paketa 16
Tablica 2. Prikaz broja dostavnih vozila i njihove karakteristike 18
Tablica 3. Prikaz operativnih procesa dostave pošiljaka 36
Tablica 4. Usporedba performansi matematičkih alata 53
Tablica 5. Osnovne informacije o problemu 57
Tablica 6. Operativni rezultati rješenja dispečera 59
Tablica 7. Operativni rezultati rješenja dobivenog upotrebom modela za alokaciju dostavnih vozila 60
Tablica 8. Usporedba dobivenih rješenja 62
Tablica 9. Osnovne informacije o problemu 63
Tablica 10. Operativni rezultati rješenja dispečera 65
Tablica 11. Operativni rezultati rješenja dobivenog modelom za alokaciju dostavnih vozila 66
Tablica 12. Usporedba dobivenih rješenja 67

Popis grafikona

Grafikon 1. Napredak u rješavanju kompleksnih problema 7