Povećanje elastične smične nosivosti zglobno oslonjenih izotropnih ploča

Mikulić, Antonio

Undergraduate thesis / Završni rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:454533

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Antonio Mikulić

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Jerolim Andrić, dipl. ing.

Student:

Antonio Mikulić

Zagreb, 2014.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prije svega svojoj bitelji i najbližima na podršci i strpljenju. Zahvaljujem se svojem mentoru doc. dr. sc. Jerolimu Andriću, dipl. ing., dr. sc. Stanislavu Kitaroviću, dipl. ing. i dr. sc. Karlu Piriću, dipl. ing. na svim korisnim savjetima koji su mi uvelike pomogli pri izradi ovog rada. Hvala i tebi Bože.

Antonio Mikulić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:

procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Mat. br.:

Naslov rada na hrvatskom jeziku:

Naslov rada na engleskom jeziku:

Opis zadatka:

Zadatak zadan: Rok predaje rada: Predviđeni datumi obrane:

Zadatak zadao: Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA II
POPIS TABLICA III
POPIS OZNAKA IV
SAŽETAK V
SUMMARY VI
1. UVOD 1
1.1. Smično izvijanje slobodno oslonjenih izotropnih ploča 2
1.2. Mogućnosti povećanja elastične smične nosivosti ploče 3
1.3. Postojeće formulacije elastične smične nosivosti ravnih ukrepljenih panela 5
2. SUROGAT MODELIRANJE RAZMATRANOG PROBLEMA 8
2.1. Općenita razmatranja 8
2.2. Plan računalnih pokusa 8
3. PROVEDBA RAČUNALNIH POKUSA (NUMERIČKIH SIMULACIJA) 12
3.1. Općenita razmatranja 12
3.2. Opterečenja i ograničenja (poopčenih) pomaka (rubni uvjeti) modela 12
3.3. Analiza konvergencije rješenja 14
4. REZULTATI 18
4.1. Prikaz dobivenih rezultata 18
4.2. Predložene formulacije elastične smične nosivosti 24
5. ZAKLJUČAK 27
LITERATURA 28
PRILOZI 29

POPIS SLIKA

Slika 1. Smično izvijanje zglobno oslonjene ploče. 2
Slika 2. Relativno povećanje elastične smične nosivosti ploče uzdužnim i poprečnim ukrepljivanjem. 4
Slika 3. Skica poprečno ukrepljenog panela. 6
Slika 4. Geometrija i dimenzije neukrepljenih ploča. 9
Slika 5. Poprečno ukrepljeni paneli. 10
Slika 6. Uzdužno ukrepljeni paneli 10
Slika 7. Model AR1, n_{eB}=12. 13
Slika 8. Karakteristike panela za studiju konvergencije mreže. 14
Slika 9. Analiza konvergencije rješenja za neukrepljene panele. 16
Slika 10. Analiza konvergencije rješenja za ukrepljene panele 17
Slika 11. Ovisnost i usporedba dobivenih rezultata s obzirom na odnos stranica i debljinu razmatranih neukrepljenih ploča. 18
Slika 12. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S1L 19
Slika 13. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S2L 20
Slika 14. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S3L 21
Slika 15. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S1L 21
Slika 16. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S2L 22
Slika 17. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S3L 22
Slika 18. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S1L 23
Slika 19. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S2L 23
Slika 20. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S3L 24
Slika 21. Zbirni dijagram povećanja kritičnog smičnog naprezanja svih razmatranih panela u ovisnosti o povećanju površine poprečnog presjeka. 26

POPIS TABLICA

Tablica 1. Geometrijske karakteristike razmatranih ploča. 9
Tablica 2. Rubni uvjeti. 14
Tablica 3. Opis modela. 9
Tablica 4. Koeficijenti predložene formulacije i pripadajući koeficijent determinacije za razmatrane panele. 25

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
τ	[N/mm^2]	zadano smično napreznanje ploče
τ_{cr}	[N/mm^2]	kritično smično napreznanje ploče
L	[mm]	duljina ploče
B	[mm]	širina ploče
a	[mm]	duljina oplate između ukrepa
b	[mm]	širina oplate između ukrepa
t	[mm]	debljina ploče
α	-	omjer stranica a i b
k_τ	-	koeficijent elastičnog smičnog izvijanja ploče
E	[N/mm^2]	Youngov modul elastičnosti
υ	-	Poissonov koeficijent
D	[Nmm]	savojna krutost izotropne ploče
I	[mm^4]	moment inercije poprečnog presjeka
ξ	-	bezdimenzijski parametar
N	-	broj ukrepa
n_e	-	broj elemenata na rubu ploče
n	-	broj čvorova na rubu ploče
N_{DoF}	-	broj stupnjeva slobode
F	[N]	ukupna sila na rubu ploče
F_n	[N]	čvorna sila
$F_{n(kut)}$	[N]	čvorna sila u kutnom čvoru
A	[mm^2]	površina ruba
λ	-	vastita vrijednosti vektora opterećenja
ε	-	relativno odstupanje/promjena
K_s		empirijski koeficijent elastičnog smičnog izvijanja
l	[mm]	duljina ukrepe
ω		bezdimenzijski parametar
r		koeficijent ukrepljenja
A^P	[mm^2]	površina poprečnog presjeka neukrepljene ploče

SAŽETAK

Izraženo smično opterećenje značajnog intenziteta može izazvati pojavu smičnog izvijanja, a u konačnici izazvati i smični kolaps smično opterećenih elemenata konstrukcije trupa broda, ukoliko narinuto opterećenje nadiđe njihovu smičnu graničnu nosivost. Stoga, razmatranje smične nosivosti ukrepljenih panela može predstavljati relevantan aspekt i važan kriterij strukturne podobnosti u okviru analize i sinteze kostrukcije broda. S obzirom da se postojeće formulacije smične granične nosivosti zasnivaju na korekciji kritičnog smičnog naprezanja pri elastičnom smičnom izvijanju, u okviru ovoga rada se razmatraju različiti mogući načini odgađanja pojave elastičnog smičnog izvijanja te se identificira najefikasniji prisup s tim u vezi. Rezultati numeričkih simulacija uspoređeni su sa postojećim teorijskim formulacijama te su predložene formulacije izračuna kritičnog smičnog naprezanja uzdužno ukrepljenih ploča.

Ključne riječi: elastično smično izvijanje ploče; kritično smično naprezanje; povećanje elastične smične nosivosti;

SUMMARY

Pronounced shear loading of a significant intensity can induce occurrence of the shear buckling and eventually lead to the shear collapse of the hull girder structural elements loaded in shear, if acting shear load surpasses their ultimate shear load capacity. Therefore, consideration of the stiffened panel shear load capacity can represent relevant aspect and important structural adequacy criterion within the framework of the analysis and synthesis of the ship structures. Since the contemporary ultimate shear load capacity formulations are based on correction of the calculated elastic shear buckling critical stress, this paper investigates various possible approaches to the inhibition of the elastic shear buckling and identifies the most efficient one. Results of numerical simulations are compared with the existing theoretical formulations and formulations regarding critical shear stress of the longitudinaly stiffened panels are proposed.

Key words: plate elastic shear buckling; critical shear stress; elastic shear capacity magnification

1. UVOD

Vertikalno orijentirani dijelovi konstrukcije trupa broda (npr. bokovi i uzdužne pregrade) najviše se odupiru narinutom smičnom opterećenju koje se pojavljuje tokom eksploatacije broda. Pri tome, izraženo smično opterećenje značajnijeg intenziteta može izazvati pojavu smičnog izvijanja u spomenutim djelovima konstrukcije, a izvjesna je i pojava smičnog kolapsa ukoliko narinuto i predominantno smično opterećenje nadiđe njihovu smičnu graničnu nosivost. Mogućnost pojave ovakvoga neželjenog događaja još je veća ukoliko su spomenuti dijelovi konstrukcije broda oštećeni (npr. sudarom), tj. ukoliko im je nosivost prethodno smanjena u odnosu na neoštećeno stanje. U tome kontekstu i razmatranje smične nosivosti sastavnih elemenata konstrukcije broda, iako trenutno ne spada među značajnije zastupljene teme aktualnih znanstveno-istraživačkih i stručnih radova, može predstavljati relevantan kriterij podobnosti u okviru analize i sinteze kostrukcije broda.

Pri razmatranju smične (granične) nosivosti sastavnih elemenata oplate konstrukcije broda, vrlo složeno međudjelovanje svih pri tome relevantnih parametara onemogućava točan i potpun teorijski opis pojave kolapsa pri smičnom opterećenju te se postojeće formulacije u pravilu zasnivaju na polu-empirijskim izrazima dobivenim većinom na osnovu rezultata numeričkih simulacija. Različite postojeće formulacije granične smične nosivosti ravnih ploča mogu se naći na primjer u [1-6].

Pojava smičnog izvijanja duž tlačnih dijagonala ploče (vidi Sliku 1) ne predstavlja granično stanje nosivosti smično opterećene ploče. U slučaju debljih ploča prije izvijanja dolazi do lokalnog popuštanja tlačno opterećenog materijala, dok kod tanjih ploča i nakon elastičnog izvijanja uvijek postoji poslije-kritična rezerva smične nosivosti zahvaljujući vlačnim dijagonalnim poljima koja u oba slučaja nastaju duž vlačnih dijagonala (koje se križaju sa tlačnim dijagonalama). Pri tome dolazi do preraspodjele opterećenja na način da vlačna naprezanja unutar vlačnih dijagonalnih polja rastu, dok istovremeno tlačna naprezanja unutar tlačnih dijagonalnih polja ostaju gotovo nepromijenjena. Detaljniji opis pojave i učinka vlačnih dijagonalnih polja smično opterećene ploče može se naći na primjer u [4], [7-9]. Granično stanje nosivosti smično opterećene ploče doseže se potpunim iscrpljivanjem nosivosti spomenutih vlačnih polja, tj. potpunom plastifikacijom (popuštanjem) vlačno opterećenog materijala ploče.

S obzirom da se postojeće formulacije smične granične nosivosti uglavnom zasnivaju na korekciji kritičnog smičnog naprezanja pri elastičnom smičnom izvijanju, u okviru ovoga rada

se na temelju razmatranja relevantnih aspekata elastičnog smičnog izvijanja ravne oplate formulira opis te pojave te se razmatraju različiti mogući načini njenog odgađanja, tj. povećanja smične nosivosti ravne oplate.

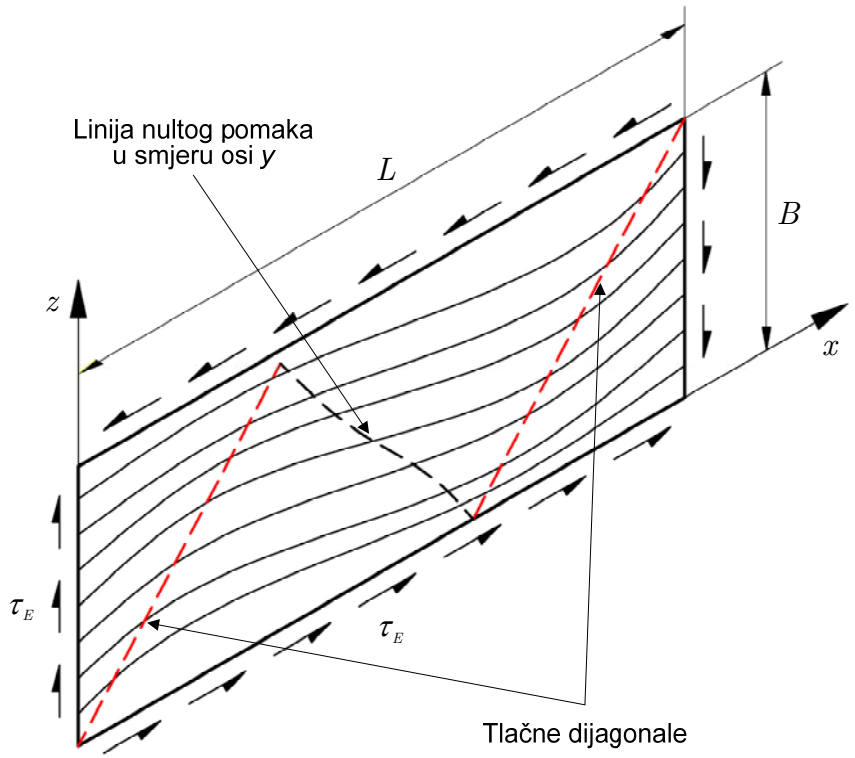
1.1. Smično izvijanje slobodno oslonjenih izotropnih ploča

Slika 1 prikazuje razmatranu ravnu i izotropnu ploču duljine L, širine B i debljine t, oslonjena i ravninski opterećena duž sva četiri ruba po kojima dolazi do pojave isključivo jednoliko raspodijeljenih smičnih naprezanja. Ukoliko su pri tome geometrijske i materijalne karakteristike razmatrane ploče te intenzitet narinutog opterećenja takvi da pri kritičnom intenzitetu smičnih naprezanja dolazi do elastičnog izvijanja, novonastalo ravnotežno stanje ploče može se opisati sljedećom diferencijalnom jednadžbom [9]:

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4}\right) = -\frac{2\tau_E t}{D}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} \qquad \textbf{(1)}$$

gdje τ_E predstavlja kritično smično naprezanje za elastično smično izvijanje, a D označava savojnu krutost razmatrane ploče:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \qquad \textbf{(2)}$$



Slika 1. Smično izvijanje zglobno oslonjene ploče.

Iako oblik parcijalne diferencijalne jednadžbe (1) onemogućuje pronalaženje analitičkih rješenja, njena numerička rješenja [10] sugeriraju pojavu (polu) valova izvijanja duž tlačnih dijagonala. Pri tome njihov oblik ovisi o vlačnim silama koje se pojavljuju duž suprotno usmjerenih vlačnih dijagonala ploče, dok je njihov broj proporcionalan odnosu stranica *L*/*B* ploče. Numeričko rješenje za kritično smično naprezanje pri tome ima sljedeći oblik:

$$\tau_{cr}^{P} = k_{\tau}\frac{\pi^2 D}{B^2 t} = k_{\tau}\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{B}\right)^2 \qquad \textbf{(3)}$$

gdje k_τ predstavlja koeficijent elastičnog smičnog izvijanja, koji je aproksimiran sljedećom jednadžbom za slučaj zglobno oslonjene ploče:

$$k_{\tau} = \begin{cases} 5.35 + 4\left(\dfrac{B}{L}\right)^2 & for \quad \dfrac{L}{B} \geq 1 \\ 5.35\left(\dfrac{B}{L}\right)^2 + 4 & for \quad \dfrac{L}{B} < 1 \end{cases} \qquad \textbf{(4)}$$

Prema (4), k_τ ovisi isključivo o odnosu stranica ploče, dok prema (3), kritično smično naprezanje za zadani materijal ploče ovisi isključivo o geometrijskim karakteristikama *L*/*B* i *t*/*B*.

1.2. Mogućnosti povećanja elastične smične nosivosti ploče

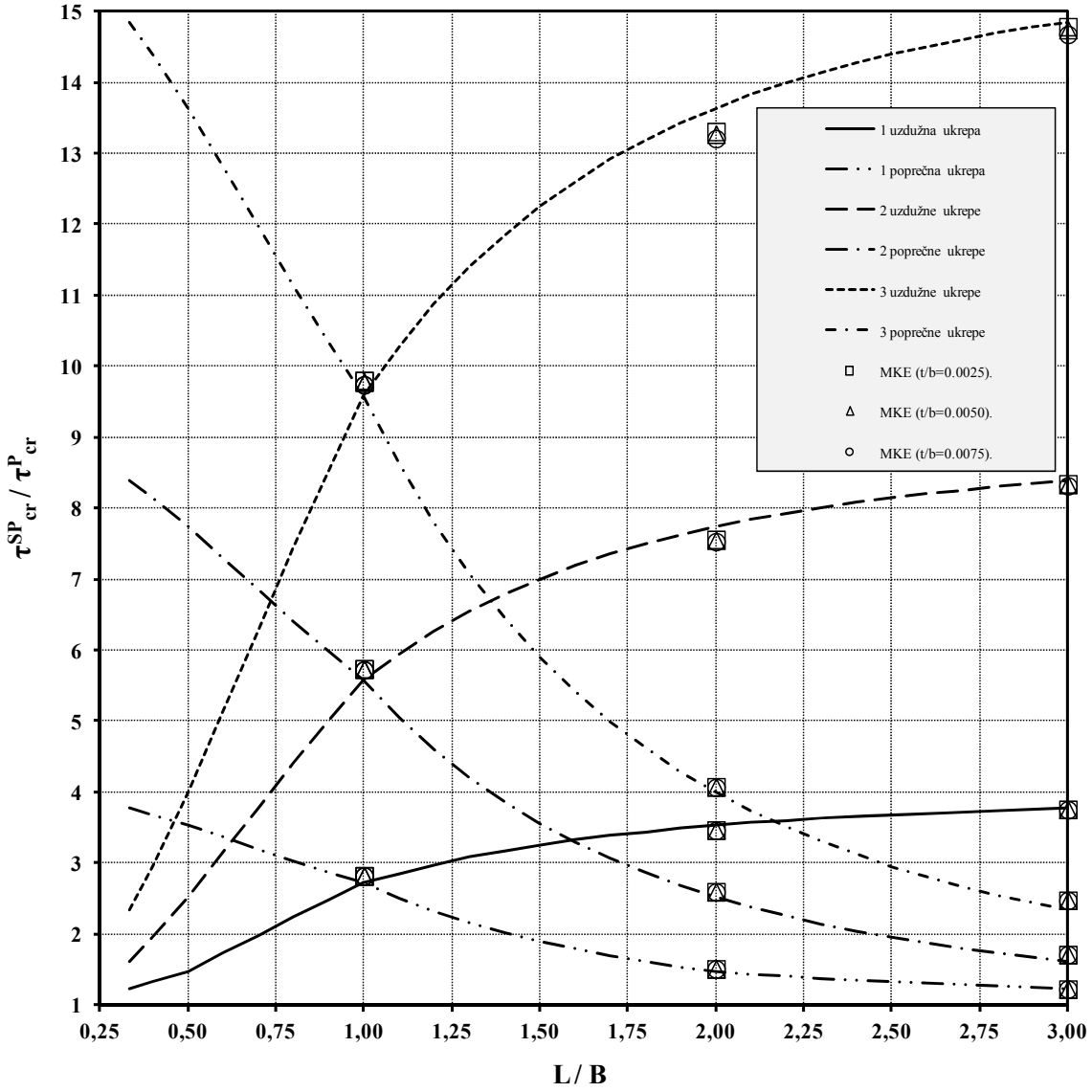
Jednadžba (3) sugerira da se za zadani izotropni materijal ploče kritično smično naprezanje može povećati na dva različita načina: smanjenjem odnosa stranica *L*/*B* i/ili povećanjem omjera *t*/*B*. Smanjenje odnosa stranica može se postići podjelom razmatrane ploče na manje i jednake sastavne cjeline dodavanjem (ekvidistantnih) poprečnih ukrepa (paralelnih s osi *z*, tj. sa kraćom strnicom ploče), čime omjer *t*/*B* ostaje isti.

S druge strane, povećanje omjera *t*/*B* može se postići povećanjem debljine ploče i/ili podjelom razmatrane ploče na manje i jednake sastavne cjeline dodavanjem (ekvidistantnih) uzdužnih ukrepa (paralelnih s osi *x*, tj. sa duljom stranicom ploče), pri čemu raste i odnos stranica novonastalih dijelova, što na prvi pogled umanjuje pozitivni učinak ovoga pristupa.

S obzirom da postoji više različitih načina povećanja otpornosti razmatrane ploče ka smičnom izvijanju, nameće se logično pitanje: koji je među njima najefikasniji, tj. kako postići najveći prirast kritičnog smičnog naprezanja uz najmanji utrošak dodatnog materijala?

S tim u vezi, Slika 2 prikazuje relativno povećanje kritičnog smičnog naprezanja uzdužno i/ili poprečno ukrepljene ploče u odnosu na neukrepljenu ploču istih geometrijskih i materijalnih karakteristika pri različitim odnosima stranica *L*/*B* i za različit broj dodanih ukrepa. Pri tome

je važno napomenuti da prikazane krivulje kvalitativno i kvantitativno vrijede za proizvoljnu debljinu ploče, tj. omjer t/B, što je i potvrđeno provedenim numeričkim simulacijama (opisanim dalje u radu). Općenito se da zaključiti da je u slučaju $L/B < 1$ bolje poprečno ukrepljivanje, dok je u slučaju $L/B > 1$ bolje uzdužno ukrepljivanje. Pri tome inverzne parove odnosa stranica karakterizira isti rezultat, što je posljedica simetrije razmatranog problema (s obzirom na $L/B = 1$ slučaj), tj. u slučaju ploča koje karakterizira $L/B < 1$ poprečno ukrepljivanje predstavlja ukrepljivanje pralelno sa duljom stranicom ploče, jednako kao i uzdužno ukrepljivanje u sljučaju ploča koje karakterizira $L/B > 1$. Najmanja mogućnost povećanja kritičnog naprezanja je u slučaju ploče odnosa stranica $L/B = 1$, a koji ujedno predstavlja i granični slučaj za koji uzdužno i poprečno ukrepljivanje daju isti rezultat.



Slika 2. Relativno povećanje elastične smične nosivosti ploče uzdužnim i poprečnim ukrepljivanjem.

1.3. Postojeće formulacije elastične smične nosivosti ravnih ukrepljenih panela

Iz Slke 2 razvidno je da se ukrepljivanjem ploče može postići višestruko i vrlo značajno povećanje kritičnog smičnog naprezanja, što je naročito izraženo u slučaju vrlo malih i vrlo velikih odnosa stranica (neukrepljene) ploče. Pri tome, vrlo je važno konstatirati da će pozitivni efekti ukrepljivanja biti ostvareni samo ukoliko je pri kritičnom smičnom opterećenju izvjesna pojava smičnog izvijanja oplate između ukrepa, tj. lokalno smično izvijanje, a ne ukrepljenog panela u cjelini (u daljnjem tekstu: globalno smično izvijanje). Ostvarivost toga uvjeta ovisi o savojnoj krutosti ukrepa koja mora biti dostatna za odupiranje (polu)valovima izvijanja koji ih pri dijagonalnom rasprostiranju po ukrepljenom panelu opterećuju pretežno savojno. Postojeće formulacije prema kojima se računa kritično smično naprezanje vrijede isključivo za poprečno ukrepljivanje, za uzdužno ukrepljivanje nema postojećih formulacija, jer su do sada svi oni koji su se bavili ovim problemom razmatrali samo slučaj poprečnog ukrepljivanja. Prema [11], u slučaju elastičnog smičnog izvijanja ukrepljene ploče kritično smično naprezanje τ_{cr}^{SP} se može odrediti na sljedeći način:

$$\tau_{cr}^{SP} = k_{\tau}^{SP} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad \textbf{(5)}$$

Jednadžba (5) valjana je unutar raspona $1 \leq \alpha \leq 5$, dok k_{τ}^{SP} predstavlja koeficijent elastičnog smičnog izvijanja razmatrane ukrepljene ploče i određuje se sljedećim izrazom [11]:

$$k_{\tau}^{SP} = \begin{cases} 5.35 + (5.5\alpha^2 - 0.6)\sqrt[3]{\dfrac{\xi}{4(7\alpha^2 - 5)}} & for \quad 0 \leq \xi \leq 4(7\alpha^2 - 5) \\ 4.74 + 5.5\alpha^2 & for \quad \xi > 4(7\alpha^2 - 5) \end{cases} \qquad \textbf{(6)}$$

Gdje $\alpha = a/b$ predstavlja odnos stranica oplate izmađu ekvidistantno postavljenih ukrepa [Slika 3], a predstavlja širinu između ukrepa, a ξ je bezdimenzijski parametar koji predstavlja odnos između savojne krutosti ukrepe i savojne krutosti oplate između ukrepa:

$$\xi = \frac{E^s I^S}{bD} \qquad \textbf{(7)}$$

Gdje E^s Predstavlja modul elastičnosti materijala ukrepa, a I^S moment inercije poprečnog presjeka ukrepe.

Prema [6] kritično smično naprezanje ukrepljenog panela τ_{cr}^{SP} se za $a/b \geq 1$ određuje prema sljedećem izrazu:

$$\tau_{cr}^{SP} = K_S E \left(\frac{t}{B}\right)^2 \qquad \textbf{(8)}$$

Gdje K_S predstavlja koeficijent koji je definiran sljedećim empirijskim izrazom:

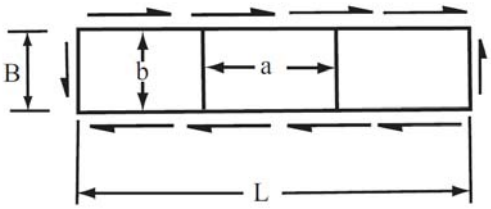
$$K_S = 4{,}5\left[\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{1}{N^2} + \left(\frac{N^2-1}{N^2}\right)\left(\frac{\omega}{1+\omega}\right)^r\right] \quad \textbf{(9)}$$

U kojem N predstavlja broj panela između ukrepa a ω je bezdimenzijski koeficijent koji se računa na sljedeći način:

$$\omega = \frac{I_{se}}{lt^3} \quad \textbf{(10)}$$

gdje I_{se} predstavlja moment inercije ukrepe sa sunosivom širinom oplate *a/2*, a *r* koeficijent ukrepljenja koji je definiran sljedećim izrazom:

$$r = 1 - 0{,}75\frac{a}{l} \quad \textbf{(11)}$$



Slika 3. Skica poprečno ukrepljenog panela.

Prema [12] izrazi za proračun kritičnog smičnog naprezanja ukrepljenog panela τ_{cr}^{SP} dani su u odnosu na kritično smično naprezanje neukrepljenog panela τ_{cr}^{P}, a određeni su regresijskom analizom rezultata numeričkih simulacija za slučejeve ukrepljivanja sa jednom, dvije i tri ukrepe. Za jednu ukrepu i recipročan odnos stranica *0,5 ≤ B/L ≤ 1,0*:

$$\frac{\tau_{cr}^{SP}}{\tau_{cr}^{P}} = -0{,}9331\left(\frac{B}{L}\right)^2 + 2{,}5912\left(\frac{B}{L}\right) + 0{,}2433 \quad \textbf{(12)}$$

Za dvije ukrepe i odnos stranica *1/3 ≤ B/L ≤ 1,0*:

$$\frac{\tau_{cr}^{SP}}{\tau_{cr}^{P}} = 2{,}9473\left(\frac{B}{L}\right)^2 + 0{,}8459\left(\frac{B}{L}\right) + 0{,}7662 \quad \textbf{(13)}$$

Za tri ukrepe i odnos stranica *0,15 ≤ B/L ≤ 1,0*:

$$\frac{\tau_{cr}^{SP}}{\tau_{cr}^{P}} = 10{,}552\left(\frac{B}{L}\right)^2 - 0{,}6914\left(\frac{B}{L}\right) + 0{,}9767 \quad \textbf{(14)}$$

Prethodna tri izraza vrijede ukoliko je zadovljen uvjet minimalnog omjera momenta inercije ukrepe I^E i oplate između ekrapa I^{EP}, dan sljedećim izrazom:

$$\frac{I^E}{I^{EP}} = \frac{N+1}{\left(1-\nu^2\right)\cdot\left[0{,}19+0{,}7303\left(\frac{L}{B}\right)^2\ln\left(\frac{L}{B}\right)-0{,}7303\left(\frac{L}{B}\right)\ln\left(\left(\frac{L}{B}\right)^2\right)\right]}$$

gdje N predstavlja broj ukrepa.

2. SUROGAT MODELIRANJE RAZMATRANOG PROBLEMA

2.1. Općenita razmatranja

Razmatrane varijante panela su osmišljene i definirane na način da se obuhvate ploče raznih dimenzija, ali tako da se reprezentativno obuhvate karakteristični dijelovi realnih brodskih konstrukcija. Nakon što su definirani razmatrani modeli, generirani su njihovi diskretizirani modeli prema redosljedu plana pokusa (opisanom dalje u tekstu) te su provedene numeričke simulacije kritičnog strukturnog odziva metodom konačnih elemenata (MKE). Paralelno sa numeričim simulacijama napravljen je i proračun prema postojećim teorijskim i empirijskim formulacijama, kako bi se mogla izvršiti usporedba dobivenih rezultata. Koristeći rezultate dobivene računalnim simulacijama, aproksimirani su analitički izrazi (surogat modeli), koristeći odgovarajuće i prikladne matematičke funkcije primjenom metode najmanjih kvadrata, a za izražavanje mjere kvalitete provedenih aproksimacija korišten je koeficijent determinacije R^2.

2.2. Plan računalnih pokusa

Zbog velikog broja analiziranih panela i radi bolje preglednosti pri obradi i prikazu dobivenih rezultata, svakom modelu pridružena je oznaka koja je imala sljedećeg oblika: AR-T-SL/T. Broj uz oznaku AR (eng. *aspect ratio*) predstavlja omjer *L/B*, uz oznaku T (eng. *thickness*) debljinu ploče u milimetrima, uz oznaku S (eng. *stiffener*) broj ukrepa, pri čemu je L oznaka za uzdužno ukrepljenje, a T za poprečno.

Računalni pokusi odvijali su se u sljedećim fazama:

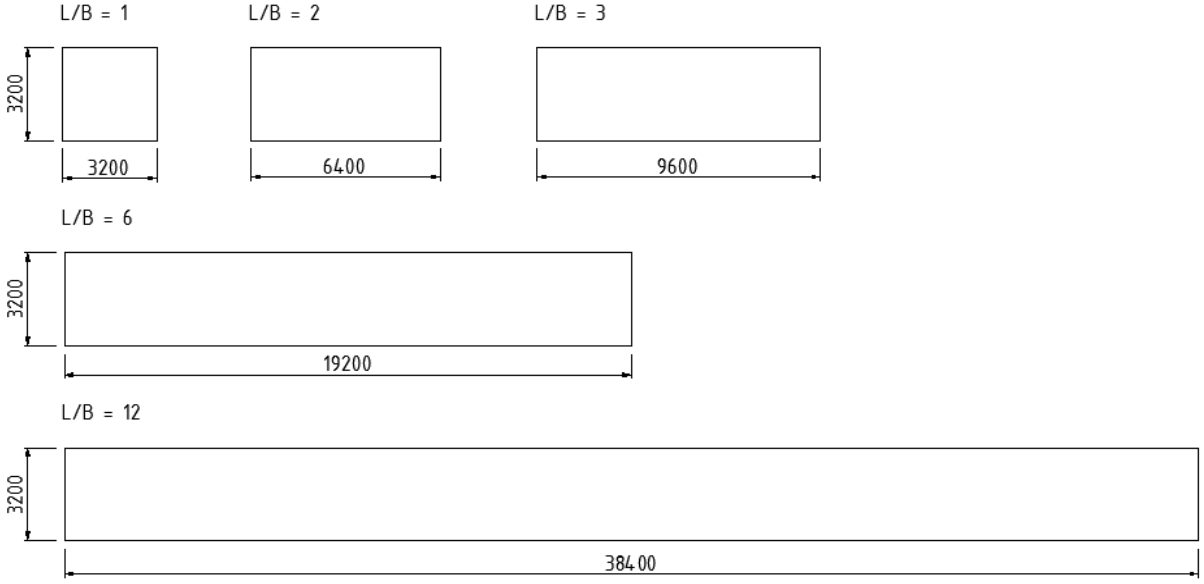
1. Analiza neukrepljenih panela i usporedba sa rezultatima teorijske formulacije (3) za neukrepljene panele;
2. Analiza panela ukrepljenih idealnim ukrepama, tj. ukrepama beskonačne (vertikalne) savojne krutosti;
3. Analiza panela ukrepljenih realnim ukrepama konačne savojne krutosti i usporedba sa rezultatima za neukrepljene panele.

U analizi neukrepljenih panela u razmatranje su uzeti paneli raznih kombinacija odnosa stranica i omjera debljine i širine ploče *t/B* navedenih u Tablici 1. Kao što se vidi na Slici 4,

širina ploča je fiksirana i iznosi 3200 mm, a duljine i debljine ploča su izračunate u odnosu na odabranu širinu. U ovoj fazi analizirano je ukupno 25 modela.

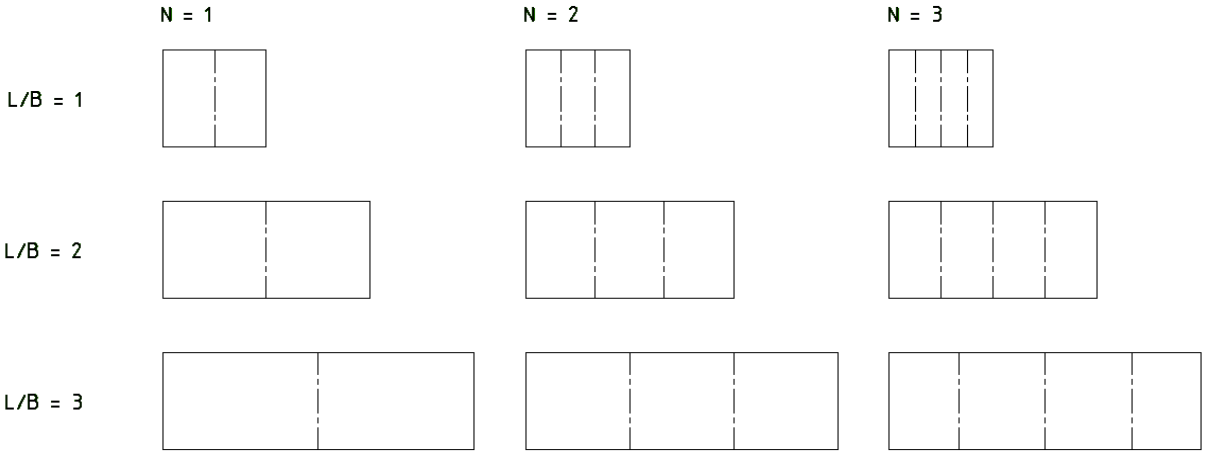
Tablica 3. Geometrijske karakteristike razmatranih ploča.

L/B	t/B	L[mm]	t[mm]
1	0,00250	3200	8
2	0,00375	6400	12
3	0,00500	9600	16
6	0,00625	19200	20
12	0,00750	38400	24

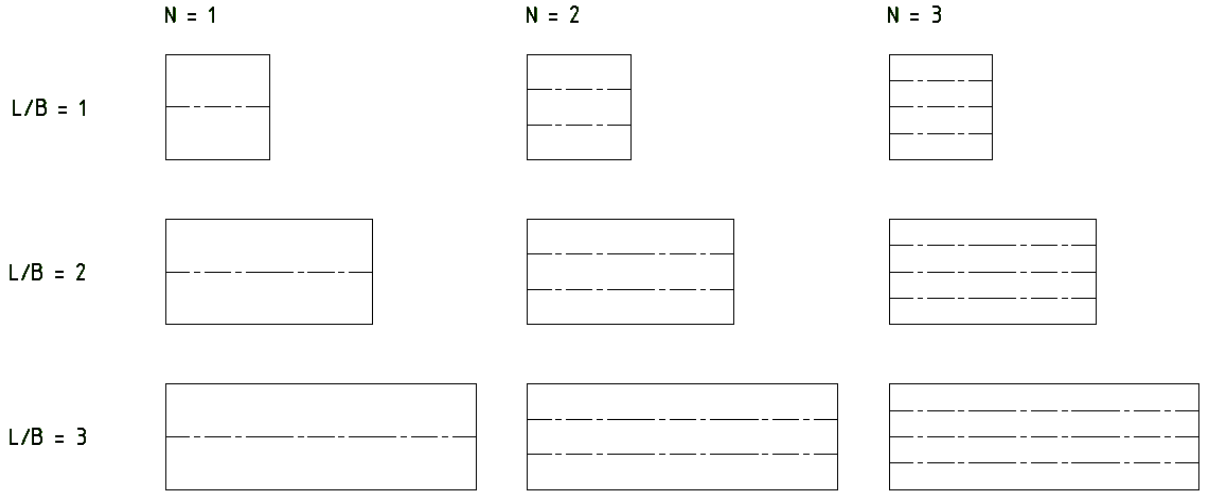


Slika 4. Geometrija i dimenzije neukrepljenih ploča.

Pri Analizi panela s idealnim ukrepama razmatrani su samo ukrepljeni paneli odnosa stranica 1, 2 i 3 sa jednom, dvije ili tri ukrepe. Također svaki od panela prikazanih na Slici 5 i Slici 6 analiziran je sa tri različite debljine (8, 16 i 24 mm), a iedntični rezultati u smislu mogućnosti povećanja smične nosivosti (kao što sugerira Slika 2) potvrdili su da nema potrebe varirati debljinu, tj. povećanje kritičnog smičnog naprezanja praktično ne ovisi o omjeru *t/B*, jer maksimalno relativno odstupanje $\varepsilon(\tau_{cr})$ kritičnog elastičnog smičnog naprezanja za različite omjere *t/B* uvijek je manje od 1%.



Slika 5. Poprečno ukrepljeni paneli.



Slika 6. Uzdužno ukrepljeni paneli.

Ukupan broj modela u ovoj fazi je 54. Idealne ukrepe beskonačne savojne krutosti osiguravaju lokalno izvijanje oplate između ukrepa te se kritično smično naprezanje za ukrepljene panele sa idealnim ukrepama računa kao kritično kritično smično naprezanje za oplatu između ukrepa Veći odnos stranica i veći broj ukrepa stoga nije razamatran iz razloga što se dodavanjem ukrepa zapravo povećava odnos stranica, te su na ovaj način obuhvaćeni odnosi stranica od 0,25 do 12.

Plan pokusa panela s realnim ukrepama je detaljno isplaniran tek nakon što su obrađeni rezultati analize panela s idealnim ukrepama. Nakon što su rezultati analize panela s realnim ukrepama pokazali da povećanje kritičnog smičnog naprezanja ne ovisi o omjeru *t/B* te da je za odnos stranica veći od 1 uzdužno ukrepljivanje znatno efikasnije u odnosu na poprečno, u

daljnje razmatranje uzeti su modeli istih karakteristika kao i oni prikazani na Slici 6, pri čemu se na mjesto idealnih ukrepa (simuliranih rubnim uvjetima) domodeliralo realne ukrepe.

$$\frac{I^S}{I^b} = \left(\frac{5.35\alpha^2 - 1{,}35}{5.5\alpha^2 - 0.6} \right)^3 \frac{4(7\alpha^2 - 5)}{1 - \nu^2} \frac{E}{E^S} \tag{15}$$

Na temelju kriterija za osiguranje lokalnog izvijanja (15) dobivana je referentna vrijednost omjera momenta inercije ukrepe I^S i momenta inercije oplate između ukrepa I^b. Zatim se taj omjer varirao u odnosu na polazišnu vrijednost i to na način da se $(I^S/I^b)_i/(I^S/I^b)_{ref}$ nalazio u geanicama od 0 do 2. Kao iznos debljine oplate svih panela t uzeta je srednja vrijednost prethodno razmatranih modela (*16 mm*), jer je iz Slike 2 vidljivo da povećanje kritičnog smičnog naprezanja ne ovisi o debljini. Pošto je poznat moment inercije oplate između ukrepa, a debljina struka ukrepe t_w je izjednačena sa debljinom oplate t, imamo sve potrebne parametre da izračunamo visinu ukrepe h_w, koju zatim domodeliramo na oplatu postojećih modela.

Nakon svake pojedine faze napravljena je obrada dobivenih rezultata, a izvedeni zaključci su na kraju rezultirali smanjenjem broja modela, o čemu će biti više riječi dalje u radu. Prije provedbe svih pokusa potrebno je odrediti jedinstvenu rezoluciju mreže konačnih elemenata, zbog čega je napravljena analiza konvergencije rješenja dobivenih primjenom metode konačnih elemenata. Iako se njena provedba mogla izbjeći jednostavnim izborom najfinije moguće rezolucije mreže, analiza konvergencije riješenja je ipak provedena zbog značajnih ušteda u ukupnom računalnom vremenu potrebnom za provedbu svih analiza, a koje je moguće realizirati radi vrlo velikog broja razmatranih modela.

3. PROVEDBA RAČUNALNIH POKUSA (NUMERIČKIH SIMULACIJA)

3.1. Općenita razmatranja

U okviru ovoga rada sve analize provedene su metodom konačnih elemenata korištenjem računalne aplikacije SIEMENS FEMAP/NX Nastran, pri čemu su razmatrani modeli diskretizirani dvodimenzionalnim izoparametrijskim konačnim elementima sa četiri čvora (CQUAD4). Pri tome je provođena bifurkacijska analiza, koja matematički predstavlja problem određivanja svojstvenih vrijednosti (eng. *eigenvalues*), a kojom se izvijanje razmatra kao proces u kojem su pomaci (i deformacije) jednaki nuli sve dok opterećenje ne dosegne odgovarajuću kritičnu vrijednost i struktura se izvije. Ovom analizom može se odrediti oblik (forma) izvijanja za svaki svojstveni način (mod) izvijanja kojem odgovara izračunata vrijednost vlastite vrijednosti vektora opterećenja λ. Pri tome λ predstavlja odnos između narinutog opterećenja i kritičnog opterećenja pri kojem dolazi do izvijanja. Svakom načinu izvijanja odgovara jedna vrijednost λ, a može ih biti najviše koliko razmatrani diskretizirani model ima stupnjeva slobode. Za proračun vlastitih vrijednosti korištena je Lanczosova metoda. pri izradi diskretiziranih modela korišten je izotropni elastični materijalni model, kojim su idealizirna materijalna svojstva čelika modula elastičnosti $E=206000\ N/mm^2$ i Poissonovog koeficijenta $\upsilon=0,3$.

3.2. Opterečenja i ograničenja (poopčenih) pomaka (rubni uvjeti) modela

Opterečenja su zadana čvornim silama F_{nB} i F_{nL} za sile duž rubova B i L, a da bi se dobili njihovi iznosi potrebno je prvo odrediti ukupne smične sile na rubovima F_B i F_L, kao i broj elemenata, odnosno čvorova na svakom rubu. Opterečenja su za sve modele zadana na isti način, a njihov je iznos, ovisio o dimenzijama rubova. Ukupne smične sile duž rubova F_B i F_L računaju se se prema jednadžbi (16), a površine rubova prema (17)

$$F = \tau \cdot A \tag{16}$$

$$A_L = t \cdot L \qquad A_B = t \cdot B \tag{17}$$

Broj elemenata na pojedinom rubu je označen sa n_e, a broj čvorova sa n. Broj elemenata na rubu B (n_{eB}) je nakon analize konvergenjcije rješenja jednoznačno određen za sve modele te je

za svaki model izračunat broj elemenata na rubu L (n_{eL}), ovisno o odnosu stranica prema sljedećoj jednadžbi:

$$n_{eL} = \frac{L}{B} \cdot n_{eB} \tag{18}$$

Broj čvorova na nekom rubu je za jedan veći od broja elemenata što se vidi iz (19).

$$n = n_e + 1 \tag{19}$$

Te slijedi da se broj stupnjeva slobode računa prema (20).

$$N_{DoF} = n_B \cdot n_L \cdot 6 \tag{20}$$

Čvorne smične sile za rubne nekutne čvorove F_{nB} i F_{nL} izračunate su prema jednadžbi (21)

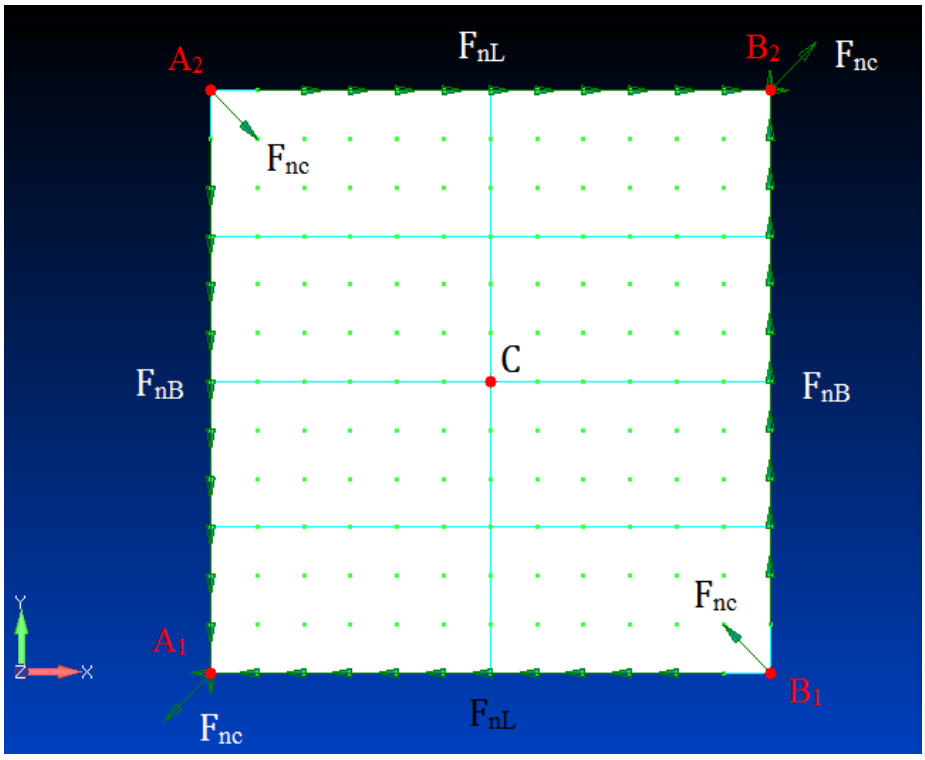
$$F_n = \frac{2F}{2n_e - 1} \tag{21}$$

Čvorne mične sile za rubne kutne čvorove F_{ncB} i F_{ncL} izračunate su prema jednadžbi (22)

$$F_{nc} = \frac{F_n}{4} = \frac{F}{2(2n_e - 1)} \tag{22}$$

Rezultantnu čvornu silu za kutne čvorove F_{nc}, koja se vidi na Slici 7, računalni program određuje prema jednadžbi (23)

$$F_{nc} = \sqrt{F_{ncL}{}^2 + F_{ncB}{}^2} \tag{23}$$



Slika 7. Model AR1, n_{eB}=12.

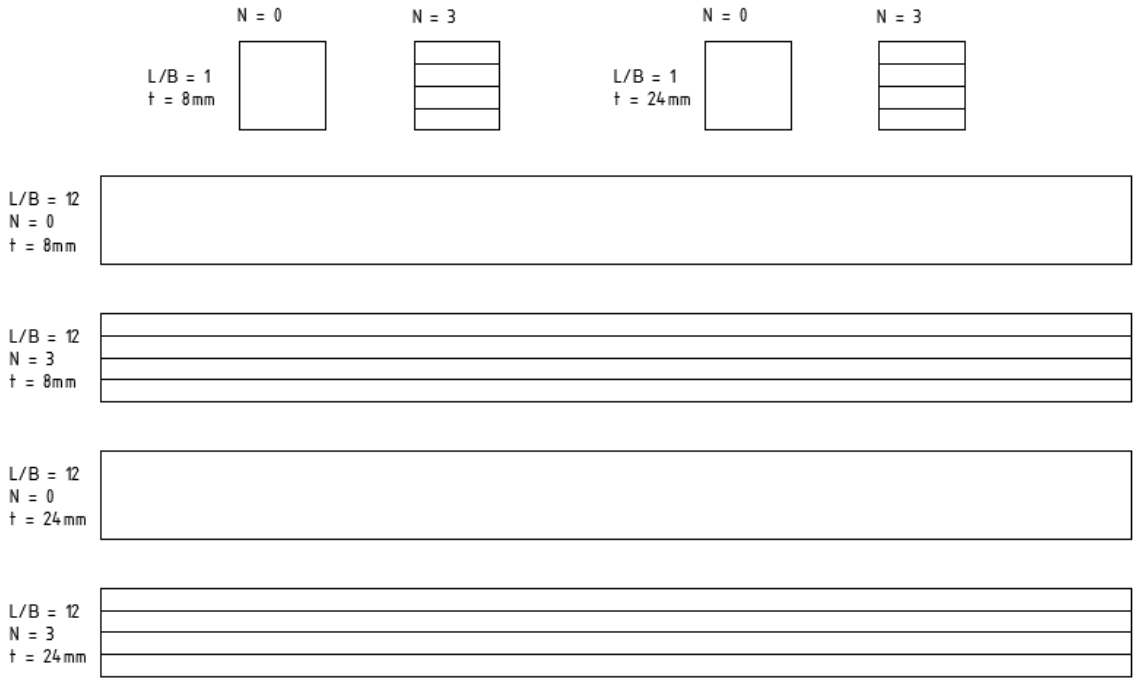
Ograničenja poopćenih pomaka su definirana tako da se što bolje simuliraju uvjeti smično opterećene slobodno oslonjene ploče. U Tablici 2 prikazani su rubni uvjeti korišteni za sve panele, s tim da se rubni uvjeti za čvorove na mjestu idealne ukrepe modeliraju, naravno, samo u slučaju panela s idealnim ukrepama.

Tablica 4. Rubni uvjeti.

POMACI / ČVOROVI	T_x	T_y	T_z	R_x	R_y	R_z
$[A_1; B_1]$; $[A_2; B_2]$ $[A_1; A_2]$; $[B_1; B_2]$	1	1	Ø	1	1	Ø
C	Ø	Ø	1	1	1	Ø
SVI OSTALI ČVOROVI	1	1	1	1	1	Ø
ČVOROVI NA MJESTU IDEALNE UKREPE	1	1	Ø	1	1	Ø

3.3. Analiza konvergencije rješenja

Analiza konvergencije rješenja je provedena na način da su se analizirali ekstremni slučajevi dimenzija panela i broja ukrepa. Izgled i karakteristike panela prikazane su na Slici 8.



Slika 8. Karakteristike panela za studiju konvergencije mreže.

Broj elemenata na rubu B, n_{eB} bio je variran od najvećeg 120 do 12, sa korakom 12 i to za svaki od 8 gore prikazanih modela, što je rezultiralo sa ukupno 80 modela. U Tablici 2 dani su parametri potrebni za analizu konvergencije rješenja za panele AR12-T8-S0 i AR12-T8-S3L, a izračunati su prema izrazima (16) do (21), danim u prethodnom poglavlju. Rezultati anlize konvergencije rješenja prikazani su na Slici 9 za neukrepljene i Slici 10 za ukrepljene panele. Na njima je prikazano relativna promjena $\varepsilon(\tau_{cr})$ kritičnog elastičnog smičnog naprezanja u ovisnosti o relativnoj promjeni $\varepsilon(N_{DoF})$ ukupnog broja stupnjeva slobode za sve razmatrane modele s obzirom na najfinije diskretiziran model.

Tablica 5. Opis modela.

	ANALIZA KONVERGENCIJE RJEŠENJA							
	Paneli: AR12-T8-S0 AR12-T8-S3L		B [mm]	L [mm]	t [mm]	L/B [-]	t/B [-]	τ_{cr}(teor.) [N/mm2]
			3200	38400	8	12	0,00250	6,25
	ne_L [-]	ne_B [-]	N_{DoF} [-]	N_{DoF} / N^{120}_{DoF} [-]	$Fn_{L(kut)}$ [N]	$Fn_{B(kut)}$ [N]	Fn_L [N]	Fn_B [N]
1	144	12	11310	0,01081	535,1916	556,5217	2140,7666	2226,0870
2	288	24	43350	0,04144	267,1304	272,3404	1068,5217	1089,3617
3	432	36	96126	0,09188	177,9838	180,2817	711,9351	721,1268
4	576	48	169638	0,16215	133,4492	134,7368	533,7967	538,9474
5	720	60	263886	0,25224	106,7408	107,5630	426,9632	430,2521
6	864	72	378870	0,36215	88,9404	89,5105	355,7614	358,0420
7	1008	84	514590	0,49188	76,2283	76,6467	304,9132	306,5868
8	1152	96	671046	0,64143	66,6956	67,0157	266,7825	268,0628
9	1296	108	848238	0,81081	59,2821	59,5349	237,1285	238,1395
10	1440	120	1046166	1,00000	53,3519	53,5565	213,4074	214,2259
BEST	1152	96	671046	0,64143	66,6956	67,0157	266,7825	268,0628

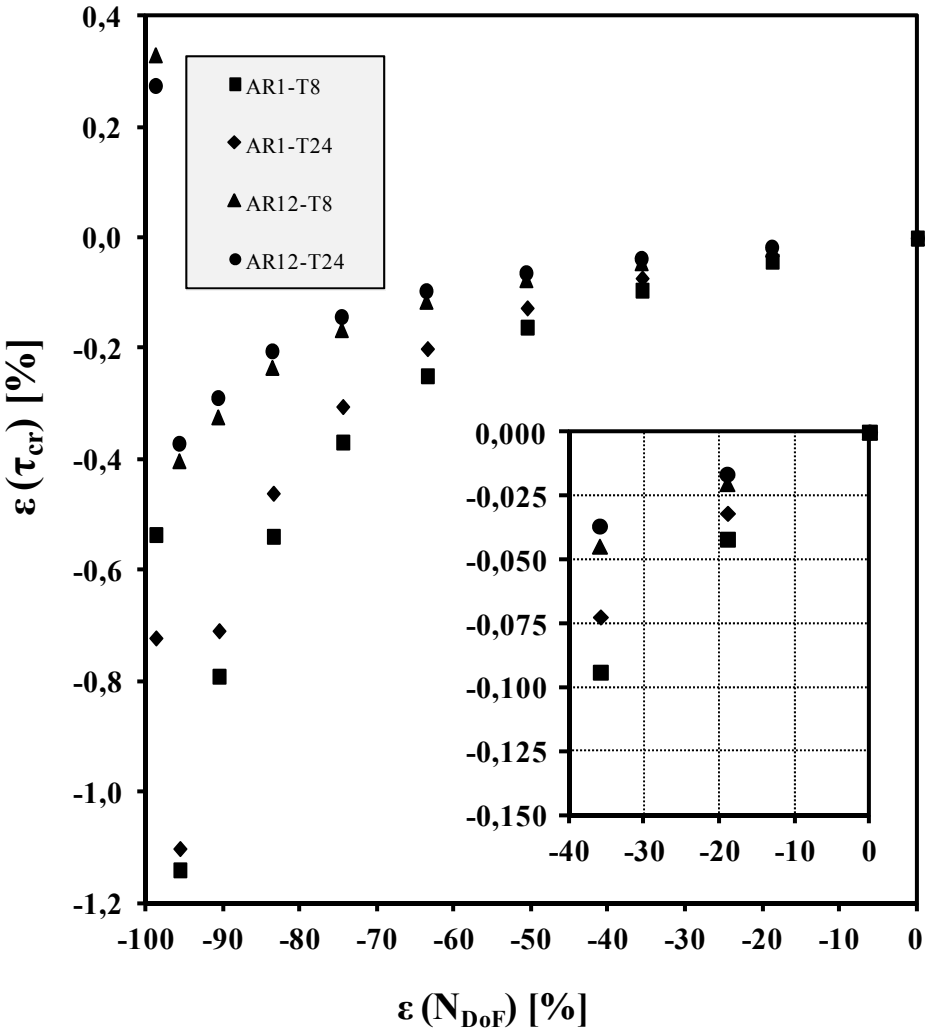
Relativna promjena $\varepsilon(\tau_{cr})$ kritičnog elastičnog smičnog naprezanja dobivena za neku rezoluciju mreže $(\tau_{cr})_{nB}$ u odnosu na kritično elastično smično naprezanje dobiveno za najfiniju rezoluciju mreže $(\tau_{cr})_{120}$ računa se prema sljedećem izrazu:

$$\varepsilon(\tau_{cr}) = \frac{(\tau_{cr})_{n_B} - (\tau_{cr})_{120}}{(\tau_{cr})_{120}} \qquad \textbf{(24)}$$

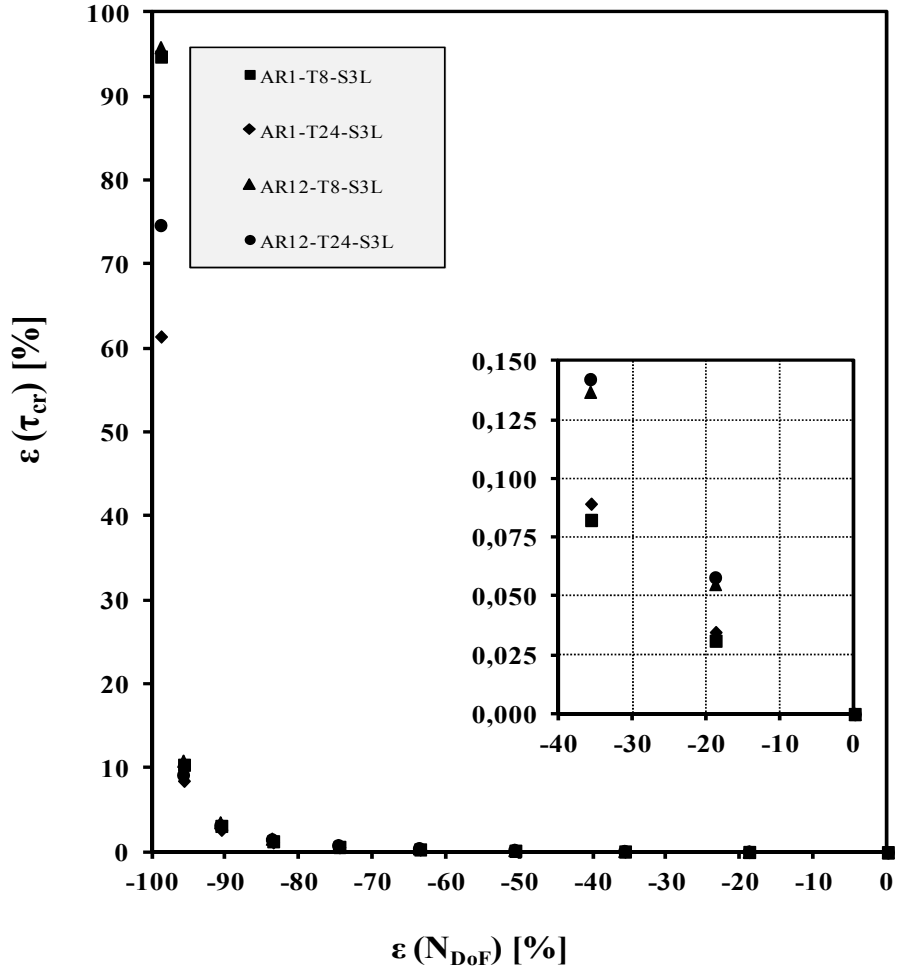
Relativna promjena $\varepsilon(N_{DoF})$ stupnjeva slobode predstavlja promjenu ukupnog broja stupnjeva slobode za neku rezoluciju mreže $(N_{DoF})_{nB}$ u odnosu na broj stupnjeva slobode za najfiniju rezoluciju mreže $(N_{DoF})_{120}$:

$$\varepsilon(\tau_{cr}) = \frac{(N_{DoF})_{n_B} - (N_{DoF})_{120}}{(N_{DoF})_{120}} \quad \textbf{(25)}$$

Za sve daljnje pokuse odabrana je rezolucija mreže koju karakterizira 96 elemenata po širini panela, što je smanjenje broja stupnjeva slobode po panelu za oko 36% u odnosu na najfiniju moguće rezoluciju mreže, uz maksimalno relativno odstupanje kritičnog elastičnog smičnog naprezanja od 0.14% i to samo za dva analiziran ukrepljena panela, dok kod ostalih panela relativno odstupanje pada ispod 0.1%.



Slika 9. Analiza konvergencije rješenja za neukrepljene panele.

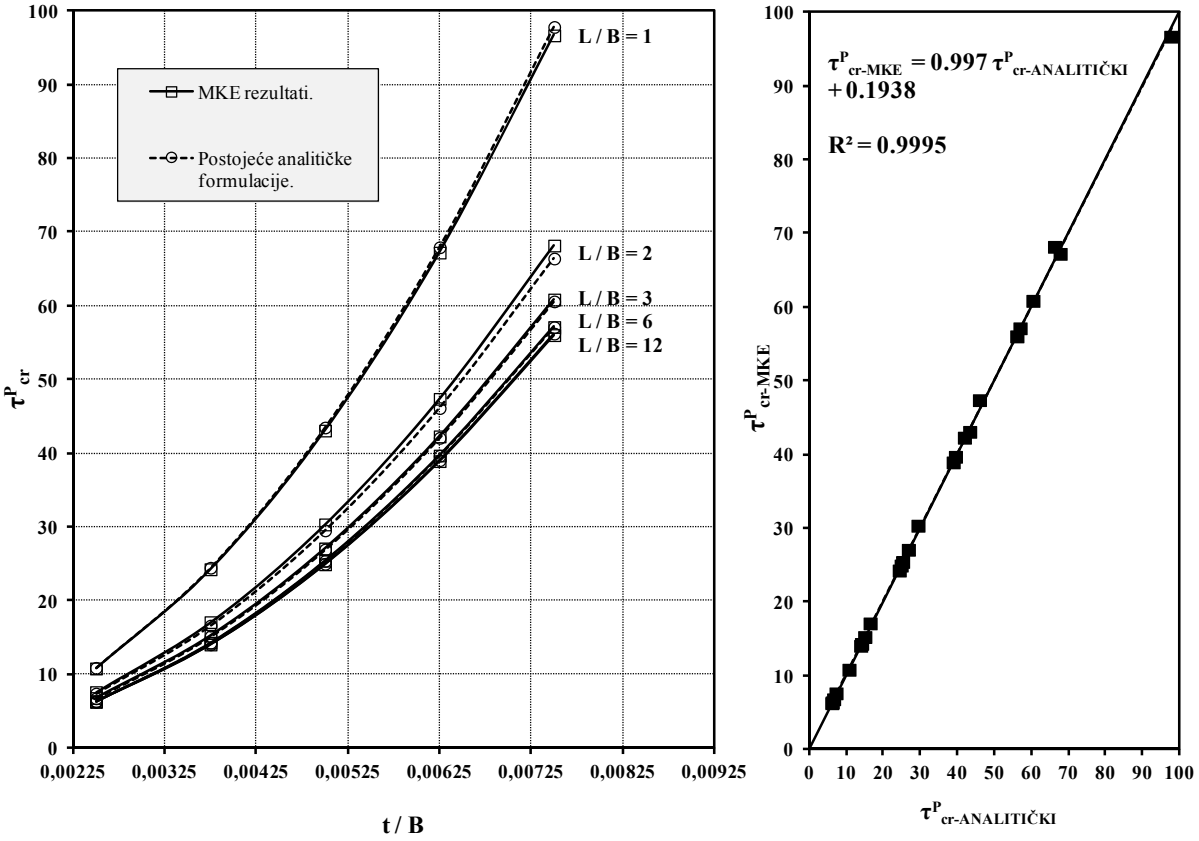


Slika 10. Analiza konvergencije rješenja za ukrepljene panele.

4. REZULTATI

4.1. Prikaz dobivenih rezultata

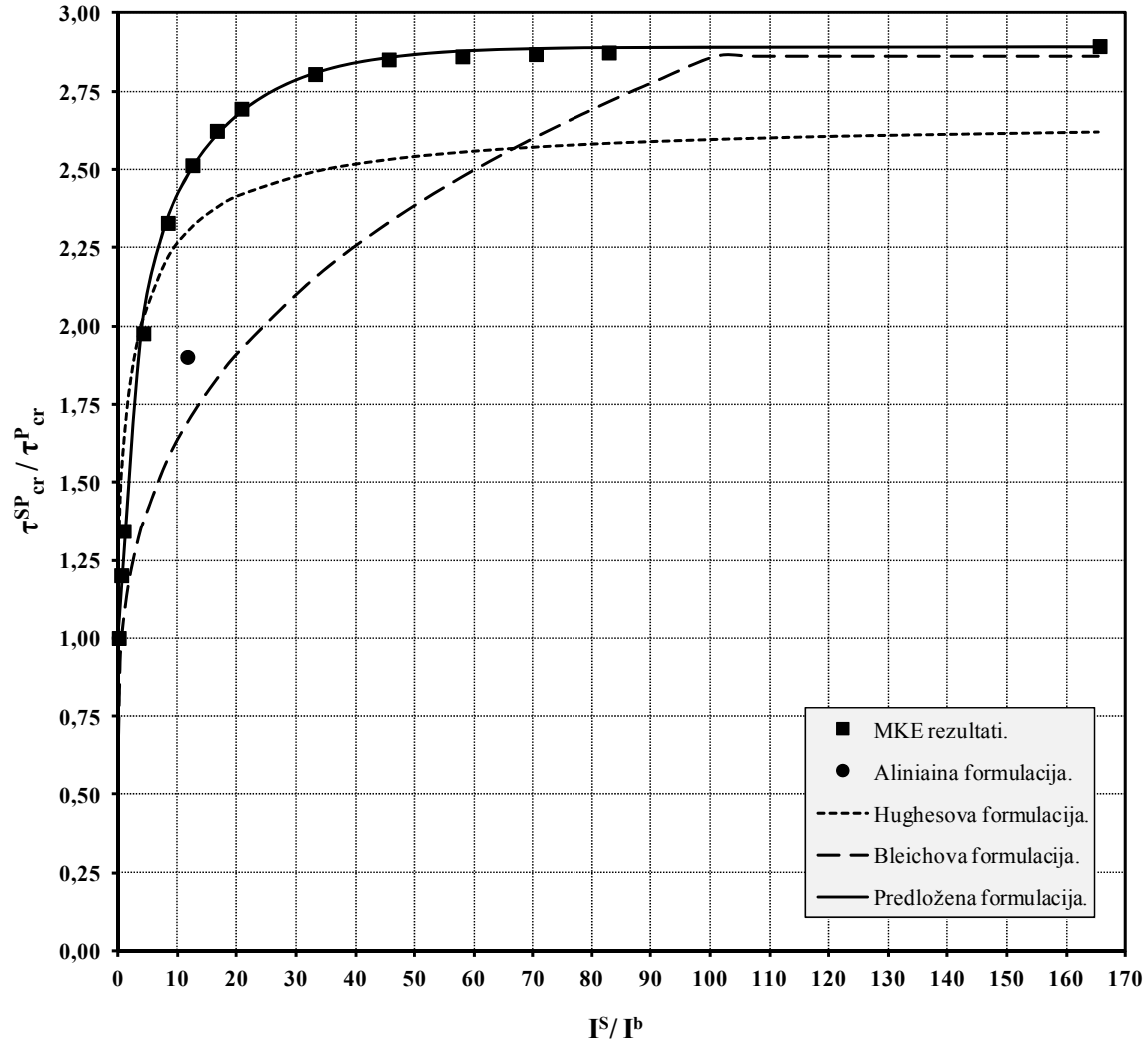
Slika 11 prikazuje usporedbu rezultata numeričkih simulacija razmatranih modela neukrepljenih panela sa rezultatima proračuna upotrebom postojeće teorijske formulacije (3).



Slika 11. Ovisnost i usporedba dobivenih rezultata s obzirom na odnos stranica i debljinu razmatranih neukrepljenih ploča.

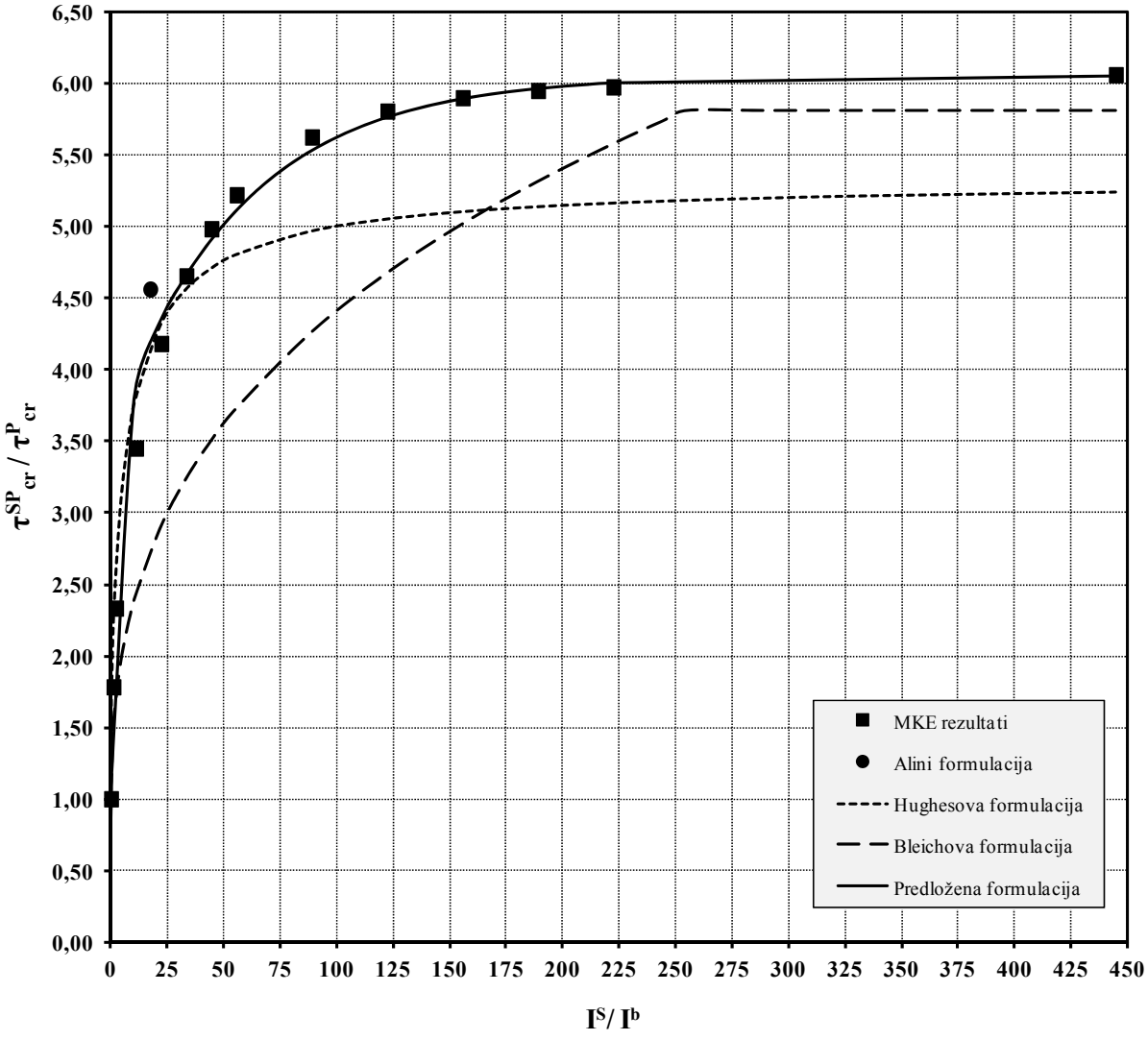
Uočava se izvrsno poklapanje rezultata, što nam potvrđuje i koeficijent determinacije koji je vrlo blizak jediničnoj vrijednosti. Dobro poklapanje dobivenih rezultata sugerira da su numerički modeli dobro definirani. Uz to, može se zaključiti i da je moguće koristiti postojeću teorijsku formulaciju (3) u okviru dalje u radu formuliranih izraza za kritično smično naprezanje ukrepljenih panela, čiji iznos u predloženim formulacijama (vidi podpoglavlje 4.2) direktno ovisi o kritičnom smičnom naprezanju neukrepljenih panela.

Na sljedećim slikama prikazani su diagrami sa rezultatima numeričkih simulacija devet razmatranih varijanti ukrepljenih panela sa realnim ukrepama, gdje je prikazana ovisnost povećanja kritičnog smičnog naprezanja u ovisnosti o odnosu momenta inercije ukrepe I^S i momenta inercije oplate između ukrepa I^b. Zamjetno je to da povećanje kritičnog smičnog naprezanja svih devet panela imaju vrlo sličnu distribuciju, tj. prvo izrazito nagli rast, zatim kratki prijelaz, pa jako spori rast, tj. u konačnici se povećanjem visine struka ukrepe, odnosno njenog momenta inercije, ne postiže praktički nikakav prirast kritičnog smičnog naprezanja. Zbog specifičnosti panela sa odnosom stranica $L/B = 1$, jer je u tome slučaju poprečno i uzdužno ukrepljenje jednoznačno, možemo usporediti dobivene rezultate sa rezultatima dobivenim postojećim formulacijama (vidi poglavlje 1.3).

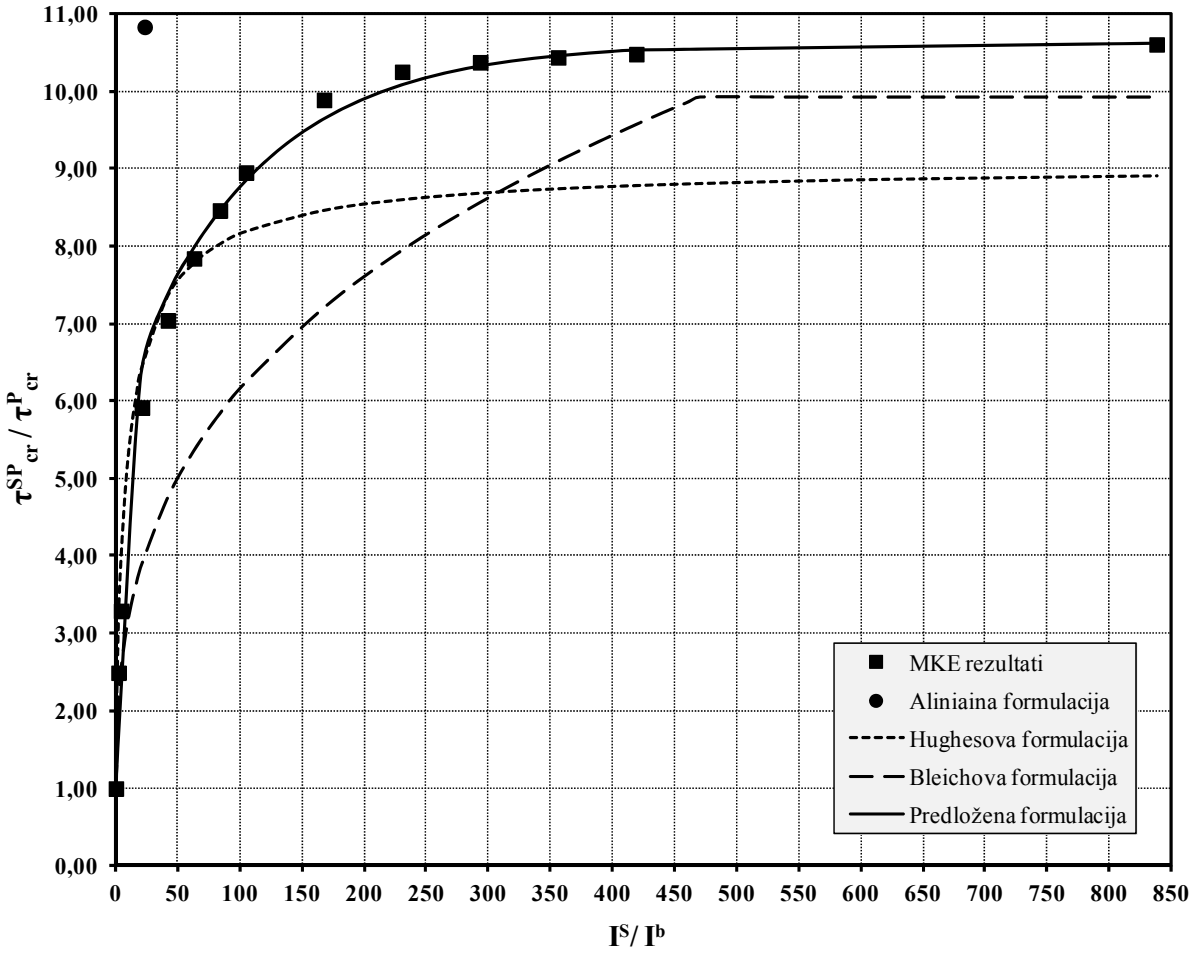


Slika 12. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S1L.

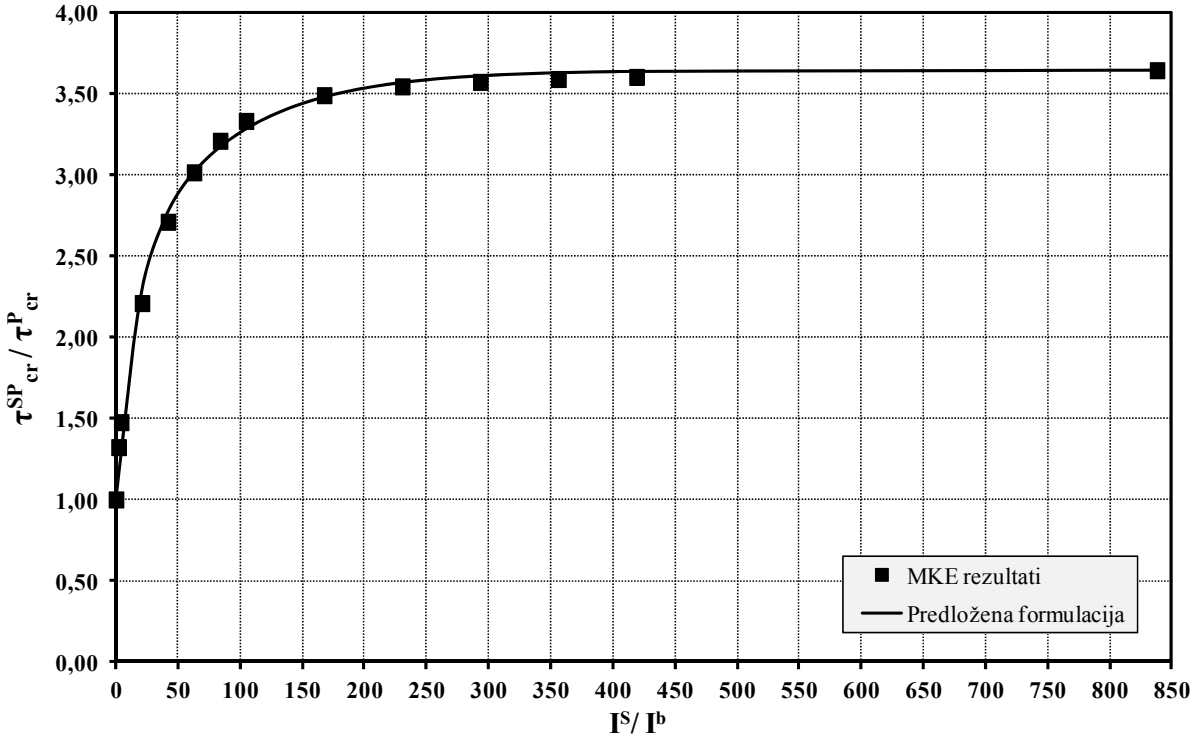
Iz Slike 12, Slike 13 i Slike 14 vidljivo je da se Hughesova formulacija (8) u početku gdje krivulja ima nagli rast jako dobro poklapa sa dobivenim rezultatima, dok na djelu gdje je izražen spori rast ima konstantno odstupanje i konzervativnije rezultate, dok je kod Bleichove formulacije (5) upravo suprotan slučaj. Loše je to što se niti jedna od ove dvije formulacije ne poklapa niti međusobno, niti sa rezultatima numeričkih simulacija na prijelaznom dijelu koji je zapravo najzanimljiviji za razmatranje.



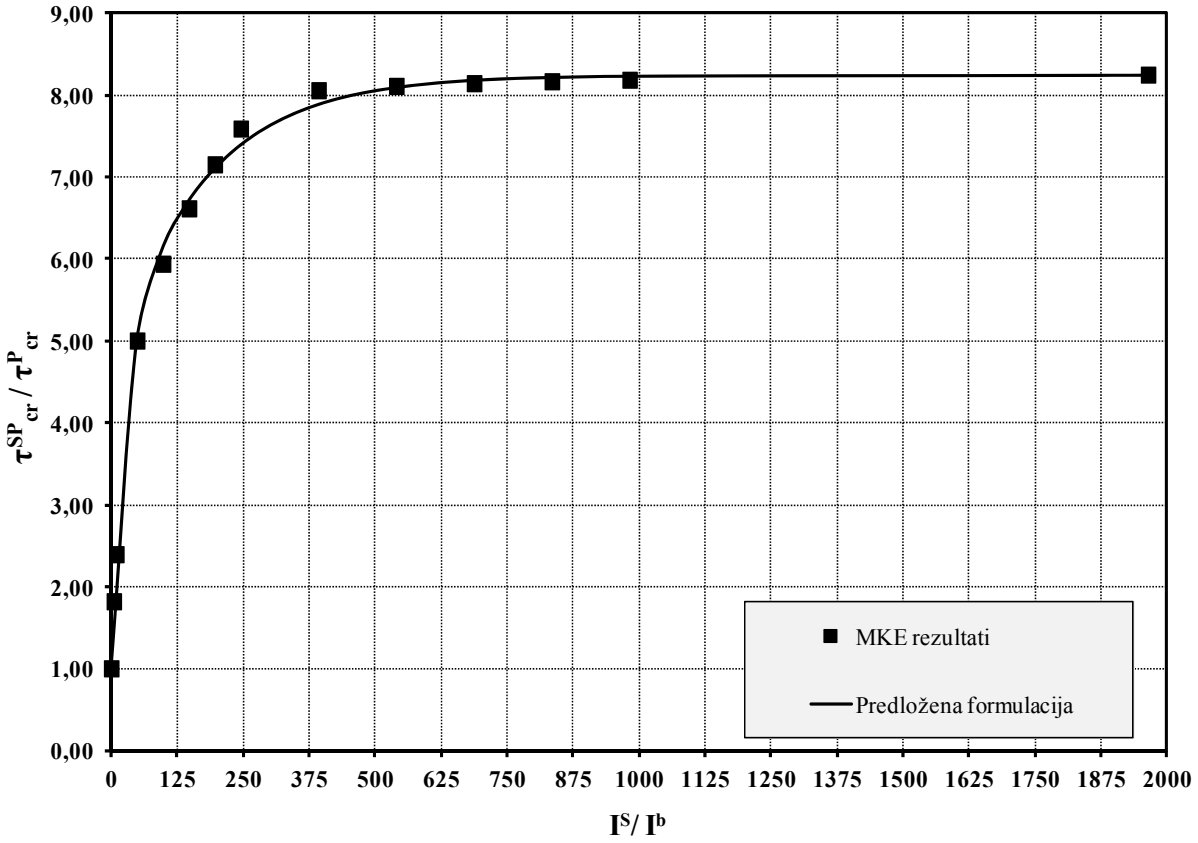
Slika 13. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S2L.



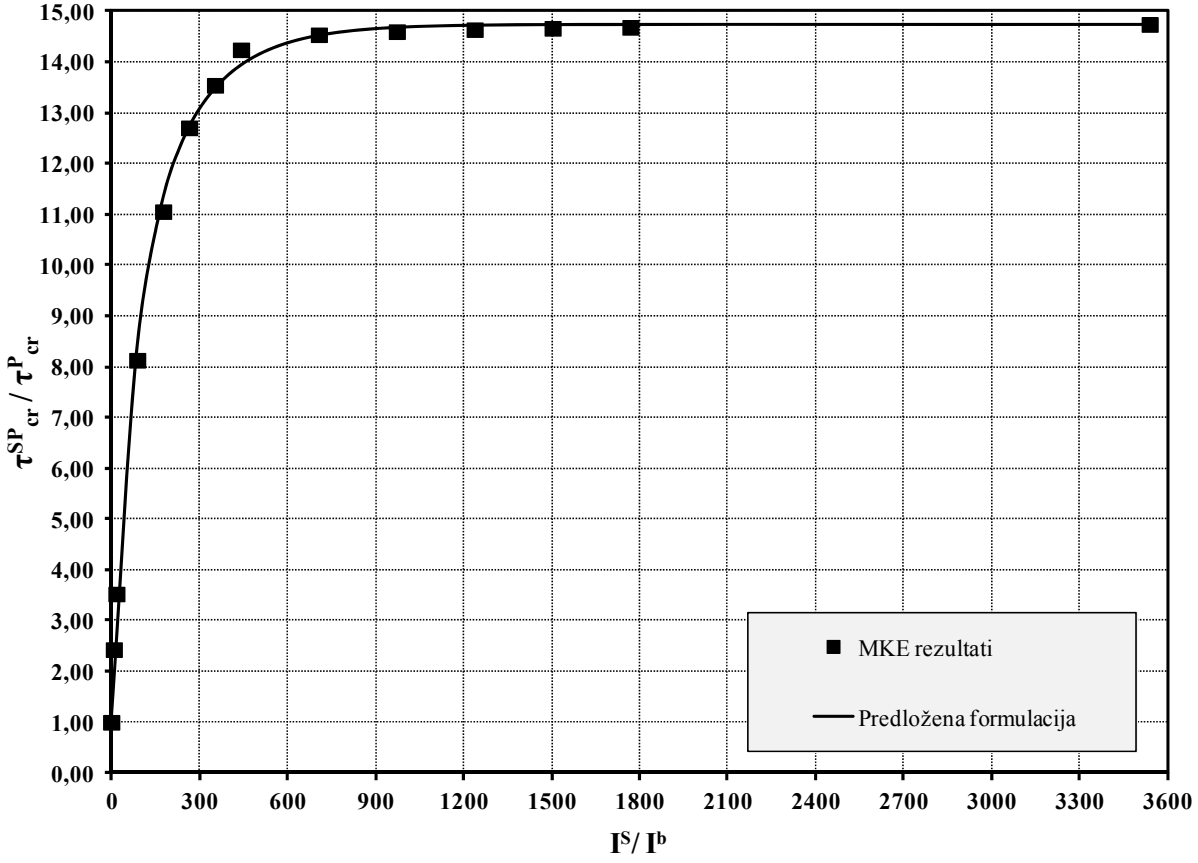
Slika 14. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR1-T16-S3L.



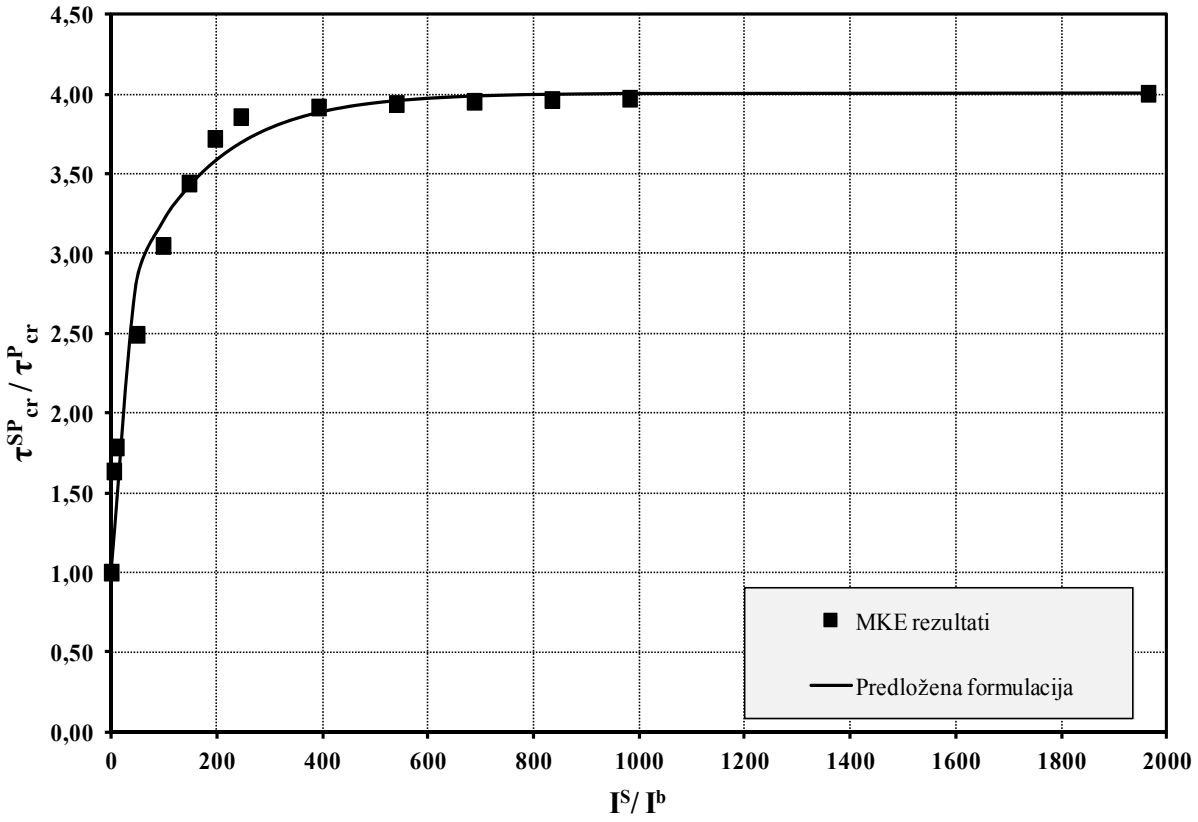
Slika 15. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S1L.



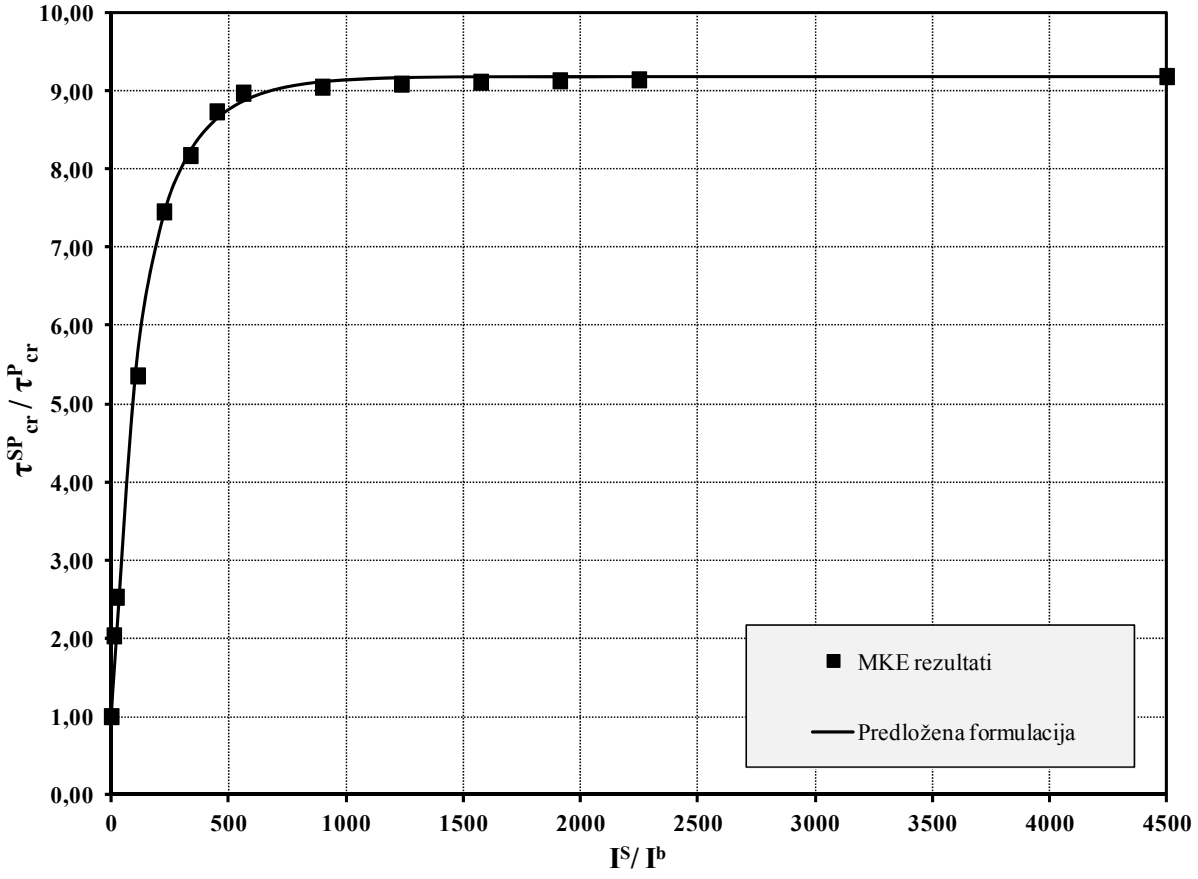
Slika 16. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S2L.



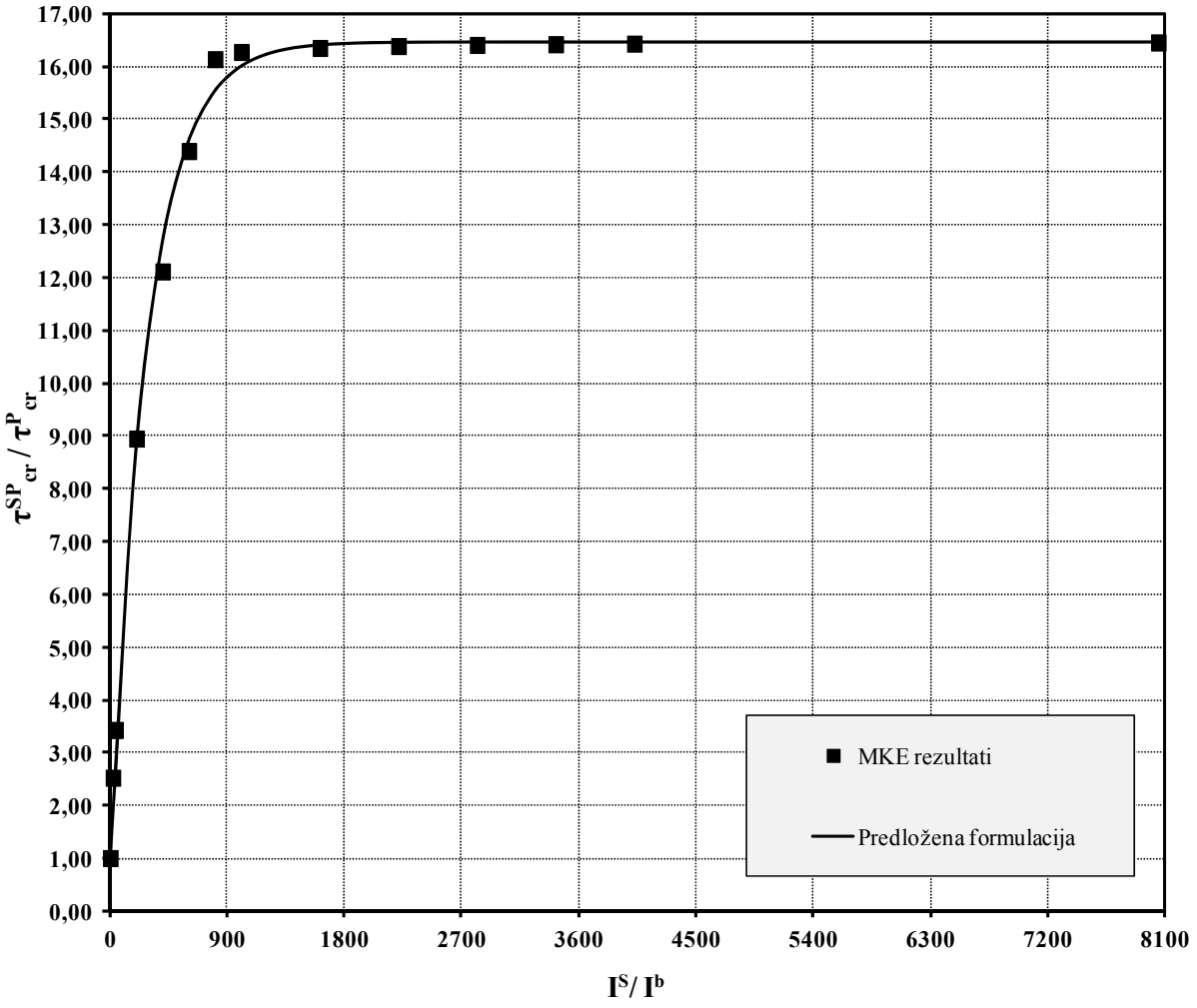
Slika 17. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR2-T16-S3L.



Slika 18. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S1L.



Slika 19. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S2L.



Slika 20. Povećanje kritičnog smičnog naprezanja za razmatrani panel AR3-T16-S3L.

4.2. Predložene formulacije elastične smične nosivosti

Prilikom izbora vrste krivulja za aproksimaciju razmatrane su različite sigmoidne krivulje pri čemu se najkvalitetnija razina aproksimacije postigla sumom dvije eksponencijalne funkcije sljedećeg oblika:

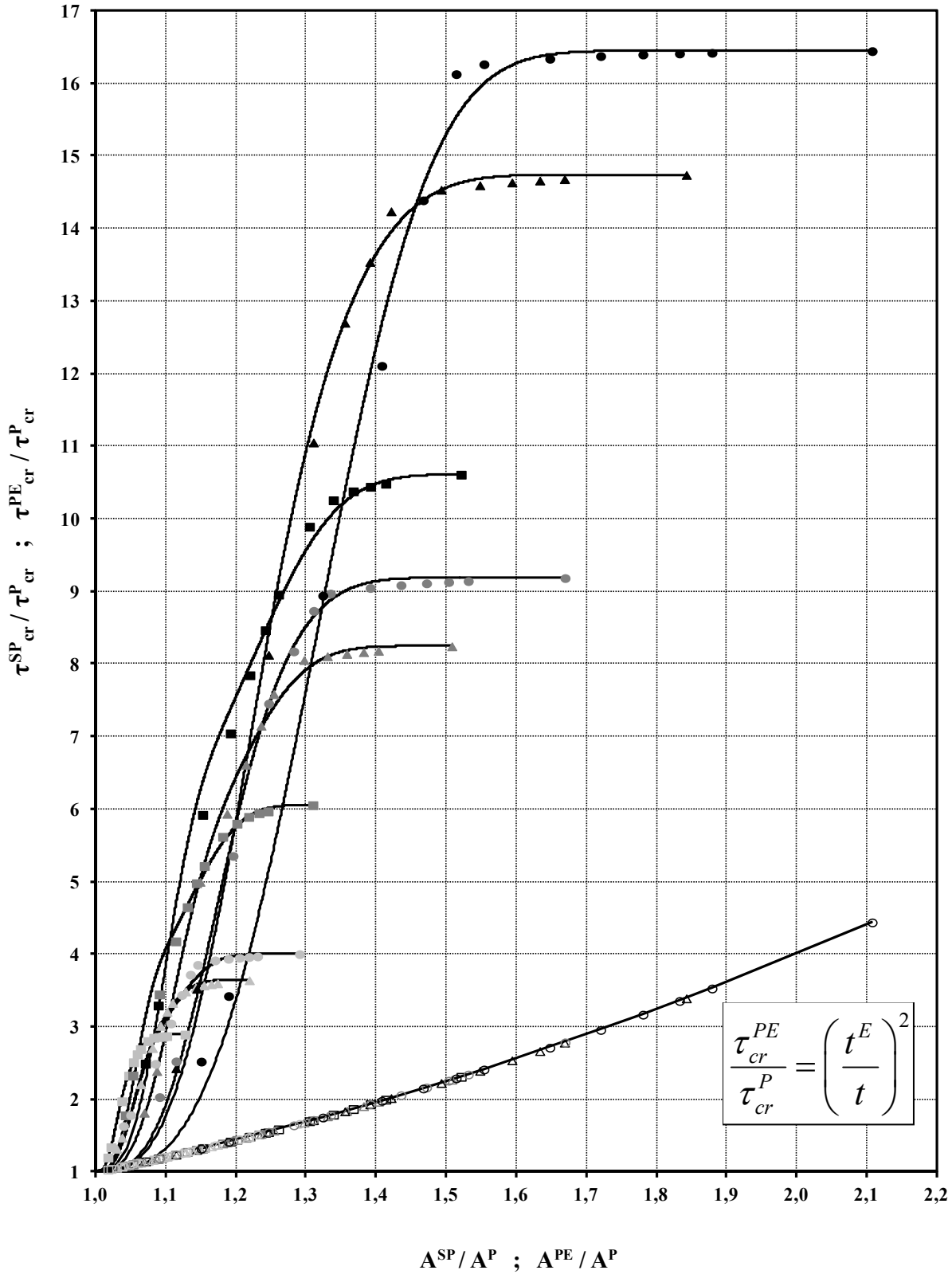
$$\tau_{cr}^{SP} = \left\{ C_0 - \frac{C_0 - 1}{2} \left[\exp\left(-C_1 x\right) + \exp\left(-C_2 x\right) \right] \right\} \tau_{cr}^{P} \qquad \textbf{(26)}$$

Koeficijenti C_0, C_1 i C_2 određeni su metodm najmanjih kvadrata, a njihove vrijednosti navedene su u Tablici 4. Iz dijagrama na prethodnim slikama vidljivo je da dobivene krivulje izuzetno dobro aproksimiraju rezultate numeričkih simulacija, a to je i potvrđeno izračunatim koeficijentima determinacije R^2, koji su također navedeni u Tablici 4, a čije su vrijednosti vrlo bliske jedinici u svim slučajevima.

Tablica 6. Koeficijenti predložene formulacije i pripadajući koeficijent determinacije za razmatrane panele.

	N_S	1	2	3
L/B = 1	C_0	2,8946	6,0558	10,6109
	C_1	0,3905	0,2574	0,1289
	C_2	0,0728	0,0177	0,0095
	R^2	0,9993	0,9939	0,9964
	N_S	1	2	3
L/B = 2	C_0	3,6431	8,2450	14,7389
	C_1	0,0643	0,0391	0,0144
	C_2	0,0124	0,0059	0,0049
	R^2	0,9965	0,9985	0,9984
	N_S	1	2	3
L/B = 3	C_0	4,0030	9,1853	16,4464
	C_1	0,0595	0,0114	0,0035
	C_2	0,0064	0,0046	0,0035
	R^2	0,9835	0,9978	0,9973

Na sljedećoj slici prikazan je dijagram povećanja kritičnog smičnog naprezanja ukrepljivanjem $\tau_{cr}^{SP}/\ \tau_{cr}^{P}$ i podebljavanjem oplate $\tau_{cr}^{PE}/\tau_{cr}^{P}$ u ovisnosti o promjeni površine poprečnog prejeka, tj. o povećanju dodatnog materijala ukrepljenog A^{SP}/A^{P} ili neukrepljenog A^{PE}/A^{P} modela. Iz tog dijagrama se vidi da je ukrepljivanje u svim razmatranim slučajevima znatno efikasnije od podebljavanja.



Slika 21. Zbirni dijagram povećanja kritičnog smičnog naprezanja svih razmatranih panela u ovisnosti o povećanju površine poprečnog presjeka.

5. ZAKLJUČAK

U radu su razmotrene različite mogučnosti ukrepljivanja zglobno oslonjenih izotropnih (čeličnih) ploča radi povećanja elastične smične nosivosti, tj. otpornosti pojavljivanju elastičnog smičnog izvijanja, a u vezi s tim je pokazano da je ukrepljivanje uvjek najefikasniji pristup povećanju kritičnog smičnog naprezanja. Rezultati numeričkih simulacija za neukrepljene panele izvrsno se poklapaju sa rezultatima postoječe teorijske formulacije, što je značajno jer su sve formulacije za izračun kritičnog smičnog naprezanja ukrepljenog panela predložene u radu ovisne o kritičnom smičnom naprezanju neukreplenog panela te nam to omogućje puni brži i jednostavnjiji proračun bez potrebe numeričkih simulacija. Međutim, s obzirom da je u pojedinim razmatranim slučajevima izračunato kritično smično naprezanje ukrepljenih panela veće za panele s realnim ukrepama nego sa idealnim ukrepama, nameće se zaključak da bi razmatranjima u obzir trebalo pored vertikalne savojne krutosti ukrepe uzeti i horizontalnu savojnu, odnosno torzijsku krutost ukrepe.

LITERATURA

[1] RUTHERFORD, S.E.: "Hull strength under bending and shear", Hull structures report No. 83/19, Lloyd's Register, London 1983.

[2] NARA, S., DEGUCHI, Y., FUKUMOTO, Y.: "Ultimate strength of steel plate panels with initial imperfection under uniform shearing stress", Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 392/I-9, 1988.

[3] ...: "Eurocode 3 ENV 1993-1-1. Design of steel structures, Part 1.1 General rules and rules for buildings". British Standard Institution, 1992.

[4] PAIK, J.K., THAYAMBALLI, A.K.: "Ultimate limit state design of steel-plated structures", John Wiley and Sons, Chichester 2003.

[5] ZHANG, S., KUMAR, P., RUTHERFORD, S.E.: "Ultimate shear strength of plates and stiffened panels", Ships and Offshore structures, Vol.3, No.2, p.105-112, 2008.

[6] HUGHES, O.F., PAIK, J.K.: "Ship structural analysis and design", The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2010.

[7] BRUHN, E.F.: "Analysis and design of flight vehicle structures", Tri-State Offset Company, 1965.

[8] MURRAY, N.W.: "Introduction to the theory of thin-walled structures", Oxford University Press, Oxford 1984.

[9] TRAHAIR, N.S., BRADFORD, M.A., NETHERCOT, D.A., GARDNER, L.: "The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3", Taylor and Francis, London and New York 2008.

[10] TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M.: "Theory of elastic stability", McGraw-Hill, New York 1985.

[11] BLEICH, F.: "Buckling strength of metal structures", McGraw-Hill, New York 1952.

[12] ALINIA, M.M., "A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading", Thin-Walled Structures 43 (2005); 845-860.

PRILOZI

I. CD-R disc