Analiza uzdužne statičke i dinamičke stabilnosti putničkog hidroaviona

Vranješ, Ozren

Master's thesis / Diplomski rad

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:378151

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Ozren Vranješ

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Analiza uzdužne statičke i dinamičke stabilnosti putničkog hidroaviona

Mentor:
Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:
Ozren Vranješ

Zagreb, 2014.

Zahvala

Zahvaljujem se prvenstveno svom mentoru profesoru dr. sc. Milanu Vrdoljaku na velikoj pomoći, savjetima i pruženom znanju tijekom izrade ovog rada i kroz kolegije. Također se zahvaljujem gospodinu Jasminu Mešetoviću iz tvrtke European Coastal Airlines, djevojci Ivi Katarini i mojoj obitelji koji su mi bili podrška sve ove godine.

Ozren Vranješ

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ozren Vranješ** Mat. br.: 0035160741

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza uzdužne statičke i dinamičke stabilnosti putničkog hidroaviona**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of Longitudinal Static and Dynamic Stability for Commuter Floatplane**

Opis zadatka:

Za prijevoz putnika i prometno povezivanje otoka od interesa su avioni s mogućnošću slijetanja i polijetanja s vodene površine pri čemu su najčešće konfiguracije hidroavion i amfibijski avion. U odnosu na hidroavion, amfibijski avion ima mogućnost slijetanja i na uređenu pistu.

Analiza statičke i dinamičke stabilnosti predstavlja dio analize ukupne stabilnosti s kojim se može ocijeniti kvaliteta uzdužnog upravljanja letjelice. Za provedbu takve analize nužno je poznavati uzdužni aerodinamički model kojeg čine sile uzgona i otpora te moment propinjanja, kao i inercijske značajke aviona. Predmet analize u ovom radu je dvomotorni, turboelisni putnički hidroavion nalik na DHC-6.

U radu je za promatrani avion potrebno:

- prikupiti sve potrebne geometrijske i inercijske značajke,
- napraviti procjenu uzdužnih aerodinamičkih koeficijenata uzevši u obzir konfiguraciju s plovcima,
- provesti analizu statičke stabilnosti,
- provesti analizu dinamičke stabilnosti i ocjenu kvalitete direktnog upravljanja.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
25. rujna 2014.	27. studenog 2014.	3., 4. i 5. prosinca 2014.

Zadatak zadao: Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva: Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Sadržaj

Sadržaj i
Popis slika iii
Popis tablica v
Popis oznaka vi
Sažetak x
Summary xi
1. Uvod 1
2. Geometrija i prikupljeni podaci 3
2.1. Krilo 4
2.2. Tijelo 6
2.3. Horizontalni rep 7
2.4. Vertikalni rep 9
2.5. Plovci 10
2.6. Zrakoplov 11
3. Otpor 12
3.1. Krilo 12
3.2. Tijelo 13
3.3. Horizontalni rep 14
3.4. Vertikalni rep 15
3.5. Plovci 16
3.5.1. Otpor plovka aproksimiranog jednostavnim rotacijskim tijelom 16
3.5.2. Otpor plovka prema NACA izvješću 17
3.6. Gondole motora 20
3.7. Upornice i nosači plovaka 21
3.8. Vertikalna krilca 23
3.9. Ukupni nulti otpor zrakoplova 23
4. Normalna sila i moment propinjanja 25
4.1. Krilo 25
4.2. Tijelo 27
4.3. Horizontalni rep 28
4.4. Plovci 31
4.5. Motor 34

4.6. Ukupna normalna sila....36
4.7. Ukupni moment propinjanja....37
4.7.1. Nestacionarni gradijenti normalne sile i momenta propinjanja....41
5. Ravnotežni let i statička uzdužna stabilnost....42
5.1. Uvjeti uzdužne stabilnosti ravnotežnog leta....45
5.2. Neutralna točka....47
6. Dinamička stabilnost uzdužnog gibanja....48
6.1. Linearni model....48
6.2. Modovi uzdužnog gibanja....51
6.3. Odziv sustava na *step* pobudu (jedinični odskok)....56
6.4. Odziv na impulsnu pobudu....58
7. Ocjena kvalitete direktnog upravljanja....60
7.1. MIL kriterij....62
7.1.1. Ocjena kratko-periodičnog moda....62
7.1.2. Ocjena dugo-periodičnog moda....63
7.2. ICAO kriterij....64
7.2.1. Ocjena kratko-periodičnog moda....64
7.2.2. Ocjena dugo-periodičnog moda....65
7.3. ESDU kriterij....66
7.4. CAP kriterij....67
8. Zaključak....69
9. Literatura....71

Popis slika

Slika 1.	Nacrt zrakoplova DHC-6	3
Slika 2.	Tlocrt zrakoplova DHC-6	3
Slika 3.	Bokocrt zrakoplova DHC-6	4
Slika 4.	Profil krila NACA 63A516	5
Slika 5.	Ovisnost koeficijenta uzgona profila krila o napadnom kutu	6
Slika 6.	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja profila krila o napadnom kutu	6
Slika 7.	Aproksimirano tijelo	7
Slika 8.	Profil horizontalnog repa NACA 63A213	7
Slika 9.	Ovisnost koeficijenta uzgona profila horizontalnog repa o napadnom kutu	9
Slika 10.	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja profila horizontalnog repa o napadnom kutu	10
Slika 11.	Plovak modeliran u Solidworks-u	11
Slika 12.	Ovisnost koeficijenta otpora modela plovka o napadnom kutu i Reynoldsovom broju	19
Slika 13.	Ovisnost koeficijenta otpora oba plovka o napadnom kutu	20
Slika 14.	Oznake upornica i nosača	22
Slika 15.	Koeficijent uzgona modela plovka kao funkcija napadnog kuta	31
Slika 16.	Koeficijent momenta propinjanja plovaka u ovisnosti o napadnom kutu	33
Slika 17.	Koeficijent propinjanja motora u ovisnosti o napadnom kutu i vertikalnom položaju težišta	36
Slika 18.	Koeficijent normalne sile u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine	37
Slika 19.	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu i otklonu kormila visine	38
Slika 20.	Promjena koeficijenta momenta propinjanja sa napadnim kutom za različite horizontalne položaje težišta	39
Slika 21.	Promjena C_{m0} s promjenom horizontalnog položaja težišta	39
Slika 22.	Promjena koeficijenta momenta propinjanja s napadnim kutom i promjenom vertikalnog položaja težišta	40
Slika 23.	Promjena C_{m0} s promjenom vertikalnog položaja težišta	40
Slika 24.	Prikaz ravnotežnih kutova za različite ukupne mase i položaje težišta za *H*=1500 m i *V*=64.3 m/s	44

Slika 25. Koeficijenti uzgona i momenta propinjanja u ovisnosti o napadnom kutu za ravnotežni otklon kormila visine i maksimalnu masu 44

Slika 26. Koeficijenti uzgona i momenta propinjanja u ovisnosti o napadnom kutu za ravnotežni otklon kormila visine i minimalnu masu 45

Slika 27. Ravnotežni kutovi u ovisnosti o masi i položaju težišta 46

Slika 28. Ravnotežni kutovi u ovisnosti o brzini i položaju težišta 47

Slika 29. Glavni moment tromosti oko osi y u ovisnosti o masi zrakoplova 50

Slika 30. Modovi svih šest linearnih modela 53

Slika 31. Položaj dugoperiodičnih modova u kompleksnoj ravnini 53

Slika 32. *Step* pobuda 56

Slika 33. Odziv otvorenog sustava na *step* pobudu za LM1 i LM2 57

Slika 34. Impulsna pobuda 58

Slika 35. Odziv otvorenog sustava na impulsnu pobudu za LM1 i LM2 58

Slika 36. MIL kriterij za kratko-periodični mod 63

Slika 37. ICAO kriterij za kratko-periodični mod 65

Slika 38. ICAO kriterij za dugo-periodični mod 66

Slika 39. ESDU kriterij za ocjenu kratko-periodičnog moda 67

Popis tablica

Tablica 1.	Karakteristike krila	5
Tablica 2.	Karakteristike profila krila	5
Tablica 3.	Karakteristike horizontalnog repa	8
Tablica 4.	Karakteristike profila horizontalnog repa	8
Tablica 5.	Udjeli otpora pojedinih dijelova konfiguracije	24
Tablica 6.	Ravnotežni kutovi u ovisnosti o masi i položaju težišta	42
Tablica 7.	Stacionarni koeficijenti i gradijenti momenta propinjanja za različite mase i položaje težišta	44
Tablica 8.	Različiti linearni modeli i njihovi korijeni	51
Tablica 9.	Vrijednosti parametara dinamičkog sustava za pojedine linearne modele	54
Tablica 10.	Usporedba razine kvalitete upravljanja i Cooper-Harper ljestvice	60
Tablica 11.	MIL kriterij - Granice prigušenja kratko-periodičnog moda	61
Tablica 12.	MIL kriterij - prigušenje dugo-periodičnog moda	63
Tablica 13.	Granice za CAP kriterij	67

Popis oznaka

Opće oznake

Oznaka	Značenje	Jedinica
a	brzina zvuka	m/s
$\mathbf{A}$	matrica sustava	-
AR	vitkost	-
b	raspon	m
$\mathbf{B}$	matrica upravljanja	-
c	tetiva profila	m
c_A	aerodinamička tetiva	m
c_f	koeficijent trenja	-
C	napadna točka normalne sile	-
$\mathbf{C}$	matrica izlaza	-
c_d	koeficijent otpora profila	-
C_D	koeficijent otpora	-
c_l	koeficijent uzgona profila	-
C_L	koeficijent uzgona	-
c_m	koeficijent momenta propinjanja profila	
C_m	koeficijent momenta propinjanja	-
C_N	koeficijent normalne sile	-
C_X	koeficijent aksijalne sile	-
C_Z	koeficijent normalne sile u koordinatnom sustavu letjelice	-
d	promjer	m
d_e	ekvivalentni promjer	m
D	otpor	N
D_p	promjer propelera	m
e	Oswaldov koeficijent krila	-
$F_{P\sigma}$	sila u ravnini diska propelera	N
g	ubrzanje sile gravitacije	m/s^2
h	udaljenost od aerodinamičkog ishodišta	m
h_m	udaljenost središta mase od aerodinamičkog ishodišta	m

H	visina leta	m
i	postavni kut noseće površine	°
I	moment inercije	kgm^2
J	korak napredovanja	-
k_{WB}	koeficijent interferencije otklonjene kombinacije krilo-tijelo	-
K	koeficijent induciranog otpora zrakoplova	-
K_{BW}	koeficijent interferencije planarne kombinacije krilo-tijelo	-
l	udaljenost od vrha nosa zrakoplova	m
L	uzgon, duljina	N, m
L_B	duljina tijela zrakoplova	m
m	masa zrakoplova	kg
M	moment propinjanja	Nm
Ma	Machov broj	-
N	neutralna točka	-
n	broj okretaja motora	1/s
N_B	broj lopatica propelera	-
p, q, r	kutne brzine letjelice	1/rad
p^*, q^*, r^*	bezdimenzijske kutne brzine letjelice	-
s	korijen karakterističnog polinoma	-
S_{ref}	referentna površina	m^2
S_P	površina diska propelera	m^2
t	vrijeme	s
T	potisna sila propelera, period	N, s
u	horizontalna komponenta brzine	m/s
V	intenzitet aerodinamičke brzine	m/s
Vol	volumen	m^3
W	težina	N
W_B	širina tijela zrakoplova	m
X	aksijalna sila	N
$\mathbf{X}$	vektor stanja	-
$\mathbf{Y}$	vektor izlaza	
Z	normalna sila	N

Grčka slova

α	napadni kut	°
α_T	postavni kut motora	°
β	koeficijent stlačivosti	-
γ	kut penjanja	°
δ	gušenje moda	rad/s
δ_m	kut otklona kormila visine	°
ε	kut skretanja struje	°
ζ	prigušenje sustava	-
η	koeficijent iskoristivosti	-
θ	kut penjanja	°
λ	suženje	-
Λ	kut strijele	°
ρ	gustoća zraka	kg/m^3
τ	vremenska konstanta	s
ω	kružna frekvencija	rad/s
ω_n	prirodna frekvencija	rad/s

Indeksi

$()_\alpha$	gradijent po napadnom kutu
$()_B$	tijelo
$()_\delta$	gradijent po otklonu kormila visine
$()_F$	vertikalna krilca
$()_{FL}$	plovci
$()_H$	horizontalni rep
$()_{MOT}$	motor
$()_{NC}$	gondola
$()_q$	gradijent po kutnoj brzini propinjanja
$()_S$	upornica
$()_V$	vertikalni rep
$()_W$	krilo

Kratice

6DOF	šest stupnjeva slobode, *eng. six degrees of freedom*
CAP	parametar predvidljive upravljivosti, *eng. control anticipation parameter*
ESDU	Engineering Science Data Unit
ICAO	International Civil Aviation Organization
MIL	Military Standard

Sažetak

Tema ovog diplomskog rada je analiza statičke i dinamičke uzdužne stabilnosti putničkog hidroaviona nalik na DHC-6. Za provedbu te analize potrebno je odrediti uzdužni aerodinamički model te su metodom projektne aerodinamike određeni koeficijenti otpora, uzgona i momenta propinjanja za svaki segment konfiguracije te ukupni stacionarni i nestacionarni koeficijenti. U aerodinamički model je uključen i utjecaj plovaka, a u opisu ukupne normalne sile i momenta propinjanja uključen je i utjecaj motora. Nakon toga analiziran je ravnotežni horizontalni let i utjecaj promjene mase i položaja težišta na ravnotežne kutove otklona kormila visine i ravnotežnog napadnog kuta. Također su ispitani uvjeti uzdužne statičke stabilnosti te određena neutralna točka. Za analizu dinamičke stabilnosti određeno je nekoliko karakterističnih linearnih modela obzirom na masu, položaj težišta i brzinu krstarenja. Zatim je provedena usporedba njihovih modova uzdužnog gibanja te odziv na dvije pobude u vremenskoj domeni. U zadnjem poglavlju provedena je ocjena kvalitete direktnog upravljanja za analizirane linearne modele u horizontalnom letu prema MIL, ICAO, ESDU i CAP kriterijima.

Ključne riječi: DHC-6, hidroavion, aerodinamički model, statička stabilnost, dinamička stabilnost, ocjena kvalitete upravljanja

Summary

The subject of this master's thesis is the static and the dynamic longitudinal stability analysis of the commuter floatplane similar to DHC-6. In order to define longitudinal aerodynamic model, the drag, lift and pitching moment coefficients were estimated for each configuration segment and stationary and nonstationary total coefficients as well. Influence of the floats was included in the aerodynamic model and influence of the propulsion system was taken into account for the calculation of total normal force and pitching moment. The horizontal steady flight was analyzed, as well as the influence of the variation of the weight and center of gravitiy position on the elevator trim deflections and angles of attack. The static longitudinal stability conditions and neutral point were also examined. For dynamic longitudinal stability analysis several characteristic linear models were defined considering different weights, center of gravity positions and cruise speeds. Their longitudinal modes and time response due to two different control inputs were compared. Flying and handling qualities based on MIL, ICAO, ESDU and CAP criteria were examined in the last chapter of this thesis for different horizontal linear models.

Key words: DHC-6, floatplane, aerodynamic model, static stability, dynamic stability, flight and handling qualities

1. Uvod

Tema ovog rada je analiza statičke i dinamičke uzdužne stabilnosti hidroaviona nalik na DHC-6, točnije, model 300 Twin Otter. Odabran je ovakav tip aviona kako zbog same konfiguracije, tako i zbog sve veće zastupljenosti u pružanju usluga u zračnom prometu u Republici Hrvatskoj. Uz konfiguraciju sa klasičnim podvozjem, postoji nekoliko konfiguracija ovakvog tipa zrakoplova ovisno o tipu plovaka i dužini nosa – sa amfibijskim plovcima i dužim nosom, čistim plovcima i dužim nosom te sa čistim plovcima i kraćim nosom zrakoplova. U radu je analiziran ovaj potonji.

Rad je podijeljen u nekoliko glavnih dijelova: prikaz geometrije i podataka, računanje koeficijenata otpora, stacionarnih i nestacionarnih koeficijenata i gradijenata normalne sile i momenta propinjanja, analiza ravnotežnog leta i statičke stabilnost, analiza dinamičke stabilnosti te ocjena kvalitete direktnog upravljanja.

Izračun otpora će većim dijelom biti proveden metodom projektne aerodinamike prema [1]. Računat će se otpor svih segmenata konfiguracije: krila, tijela, vertikalnog i horizontalnog repa, plovaka, gondola motora, upornica i nosača plovaka te vertikalnih krilaca. Od njih najveću nepoznanicu predstavljaju plovci, čiji će se otpor računati na dva načina: metodom trenja za aproksimirano tijelo kao za trup te na temelju rezultata eksperimentalnih ispitivanja prema [2].

Normalna sila i moment propinjanja za tijelo i noseće površine, kao i njihovi gradijenti, računat će se također prema [1]. Normalna sila i moment propinjanja od motora su također posebno uzeti u obzir. Time će se, uz nestacionarne gradijente, dobiti kompletni uzdužni aerodinamički model.

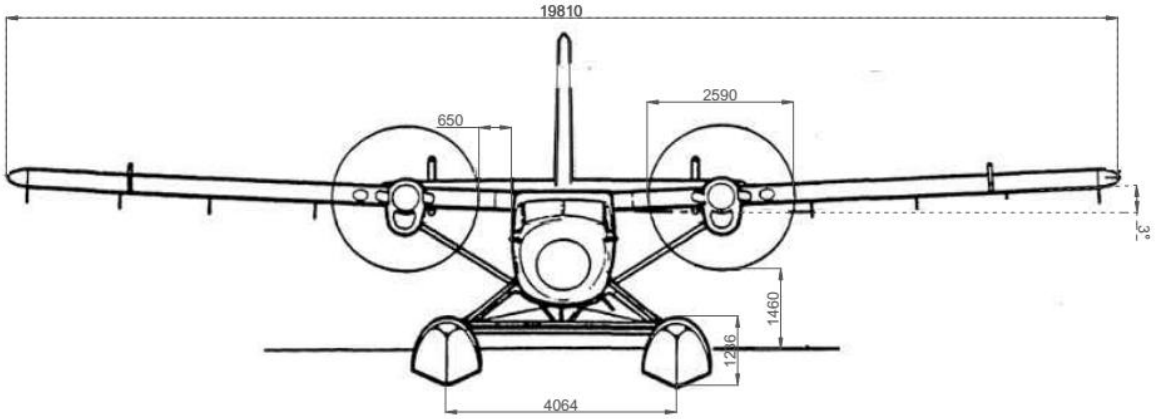
Na temelju njega, moći će se krenuti u analizu ravnotežnog horizontalnog leta i statičke stabilnosti. Analizirat će se utjecaj promjene mase i položaja težišta na potrebni otklon kormila visine i postignuti napadni kut za istrimanu letjelicu pri nekoj srednjoj brzini krstarenja. Ispitat će se uvjeti statičke stabilnosti i odrediti neutralna točka. Također će prikazati kako na ravnotežne kutove utječe brzina leta, položaj središta mase i ukupna masa zrakoplova.

Za analizu dinamičke stabilnosti definirat će se inercijske značajke i odrediti linearni model uzdužnog gibanja. Promatrat će se nekoliko njegovih varijanti kako bi se pokazao utjecaj promjene mase, brzine leta i položaja težišta na modove uzdužnog gibanja i parametre dinamičkog sustava. Isto tako, analizirat će se odziv otvorenog sustava u vremenu na dvije vrste pobuda – jedinični odskok i impuls.

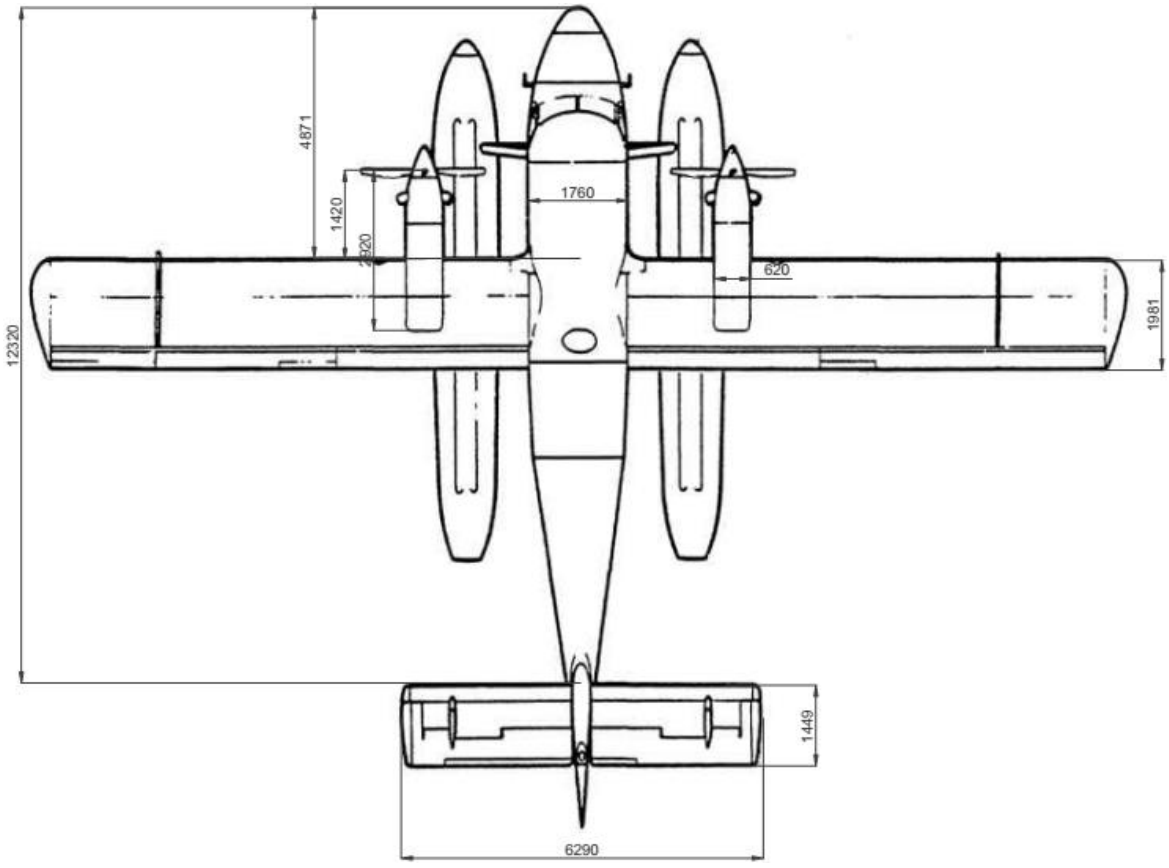
Ocjena kvalitete direktnog upravljanja također će se provesti za više varijanti linearnog modela definiranih za analizu dinamičke uzdužne stabilnosti prema četiri kriterija – MIL, ICAO, ESDU i CAP [3]. Prva dva ocjenjuju kvalitetu upravljanja za oba moda, dok ESDU i CAP daju ocjenu samo za kratko-periodični mod.

2. Geometrija i prikupljeni podaci

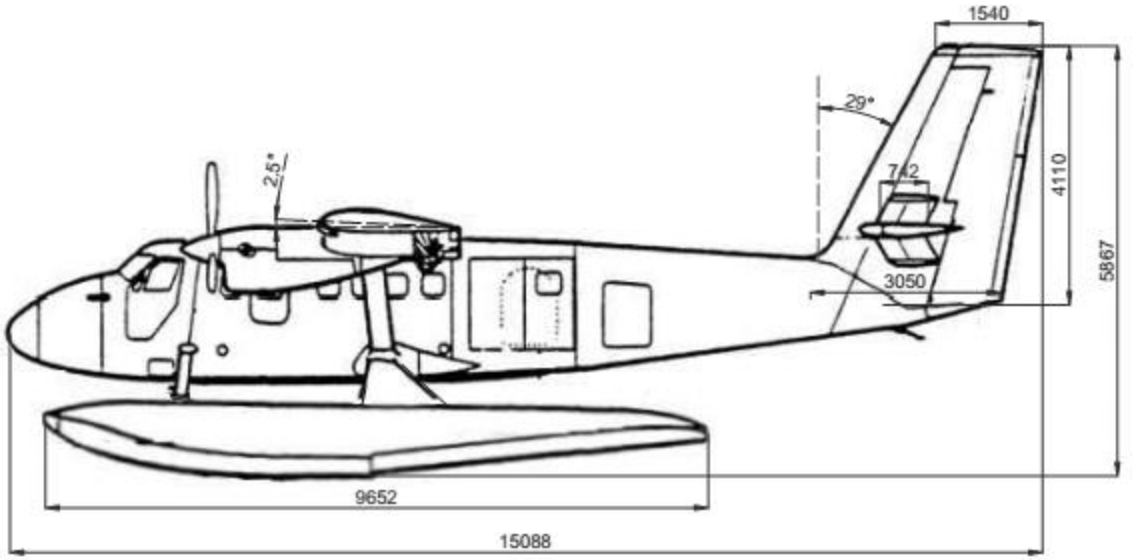
U nastavku su prikazane skice hidroaviona DHC6 u tri pogleda, a potom podaci za svaki segment konfiguracije prikupljeni iz literatura [4], [5] i [6] koji su relevantni za daljnji proračun.



Slika 1. Nacrt zrakoplova DHC-6



Slika 2. Tlocrt zrakoplova DHC-6

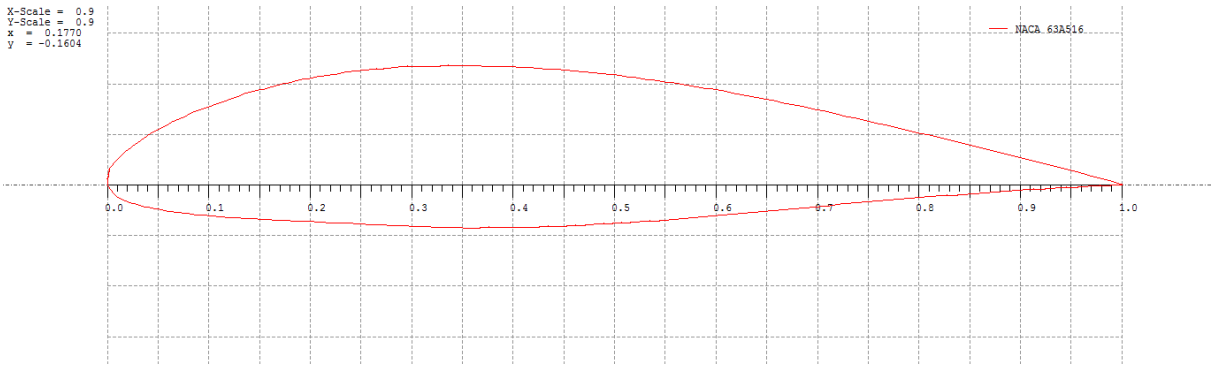


Slika 3. Bokocrt zrakoplova DHC-6

2.1. Krilo

Krilo je pravokutno, neuvijeno, konstantnog, debljeg i zakrivljenog profila duž raspona i velike površine. Za računanje stacionarnih i nestacionarnih koeficijenata normalne sile i momenta propinjanja potrebno je poznavati gradijent uzgona profila po napadnom kutu $c_{l\alpha}$. Obzirom da je profil krila specifičan za ovaj avion, nije ga bilo moguće pronaći u postojećim bazama podataka profila. Pomoću funkcije programirane u *Matlabu drawDATCOMaircraft* [7], generirane su karakteristične točke profila, koje su se uz određene modifikacije redoslijeda, koristile za izračun potrebnih koeficijenta profila primjenom programa *xfoil* [8] i paketa *xflr5* [9]. Profil je prikazan na slici 4. U tablicama 1 i 2 prikazane su osnovne veličine krila i koeficijenti profila dobiveni za Reynoldsov broj Re = $8.725 \cdot 10^6$ izračunat za srednju brzinu krstarenja od 64.3 m/s (125 knots).

Na slici 5 prikazan je koeficijent uzgona profila krila u ovisnosti o napadnom kutu, a na slici 6 ovisnost koeficijenta momenta propinjanja profila o napadnom kutu.



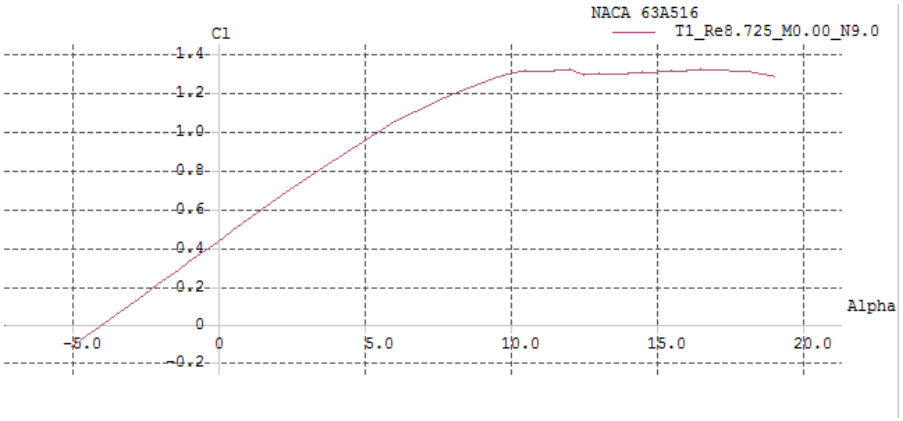
Slika 4. Profil krila NACA 63A516

Tablica 1. Karakteristike krila

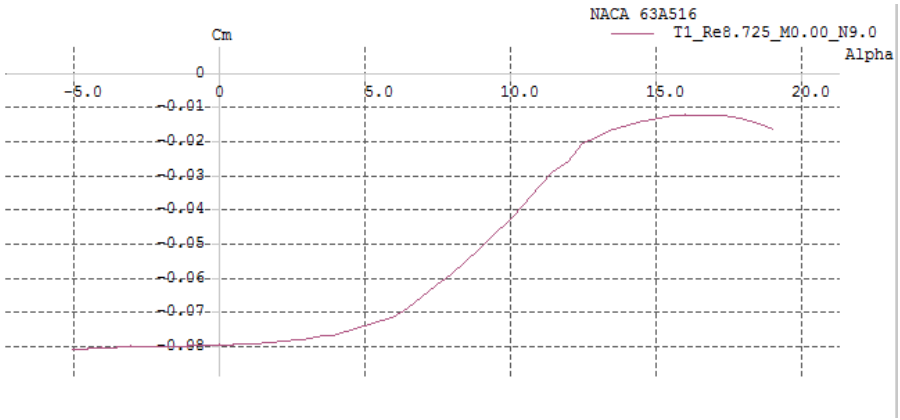
Krilo	
Korijenska tetiva	$c_{rW} = 1.981$ m
Vršna tetiva	$c_{tW} = 1.981$m
Postavni kut	$i_W = 2.5°$
Raspon dva polukrila (bez podtrupnog dijela)	$b_W = 18.05$ m
Površina (bez podtrupnog dijela)	$S_W = 34.63$ m^2
Suženje	$\lambda_W = 1$
Vitkost samog krila	$AR_W = 9.41$
Kut strijele prednjeg ruba krila	$\Lambda_{LE} = 0°$
Udaljenost krila od vrha	$l_{0W} = 4.63$ m

Tablica 2. Karakteristike profila krila

Profil NACA 63A516	
Relativna debljina	$\bar{t}_W = 0.16$
Mjesto najveće debljine	$\bar{x}_{tW} = 0.36$
Kut nultog uzgona	$\alpha_{oLW} = -3.92°$
Gradijent uzgona po napadnom kutu	$c_{l\alpha W} = 6.15$
Koeficijent momenta propinjanja za $\alpha = 0$	$c_{m0W} = -0.080$



Slika 5. Ovisnost koeficijenta uzgona profila krila o napadnom kutu



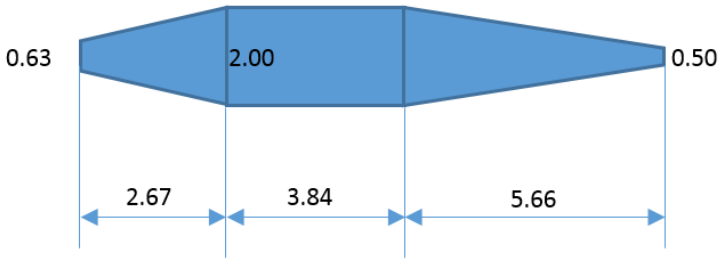
Slika 6. Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja profila krila o napadnom kutu

2.2. Tijelo

Od podataka koji su navedeni u nastavku, duljina i širina tijela očitani su iz crteža dostupnih u [4], dok je maksimalna površina poprečnog presjeka izmjerena u *Autocad-u*. Iz nje je onda dobiven ekvivalentni promjer prema formuli: $d_e = 2\sqrt{S_{Bmax}/\pi}$. Kako bi se procijenila opstrujavana površina tijela, ono je aproksimirano pojednostavljenim rotacijskim tijelom koje se sastoji od tri dijela kako je prikazano na slici 7: dva krnja stošca i cilindra između njih.

- Duljina samog tijela: $L_B = 12.17$ m
- Širina: $W_B = 1.76$ m
- Visina: $H_B = 2.02$ m

- Maksimalna površina poprečnog presjeka: $S_{Bmax} = 3.14$ m^2
- Ekvivalentni promjer: $d_e = 2.00$ m

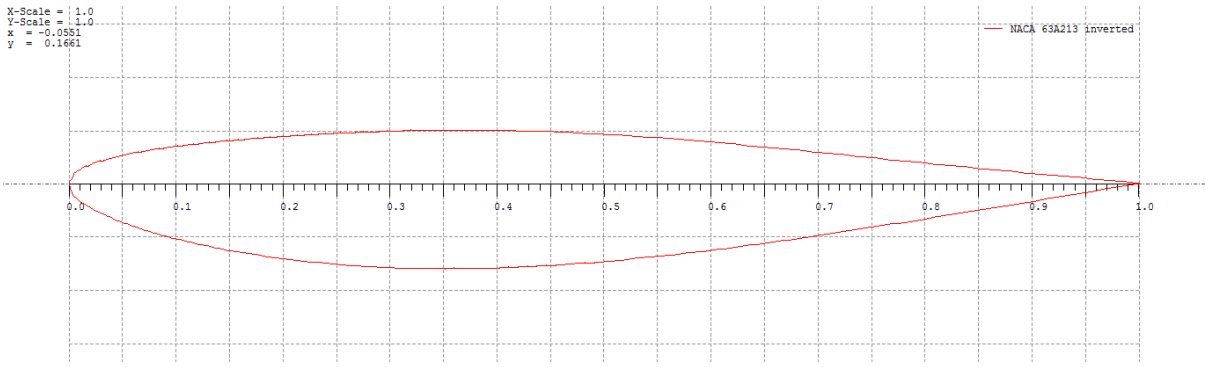


Slika 7. Aproksimirano tijelo

Procjenjena opstrujavana površina: S_B = 11.70 + 24.08 + 23.15 = 58.93 m^2

2.3. Horizontalni rep

Slično kao i kod krila, i horizontalni rep ima pravokutno krilo sa specifičnim profilom kojeg nema u dostupnim bazama podataka profila. Kod uobičajenih konfiguracija profil horizontalnog repa je često simetričan, no kod aviona DHC-6 to nije slučaj. Uz to, profil je i invertiran [4]. Za njegovo generiranje također je korištena funkcija *drawDATCOMaircraft* [7] u *Matlab-u* i nakon toga analizirano u programu *xfoil* [8] primjenom paketa *xflr5* [9]. Oblik profila prikazan je na slici 8. Osnovni podaci potrebni za proračun dani su u tablicama 3 i 4, a na slikama 9 i 10 prikazani su dijagrami koeficijenta uzgona profila i momenta propinjanja u ovisnosti o napadnom kutu.



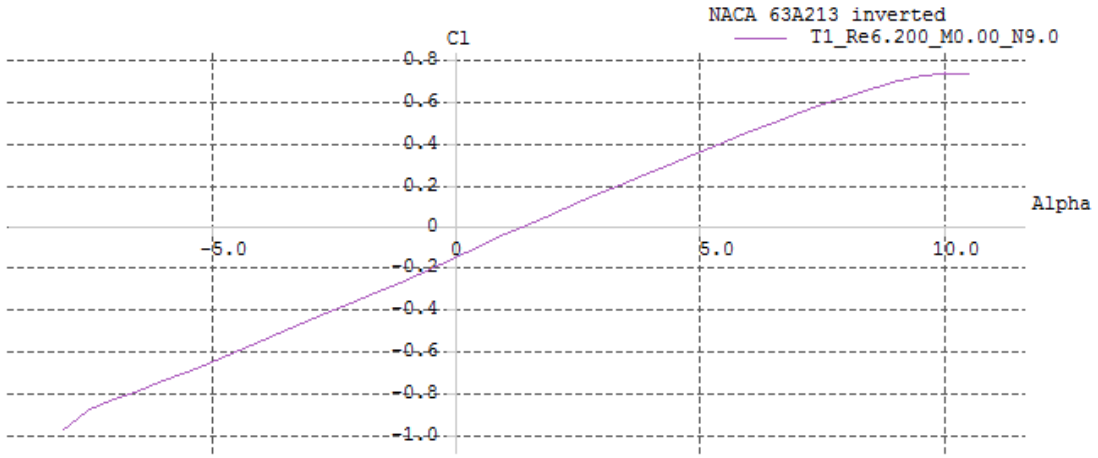
Slika 8. Profil horizontalnog repa NACA 63A213

Tablica 3. Karakteristike horizontalnog repa

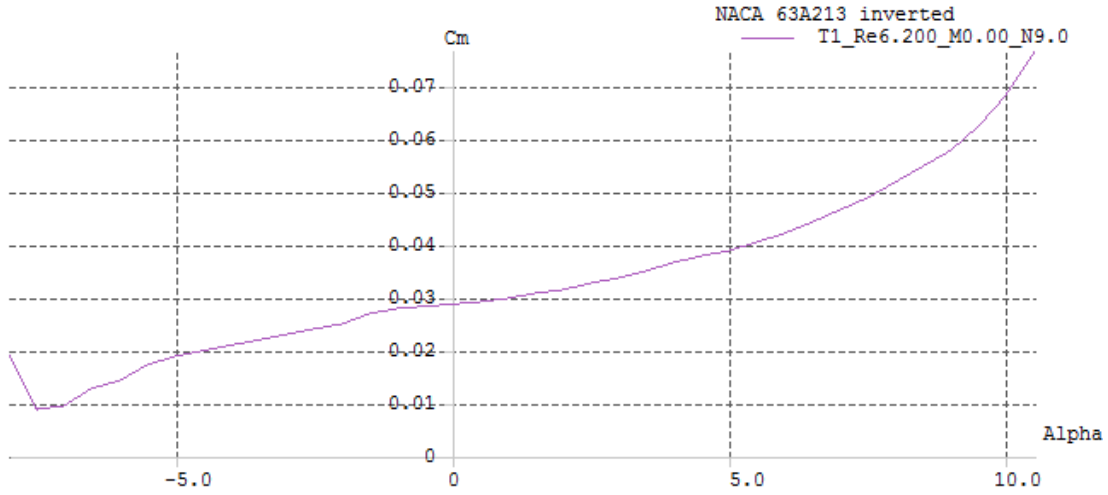
Horizontalni rep	
Korijenska tetiva	$c_{rH} = 1.449$ m
Vršna tetiva	$c_{tH} = 1.449$ m
Postavni kut	$i_H = 0°$
Raspon	$b_H = 6.29$ m
Površina	$S_H = 8.57$ m^2
Suženje	$\lambda_H = 1$
Vitkost	$AR_H = 4.35$
Kut strijele prednjeg ruba	$\Lambda_{LE} = 0°$
Udaljenost horizontalnog repa od vrha	$l_{0H} = 7.81$ m
Omjer tetive elevatora i stabilizatora	$c_{\delta H}/c_H = 0.47$

Tablica 4. Karakteristike profila horizontalnog repa

Profil NACA 63A213	
Relativna debljina	$\bar{t}_H = 0.13$
Mjesto najveće debljine	$\bar{x}_{tH} = 0.36$
Kut nultog uzgona	$\alpha_{oLH} = 1.46°$
Gradijent uzgona po napadnom kutu	$c_{l\alpha H} = 5.78$
Koeficijent momenta propinjanja za $\alpha = 0°$	$c_{m0H} = 0.029$



Slika 9. Ovisnost koeficijenta uzgona profila horizontalnog repa o napadnom kutu



Slika 10. Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja profila horizontalnog repa o napadnom kutu

2.4. Vertikalni rep

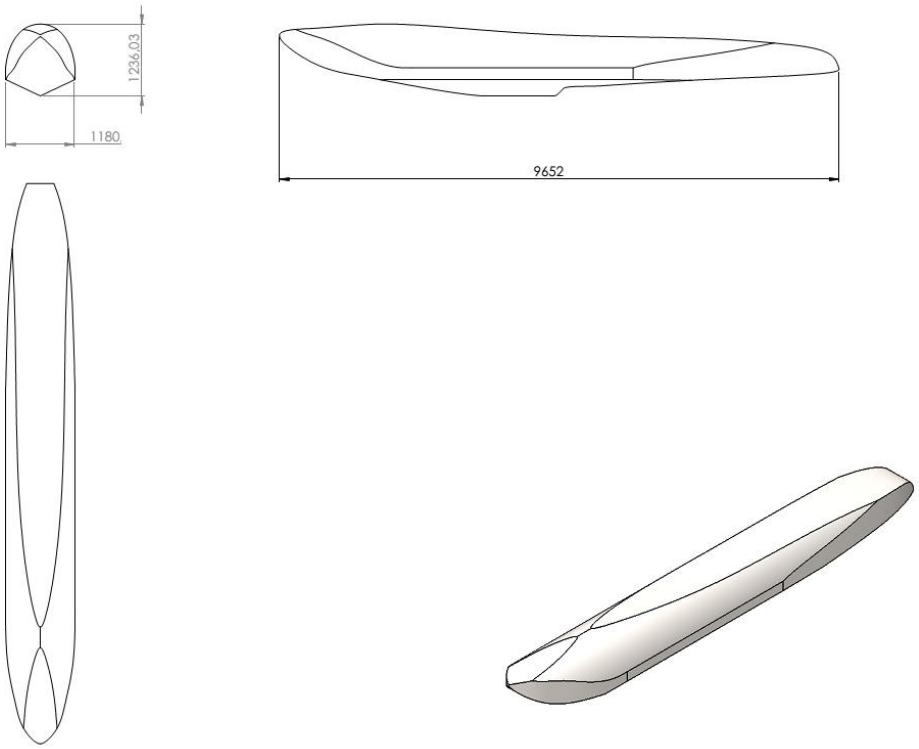
Kako vertikalni rep ne utječe na normalnu silu i moment propinjanja već samo na otpor, potrebno je bilo i manje podataka. Nažalost, podatak o profilu nije dostupan, te je stoga uzet nešto deblji NACA 0012 aeroprofil. Neke dimenzije dane su u [4], a neke poput kuta linije koja spaja točke iste relativne debljine i kuta strijele prednjeg ruba su očitane u *Autocad-u*.

- Srednja aerodinamička tetiva: $c_{AV} = 2.38$ m
- Vršna tetiva: $c_{tV} = 1.54$ m
- Korijenska tetiva: $c_{rV} = 3.05$ m
- Visina (polovina raspona): $b_V/2 = 4.11$ m
- Izložena površina: $S_V = 8.38$ m^2
- Kut strijele prednjeg ruba: $\Lambda_{LEV} = 29°$
- Kut strijele točaka maksimalne debljine: $\Lambda_{tV} = 24°$
- Relativna debljina profila: $\bar{t}_V = 0.12$
- Mjesto najveće debljine: $\bar{x}_{tH} = 0.30$

2.5. Plovci

Osnovne dimenzije plovaka dostupne su iz crteža hidroaviona u [4], dok je maksimalna površina poprečnog presjeka izmjerena u *Autocadu-u*. Plovak je također modeliran u *Solidworks-u* kako bi se izmjerio njegov volumen potreban za računanje normalne sile i momenta propinjanja. Kako će kasnije biti prikazano, koeficijenti tih veličina izračunati su na temelju eksperimentalnih podataka prema [2] u kojima su se ti koeficijenti izražavali preko volumena modela plovaka.

- Duljina: $L_{FL} = 9.65$ m
- Širina: $W_{FL} = 1.18$ m
- Površina maksimalnog poprečnog presjeka: $S_{FLmax} = 1.098$ m^2
- Volumen: $Vol_{FL} = 7.65$ m^3



Slika 11. Plovak modeliran u Solidworks-u

2.6. Zrakoplov

- Duljina: $L = 15.088$ m
- Raspon: $b = 19.812$ m
- Površina krila sa podtrupnim dijelom (referentna površina): $S_{ref} = 39.019$ m^2
- Aspektni odnos: $AR = 10$
- Udaljenost centra mase od vrha:

$l_m = 5.124$ m, $\bar{h}_m = h_m/c_{AW} = 0.25$ – krajnji prednji položaj

$l_m = 5.263$ m, $\bar{h}_m = h_m/c_{AW} = 0.32$– krajnji stražnji položaj

Oswaldow koeficijent induciranog otpora je izračunat prema jednadžbi u [1] i iznosi:

$$e = 0.7566,$$

iz čega je pripadajući *K:*

$$K = \frac{1}{e\pi AR} = 0.0488.$$

3. Otpor

U nastavku je prikazan proračun nultog otpora za svaki segment konstrukcije. Pri malim brzinama koje su ovdje razmatrane, najdominantniji je otpor trenja opstrujavanih površina koji se uglavnom računao metodom trenja ploče uz potrebne korekcije zbog oblika tijela i relativne debljine profila i međuutjecaja dijelova.

3.1. Krilo

Reynoldsov broj krila računamo kao:

$$Re_W = \frac{V c_A}{\nu} = \frac{64.3 \cdot 1.981}{1.46 \cdot 10^{-5}} = 8.725 \cdot 10^6.$$

Kako je taj broj znatno veći do 10^6, može se smatrati kako je granični sloj na krilu turbulentan, te se koeficijent trenja ploče računa prema:

$$(c_{fW})_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe)^{2.58}} = 0.0031.$$

Korekcija zbog relativne debljine jednaka je:

$$F_F = \left(1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_m} + 100 \cdot \bar{t}^4\right) = 1.332.$$

Korekcija za stlačivost računa se prema izrazu:

$$F_{Ma} = \frac{1}{(1 + 0.144 \cdot Ma^2)^{0.65}} = 0.9966$$

i kako je vidljivo za mali Machov broj, u našem slučaju 0.1922, ta korekcija može se zanemariti, tj. uzima se $F_{Ma} = 1$. U tom slučaju koeficijent otpora profila jednak je:

$$c_d(\bar{l}_t) = F_F F_{Ma} 2(c_f)_{ploce} = 0.0082.$$

Koeficijentom $F_S = (cos\Lambda_t)^{0.28}$ određuje se odnos koeficijenta otpora krila prema otporu profila. Kako imamo pravokutno krilo, tako nam je $\Lambda_{0.4} = 0$, odnosno $F_S = 1$.

Konačno se dobiva koeficijent otpora krila za referentnu površinu $S_{ref} = 39.0193\ \mathrm{m}^2$:

$$(C_{Df})_W = (C_{D0})_W = \frac{S_W}{S_{ref}} \cdot c_d \cdot F_S = \ 0.0073. \tag{1}$$

3.2. Tijelo

Reynoldsov broj određuje se za duljinu tijela:

$$Re_B = \frac{VL_B}{\nu} = 5.36 \cdot 10^7.$$

Uz takvu vrijednost možemo pretpostaviti da je granični sloj na cijelom tijelu turbulentan, te se koeficijent trenja ploče računa kao i kod krila:

$$(c_{fB})_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe)^{2.58}} = 0.0023.$$

Ekvivalentni promjer kruga površine maksimalnog poprečnog presjeka $d_e = 1.99\ m$, pa je vitkost tijela jednaka :

$$f_B = \frac{l_B}{d_e} = 6.114.$$

Uz tu vrijednost, koeficijent korekcije zbog oblika tijela je:

$$F_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 1.278.$$

Kako taj koeficijent odgovara pravilnom rotacijskom tijelu, potrebno je uvesti dodatne korekcije zbog kabine te zbog poprečnog presjeka koji nije kružni. Za kabinu se uzima 10%, a zbog poprečnog presjeka dodaje se još 30%. Tako je faktor korekcije jednak:

$$F_F = 1.278 \cdot 1.1 \cdot 1.3 = 1.827.$$

Uz procijenjenu opstrujavanu površnu navedenu u poglavlju s podacima $S_B = 58.93\ \mathrm{m}^2$, otpor trenja tijela je:

$$(C_{Df})_B = \frac{S_B}{S_{ref}} (c_f)_{ploce} F_F F_{Ma} = \ 0.0064.$$

Tom otporu potrebno je dodati valni otpor zbog vjetrobrana, kao i otpor dna.

Čeona površina vjetrobrana je $S_{front} = 0.9\ \mathrm{m}^2$. Vjetrobran je relativno dobro uklopljen u tijelo pa je $k = 0.07$. Tako je dodatni valni otpor zbog vjetrobrana procijenjen kao:

$$(C_V)_B = k\frac{S_{front}}{S_{ref}} = 0.0016.$$

Za računanje otpora dna potreban je koeficijent tlaka iza neposredno iza zrakoplova:

$$C_p = 0.139 + 0.419 \cdot (Ma - 0.161)^2 = 0.1394.$$

Uz površinu dna $S_{base} = 0.11\ m^2$, koeficijent otpora dna iznosi:

$$(C_{Dbase})_B = C_p\frac{S_{base}}{S_{ref}} = 0.000393.$$

Konačni procijenjeni nulti otpor tijela je:

$$(C_{D0})_B = (C_{Df})_B + (C_V)_B + (C_{Dbase})_B = \\ 0.0064 + 0.0016 + 0.000393 = 0.0084. \quad (2)$$

3.3. Horizontalni rep

Reynoldsov broj na horizontalnom repu je:

$$Re_H = \frac{\sqrt{\eta_h}Vc_{AH}}{\nu} = 6.215 \cdot 10^6.$$

Uz pretpostavku da je cijeli horizontalni rep u turbulentnoj struji, jer je Re veći od 10^6, koeficijent trenja ploče je:

$$(c_{fH})_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe)^{2.58}} = 0.0032.$$

Korekcija F_F zbog relativne debljine $\bar{t} = 0.13$ na mjestu $\bar{x}_t = 0.36$ je:

$$F_F = 1.1 \cdot \left(1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_m} + 100 \cdot \bar{t}^4\right) = 1.370.$$

Kao što je ranije rečeno, koeficijent zbog stlačivosti uzimamo $F_{Ma} = 1$ te je koeficijent otpora profila horizontalnog stabilizatora:

$$c_{dH} = F_F F_{Ma} 2(c_{fh})_{ploce} = 0.0089$$

Otpor koeficijenta otpora horizontalnog stabilizatora prema otporu profila kao i kod krila jednak je 1. Uz ranije navedenu površinu horizontalnog repa $S_H = 8.57\ m^2$, koeficijent otpora iznosi:

$$(C_{Df})_H = (C_{D0})_H = \frac{S_H}{S_{ref}} \cdot c_{dh} \cdot F_S = 0.0020. \quad (3)$$

3.4. Vertikalni rep

Kao i za krilo i horizontalni rep, analogija je ista i za vertikalni rep. Profil je simetričan NACA 0012 sa podacima navedenim u poglavlju Geometrija i prikupljeni podaci zajedno sa ostalim geometrijskim značajkama vertikalnog repa. Reynoldsov broj jednak je:

$$Re_V = \frac{V c_{AV}}{\nu} = 1.05 \cdot 10^7.$$

Koeficijent trenja ploče za taj Reynoldsov broj iznosi:

$$(c_{fV})_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe)^{2.58}} = 0.0030.$$

Korekcija F_F zbog relativne debljine $\bar{t} = 0.12$ na mjestu $\bar{x}_t = 0.30$ je, uvećana za 10% zbog interferencije je:

$$F_F = 1.1 \cdot \left(1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_m} + 100 \cdot \bar{t}^4\right) = 1.261.$$

Otpor profila, uz $F_{Ma} = 1$, tako iznosi:

$$c_{dV} = F_F F_{Ma} 2(c_{fV})_{ploce} = 0.0075.$$

Za razliku od krila i horizontalnog repa kod kojih ne postoji kut strijele kao ni kut linije maksimalne debljine profila, ovdje oni postoje. Uz $\Lambda_t = 24°$, odnos koeficijenta otpora vertikalnog repa prema koeficijentu otpora profila vertikalnog repa jednak je:

$$F_S = (cos\Lambda_t)^{0.28} = 0.975.$$

Tako se konačno dobije otpor vertikalnog repa, uz očitanu površinu $S_v = 8.38\ \mathrm{m}^2$:

$$(C_{Df})_V = (C_{D0})_V = \frac{S_V}{S_{ref}} \cdot c_{dV} \cdot F_S = 0.0016. \quad (4)$$

3.5. Plovci

3.5.1. Otpor plovka aproksimiranog jednostavnim rotacijskim tijelom

Prvi i najbrži način određivanja otpora plovka bio je isti kao za određivanje trupa. Geometrija tijela stvarnog plovka zamijenjena je jednostavnijom – sa dva krnja stošca i cilindrom između njih čija je površina baze jednaka maksimalnoj površini poprečnog presjeka stvarnog plovka.

Oplahivana površina takvog pojednostavljenog plovka iznosi:

$$S_{FL_ap} = S_1 + S_2 + S_3 = 33.78\ \mathrm{m}^2.$$

Reynoldsov broj za plovak uz poznate parametre zraka, brzine i duljine plovka od 9.65 m:

$$Re_{FL} = \frac{V L_{fl}}{\nu} = 4.25 \cdot 10^7.$$

Ostatak proračuna je isti kao za trup. Kako je Reynoldsov broj iznad 10^6 uzima se da je strujanje turbulentno i koeficijent trenja ravne ploče računa se kao:

$$(c_f)_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe)^{2.58}} = 0.0024.$$

Ekvivalentni promjer kruga površine maksimalnog poprečnog presjeka plovka iznosi 1.18 m pa je vitkost tijela $f = l_{fl}/d_{efl} = 9.65/1.18 = 8.16$. Koeficijent korekcije zbog oblika tijela iznosi:

$$F_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 1.13.$$

Kao i kod trupa, i ovdje postoji otpor dna ovako aproksimiranog plovka te je i to uzeto u obzir. Koeficijent tlaka neposredno iza plovka je:

$$C_{p_{FL}} = 0.139 + 0.419 \cdot (Ma - 0.161)^2 = 0.139.$$

Površina baze (dna) plovka je $S_{FLbase} = 0.538\ \mathrm{m}^2$, pa je koeficijent otpora dna:

$$(C_{Dbase})_{FL} = C_{p_{FL}} \frac{S_{FLbase}}{S_{ref}} = 0.0019.$$

Konačno, otpor oba plovka, uz $F_{Ma} = 1$ iznosi:

$$(C_{Df})_{FL} = 2\left[\frac{S_B}{S_{ref}}(c_f)_{ploca} F_F F_{Ma} + (C_{Dbase})_{FL}\right] = 0.0086. \quad (5)$$

3.5.2. Otpor plovka prema NACA izvješću

Za točniji proračun otpora plovaka hidroaviona, korištena je lit. [2]. U tom izvješću su prikazani rezultati ispitivanja otpora, uzgona i momenata propinjanja različitih NACA modela plovaka.

Koeficijent uzgona modela u izvješću računat je prema formuli:

$$C_{Dmod} = \frac{D}{qA_{mod}}$$

gdje je *D* – sila otpora, *q* dinamički tlak ispitivanja, a A_{mod} maksimalna površina poprečnog presjeka modela plovka.

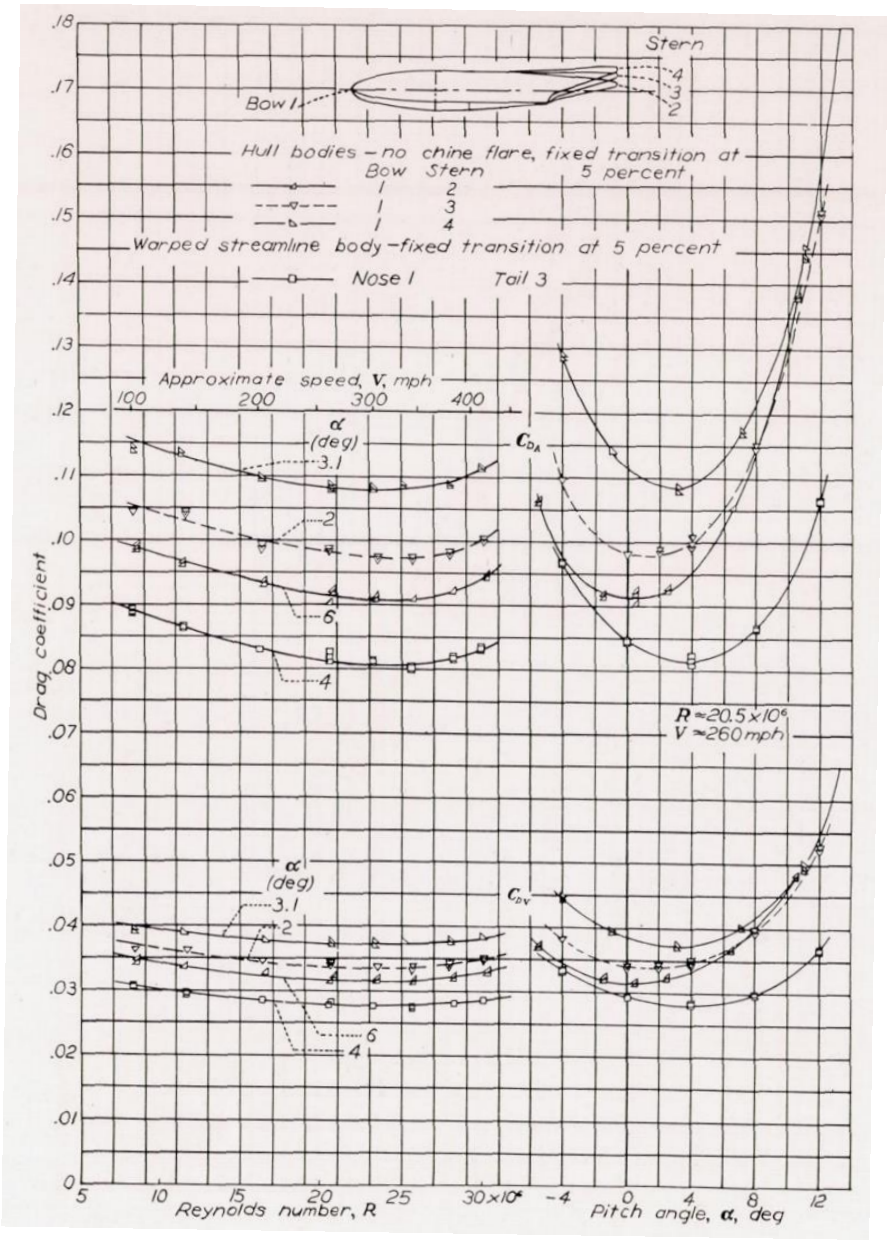
Tako je za plovak oblika Bow 1 Stern 2 prikazanog na slici, koji je uzet kao najsličniji plovku od DHC-6, koeficijent otpora jednak 0.091 za $Re = 20.5 \cdot 10^6$ pri $\alpha = 0°$. Za razmatrani plovak aviona DHC-6 Reynoldsov broj je veći od Reynoldsovih brojeva pokrivenih ispitivanjem i rezultatima prezentiranim u [2] pa je ekstrapolacijom pretpostavljena vrijednost koeficijenta otpora od 0.11. Uz taj koeficijent, te površinu maksimalnog poprečnog presjeka plovka aviona DHC-6 $A_{FLmax} = 1.098\ \mathrm{m}^2$, nulti otpor za oba plovka hidroaviona iznosi:

$$(C_{D0})_{FL} = C_{D0mod} \cdot \frac{A_{FLmax}}{S_{ref}} \cdot 2 = 0.0062. \quad (6)$$

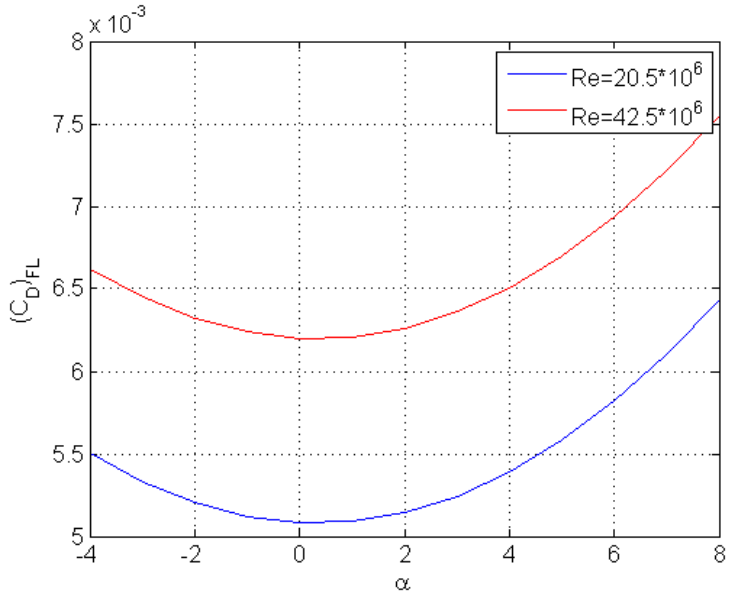
Kako se vidi iz rezultata ispitivanja, otpor se mijenja i sa napadnim kutom (slika 12). Da bi dobili tu ovisnost otpora o napadnom kutu za plovak hidroaviona DHC-6, bilo je potrebno očitati nekoliko točaka krivulje iz eksperimentalnog ispitivanja te uz pomoć *Matlab-a* i naredbe *polyfit*, dobiti koeficijente i krivulju ovisnosti za oba plovka. Tako se dobije sljedeći izraz:

$$(C_D)_{FL} = 0.0062 - 0.000014572\alpha + 0.000022864\alpha^2, \quad (7)$$

gdje je za $\alpha = 4°, (C_D)_{FL} = 0.0065$. Ta funkcija prikazana je i na slici 13. Kako se može vidjeti, za mali napadni kut koji će ovdje biti od važnosti jer je predmet analize horizontalni ravnotežni let, ta promjena nije velika i u ukupnoj aksijalnoj sili imat će zanemariv doprinos. Stoga je u obzir uzet samo nulti otpor plovaka.



Slika 12. Ovisnost koeficijenta otpora modela plovka o napadnom kutu i Reynoldsovom broju [2]



Slika 13. Ovisnost koeficijenta otpora oba plovka o napadnom kutu

3.6. Gondole motora

Ovaj otpor malo je teže odrediti zbog samo oblika gondola i njihovog smještaja na krilu. U literaturi [6] se preporučuje otpor gondola računati kao i za trup, dakle aproksimirati ih sa jednostavnim rotacijskim tijelom uz određene korekcije zbog takve aproksimacije.

Uz to je bilo potrebno oduzeti površinu koja je uklopljena u krilo, kao i prednju bazu gdje je smješten usisnik i propeler. Tako je tijelo gondole zamijenjeno sa cilindrom i stošcem, duljina 1.17 i 1.75 m i ekvivalentnog promjera d_{eNC} = 0.83 m izračunatog iz izmjerene površine maksimalnog poprečnog presjeka. S tim podacima proračun je išao analogno onome za trup.

Reynoldsov broj je:

$$Re_{NC} = \frac{VL_{NC}}{\nu} = 12.86 \cdot 10^6.$$

Koeficijent trenja ploče:

$$(c_{fNC})_{ploce} = \frac{3.91}{(lnRe_{NC})^{2.58}} = 0.0029.$$

Korekcija zbog oblika tijela računa se kao i kod trupa:

$$F_F = 1 + \frac{60}{f_{NC}^3} + \frac{f_{NC}}{400} = 2.387,$$

gdje je $f_{NC} = L_{NC}/d_{eNC} = 3.518$ vitkost gondole motora. Tu korekciju potrebno je dodatno uvećati zbog presjeka koji nije kružni za 30%, te je $F_{FNC} = 1.3 \cdot 2.387 = 3.1$. Također, potrebno je dodati faktor zbog interferencije sa krilom $Q_{WNC} = 1.3$. Uz $F_{Ma} = 1$, te oplahivanu površinu $S_{NC} = 2.74\ \mathrm{m}^2$, koeficijent otpora trenja za obje gondole jednak je:

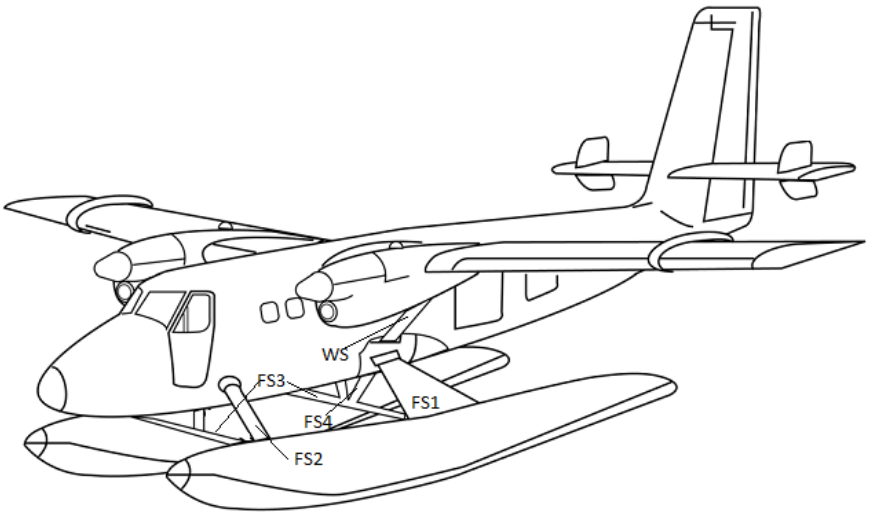
$$(C_{Df})_{NC} = 2\frac{S_{NC}}{S_{ref}}(c_{fNC})_{ploca} Q_{wNC} F_{FNC} F_{Ma} = 0.0016. \quad (8)$$

3.7. Upornice i nosači plovaka

Zbog svoje konfiguracije sa plovcima, broj i veličina upornica i nosača veći su nego kod klasične konfiguracije istog tipa aviona s klasičnim podvozjem. Time je, naravno, i taj otpor veći.

Njihove dimenzije očitane su iz slika iz [5] te crteža cijele konfiguracije.

Stražnji i prednji nosači plovaka, donja prednja i stražnja upornica te stražnje kose upornice nose redom brojčane oznake 1, 2, 3 i 4 u indeksu koeficijenta otpora što se može vidjeti iz slike (Slika 14), uz kraticu FS prema *eng. float strut.*



Slika 14. Oznake upornica i nosača

Od svih upornica najviše se oblikom i veličinom ističu stražnji nosači plovaka. Nepoznanica je njegov profil, no kako se moglo vidjeti iz skice iz [5] profil je prilično tanak te je uzeta vrijednost $\bar{t} = 0.10$. Izmjerena oplahivana površina jednog nosača je 1.25 m^2. Proračun otpora je analogan kao i za npr. vertikalni rep, te za oba stražnja nosača u konačnici iznosi:

$$(C_D)_{FS1} = 0.00058.$$

Otpor ostalih upornica određen je preko koeficijenta otpora prema [10] i za njihov poprečni presjek iznosi 0.04. Uz taj koeficijent te na temelju izračunate frontalne površine za svaki par upornica i referentne površine, koeficijenti otpora tih upornica su:

$$(C_D)_{FS2} = 0.00021, \qquad (C_D)_{FS3} = 0.00068, \qquad (C_D)_{FS4} = 0.000037.$$

Upornice krila nešto su boljeg aerodinamičkog oblika te je za njih koeficijent otpora profila prema [10] 0.035. Uz njihovu ukupnu frontalnu površinu i referentnu površinu, otpor upornica krila je:

$$(C_D)_{WS} = 2 \cdot 0.035 \cdot \frac{S_{WS}}{S_{ref}} = 0.00023.$$

Ukupni otpor svih upornica i nosača je:

$$(C_D)_S = (C_D)_{FS1} + (C_D)_{FS2} + (C_D)_{FS3} + (C_D)_{FS4} + (C_D)_{WS} = 0.0017. \qquad (9)$$

3.8. Vertikalna krilca

Vertikalna krilca (*eng. finlets*) smještena su na polovici obaju polukrila horizontalnog stabilizatora hidroaviona DHC-6 i koriste povećanju njegove stabilnosti oko uzdužne osi. Konfiguracija ovakvog aviona sa kotačima *(eng. Landplane)* ih ne posjeduje. Malih su dimenzija ($S_F = 0.338\ \mathrm{m}^2, c_F = 0.742\ \mathrm{m}$) pa je i njihov otpor mali. Računat je kao i za vertikalni stabilizator uz isti kut strijele napadnog ruba s tim da je za profil uzet nešto tanji profil NACA 0010. Otpor za sva četiri krilca je:

$$(C_D)_F = 0.00024. \tag{10}$$

3.9. Ukupni nulti otpor zrakoplova

Ukupni nulti otpor jednak je zbroju nultih otpora pojedinih dijelova konfiguracije. Kako bi se u obzir uzeli i dodatni otpori koje izazivaju komponente poput svjetala, pitot cijevi, zazora, zakovica, antene kao i ostale interferencije koje nisu ranije uzete u obzir, ukupni otpor povećan je za još 5% te iznosi:

$$C_{D0} = 1.05 \cdot [(C_{D0})_W + (C_{D0})_{FL} + (C_{D0})_B + (C_{D0})_H + (C_{D0})_V + (C_{D0})_{NC} + \\ + (C_{D0})_S + (C_D)_F] \tag{11}$$

$$= 1.05 \cdot [0.0073 + 0.0062 + 0.0084 + 0.0020 + 0.0016 + 0.0016 + 0.0017 + 0.00024] =$$

$$= 1.05 \cdot 0.0290 = 0.0305.$$

Ukupni prikaz dan je u sljedećoj tablici (Tablica 5) uz prikazane udjele otpora pojedinih dijelova konfiguracije.

Tablica 5. Udjeli otpora pojedinih dijelova konfiguracije

	C_D	%
Krilo	0.0073	24
Plovci	0.0062	20.3
Tijelo	0.0084	27.5
Horizontalni stabilizator	0.0020	6.5
Vertikalni stabilizator	0.0016	5.2
Gondole motora	0.0016	5.2
Upornice i nosači	0.0017	5.6
Finleti	0.00024	0.8
Dodatni otpor	0.0015	5
Ukupno	0.0305	100

Vidljivo je da najveći nulti otpor stvaraju tijelo i krila, ali isto tako i plovci, što, obzirom na njihove dimenzije, nije neočekivano.

4. Normalna sila i moment propinjanja

Za računanje uzdužne stabilnosti potrebni su koeficijenti normalne sile i momenta propinjanja krila, horizontalnog repa, trupa i plovaka, kao i motora. Uzeta je pretpostavka da gondole motora nemaju značajan doprinos te nisu uzete u obzir. Ishodište za računanje ovih vrijednosti postavljeno je na početak aerodinamičke tetive te se udaljenosti karakterističnih točaka izražavaju kao omjer stvarne duljine od početka aerodinamičke tetive i njene duljine. I ovaj proračun, kao i veći dio proračuna otpora, izveden je prema [1].

4.1. Krilo

Za izračun gradijenta normalne sile krila potrebni su koeficijent stlačivosti β i gradijent uzgona profila. Pri brzini $\mathrm{V} = 64.3$ m/s, koja je uzeta kao srednja brzina krstarenja (125 knots), i brzini zvuka od 334.5 m/s na visini 1500 m Machov broj je

$$Ma = \frac{V}{a} = 0.1922,$$

te je koeficijent stlačivosti

$$\beta = \sqrt{1 - Ma^2} = 0.981.$$

Profil krila je NACA 63A516 sa gradijentom profila $c_{l\alpha} = 6.15$ izračunatim iz dijagrama dobivenim u programu *xflr5* kako je naznačeno u poglavlju o podacima.

Kut strijele geometrijskog mjesta najveće debljine Λ_t jednak je 0°, jer je krilo pravokutno sa konstatnim profilom po cijeloj dužini i uz vitkost krila AR_w = 9.41, gradijent normalne sile krila je:

$$(C_{L\alpha})_W = \frac{2\pi AR_w}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi AR_w}{c_{l\alpha}}\right)^2 \left(1 + \frac{tg^2\Lambda_t}{\beta^2}\right)}} = 5.00. \tag{12}$$

Ova jednadžba dobivena je na temelju teorije vrtloga, uzimajući u obzir utjecaj stlačivosti i korekcije prema eksperimentalnim mjerenjima.

Za određivanje položaja hvatišta sile $(C_{L\alpha})_W \alpha$ potrebni su parametri

$$\lambda_W = 1, \qquad AR_W \beta = -9.23, \qquad AR_W tg\Lambda_m = 0,$$

gdje se β gleda kao negativan za $Ma < 1$ i prema dijagramu iz [6] vidi se da hvatište sile $\bar{h}_{cW}$ teži u 0.25 za naše parametre.

Normalna sila računa se za kombinaciju krilo-tijelo, koja je u ovom slučaju otklonjena kombinacija jer je krilo pod postavnim kutom od 2.5° u odnosu na os tijela, te se tako taj koeficijent normalne sile računa kao:

$$(C_N)_{WB} = (C_{N\alpha})_W \frac{S_W}{S_{ref}} [K_{WB}\alpha + k_{WB}(i_W - \alpha_{0L})], \tag{13}$$

gdje je izraz u uglatoj zagradi efektivni napadni kut α_{ef}.

Koeficijent interferencije određen je jednadžbama :

$$K_{WB} = 1 + 3\bar{d} - \lambda\bar{d} \cdot (1 - \bar{d}) = 1.233,$$

$$k_{WB} = \left(\frac{1 + 0.41\bar{d}}{1 + \bar{d}}\right) K_{WB} = 1.092,$$

uz

$$\bar{d} = \frac{d_e}{b_W} = 0.11.$$

Kut nultog uzgona profila je $\alpha_{0L} = -3.92°$. S tim vrijednostima efektivni napadni kut je:

$$\alpha_{ef} = K_{WB}\alpha + k_{WB}(i_W - \alpha_{0L}) = 1.233\alpha + 0.1224$$

te je konačno koeficijent normalne sile kombinacije krilo-tijelo prema (13):

$$(C_N)_{WB} = (C_{N\alpha})_{WB} \frac{S_W}{S_{ref}} \alpha_{ef} = 5.4719\alpha + 0.5434. \tag{14}$$

Koeficijent nultog momenta propinjanja profila krila je $c_{m0} = -0.082$. Koeficijent nultog momenta propinjanja krila razlikuje se od nultog momenta propinjanja profila zbog vitkosti i kuta strijele geometrijskih mjesta srednjih točaka tetive, koji je u ovom slučaju 0°, te se računa prema empirijskom izrazu:

$$(C_{m0})_W = c_{m0}\frac{AR_w cos\Lambda_m}{AR_w + 2cos\Lambda_m}\cdot\frac{S_W}{S_{ref}} = -0.060.$$

Koeficijent momenta propinjanja kombinacije krilo-tijelo za središte mase koje je udaljeno $\bar{h}_m$ od aerodinamičkog ishodišta je:

$$\begin{aligned}(C_m)_{WB} &= (C_{m0})_W - (C_N)_{WB}\left(\bar{h}_{cW} - \bar{h}_m\right)\\ &= -\left(1.368 - 5.472\bar{h}_m\right)\alpha + 0.543\bar{h}_m - 0.196.\end{aligned} \quad (15)$$

4.2. Tijelo

Oblik tijela je takav da se može zanemariti rezultirajuća normalna sila, ali se mora uzeti u obzir spreg od normalne sile prednjeg i zadnjeg dijela tijela, koji se procjenjuje prema jednadžbi:

$$(C_m)_B = \frac{K_f W_B^2 l_B}{c_A S_{ref}}\alpha. \quad (16)$$

K_f je koeficijent koji ovisi o odnosu udaljenosti napadne točke krila od vrha l_{cW} prema ukupnoj duljini tijela L_B, a taj odnos jednak je:

$$\frac{l_{cW}}{L_B} = \frac{l_{0W} + c_A\bar{h}_c}{L_B} = 0.43,$$

te je K_f (prema dijagramu na slici 3-18 u [1]) za tu vrijednost jednak 1.23. Ova vrijednost precizno je očitana pomoću programa *Autocad*.

Sa ostalim poznatim vrijednostima, koeficijent momenta propinjanja tijela je prema (16):

$$(C_m)_B = 0.59803\alpha. \quad (17)$$

4.3. Horizontalni rep

Kao i kod krila, i ovdje se promatra kombinacija horizontalnog repa i tijela. Normalna sila horizontalnog repa ima dva dijela. Prvi dio je zbog postojanja napadnog kuta na kombinaciji horizontalni rep-tijelo α_h, a drugi je zbog otklona kormila visine δ_m. Napadni kut na kombinaciji horizontalni rep-tijelo jednak je:

$$\alpha_H = \alpha - \varepsilon,$$

gdje je $\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_{ef}$ kut zbog savijanja struje iza kombinacije krilo-tijelo.

Taj gradijent $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$ računa se prema empirijskoj formuli:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{1/4}})^{1.19}, \tag{18}$$

gdje su:

$$K_A = \frac{1}{AR_H} - \frac{1}{1 + AR_H^{1.7}} = 0.0804,$$

$$K_\lambda = \frac{10 - 3\lambda}{7} = 1,$$

$$K_H = \frac{1 - \frac{h_H}{b}}{\sqrt[3]{\frac{l_{ch} - l_{cw}}{b/2}}} = 1.077.$$

U ovim koeficijentima $h_H = 0.20$ m, što predstavlja vertikalnu udaljenost korijenske tetive horizontalnog repa od korijenske tetive krila, a $b = 19.81$ m je raspon krila. Razlika $l_{ch} - l_{cw}$ je udaljenost između četvrtina tetiva krila i horizontalnog repa i iznosi 7.70 m. S tim vrijednostima uvrštenim u (18) gradijent skretanja struje je $\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.242$.

Koeficijent gradijenta normalne sile horizontalnog repa računa se kao i kod krila prema formuli:

$$(C_{N\alpha})_H = \frac{2\pi AR_H}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi AR_H}{(c_{l\alpha})_H}\right)^2 \left(1 + \frac{tg^2 \Lambda_{Hc/2}}{\beta^2}\right)}} = 3.83. \tag{19}$$

Za razliku od krila, horizontalni rep nije povezan s trupom pa se uzima da su koeficijenti interferencije $K_{HB} = k_{HB} = 1$.

Gradijent normalne sile na repu zbog otklona kormila visine određen je prema jednadžbi:

$$(C_{N\delta})_H = 0.9 \frac{S_\delta}{S_H} \frac{(C_{N\alpha})_H}{(c_{l\alpha})_H} (C_{l\delta})_{prof} cos\Lambda_{HL} K_{fH}, \tag{20}$$

gdje je odnos S_δ / S_H u subsonici kad je upravljačka površina po cijelom rasponu noseće površine jednaka jedinici. $(C_{l\delta})_{prof}$ očitan je iz dijagrama prema slici 2-16 u [1] za relativnu debljinu profila $\bar{t} = 0.13$ i odnos $c_{\delta H}/c_H = 0.47$ i iznosi 5.57.

Koeficijent K_{fH} je korekcija zbog nelinearnosti i ovisi o otklonu kormila visine δ_m te odnosu tetiva $c_{\delta H}/c_H$ koji je za male kutove do 10° otklona jednak 1. Kasnija analiza je pokazala da je otklon kormila visine unutar tog raspona za ravnotežni horizontalni let te nije bilo potrebno određivati K_{fH} (osim za crtanje dijagrama na slici_).

S tako određenim vrijednostima, koeficijent gradijenta normalne sile na horizontalnom repu zbog otklona kormila visine prema (20) jednak je:

$$(C_{N\delta})_H = 3.3227 K_{fH}. \tag{21}$$

Kako profil horizontalnog repa nije simetričan već zakrivljen i invertiran, javlja se i doprinos normalnoj sili uslijed toga. Kut nultog uzgona profila horizontalnog repa je pozitivan i iznosi $(\alpha_{0L})_H = 1.46°$. Postavni kut horizontalnog repa i_H jednak je 0°. Uz faktore $\eta_{slot} = 0.85$ i $\eta_H = 0.98$, te izraze (18) do (21) ukupna normalna sila na horizontalnom repu jednaka je:

$$\begin{aligned}(C_N)_{HB} &= \eta_{slot}\eta_H \frac{S_H}{S_{ref}} \{(C_{N\alpha})_H \cdot [K_{HB}\alpha_H + k_{HB} \cdot (i_H - (\alpha_{0L})_H)] + (C_{N\delta})_H \delta_m\} \\ &= 0.53206\alpha - 0.04085 + 0.60791 K_{fH}\delta_m.\end{aligned} \tag{22}$$

Ova sila ima dva dijela. Prvi $0.53206\alpha - 0.04085$ je od horizontalnog repa bez otklona kormila visine, ali sa zakrivljenim profilom, i drugi dio $0.60791K_{fH}\delta_m$ od otklona kormila visine, zvan upravljačka sila. Prvi dio ima hvatište normalne sile na udaljenosti od $0.23c_{AH}$ (očitano prema dijagramu kao za krilo u [6]) od napadnog ruba horizontalnog repa, a od aerodinamičkog središta na udaljenosti od:

$$h_{c\alpha H} = h_{0H} + 0.23c_{AH} = 4.11 \text{ m}.$$

h_{0H} je udaljenost napadnog ruba horizontalnog stabilizatora od aerodinamičkog ishodišta.

Položaj hvatišta upravljačke sile računa se kao:

$$\bar{h}_{c\delta} = \frac{h_{0H} + c_H \frac{x_\delta}{c_H}}{c_{AW}} = 4.219,$$

gdje je x_δ/c_H udaljenost napadne točke upravljačke sile od napadnog ruba horizontalnog stabilizatora normirana sa njegovom tetivom. Ta udaljenost očitana je iz dijagrama na slici 2-17 u [1] za $c_{\delta H}/c_H = 0.47$ i iznosi 0.38.

Kod računanja ukupnog momenta propinjanja horizontalnog repa, potrebno je uzeti u obzir i moment koji stvara horizontalni stabilizator zbog zakrivljenog invertiranog profila, a taj moment je:

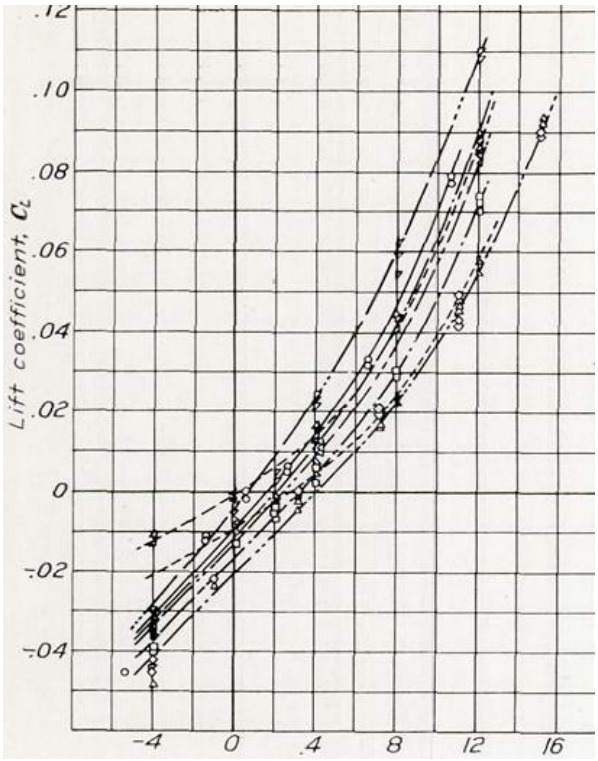
$$(C_{m0})_{HB} = (c_{m0})_H \frac{AR_H cos\Lambda_m}{AR_H + 2cos\Lambda_m} \cdot \frac{S_H}{S_{ref}} = 0.0044.$$

Koeficijent momenta propinjanja horizontalnog stabilizatora za središte mase na udaljenosti $\bar{h}_m$ od aerodinamičkog središta aviona iznosi:

$$\begin{aligned}(C_m)_{HB} &= (C_{m0})_{HB} - (0.53206\alpha - 0.04085) \cdot \left(\bar{h}_{c\alpha H} - \bar{h}_m\right) - \\ &\quad 0.6079K_{fH}\delta_m \cdot \left(\bar{h}_{c\delta} - \bar{h}_m\right) \\ &= 0.1722 - 2.1863\alpha - \left(4.219 - \bar{h}_m\right)0.6079K_{fH}\delta_m.\end{aligned} \tag{23}$$

4.4. Plovci

Koeficijent normalne sile plovaka određen je kao i kod računanja otpora prema [2]. Na slici 15. prikazana je promjena uzgona dobivena eksperimentalnim ispitivanjem na modelu plovka za $Re = 20.5 \cdot 10^6$. Za model Bow 1 Stern 2, rezultati su prikazani punom linijom. Reynolds za DHC-6 hidroavion je dvostruko veći, no uzeta je pretpostavka kako se uzgon plovka ne mijenja sa Reynoldsovim brojem. Isto tako je pretpostavljena linearna promjena uzgona što je opravdano obzirom na rezultate prikazane na slici 15.



Slika 15. Koeficijent uzgona modela plovka kao funkcija napadnog kuta

Treba napomenuti kako se u ovom potpoglavlju Plovci podrazumijeva da je koeficijent uzgona jednak koeficijentu normalne sile, ali se koristi i izraz uzgon kako je korišten u [2] za modele plovaka.

Koeficijent uzgona modela plovka u [2] računao se prema formuli:

$$C_{Lmod} = \frac{L}{qVol_{mod}^{2/3}},$$

gdje je Vol_{mod} volumen modela plovka. Stoga je za izračun uzgona plovka hidroaviona potrebno bilo odrediti njegov volumen. Kako pretraživanjem literature nije nađen taj podatak, plovak je modeliran u *Solidworks-u* prema stvarnim dimenzijama gdje se volumen da lako očitati i iznosi 7.65 m^3 (Slika 4).

Koeficijenti normalne sile plovka hidroaviona računati su prema:

$$(C_N)_{FL} = C_{Lmod} \frac{Vol_{fl}^{2/3}}{S_{ref}}, \tag{24}$$

te se na taj način dobio koeficijent normalne sile plovka hidraviona za $\alpha = 0°$ C_{N0fl} kao i njegov gradijent $C_{N\alpha fl}$. Ukupni koeficijent normalne sile za oba plovka iznosi:

$$(C_N)_{FL} = (C_{N0})_{FL} + (C_{N\alpha})_{FL}\alpha = -0.0030 + 0.0874\alpha. \tag{25}$$

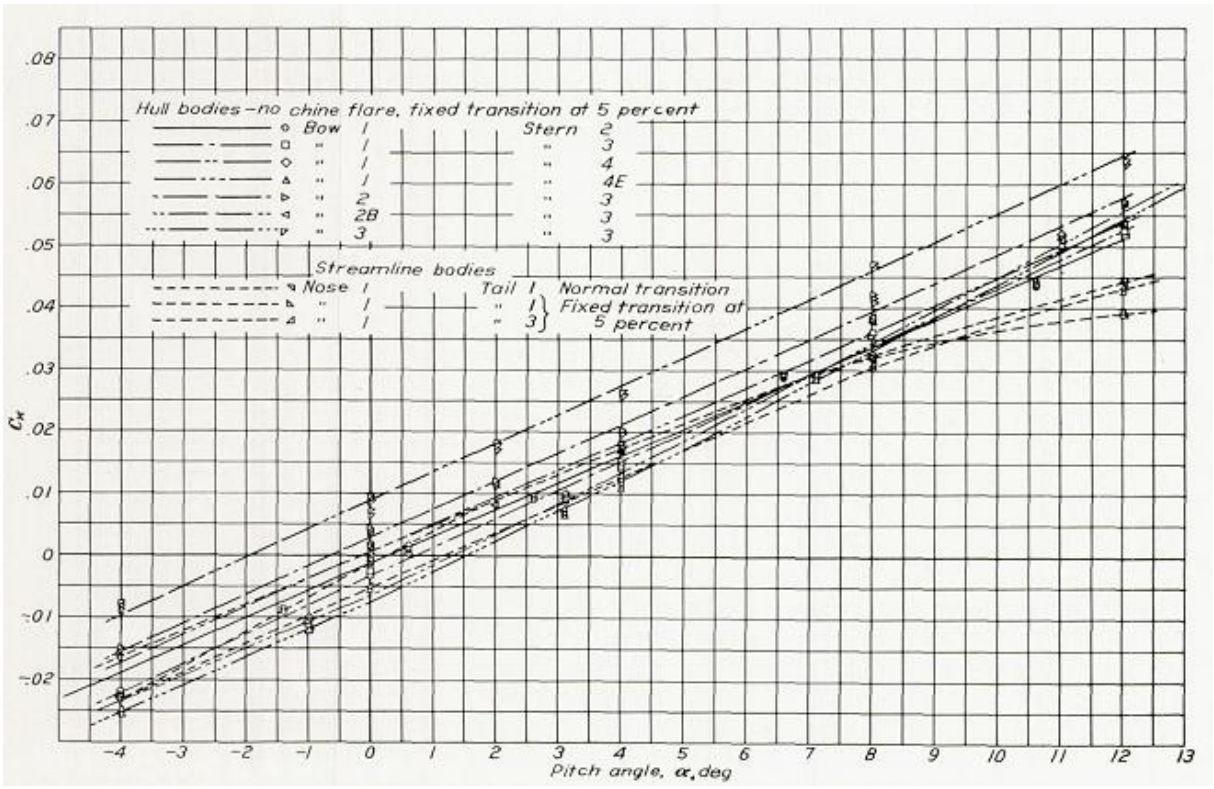
Moment propinjanja računat je na sličan način s time što je ga je bilo potrebno izračunati oko težišta letjelice.

Koeficijent momenta propinjanja za model plovka u [2], računao se prema formuli:

$$(C_m)_{mod} = \frac{M}{qVol_{mod}^{2/3} l_{mod}},$$

gdje je l_{mod} duljina ispitivanog modela. Prema tome, koeficijenti momenta propinjanja za DHC-6 u određenim točkama prema dijagramu na slici 16 određuju se prema:

$$(C_m)_{FL} = (C_m)_{mod} \frac{Vol_{fl}^{2/3}}{S_{ref}} \frac{L_{FL}}{c_A}. \tag{26}$$



Slika 16. Koeficijent momenta propinjanja plovaka u ovisnosti o napadnom kutu

Na taj način dobiveni su koeficijenti za određeni kut α, iz čega se dobije gradijent $(C_{m\alpha})_{FLC}$ i $(C_{m0})_{FLC}$. Te vrijednosti odnose se za momente oko centra momenata plovka (oznaka ''C'' u indeksu), te je bilo potrebno dodati moment od normalne sile plovaka za težište letjelice. Položaj centra momenta plovaka određena je na temelju podataka ispitivanja iz istog izvješća preko odnosa duljina i za plovak hidroaviona DHC-6 nalazi se na udaljenosti 3.47 m od vrha pramca plovka. Tako su konačni koeficijenti momenta propinjanja oba plovka:

$$(C_m)_{FL} = (C_{m0})_{FL} + (C_{m\alpha})_{FL}\alpha = \\ = -0.00290 - 0.00299\bar{h}_m + \left(0.0874\bar{h}_m + 0.2504\right)\alpha. \tag{27}$$

4.5. Motor

Pogonska sila i moment motora imaju značajan doprinos ukupnoj normalnoj sili i momentu propinjanja što će se vidjeti iz proračuna.

Gradijent normalne sile računa se prema [1] kao:

$$\frac{F_{p\sigma}}{q_\infty S_{ref}} = N_B \frac{S_p}{S_{ref}} \frac{\partial C_{Nbl}}{\partial \alpha} \, f(T^*), \tag{28}$$

gdje je

$$T^* = \frac{T}{\rho V^2 D_p^2} = \frac{1}{2} \frac{S_{ref}(C_{D0} + K C_L^2)}{D_p^2} = 0.14 \tag{29}$$

bezdimenzijska pogonska sila od oba motora izračunata za nulti otpor i uzgon zrakoplova u horizontalnom letu za maksimalnu masu aviona,

N_B = 3 - broj lopatica propelera,

S_p = 5.27 m^2 - površina diska propelera,

D_p = 2.59 m – promjer diska propelera,

$\frac{\partial C_{Nbl}}{\partial \alpha} = 0.0385$ gradijent lopatice prema dijagramu na slici 6-7 u [1],

$f(T^*) = 1.13$ funkcija bezdimenzijske pogonske sile propelera prema dijagramu na slici 6-8 u [1] očitana za bezdimenzijski korak $J = \frac{V}{nD} = 0.827$. n je broj okretaja motora iznosa 1800 o/min.

Napadni kut struje zraka na disk propelera α_p umanjen je za kut skretanja struje ε_u ispred motora prema dijagramu na slici 6-4 [1], za napadni kut α te postavni kut motora α_T (za DHC-6 jednak 0°), odnosno:

$$\alpha_p = \alpha - \frac{\partial \varepsilon_u}{\alpha} \alpha - \alpha_T.$$

Koeficijent normalne komponente pogonske sile uz te vrijednosti jednak je:

$$(C_N)_{MOT} = \frac{F_{p\sigma}\alpha_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}} = 0.0134\alpha. \quad (30)$$

Komponenta propinjanja pogonskog momenta računa se kao:

$$M_{MOT} = Tcos\alpha_T z_p + \left(Tsin\alpha_T + F_{p\sigma}\alpha_p\right)\left(h_p + h_m\right),$$

gdje je $z_p = -1$ m koordinata osi motora od težišta letjelice po z-osi i za DHC-6 je negativnog predznaka. Zbog nedostatka podataka o položaju težišta po vertikalnoj osi i njegovoj promjeni s masom, moralo se pribjeći pretpostavki. Kako je gorivo u spremnicima u krilu koja su smještena visoko, putnici sa svojim težištem u donjoj polovici trupa, plovci ispod trupa, može se pretpostaviti da se težište nalazi oko polovice visine trupa, što iznosi oko 1 m. U nastavku je ova pretpostavka malo detaljnije analizirana.

h_p je apsolutna udaljenost diska propelera od aerodinamičkog ishodišta iznosa 1.54 m.

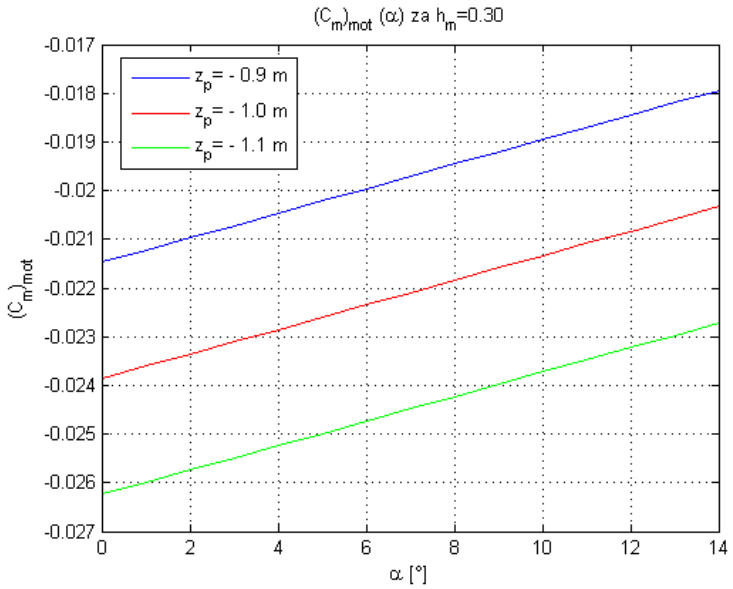
S tim vrijednostima, koeficijent komponente propinjanja pogonskog momenta iznosi:

$$(C_m)_{MOT} = \frac{M_{MOT}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_A} = \left(0.0134\bar{h}_m + 0.0104\right)\alpha - 0.0239. \quad (31)$$

Za neki položaj težišta $\bar{h}_m = 0.30$, taj je koeficijent:

$$(C_m)_{MOT} = 0.0144\alpha - 0.0239.$$

Ovaj je rezultat prikazan na sljedećoj slici (Slika 17), ali za tri različita položaja težišta po z-osi. Gledano samo tu vrijednost u prikazanom rasponu, razlika nije zanemariva. No, ukoliko se promatra utjecaj vertikalnog položaja z_p na ukupni moment propinjanja (što će biti kasnije prezentirano, slika 22) utjecaj zp, u promatranom rasponu, je vrlo mali te se pretpostavka z_p = -1m smatra opravdanom.



Slika 17. Koeficijent propinjanja motora u ovisnosti o napadnom kutu i vertikalnom položaju težišta

4.6. Ukupna normalna sila

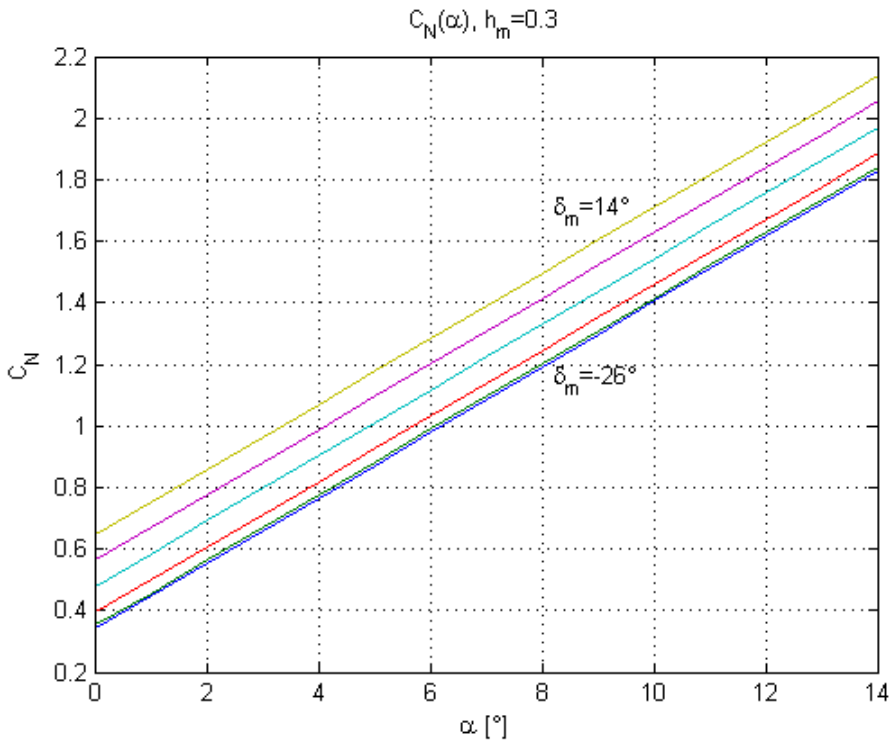
Sada se može odrediti ukupni koeficijent normalne sile DHC-6 hidroaviona koji je jednak zbroju koeficijenata normalnih sila pojedinih segmenata:

$$\begin{aligned} C_N &= (C_N)_{WB} + (C_N)_{HB} + (C_N)_{FL} + (C_N)_{MOT} \\ &= 6.1048\alpha + 0.6079K_{fh}\delta_m + 0.4996. \end{aligned} \tag{32}$$

Odatle se mogu očitati stacionarni koeficijenti i gradijenti:

$$\begin{aligned} C_{N0} &= 0.4996, \\ C_{N\alpha} &= 6.1048, \\ C_{N\delta} &= 0.6079. \end{aligned} \tag{33}$$

Na sljedećoj slici (slika 18) prikazana je promjena koeficijenta ukupne normalne sile (uzgona) sa napadnim kutom ovisno o otklonu kormila visine u intervalu od 8°. Za kutove otklona veće od ± 10° potrebno je bilo uzeti u obzir i koeficijent nelinearnosti K_{fH} prema dijagramu na slici 2-16 u [1].



Slika 18. Koeficijent normalne sile u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine

4.7. Ukupni moment propinjanja

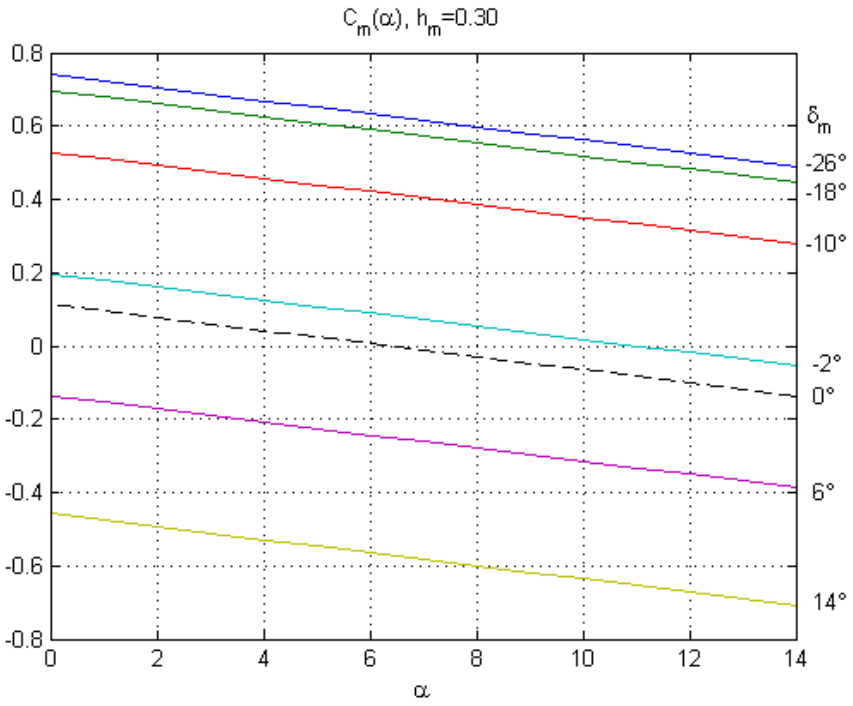
Ukupni koeficijent momenta propinjanja jednak je zbroju koeficijenata momenta propinjanja pojedinih segmenata letjelice – krila, horizontalnog repa, tijela, plovaka i motora:

$$C_m = (C_m)_{WB} + (C_m)_{HB} + (C_m)_B + (C_m)_{FL} + (C_m)_{MOT} = \\ -0.04894 + 0.5404\bar{h}_m - (2.6955 - 5.5727\bar{h}_m)\alpha - (2.5646 - 0.6079\bar{h}_m)K_{fH}\delta_m. \quad (34)$$

Kao i kod normalne sile, i ovdje se mogu očitati stacionarni koeficijenti i gradijenti:

$$C_{m0} = -0.04894 + 0.5404\bar{h}_m, \\ C_{m\alpha} = -2.6955 + 5.5727\bar{h}_m, \quad (35) \\ C_{m\delta} = -2.5646 + 0.6079\bar{h}_m.$$

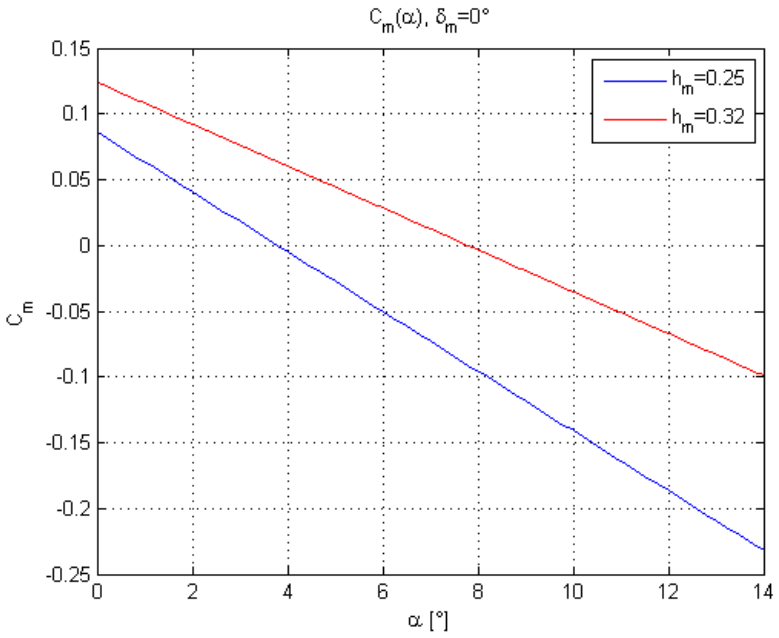
Kao i za normalnu silu, na sljedećoj slici (Slika 19) se može vidjeti promjena koeficijenta momenta propinjanja aviona za $\bar{h}_m = 0.30$ sa napadnim kutom ovisno o kutu otklona kormila visine.



Slika 19. Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu i otklonu kormila visine

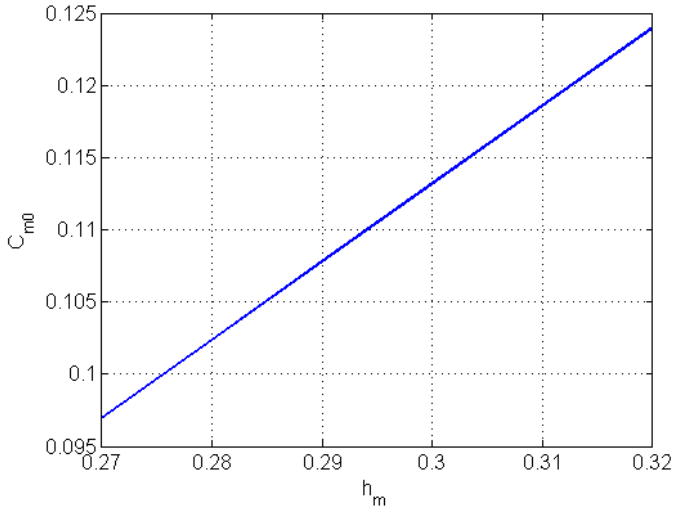
Iz te slike se može vidjeti kako za otklon kormila visine od 0° do oko 2° moment propinjanja je pozitivan. Najveći razlog tome je invertirani profil horizontalnog repa.

Na sljedećoj slici prikazana je promjena koeficijenta momenta propinjanja sa napadnim kutom za dva krajnja horizontalna položaja središta mase kada nema otklona kormila visine.



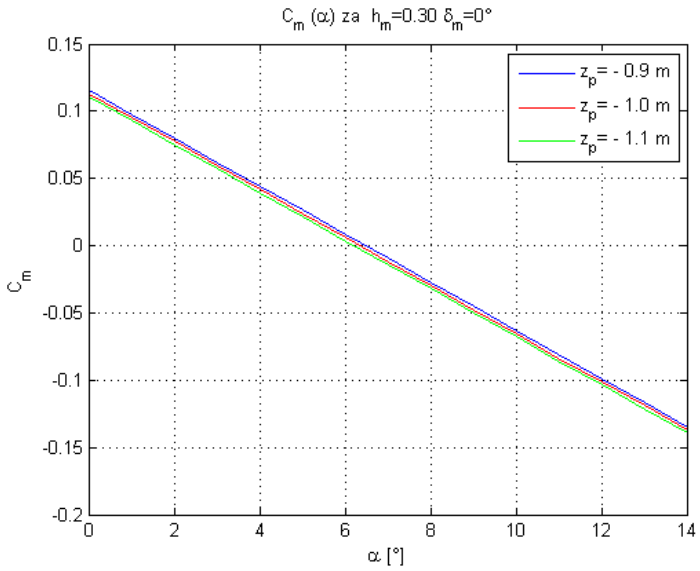
Slika 20. Promjena koeficijenta momenta propinjanja s napadnim kutom za različite horizontalne položaje težišta

Taj utjecaj horizontalnog položaja središta mase najbolje predočava promjena koeficijenta C_{m0} na sljedećoj slici (Slika 21). Sa krajnjim stražnjim položajem, C_{m0} se poveća za 28 % u odnosu na isti sa krajnjim prednjim položajem centra mase. Istovremeno će se $C_{m\alpha}$ povećati za 30%. Razlika prednjeg i stražnjeg horizontalnog položaja je 13.8 cm.



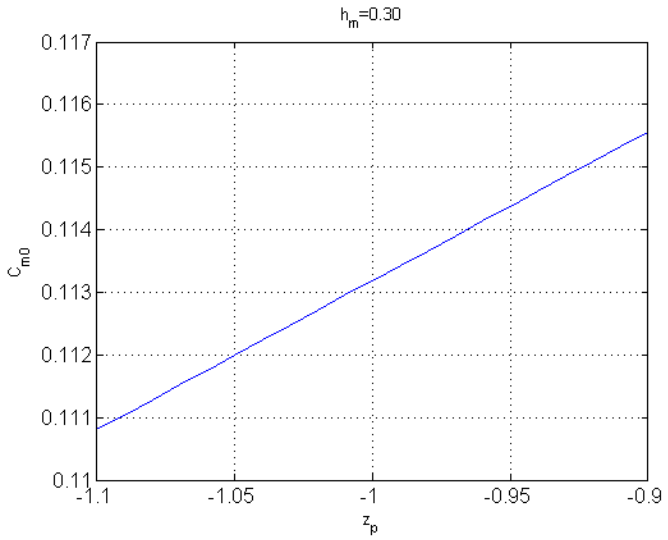
Slika 21. Promjena C_{m0} s promjenom horizontalnog položaja težišta

Sljedeće dvije slike (Slika 22 i Slika 23) najbolje prikazuju koliko je mali utjecaj vertikalne promjene težišta na ukupni moment propinjanja. Kako je rečeno, podaci o položaju težišta na vertikalnoj osi nisu dostupni, te se uzela pretpostavka kako je ono na polovici visine trupa, tj. udaljeno je od osi motora 1 m.



Slika 22. Promjena koeficijenta momenta propinjanja s napadnim kutom i promjenom vertikalnog položaja težišta

Za raspon promjene položaja od 20 cm, C_{m0} se promijeni za 4 % iz čega se zaključuje kako je promjena vertikalnog položaja težišta puno manjeg utjecaja nego horizontalna čime se opravdava ranija pretpostavka da z_p ostaje konstantan.



Slika 23. Promjena C_{m0} s promjenom vertikalnog položaja težišta

4.7.1. Nestacionarni gradijenti normalne sile i momenta propinjanja

Nakon izračunatih stacionarnih koeficijenata i gradijenata normalne sile i momenta propinjanja, za računanje korijena karakterističnog polinoma i analizu dinamičke stabilnosti, potrebno je bilo izračunati i nestacionarne gradijente normalne sile i momenta propinjanja.

Gradijenti normalne sile i momenta propinjanja po derivaciji napadnog kuta, uz ranije navedene vrijednosti pojedinih članova, jednaki su:

$$C_{Z\dot{\alpha}} = -\eta_V \frac{S_H}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_H \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \left(\bar{h}_{cH} - \bar{h}_{cW}\right) = -0.7687, \tag{36}$$

$$C_{m\dot{\alpha}} = C_{Z\dot{\alpha}} \left(\bar{h}_{cH} - \bar{h}_m\right) = 0.7687\bar{h}_m - 3.1588. \tag{37}$$

Gradijenti po kutnoj brzini propinjanja su:

$$C_{Zq} = -\eta_V \frac{S_H}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_H \left(\bar{h}_{cH} - \bar{h}_m\right) = 0.8246\bar{h}_m - 3.3884, \tag{38}$$

$$C_{mq} = C_{Zq} \left(\bar{h}_{cH} - \bar{h}_m\right) = -0.8246\bar{h}_m^2 + 6.7768\bar{h}_m - 13.9233. \tag{39}$$

5. Ravnotežni let i statička uzdužna stabilnost

Kako je proračun u prethodnim poglavljima proveden prema [1], u njemu su korištene i iste oznake. Nadalje se umjesto normalne sile i oznake 'N' u indeksu, koristi uzgon i oznaka 'L'. To je opravdano činjenicom da su u linearnom području za koje se podrazumijevaju mali napadni kutovi, sile uzgona i normalne sile jednake i imaju istu ovisnost o napadnom kutu.

U ovom dijelu rada analiziran je ravnotežni horizontalni let u kojem se ispituje koji je potreban otklon kormila visine i time postignut napadni kut kako bi dobili istrimanu letjelicu, i za različite položaje težišta, i za različite ukupne mase zrakoplova.

Ravnotežni let podrazumijeva da su svi momenti koji djeluju oko središta mase letjelice u ravnoteži, odnosno da je rezultirajući moment jednak nuli, što u ovom konkretnom slučaju znači da rezultirajući moment propinjanja mora biti jednak nuli.

U općem slučaju, na zrakoplov u letu djeluje moment propinjanja i sila uzgona. Obje veličine ovise o napadnom kutu i otklona kormila visine. Prikazano preko koeficijenata, to izgleda ovako:

$$\begin{aligned} C_L &= C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_m, \\ C_m &= C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta}\delta_m. \end{aligned} \tag{40}$$

U ravnotežnom horizontalnom letu, sila uzgona jednaka je težini zrakoplova, a moment propinjanja jednak je nuli:

$$\begin{aligned} C_{Lrav} &= \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}}, \\ C_m &= 0. \end{aligned} \tag{41}$$

Iz tih sustava (40) i (41) slijedi matrična jednadžba u kojoj se traže ravnotežni kut otklona i napadni kut:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{rav} \\ \delta_{mrav} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{L\alpha} & C_{L\delta} \\ C_{m\alpha} & C_{m\delta} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} C_{Lrav} - C_{L0} \\ 0 - C_{m0} \end{bmatrix}. \tag{42}$$

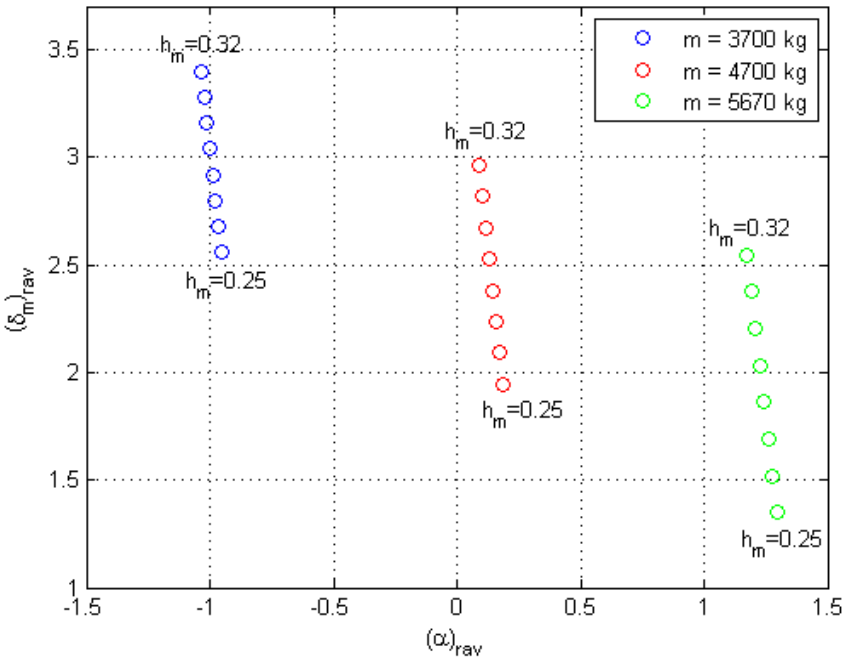
Rezultati ove jednadžbe, za *H* = 1500 m i *V* = 64.3 m/s, prikazani su u sljedećoj tablici (Tablica 6), a odnose se na tri različite ukupne mase zrakoplova i dva krajnja položaja težišta. Masa od 3700 kg odgovara gotovo praznom zrakoplovu, ona od 4700 kg zrakoplovu sa otprilike pola količine goriva i 10 putnika, a ona od 5670 kg odgovara maksimalnoj poletnoj masi.

Tablica 6. Ravnotežni kutovi u ovisnosti o masi i položaju težišta

	m = 3700 kg		m = 4700 kg		m = 5670 kg	
	α_{rav}	$\delta_{m_{rav}}$	α_{rav}	$\delta_{m_{rav}}$	α_{rav}	$\delta_{m_{rav}}$
$\bar{h}_m = 0.25$	-0.95°	2.56°	0.19°	1.94°	1.29°	1.35°
$\bar{h}_m = 0.32$	-1.04°	3.40°	0.09°	2.96°	1.17°	2.55°

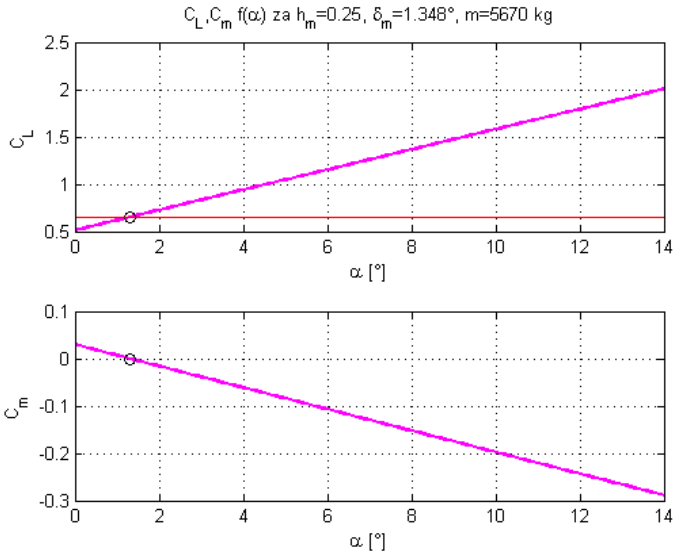
Iz rezultata je vidljiva jedna zanimljiva činjenica, a to je da za pozitivni ravnotežni napadni kut imamo pozitivni kut otklona kormila visine. To je rezultat invertiranog profila horizontalnog stabilizatora, odnosno njegovog pozitivnog nultog momenta propinjanja i pozitivnog napadnog kuta za $c_{lH} = 0$.

Ista stvar prikazana je i grafički na slici 24. Još bolje se vidi promjena odnosa α_{rav} i $\delta_{m_{rav}}$ sa promjenom mase i položaja težišta. Vidi se da smanjenjem ukupne mase, ravnotežni napadni kut postaje sve manji te čak i negativan za minimalnu ukupnu masu, a kut otklona kormila visine sve pozitivniji i veći.

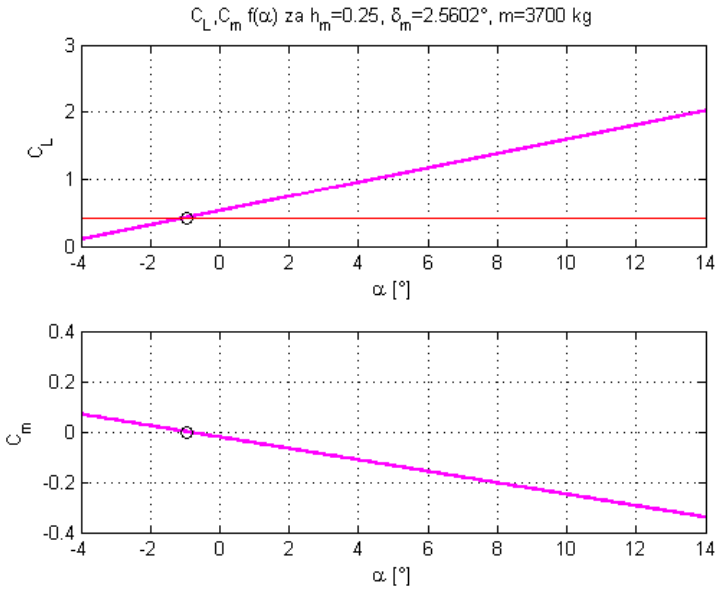


Slika 24. Prikaz ravnotežnih kutova za različite ukupne mase i položaje težišta za *H*=1500 m i *V*=64.3 m/s

Na sljedećim slikama (Slika 25 i 26) grafički je prikazana promjena uzgona i momenta propinjanja sa napadnim kutom za kut otklona kormila visine kada je on jednak ravnotežnom i to za dvije mase i položaj težišta $\bar{h}_m = 0.25$. Crvenom linijom istaknut je koeficijent uzgona za ravnotežni let, a kružićem točka ravnotežnog horizontalnog leta.



Slika 25. Koeficijenti uzgona i momenta propinjanja u ovisnosti o napadnom kutu za ravnotežni otklon kormila visine i maksimalnu masu



Slika 26. Koeficijenti uzgona i momenta propinjanja u ovisnosti o napadnom kutu za ravnotežni otklon kormila visine i minimalnu masu

5.1. Uvjeti uzdužne stabilnosti ravnotežnog leta

Uz dobivene kutove otklona kormila visine i napadnog kuta za ravnotežni horizontalni let, potrebno je bilo provjeriti je li letjelica statički stabilna za krajnje horizontalne položaje težišta i ukupne mase. Prema [1], dva uvjeta statičke stabilnosti zrakoplova su:

$$C_{m\alpha} < 0, \qquad C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m > 0. \tag{43}$$

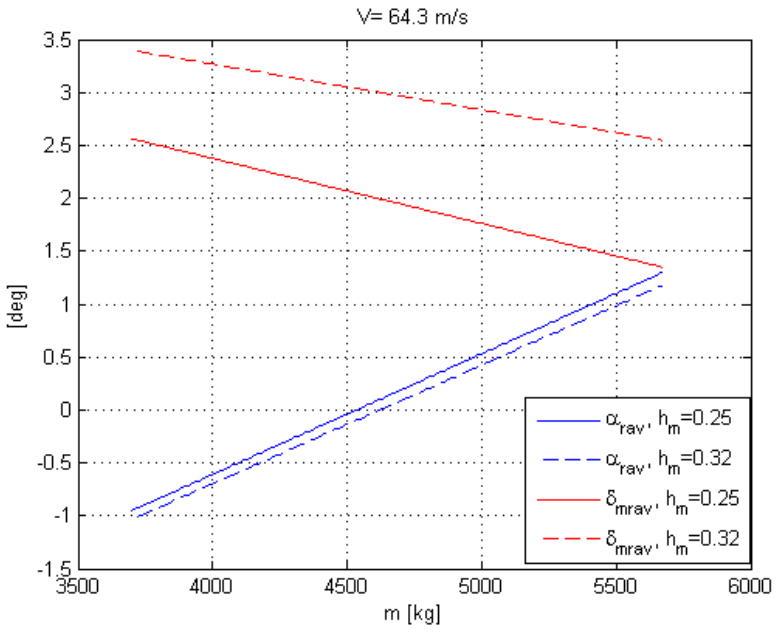
Vrijednosti ovih stacionarnih koeficijenata i gradijenata za V=64.3 m/s su navedeni ranije u tablici 6. Rezultati za svih 6 varijanti za istu brzinu prikazani su u sljedećoj tablici.

Tablica 7. Stacionarni koeficijenti i gradijenti momenta propinjanja za različite mase i položaje težišta

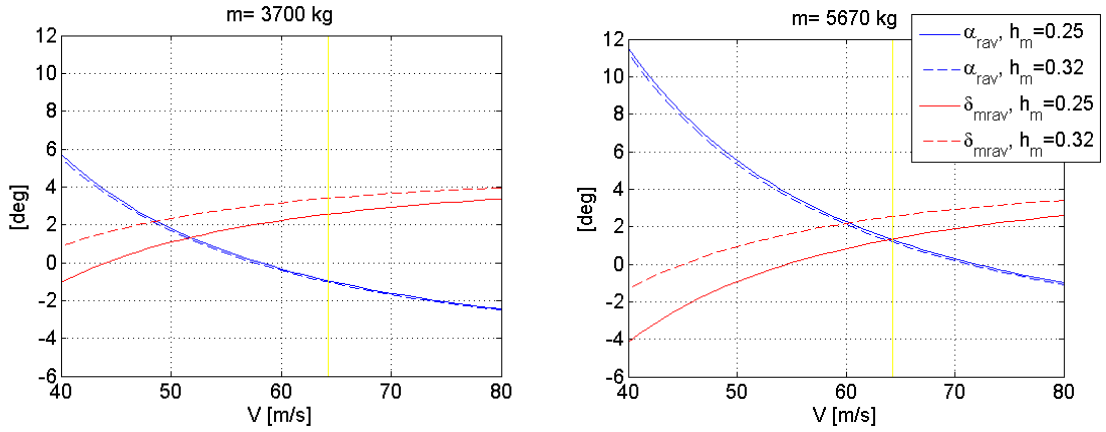
	m = 3700 kg		m = 4700 kg		m = 5670 kg	
$\bar{h}_m$	$C_{m\alpha}$	$C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m$	$C_{m\alpha}$	$C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m$	$C_{m\alpha}$	$C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m$
0.25	-1.3023	-0.0216	-1.3023	0.0043	-1.3023	0.0294
0.32	-0.9122	-0.0165	-0.9122	0.0014	-0.9122	0.0187

Vidi se da je prvi uvjet zadovoljen u svim ispitanim režimima. No, drugi uvjet nije zadovoljen kada zrakoplov leti u ravnotežnom horizontalnom letu sa najmanjom ukupnom masom. On postaje zadovoljen kada imamo ukupnu masu od 4540 kg za $\bar{h}_m = 0.25$, odnosno 4625 kg za $\bar{h}_m = 0.32$. Zbog toga se i javlja negativan ravnotežni napadni kut, no još uvijek veći od $-(i_W - \alpha_{0LW})$. Kako avion posjeduje sustav stabilizacije i upravljanja sa povratnom vezom, odnosno autopilot, ovaj neispunjeni uvjet ne predstavlja problem, već, s druge strane gledano, pridonosi boljoj upravljivosti. Treba napomenuti kako su ovi uvjeti navedeni kao i u lit [1], no, u drugim literaturama kao što je [3], drugi uvjet se ne navodi. Prema tome, prvi uvjet u (43) smatra se glavnim uvjetom određivanja statičke stabilnosti i on je ovdje zadovoljen. Na slici 27 prikazani su ravnotežni kutovi za cijeli raspon ukupnih masa za referentnu brzinu 64.3 m/s.

Uz varijacije po masi, mogu se prikazati i promjene ravnotežnih kutova ovisno o ostalim brzinama (Slika 28). Za minimalnu brzinu krstarenja od 40 m/s ravnotežni napadni kut je dosta velik, pogotovo za maksimalnu masu gdje prelazi 11°. To su već veći napadni kutovi za koju linearni model koji je ovdje analiziran dolazi u pitanje. Na slici je žutom linijom označena referentna brzina od 64.3 m/s.



Slika 27. Ravnotežni kutovi u ovisnosti o masi i položaju težišta



Slika 28. Ravnotežni kutovi u ovisnosti o brzini i položaju težišta

5.2. Neutralna točka

Ona predstavlja položaj središta mase za koji je gradijent momenta propinjanja po napadnom kutu jednak nuli, odnosno za koju moment propinjanja ne ovisi o napadnom kutu. Za DHC-6, gradijent koeficijenta momenta propinjanja jednak je:

$$C_{m\alpha} = -2.6955 + 5.5727\bar{h}_m.$$

Iz toga i prvog uvjeta statičke stabilnosti dobije se vrijednost neutralne točke iznosa:

$$\bar{h}_n = 0.48,$$

odnosno, neutralna točka nalazi se na 48% aerodinamičke tetive, 16% iza stražnjeg položaja središta mase. Iz toga proizlazi da je zrakoplov uzdužno statički stabilan.

6. Dinamička stabilnost uzdužnog gibanja

6.1. Linearni model

Za razmatranje dinamičke stabilnosti uzdužnog gibanja u obzir ulaze četiri jednadžbe iz lineariziranog 6DOF modela koje opisuju uzdužno gibanje i to su dvije jednadžbe gibanja središta mase, jedna jednadžba gibanja oko središta mase te jednadžba koja daje vezu između kutnih brzina i derivacija kutova. Cijeli 6DOF model, kao i linearizacija, dane su u [1]. U kraćem obliku linearizirane jednadžbe uzdužnog gibanja mogu se zapisati kao:

$$\Delta\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{X} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}. \tag{44}$$

Vektora stanja je:

$$\Delta\mathbf{X} = [\Delta u \quad \Delta\alpha \quad \Delta q \quad \Delta\theta]^T.$$

Matrica **A** je matrica sustava i za zrakoplov sa elisnim pogonom za koordinatni sustav letjelice ima oblik:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u^0 - \dfrac{T^0\cos\alpha_T}{mu^0} & X_\alpha^0 & 0 & -g\cos\theta^0 \\ \dfrac{Z_u^0 - \dfrac{T^0\sin\alpha_T}{mu^0}}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & \dfrac{Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & \dfrac{u^0 + Z_q^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & \dfrac{g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} \\ M_{\dot\alpha}^0\dfrac{Z_u^0 - \dfrac{T^0\sin\alpha_T}{mu^0}}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & M_\alpha^0 + \dfrac{M_{\dot\alpha}^0 Z_\alpha^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & M_q^0 + \dfrac{M_{\dot\alpha}^0(u^0 + Z_q^0)}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} & -\dfrac{M_{\dot\alpha}^0 g\sin\theta^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Matrica **B** je matrica upravljanja i jednaka je:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} \\ M_{\delta_m}^0 + \dfrac{M_{\dot\alpha}^0 Z_{\delta_m}^0}{u^0 - Z_{\dot\alpha}^0} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\Delta\mathbf{e}$ predstavlja vektor ulaza i za model uzdužnog gibanja jednak je otklonu kormila visine:

$$\Delta\mathbf{e} = \Delta\delta_m.$$

Oznaka '0' u eksponentu članova matrica predstavlja referentno stanje, a ono je za ovaj slučaj ravnotežni horizontalni let, čijih će nekoliko režima (varijanti) biti analizirano i prikazano u nastavku.

U matricama **A** i **B** pojavljuju se bezdimenzijski koeficijenti sila i momenata dinamičke stabilnosti:

$$X_u^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{m} C_X^0 \qquad Z_u^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref}}{m} C_Z^0 \qquad M_\alpha^0 = \frac{\rho {V^0}^2 S_{ref} c_A}{2I_y} C_{m\alpha}^0$$

$$X_\alpha^0 = \frac{\rho {V^0}^2 S_{ref}}{2m} C_{X\alpha}^0 \qquad Z_\alpha^0 = \frac{\rho {V^0}^2 S_{ref}}{2m} C_{Z\alpha}^0 \qquad M_{\dot\alpha}^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref} {c_A}^2}{2I_y} C_{m\dot\alpha}^0$$

$$Z_{\dot\alpha}^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_A}{2m} C_{Z\dot\alpha}^0 \qquad M_q^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref} {c_A}^2}{2I_y} C_{mq}^0 \qquad (45)$$

$$Z_q^0 = \frac{\rho V^0 S_{ref} c_A}{2m} C_{Zq}^0 \qquad M_{\delta_m} = \frac{\rho {V^0}^2 S_{ref} c_A}{2I_y} C_{m\delta_m}^0$$

$$Z_{\delta_m}^0 = \frac{\rho {V^0}^2 S_{ref}}{2m} C_{Z\delta_m}^0$$

Stacionarni i nestacionarni koeficijenti sila i momenata u gornjim jednadžbama su određeni ranije u poglavlju Normalna sila i moment propinjanja. Zapisani u koordinatnom sustavu letjelice za gornji proračun, uz ispuštanje oznake referentnog stanja u eksponentu, koeficijenti aksijalne sile i gradijenta po napadnom kutu su:

$$C_X = -C_D + C_L\alpha = -C_{D0} - KC_L^2 + C_L\alpha,$$

$$C_{X\alpha} = -2KC_{L\alpha}C_L + C_L + C_{L\alpha}\alpha.$$

Koeficijenti normalne sile i pripadajućeg gradijenta su:

$$C_Z = -C_L,$$

$$C_{Z\alpha} = -C_{L\alpha}.$$

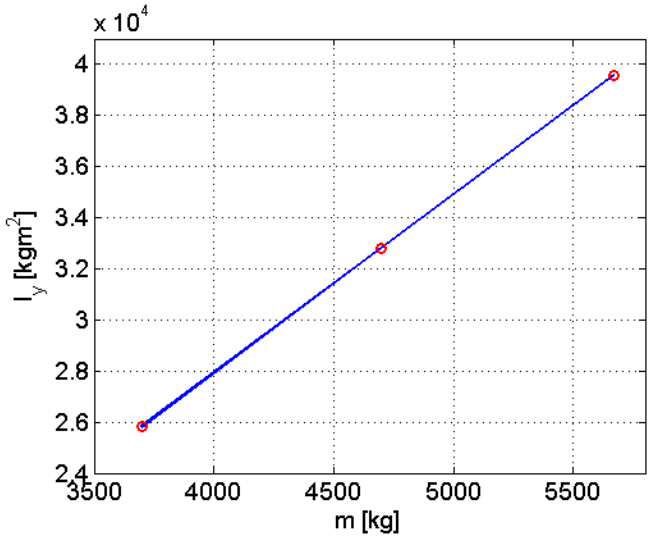
Ostali su navedeni ranije u potpoglavlju 4.6 i 4.7. u istom zapisu. Kutovi α i δ_m su ravnotežni kutovi α_{rav} i $\delta_{m_{rav}}$.

Za računanje matrice **A**, potrebno je poznavati potisnu silu *T*. Za slučaj ravnotežnog horizontalnog leta, ona je jednaka sili otpora:

$$T = \frac{C_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}}. \tag{46}$$

Kako je kut penjanja $\gamma = 0°$, tako je kut propinjanja $\theta = \alpha_{rav}$, a horizontalna komponenta brzine *u* jednaka je apsolutnoj brzini *V*.

Još je potrebno definirati inercijske značajke modela. Prema [11], za masu zrakoplova DHC-6 *m*=4875 kg, moment tromosti oko osi *y* je 32853 kgm^2. Kako se ta vrijednost odnosi na avion sa klasičnim podvozjem, potrebno ju je bilo prilagoditi za hidroavion čime se, uz pomoć konstruiranog modela plovka u *Solidworks-u,* dobio iznos od 34025 kgm^2 za istu masu od 4875 kg. Iz te dvije vrijednosti računao se radijus momenta tromosti, te uz pretpostavku da on ostaje konstantan, dobivena je linearna ovisnost glavnog momenta tromosti oko osi *y* sa ukupnom masom. Ona je prikazana na sljedećem dijagramu (Slika 29).



Slika 29. Glavni moment tromosti oko osi y u ovisnosti o masi zrakoplova

Za tri karakteristične mase, vrijednosti glavnog momenta tromosti I_y su:

$I_y = 25824$ kgm^2 za $m = 3700$ kg,

$I_y = 32806$ kgm^2 za $m = 4700$ kg,

$I_y = 39577$ kgm^2 za $m = 5670$ kg.

6.2. Modovi uzdužnog gibanja

Nakon svih poznatih parametara matrice sustava, može se odrediti njezin karakteristični polinom prema:

$$D(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0,$$

iz čega se dobije:

$$D(s) = s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d = 0.$$

Odatle se pomoću *Matlab* funkcija *poly* i *roots* određuju korijeni karakterističnog polinoma u obliku:

$$s_i = -\delta_i \pm \omega_i,$$

gdje je δ negativna vrijednost realnog korijena, tzv. koeficijent gušenja, ω imaginarni dio korijena – prigušena učestalost (kružna frekvencija), a $i = 1 \ldots 4$ broj korijena. Oni su kod uzdužnog gibanja dva konjugirano kompleksna para, od čega prvi par predstavlja kratko-periodični (KP), a drugi dugo-periodični mod (DP).

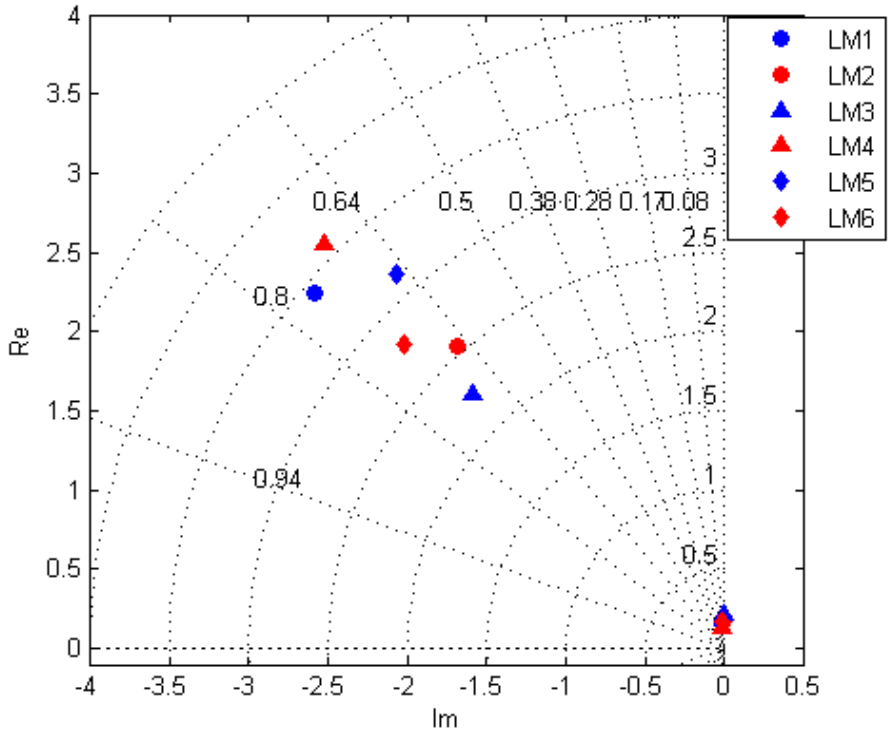
U nastavku su prikazani korijeni i parametri dinamičkog sustava za nekoliko varijanti linearnog modela koji će se kasnije analizirati kod ocjenjivanja kvalitete direktnog upravljanja. Odabrano je šest varijanti linearnog modela koji se razlikuju s obzirom na ukupnu masu, brzinu i položaj težišta. Zajedno sa pripadajućim korijenima i oznakama u slikama, prikazani su u tablici 8.

Tablica 8. Različiti linearni modeli i njihovi korijeni

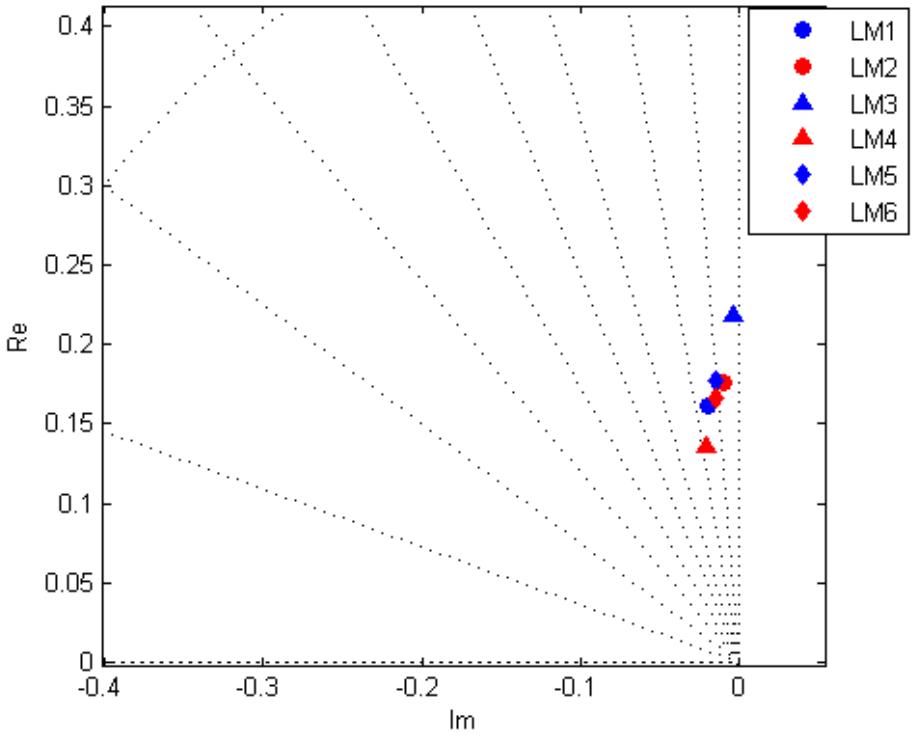
Linearni model	m, kg	$\bar{h}_m$	V, m/s	Oznaka	Mod	Korijeni
LM1	3700	0.30	64.3	●	KP	$-2.5785 \pm 2.2412i$
					DP	$-0.0206 \pm 0.1617i$
LM2	5670	0.30	64.3	●	KP	-1.6898 ± 1.9129i
					DP	$-0.0103 \pm 0.1758i$
LM3	4700	0.30	50	▲	KP	$-1.5860 \pm 1.6090i$
					DP	$-0.0038 \pm 0.2180i$
LM4	4700	0.30	80	▲	KP	$-2.5290 \pm 2.5561i$
					DP	$-0.0208 \pm 0.1362i$
LM5	4700	0.25	64.3	♦	KP	$-2.0625 \pm 2.3638i$
					DP	$-0.0148 \pm 0.1769i$
LM6	4700	0.32	64.3	♦	KP	$-2.0234 \pm 1.9208i$
					DP	$-0.0151 \pm 0.1664i$

S obzirom na broj varijabli koje se mogu razmatrati i njihov raspon, postoji mnogo varijanti linearnih modela. Ovih šest izabrano je kako bi se pokazao utjecaj promjene mase (LM1 i LM2), promjene brzine (LM3 i LM4), te promjene položaja težišta (LM5 i LM6) na dinamičku stabilnost i ocjenu kvalitete upravljanja.

Na sljedećoj slici (slika 30) prikazani su ovi polovi modova za različite modele u kompleksnoj ravnini. Kako su razlike dugo-periodičnih modova male, jasniji prikaz dan je na slici 31.



Slika 30. Modovi svih šest linearnih modela



Slika 31. Položaj dugoperiodičnih modova u kompleksnoj ravnini

Ostali parametri potrebni za analizu su:

- prirodna frekvencija:

$$\omega_n = \sqrt{\delta^2 + \omega^2}, \tag{47}$$

- prigušenje:

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega_n}, \tag{48}$$

- period moda:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n}, \tag{49}$$

- vrijeme potrebno da se amplituda prepolovi:

$$\tau_{1/2} = \frac{ln2}{-\delta}, \tag{50}$$

- vrijeme potrebno da se amplituda udvostruči:

$$\tau_2 = \frac{ln2}{\delta}, \tag{51}$$

- gradijent normalnog opterećenja po napadnom kutu:

$$n_\alpha = -\frac{Z_\alpha}{g}, \tag{52}$$

- CAP (*eng. control anticipation parameter*):

$$CAP = \frac{{\omega_{nKP}}^2}{n_\alpha}. \tag{53}$$

Prema tim parametrima kasnije će biti prikazane ocjene kvalitete upravljanja. Njihove vrijednosti za pojedini linearni model dani su u tablici 9.

Iz nje, kao i iz korijena iz tablice 8 te iz prethodne dvije slike (slike 30 i 31), izvodi se glavni zaključak da je avion za te linearne modele uzdužno dinamički stabilan, jer je realni dio korijena negativan, tj. svi modovi se nalaze na lijevoj polovici kompleksne ravnine.

Vidi se da najveću prirodnu frekvenciju ima kratko-periodični mod linearnog modela LM4, a time i najmanji period. Najveće prigušenje ima kratko-periodični mod od LM3.

Ako se usporede samo promjene mase, vidi da model veće mase (LM2) ima manje prigušenje i veći period od modela manje mase (LM1). Ovaj zaključak je i grafički potvrđen u nastavku gdje se analizira odziv na *step* i impulsnu pobudu.

Gledajući modele LM3 i LM4 koji se razlikuju samo u brzinama, primjećuje se da brzina nema neki veći utjecaj na prigušenje kratko-periodičnog moda, dok na prigušenje dugo-periodičnog ima.

Usporedbom položaja težišta (modeli LM5 i LM6), vidi se da pomicanjem težišta prema natrag dobivamo bolje prigušenje za oba moda te kraći period kratko-periodičnog moda.

Tablica 9. Vrijednosti parametara dinamičkog sustava za pojedine linearne modele

	Mod	ω_n	ζ	T	n_α	$\tau_{1/2}$	τ_2	CAP
LM1 ●	KP	3.4164	0.7547	2.8034	14.3554	0.2688	-	0.8131
	DP	0.1630	0.1264	38.8531	-	-	33.6294	-
LM2 ●	KP	2.5523	0.6621	3.2847	9.3677	0.4102	-	0.6954
	DP	0.1761	0.0587	35.7417		-	67.1069	-
LM3 ▲	KP	2.2593	0.7020	3.9050	6.8334	0.4370	-	0.7470
	DP	0.2180	0.0176	28.8203	-	-	181.0782	-
LM4 ▲	KP	3.5958	0.7033	2.4581	17.4935	0.2741	-	0.7391
	DP	0.1377	0.1507	46.1455	-	-	33.4031	-
LM5 ♦	KP	3.1371	0.6575	2.6581	11.3011	0.3361	-	0.8709
	DP	0.1776	0.0832	35.5099	-	-	46.9297	-
LM6 ♦	KP	2.7900	0.7253	3.2711	11.3011	0.3426	-	0.6888
	DP	0.1671	0.0902	37.7522	-	-	45.9906	-

6.3. Odziv sustava na *step* pobudu (jedinični odskok)

U nastavku je prikazan samo odziv na *step* pobudu kormila visine za otklon od -0.1° za dva linearna modela različitih masa, pri visini od 1500 m, sa brzinom krstarenja 64.3 m/s i položajem težišta na 30% aerodinamičke tetive. Sa prethodno definiranim oznakama u tablici 7 to su linearni modeli LM1 i LM2. Sustav je analiziran kao otvoreni bez uključene dinamike aktuatora.

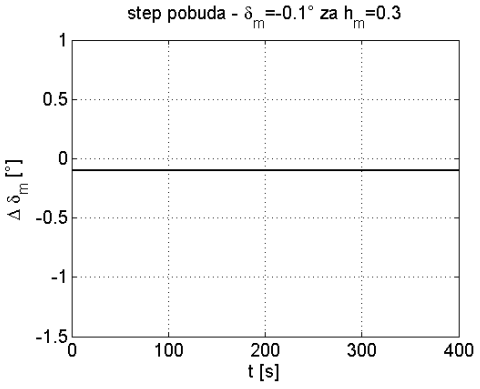
Na slici 32 prikazan je izgled same pobude, a na slici 33 odziv za sve 4 veličine vektora stanja. Ovaj odziv, kao i onaj na impulsnu pobudu prezentiranu kasnije u nastavku, dobiven je pomoću *Simulink* paketa u *Matlab-u* rješavanjem sustava u prostoru stanja kojeg čine dvije matrične jednadžbe:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{D}\Delta\mathbf{e}(t), \end{aligned} \tag{54}$$

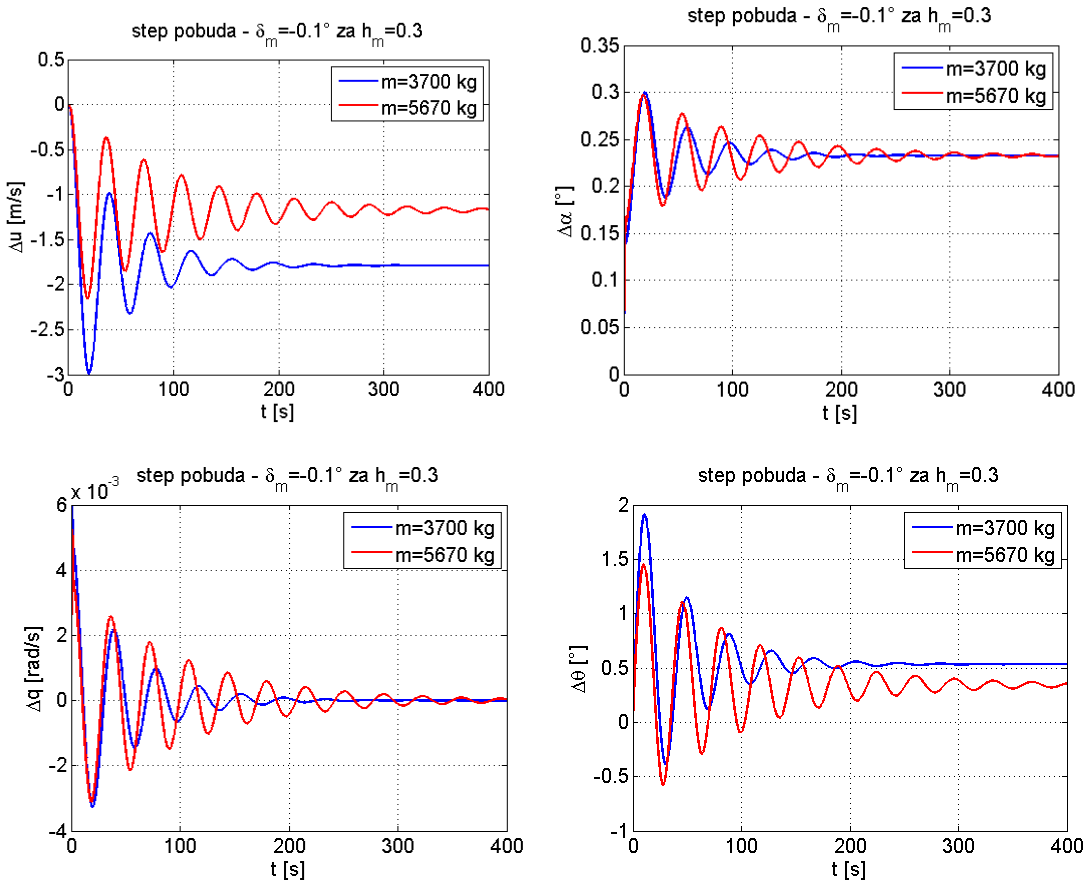
gdje je $\mathbf{y}$ vektor izlaza, $\mathbf{C}$ matrica izlaza, a $\mathbf{D}$ matrica ulaza. Uz $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ i $\mathbf{D} = 0$, dobije se:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{e}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \Delta\mathbf{X}(t), \end{aligned} \tag{55}$$

odnosno vektor izlaza jednak je vektoru stanja.



Slika 32. *Step* pobuda



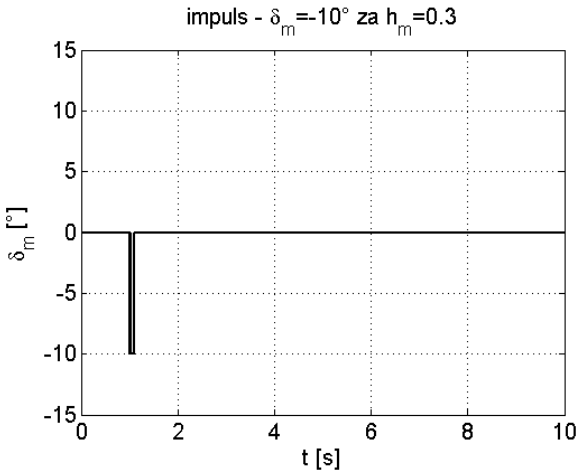
Slika 33. Odziv otvorenog sustava na *step* pobudu za LM1 i LM2

Kao pobuda uzeta je vrijednost od desetinke stupnja, jer je sustav osjetljiv na tu vrstu pobude i za veće vrijednosti su amplitude izlaznih veličina, poput napadnog kuta, dosta velike što opet narušava pretpostavku linearnog modela i malih napadnih kutova.

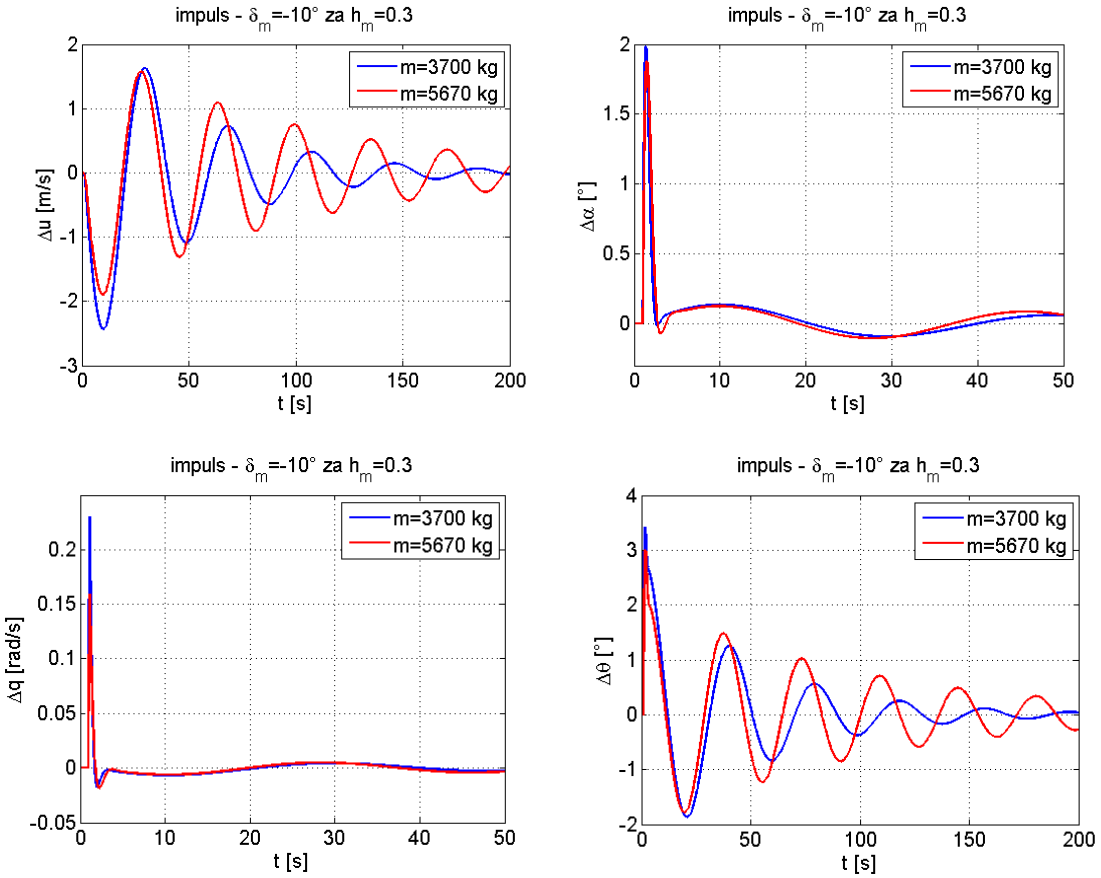
Iz slike 33 vidljivo je da će zrakoplov nakon jediničnog odskoka kormila visine za -0.1° nakon određenog vremena osciliranja postići novi ravnotežni let sa novom, nešto manjom horizontalnom komponentom brzine, nešto većim novim ravnotežnim napadnim kutom i kutom propinjanja. Poremećaj kutne brzine propinjanja također vremenom iščezava. Može se primijetiti kako će zrakoplov manje mase prije postići ravnotežni let za iste uvjete što je posljedica boljeg prigušenja vidljivog u tablici 9.

6.4. Odziv na impulsnu pobudu

Za ovaj odziv kao pobuda je uzeta negativna vrijednost otklona kormila visine amplitude 10° u trajanju od desetinke sekunde (slika 34). Odzivi otvorenog sustava su prikazani na slici 35 uz nešto promijenjene vrijednosti na vremenskoj osi zbog jasnijeg prikaza.



Slika 34. Impulsna pobuda



Slika 35. Odziv otvorenog sustava na impulsnu pobudu za LM1 i LM2

Po amplitudama odziva se vidi da letjelica nije jako osjetljiva kao na *step* pobudu obzirom na veći iznos otklona kormila visine. Jasno se vidi kako nakon nekog vremena sve veličine vektora stanja (poremećaja) poprimaju nultu vrijednost, odnosno letjelica poprima one vrijednosti brzine, napadnog kuta, kutne brzine propinjanja i kuta propinjanja koje je imao prije pobude. U to staro stanje prije će doći zrakoplov kada će imati manju ukupnu masu. Na skaliranim prikazima (za Δu i Δq) vidi se da su za te veličine dominantni kratko-periodični modovi.

7. Ocjena kvalitete direktnog upravljanja

Ocjena kvalitete direktnog upravljanja provodi se na osnovi veličina koje ovise o korijenima (vlastitim vrijednostima) karakterističnog polinoma matrice sustava. Te veličine, za različite linearne modele, naznačene su u tablici 9.

Prema lit. [3] kriteriji za ocjenjivanje mogu biti vojni (MIL) ili civilni (ICAO, ESDU) kriteriji. Jedino MIL standardi definiraju kriterije za sve modove gibanja pa daju najpotpuniju sliku kvalitete upravljanja. Kako se ovdje analizira uzdužno gibanje, ocjenjivat će se samo kratko-periodični i dugo-periodični mod prema MIL-u. ICAO kriterij je dan samo za kratko-periodični i dugo-periodični mod, a ESDU kriterij ocjenjuje samo kratko-periodični mod uzdužnog gibanja. Prema MIL standardu zrakoplovi se svrstavaju u klase, a letovi u kategorije.

S obzirom na veličinu i masu, zrakoplovi se svrstavaju u četiri kategorije:

Klasa I – mali laki zrakoplovi,

Klasa II – srednje teški zrakoplovi, male do srednje upravljivosti,

Klasa III – veliki, teški zrakoplovi, male do srednje upravljivosti,

Klasa IV – zrakoplovi velike upravljivosti.

Prema ovoj podjeli, DHC-6 spada u klasu II.

Postoji i podjela prema fazama leta:

Kategorija A - Faze leta, osim završnih, koje zahtijevaju brzo upravljanje, precizno slijeđenje ili precizno upravljanje putanjom leta.

Kategorija B - Faze leta, osim završnih, koje zahtijevaju postepeno upravljanje, manje precizno slijeđenje i točno upravljanje putanjom leta.

Kategorija C - Završne faze leta koje zahtijevaju postepeno upravljanje i precizno upravljanje putanjom leta.

Kako se sva dosadašnja analiza odnosila na uzdužni horizontalni let, tako se i ocjenjivanje odnosi na isti. Prema tome, analizirani let za DHC-6 spada u kategoriju B.

Također postoji i kategorizacija faza leta prema elementima operativne ovojnice leta, odnosno fazama leta koje se moraju nalaziti unutar njih. Tablica podjele prikazana je u [12] i prema njoj, ravnotežni horizontalni let, odnosno krstarenje, pripada u kategoriju B.

Četvrta podjela je prema razinama kvalitete upravljanja. One kvantificiraju stupanj prihvatljivosti zrakoplova u obliku njegovih mogućnosti da završi misiju za koju je projektiran. Tri razine kvalitete upravljanja upućuju na količinu napora kod pilota pri izvođenju faza leta misije prema [3]. To su razine:

Razina 1 - Kvaliteta upravljanja vidljivo dostatna za fazu leta misije.

Razina 2 - Kvaliteta upravljanja dostatna za izvršenje faze leta misije, ali sa povećanjem napora kod pilota i/ili smanjenjem učinkovitosti misije.

Razina 3 - Smanjena kvaliteta upravljanja, ali toliko da se zrakoplovom može upravljati, nedovoljna učinkovitost misije i veliki ili limitirajući napor kod pilota.

Prema toj podjeli, ravnotežni horizontalni let za promatrani slučaj i uvjete spada u razinu 1, što će se i pokazati ocjenjivanjem u nastavku.

Kvaliteta direktnog upravljanja još se ocjenjuje prema Cooper-Harper kriteriju. Cooper-Harper ljestvica koristi se za ocjenu kvalitete upravljanja zrakoplovom u određenoj fazi leta. Rezultat procjene je ocjena pilota od 1 do 10, gdje se 1 odnosi na zrakoplov sa izvrsnom kvalitetom upravljanja i gdje je potreban mali ili nikakav napor pilota, a 10 zrakoplov sa mnogim nedostacima u kvaliteti upravljanja. Detaljniji prikaz dan je u tablici u lit. [12]. Usporedba razine kvalitete upravljanja i Cooper-Harper ljestvice prikazana je u tablici 10:

Tablica 10. Usporedba razine kvalitete upravljanja i Cooper-Harper ljestvice

Razina kvalitete upravljanja	Razina 1			Razina 2			Razina 3		Ispod razine 3	
Cooper-Harper ljestvica	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

7.1. MIL kriterij

7.1.1. Ocjena kratko-periodičnog moda

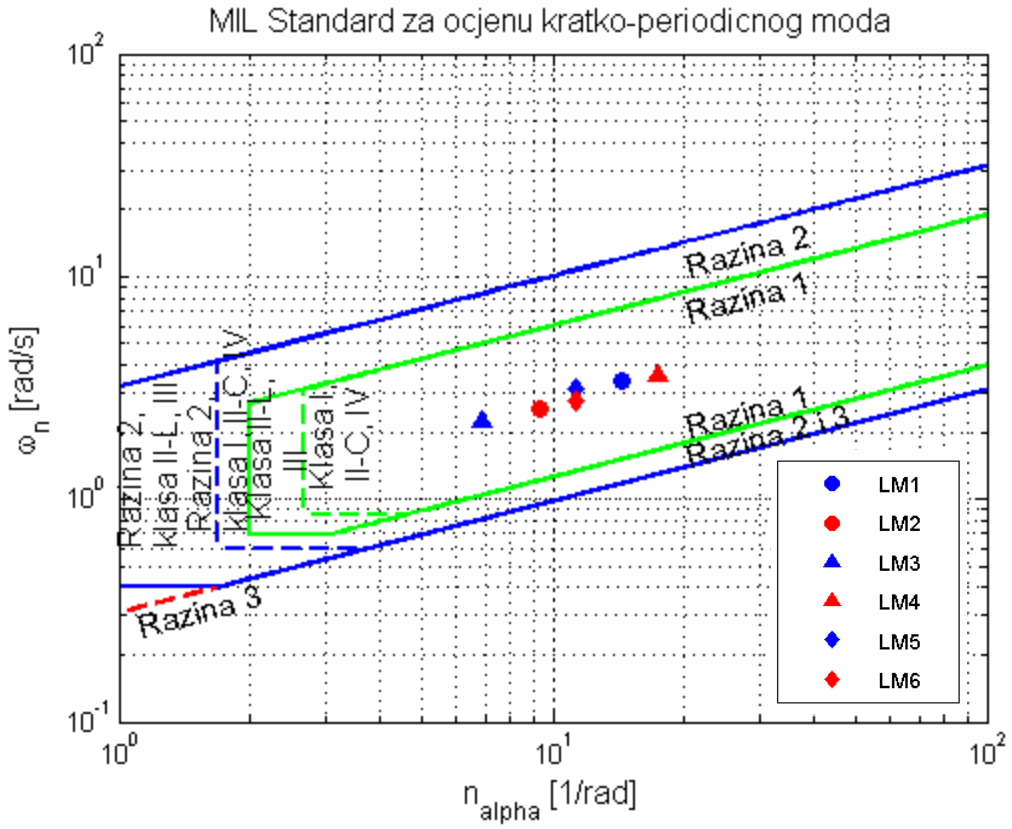
Kod ove ocjene, kriterij propisuje vrijednosti prirodne frekvencije ω_{nKP} i gradijenta opterećenja po napadnom kutu n_α za pojedine razine kvalitete upravljanja i kategorije leta.

U tablici 11 prikazane su granice prigušenja kratko-periodičnog moda po fazama leta i razinama kvalitete upravljanja.

Tablica 11. MIL kriterij - Granice prigušenja kratko-periodičnog moda [3]

	Razina 1		Razina 2		Razina 3
Faza leta	ζ_{KPmin}	ζ_{KPmax}	ζ_{KPmin}	ζ_{KPmax}	ζ_{KPmin}
Kategorija A	0.35	1.30	0.25	2.00	0.10
Kategorija B	0.30	2.00	0.20	2.00	0.10
Kategorija C	0.50	1.30	0.35	2.00	0.25

Kako je ranije rečeno, faza leta za DHC-6 spada u kategoriju B i razinu 1. Prema izračunatim vrijednostima parametara leta prikazanim u tablici 9, vidi se da najveću vrijednost prigušenja kratko-periodičnog moda ima linearni model LM1 čije je prigušenje kratko-periodičnog moda 0.7547, a najmanju LM5 čije je prigušenje kratko-periodičnog moda 0.658. Te vrijednosti su unutar raspona za tu kategoriju faze leta i razinu kvalitete upravljanja. Grafički je to pokazano na slici 36 uz oznake granica i za klasu zrakoplova. Ovaj, kao i ostali dijagrami koji će biti prikazani u nastavku, dobiveni su pomoću funkcija u *Matlab-u* prema [12].



Slika 36. MIL kriterij za kratko-periodični mod

Na istoj slici može se uočiti kako razlika između pojedinih linearnih modela ima vrlo mali utjecaj na promjenu razine kvalitete upravljanja. Najznačajnija razlika u međusobnom položaju je kod modela različitih brzina LM3 i LM4, dok promjena položaja težišta za modele LM5 i LM6 izaziva vrlo malu razliku.

7.1.2. Ocjena dugo-periodičnog moda

Dugo-periodični mod definiran je minimalnim prigušenjem ζ_{DP} za razinu kvalitete upravljanja 1 i 2, dok za razinu 3 postoji ograničenje minimalnog perioda T_{DP} (tablica 12).

Tablica 12. MIL kriterij – prigušenje dugo-periodičnog moda [3]

Razina kvalitete upravljanja	Minimalni ζ_{DP}
1	0.04
2	0
3	Nestabilan - T_{DP} > 55 s

Prema rezultatima u tablici 9, najmanje prigušenje dugo-periodičnog moda ima linearni model LM3 iznosa 0.0176, a najveće LM4 iznosa 0.1507. Iz toga proizlazi da prema ovom kriteriju, zrakoplov sa karakteristikama linearnog modela LM3 neće zadovoljiti razinu 1 kvalitete upravljanja, već će imati razinu kvalitete 2. Kao što se vidi, ocjena jednog moda po istom kriteriju ne mora biti ista i za drugi mod.

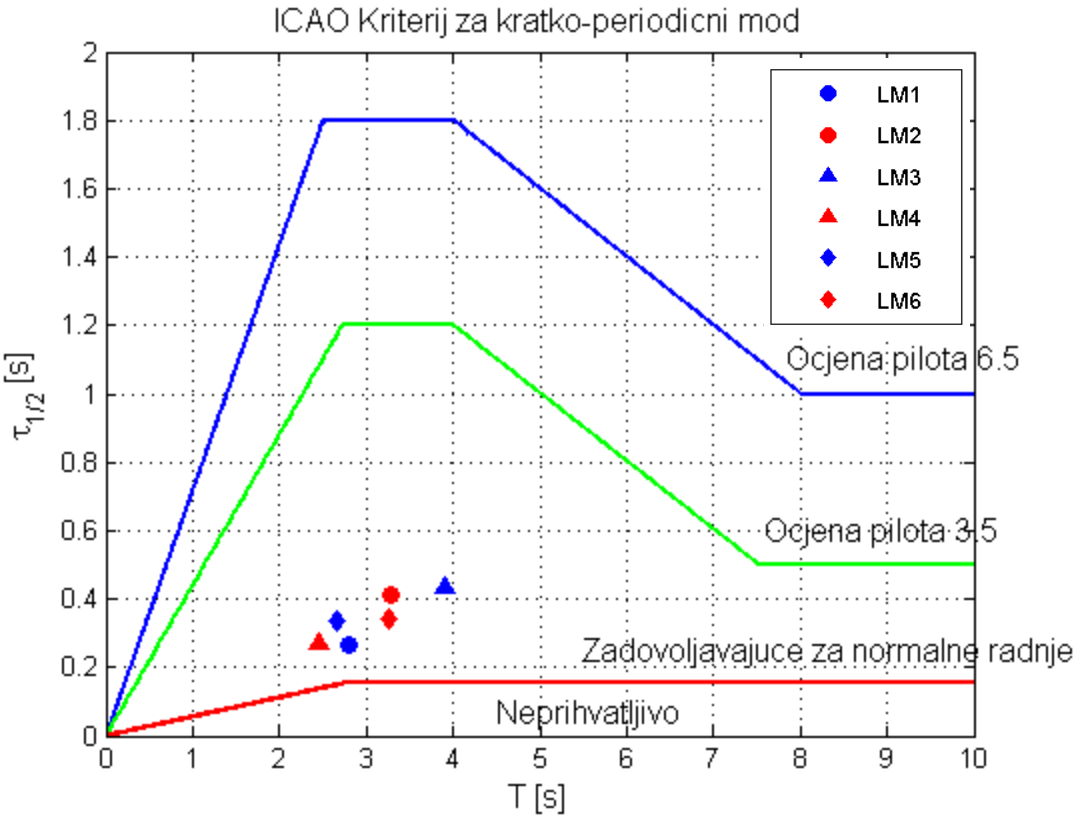
7.2. ICAO kriterij

ICAO kriterij za ocjenu kvalitete upravljanja za kratko-periodični mod i za dugo-periodični mod kod uzdužnog gibanja dani su prema [12].

7.2.1. Ocjena kratko-periodičnog moda

Veličine po kojima se ovaj kriterij ocjenjuje su period kratko-periodičnog moda T_{KP} i vrijeme potrebno za smanjenje amplitude na pola $\tau_{1/2}$ i za linearne modele analiziranog leta prikazani su u tablici 9.

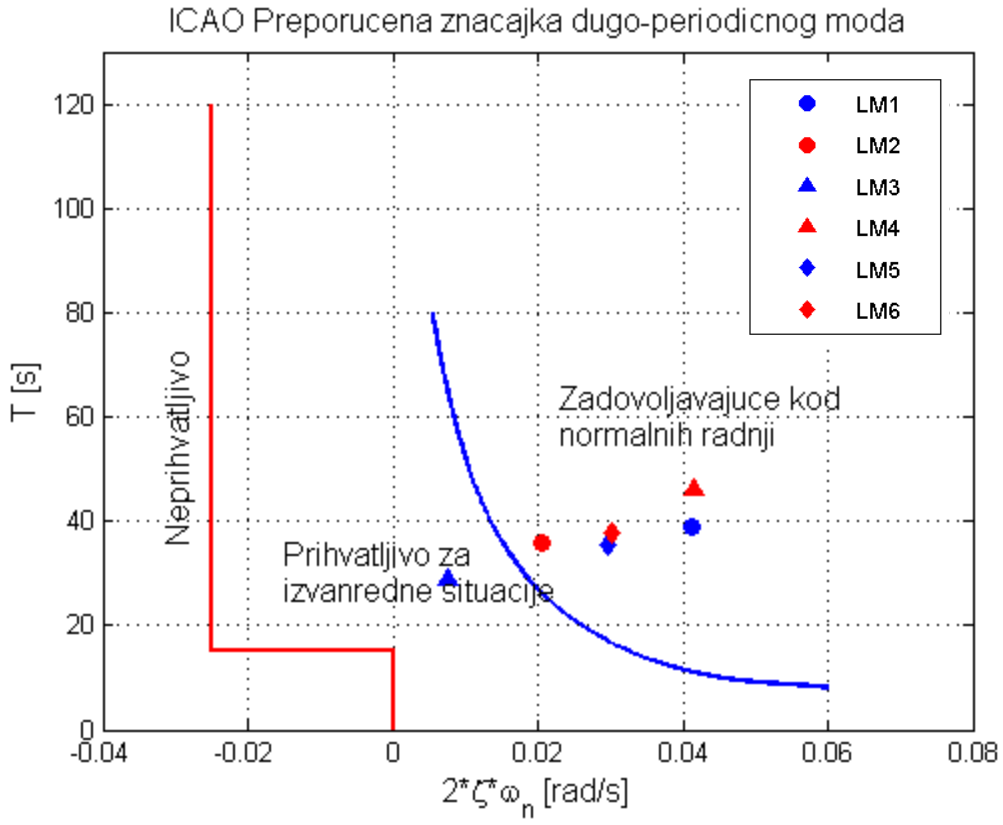
Rezultat ocjenjivanja po ovom kriteriju prikazan je grafički na slici 37. Svi linearni modeli su iznad granice ''Zadovoljavajuće za normalne radnje''. Uspoređujući linearne modele LM1 i LM2, vidi se kako ovaj drugi koji ima veću masu ima nešto lošiju ocjenu pilota, odnosno slabiju razinu kvalitete upravljanja prema tablici 10. Ima duži period te vrijeme potrebno da se amplituda smanji za pola, što znači da će zrakoplov veće mase dulje oscilirati oko ravnotežnog položaja nego kad ima manju masu. Slična situacija je i kod LM3 modela sa malom brzinom. Promjena položaja težišta nema veliki utjecaj na promjenu razine kvalitete upravljanja po ovom kriteriju.



Slika 37. ICAO kriterij za kratko-periodični mod

7.2.2. Ocjena dugo-periodičnog moda

Veličine koje su potrebne za ocjenu ovog kriterija su period dugo-periodičnog moda T_P te dvostruki umnožak prirodne frekvencije i prigušenja. Rezultati su prikazani grafički na slici 38. Ovdje se također javlja odstupanje linearnog modela LM3 po kojem je razina kvalitete upravljanja prihvatljiva za izvanredne situacije. Njegov usporedni model LM4 sa najvećom brzinom, ima, kao i ostala četiri modela bolju razinu kvalitete upravljanja – ''zadovoljavajuće kod normalnih radnji''. Promjena položaja težišta, kao i kod kriterija za kratko-periodični mod, ima vrlo mali utjecaj na ocjenu kvalitete upravljanja.

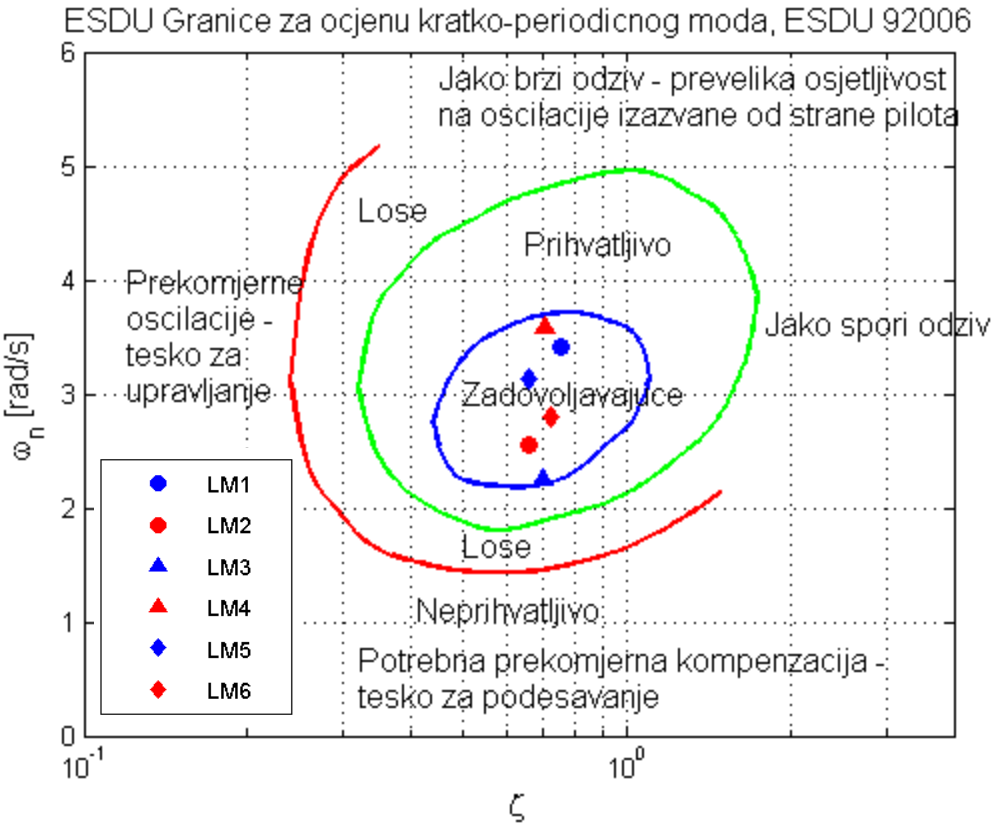


Slika 38. ICAO kriterij za dugo-periodični mod

7.3. ESDU kriterij

ESDU kriterij predstavlja ocjenu kratko-periodičnog moda kod uzdužnog gibanja. Veličine potrebne za ocjenu tog kriterija su prirodna frekvencija i prigušenje.

Iz rezultata prikazanih grafički na slici 39, vidljivo je da se svi linearni modeli nalaze unutar područja ''Zadovoljavajuće'', s tim da su modeli LM3 i LM4 na granicama. Smanjenjem brzine leta linearnog modela LM3, kvaliteta bi bila lošija. Najbolju kvalitetu upravljanja po ovom kriteriju ima linearni model LM4, dakle model sa srednjom ukupnom masom i maksimalnom brzinom krstarenja.



Slika 39. ESDU kriterij za ocjenu kratko-periodičnog moda[12]

7.4. CAP kriterij

Kriterij parametra predvidljive upravljivosti, CAP kriterij (*engl. control anticipation parameter*) ocjenjuje kratko-periodični mod uzdužnog gibanja zrakoplova, a parametri za ocjenu su prirodna frekvencija ω_{nKP} i gradijent opterećenja po napadnom kutu n_α prema relaciji:

$$CAP \equiv \frac{{\omega_{nKP}}^2}{n_\alpha}.$$

Granice su definirane prema [3] i prikazane su u tablici 13 (kada je $n_\alpha \geq 3.5$ za kategorije leta A i $n_\alpha \geq 5$ za kategorije leta C).

Tablica 13. Granice za CAP kriterij

Kategorija leta	Minimalna vrijednost CAP, s^{-2}	Razina kvalitete
A	0.28	Razina 1
	0.15	Razina 2
B	0.085	Razina 1
	0.038	Razina 2
C	0.15	Razina 1
	0.096	Razina 2
Kategorija leta	Maksimalna vrijednost CAP, s^{-2}	Razina kvalitete
Sve kategorije	3.6	Razina 1
	10	Razina 2

Vrijednosti CAP parametra prikazane su u tablici 9 za različite linearne modele. Najmanju vrijednost ima linearni model LM6 čiji je *CAP*=0.6888, a maksimalnu LM5 sa *CAP*=0.8709, uz n_α ≥ 3.5. Prema tome, zrakoplov u uvjetima svih analiziranih linearnih modela ima razinu 1 kvalitete upravljanja za kategoriju leta B.

8. Zaključak

U ovom radu analizirana je uzdužna statička i dinamička stabilnost hidroaviona DHC-6. Glavni zaključak koji se može izvesti je da je avion statički i dinamički stabilan za razmatrani horizontalni let sa zadovoljavajućim razinama kvalitete upravljanja. U nastavku su ukratko dani zaključci pojedinih poglavlja ovog rada.

U prvom dijelu rada priloženi su podaci o geometriji i značajkama pojedinih dijelova konfiguracije. Iz njih se može izdvojiti invertirani profil kod horizontalnog repa kao zanimljiv podatak. Posljedica toga je vidljiva kasnije kod određivanja ravnotežnih kutova.

Kako bi se krenulo u samo analizu uzdužne statičke i dinamičke stabilnosti, potrebno je bilo odrediti uzdužni aerodinamički model. Određeni su koeficijenti otpora svih dijelova konfiguracije: krila, horizontalnog i vertikalnog repa, vertikalnih krilaca, upornica i nosača, tijela i plovaka. Kako bi se što točnije odredio otpor plovaka, koristili su se rezultati eksperimentalnih ispitivanja NACA modela plovaka iz [2]. Ukupni nulti otpor je prilično velik i njegov koeficijent iznosi 0.0305, a tome najviše doprinose otpori krila i tijela, ali isto tako i plovaka čiji otpor predstavlja 20.3% od ukupnog.

Nakon toga izračunati su koeficijenti normalne sile i momenata propinjanja krila, horizontalnog repa, tijela i plovaka, ali i motora prema [1]. Prikazan je utjecaj promjene horizontalnog položaja težišta na ukupni moment propinjanja i uspoređen sa utjecajem promjene vertikalnog položaja. Kako je utvrđeno da vertikalna promjena ima vrlo mali utjecaj, taj vertikalni položaj je uzet kao konstantan za daljnju analizu. Određeni su i nestacionarni koeficijenti i gradijenti normalne sile i momenta propinjanja te je time definiran uzdužni aerodinamički model.

Nakon toga je analiziran ravnotežni horizontalni let gdje su određeni potrebni ravnotežni kutovi otklona i napadnog kuta. Za neku srednju brzinu krstarenja od 64.3 m/s ravnotežni napadni kut je vrlo malih pozitivnih vrijednosti za mase iznad 4700 kg, dok se smanjenjem ukupne mase javljaju i mali, ali negativni napadni kutovi. Pritom je za cijeli raspon masa otklon kormila visine pozitivan zbog invertiranog profila horizontalnog stabilizatora. Pri istim uvjetima, horizontalni položaj težišta ima veći utjecaj na otklon kormila visine nego na ravnotežni napadni kut.

Analiziran je i utjecaj brzine na vrijednosti ravnotežnih kutova za dvije krajnje ukupne mase. Uočeno je da će se pri brzinama krstarenja bliskim minimalnoj uz najmanju ukupnu masu javljati veliki ravnotežni napadni kutovi. S tim iznosima se već narušava pretpostavka malih kutova koja se primjenjuje za linearni model te je stoga kod kasnije analize dinamičke stabilnosti uzeta nešto veća brzina od 50 m/s kao donja granica. Ispitana je statička stabilnost i utvrđeno je da je gradijent momenta propinjanja po napadnom kutu negativan za krajnje položaje težišta. Neutralna točka je 16% iza krajnjeg stražnjeg položaja središta mase. Iz toga proizlazi da je zrakoplov statički stabilan.

Za analizu dinamičke stabilnosti određeno je šest linearnih modela zrakoplova različitih masa, brzina krstarenja i položaja težišta. Za njih su određeni korijeni, modovi gibanja i ostali parametri (prirodna frekvencija, prigušenje, period…). Za modele različitih masa je provedeno ispitivanje odziva na odskočnu i impulsnu pobudu otklona kormila visine otvorenog sustava. Vidljivo je da avion manje mase nakon jedinične odskoka otklona kormila visine prije postiže novi ravnotežni let od istoga sa većom ukupnom masom, odnosno ima bolje prigušenje (slika 30 i 31). Isto tako se nakon impulsne pobude prije vraća u prvobitno stanje (slike 34 i 35).

Ocjenjivanje kvalitete direktnog upravljanja provedena je za šest izdvojenih linearnih modela prema četiri kriterija i lit. [3]. Prema MIL kriteriju za kratko-periodični mod svi modeli zadovoljavaju prvu razinu kvalitete. Kod ocjene dugo-periodičnog moda, izdvaja se linearni model LM3 sa srednjom ukupnom masom i malom brzinom krstarenja prema kojem je kvaliteta upravljanja na razini 2. Tu se vidi utjecaj brzine na razinu kvalitete jer je isti model sa većom brzinom LM4 u razini kvalitete 1. Ista je stvar i kod ICAO kriterija za kratko-periodični mod gdje svi modeli zadovoljavaju prvu razinu kvalitete, kod ovog kriterija opisno nazvanu – zadovoljavajuće za normalne radnje. Za dugo-periodični mod prema ICAO kriteriju, LM3 model se izdvaja i ulazi u stepenicu niže razine kvalitete – prihvatljivo za izvanredne situacije. Prema ESDU kriteriju, svi modeli zadovoljavaju najbolju razinu nazvanu ''zadovoljavajuće'', s tim da su LM3 i LM4 modeli blizu samih granica. Zadnji kriterij je CAP kriterij i prema njemu također svi modeli zadovoljavaju najvišu razinu kvalitete upravljanja.

9. Literatura

[1] Janković, S.: *Mehanika leta zrakoplova,* Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2001.

[2] Parkinson, J. B., Olson, R. E., Draley, E. C., Luoma, A. A.: *Aerodynamic and Hydrodynamic Tests of a Family of Models of Flying-Boat Hulls Derived from a Streamline Body NACA Model 84 Series,* NACA TN No. 766, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, Va., 1943.

[3] Cook, M. V.: *Flight Dynamics Principles,* Second Edition, Butterworth-Heinemann, Burlington, USA, 2007.

[4] Viking Air Limited, *DHC-6 Series 300 (Twin Otter) and Variants Pilot Operating Handbook and Aircraft Flight Manual,* Viking Air Limited, Sydney B.C., Canada, 2010.

[5] Viking Air Limited, *DHC-6 Twin Otter Series 300 Ilustrated Parts Catalogue, Volume 1,* Viking Air Limited, Sydney B.C., Canada, *2006.*

[6] Roskam J.: *Airplane Design: Part VI, Preliminary Calculation of Aerodynamics, Thrust and Power Characteristics,* The University of Kansas, Lawrence, Kansas, 1987.

[7] Sahrun, S.: *drawDATCOMaircraft,* http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/34035-drawdatcomaircraft , 11/2014.

[8] Xfoil, http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/ , 11/2014.

[9] XFLR5, www.xflr5.com, 11/2014.

[10] Prouty, R. W.: *Helicopter Performance, Stability and Control,* Krieger Publishing Company Inc, Malabar, 2003.

[11] Grauer, J. A., Morelli, E. A.: Generic Global Model for Aircraft, *Journal of Aircraft*, 2014.

[12] Triplat, M.: *Diplomski rad: Analiza kvalitete direktnog upravljanja putničkog zrakoplova,* Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2008.