

# Analiza aerodinamičkih značajki propelera primjenom kombinirane teorije elementarnog kraka i teorije diska

---

**Barać, Mirna Inge**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:666496>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-04-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## ZAVRŠNI RAD

Mirna Inge Barać

ZAGREB, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## ZAVRŠNI RAD

ANALIZA AERODINAMIČKIH KARAKTERISTIKA  
PROPELERA PRIMJENOM KOMBINIRANE TEORIJE  
ELEMENTARNOG KRAKA I TEORIJE DISKA

Mentor:

izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:

Mirna Inge Barać

ZAGREB, 2017.

*Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc.  
Milanu Vrdoljaku na pomoći, korisnim sa-  
vjetima i susretljivosti tijekom izrade rada.  
Također, zahvaljujem se roditeljima i dečku  
na podršci.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, ožujak 2017.

Mirna Inge Barać



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomске ispite studija zrakoplovstva



|                                                              |        |
|--------------------------------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum                                                        | Prilog |
| Klasa:                                                       |        |
| Ur.broj:                                                     |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **MIRNA INGE BARAC**

Mat. br.: 0035194675

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza aerodinamičkih značajki propelera primjenom kombinirane teorije elementarnog kraka i teorije diska**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Propeller aerodynamic characteristics analysis with application of blade element momentum theory**

Opis zadatka:

Kombinacija teorije diska i teorije elementarnog kraka predstavlja praktičnu metodu za analizu aerodinamičkih značajki propelera, koeficijenta snage i koeficijenta pogonske sile. Kako bi se odredile navedene aerodinamičke značajke, kao i koeficijent učinkovitosti propelera potrebno je poznavati geometriju propelera, duljinu tetive i kuta uvijanja po rasponu kraka kao i profil kraka.

U radu je naglasak na primjeni kombinirane teorije elementarnog kraka i teorije diska na male propelere fiksnog koraka koji se, između ostalog, koriste za male bespilotne letjelice. Za takve letjelice propeler fiksnog koraka čest je izbor zbog smanjenja mase letjelice kao i manje složenosti njene izvedbe te cijene. No, takav propeler predstavlja optimalan izbor samo za jedan režim leta.

U okviru završnog rada potrebno je:

- implementirati kombiniranu teoriju elementarnog kraka i teorije diska za određivanje aerodinamičkih značajki odabranog propelera,
- usporediti rezultate razvijenog modela s dostupnim rezultatima za odabranu geometriju propelera,
- analizirati primjenu odabranog propelera na promatranu malu bespilotnu letjelicu.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. studenog 2016.

Zadatak zadao:

Rok predaje rada:

**1. rok:** 24. veljače 2017.

**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2017.

**3. rok:** 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:

**1. rok:** 27.2. - 03.03. 2017.

**2. rok (izvanredni):** 30. 06. 2017.

**3. rok:** 25.9. - 29. 09. 2017.

Predsjednik Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Prof. dr. sc. Ilica Smojver

# Sadržaj

|                                                                       |          |
|-----------------------------------------------------------------------|----------|
| Sadržaj                                                               | v        |
| Popis slika                                                           | vii      |
| Popis oznaka                                                          | x        |
| Sažetak                                                               | xii      |
| Summary                                                               | xiii     |
| <b>1. Uvod</b>                                                        | <b>1</b> |
| <b>2. Kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska</b>      | <b>2</b> |
| 2.1. Teorija diska i teorija elementarnog kraka . . . . .             | 2        |
| 2.2. Kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska . . . . . | 5        |
| 2.2.1. Inducirana brzina . . . . .                                    | 5        |
| 2.2.2. Inducirani napadni kut . . . . .                               | 6        |
| 2.2.3. Aerodinamički koeficijenti . . . . .                           | 6        |
| 2.3. Numerička implementacija modela . . . . .                        | 7        |
| 2.3.1. Ulazni podaci . . . . .                                        | 7        |
| 2.3.2. Postupak . . . . .                                             | 7        |
| <b>3. Primjena modela</b>                                             | <b>9</b> |
| 3.1. Propeler BA 5868-9 . . . . .                                     | 9        |

|                                                                       |           |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.1.1. Geometrijske karakteristike . . . . .                          | 9         |
| 3.1.2. Aerodinamičke karakteristike aeroprofila . . . . .             | 11        |
| 3.1.3. Rezultati za odabrani koeficijent napredovanja . . . . .       | 13        |
| 3.1.4. Analiza rezultata dobivenih kombiniranom teorijom . . . . .    | 14        |
| 3.2. Propeler APC Sport 11x7 . . . . .                                | 21        |
| 3.2.1. Geometrijske karakteristike . . . . .                          | 21        |
| 3.2.2. Aerodinamičke karakteristike profila . . . . .                 | 21        |
| 3.2.3. Analiza rezultata . . . . .                                    | 24        |
| <b>4. Primjena modela na propeler letjelice HUSZ Tern</b>             | <b>28</b> |
| 4.1. Letjelica HUSZ Tern . . . . .                                    | 28        |
| 4.2. Motor AXI Gold 2826/10 . . . . .                                 | 28        |
| 4.3. Propeler APC Sport 13x7 . . . . .                                | 29        |
| 4.3.1. Geometrija propelera . . . . .                                 | 29        |
| 4.3.2. Aerodinamičke karakteristike aeroprofila . . . . .             | 30        |
| 4.3.3. Rezultati . . . . .                                            | 30        |
| 4.4. Minimalna i maksimalna brzina leta letjelice HUSZ Tern . . . . . | 32        |
| <b>5. Zaključak</b>                                                   | <b>37</b> |
| <b>Literatura</b>                                                     | <b>40</b> |

# Popis slika

|      |                                                                                                                                            |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1  | Strujna cijev kroz disk propelera [1] . . . . .                                                                                            | 3  |
| 2.2  | Elementarni presjek $dr$ kraka propelera na radijusu $r$ [1] . . . . .                                                                     | 3  |
| 2.3  | Brzine i sile na elementarnom presjeku $dr$ kraja propelera na radijusu $r$ s induciranom brzinom [1] . . . . .                            | 4  |
| 2.4  | Dijagram postupka određivanja elementarnih doprinosa koeficijentu pogonske sile i koeficijentu snage . . . . .                             | 8  |
| 3.1  | Vrijednosti najveće debljine aeroprofila presjeka po rasponu propelera . .                                                                 | 10 |
| 3.2  | Duljina tetive aeroprofila presjeka po rasponu propelera . . . . .                                                                         | 10 |
| 3.3  | Kut kraka po rasponu propelera za $\beta_{0.75} = 35^\circ$ . . . . .                                                                      | 11 |
| 3.4  | Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu propelera . . . . .                                                                               | 12 |
| 3.5  | Raspodjela relevantnih kuteva po rasponu kraka pri $J = 1.4$ . . . . .                                                                     | 13 |
| 3.6  | Raspodjela stvarnog kuta napredovanja po rasponu kraka pri $J = 1.4$ . .                                                                   | 14 |
| 3.7  | Raspodjela elementarnih doprinosa koeficijenata po rasponu kraka pri $J = 1.4$ . . . . .                                                   | 15 |
| 3.8  | Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2] . . . . . | 16 |
| 3.9  | Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2] . . . . .         | 16 |
| 3.10 | Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2] . . . . . | 17 |

|      |                                                                                                                                                        |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.11 | Lokalni napadni kutevi po rasponu kraka za različiti korak propelera za $J = 0.6$ . . . . .                                                            | 18 |
| 3.12 | Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ za slučaj $\beta = 15^\circ$ . . . . .                                 | 19 |
| 3.13 | Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ za slučaj $\beta = 15^\circ$ . . . . .                                 | 20 |
| 3.14 | Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ za slučaj $\beta = 15^\circ$ . . . . .                                 | 20 |
| 3.15 | Promjena duljine tetive po rasponu kraka . . . . .                                                                                                     | 21 |
| 3.16 | Promjena kuta kraka po rasponu kraka za propeler APC Sport 11x7 . . .                                                                                  | 22 |
| 3.17 | Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu kraka propelera . . . . .                                                                                     | 23 |
| 3.18 | Funkcija ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom za aeroprofil Clark-Y .                                                                              | 23 |
| 3.19 | Funkcija ovisnosti koeficijenta otpora o napadnom za aeroprofil Clark-Y .                                                                              | 24 |
| 3.20 | Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9] . . . . .             | 25 |
| 3.21 | Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9] . . . . .                     | 26 |
| 3.22 | Promjena koeficijenta iskoristivosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9] . . . . .            | 27 |
| 3.23 | Promjena napadnog kuta u ovisnosti o radijusu i koeficijentu napredovanja                                                                              | 27 |
| 4.1  | Letjelica HUSZ Tern . . . . .                                                                                                                          | 29 |
| 4.2  | Promjena kuta kraka po rasponu kraka za propeler APC Sport 13x7 . . .                                                                                  | 30 |
| 4.3  | Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu kraka propelera . . . . .                                                                                     | 31 |
| 4.4  | Funkcija ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom za aeroprofil Clark-Y .                                                                              | 31 |
| 4.5  | Funkcija ovisnosti koeficijenta otpora o napadnom za aeroprofil Clark-Y .                                                                              | 32 |
| 4.6  | Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za $n = 117s^{-1}$ . . .  | 33 |
| 4.7  | Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za $n = 117s^{-1}$ . . . . .      | 34 |
| 4.8  | Promjena koeficijenta iskoristivosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja $J$ uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za $n = 117s^{-1}$ . . . | 35 |
| 4.9  | Pripadajuće brzine za raspon koeficijenata napredovanja . . . . .                                                                                      | 35 |

|                                                   |    |
|---------------------------------------------------|----|
| 4.10 Minimalna i maksimalna brzina leta . . . . . | 36 |
|---------------------------------------------------|----|

# Popis oznaka

|           |                                        |    |
|-----------|----------------------------------------|----|
| $B$       | broj krakova propelera, [-]            | 6  |
| $c$       | duljina tetive, [m]                    | 6  |
| $c_d$     | koeficijent sile otpora, [-]           | 6  |
| $C_{D0}$  | nulti koeficijent otpora, [-]          | 36 |
| $c_l$     | koeficijent sile uzgona, [-]           | 6  |
| $C_L$     | koeficijent uzgona, [-]                | 36 |
| $C_P$     | koeficijent snage propelera, [-]       | 7  |
| $C_T$     | koeficijent pogonske sile, [-]         | 7  |
| $D$       | sila otpora, [N]                       | 5  |
| $dr$      | elementarni presjek kraka propelera    | 3  |
| $F_z$     | tangencijalna sila, [N]                | 5  |
| $J$       | koeficijent napredovanja, [-]          | 7  |
| $L$       | sila uzgona, [N]                       | 5  |
| $n$       | broj okretaja, [ $s^{-1}$ ]            | 29 |
| $P$       | snaga, [W]                             | 29 |
| $P_a$     | raspoloživa snaga, [W]                 | 32 |
| $P_r$     | potrebna snaga, [W]                    | 32 |
| $Q$       | moment propelera, [Nm]                 | 5  |
| $r$       | radijus kraka propelera, [m]           | 3  |
| $\bar{r}$ | normirani radijus kraka propelera, [-] | 7  |
| $S_{ref}$ | referentna površina, [ $m^2$ ]         | 36 |
| $T$       | pogonska sila, [N]                     | 5  |

|               |                                                    |    |
|---------------|----------------------------------------------------|----|
| $V$           | brzina struje zraka, [m/s] . . . . .               | 3  |
| $V_E$         | stvarna brzina optjecanja profila, [m/s] . . . . . | 4  |
| $V_i$         | inducirana brzina, [m/s] . . . . .                 | 4  |
| $W$           | težina, [N] . . . . .                              | 36 |
| $\alpha_i$    | inducirani napadni kut, [rad] . . . . .            | 4  |
| $\alpha_{0L}$ | napadni kut nultog uzgona profila, [rad] . . . . . | 5  |
| $\Delta V$    | povećanje brzine kroz propeler, [m/s] . . . . .    | 6  |
| $\phi$        | kut napredovanja, [rad] . . . . .                  | 4  |
| $\rho$        | gustoća zraka, [kg/m <sup>3</sup> ] . . . . .      | 36 |
| $\sigma$      | koeficijent ispunjenosti, [-] . . . . .            | 6  |
| $\Theta$      | stvarni kut napredovanja, [rad] . . . . .          | 4  |

# Sažetak

U radu je opisana kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska, s osnovnim pretpostavkama, prednostima i izrazima. Zatim je razrađen model za numeričku implementaciju navedene teorije te je primjenjen na dva propelera poznate geometrije, a rezultati su potvrđeni usporedbom s eksperimentalnim mjerenjima. Pri tome je razmatran utjecaj Reynoldsovog broja na aerodinamičke karakteristike aeroprofila u presjeku krakova, dok su utjecaj Machovog broja i gubitak na vrhovima krakova zanemareni, a strujanje zraka promatrano kao ravninsko. Model je zatim primjenjen na propeler pretpostavljene geometrije, korišten na letjelici HUSZ Tern za koju su motor i propeler unaprijed zadani. Dobiveni rezultati korišteni su za analizu raspona brzina kojima letjelica može letjeti te mogućih poboljšanja.

**Ključne riječi:** propeler, koeficijent pogonske sile, koeficijent snage, koeficijent iskoristivosti

# Summary

In this thesis the Blade Element Momentum theory is described with its basic assumptions, advantages and equations. A model is developed for numerical implementation of given theory and applied to two propellers with known geometry, and the results are confirmed by comparison to experimental measurements. In this process, the effect of Reynolds number on aerodynamic characteristics of aerofoils in blade sections is considered while Mach number influence and tip loss are neglected and the flow is considered two-dimensional. The model is then applied to a propeller of assumed geometry which was used on HUSZ Tern aircraft. The engine and propeller for this aircraft were given. The results are used to analyze the speed range for the aircraft and possible improvements.

**Keywords:** propeller, thrust coefficient, drag coefficient, efficiency coefficient

# 1 Uvod

U svrhu razumijevanja performansi propelera korisno je predvidjeti aerodinamičke sile koje djeluju na propeler kao funkciju uvjeta rada. To se može izvesti nizom teorija koje se s više ili manje poteškoća numerički implementiraju pomoću programskih paketa kao što je Matlab. Primitivnije teorije kao što je teorija diska daju samo grubu aproksimaciju te ne uzimaju u obzir niz pojava koje utječu na konačne rezultate, dok implementacija sofisticiranijih teorija može postati otežana zbog nedostupnosti podataka o samim propelerima.

Tema završnog rada je implementacija kombinirane teorije elementarnog kraka i teorije diska na propeler, kojom se zaobilaze osnovni nedostaci teorija koje ju čine, a postižu se prihvatljivi rezultati. Konačan rezultat je prikaz kako poznavanje performanse propelera postavljenog na letjelicu može pomoći u odabiru motora kako bi se postigle najbolje performanse letjelice. Ovo je prikazano na primjeru letjelice HUSZ Tern. Rad se može podijeliti u četiri veće cijeline. Za početak, razrada teorije i njene numeričke implementacije. Zatim, rezultati teorije su potvrđeni primjenom na propeler poznate geometrije za koji su dostupni eksperimentalni rezultati. Da bi se teorija mogla primjeniti na propeler letjelice HUSZ Tern, za koji nije poznata geometrija bilo je potrebno odabrati sličan propeler. Za ovo je odabran propeler iz iste serije, nešto manjeg promjena, za koji su dostupni eksperimentalni podaci. Nakon potvrde i ovih rezultata, teorija je konačno primjenjena na propeler letjelice te su dobivene maksimalna i minimalna snaga kojom letjelica može letjeti u uvjetima ravnotežnog leta na razini mora.

## 2 Kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska

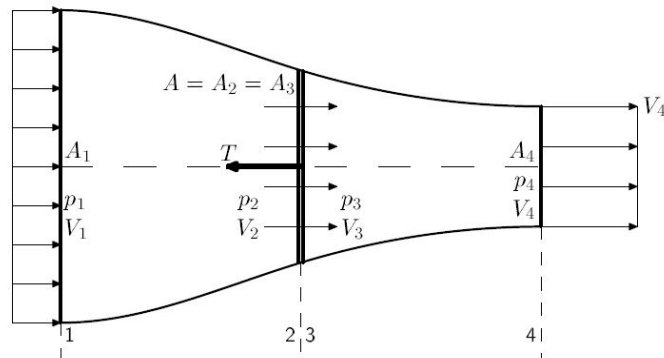
### 2.1. Teorija diska i teorija elementarnog kraka

Teorija diska odnosno teorija količine gibanja daje osnovne koncepte performansi propelera. Ova teorija promatra propeler kao beskonačno tanki disk (slika 2.1). Teorija uzima u obzir sljedeće pretpostavke:

- brzina na disku je uniformna,
- tlak na disku je uniforman,
- rotacija struje zraka koji prolazi kroz propeler je zanemarena,
- struja zraka koja prolazi kroz disk odvađa se od okolnog zraka zamišljenom strujnom cijevi,
- strujanje je nestlačivo.

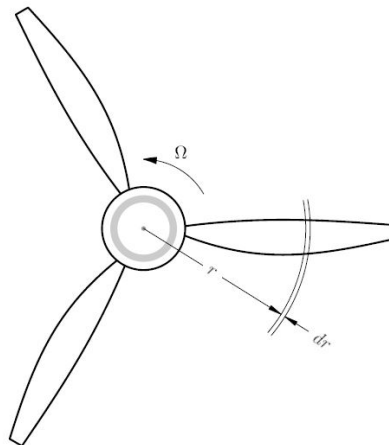
Teorija diska pokazuje da je povećanje brzine struje zraka  $V$  daleko iza diska dva puta veće od povećanja brzine na disku. Potrebna snaga je tada jednaka povećanju kinetičke energije masenog protoka zraka kroz propeler što znači zbroju korisne snage i gubitka zbog ubrzavanja struje. Gubici kinetičke energije su jedini gubici koje teorija diska uzima u obzir te rezultati dobiveni ovom teorijom uglavnom daju visoke vrijednosti pogonske sile koje nisu moguće u praksi. Kako bi se točnije predvidjele performanse propelera potrebno je detaljnije ispitati aerodinamiku krakova.

Teorija elementarnog kraka pak uzima u obzir geometriju odnosno omogućava da se svojstva kao broj krakova, uzgon i otpor profila u presjeku kraka, uvijanje i sl. uzmu u



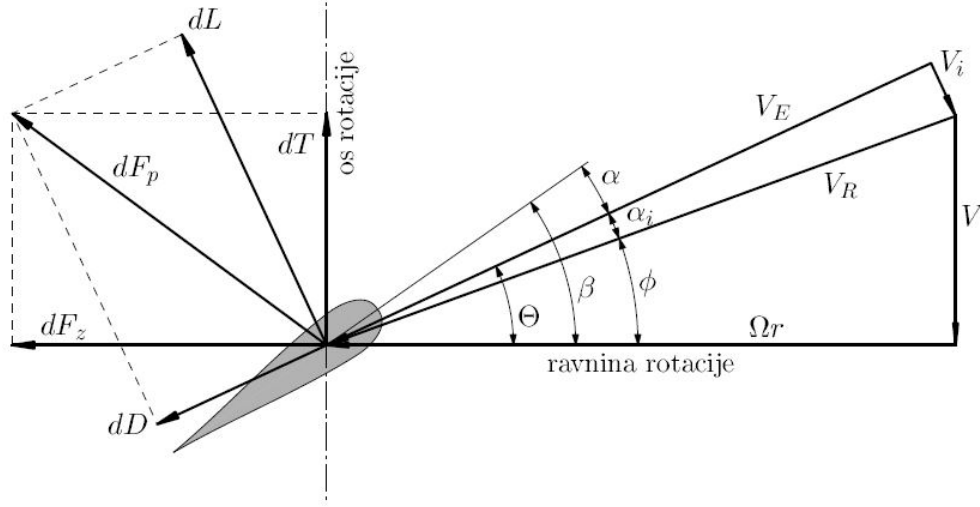
Slika 2.1: Strujna cijev kroz disk propelera [1]

obzir. Navedena teorija promatra sile u presjeku kraja propelera na udaljenosti  $r$  od osi propelera kao što je prikazano na slici (2.2).


 Slika 2.2: Elementarni presjek  $dr$  kraka propelera na radijusu  $r$  [1]

Uz pretpostavku da je strujanje na presjeku ravninsko, svaki je element neovisan od ostalih elemenata i taj presjek analizira se kao aeroprofil u dvodimenzionalnom strujanju.

Slično kao u slučaju uzgona na fiksnom krilu, potisak koji se stvara na propeleru nastaje na svakoj lopatici uslijed razlike tlaka na gornjaci i donjaci. Nadalje, kao i u slučaju fiksnog krila, razlika tlaka nametnuta je i fluidu, odnosno zraku. Ta razlika tlaka uzrokuje kretanje fluida u suprotnom smjeru od aerodinamičke sile koja djeluje na propeler. Posljedica toga, porast brzine u ravnini diska propelera, naziva se inducirana



Slika 2.3: Brzine i sile na elementarnom presjeku  $dr$  kraja propelera na radijusu  $r$  s induciranom brzinom [1]

brzina.

U općem slučaju (slika 2.3) profil je optjecan brzinom  $V_E$ , koja predstavlja vektorski zbroj brzine uzrokovane rotacijom kraka  $\Omega r$ , brzine  $V$  i inducirane brzine  $V_i$ . Inducirana brzina uzima se u obzir tako da se umjesto kuta napredovanja  $\phi$  razmatra stvarni kut napredovanja  $\Theta = \phi + \alpha_i$ .

Doprinos za pogonske i tangencijalne sile na elementu kraka  $dr$  je

$$dT = dL \cos \Theta - dD \cdot \sin \theta \quad (2.1)$$

$$dF_z = dL \cdot \sin \Theta + dD \cdot \cos \Theta. \quad (2.2)$$

Elementarni doprinos za moment propelera je

$$dQ = dF_z \cdot r. \quad (2.3)$$

Uz navedene izraze, vrijede i izrazi za elementarnu silu uzgona i otpora

$$dL = \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot dr \cdot c_l \quad (2.4)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot dr \cdot c_d \quad (2.5)$$

gdje je  $c$  duljina tetive koja je funkcija lokalnog radijusa  $r$ , a  $c_d$  koeficijent sile otpora u funkciji koeficijenta sile uzgona  $c_l$ . Koeficijent sile uzgona ovisi o aeroprofilu elementarnog presjeka i općenito se može izraziti kao  $c_l = a_0 \cdot \alpha$ , gdje je  $\alpha$  napadni kut tj. kut između vektora brzine opstrujavanja  $V_E$  i tetive, odnosno linije multog uzgona (izraz vrijedi za simetrični aeroprofil) (slika 2.3) Nakon uvrštavanja izraza (2.2) u (2.3), te elementarnih sila uzgona i otpora u (2.1) i (2.3), elementarni doprinos pogonske sile i momenta su

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_E^2 \cdot c \cdot (c_l \cos \Theta - c_d \cdot \sin \Theta) \cdot dr \quad (2.6)$$

$$dQ = \frac{1}{2} \rho V_E^2 \cdot c \cdot (c_l \cos \Theta + c_d \cdot \sin \Theta) \cdot dr \quad (2.7)$$

Ukupna sila na kraku jednaka je sumi svih elementarnih sila na svim elementima duž kraka - integral po radijusu kraka od glavčine do vrha kraka.

Pri pokušaju primjene relacija (2.6) i (2.7) nameće se problem određivanja inducirane brzine  $V_i$  i pripadajućeg kuta  $\alpha_i$ , odnosno kuta napredovanja  $\Theta$ . Jedan od pristupa je kombinirana teorija elementarnog kraja i teorije diska.

## 2.2. Kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska

Uz pretpostavku da je inducirani napadni kut  $\alpha_i$  mali i otpor zanemariv u odnosu na uzgon, za propeler s  $B$ , prema izrazu (2.6), pogonska sila će biti

$$dT = B \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot c_l \cos \Theta \cdot dr. \quad (2.8)$$

### 2.2.1. Inducirana brzina

Iz rezultata primjene diska poznat je sljedeći izraz

$$dT = \rho \cdot 2\pi r dr \cdot (V + \frac{1}{2} \Delta) \cdot \Delta V, \quad (2.9)$$

gdje je inducirana brzina na disku propelera  $\frac{1}{2} \Delta V$ , na elementarnom kraku  $dr$ , jednaka  $V_i \cos \Theta$  pa slijedi izraz

$$dT = 2\pi \rho r \cdot (V + V_i \cos \Theta) \cdot 2V_i \cos \Theta dr. \quad (2.10)$$

Izjednačavanjem izraza (2.8) i (2.10), te zadržavajući pretpostavku da je inducirani napadni kut  $\alpha_i$  mali, dobija se izraz za induciranu brzinu

$$V_i = \frac{Bcc_l}{8\pi r} \cdot \frac{1}{\sin \phi + \alpha_i \cos \phi}. \quad (2.11)$$

### 2.2.2. Inducirani napadni kut

Prema slici (2.3) za inducirani napadni kut vrijedi  $\tan \alpha_i = \frac{V_i}{V_E} \approx \alpha_i$  pa vrijedi

$$\alpha_i = \frac{\sigma c_l}{8\bar{r}} \cdot \frac{1}{\sin \phi + \alpha_i \cos \phi}, \quad (2.12)$$

gdje je  $\sigma$  koeficijent ispunjenosti, omjer ukupne površine krakova propelera konstantne tetive  $c$  i površine diska propeler,  $\sigma = \frac{Bc}{\pi R}$  i normirani radijus  $\bar{r} = \frac{r}{R}$ . Izraz (2.12) je kvadratni polinom po nepoznatom induciranom napadnom kutu. Nakon sređivanja i uvođenja relacije za koeficijent uzgona  $c_l$ , realno rješenje kvadratne jednadžbe daje relaciju za inducirani napadni kut

$$\alpha_i = \frac{1}{2 \cos \phi} \left[ -\left(\sin \phi + \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}}\right) + \sqrt{\left(\sin \phi + \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}}\right)^2 + 4 \cos \phi \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}} (\beta - \phi)} \right]. \quad (2.13)$$

### 2.2.3. Aerodinamički koeficijenti

Za određivanje pogonske sile primjenjuje se relacija (2.8) uz pretpostavku da je  $V_E \approx V_R$ . Uvođenjem koeficijenta napredovanja  $J = \frac{V}{nD}$  izraz za brzinu  $V_R$  prelazi u

$$V_R = 2nR\sqrt{\pi^2\bar{r}^2 + J^2} \quad (2.14)$$

pa je elementarni doprinos pogonske sile na elementu kraka

$$dT = 2\rho Bcn^2 R^3 \cdot (\pi^2\bar{r}^2 + J^2)(c_l \cos \Theta - c_d \cdot \sin \Theta) \cdot \bar{r}, \quad (2.15)$$

a elementarni doprinos momentu propelera s B krakova, prema izrazu (2.7)

$$dQ = 2\rho Bcn^2 R^4 \bar{r} \cdot (\pi^2\bar{r}^2 + J^2)(c_l \cos \Theta + c_d \cdot \sin \Theta) \cdot \bar{r}. \quad (2.16)$$

Koeficijent pogonske sile tada je

$$\begin{aligned} dC_T &= \frac{dT}{\rho n^2 D^4} \\ &= \frac{\pi}{8} \sigma (\pi^2\bar{r}^2 + J^2)(c_l \cos \Theta - c_d \cdot \sin \Theta) \cdot \bar{r}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Koeficijent snage propelera je

$$\begin{aligned} dC_P &= \frac{dP}{\rho n^3 D^5} \\ &= \frac{\pi^2}{8} \sigma \bar{r} \cdot (\pi^2 \bar{r}^2 + J^2) (c_l \cos \Theta + c_d \cdot \sin \Theta) \cdot \bar{r}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

## 2.3. Numerička implementacija modela

Koeficijent pogonske sile i koeficijent snage propelera računaju se pomoću programskog paketa MATLAB.

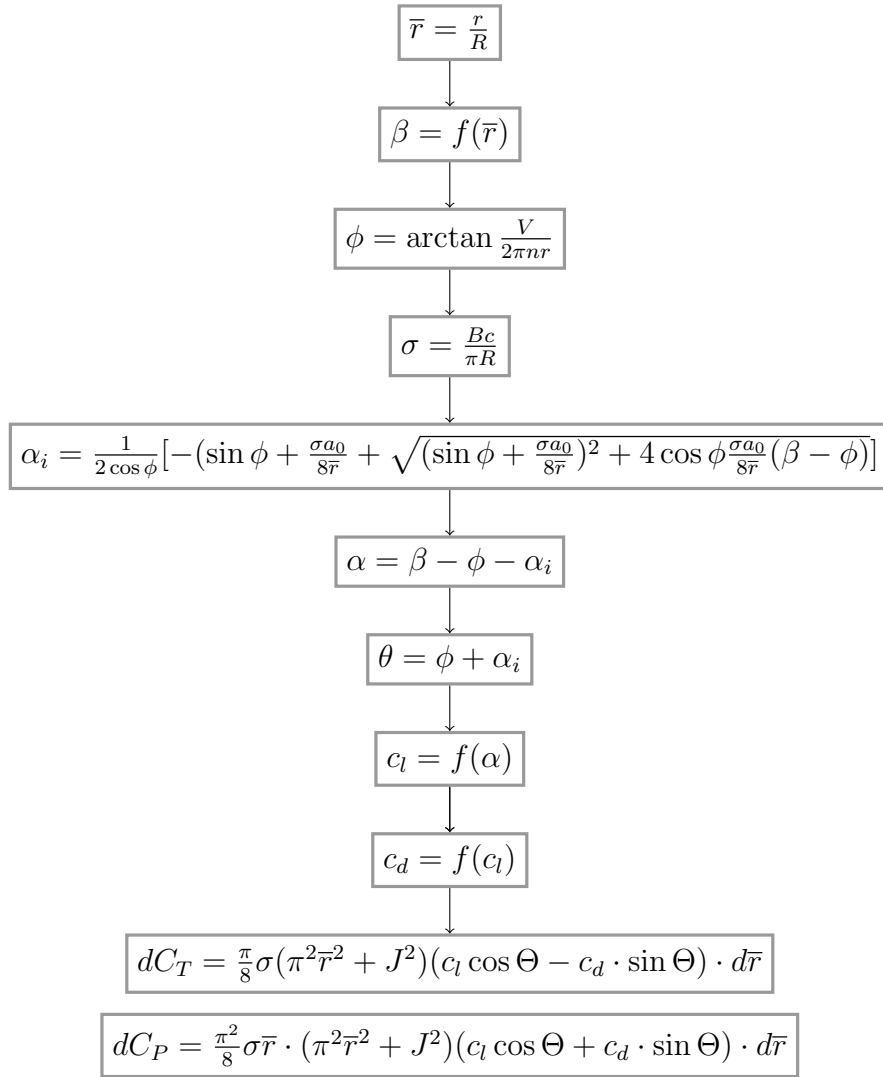
### 2.3.1. Ulazni podaci

Kako bi se proračun mogao provesti kombiniranom teorijom, potrebni su sljedeći podaci:

- brzina strujanja zraka  $V$
- kutna brzina propelera  $\Omega$
- geometrija krakova propelera:  $c = f(r)$  i  $\beta = f(r)$
- ovisnost koeficijenta uzgona aeroprofila u presjeku kraka o napadnom kutu  $c_l = f(\alpha)$
- polara aeroprofila u presjeku kraka  $c_d = f(c_l)$

### 2.3.2. Postupak

Ideja postupka je podijeliti krak propelera na određen broj elementarnih dijelova. Za svaki dio izračunati elementarne doprinose koeficijentu pogonske sile  $dC_T$  i koeficijentu snage  $dC_P$  prema izrazima (2.17) i (2.18) te ih numerički integrirati. Njihov zbroj daje ukupni koeficijent pogonske sile  $C_T$  i koeficijent snage  $C_P$  za određeni propeler pri zadanom koeficijentu napredovanja  $J$ . Detaljan slijed koraka u postupku za jedan presjek kraka opisan je dijagramom na slici (2.4).



Slika 2.4: Dijagram postupka određivanja elementarnih doprinosa koeficijentu pogonske sile i koeficijentu snage

## 3 | Primjena modela

### 3.1. Propeler BA 5868-9

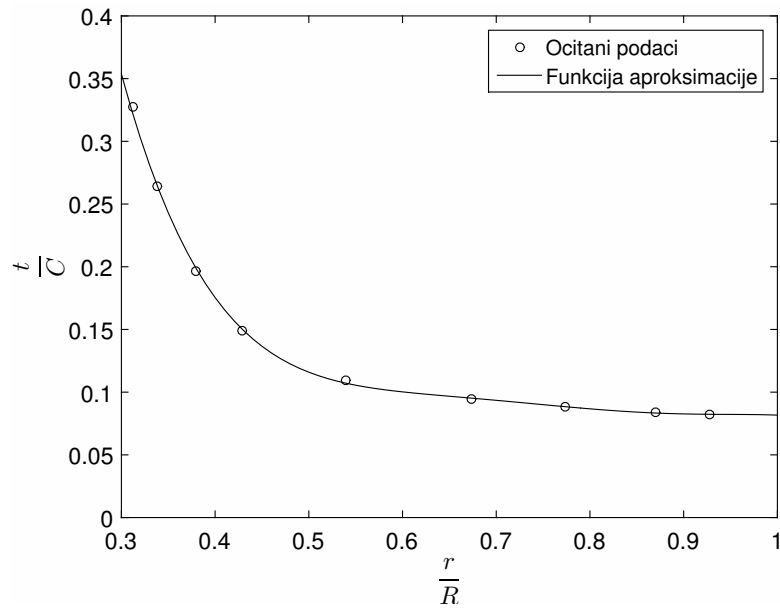
#### 3.1.1. Geometrijske karakteristike

Odabrani propeler za analizu je trokraki propeler iz serije propelera BA 5868-9 s Clark-Y aeroprofilom u presjeku. Potrebni podaci o geometriji preuzeti su [2], a prema [3]. Iz grafa danog u [2], očitane su vrijednosti i te interpolacijom napravljena funkcija ovisnosti maksimalne debljine aeroprofila i duljine tetive o radijusu, kao što je prikazano na slikama (3.1) i (3.2). Maksimalna debljina aeroprofila normirana je duljinom tetive, a duljina tetive promjerom propelera.

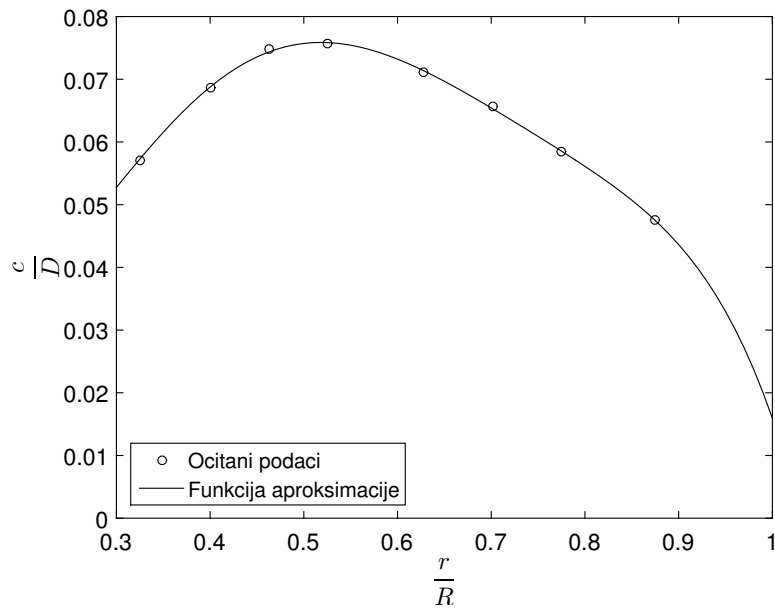
Promatrani propeler ima promjenjivi korak, što znači da se lopatica može rotirati i mijenjati kut kraka svakog presjeka za konstantan iznos. Za referentni kut uzima se onaj na 75% radijusa. Aerodinamički koeficijenti ovisit će o ovom kutu. Stoga, za ovaj proračun uzima se propeler kojem je  $\beta_{0.75} = 35^\circ$ , a  $\beta$  za ostale presjeke prema [2] računa prema izrazu (3.1) gdje je  $x = \frac{r}{R}$ .

$$\beta = \beta_{0.75} - 15 + \tan \frac{0.631}{\pi x} \quad (3.1)$$

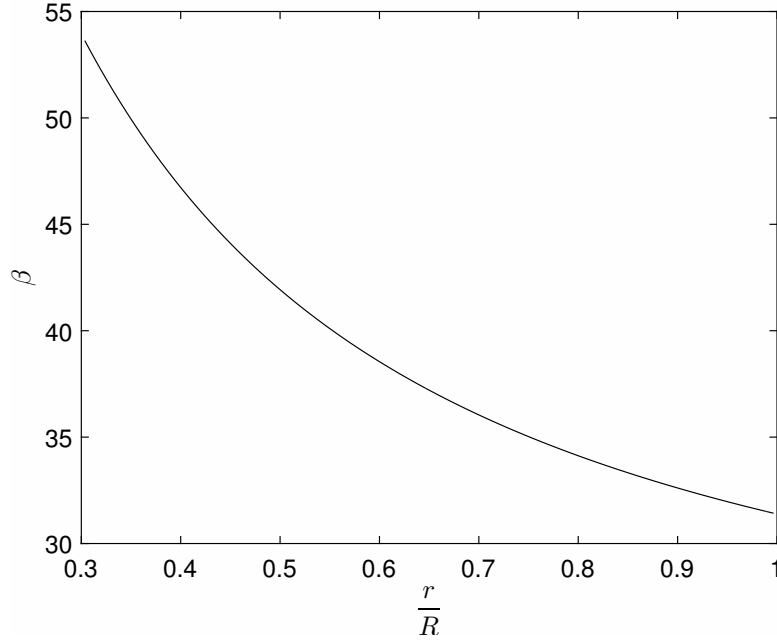
Navedenim postupkom dobija se raspodjela kuta kraka  $\beta$  po radijusu prikazana na slici (3.3).



Slika 3.1: Vrijednosti najveće debljine aeroprofila presjeka po rasponu propelera



Slika 3.2: Duljina tetive aeroprofila presjeka po rasponu propelera



Slika 3.3: Kut kraka po rasponu propelera za  $\beta_{0.75} = 35^\circ$

### 3.1.2. Aerodinamičke karakteristike aeroprofila

Aeroprofil je Clark-Y, a korištene karakteristike dane su u [4], gdje su prezentirane u ovisnosti o debljini aeroprofila. Kut nultog uzgona, kao i nagib pravca  $c_l(\alpha)$  ovise o debljini aeroprofila. Vrijednosti napadnog kuta u točkama u kojim svaki od navedenih pravaca presjeca os apscisa označava kut između linije nultog uzgona i tetive za pripadajuću debljinu. Očitavanjem ovih vrijednosti i interpolacijom u Matlab-u, a zatim dodatnom provjerom u programu XFOIL [5], primjenom programskog paketa XFLR5 [6], dobiven je izraz (3.2).

$$\alpha_{0l} = -(0.405 \frac{t_{max}}{c} + 0.013). \quad (3.2)$$

Pravci  $c_l(\alpha)$  za različite maksimalne debljine aeroprofila su približno paralelni i gradijent koeficijenta uzgona po stupnju napadnog kuta iznosi  $a_0 = 6.188$ . Tada se koeficijent uzgona može se računati kao

$$c_l = a_0 \cdot (\alpha - \alpha_{0l}). \quad (3.3)$$

Prema [2] koeficijent otpora kao funkcija koeficijenta uzgona zadan je

$$c_d = c_{d0} + 0.010(c_l - 0.15)^2, \quad (3.4)$$

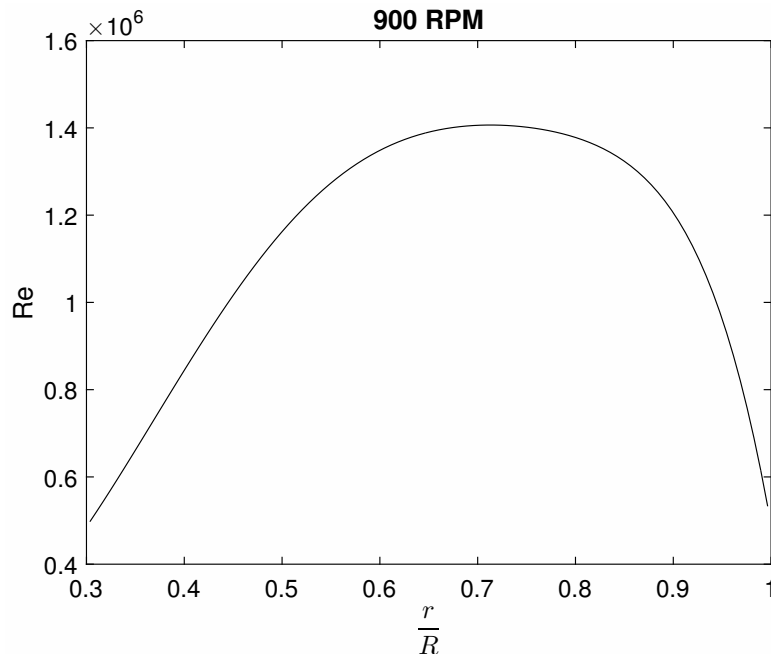
gdje je

$$c_{d_0} = 0.004 + 0.017 \frac{t_{max}}{c}. \quad (3.5)$$

No, potrebno je provjeriti vrijednosti Reynoldsova broja, kako bi se mogao razmotriti njegov utjecaj na aerodinamičke koeficijente. Uz pretpostavku leta na razini mora, Reynoldsov broj računa se prema izrazu

$$Re = \frac{2\pi n r c}{1.46 \cdot 10^{-5}} \quad (3.6)$$

i njegove vrijednosti po rasponu propelera prikazane su na slici (3.4).



Slika 3.4: Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu propelera

Za potrebe analize u XFOiL-u promatran je utjecaj Reynoldsova broja na referentnom radijusu  $r = 75\%R$ . Iz analize zaključeno je da strujanje ne utječe bitno na koeficijent uzgona, dok ima utjecaj na koeficijent otpora aeroprofila. Ovaj utjecaj se prema [7] uzima u obzir prilikom razmatranja nultog koeficijenta otpora, odnosno on će iznositi

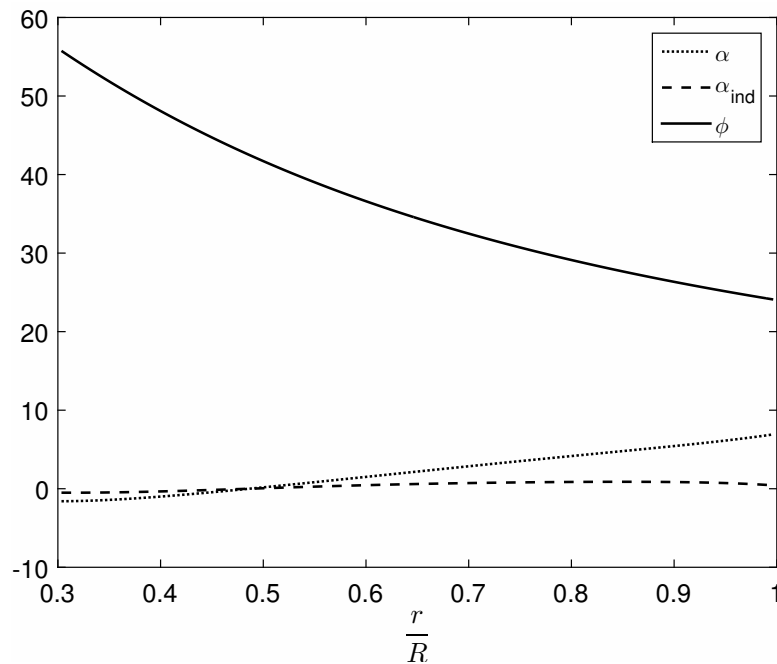
$$cd_{d_0} = cd_{d_{0ref}} \cdot \left( \frac{Re}{Re_{ref}} \right)^{-0.2}, \quad (3.7)$$

gdje je  $cd_{d_{ref}}$  referentni nulti koeficijent uzgona prema izrazu 3.5, a potvrđen rezultima XFOIL-a za  $Re_{ref} = 3 \cdot 10^6$  dok je  $Re$  je spomenuti Reynoldsov broj na referentnom radijusu.

Uz sve poznate podatke, proračun koeficijenata pogonske sile i snage se može provesti prema dijagramu na slici (2.4).

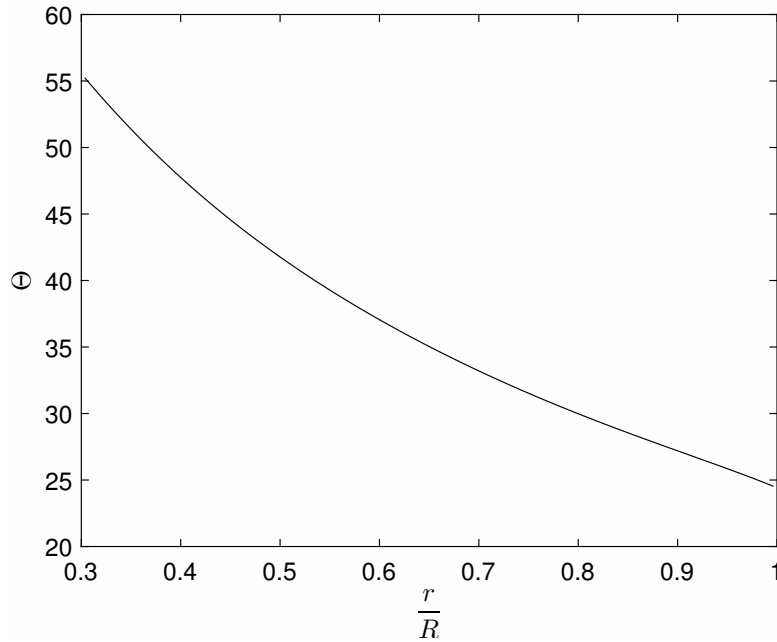
### 3.1.3. Rezultati za odabrani koeficijent napredovanja

Za promatrani propeler i koeficijent napredovanja  $J = 1.4$  može se prikazati raspodjela dobivenih veličina po rasponu kraka. Na slici (3.5) prikazana je raspodjela kuta napredovanja  $\phi$ , induciranog napadnog kuta  $\alpha_i$  i napadnog kuta  $\alpha$ . Za računanje elementarnih doprinosa koeficijenata potreban je i stvarni kut napredovanja  $\theta$  prikazan na slici (3.6).



Slika 3.5: Raspodjela relevantnih kuteva po rasponu kraka pri  $J = 1.4$

Nadalje, na slici (3.7) prikazan je elementarni doprinos koeficijenta pogonske sile  $dC_T$  i koeficijenta snage  $dC_P$ . Utjecaj iznimno velike maksimalne debljine aeroprofila na radijusima od glavčine ( $0.3R$  do  $0.4R$ ), prikazane na slici (3.1) očituje se u doprinosima koeficijenata na tom dijelu propelera, koji bi u uobičajenom slučaju bili znatno manji.



Slika 3.6: Raspodjela stvarnog kuta napredovanja po rasponu kraka pri  $J = 1.4$

Konačno, rezultati dobiveni numeričkim integriranjem elementarnih doprinosa po rasponu kraka iznose

$$C_T = 0.1005,$$

$$C_P = 0.1492.$$

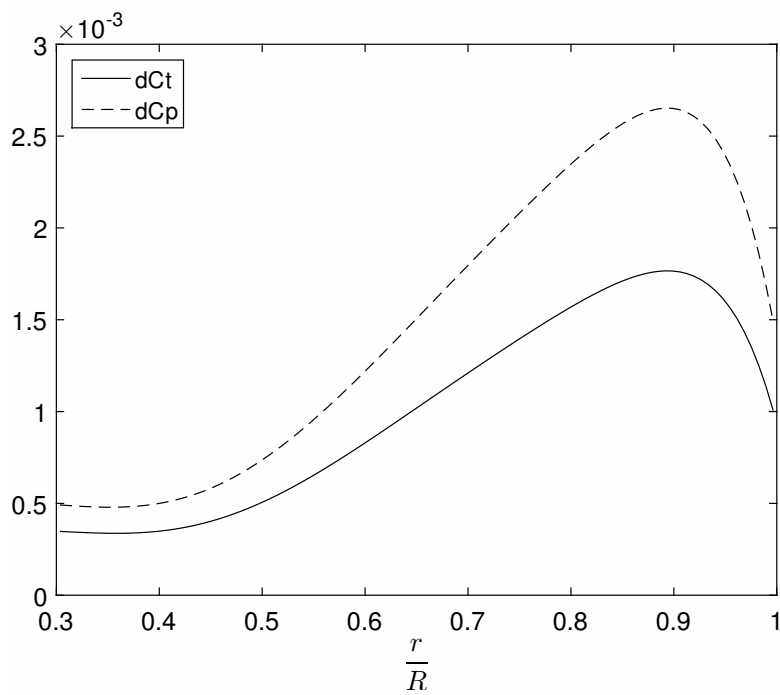
#### 3.1.4. Analiza rezultata dobivenih kombiniranom teorijom

Točnost rezultata najbolje je procijeniti usporedbom s eksperimentalno dobivenim podacima. Osim rezultata za koeficijente pogonske sile i snage, korisno je razmotriti i rezultate za koeficijent učinkovitosti koji definiramo kao

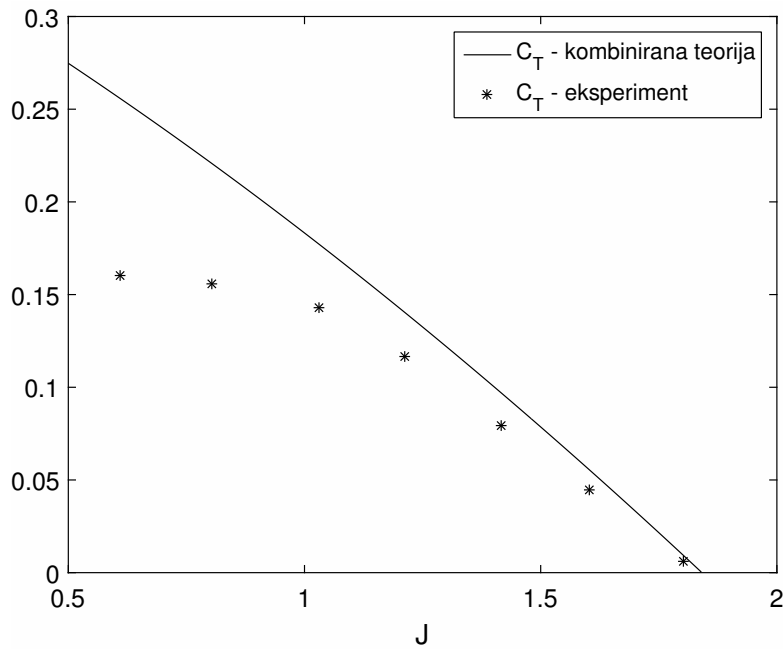
$$\eta = \frac{C_T J}{C_P}. \quad (3.8)$$

Slike (3.8) - (3.10) prikazuju rezultate dobivene za raspon koeficijenata napredovanja  $J = 0.5 \dots 1.9$  primjenom kombinirane teorije i rezultate dobivene eksperimentom prema [2].

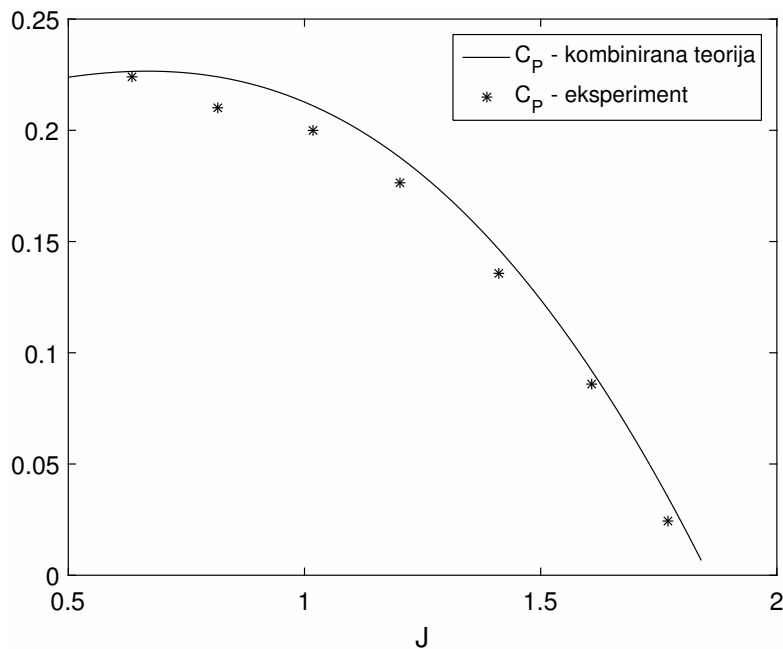
Moguće je uočiti određena odstupanja rezultata dobivenih numeričkom implemencijom kombinirane teorije elementarnog kraka i onih dobivenih eksperimentom. Oni



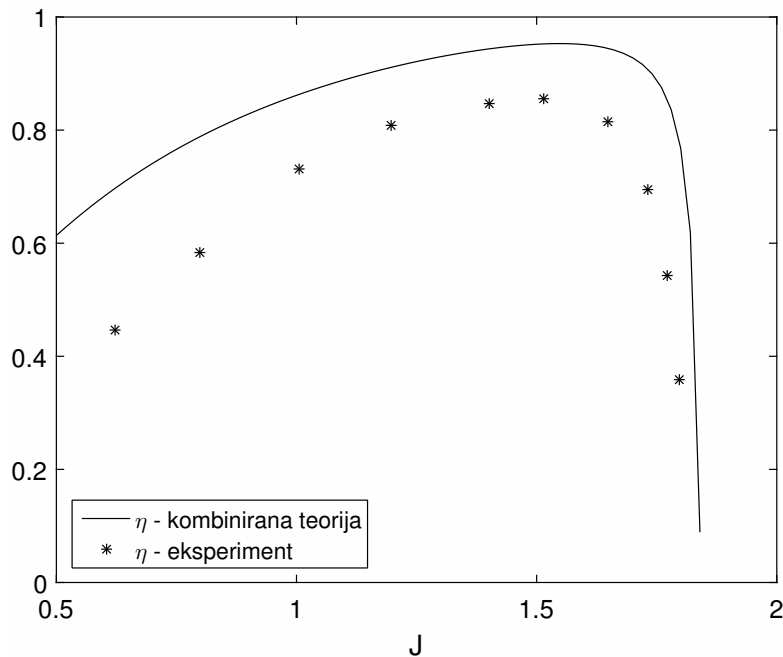
Slika 3.7: Raspodjela elementarnih doprinosa koeficijenata po rasponu kraka  
pri  $J = 1.4$



Slika 3.8: Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2]



Slika 3.9: Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2]

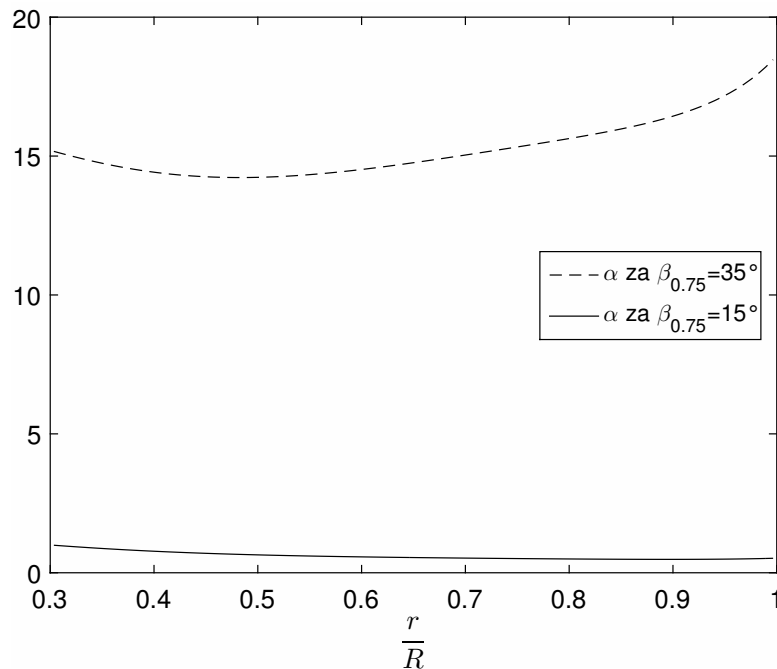


Slika 3.10: Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [2]

su posljedica pojava u struji zraka koje primjenjeni model ne uzima u obzir. Jedna od pretpostavki teorije je da svi elementarni dijelovi kraka doprinose ukupnom uzgonu. U stvarnosti, na vrhovima dolazi do prestrujavanja fluida s područja višeg u područjeg nižeg tlaka, uslijed čega dolazi do gubitka uzgona, tzv. "tip loss". S druge strane, gubici se javljaju i zbog djelovanja kraka na fluid u kojem se kreće. U kombiniranoj teoriji svaki krak promatra se zasebno i u dvodimenzionalnoj struji zraka te se zanemaruje njihov međusobni utjecaj dok u stvarnosti zbog viskoznosti fluida, čestice zraka prate krak. Još jedna pojava koja nije obuhvaćena ovim modelom je stlačivost zraka, odnosno Machov broj. Vrijednosti Machovog broja imaju mali utjecaj u ovom slučaju, no pri većim brzinama vrtnje, došlo bi do porasta Machovog broja, što bi zatim dovelo do porasta koeficijenta uzgona aeroprofila.

Osim ovih manjih odstupanja, na slici (3.8), dolazi do značajne razlike između rezultata kombinirane teorije i eksperimentalnih za  $J < 1$ . U [8] pokazano je da u slučaju propelera koji rade s koeficijentima napredovanja značajno manjim od onih na kojima postižu maksimalnu iskoristivost dolazi do sloma uzgona na velikim dijelovima krakova. Uslijed

rotacije dolazi do Coriolisova efekta, kao posljedica odgođeno je odvajanje graničnog sloja te se mijenjaju uvjeti sloma uzgona. Rezultati klasičnih teorija za pogonsku silu u ovome slučaju dati će rezultate koji znatno odstupaju od stvarnih. U praksi, kako bi se pojava sloma uzgona i općenito postizanje velikih lokalnih napadnih kuteva izbjeglo, propeleri mogu mijenjati korak i tako prilagoditi koeficijent napredovanja pri kojem postižu najvišu iskoristivost. S obzirom da je promatrani propeler promjenjivog koraka, ova se tvrdnja može provjeriti promatraju li usporedno propelere s različitim korakom na manjem koeficijentu napredovanja, npr 0.6.

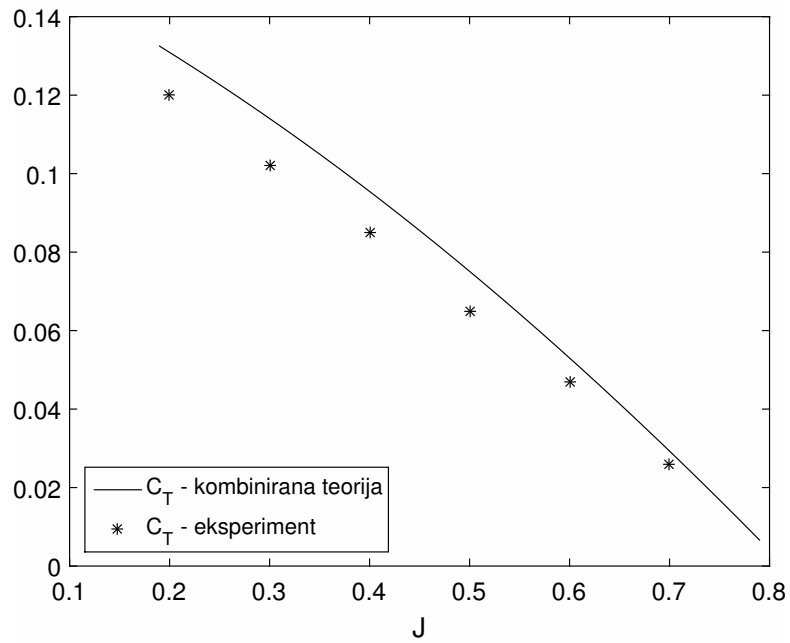


Slika 3.11: Lokalni napadni kutevi po rasponu kraka za različiti korak propelera za  $J = 0.6$

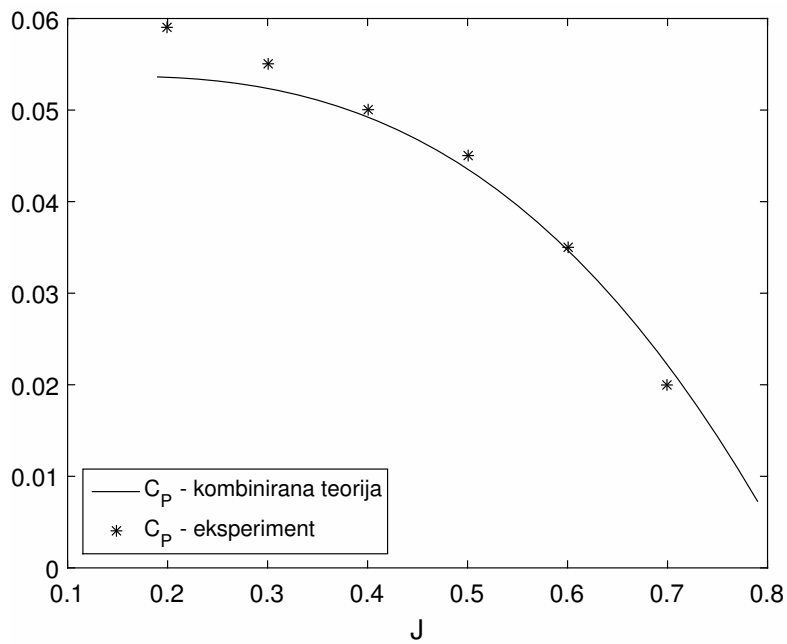
Slika (3.11) pokazuje razliku između lokalnih napadnih kuteva kod propelera koji na  $0.75R$  ima  $\beta = 15^\circ$  s propelerom koji ima  $\beta = 35^\circ$ . Veliki napadni kutevi kod propelera s većim korakom potvrđuju da kod tog propelera na nižim koeficijentima napredovanja dolazi do sloma uzgona.

Nadalje, na slikama (3.12) - (3.13) je prikazana promjena koeficijenta pogonske sile i snage na  $J < 1$ , kada je  $\beta = 15^\circ$ . U ovom slučaju propeler postiže maksimalnu iskoristivost na  $J = 0.65$  (slika 3.14). S obzirom na relativno mala odstupanja, može se

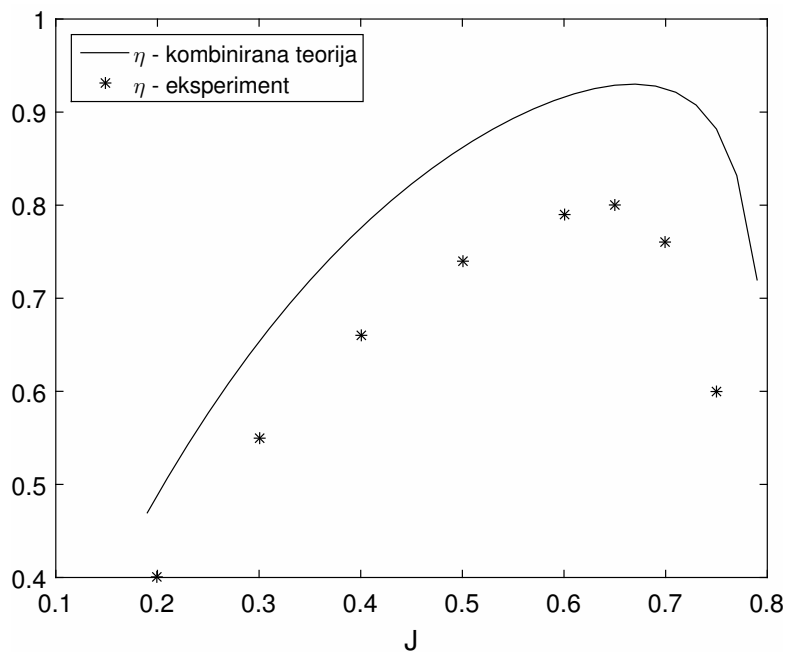
zaključiti da je uzrok odstupanja na slici (3.8) upravo zbog navedenog razloga.



Slika 3.12: Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  za slučaj  $\beta = 15^\circ$



Slika 3.13: Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  za slučaj  $\beta = 15^\circ$



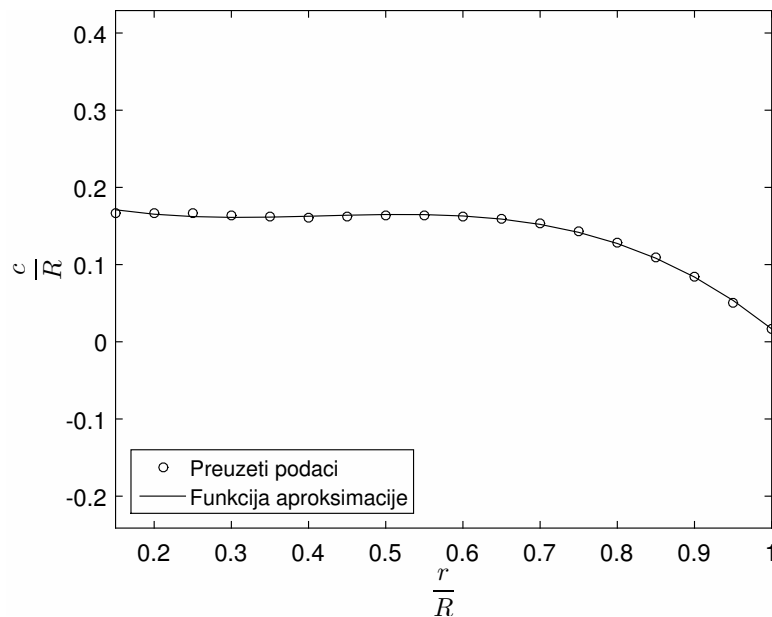
Slika 3.14: Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  za slučaj  $\beta = 15^\circ$

## 3.2. Propeler APC Sport 11x7

APC propeleri su propeleri malog promjera, korišteni uglavnom za svrhe modelarskih zrakoplova. Problem kod ovakvih propelera je relativno nepoznata geometrija i aeroprofil, no dostupni su određeni eksperimentalni podacima kojima se mogu potvrditi pretpostavke postavljene za geometriju.

### 3.2.1. Geometrijske karakteristike

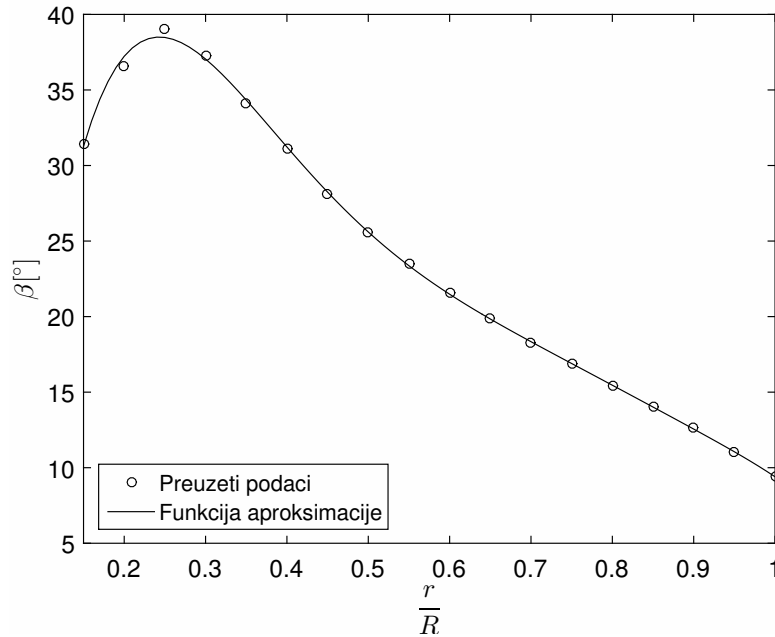
Prilikom analize propelera APC Sport 11x7 u ovom radu korišteni su podaci dostupni u bazi podataka [9], gdje su dane vrijednosti tetive i kuta kraka normiranih s radijusom po rasponu kraka. Fitovanjem ovih točki u Matlab-u, dobivena je funkcija ovisnosti koja se koristila u modelu, kao što prikazuju slike



Slika 3.15: Promjena duljine tetive po rasponu kraka

### 3.2.2. Aerodinamičke karakteristike profila

Potpuni podaci o aeroprofilu ovog propelera su nepoznanica, no u [10] i [11] može se naći informacija da je on kombinacija NACA 4412 i Clark Y aeroprofila. S obzirom



Slika 3.16: Promjena kuta kraka po rasponu kraka za propeler APC Sport 11x7

na sličnost ova dva profila, u nastavku rada smatra se da je aeroprofil na svakom presjeku kraka Clark Y. Koeficijent uzgona i otpora u ovisnosti o napadnom kutu dobiveni su analizom u XFOIL-u za odgovarajući Reynoldsov broj, odnosno odgovarajući broj okretaja koji je odabran prema dostupnosti eksperimentalnih podataka. Slika (3.17) prikazuje vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu kraka. Ponovno je za analizu odabran  $Re$  na  $0.75R$ , koji u ovom slučaju iznosi  $Re_{0.75} = 0.088 \cdot 10^6$ .

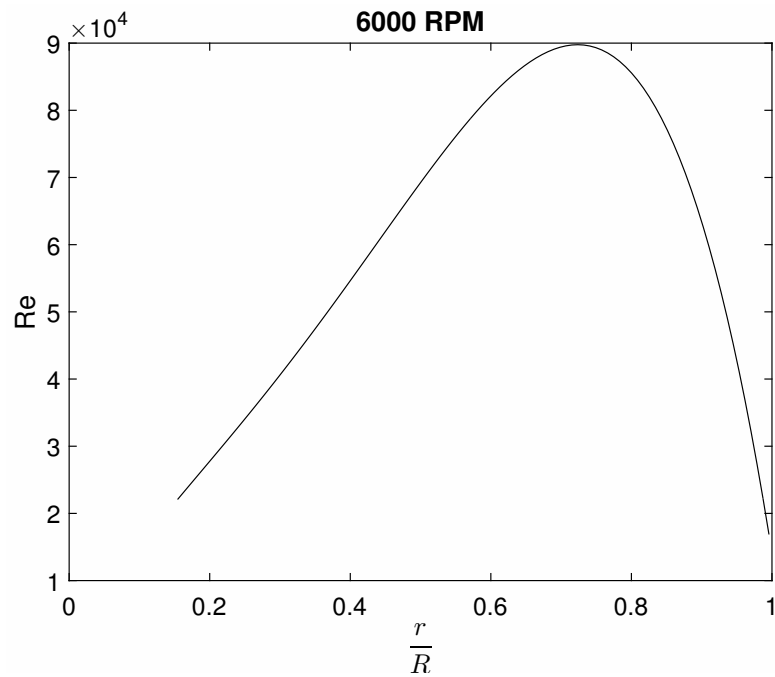
Prema slikama (3.18) i (3.19) koeficijent uzgona računa se prema izrazu

$$c_l = 6.085\alpha + 0.299, \quad (3.9)$$

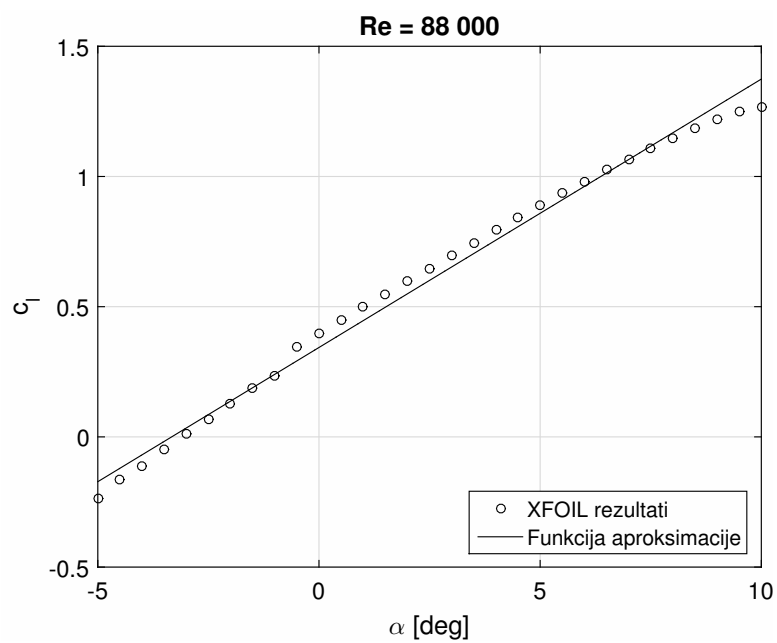
a koeficijent otpora prema

$$c_d = 0.001\alpha^2 - 0.086\alpha + 0.0215. \quad (3.10)$$

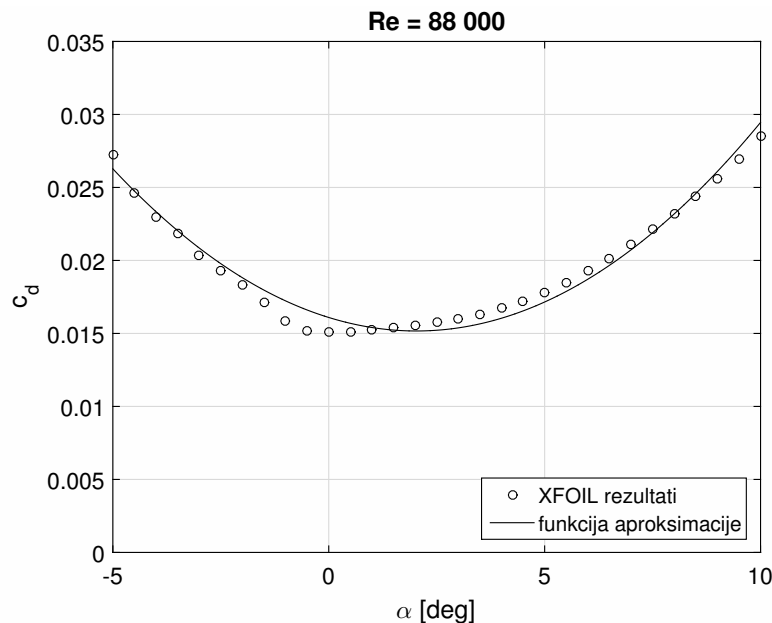
Relativno mali Machov broj po cijelom radijusu ima mali utjecaj na aerodinamičke karakteristika aeroprofila te nije razmatran.



Slika 3.17: Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu kraka propelera



Slika 3.18: Funkcija ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom za aeroprofil Clark-Y

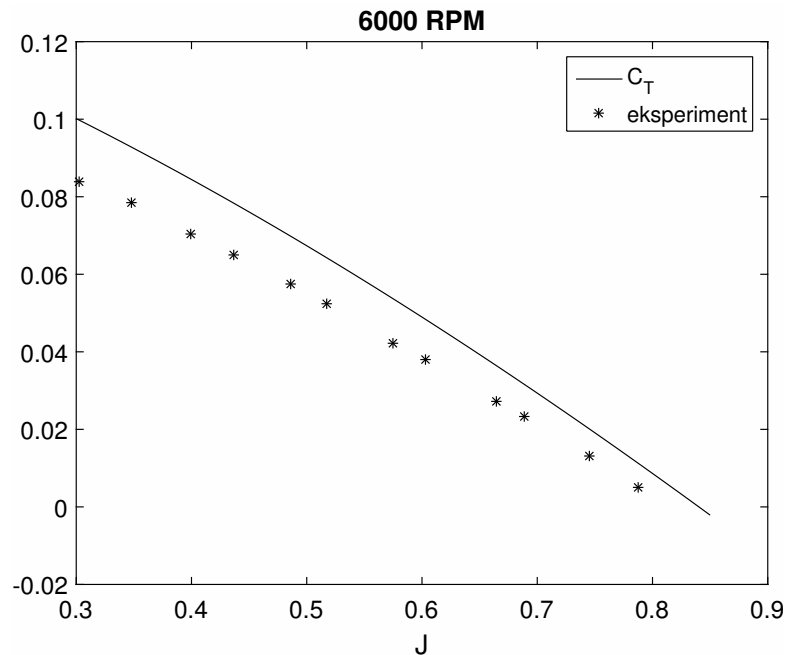


Slika 3.19: Funkcija ovisnosti koeficijenta otpora o napadnom za aeroprofil Clark-Y

### 3.2.3. Analiza rezultata

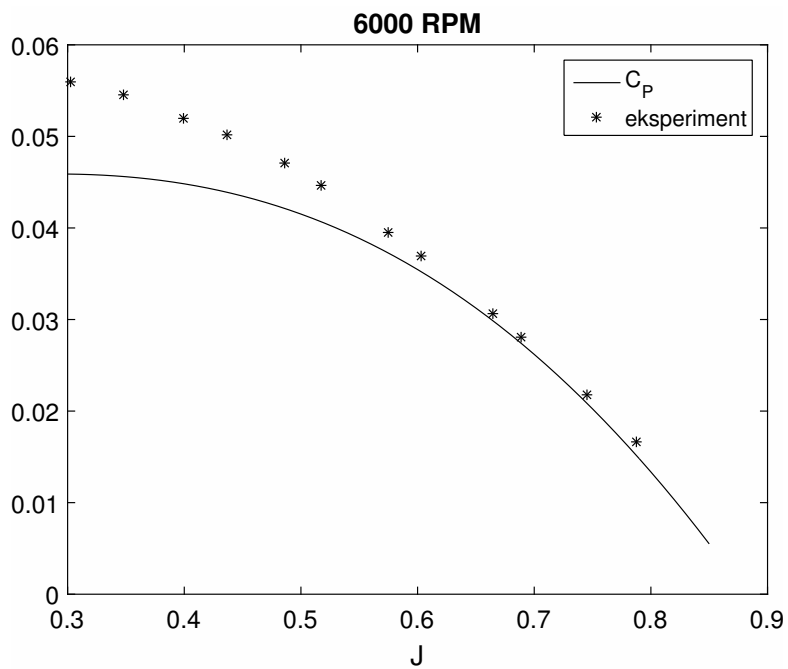
Slike (3.20)- (3.22) prikazuju usporedbu rezultata dobivenih primjenom modela predstavljenog u radu i eksperimentalnih rezultata.

Dio odstupanja se ponovno može pripisati pojavama gubitka uzgona na vrhovima krakova i 3D prirodi strujanja, koje nisu obuhvaćeni modelom. Nadalje, u radu je pretpostavljen aeroprofil jer pravi aeroprofil nije poznat, a koji u odnosu na Clark-Y, prema [10], ima određene modifikacije; napadni rub i nešto veća debljina na malim radijusima. Bitan korak u proračunu bio je određivanje Reynoldsova broja, jer kao što se može vidjeti usporedbom slika (3.4) i (3.17), propeler APC 11x7 radi na mnogo nižim Reynoldovim brojevima. Kad bi se ova činjenica zanemarila i kad bi se u analizi koristile karakterike aeroprofila Clark-Y dobivene na  $Re = 1 \cdot 10^6$ , došlo bi do znatnih odstupanja od eksperimentalnih rezultata. Prema [12], s padom Reynoldsova broja dolazi do pada koeficijenta uzgona aeroprofila, a porasta otpora. S obzirom da koeficijent uzgona ima dominantan utjecaj na pogonsku silu, a otpor, pad Reynoldsova broja će imati velik utjecaj na koeficijent iskoristivosti. Ovo u konačnici znači da će mali propeleri imati osjetno različite performanse pri različitim brzinama vrtnje. Prilikom određivanja polinoma koji opi-

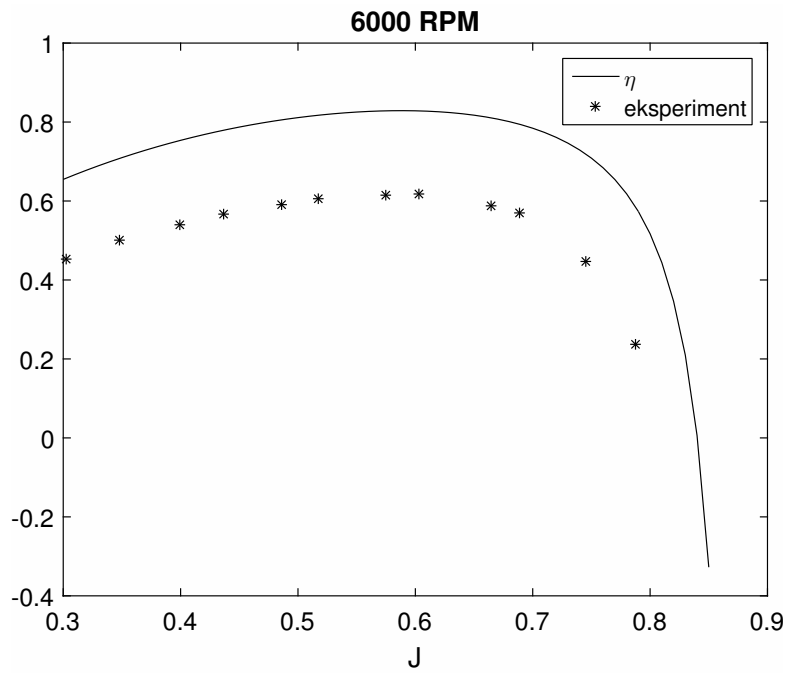


Slika 3.20: Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9]

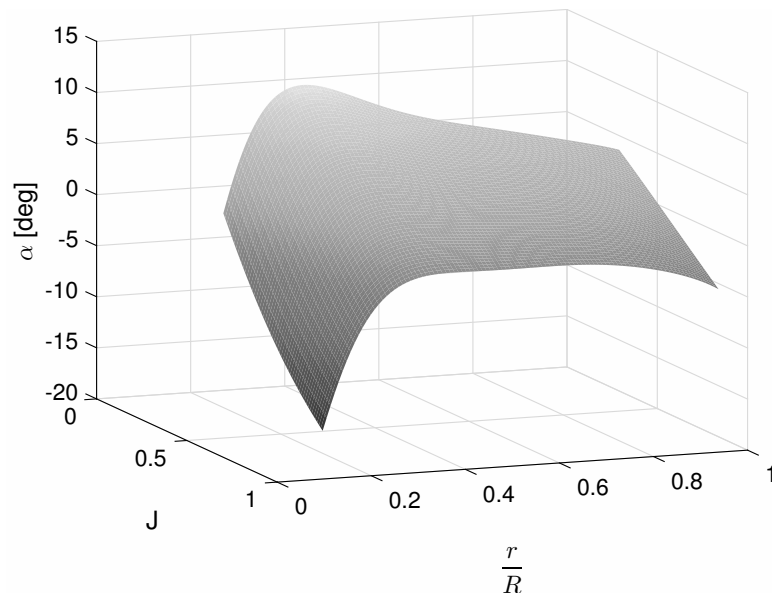
suju koeficijent uzgona i otpora aeroprofila u ovisnosti o napadnom kutu, analiziran je raspon napadnih kuteva od  $-5^\circ$  do  $10^\circ$ . Ova pretpostavka može se provjeriti ako se promotri trodimenzionalni prikaz raspodjele napadnih kuteva po radijusu propelera u ovisnosti o koeficijentu napredovanja, što prikazuje slika (3.23). Na slici se može vidjeti da pri visokim koeficijentima napredovanja, a malim radijusima, napadni kut odstupa od pretpostavke, odnosno manji je. Isto tako, pri malim koeficijentima napredovanja, napadni kut raste, što je već diskutirano u radu. No, za područje rada propelera koje je od interesa, pretpostavka je održiva.



Slika 3.21: Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9]



Slika 3.22: Promjena koeficijenta iskoristivosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s eksperimentalnim podacima prema [9]



Slika 3.23: Promjena napadnog kuta u ovisnosti o radijusu i koeficijentu napredovanja

## 4 Primjena modela na propeler letjelice HUSZ Tern

Prema pravilniku natjecanja Air Cargo Challenge, natjecateljima je unaprijed zadana kombinacija motor-propeler:

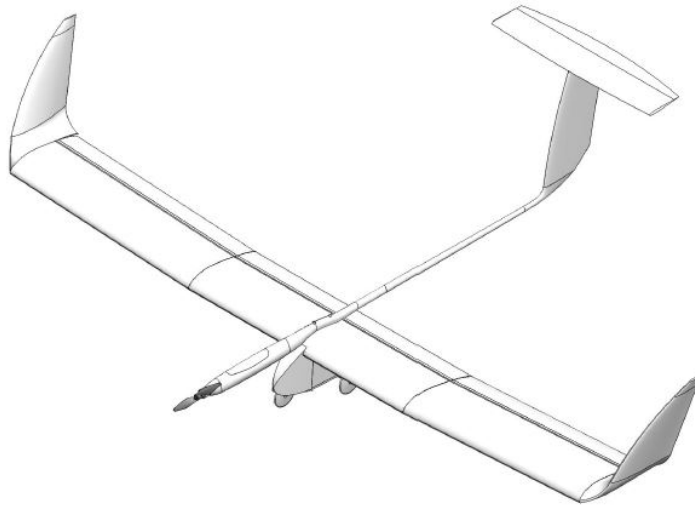
- Motor mora biti nemodificirani AXI Gold 2826/10,
- Propeler mora biti nemodificirani APC 13x7 Sport. Dozvoljeno je imati jedan propeler.

### 4.1. Letjelica HUSZ Tern

Zadatak na natjecanju Air Cargo Challenge bio je izraditi letjelicu koja može sa zadanim teretom napraviti najbrži let. Slika (4.1) prikazuje letelicu HUSZ Tern. U konačnici je letelica s teretom imala masu 13,4 kg, a taj je iznos korišten i u radu. Prema [13], referentna površina letjelice je  $S = 1.009m^2$ . Potrebna snaga za pogon letjelice ovisit će o otporu, kojeg čini nulti otpor  $C_{D0}$  i inducirani otpor  $KC_L^2$ . Prema [13], za idealni slučaj nulti otpor iznosi  $C_{D0} = 0.0459$ , a koeficijent  $K = 0.0411$ . Također, maksimalni koeficijent uzgona  $C_{Lmax}$  iznosi 2,2 i ta vrijednosti određuje brzinu  $V_{stall}$  ispod koje letjelice ne može letjeti jer dolazi do sloma uzgona.

### 4.2. Motor AXI Gold 2826/10

Za promatrani motor nisu poznate značajke, kao ni režimi rada promatranog zakoplova te su temeljem rezultata programa Drive Calculator [14] za dani motor, pretpo-



Slika 4.1: Letjelica HUSZ Tern

tavljeni napon baterija i ograničenja kontrolera dobiveni podaci za radni režim motora odnosno raspoložive snage:

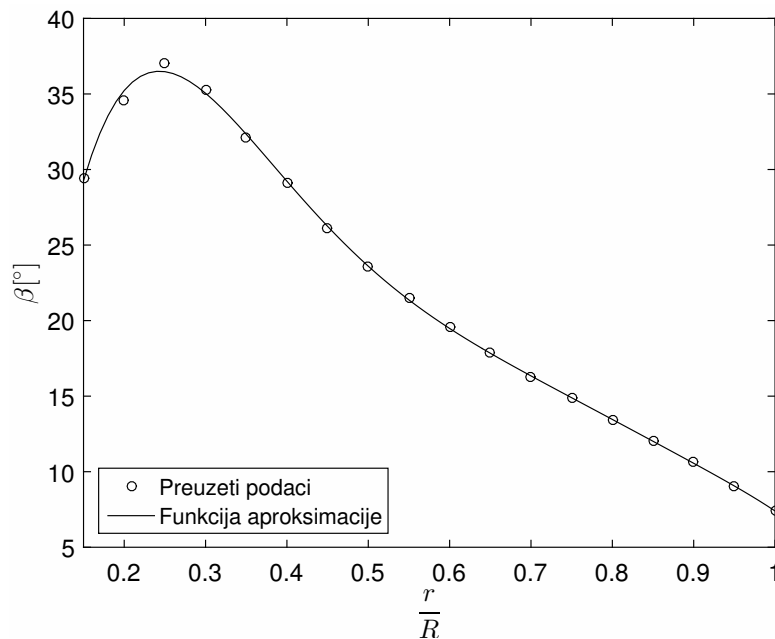
$$P_{mot} = 294 \text{ W},$$

$$n = 120 \text{ s}^{-1}$$

### 4.3. Propeler APC Sport 13x7

#### 4.3.1. Geometrija propelera

Za razliku od prethodno analiziranog, APC Sport 11x7, geometrija ovog propelera nije poznata. Zbog toga su preuzeti podaci za APC Sport 11x7 za tetivu i kut kraka u ovisnosti o radijusu. Vrijednosti za kut kraka su zatim modificirane u skladu s dostupnim podacima za propelera drugih promjera. To je izvedeno tako da su vrijednosti kuta kraka kod 11x7 umanjene za  $2^\circ$ , a potom aproksimirane funkcijom koja je korištena za 13x7. Kasnija provjera rezultata sa i bez ove modifikacije potvrdila je njenu točnost, no ona još uvijek ostaje donekle pretpostavka, jer razlika kuta kraka vjerojatna nije fiksna po radijusu za propelere različitih promjera kao što je ovdje uzeto. Stoga, vrijednosti tetive po rasponu kraka odgovaraju slici (3.15), a slika (4.2) prikazuje kut kraka.



Slika 4.2: Promjena kuta kraka po rasponu kraka za propeler APC Sport 13x7

### 4.3.2. Aerodinamičke karakteristike aeroprofila

Za aeroprofil ovog propelera vrijedi ista pretpostavka kao i za APC Sport 11x7 odnosno aeroprofilom se smatra Clark-Y. Za broj okretaja određen motorom dobiven je referentni Reynoldsov broj  $Re_{ref} = 0.15 \cdot 10^6$ , što se može vidjeti na slici (4.3). Aeroprofil je analiziran u XFOIL-u pri referentnom Reynoldsovom broju, a rezultate analize prikazuju slike (4.4) i (4.5).

Prema tome, koeficijent uzgona računa se prema izrazu

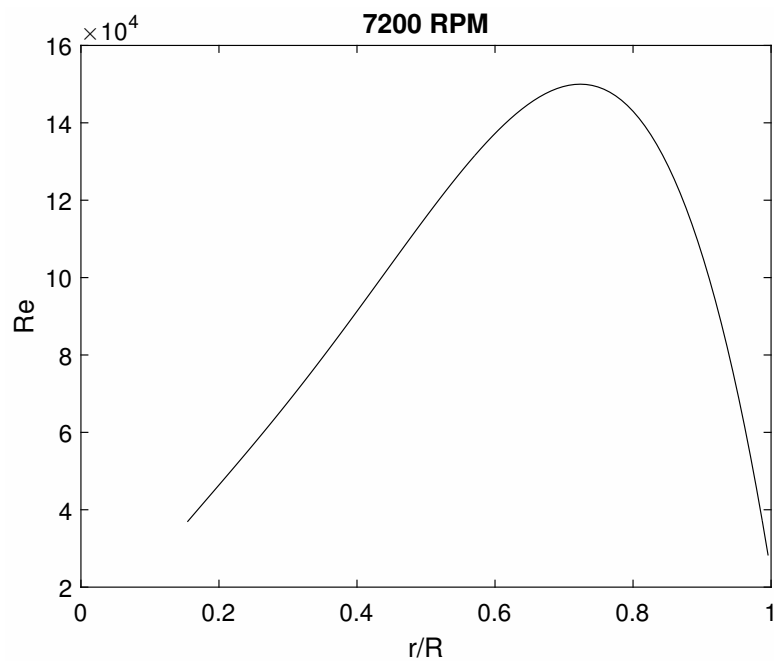
$$c_l = 5.704\alpha + 0.377, \quad (4.1)$$

a koeficijent otpora prema

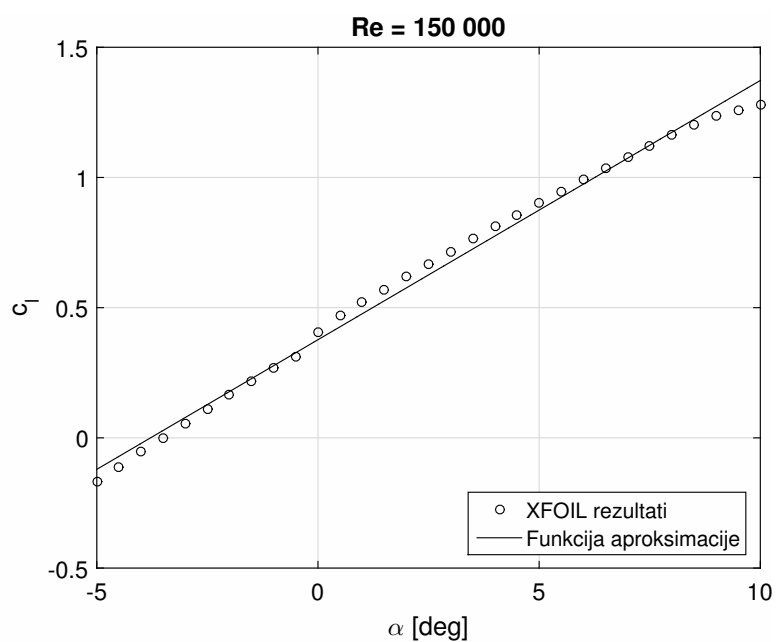
$$c_d = 0.001\alpha^2 - 0.029\alpha + 0.012. \quad (4.2)$$

### 4.3.3. Rezultati

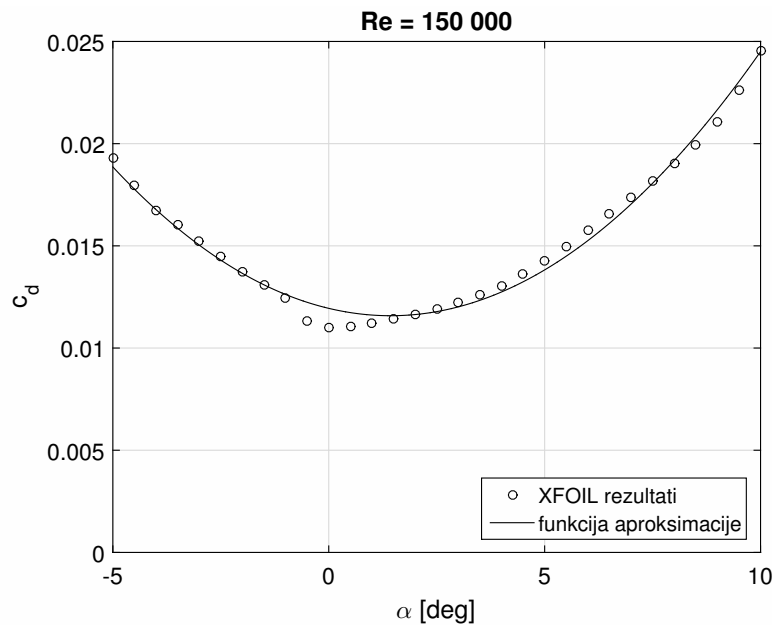
Konačni rezultati za koeficijente pogonske sile, snage i iskoristivosti prikazani su na slikama (4.6) - (4.8), a uspoređeni su s podacima o performansama propelera koje daje



Slika 4.3: Vrijednosti Reynoldsova broja po rasponu kraka propelera



Slika 4.4: Funkcija ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom za aeroprofil Clark-Y



Slika 4.5: Funkcija ovisnosti koeficijenta otpora o napadnom za aeroprofil Clark-Y

proizvođač za  $n = 117s^{-1}$ .

Korisno je za daljnju analizu prikazati odgovarajuće brzine za promatrani raspon koeficijenata napredovanja (sl. 4.9).

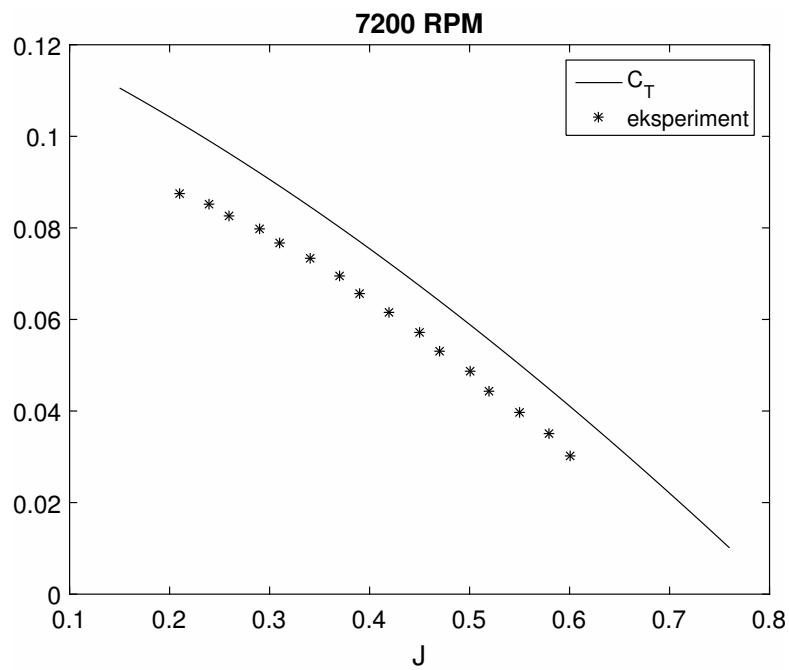
## 4.4. Minimalna i maksimalna brzina leta letjelice HUSZ Tern

Kada su poznate performanse propelera i snaga motora, moguće je odrediti krivulje raspoložive i potrebne snage, čija će presjecišta definirati minimalnu i maksimalnu brzinu koju letjelica može postići. Raspoloživa snaga jednaka je

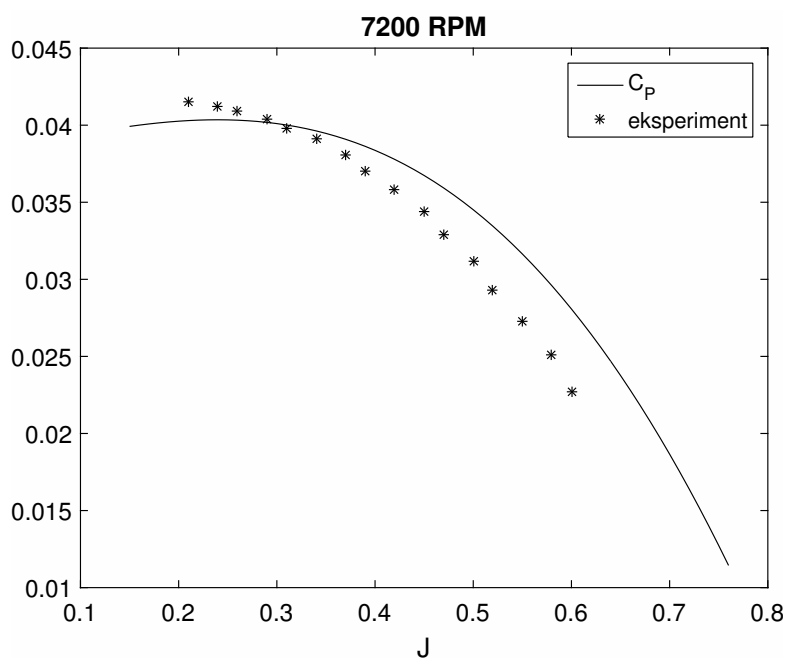
$$P_a = \eta \cdot P_{mot}, \quad (4.3)$$

a potrebna snaga

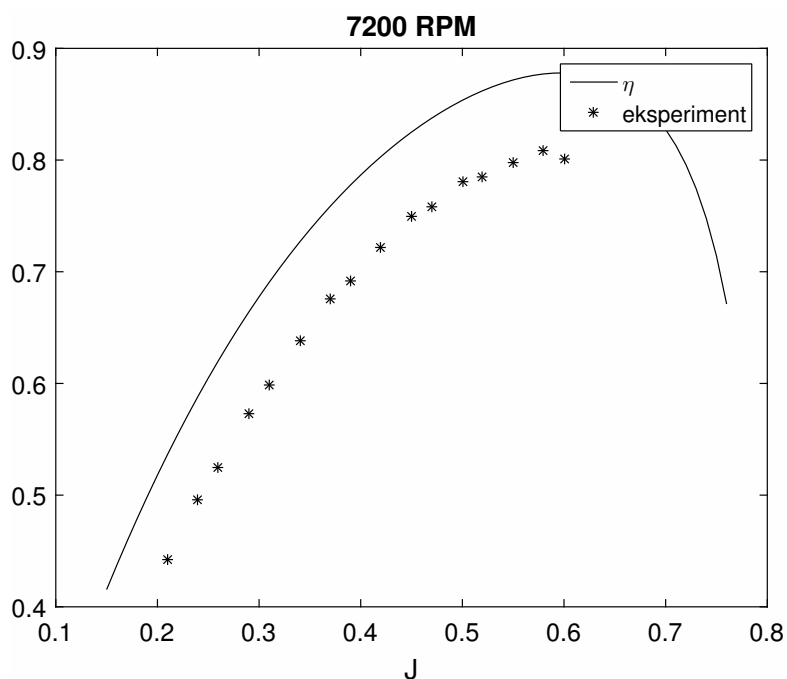
$$P_r = V \cdot \left( \frac{\rho S_{ref} V^2}{2} C_{D0} + \frac{2KW^2}{\rho S_{ref} V^2} \right). \quad (4.4)$$



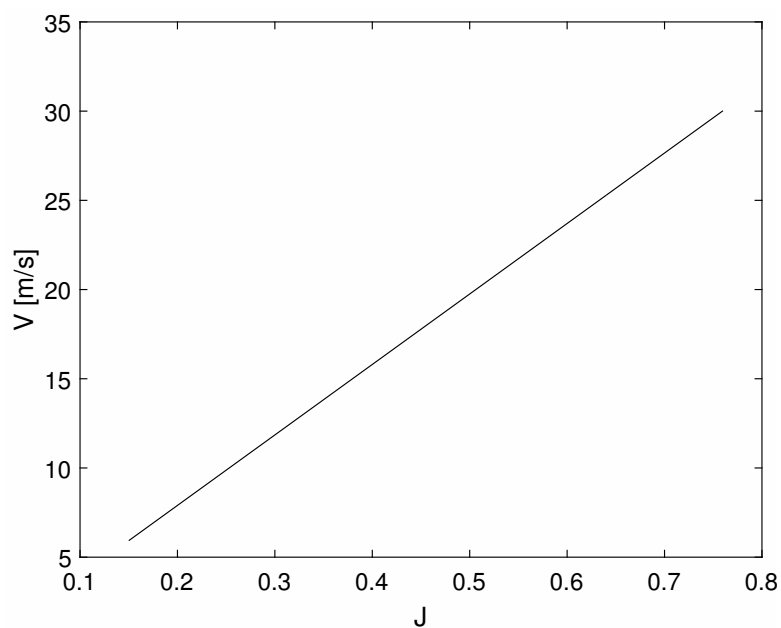
Slika 4.6: Promjena koeficijenta pogonske sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za  $n = 117s^{-1}$



Slika 4.7: Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za  $n = 117s^{-1}$

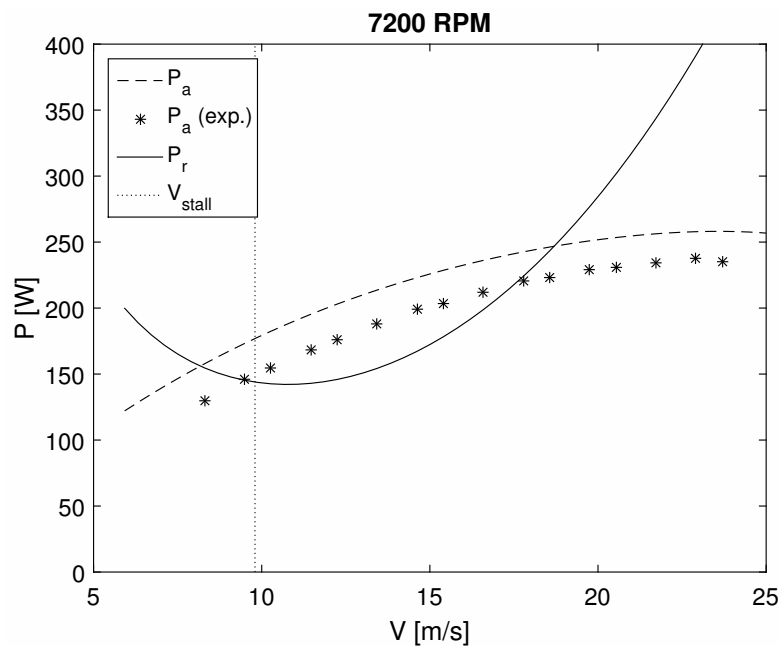


Slika 4.8: Promjena koeficijenta iskoristivosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja  $J$  uspoređena s podacima proizvođača prema [15] za  $n = 117s^{-1}$



Slika 4.9: Pripadajuće brzine za raspon koeficijenata napredovanja

Slika (4.10) prikazuje krivulje raspoložive i potrebne snage za let na razini mora. Iz slike je vidljivo da je maksimalna brzina koju može postići letjelica  $V_{max} = 18,6$  m/s, dok minimalna brzina nije ograničena potrebnom snagom nego slomom uzgona i iznosi  $V_{min} = 9,8$  m/s. Dobivena maksimalna brzina je u skladu s procjenom postignute brzine na natjecanju, za let letjelice s navedenom masom, koja je iznosila 15 m/s.



Slika 4.10: Minimalna i maksimalna brzina leta

Sa slika (4.8) i (4.9) vidljivo je da propeler postiže maksimalnu iskoristivost na  $V = 25$  m/s, što znači da letjelica neće letjeti pri najvećoj iskoristivosti propelera. No, s obzirom da su motor, kao i propeler, unaprijed određeni, na tom području nije bilo prostora za poboljšanje. Let pri najvećoj iskoristivosti mogao bi se postići drukčijim otporom letjelice, koji bi utjecao na pomak potrebne snage. U slučaju da je izbor propelera slobodan (uz pretpostavku zadanog motora) propeler bi se optimirao prema motoru. U ovom slučaju, dobar bi bio izbor propelera manjeg koraka kod kojeg bi krivulja raspoložive snage bila pomaknuta ulijevo. Tako bi se dobila mogućnost leta pri najvećoj efikasnosti.

## 5 Zaključak

Kroz ovaj rad opisana je kombinirana teorija elementarnog kraka i teorije diska i predstavljen je model za njenu numeričku implementaciju. Pri tome je strujanje zraka smatrano dvodimenzionalnim, zanemaren je utjecaj Machovog broja te nisu uključeni gubici na vrhovima krakova. Model je zatim primjenjen na dva propelera, jedan većeg promjera poznate geometrija i aeroprofila i drugi koji se koristi u modelarske svrhe, kojem je također geometrija poznata, dok je aeroprofil pretpostavljen. Rezultati su uspoređeni s eksperimentalnim mjerenjima te analizirani uz popratno objašnjenje pojava zbog kojih je došlo do odstupanja u određenim slučajevima. Potom je model primjenjen na propeler letjelice HUSZ Tern, a dobivene performanse iskorištene su za računanje krivulje dostupne snage. Uz dostupne podatke o letjelici, dobivena je i krivulja potrebne snage i brzina sloma uzgona. Sjecištem ovih krivulja dobivene su minimalna i maksimalna brzina leta, čiji iznosi odgovaraju procjenama brzina koje je letjelica postigla na natjecanju.

Primjenom numeričkog modela teorije elementarnog kraka i teorije diska na stvarne propelere pokazano je da teorija daje zadovoljavajuće rezultate, kako za propelere velikih promjera, tako i za manje propelere, ali se također pokazalo i da ima prostora za poboljšanje. Uslijed pretpostavki teorije odnosno gubitaka koje model ne uzima u obzir, rezultati za koeficijente pogonske sile i snage uvijek su nešto veći od izmjerenih. Kao poboljšanje u ovom smislu, u model bi se mogle uvesti korekcije za gubitke na vrhovima propelera, trodimenzionalno strujanje i po potrebi korekcija koeficijenta uzgona zbog Machovog broja.

Nadalje, primjena ovog modela znatno je otežana ukoliko nije poznata geometrija pro-

pelera i aeroprofil u presjeku. Određena zanemarenja kod aeroprofila i odstupanja od stvarnog kuta kraka koja su korištena u ovom radu sigurno su imali utjecaj na krajnje rezultate. Ovom problemu se može doskočiti metodama vizualne integracije kojima se snimanjem može odrediti geometrija propelera, ili, ako potrebe dopuštaju, 3D printanjem propelera.

Kod propelera malih radijusa postižu se male vrijednosti Reynoldsova broja pri kojima se vrijednosti koeficijenta uzgona i otpora mijenjaju, a što ima značajan utjecaj na performanse. U ovom radu aeroprofil je analiziran u uvjetima samo jednog Reynoldsova broja, onog na referentnom radijusu te su za taj Reynoldsov broj dobiveni koeficijent uzgona i otpora korišteni primjenjeni na cijeli raspon kraka. No, raspon Reynoldsovih brojeva po kraku je značajan, pa bi se u tom smislu model mogao poboljšati ako bi se Reynoldsov broj promatrao kao funkcija radijusa, a zatim bi i koeficijent uzgona i otpora bili funkcije radijusa.

Konačno, poznavanje performansi propelera dobivenih modelom korisno je iz razloga predviđanja performansi letjelice na koju je propeler postavljen, što je pokazano u radu. U ovom slučaju korak prema poboljšanju bio bi detaljni uvid u modeliranje samog električnog motora s kontrolerom i baterijama. No, iako su kod promatrane letjelice motor i propeler unaprijed zadani, to ne mora biti tako. U tom slučaju, model bi bio dobar početak za optimizaciju kombinacije propeler-motor.

# Literatura

- [1] Vrdoljak, M., *Konstrukcija i održavanje propelera*, 2006.
- [2] McCormick, Barnes W., *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., godina
- [3] Hartman, E. P. and Biermann, D., *The Aerodynamic Characteristics of Full-Scale Propellers Having 2, 3, and 4 Blades of Clark Y and R.A.F. 6 Airfoil Sections*, NACA Report 640, Washington, 1938.
- [4] Nenadović, M., *Osnove aerodinamičkih konstrukcija: Elise*, Mašinski fakultet, Beograd, 1976.
- [5] Drela, M., XFOIL: *An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*. In *"Low Reynolds Number Aerodynamics"*, edited by Mueller, T. J., Vol. 54, Lecture Notes in Engineering, Springer, Berlin, 1989, pp. 1-12.
- [6] XFLR5, <http://www.xflr5.com/xflr5.htm>, veljača 2017.
- [7] Leishman, J.G., *Principles of Helicopter Aerodynamics*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [8] Ohad Gur, Aviv Rosen:, *Propeller Performance at Low Advance Ratio*, Journal of Aircraft, Vol. 42, No. 2, March-April 2005
- [9] J.B. Brandt, R.W. Deters, G.K. Ananda, and M.S. Selig, *UIUC Propeller Database - Volume 1*, University of Illinois at Urbana-Champaign, veljača 2017. url:<http://m-selig.ae.illinois.edu/props/volume-1/propDB-volume-1.html#APC>

- [10] APC Propellers, *Engineering Design Process Used to Develop APC Propellers*, <https://www.apcprop.com/Articles.asp?ID=262#airfoil>
- [11] McCrink, M.H., Gregory, M.H., *Blade Element Momentum Modeling of Low-Reynolds Electric Propulsion Systems*, Journal of Aircraft, Article in advance, 2017.
- [12] Deters, R.W., Ananda, G.K., and Selig, M.S., *Reynolds Number Effects on the Performance of Small-Scale Propellers*, AIAA Aviation and Aeronautics Forum and Exposition (Aviation 2014), AIAA Paper 2014-2151, Atlanta, 2014.
- [13] Čulina, J., *Analiza performansi bespilotne letjelice HUSZ Tern*, Zagreb 2016.
- [14] Drive Calculator, <http://drivecalc.de/>
- [15] APC Propellers Performance data, APC Sport 13x7, [http://apcserve.w20.wh-2.com/v/PERFILES\\_WEB/PER3\\_13x7.dat](http://apcserve.w20.wh-2.com/v/PERFILES_WEB/PER3_13x7.dat)