

# Numeričko modeliranje međuslojnih oštećenja kompozitnih konstrukcija u uvjetima cikličkog opterećenja

---

Škvorc, Petar

Master's thesis / Diplomski rad

2019

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:880770>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-17**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Petar Škvorc**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

doc. dr. sc. Darko Ivančević

Student:

Petar Škvorc

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru doc. dr. sc. Darku Ivančeviću stručnim savjetima, nesebičnoj pomoći i beskonačnom strpljenju,

Prof. dr. sc. Ivici Smojveru na nezaboravnim predavanjima,

Kolegicama i kolegama Heleni, Janji, Mariji, Andriji i Petru što su mi svojim prijateljstvom uljepšali diplomski studij,

Svojoj obitelji na kontinuiranoj podršci tijekom cijelog studija,

I finalno, svojoj djevojci na strpljenju i razumijevanju u trenucima kada to nije bilo jednostavno.

Ovaj uspjeh je i vaš uspjeh.

Petar Škvorc



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Petar Škvorec** Mat. br.: 0035195651

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje međuslojnih oštećenja kompozitnih konstrukcija u uvjetima cikličkog opterećenja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical modelling of interlayer damage of composite structures in cyclic loading conditions**

Opis zadatka:

Međuslojna oštećenja su posebno problematičan način popuštanja višeslojnih kompozitnih konstrukcija jer se radi o vrsti oštećenja koje se teško može otkriti vizualnim pregledom konstrukcije (engl. *Barely Visible Impact Damage* – BVID). Ako među kompozitnim slojevima postoje oštećenja, odnosno delaminacije, kompozitne konstrukcije će biti osjetljive na propagaciju delaminacija što može dovesti do narušavanja krutosti i preostale čvrstoće konstrukcije. U radu je potrebno numerički modelirati propagaciju međuslojnih oštećenja kompozitnih konstrukcija pod niskocikličkim opterećenjem pri čemu je potrebno koristiti metode za modeliranje oštećenja koje su ugrađene u računalni program za analizu metodom konačnih elemenata kao što su *Virtual Crack Closure Technique* (VCCT) ili modeliranje kohezivnim elementima. Materijal koji treba razmatrati u radu je ugljičnim vlaknima ojačana epoksidna smola.

Numerički model za modeliranje propagacije međuslojnih oštećenja potrebno je validirati korištenjem eksperimentalnih rezultata iz dostupne literature. U sljedećoj fazi rada potrebno je varirati postavne kutove višeslojnih kompozitnih ploča kako bi se odredio utjecaj rasporeda slojeva na propagaciju oštećenja među slojevima u uvjetima cikličkog opterećenja. Temeljem iskustva u radu potrebno je procijeniti mogućnosti primjene korištene numeričke metodologije za analizu realnih kompozitnih konstrukcija.

U radu koristiti programe za računalno modeliranje, a numeričku analizu izvršiti korištenjem programa *Abaqus*<sup>®</sup>. U radu navesti korištenu literaturu te eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

2. svibnja 2019.

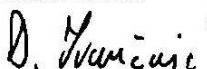
Datum predaje rada:

4. srpnja 2019.

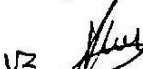
Predviđeni datum obrane:

10., 11. i 12. srpnja 2019.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA .....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK .....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. KOMPOZITNI MATERIJALI .....	1
1.1. Oštećenja kompozita .....	1
1.2. Utjecaj pojedinih konstituenata i parametara kompozita na čvrstoću materijala .....	3
2. DINAMIČKO OPTEREĆENJE .....	6
2.1. <i>S-N</i> metoda .....	8
3. INICIRANJE I RAST PUKOTINE .....	12
3.1. Koncentracija naprezanja .....	12
3.2. Zamorni rast pukotine .....	15
4. KONAČNI ELEMENTI ZA ANALIZU KOMPOZITNIH MATERIJALA .....	17
4.1. Ljuskasti konačni elementi .....	17
4.2. Trodimenzionalni elementi .....	18
5. NUMERIČKE METODE ZA ANALIZU DELAMINACIJA KOMPOZITNIH MATERIJALA .....	19
5.1. VCCT kriterij .....	19
5.1.1. BK law .....	20
5.1.2. Power law .....	20
5.1.3. Reeder law .....	20
5.2. Prošireni VCCT kriterij .....	20
5.3. Numeričko modeliranje zamornog rasta pukotine .....	21
6. NUMERIČKI MODEL .....	23

---

6.1. DCB model.....	23
6.2. Svojstva materijala.....	25
6.3. Modeliranje delaminacija pod kvazi-statičkim opterećenjem.....	26
6.3.1. Dodatne linije u input datoteci.....	32
Prije nego što se pokrene analiza, potrebno je dodati dvije linije u input datoteku. ....	32
7. Rezultati analiza pod kvazi-statičkim opterećenjem.....	34
7.1.1. Prva mreža konačnih elemenata .....	36
7.1.2. Druga mreža konačnih elemenata .....	37
7.1.3. Treća mreža konačnih elemenata.....	38
7.1.4. Četvrta mreža konačnih elemenata .....	39
7.1.5. Proces vršenja kvazi-statičke analize .....	41
7.2. Modeliranje delaminacija pod cikličkim opterećenjem .....	43
7.3. Rezultati cikličke analize .....	46
8. ZAKLJUČAK.....	62
LITERATURA.....	63
PRILOZI .....	64

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Načini popuštanja kompozita uslijed tlačnog opterećenja [3] .....	2
Slika 2. Delaminacija kompozita uslijed vlačnog ispitivanja [3].....	2
Slika 3. Utjecaj orijentacije vlakana na vlačnu čvrstoću [4].....	3
Slika 4. Vrste dinamičkog opterećenja [4].....	6
Slika 5. Cikličko opterećenje (lijevo) i naprezanje (desno) [4] .....	6
Slika 6. Slučajevi harmonijskog opterećenja [5].....	8
Slika 7. <i>S-N</i> krivulja za čelične materijale srednje čvrstoće [5].....	9
Slika 8. <i>S-N</i> krivulje s korekcijom utjecaja srednjeg naprezanja [6].....	10
Slika 9. Mjesta koncentracije naprezanja [6] .....	12
Slika 10. Mikropukotina [7].....	13
Slika 11. Načini otvaranja pukotine [7].....	14
Slika 12. Ovisnost duljine pukotine o broju ciklusa opterećenja [6].....	15
Slika 13. Parisov zakon [6] .....	16
Slika 14. Tipovi ljuskastih konačnih elemenata [15] .....	17
Slika 15. Prikaz poprečnog presjeka materijala modeliranog s trodimenzionalnim elementima [15] .....	18
Slika 16. Energija zatvaranja pukotine [8].....	19
Slika 17. Parisov zakon za numeričku analizu [9] .....	22
Slika 18. DCB model [12] .....	23
Slika 19. DCB model korišten za analizu [11], sa dimenzijama u [mm] .....	24
Slika 20. DCB model tijekom testiranja [11].....	24
Slika 21. Orijehtacija slojeva .....	26
Slika 22. <i>Node to surface</i> kontakt [15].....	27
Slika 23. Mreža SC8R elemenata na DCB modelu .....	28
Slika 24. Inicijalno slijeppljeni čvorovi.....	29
Slika 25. Rubni uvjeti DCB modela .....	29
Slika 26. Prva iteracija u inkrementu [15] .....	31
Slika 27. Prva mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu .....	34
Slika 28. Druga (lijevo) i treća (desno) mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu	35
Slika 29. Četvrta mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu .....	35
Slika 30. Nedelaminirana prva mreža konačnih elemenata .....	36
Slika 31. Delaminirana prva mreža konačnih elemenata.....	37



Slika 32. Delaminirana druga mreža konačnih elemenata.....	37
Slika 33. Nedelaminirana treća mreža konačnih elemenata .....	38
Slika 34. Neopterećena i delaminirana četvrta mreža konačnih elemenata.....	39
Slika 35. Pomaci kod inicijacije delaminacije za različite mreže konačnih elemenata.....	40
Slika 36. Ekvivalentno Von Misesovo naprezanje [MPa] delaminiranog modela .....	40
Slika 37. Proces vršenja analize delaminacije pod kvazi-statičkim opterećenjem .....	41
Slika 38. Usporedba vremena trajanja analize za korištene numeričke modele .....	42
Slika 39. Utjecaj broja Fourierovih vrijednosti na stabilizaciju rješenja [15] .....	43
Slika 40. Periodička funkcija definirana u <i>Abaqus</i> -u .....	45
Slika 41. Model i mreža konačnih elemenata napravljena po uzoru na [17].....	46
Slika 42. Propagacija delaminacije modela iz [17] .....	47
Slika 43. Usporedba rezultata sa [17].....	48
Slika 44. Početak delaminacije iz [17] .....	49
Slika 45. Usporedba vremena trajanja analize sa 100 inkremenata i sa 10 inkremenata .....	49
Slika 46. Eksperimentalni rezultati iz [11] .....	52
Slika 47. Prva analiza cikličke delaminacije.....	53
Slika 48. Varijacija druge varijable Parisova zakona.....	54
Slika 49. Vremena trajanja analiza varijacije $c_2$ .....	55
Slika 50. Varijacija prve varijable Parisova zakona.....	55
Slika 51. Varijacija četvrte varijable Parisova zakona .....	56
Slika 52. Vremena trajanja analiza varijacije $c_4$ .....	56
Slika 53. Varijacija treće varijable Parisova zakona .....	57
Slika 54. Rezultati analiza drugog modela .....	57
Slika 55. Vremena trajanja analiza drugog modela.....	58
Slika 56. Rezultati analiza modela sa slojevima pod +/-30 stupnjeva .....	59
Slika 57. Vrijeme trajanja analiza modela sa slojevima pod +/-30 stupnjeva .....	59
Slika 58. Rezultati analiza modela s rasporedom slojeva +/-45 stupnjeva.....	60
Slika 59. Vrijeme trajanja analiza modela sa slojevima pod +/-45 stupnjeva .....	60
Slika 60. Usporedba rezultata modela s različitim postavnim kutevima kod iste inkrementacije .....	61

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Geometrijska svojstva DCB modela .....24

Tablica 2. Svojstva 8552/IM7 .....25

Tablica 3. Kritične brzine oslobađanja deformacijske energije za 8552/IM7 [14] .....25

Tablica 4. Odabrane vrijednosti kritičnih brzina oslobađanja deformacijskih energija .....27

Tablica 5. Parametri Parisova zakona za prvu analizu .....53

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$c_1, c_2, c_3, c_4$	-	Varijable Parisova zakona
$D_{uk}$	-	Akumulirano oštećenje konstrukcije
$F_a$	N	Amplituda opterećenja
$F_m$	N	Srednja vrijednost opterećenja
$G_{IC}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična ekvivalentna brzina oslobađanja energije deformiranja za prvi mod otvaranja pukotine
$G_{IIC}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična ekvivalentna brzina oslobađanja energije deformiranja za drugi mod otvaranja pukotine
$G_{IIIC}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična ekvivalentna brzina oslobađanja energije deformiranja za treći mod otvaranja pukotine
$G_{equiv}$	J/m <sup>2</sup>	Ekvivalentna brzina oslobađanja energije deformiranja za par čvorova
$G_{equivC}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična ekvivalentna brzina oslobađanja energije deformiranja
$K_{Ic}$	MPa√mm	Lomna žilavost materijala
$N_f$	-	Broj ciklusa do loma
$N_{fi}$	-	Broj ciklusa s kojim dolazi do loma konstrukcije s $i$ -tom amplitudom
$S_a$	MPa	Amplituda naprezanja
$S_{a0}$	MPa	Efektivna amplituda naprezanja
$S'_f$	-	Koeficijent zamorne čvrstoće
$S_u$	-	Inženjerska vlačna čvrstoća
$S_y$	MPa	Granica tečenja
$n_i$	-	Broj ciklusa s $i$ -tom amplitudom
$\Delta K_c$	MPa√mm	Vrijednost $\Delta K$ kod kojeg dolazi do naglog loma
$\Delta K_{th}$	MPa√mm	Najmanja vrijednost $\Delta K$ ispod kojeg neće doći do rasta pukotine
R	-	Omjer naprezanja
C	mm/ciklusu	Konstanta materijala
$F(t)$	N	Vremenski promjenjivo opterećenje
K	MPa√mm	Koeficijent intenzivnosti naprezanja
a	mm	Duljina pukotine kod loma
b	-	EkspONENT zamorne čvrstoće
m	-	Konstanta materijala
t	s	Vrijeme
$\alpha$	rad	Fazni kut naprezanja
$\varphi$	rad	Fazni kut opterećenja
$\sigma$	MPa	Nazivno naprezanje kod loma
$\sigma_a$	MPa	Amplituda naprezanja

---

$\sigma_d$	MPa	Donje naprezanje
$\sigma_g$	MPa	Gornje naprezanje
$\sigma_m$	MPa	Srednja vrijednost naprezanja
$\Omega$	rad/s	Kružna frekvencija opterećenja

---

**SAŽETAK**

Cilj ovog rada je numerički modelirati proces stvaranja i propagacije međuslojnih oštećenja kompozita od ugljičnih vlakana ojačanih epoksidnom smolom tijekom dugotrajnog cikličkog opterećenja.

Analiza je provedena pomoću metode konačnih elemenata unutar programskog paketa *Abaqus/Standard*. Validacija modela i korištenih parametara je utvrđivana uspoređivanjem numerički dobivenih rezultata s eksperimentalnim rezultatima iz literature.

U prvom djelu rada je dan teorijski pregled karakteristika i proizvodnje kompozitnih materijala, a zatim osnove matematičkog opisivanja dinamičkog opterećenja. Potom su opisane teorijske osnove mehanike loma i oštećenja, te je nakon toga dan pregled konačnih elemenata za analizu kompozitnih konstrukcija. Finalno, opisane su numeričke metode korištene za analizu.

U drugom dijelu rada je definirana geometrija modela i opisan je postupak modeliranja cikličkog opterećenja i mehanike oštećenja u numeričkom smislu. Finalno, dobiveni rezultati su uspoređivani s eksperimentalnim, te su nakon toga varirani parametri materijala pri čemu je praćena konvergencija rješenja kao i vrijeme trajanja analize za svaku varijaciju.

**Ključne riječi:** Kompozitni materijal, zamor konstrukcije, cikličko opterećenje, delaminacija, VCCT metoda, DCB model, numerička analiza, metoda konačnih elemenata.

---

**SUMMARY**

The purpose of this thesis is to numerically model the process of initiation and propagation of interlaminar damage of carbon fibre/epoxy composite during cyclic loading.

The analysis was carried out via finite element method within *Abaqus/Standard*. Model and material parameter validation was done by comparison of numerical values and experimental data from literature.

A theoretical overview of material characteristics and manufacturing process of composite materials is done in the first part of the thesis. Then, theoretical basics of mathematical description of fatigue loading is shown. Furthermore, the basics of fracture and damage mechanics are described. Finally, numerical methods, as well as finite elements for analysis of composite materials are explained.

The second part of the thesis consists of detailed description of the numerical modelling process. The obtained results were compared to experimental, and material parameters were varied to study their effects on the results and the analysis duration.

**Key words:** Composite materials, fatigue, cyclic loading, delamination, VCCT method, DCB model, numerical analysis, finite element method.

## 1. KOMPOZITNI MATERIJALI

Kompozitni materijali, odnosno kompoziti su materijali proizvedeni umjetnim spajanjem dvaju ili više različitih materijala (konstituenata) s ciljem dobivanja novog materijala sa svojstvima kakva ne posjeduje ni jedan konstituent zasebno. Prema [1], kompoziti mogu biti: metalno-metalni, metalno-keramički, metalno-polimerni, keramičko-polimerni, keramičko-keramički, polimerno-polimerni, polimerno-metalni. Stoga, temeljna podjela kompozita je na metalne, keramičke i polimerne kompozite. Daljnja podjela kompozita prema [1] je podjela na kompozite s česticama, vlaknima ojačane kompozite, slojevite kompozite i sendvič konstrukcije. U ovom radu će najviše govora biti o slojevitim kompozitima.

Dva su osnovna konstituenta kod kompozitnih materijala, a to su:

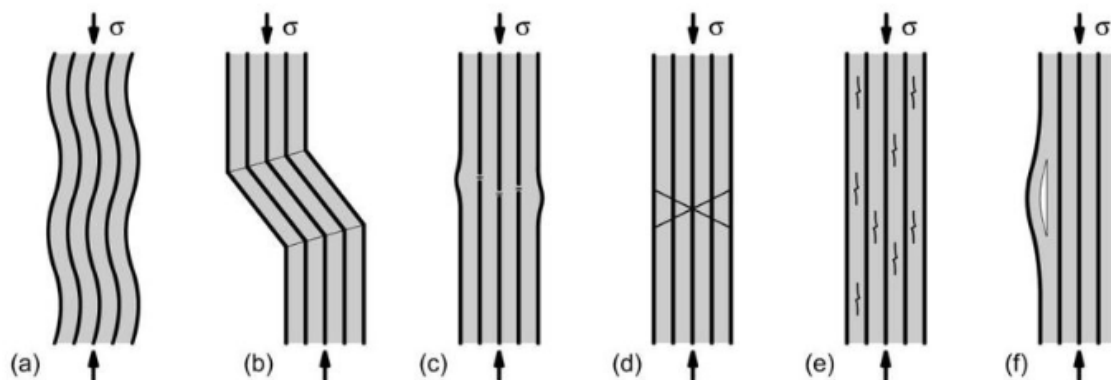
- matrica (eng. *matrix*), i
- ojačalo (eng. *reinforcement*).

Osnovna zadaća matrice je da oblikuje geometriju materijala, dok je osnovna zadaća ojačala, prema [2] da materijalu daje čvrstoću, krutost i otpornost na trošenje. Uz to, funkcija matrice je također prijenos opterećenja kroz materijal, te zaštita ojačala od vanjskih utjecaja koji bi mogli dovesti do korozije.

Prema [2], svojstva kompozita će ovisiti o veličini i raspodjeli konstituenata, svojstvima konstituenata, volumnom udjelu konstituenata, obliku konstituenata te prirodi i jakosti veza između konstituenata.

### 1.1. Oštećenja kompozita

S obzirom da se kompozitni materijali sastoje od više konstituenata, za očekivati je da postoji i više mehanizama oštećenja. Oštećenja kompozita mogu biti interlaminarna i intralaminarna. Kod intralaminarnih oštećenja se pukotina nalazi unutar sloja kompozitne konstrukcije, dok se kod interlaminarnih oštećenja pukotina nalazi između dva susjedna sloja,



**Slika 1. Načini popuštanja kompozita uslijed tlačnog opterećenja [3]**

Intralaminarna oštećenja se dijele na:

- a), b) izvijanje vlakana (eng. *fibre kinking*)
- c) lom vlakana (eng. *fibre cracking*)
- d), e) lom matrice (eng. *matrix cracking*)
- odvajanje matrice i vlakana (eng. *fibre-matrix debonding*)
- izvlačenje vlakana (eng. *fibre pullout*)

Interlaminarno oštećenje je:

- f) delaminacija (eng. *delamination*).

Iznad navedena oštećenja su prikazana na slici 1.

Posebna vrsta oštećenja koja su vrlo opasna kod zrakoplovnih konstrukcija su jedva vidljiva udarna oštećenja (eng. *Barely Visible Impact Damage*), koja se mogu sastojati od delaminacija i loma matrice koje prethodi delaminaciji.



**Slika 2. Delaminacija kompozita uslijed vlačnog ispitivanja [3]**



Slika 2 prikazuje delaminaciju kompozitnog materijala koja je nastala prilikom vlačnog ispitivanja zbog različite krutosti pojedinih vlakana.

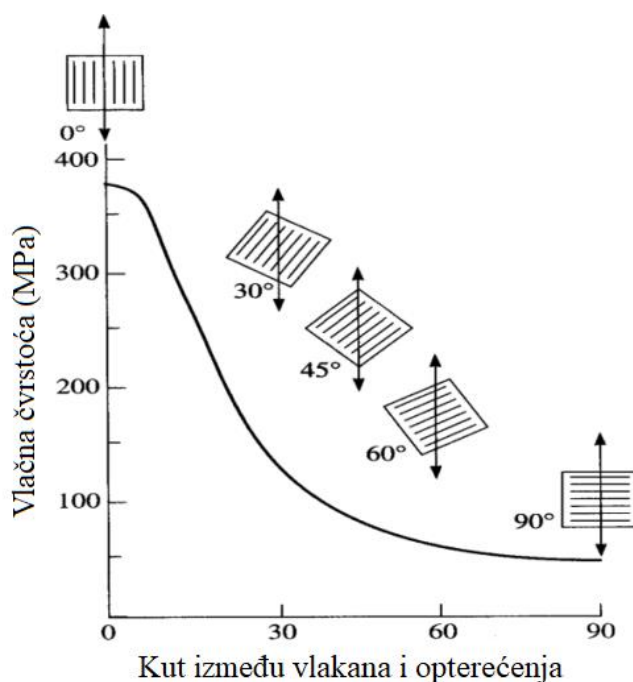
## 1.2. Utjecaj pojedinih konstituenata i parametara kompozita na čvrstoću materijala

### 1. Matrica

Uloga matrice je da štiti materijal od utjecaja okoline, drži vlakna na okupu i prenosi opterećenje na njih te da daje vanjsku geometriju kompozitnoj konstrukciji. Čvrstoća i krutost matrice su generalno nižih vrijednosti u odnosu na vlakna. Pojava i propagacija pukotine u matrici, odnosno delaminacija značajno snižava nosivost konstrukcije, stoga je potrebno redovito vršiti provjere integriteta konstrukcije nekom od nerazornih metoda, primjerice ultrazvučnim ispitivanjem.

### 2. Vlakna

Glavna uloga vlakana u kompozitnom materijalu je prenošenje opterećenja. Ona su također izvor anizotropnosti kompozitnih materijala budući da su njihove konstante elastičnosti različite ovisno o usmjerenju.



Slika 3. Utjecaj orijentacije vlakana na vlačnu čvrstoću [4]

Slika 3 pokazuje utjecaj orijentacije vlakana u kompozitnom materijalu na njegovu vlačnu čvrstoću. Mogućnost određivanja željene orijentacije vlakana je upravo i najveća specifičnost kompozitnih materijala, te karakteristika koja ih najviše razlikuje od ostalih, izotropnih

materijala kao što su metali. U smjeru vlakana kompozitni materijali imaju daleko veću čvrstoću od metala, ali ona naglo pada sa promjenom kuta opterećenja u odnosu na kut vlakana, do toga da je kod opterećenja okomito na smjer vlakana vlačna čvrstoća mnogo manja kod kompozita u odnosu na metale. Međutim, kompoziti se iz tog razloga proizvode sa većim brojem slojeva pod različitim kutevima, čime se dobivaju željene vrijednosti krutosti i čvrstoće u željenim smjerovima. Također, kompozitni materijali su mnogo lakši od većine metala, što ih čini vrlo korisnima za zrakoplovnu i automobilsku industriju.

U praktičnoj primjeni pojava delaminacija kod kompozitnih materijala se često javlja prilikom udarnih opterećenja. Do udarnih opterećenja može doći primjerice prilikom leta zrakoplova kroz tuču ili pri udaru ptice u zrakoplov. Sposobnost kompozitnih materijala da podnesu udarna opterećenja najviše ovisi o svojstvima vlakana i matrice. Povećanje lomne žilavosti matrice bitno povećava sposobnost podnošenja udarnih opterećenja kompozita. Iz literature se može vidjeti da je preostala čvrstoća kompozita nakon udarnog opterećenja proporcionalna  $G_{IC}$ , kritičnoj brzini oslobađanja energije deformiranja za prvi način otvaranja pukotine, o čemu će biti više rečeno kasnije. Korištenje matrice sa većim  $G_{IC}$  se stoga povećava otpornost prema udarnom oštećenju. Također, matrice sa većim  $G_{IC}$  pokazuju veću otpornost prema delaminacijama. Nadalje, tehnika prošivavanja je također korisna za povećanje otpornosti materijala prema delaminacijama budući da delaminacije propagiraju između slojeva.

Budući da je proračunavanje preostale čvrstoće kompozita nakon oštećenja vrlo zahtjevno, u industriji se često koriste takozvani *knockdown* faktori. Njihova svrha je proračunsko smanjenje određenih parametara materijala čija vrijednost se smanjila nakon oštećenja. *Knockdown* faktori su iznosa između 0 i 1, te njihovim množenjem s parametrom od interesa se dobiva smanjena vrijednost parametra koja odgovara njegovim realnim vrijednostima nakon oštećenja.

Postoje određene preporuke i ograničenja prilikom konstruiranja kompozitnih materijala kojih se poželjno držati, a nastala su iskustvom, provedenim eksperimentima i ograničenjima proizvodnje [5].

- Koristiti uravnotežene laminate da bi se izbjeglo vitoperenje. Uravnotežen laminat podrazumjeva jednak broj pozitivno i negativno orijentiranih slojeva u slučajevima kada je postavni kut različit od  $0^\circ$  i  $90^\circ$ .
- Koristiti minimalno 10% slojeva orijentiranih u svakom od glavnih smjerova ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ) kako bi se osigurala minimalna potrebna čvrstoća u svim smjerovima.
- Koristiti maksimalno četiri uzastopna jednako usmjerena sloja u bilo kojem smjeru kako bi se izbjegla delaminacija prilikom skraćivanja duljine prilikom opterećivanja ili

---

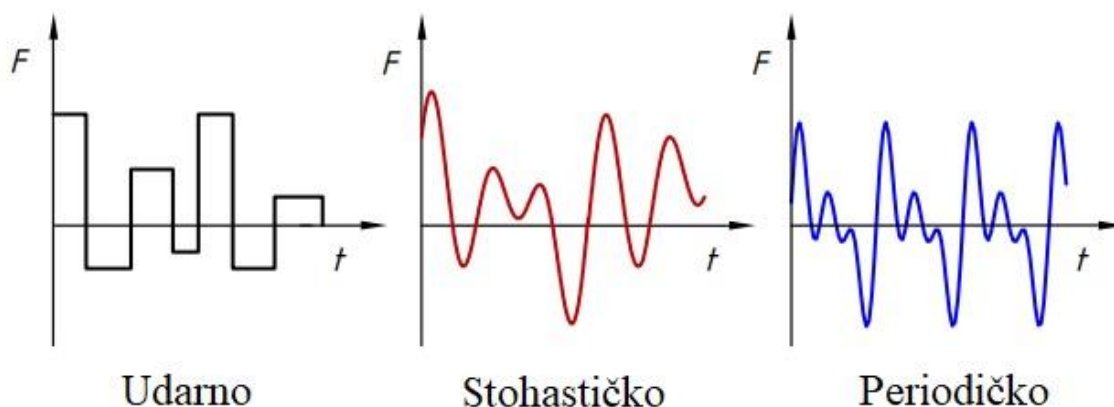
temperатурне промјене. Такође, тиме се спрјећава ширење пукотине у матрици кроз слојеве.

- Слојеве оријентиране под  $\pm 45^\circ$  поставити на ванјске површине смиčno opterećenih konstrukcija kako bi se povećala otpornost na izvijanje.

## 2. DINAMIČKO OPTEREĆENJE

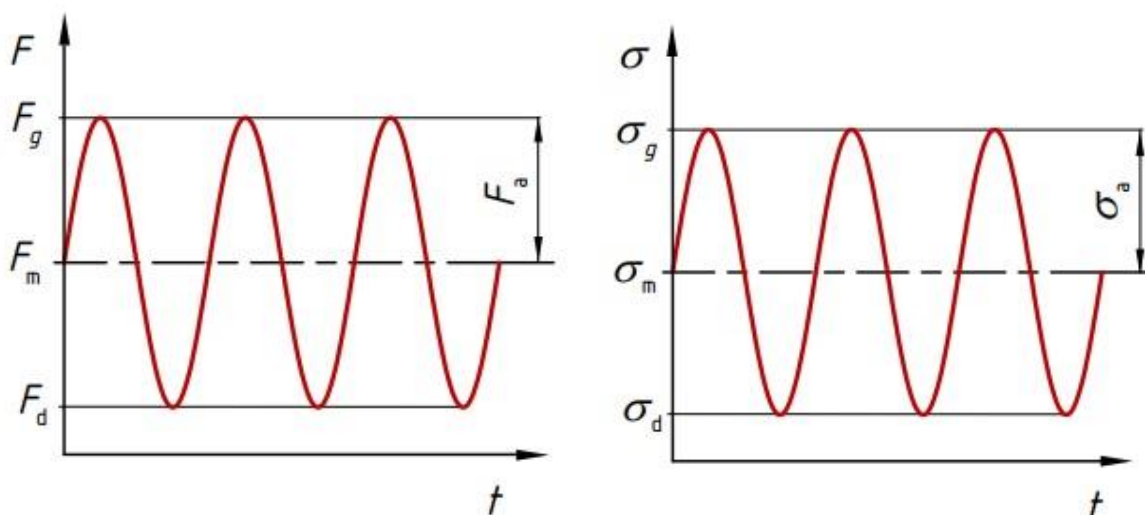
Dinamičko opterećenje je svako opterećenje konstrukcije kod kojeg postoji promjena opterećenja u vremenu. Postoji više tipova dinamičkog opterećenja:

- udarno opterećenje,
- slučajno ili stohastičko opterećenje, te
- periodičko opterećenje.



Slika 4. Vrste dinamičkog opterećenja [6]

Slika 4 prikazuje dijagrame ovisnosti sile u vremenu za različite tipove dinamičkog opterećenja.



Slika 5. Cikličko opterećenje (lijevo) i naprezanje (desno) [6]

Jednostavan oblik periodičkog opterećenja je cikličko ili harmonijsko opterećenje, prikazano na slici 5 lijevo.

Cikličko opterećenje sa slike 3. se može opisati funkcijskom ovisnošću:

$$F(t) = F_m + F_a \sin(\Omega t + \varphi), \quad (3.1)$$

pri čemu je:

$F(t)$  - vremenski promjenjivo opterećenje,

$t$  - vrijeme,

$F_m$  - srednja vrijednosti opterećenja,

$F_a$  - amplituda opterećenja,

$\Omega$  - kružna frekvencija opterećenja, i

$\varphi$  - fazni kut opterećenja.

Takvo opterećenje uzrokuje naprezanje prikazano na slici 5 desno.

Cikličko naprezanje se može prikazati funkcijom:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(\Omega t + \alpha), \quad (3.2)$$

gdje je

$\sigma_m$  - srednja vrijednost naprezanja,

$\sigma_a$  - amplituda naprezanja, i

$\alpha$  - fazni kut naprezanja.

Potrebno je također spomenuti da se u pojednostavljenom postupku određivanja dinamičke čvrstoće materijala zanemaruje frekvencija naprezanja, odnosno opterećenja, te da se u obzir uzimaju samo ekstremne vrijednosti.

Pri tome je gornje naprezanje:

$$\sigma_g = \sigma_m + \sigma_a, \quad (3.3)$$

a donje naprezanje:

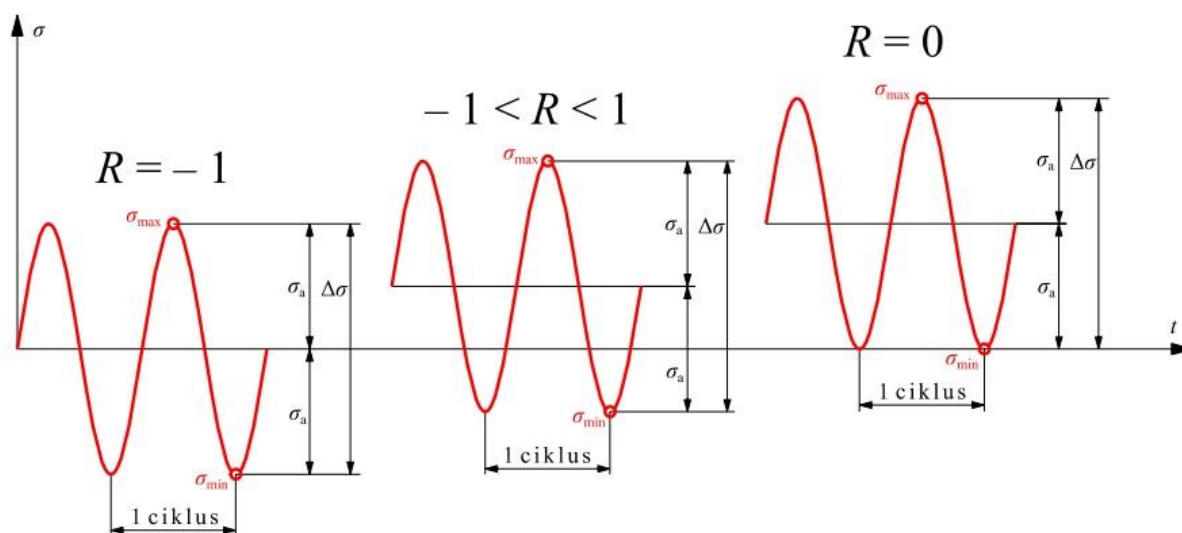
$$\sigma_d = \sigma_m - \sigma_a. \quad (3.4)$$

Iz gornjih jednadžbi također slijedi:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_g + \sigma_d}{2}, \quad (3.5)$$

i

$$\sigma_a = \frac{\sigma_g - \sigma_d}{2}. \quad (3.6)$$



Slika 6. Slučajevi harmonijskog opterećenja [7]

Cikličko harmonijsko opterećenje može biti pozitivnog ili negativnog predznaka, odnosno može uzrokovati vlačna ili tlačna naprezanja, prikazano na slici 6. Da bi se lakše definirao omjer naprezanja, uveden je izraz:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (3.7)$$

Najčešći i najjednostavniji slučaj cikličkog harmonijskog opterećenja prikazan je na Slici 6. lijevo, kod kojeg su maksimalno i minimalno naprezanje jednakog iznosa ali suprotnog predznaka.

### 2.1. S-N metoda

S-N metodu je osmislio August Wöhler 1860. godine [8]. Poticaj za istraživanje dinamičke čvrstoće materijala je bilo učestalo pucanje osovina na vlakovima koje su bile ciklički opterećene daleko ispod svoje vlačne čvrstoće. Nakon niza ispitivanja, Wöhler je dobio izraz kojim je konstruirao S-N krivulju:

$$S_a = S'_f \cdot (N_f)^b \quad (3.8)$$

Gornji izraz opisuje ovisnost broja ciklusa do loma o amplitudi naprezanja, pri čemu je:

$S_a$  - amplituda naprezanja,

$S'_f$  - koeficijent zamorne čvrstoće,

$N_f$  - broj ciklusa do loma, i

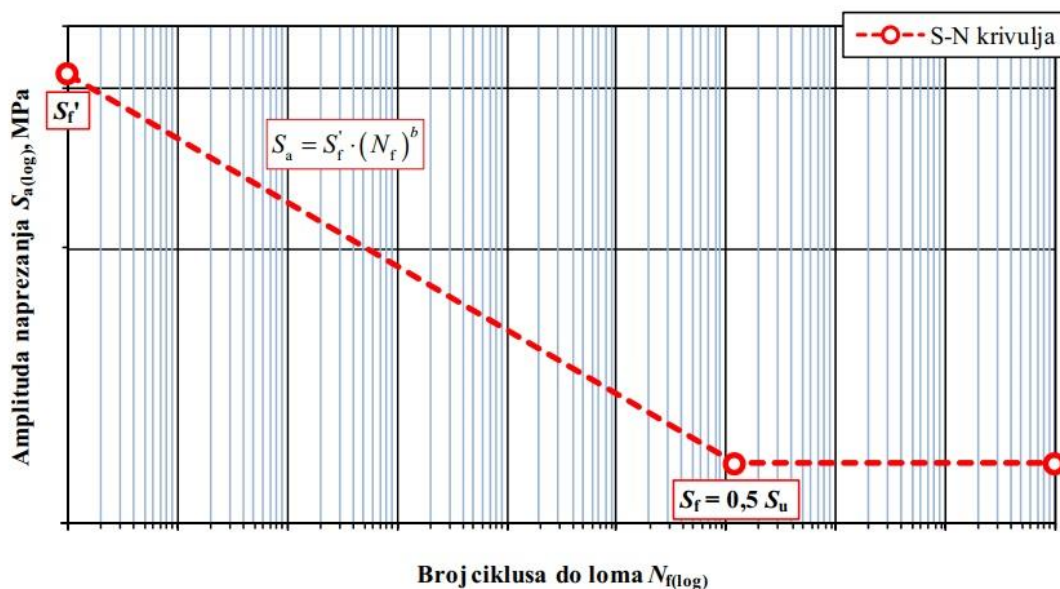
$b$  - eksponent zamorne čvrstoće.

Izraz (3.8) vrijedi samo u slučaju  $R = -1$ , i u slučaju da nema nikakvog oštećenja materijala.

U slučaju da postoje oštećenja ili zarezno djelovanje jednadžba dobiva kompleksniji oblik, stoga  $S-N$  krivulja ne ovisi samo o materijalnim svojstvima konstrukcije, već i o geometrijskim.

Izraz (3.8) se može zapisati u logaritamskom mjerilu:

$$\log S_a = \log S_f' + b \log N_f. \quad (3.9)$$



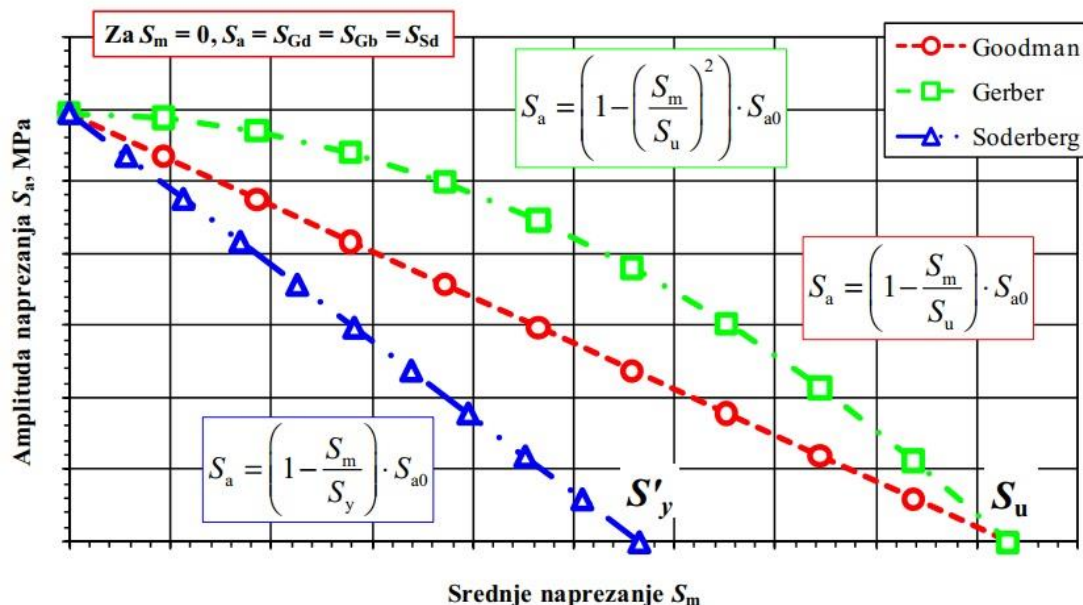
Slika 7.  $S-N$  krivulja za čelične materijale srednje čvrstoće [7]

Standardna  $S-N$  krivulja u dvostrukom logaritamskom mjerilu je prikazana na slici 7. Prema [7], iskustvena vrijednost trajne dinamičke čvrstoće za čelike niske i srednje čvrstoće iznosi

$$S_f = 0,5 \cdot S_u, \quad (3.10)$$

pri čemu je  $S_u$  inženjerska vlačna čvrstoća.

Budući da je korištenje izraza (3.8) dopušteno samo uz  $R = -1$ , potrebno je uvesti određene korektivne faktore koji uzimaju u obzir utjecaj srednjeg naprezanja, [8].



Slika 8. S-N krivulje s korekcijom utjecaja srednjeg naprezanja [6]

Na slici 8 su prikazane tri različite S-N krivulje s različitim utjecajima srednjeg naprezanja.

Goodmanova relacija prema [8] glasi:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_u} = 1. \quad (3.11)$$

Gerberova relacija prema [8] glasi:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \left(\frac{S_m}{S_u}\right)^2 = 1. \quad (3.12)$$

Soderbergova relacija prema [8] glasi:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_y} = 1. \quad (3.13)$$

U izrazima (3.11) do (3.13) je:

$S_{a0}$  - efektivna amplituda naprezanja za  $S_m = 0$

$S_u$  - inženjerska vlačna čvrstoća, i

$S_y$  - granica tečenja.

Sa slike 8. se može zaključiti da je Soderbergova relacija najkonzervativnija, a Gerberova najliberalnija. Također, Goodmanova i Gerberova linija se poklapaju u početnoj i krajnjoj točki. Nadalje, Goodmanova relacija se najčešće primjenjuje za krhke materijale, te je konzervativna za duktilne materijale. Gerberova relacija je dobra za duktilne materijale.



U praksi se opterećenje često pojavljuje u ciklusima promjenjive amplitude pri čemu dolazi do akumulacije oštećenja što može izazvati lom konstrukcije. Najčešći način određivanja akumulacije oštećenja se temelji na Palmgren-Minerovom pravilu koje glasi:

$$D_{uk} = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_{fi}}, \quad (3.14)$$

pri čemu je

$D_{uk}$  - akumulirano oštećenje konstrukcije,

$n_i$  - broj ciklusa s  $i$ -tom amplitudom,

$N_{fi}$  - broj ciklusa s kojim dolazi do loma konstrukcije s  $i$ -tom amplitudom.

Pretpostavlja se da će do loma konstrukcije doći kada je

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_{fi}} = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_3}{N_{f3}} + \dots + \frac{n_n}{N_{fn}} \geq 1. \quad (3.15)$$

Palmgren-Minerovo pravilo se primjenjuje na način da se složeno opterećenje s varijabilnim amplitudama svede na veći broj ciklusa konstantnih amplituda, koji se zatim dovode u omjer s brojem ciklusa konstantnih amplituda koji su potrebni da bi došlo do loma konstrukcije. U trenutku kada akumulirano oštećenje konstrukcije (lijeva strana jednadžbe (3.15)) dosegne vrijednost 1, dolazi do loma konstrukcije.

Najčešća i najpoznatija metoda za određivanje broja ciklusa konstantne amplitude je metoda toka kiše (eng. *rainflow counting*), koja je izvan okvira ovog rada.

Potrebno je naglasiti da se u ovom slučaju kao lom konstrukcije smatra bilo kakvo popuštanje konstrukcije definirano konstrukcijskim zahtjevima.

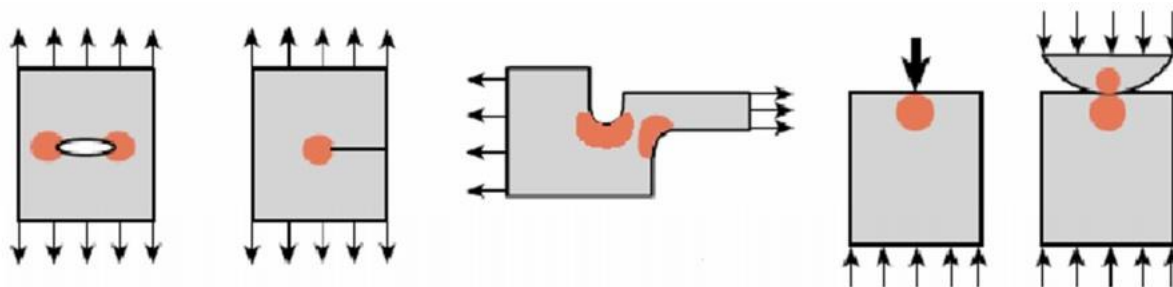
### 3. INICIRANJE I RAST PUKOTINE

Sve konstrukcije se projektiraju tako da mogu podnijeti određena opterećenja, koja ovise o načinu eksploatacije konstrukcijskog dijela. Kod statičkog opterećivanja moguće je eksperimentalnim metodama dobiti dijagram ovisnosti naprezanja o deformaciji, stvarnoj ili inženjerskoj. Pomoću  $\sigma - \varepsilon$  dijagrama moguće je predvidjeti kolika naprezanja materijal, odnosno konstrukcija može podnijeti prije popuštanja. Pri tome, trenutak popuštanja se određuje prema potrebi, odnosno trenutak popuštanja može biti granica tečenja, što bi značilo da se konstrukcija smatra upotrebljivom dok god je u potpunosti u elastičnom području, ili trenutak popuštanja može biti kada naprezanje dostigne vlačnu čvrstoću, što bi značilo da se dozvoljava plastifikacija materijala, sve do trenutka potpunog loma konstrukcije.

Međutim, prilikom zamornog opterećivanja, materijal može popustiti daleko prije vlačne čvrstoće, što je opisano u prethodnom poglavlju. Razlog takvom ponašanju je činjenica da prilikom zamornog opterećivanja u materijalu dolazi do pojave pukotine koje prilikom učestalog opterećivanja rastu sa svakim ciklusom opterećenja i rasterećenja. U ovom poglavlju će biti objašnjeni principi iniciranja i rasta pukotine u materijalu prilikom zamornog opterećivanja.

#### 3.1. Koncentracija naprezanja

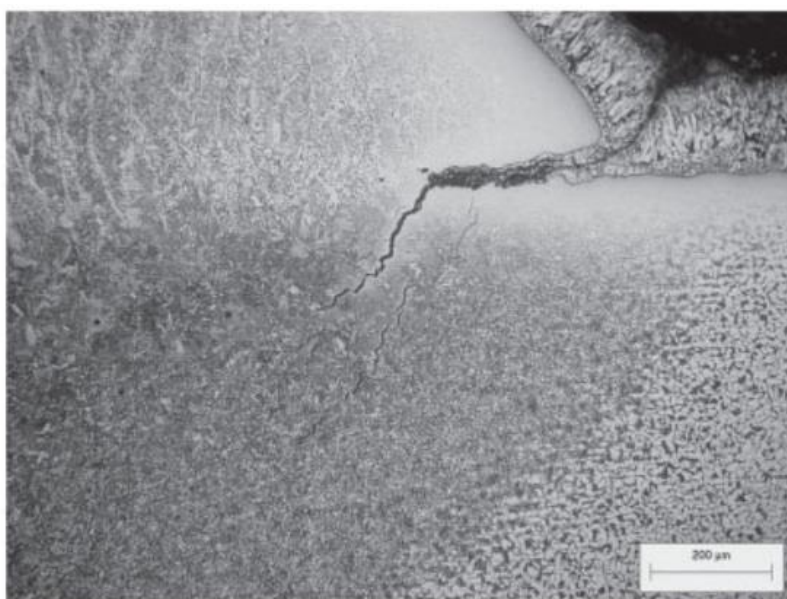
Prilikom opterećivanja konstrukcijskog dijela, u njemu dolazi do pojave polja naprezanja. Ukoliko je sam konstrukcijski dio pravilne geometrije, polje naprezanja je homogeno. Međutim, ukoliko postoje geometrijski diskontinuiteti u konstrukcijskom dijelu, dolazi do pojave koncentracije naprezanja. Kod koncentracije naprezanja, iznos naprezanja može lokalno narasti za nekoliko redova veličina u odnosu na iznos naprezanja na mjestu udaljenom od koncentratora naprezanja.



Slika 9. Mjesta koncentracije naprezanja [8]

Najčešći koncentratori naprezanja su diskontinuiteti u geometriji, kao što su oštri rubovi, provrti, promjene poprečnog presjeka i slično, prikazani na slici 9. Uz to, koncentraciju naprezanja uzrokuju i diskontinuiteti na opterećenjima, te materijalni diskontinuiteti koji nastaju prilikom proizvodnje, kao što su uključine, dislokacije i slične nepravilnosti.

Mjesta lokalne koncentracije naprezanja su kritična za pojavu pukotine u materijalu, budući da i relativno neopterećen dio može na mjestima koncentracije naprezanja imati vrlo velik iznos naprezanja, koji može dovesti do plastifikacije, a i direktne pojave loma materijala, odnosno pojave pukotina.

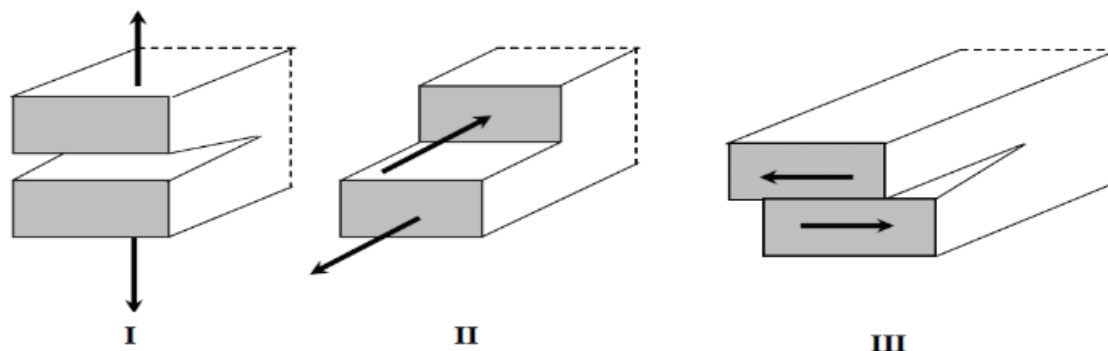


**Slika 10. Mikropukotina [10]**

Prilikom pojave pukotine (slika 10), logično je da pukotina djeluje kao koncentrator naprezanja, što uzrokuje velik porast iznosa naprezanja, što nadalje dovodi do daljnjeg širenja pukotine, te u konačnici loma konstrukcije.

Način opterećenja konstrukcije uvelike utječe na njezinu otpornost na pojavu i propagiranje pukotine. Definirana su tri načina, odnosno moda otvaranja pukotine, a to su:

- GI: prvi način, odcjepni (eng. *Crack opening*),
- GII: drugi način, smični (eng. *In-plane shear*),
- GIII: treći način, vijčani (eng. *Out-of-plane shear*).



Slika 11. Načini otvaranja pukotine [9]

Na slika 11. su prikazana sva tri moda otvaranja pukotine.

Pitanje koje se nameće je da ukoliko se pukotina detektira, kako znati može li se konstrukcija dalje koristiti unatoč pukotini. Iz tog razloga je potrebno odrediti iznos naprezanja u vrhu pukotine. Budući da je vrh pukotine vrlo malog radijusa, teoretski 0 mm, ispada da je naprezanje u vrhu pukotine beskonačno, zbog čega nije moguće izračunati točan iznos naprezanja u vrhu pukotine.

1920. Griffith je proveo istraživanje na krhkom lomu stakla, te je pretpostavkom o promjeni energije pri lomu definirao kritičnu veličinu pukotine za krhki lom [8]. Rezultat istraživanja je relacija

$$\sigma \cdot a = konst, \quad (4.1)$$

pri čemu je  $a$  duljina pukotine kod loma, a  $\sigma$  nazivno naprezanje kod loma.

Stoga je uveden koeficijent intenzivnosti naprezanja:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}. \quad (4.2)$$

Iznos koeficijenta intenzivnosti naprezanja se dobiva eksperimentalno ili numerički, a ovisi o geometriji konstrukcijskog dijela.

Kriterij loma konstrukcije je:

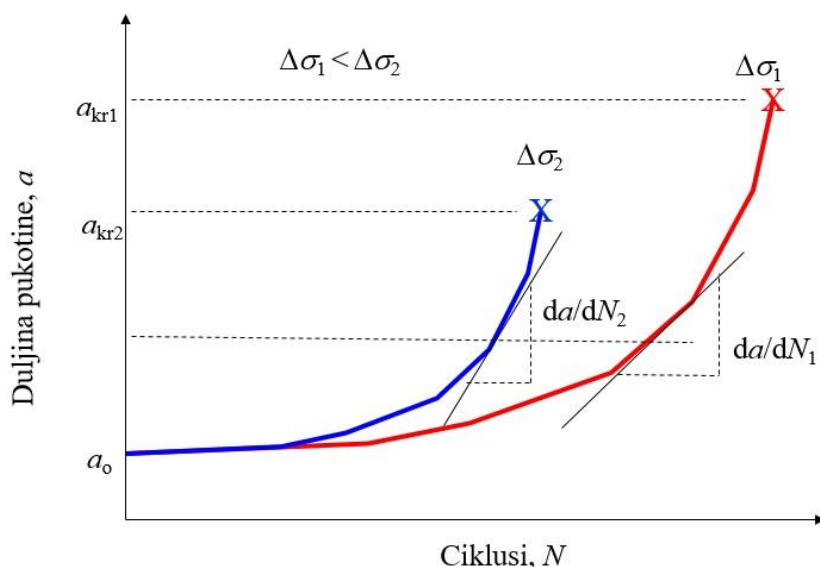
$$K = K_{Ic}, \quad (4.3)$$

odnosno lom nastupa u trenutku kada koeficijent intenzivnosti naprezanja  $K$  dostigne vrijednost lomne žilavosti materijala  $K_{Ic}$ .

Uvođenjem koeficijenta intenzivnosti naprezanja moguće je predvidjeti trenutak loma konstrukcije, bez potrebe za izračunavanjem polja naprezanja oko vrha pukotine.

### 3.2. Zamorni rast pukotine

Prilikom cikličkog opterećivanja, uzevši u obzir koncentraciju naprezanja oko vrha pukotine i njezin utjecaj na propagaciju pukotine, moguće je pratiti rast pukotine u ovisnosti o broju ciklusa opterećenja.

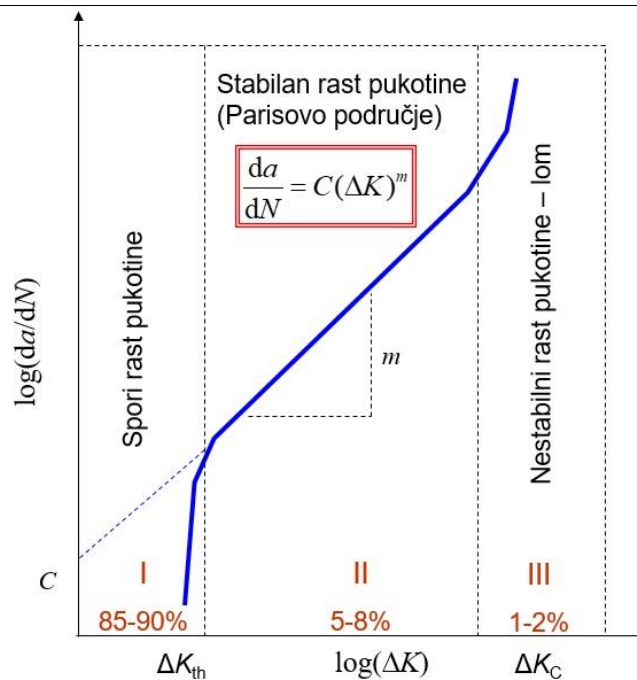


**Slika 12. Ovisnost duljine pukotine o broju ciklusa opterećenja [8]**

Na slici 12 Slika 12. se vidi eksponencijalna karakteristika rasta pukotine prilikom cikličkog opterećivanja. Sa većom amplitudom naprezanja dolazi do bržeg rasta pukotine, te time i bržeg loma konstrukcije. Također, krajnja duljina pukotine će biti veća za opterećivanje s manjom amplitudom naprezanja. Razlog takvog ponašanja elasto-plastičnih materijala je činjenica da se kod opterećivanja s manjom amplitudom naprezanja plastificira manji dio materijala oko vrška pukotine, stoga je manja šansa za naglim propagiranjem pukotine koje uzrokuje lom konstrukcije.

1960. Paris definira vezu između zamornog rasta pukotine i koeficijenta intenzivnosti naprezanja:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m. \quad (4.4)$$



Slika 13. Parisov zakon [8]

Na slici 13. je prikazan Parisov zakon, pri kojem je:

$\Delta K_{th}$  - najmanja vrijednost  $\Delta K$  ispod koje neće doći do rasta pukotine ,

$C$  - konstanta materijala,

$m$  - konstanta materijala, i

$\Delta K_c$  - vrijednost  $\Delta K$  kod kojeg dolazi do naglog loma.

Zamorni rast pukotine se sastoji od tri faze. U prvoj fazi dolazi do iniciranja i sporog rasta pukotine. U drugoj fazi dolazi do stabilnog rasta pukotine, te u trećoj fazi dolazi do nestabilnog rasta pukotine i finalno loma konstrukcije.

Crvenom bojom napisani postotci na Slika 13. su vremena trajanja pojedinih faza prilikom opterećivanja.

## 4. KONAČNI ELEMENTI ZA ANALIZU KOMPOZITNIH MATERIJALA

### 4.1. Ljuskasti konačni elementi

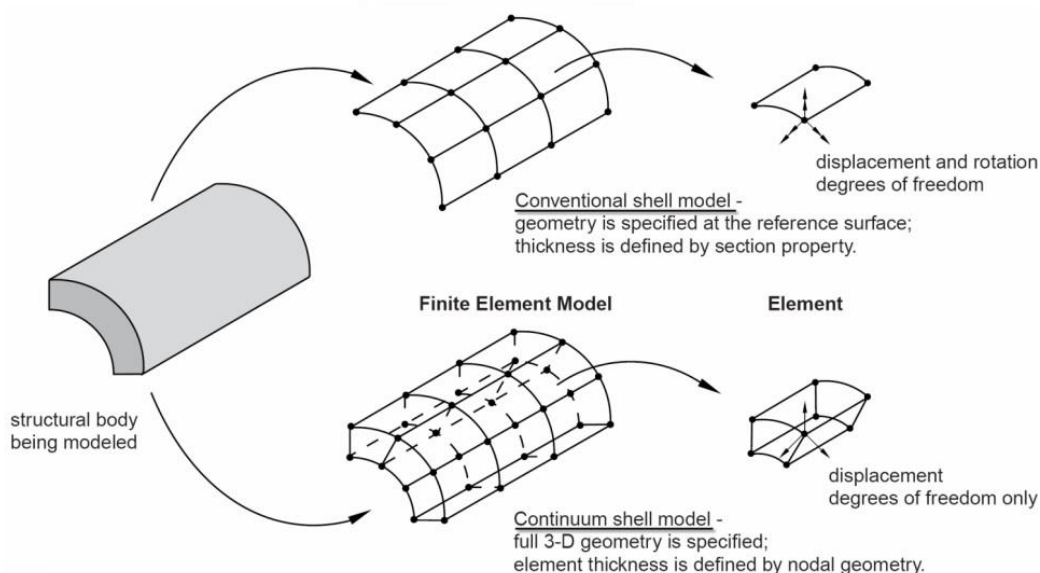
Ljuskasti konačni elementi se koriste u slučajevima kada je jedna dimenzija konstrukcije, obično debljina, mnogo manja od ostalih dimenzija.

Postoje dvije vrste ljuskastih elemenata koje se koriste kod analize kompozitnih konstrukcija, a to su:

- konvencionalni ljuskasti elementi (eng. *conventional shell elements*) i
- kontinuum ljuskasti elementi (eng. *continuum shell elements*).

Konvencionalni ljuskasti elementi koriste malenu debljinu konstrukcije na način da diskretiziraju konstrukciju definiranjem geometrije na referentnoj plohi. Pri tome je debljina konstrukcije definirana odmakom u odnosu na referentnu plohu. Konvencionalni ljuskasti elementi imaju rotacijske i translacijske stupnjeve slobode [15].

Kontinuum ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzionalno tijelo, pri čemu je debljina definirana pozicijom čvorova, te imaju samo translacijske stupnjeve slobode. Sa stajališta modeliranja, kontinuum ljuskasti elementi imaju oblik trodimenzionalnih elemenata, no njihovo ponašanje je slično konvencionalnim ljuskastim elementima [15].

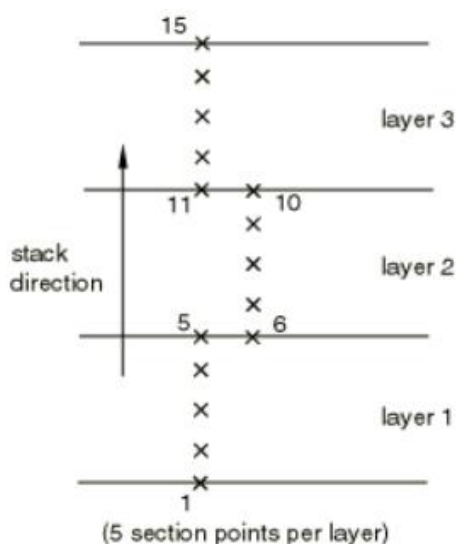


Slika 14. Tipovi ljuskastih konačnih elemenata [15]

Na slici 14. je prikazana razlika između konvencionalnih i kontinuum konačnih elemenata.

## 4.2. Trodimenzionalni elementi

U programskom paketu *Abaqus* također je moguća upotreba trodimenzionalnih elemenata. Kao i kontinuum ljuskasti elementi, imaju samo translacijske stupnjeve slobode. Materijal mora biti definiran u trodimenzionalnom stanju naprezanja, za razliku od materijala kod ljuskastih elemenata koji pretpostavljaju ravninsko stanje naprezanja. Da bi se definirali trodimenzionalni elementi, potrebno je modelirati trodimenzionalnu geometriju, te definirati broj točaka po presjeku (eng. *section points*) koji uvijek mora biti neparan. Pomoću njih se omogućava izračunavanje željenih varijabli po debljini presjeka, što je korisno kod modeliranja kompozitnih materijala budući da se sastoje od većeg broja slojeva koji su opterećeni na različite načine ovisno o svojoj poziciji u presjeku.



**Slika 15. Prikaz poprečnog presjeka materijala modeliranog s trodimenzionalnim elementima [15][15]**

Na slici 15 je prikazan poprečni presjek s tri sloja, u svakome po pet točaka, što znači da je moguće dobiti ukupno 15 vrijednosti bilo koje varijable po visini presjeka.

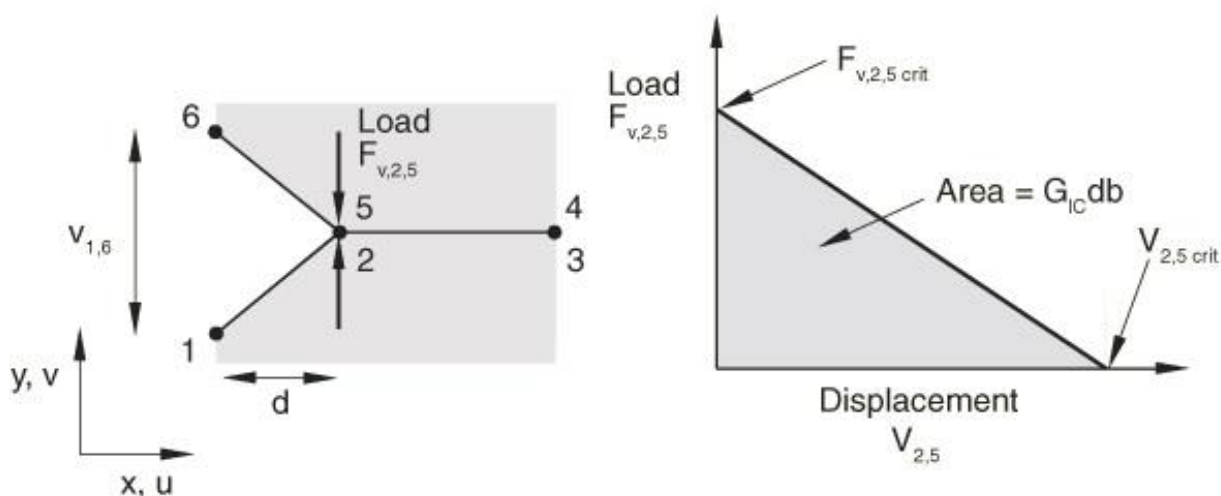
Kod modeliranja trodimenzionalnim elementima, kao i kontinuum ljuskastim elementima, bitno je odrediti smjer normale na elemente (eng. *stack direction*) jer se preko nje određuje gornji i donji dio laminata, odnosno na koji način su slojevi složeni jedan na drugi. Više o tome će biti rečeno u poglavlju o numeričkom modeliranju.



## 5. NUMERIČKE METODE ZA ANALIZU DELAMINACIJA KOMPOZITNIH MATERIJALA

### 5.1. VCCT kriterij

VCCT kriterij (eng. *Virtual Crack Closure Technique*) koristi principe linearno elastične mehanike loma, te je iz tog razloga prikladan za analizu krhkog propagiranja pukotine po definiranim putanjama. Baziran je na pretpostavci da je deformacijska energija oslobođena prilikom propagiranja pukotine jednaka energiji potrebnoj da se pukotina zatvori za istu duljinu propagacije [15].



Slika 16. Energija zatvaranja pukotine [15]

Ako na slici 17 lijevo pukotina propagira s lijeva na desno, čvorovi koji će popustiti su 2 i 5. Prema pretpostavci VCCT kriterija, energija oslobođena prilikom propagiranja pukotine je jednaka energiji zatvaranja pukotine, odnosno polovici umnoška sile koja spaja čvorove i udaljenosti čvorova nakon propagacije pukotine, prikazano na slici 17 desno.

U općenitom slučaju kriterij popuštanja je prema [15]:

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1.0, \quad (6.1)$$

pri čemu je :

$G_{equiv}$  - ekvivalentna brzina oslobađanja energije za određeni par čvorova, a

$G_{equivC}$  - kritična ekvivalentna brzina oslobađanja energije

Par čvorova u vrhu pukotine će se odvojiti kada kriterij popuštanja  $f$  dosegne vrijednost 1.

*Abaqus* omogućava tri načina izračunavanja kritične ekvivalentne brzine oslobađanja energije:

- *BK law*,
- *power law*,
- *Reeder law*.

### 5.1.1. *BK law*

BK model je opisao Benzeggagh 1996. formulom:

$$G_{equivC} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta. \quad (6.2)$$

Da bi se model u potpunosti definirao, potrebno je zadati  $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$  i  $\eta$ , čime se mogu kritične brzine oslobađanja energija za različite načine otvaranja pukotine svesti na jednu skalarnu vrijednost koja vrijedi za sva opterećenja.

### 5.1.2. *Power law*

Ovaj model je opisao Wu 1965. preko relacije:

$$\frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} = \left( \frac{G_I}{G_{IC}} \right)^{\alpha_m} + \left( \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^{\alpha_n} + \left( \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^{\alpha_0}. \quad (6.3)$$

Za ovaj model je potrebno poznavati  $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$ ,  $G_{IIIC}$ ,  $\alpha_m$ ,  $\alpha_n$  i  $\alpha_0$ .

### 5.1.3. *Reeder law*

Opisao ga je Reeder 2002. relacijom:

$$G_{equivC} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta + (G_{IIIC} - G_{IIC}) \left( \frac{G_{III}}{G_{II} + G_{III}} \right) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta. \quad (6.4)$$

Za ovaj model je potrebno definirati  $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$ ,  $G_{IIIC}$  i  $\eta$ . Za slučaj da je  $G_{IIC}$  jednak  $G_{IIIC}$  svodi se na BK model (6.2). Primjenjuje se samo za trodimenzionalne probleme.

## 5.2. Prošireni VCCT kriterij

Prošireni VCCT kriterij je vrlo sličan standardnom VCCT kriteriju opisanom u poglavlju 5.1. Kao i kod standardnog VCCT kriterija, kriterij popuštanja je definiran izrazom (6.1), no za razliku od standardnog VCCT kriterija, moguće je definirati dvije kritične brzine oslobađanja

deformacijske energije:  $G_C$  za iniciranje pukotine i  $G_C^P$  za rast pukotine. U općem slučaju propagiranja pukotine kod proširenog VCCT kriterija se koristi  $G_{equivC}^P$ , koji se izračunava na isti način kao kod standardnog VCCT kriterija.

Dakle, prednost proširenog VCCT kriterija je samo mogućnost definiranja energije potrebne za iniciranje pukotine, za razliku od standardnog kriterija kod kojeg je moguće analizirati samo propagaciju pukotine.

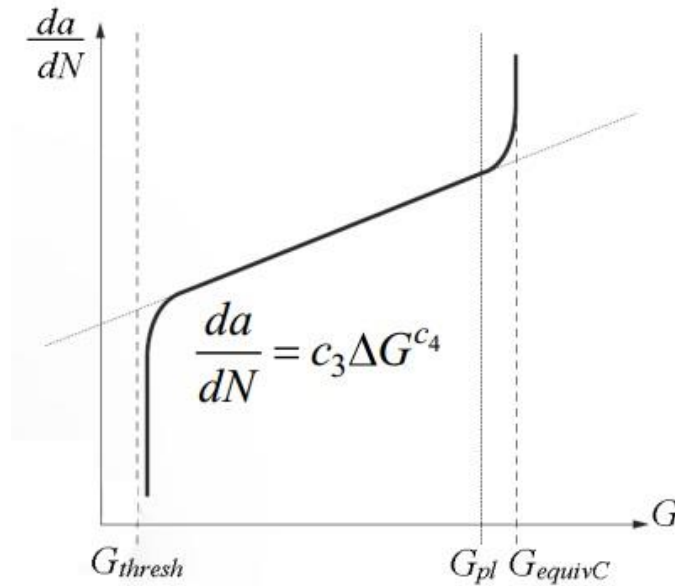
### 5.3. Numeričko modeliranje zamornog rasta pukotine

Da bi se mogao pratiti rast pukotine bilo kod statičkog opterećenja ili cikličkog opterećenja, potrebno je definirati putanju propagacije pukotine, što dovodi do problema kod analiziranja homogenih materijala kao što su metali, budući da se ne može točno znati putanja propagacije pukotine, no kod kompozitnih materijala moguće je pratiti delaminacije slojeva budući da se zna na koji način su slojevi spojeni, a delaminacija će se odvijati isključivo između slojeva.

Početak delaminacije je analogan iniciranju pukotine, te je prilikom analize zamora karakteriziran preko  $\Delta G$ , što je razlika maksimalne i minimalne brzine oslobađanja energije deformiranja prilikom propagiranja pukotine kod cikličkog opterećenja.

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1,0. \quad (6.5)$$

Varijable  $c_1$  i  $c_2$  u izrazu (6.5) su varijable Parisovog zakona koje će biti detaljnije objašnjene kasnije. Ukoliko nije zadovoljen kriterij popuštanja (6.5) neće doći do odvajanja čvorova u vrhu pukotine, odnosno delaminacije.



Slika 17. Parisov zakon za numeričku analizu [16]

Na slici 17. je prikazan Parisov zakon za numeričku analizu. Za razliku od Parisovog zakona opisanog u 3.2, na slici 14. ovaj slučaj koristi brzinu oslobađanja deformacijske energije kao kritične vrijednosti, za razliku od prošlog slučaja koji je koristio koeficijent intenzivnosti naprezanja. Analogno zakonu opisanom u poglavlju 3.2, do rasta pukotine dolazi tek kada je:

$$G_{max} > G_{thresh}. \quad (6.6)$$

Nadalje, kriterij rasta pukotine se vidi iz slike 18:

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (6.7)$$

Kriterij je analogan kriteriju detaljno opisanom u poglavlju 3.2.

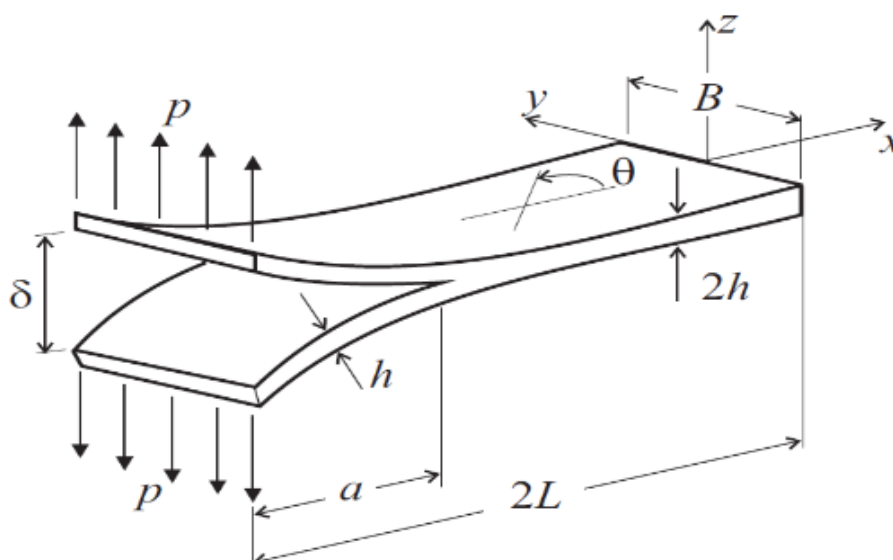
## 6. NUMERIČKI MODEL

Za numeričku analizu međuslojnih oštećenja kompozitnih konstrukcija u uvjetima cikličkog opterećenja odabrani su problemi koji su opisani u [11] sa svrhom usporedbe numeričkih rješenja s eksperimentalnima.

Odabrana je eksperiment DCB model, eng. *Double Cantilever Beam*

### 6.1. DCB model

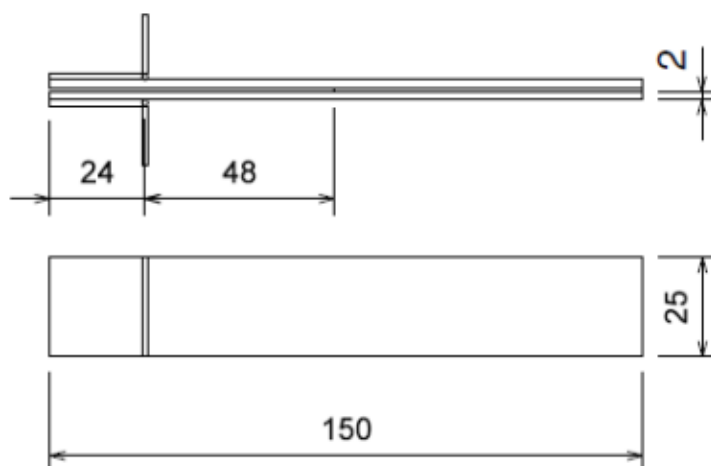
DCB model služi za testiranje prvog načina otvaranja pukotine, te je ujedno i najjednostavniji zbog jednostavne geometrije i rubnih uvjeta.



Slika 18. DCB model [12]

Na slici 18 je shematski prikazan DCB model. Na jednom kraju je uklješten, dok su na drugom kraju dva opterećenja u suprotnim smjerovima koja otvaraju pukotinu koja propagira prema uklještenom djelu modela.

Model koji će se numerički analizirati je preuzet iz [11], te se sastoji od dvije kompozitne ploče, od kojih se svaka sastoji od 16 jednousmjerenih slojeva debljine 0.125mm, orijentacije  $[0/+45/90/-45/0/+45/90/-45]_s$ , pri čemu je sloj pod 0 stupnjeva kolinearan s smjerom opterećenja. Ukupna debljina svake od ploča je 2mm. Da bi se osigurala lokacija početka delaminacije, između ploča je stavljen film od politetrafluoroetilena (PTFE) dug 72mm.



**Slika 19. DCB model korišten za analizu [11], sa dimenzijama u [mm]**

Na slici 19 su prikazane dimenzije korištenog DCB modela.



**Slika 20. DCB model tijekom testiranja [11]**

Slika prikazuje 20 prikazuje DCB model u tijeku eksperimentalnog testiranja.

U tablici 1. su popisana geometrijska svojstva DCB modela.

**Tablica 1. Geometrijska svojstva DCB modela**

Duljina uzorka, $2L$ [mm]	Širina uzorka, $B$ [mm]	Duljina inicijalne pukotine, $a$ [mm]	Debljina jedne ploče, $h$ [mm]	Debljina uzorka, $2h$ [mm]
150	25	72	2	4

## 6.2. Svojstva materijala

DCB model je izrađen od materijala 8552/IM7 Hexply, što je vrsta jednousmjerenih ugljičnih vlakana ojačanih epoksidnom smolom. U tablici 2. su popisana njegova mehanička svojstva, preuzeta iz [13].

**Tablica 2. Svojstva 8552/IM7**

$E_{11}$ [GPa]	$E_{22} = E_{33}$ [GPa]	$G_{12} = G_{13}$ [GPa]	$G_{23}$ [GPa]	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23}$
161,0	11,38	5,17	3,92	0,32	0,45

Tablica 3, preuzeta iz [14], prikazuje kritične brzine oslobađanja energije deformiranja za 8552/IM7.

**Tablica 3. Kritične brzine oslobađanja deformacijske energije za 8552/IM7 [14]**

$G_{IC}$ [J/m <sup>2</sup> ]	$G_{IIC}$ [J/m <sup>2</sup> ]
217	1229
200	1108
207	1665
278	1147
224	1629
248	1672
272	1799

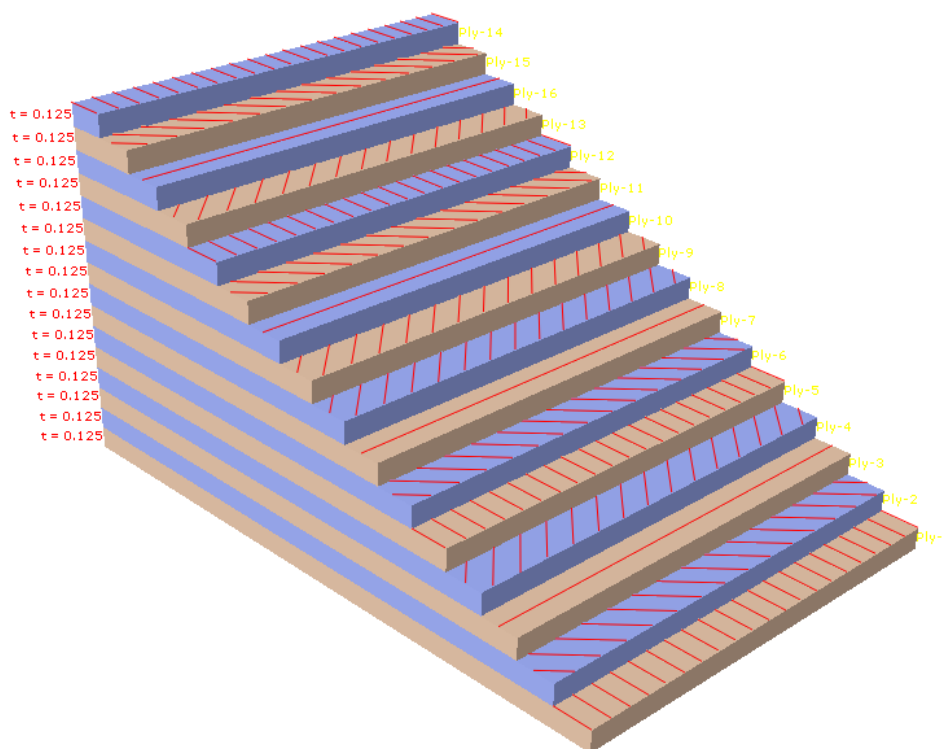
Tablica 3 dobro prikazuje jedan od većih problema kompozitnih materijala u današnje vrijeme, a to je veliko rasipanje eksperimentalnih rezultata. Uz veliko rasipanje, dodatan problem je i nedostatak eksperimentalnih podataka, što čini svako numeričko modeliranje izazovnim budući da se pokušava simulirati ponašanje realnog materijala numerikom koja sama po sebi radi određenu grešku, k tome se dodaje i rasipanje stvarnih, eksperimentalnih rezultata i nedostatak materijalnih karakteristika, a uz sve navedeno još ne postoji jedan model koji bi dobro opisivao oštećenja kompozitnih materijala, nego se treba ograničiti na onaj koji dobro opisuje oštećenje koje se proučava.

### 6.3. Modeliranje delaminacija pod kvazi-statičkim opterećenjem

U [11] je eksperiment prvo rađen sa kvazi-statičkim opterećenjem da bi se vidjelo pri kojoj vrijednosti dolazi do delaminacije pod takvim opterećenjem, te je nakon toga opterećenje smanjeno da bi se s novim, manjim opterećenjem napravio eksperiment pod cikličkim opterećenjem. Bitno je napomenuti da je opterećenje definirano pomakom, a ne silom.

U literaturi ne piše koji točno pomak je uzrokovao pojavu delaminacije, no dana je informacija da je za ciklički eksperiment pomak gornje i donje ploče jednak 60% pomaka koji je u statičkim uvjetima uzrokovao pojavu delaminacije. S tim na umu, provedena je analiza sa kvazi-statičkim opterećenjem da bi se dobila vrijednost pomaka za pojavu delaminacije.

Da bi se uspješno modelirala delaminacija kompozitnog materijala, potrebno je zadati svojstva materijala, raspored i orijentaciju slojeva, kontakt između dviju ploča, te poziciju inicijacije pukotine.



**Slika 21. Orijentacija slojeva**

Slika 21 na vizualan način prikazuje broj, debljinu i orijentaciju slojeva u svakoj od ploča DCB modela. Postavni kutovi su definirani u prethodnom poglavlju, prema literaturi.

Svojstva materijala su zadana prema tablicama 2. i 3., s time da su kritične brzine oslobađanja energija deformiranja odabrane kao  $250 \text{ J/m}^2$  za prvi način, i  $1700 \text{ J/m}^2$  za drugi način.

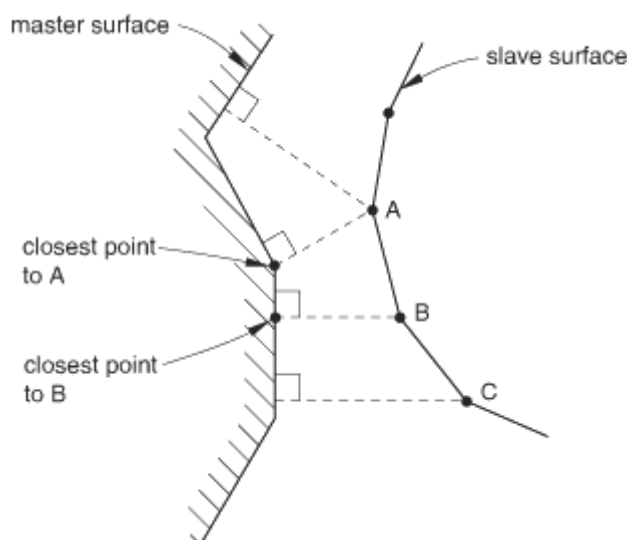


Budući da je za izračun ekvivalentne kritične brzine oslobađanja energije deformiranja odabran BK model opisan u poglavlju 6.1.1., kritična brzina oslobađanja deformacijske energije za treći mod nije potrebna, no *Abaqus* inzistira na unosu vrijednosti koja u ovom slučaju može biti bilo koja budući da se ne koristi za izračun ekvivalentne vrijednosti, stoga je upisana vrijednost jednaka drugom načinu,  $1700 \text{ J/m}^2$ . Za  $\eta$  nema vrijednosti u literaturi, stoga je odabrana jedinična vrijednost. Radi preglednosti, napravljena je tablica 4.

**Tablica 4. Odabrane vrijednosti kritičnih brzina oslobađanja deformacijskih energija**

$G_{IC} \text{ [J/m}^2\text{]}$	$G_{IIC} \text{ [J/m}^2\text{]}$	$G_{IIIC} \text{ [J/m}^2\text{]}$	$\eta \text{ [-]}$
250	1700	1700	1

Nadalje, potrebno je definirati kontakt između dviju površina gornje i donje ploče. Odabran je *surface to surface* kontakt zbog površina jednakih dimenzija, te bolje odgovara problemu od *node to surface* kontakta. Da bi se mogao definirati kontakt između dvije površine potrebno je definirati glavne i pomoćne površine (eng. *master* i *slave* površine). Bitno je da *master* površina bude na pozitivnoj površini modela zbog orijentacije normale modela i određivanja smjera delaminacije. U ovom slučaju *master* površina će biti gornja površina donje ploče, a *slave* površina će biti donja površina gornje ploče.



**Slika 22. Node to surface kontakt [15]**

Kod *node to surface* kontakta svaki čvor na *slave* površini se projicira na *master* površinu, stoga svaki *slave* čvor dolazi u interakciju s okolnim čvorovima na *master* površini, što je prikazano na slici 22. Smjer kontakta je definiran preko normale *master* površine, stoga smjer normale *slave* površine nije bitan.

Za razliku od prethodno opisanog *node to surface* kontakta, *surface to surface* kontakt korišten u ovom modelu uzima u obzir ne samo pojedine čvorove na *slave* površini, već uprosječena područja oko čvorova. Područja su generalno centrirana oko čvorova, stoga svaka projekcija *slave* čvora na *master* površinu razmatra i čvorove u okolini dotičnog *slave* čvora. Manji broj penetracija može biti uočen kod pojedinačnih *slave* čvorova, no generalno nema većih penetracija stoga one nemaju utjecaja na konačan rezultat. Bitno je spomenuti da je u ovom slučaju smjer kontakta definiran preko uprosječene normale područja oko čvorova na *slave* površini.

S obzirom na opisane karakteristike *node to surface* i *surface to surface* kontakta, *surface to surface* kontakt daje realnije rezultate kontaktnog pritiska između dviju površina, te je stoga odabran za ovaj model.

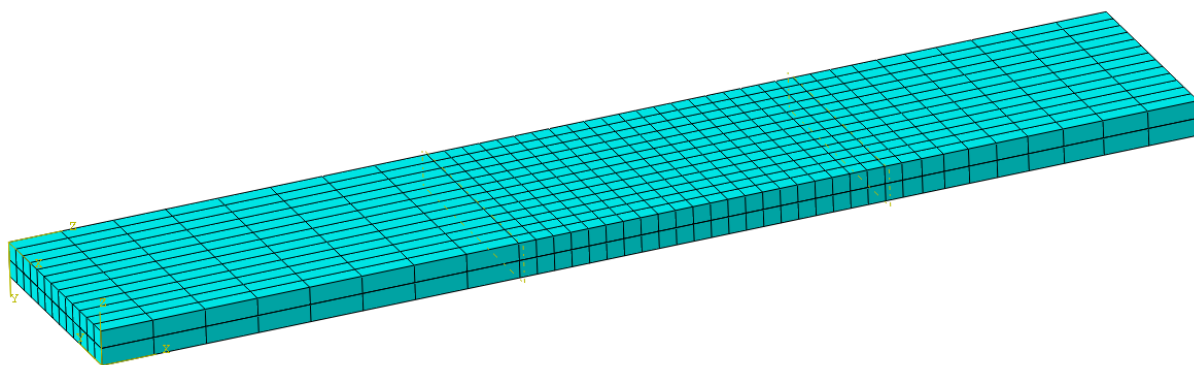
Također, potrebno je definirati količinu relativnog klizanja površina. Moguće je odabrati *finite sliding* ili *small sliding*.

U slučaju odabira opcije *finite sliding* dozvoljeno je relativno gibanje površina. *Abaqus* u tom slučaju mora u svakom trenutku pratiti koji čvorovi, odnosno područja *slave* površine su u kontaktu s kojim čvorovima *master* površine.

*Small sliding* pretpostavlja da postoji samo vrlo malo relativno klizanje površina, no unatoč tome tijela mogu imati velike pomake. Na početku analize *Abaqus* definira koji čvorovi s jedne i druge površine su u kontaktu te taj odnos ostaje konstantan tijekom cijele analize.

U ovoj analizi je odabran *small sliding*.

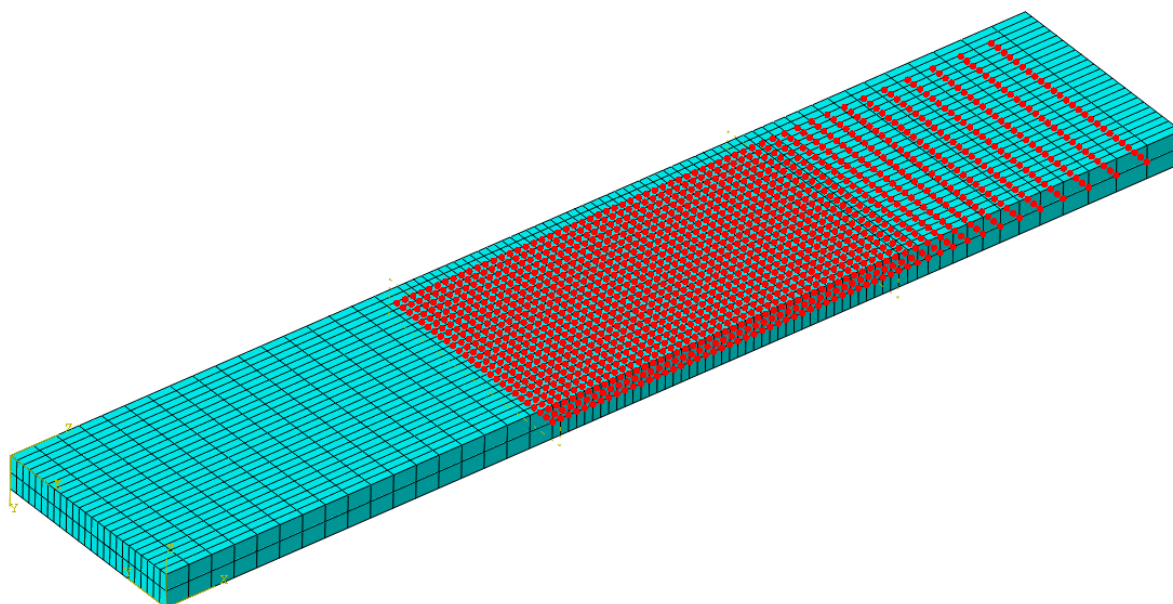
Nadalje, potrebno je definirati svojstva kontakta. U ovom slučaju se odabire *Fracture criterion* te se kao metoda odabire VCCT kriterij. Ovdje se definiraju vrijednosti kritične brzine oslobađanja energije deformiranja za BK kriterij iz tablice 4.



Slika 23. Mreža SC8R elemenata na DCB modelu

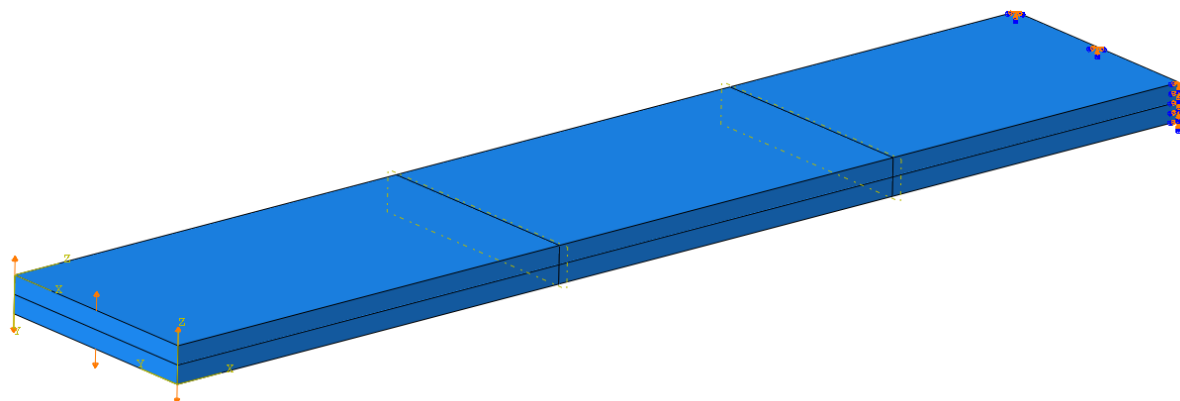
Slika 23. prikazuje mrežu SC8R konačnih elemenata s kojima je diskretiziran DCB model. Mreža je gušća na dijelu koji će se delaminirati i rijedja na ostalom dijelu, što smanjuje vrijeme računanja. Broj čvorova je 2240, a elemenata 1014.

VCCT metoda zahtijeva definiranje inicijalne pukotine da bi došlo do delaminacije, stoga se u ovom trenutku kada je generirana mreža konačnih elemenata može definirati set slijepljenih čvorova. U slučaju da set inicijalno slijepljenih čvorova nije definiran, model bi se ponašao kao da je izrađen iz jednog dijela te ne bi došlo do delaminacije. Bitno je spomenuti da se inicijalno slijepljeni čvorovi ne smiju dodjeljivati čvorovima na kojima će se zadati rubni uvjeti.



**Slika 24. Inicijalno slijepljeni čvorovi**

Potrebno je još definirati samu pukotinu, naredbom *Crack* te *VCCT crack*. Pukotina se definira preko odabira kontakta napravljenog prethodno, odnosno *Abaqus* smatra da se pukotina nalazi između *master* i *slave* površina i da će propagirati preko slijepljenih čvorova.



**Slika 25. Rubni uvjeti DCB modela**

Na slici 25 su prikazani rubni uvjeti nametnuti na model, dva pomaka u suprotnim smjerovima na jednoj strani, te uklještenje na drugoj strani. Vrijednost pomaka će biti definirana i objašnjena kasnije.

Nadalje, potrebno je definirati tip i parametre same analize. Budući da se u prvom djelu analize ispituje delaminacija prilikom kvazi-statičkog opterećivanja, odabire se *Static step*.

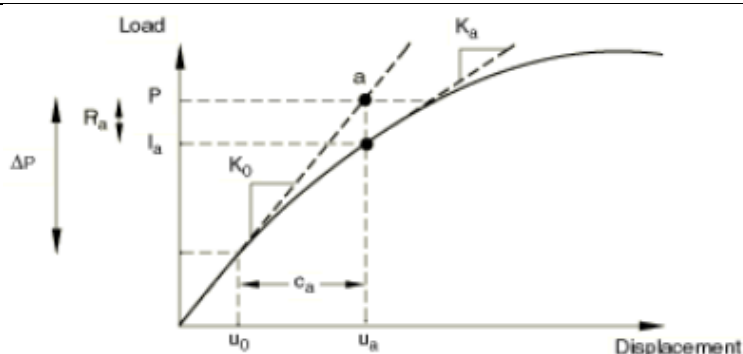
Problem statičke delaminacije kompozitnog materijala je nelinearne prirode, odnosno prilikom opterećivanja deformacije su dovoljno velike da nije moguće koristiti pretpostavku malih deformacija. Budući da se kod velikih deformacija mijenja geometrija konstrukcije, uvjeti ravnoteže se ne mogu zadovoljiti samo jednim izračunom. Zbog toga je potrebno definirati vremenski period opterećenja konstrukcije, te taj period podijeliti na vremenske inkremente. Broj inkremenata određuje broj ponovnog izračunavanja stanja naprezanja i deformacija konstrukcije. Na kraju svakog inkrementa *Abaqus* izračunava približne uvjete ravnoteže, te preko njih naprezanja, deformacije i ostale veličine koje od interesa.

*Inkrement* je dakle, broj ponovnih izračunavanja uvjeta ravnoteže konstrukcije, a definiran je vremenom između dva izračuna prilikom kojeg se mijenjaju opterećenja i s njima i deformacije konstrukcije.

*Iteracija* je pokušaj izračunavanja uvjeta ravnoteže. Ukoliko konstrukcija na kraju vremenskog inkrementa ne može zadovoljiti uvjete ravnoteže, *Abaqus* provodi novu iteraciju. Sa svakom iteracijom bi konstrukcija trebala biti bliže ravnotežnom stanju, međutim, može se dogoditi da proces divergira, odnosno da se slijedeća iteracija odmakne dalje od ravnotežnog stanja. U tom slučaju je potrebno vratiti se na prethodni inkrement, te smanjiti vrijeme slijedećeg inkrementa i ponovo izračunati uvjete ravnoteže.

Matematički iskazano, da bi tijelo bilo u ravnoteži, zbroj sila u svakom čvoru mora biti jednaka nuli. Stoga, sve unutarnje sile  $I$ , i sve vanjske sile  $P$  se moraju poništavati:

$$P - I = 0. \quad (6.8)$$



**Slika 26. Prva iteracija u inkreментu [15]**

Na slici 26 je prikazan nelinearni odziv konstrukcije na mali inkrement opterećenja,  $\Delta P$ . Prema Newtonovoj metodi, *Abaqus* koristi tangentnu krutost konstrukcije,  $K_0$ , izračunatu kod konfiguracije  $u_0$ , i  $\Delta P$  da bi izračunao korekciju pomaka,  $c_a$ , konstrukcije. Preko  $c_a$  se izračunava konfiguracija  $u_a$ .

Nakon toga se izračunavaju unutarnje sile  $I_a$  u novoj konfiguraciji. Razlika između opterećenja  $P$  i unutarnjih sila  $I_a$  se može izračunati kao:

$$R_a = P - I_a, \quad (6.9)$$

pri čemu je  $R_a$  rezidual sile za provedenu iteraciju.

Da je  $R_a$  jednak nuli, točka  $a$  sa slike 26 bi ležala na krivulji ovisnosti pomaka i sile stoga bi konstrukcija bila u ravnoteži. Kod nelinearnih problema rezidual sile nikada nije točno jednak nuli, stoga je potrebna tolerancija vrijednosti. Ukoliko je rezidual sile unutar tolerancije, rješenje će biti prihvaćeno, odnosno smatrat će se da su zadovoljeni uvjeti ravnoteže. Standardna vrijednost tolerancije je 0,5% prosječnog opterećenja na konstrukciju, uprosječenog u vremenu.

Također, prije nego se rješenje prihvati, potrebno je provjeriti je li korekcija pomaka  $c_a$  mala u odnosu na ukupni pomak u inkreментu:

$$\Delta u_a = u_a - u_0. \quad (6.10)$$

Ukoliko je  $c_a$  veća od 1% inkrementalnog pomaka, provodi se nova iteracija. Da bi rješenje konvergiralo za odabrani inkrement, potrebno je zadovoljiti oba spomenuta uvjeta. Ukoliko rješenje nije konvergiralo, provodi se nova iteracija.

Bitno je spomenuti da je svaka iteracija računalno jednaka provođenju potpune linearne analize, stoga je nelinearna analiza mnogo puta zahtjevnija za proračun od linearne. Također, budući da

je moguće pohraniti rezultate svakog konvergiranog inkrementa, količina podataka nelinearne analize može također biti daleko veća od linearne.

Vremenski period analize se određuje na 0.2 sekunde, budući da će se u cikličkom djelu analize koristiti frekvencija opterećenja od 5 Hz, što znači da je trajanje jednog ciklusa 0.2 sekunde.

Inkrementacija je automatska, sa maksimalnim brojem inkremenata 1000. Vjerojatno neće biti potreban tako velik broj inkremenata, ali ne šteti analizi. Inicijalna veličina inkrementa je 0.001 sekunda, što će se dogoditi samo u prvom inkrementu, a dalje će *Abaqus* sam dodijeliti veličinu slijedećih inkremenata. Minimalna veličina inkrementa je  $1 \cdot 10^{-20}$  sekundi, što također ne bi trebalo biti toliko mala vrijednost, no opet, ne šteti analizi. Maksimalna vrijednost inkrementa je odabrana kao najveća moguća, odnosno 0.2 sekunde. S takvom definicijom inkremenata *Abaqus* će započeti analizu sa prvim inkrementom od 0.001 sekunde, te će dalje sam određivati vremenski inkrement u rasponu od  $1 \cdot 10^{-20}$  sekundi do 0.2 sekunde.

### 6.3.1. Dodatne linije u input datoteci

Prije nego što se pokrene analiza, potrebno je dodati dvije linije u *input* datoteku.

Prva linija je definiranje naredbe *Linear scaling*, dodaje se u područje *Static stepa*:

```
*controls, type=vcct linear scaling
```

```
0.9
```

Za većinu analiza preko VCCT kriterija, deformacije će biti skoro linearne sve do trenutka propagacije pukotine u kojem analiza postaje vrlo nelinearna. To svojstvo se može iskoristiti za smanjenje trajanja analize.

Ako se pretpostavi da je opterećenje u vremenskom inkrementu  $t = t_i$  mali dio kritičnog opterećenja u trenutku propagacije pukotine,  $t = t_{crit}$ , da bi se ubrzala konvergencija može se iskoristiti relacija preuzeta iz [15]:

$$\Delta t_{i+1} = \beta_i \left( \sqrt{\frac{G_{equivC}}{G_{equiv}}} - 1 \right) t_i, \quad (6.11)$$

u kojoj je  $\beta_i$  između 0,7 i 0,9, ovisno o razini nelinearnosti. U trenutku kada  $\Delta t_{i+1}$  postane manji od 0,5% (što znači da je opterećenje unutar 0,5% kritične vrijednosti opterećenja), slijedeći  $\beta_i$  se automatski podešava na 1,0 što uzrokuje da najopterećeniji čvor na fronti pukotine dosegne kritičnu vrijednost u slijedećem inkrementu. Nakon što se oslobodi prvi čvor na fronti pukotine gornja relacija više ne vrijedi i vremenski inkrement se vraća na prvotno definiranu vrijednost.

Druga linija koja se dodaje u *Input* datoteku je vezana uz dozvoljen broj iteracija:

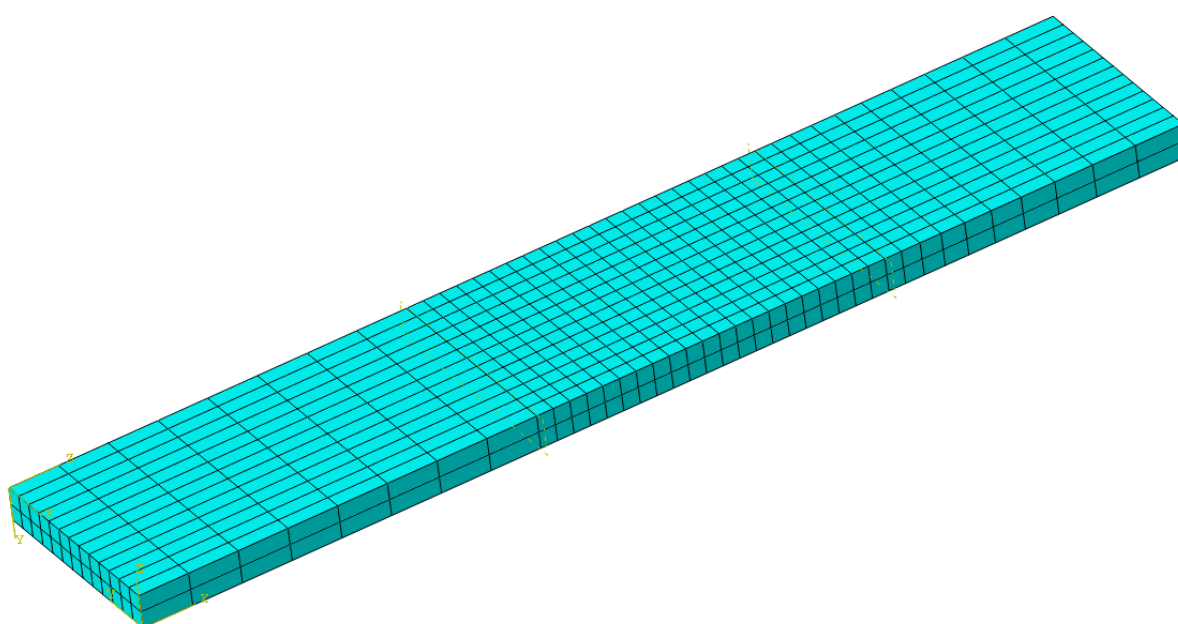
```
*controls, parameter=time incrementation  
,,,,,,50
```

Ova linija povećava broj dozvoljenih iteracija sa standardne vrijednosti od 5 iteracija, na 50. Budući da je problem delaminacije kompozitnog materijala vrlo nelinearan, rješenje teško konvergira stoga je često potrebno više od 5 iteracija. U generalnom slučaju ukoliko *Abaqus* dođe do graničnog broja iteracija i ne uspije dobiti konvergenciju rješenja prekida analizu pa da se to ne bi dogodilo je broj iteracija višestruko povećan. Zarezi na početku drugog reda navedene linije označavaju ostale vrijednosti koje nisu mijenjane, a svaki zarez označava jednu vrijednost. Budući da te vrijednosti nisu mijenjane, neće biti objašnjavane u radu.

## 7. Rezultati analiza pod kvazi-statičkim opterećenjem

U [11] je prvo izveden eksperiment pod kvazi-statičkim opterećenjem u kojem je određen pomak krajeva DCB modela kod kojeg dolazi do iniciranja delaminacije. Nakon što je određen statički pomak, proveden je eksperiment pod cikličkim opterećenjem u kojem je maksimalan pomak jednak 60% pomaka za iniciranje delaminacije pod kvazi-statičkim opterećenjem.

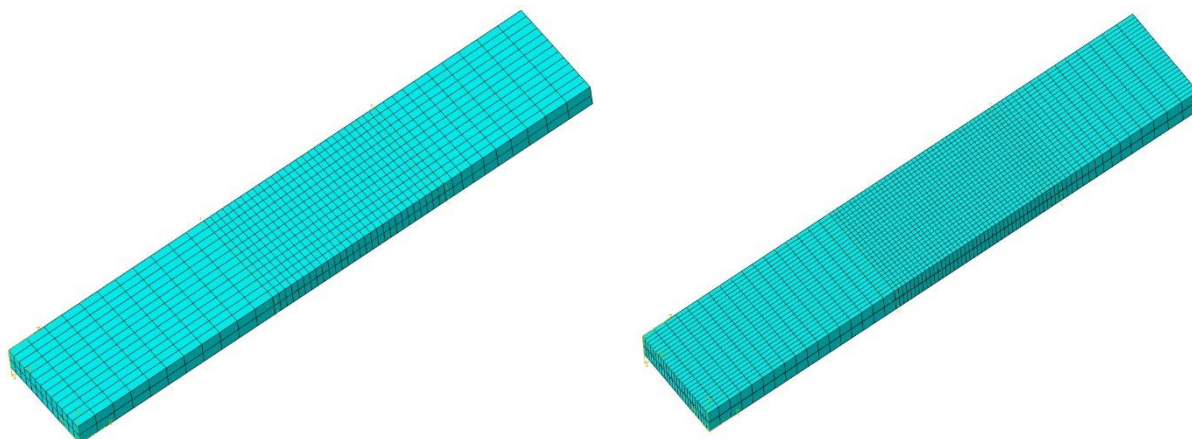
Prema parametrima definiranim u prethodnom poglavlju, napravljeni su modeli za kvazi-statičku analizu umreženi sa kontinuum ljuskastim elementima, SC8R. Ukupno su napravljena četiri modela sa različitim brojevima elemenata sa svrhom praćenja promjene kritične vrijednosti pomaka u ovisnosti o gustoći mreže.



**Slika 27. Prva mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu**

Na slici 27 je prikazana prva generirana mreža konačnih elemenata DCB modela. Elementi koji su inicijalno slijepljeni i delaminirati će se tokom opterećivanja su veličine 2mm, dok su slobodni elementi (na lijevoj strani modela sa slike 27) dimenzija 6x2x2 mm. Također, desnoj strani modela se elementi postupno povećavaju do dimenzija 6x2x2 mm, budući da se ne očekuje da delaminacija propagira do kraja elementa, stoga nema potrebe imati tako gustu mrežu. Gustoća mreže je bitan faktor za trajanje analize, stoga je svaka mogućnost povećanja veličine konačnih elemenata poželjna, dok god ne smanjuje točnost analize preko određene mjere.

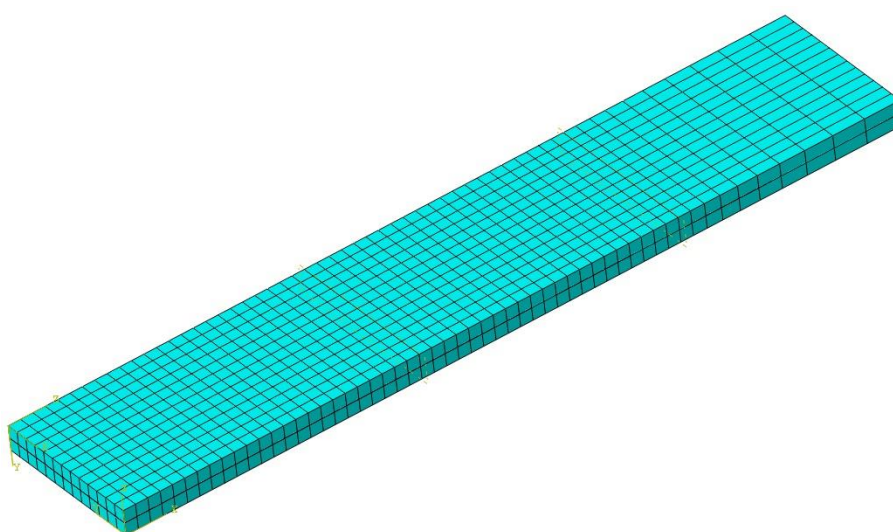




**Slika 28. Druga (lijevo) i treća (desno) mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu**

Nadalje, generirana je druga mreža konačnih elemenata prikazana na slici 28 lijevo. Elementi koji će se delaminirati su smanjeni na  $1,5 \times 2 \times 1,5$  mm, elementi na lijevoj strani modela na kojoj djeluje opterećenje su smanjeni na  $5 \times 1,5 \times 2$  mm, a na desnoj strani su isti kao i na prethodnom modelu. S ovom mrežom se očekuju točniji rezultati od prethodne, no i duže vrijeme trajanja analize.

Na slici 28 desno je prikazana treća mreža konačnih elemenata, na kojoj su elementi dalje smanjeni na  $1 \times 1 \times 2$  mm za elemente koji će se delaminirati, elementi na strani na kojoj je opterećenje su smanjeni na  $4 \times 1 \times 2$  mm, a elementi kod uklještenja se povećavaju s  $1 \times 1 \times 2$  mm do  $1 \times 1 \times 4$  mm. Od ove mreže se očekuju najtočniji rezultati, no i najduže vrijeme trajanja analize.

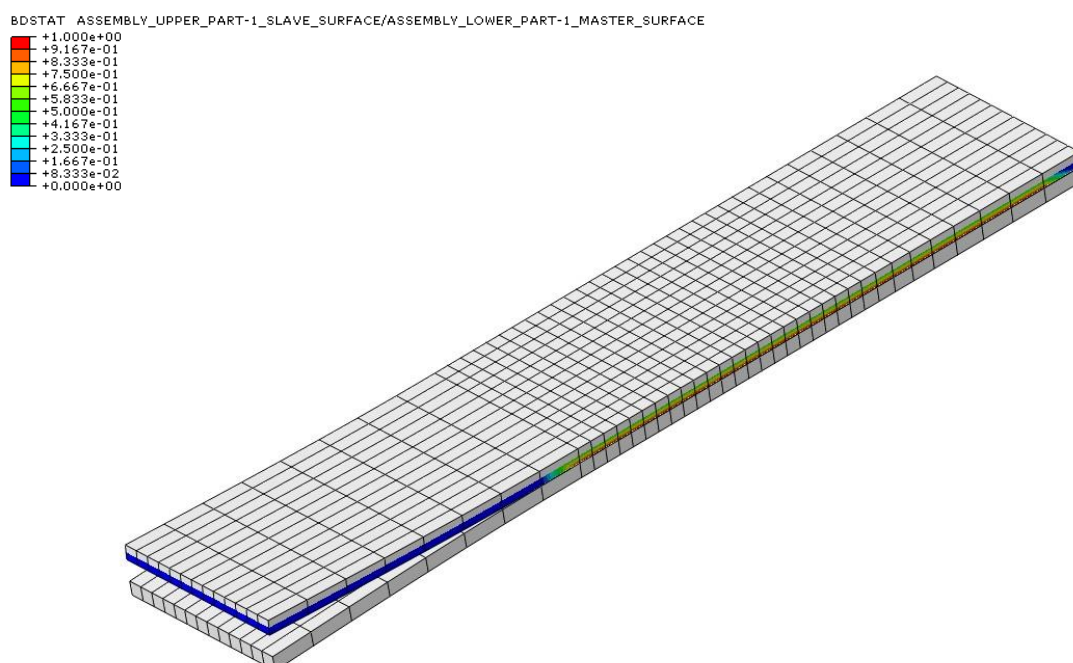


**Slika 29. Četvrta mreža konačnih elemenata za kvazi-statičku analizu**

Finalno, generirana je četvrta mreža konačnih elemenata pri čemu su elementi veličine 2x2x2 mm po cijelom volumenu modela od opterećenja do delaminacije, dok su na dijelu konstrukcije kod uklještenja elementi postepeno sve veći do kad ne dosegnu dimenzije 2x2x6 mm. Cilj ovog modela je vidjeti ima li finija mreža konačnih elemenata na dijelu konstrukcije koji će se savinuti utjecaja na rezultate.

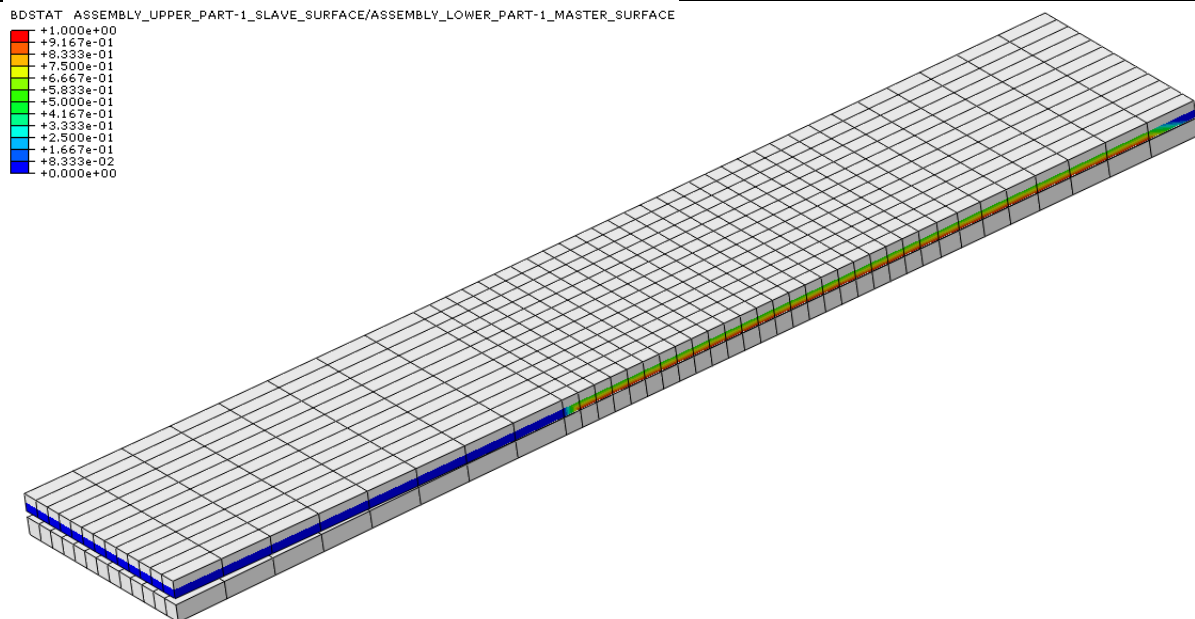
### 7.1.1. Prva mreža konačnih elemenata

Nakon generiranja mreže konačnih elemenata i definiranja analize prema informacijama danima u poglavlju 6.3, provedena je analiza pomaka kod kojeg se pojavljuje delaminacija.



**Slika 30. Nedelaminirana prva mreža konačnih elemenata**

Na slici 30 je prikazan DCB model s prvom mrežom konačnih elemenata pod opterećenjem bez delaminacije. Pomak na lijevom kraju modela iznosi 1,5 mm na obje strane. Prikazana je izlazna varijabla BDSTAT, koja daje informaciju o stanju slijepljenosti čvorova. Crvena i zelena boja elemenata pokazuje na čvorove koji su slijepljeni, dok plava prikazuje odvojene. Usporedimo li sliku 32 sa slikom 25 koja prikazuje inicijalno slijepljene čvorove prije opterećivanja, možemo vidjeti da je pomak od 1,5 mm na obje strane premalen da bi došlo do delaminacije. S tim na umu, pomak je u slijedećoj analizi povećan.

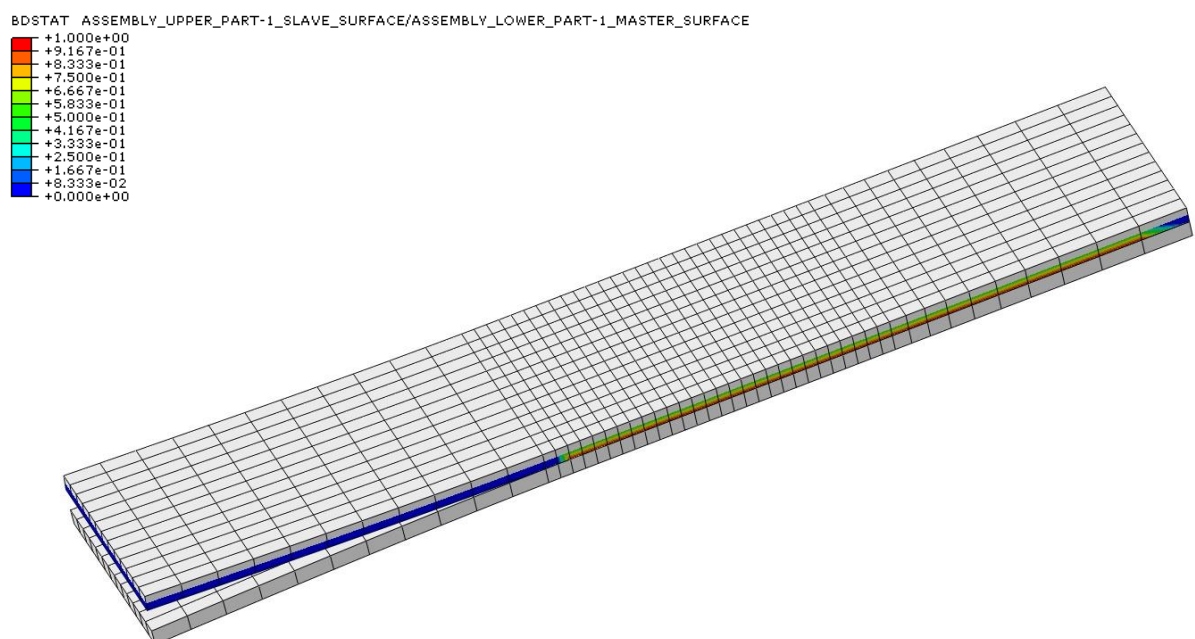


**Slika 31. Delaminirana prva mreža konačnih elemenata**

Nakon povećanja pomaka na 1,55 mm na obje strane, došlo je do pojave delaminacije. Usporedbom slike 31 sa slikom 30, može se vidjeti da se prvi red čvorova odvojio što znači da je za tu mrežu konačnih elemenata kritičan pomak za pojavu delaminacije otprilike 1,55 mm. Za analizu je trebalo 64 sekunde na procesoru *4-core Intel i5 3570k, 3,4 GHz*

### 7.1.2. Druga mreža konačnih elemenata

Nadalje, analizirana je druga mreža konačnih elemenata sa slike 28 lijevo.

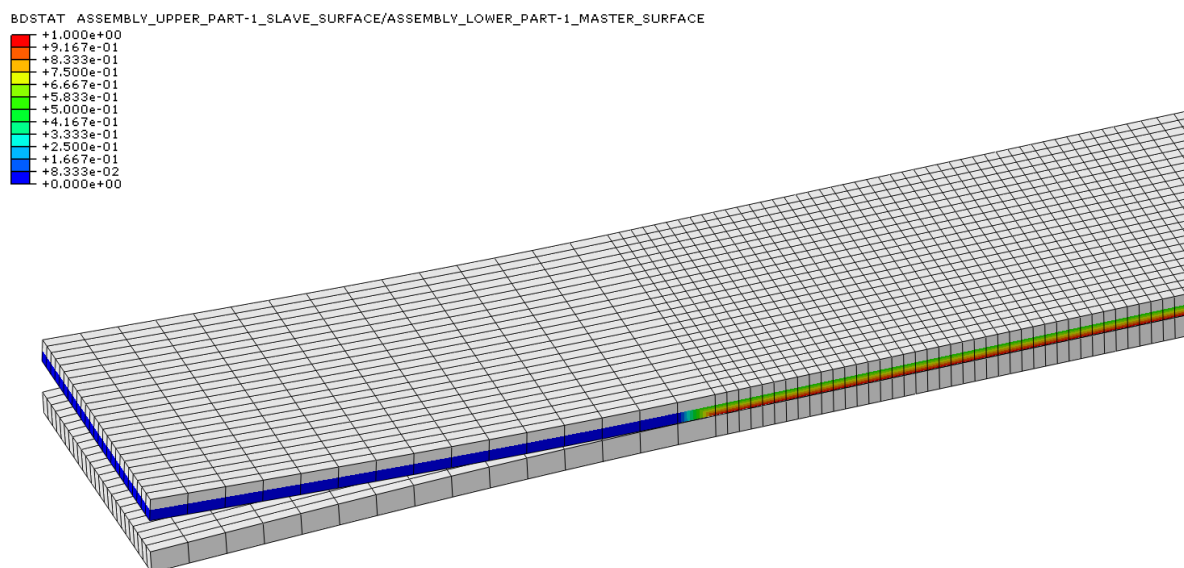


**Slika 32. Delaminirana druga mreža konačnih elemenata**

Slika 32 prikazuje drugu mrežu konačnih elemenata pod opterećenjem koje uzrokuje pomak od 1,5 mm. Primjećuje se da su se dva reda čvorova delaminirala pri tom pomaku, dok se prethodna, grublja mreža kod tog opterećenja nije delaminirala. Dakle, s finijom mrežom je potrebno manje opterećenje da bi došlo do delaminacije. Trajanje analize je bilo 128 sekundi.

### 7.1.3. Treća mreža konačnih elemenata

Slijedeće, analizirana je treća, najfinija mreža konačnih elemenata.



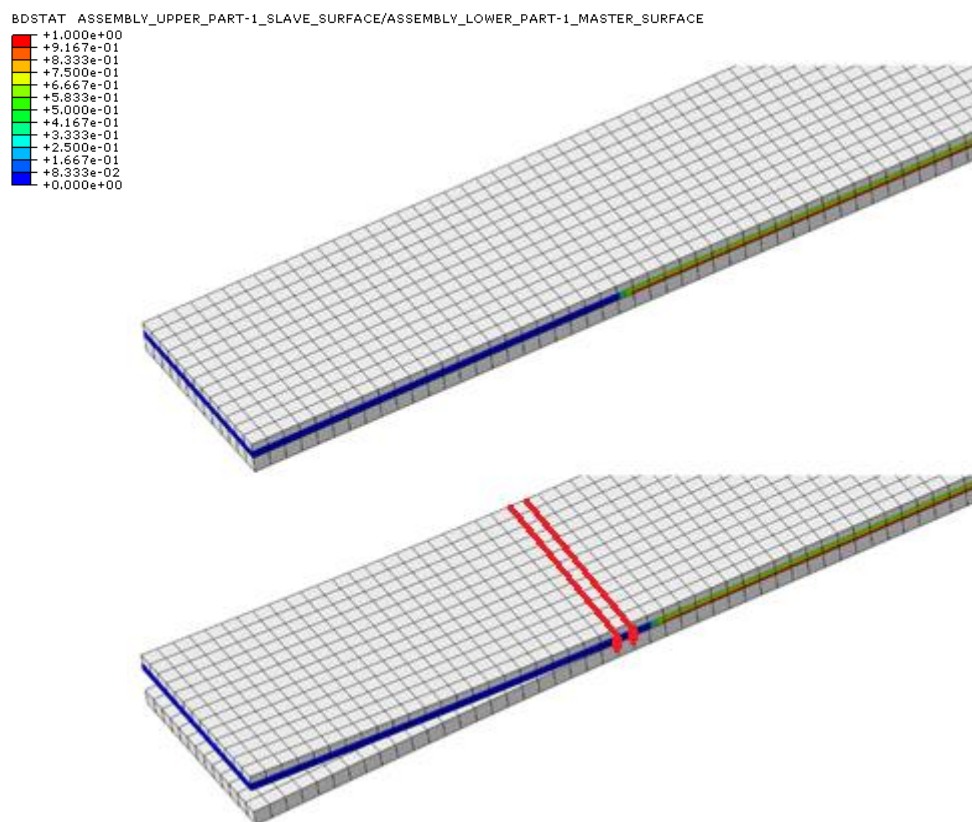
**Slika 33. Nedelaminirana treća mreža konačnih elemenata**

Slika 33 prikazuje treću mrežu konačnih elemenata koja se nije delaminirala kod zadavanja pomaka od 1,48 mm. Dakle ta analiza je bila statička i nelinearna, no trajala je 330 sekundi. Nakon toga je pomak povećan na 1,5 mm s pretpostavkom da će pri tom pomaku doći do delaminacije. Tijekom analize, *Abaqus* je imao problema s postizanjem konvergencije, te je zahtjevao najkraće trajanje inkrementa da bude manje od prethodno zadanih  $1 \cdot 10^{-20}$  sekundi. Nakon spuštanja vremena na pretjeranih  $1 \cdot 10^{-50}$  sekundi je analiza funkcionirala, no nakon što je trajala više od 930 sekundi je zaključeno da nema smisla nastavljati s analizom te je prekinuta.

Usporedbom rezultata druge i treće mreže možemo vidjeti da je do delaminacije na drugoj mreži došlo s 1,5 mm pomaka nakon 128 sekundi analize, na trećoj mreži s 1,48 mm pomaka nije došlo do delaminacije, što znači da se može očekivati da delaminacija nastupi negdje između 1,48 i 1,5 mm pomaka. Uz pretpostavku da će do delaminacije doći na 1,49 mm pomaka, ispada da nema smisla provoditi analizu s trećom mrežom budući da se vrijeme trajanja analize višestruko povećava za povećanje točnosti rezultata od ispod 1%.

### 7.1.4. Četvrta mreža konačnih elemenata

Finalno, analizirana je četvrta mreža konačnih elemenata.

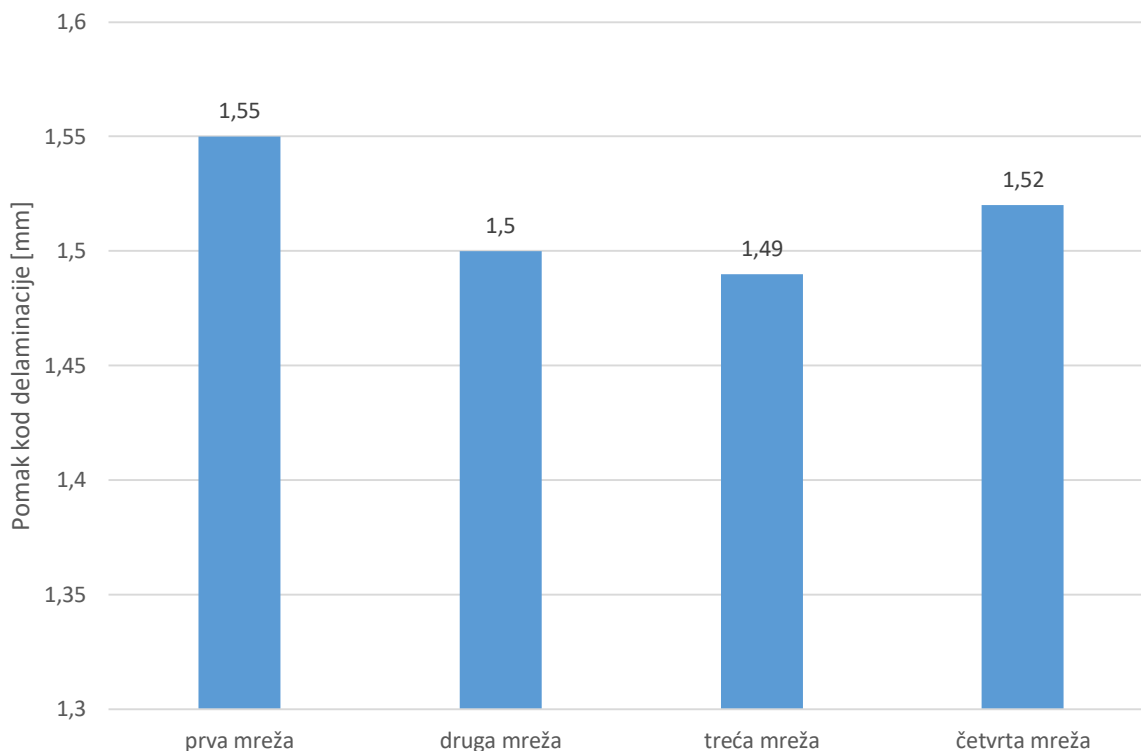


**Slika 34. Neopterećena i delaminirana četvrta mreža konačnih elemenata**

Slika 34 prikazuje četvrtu mrežu konačnih elemenata u neopterećenom stanju (gore) i delaminiranu pod pomakom od 1,52 milimetra (dolje) Dva reda delaminiranih čvorova su označeni crvenim linijama.

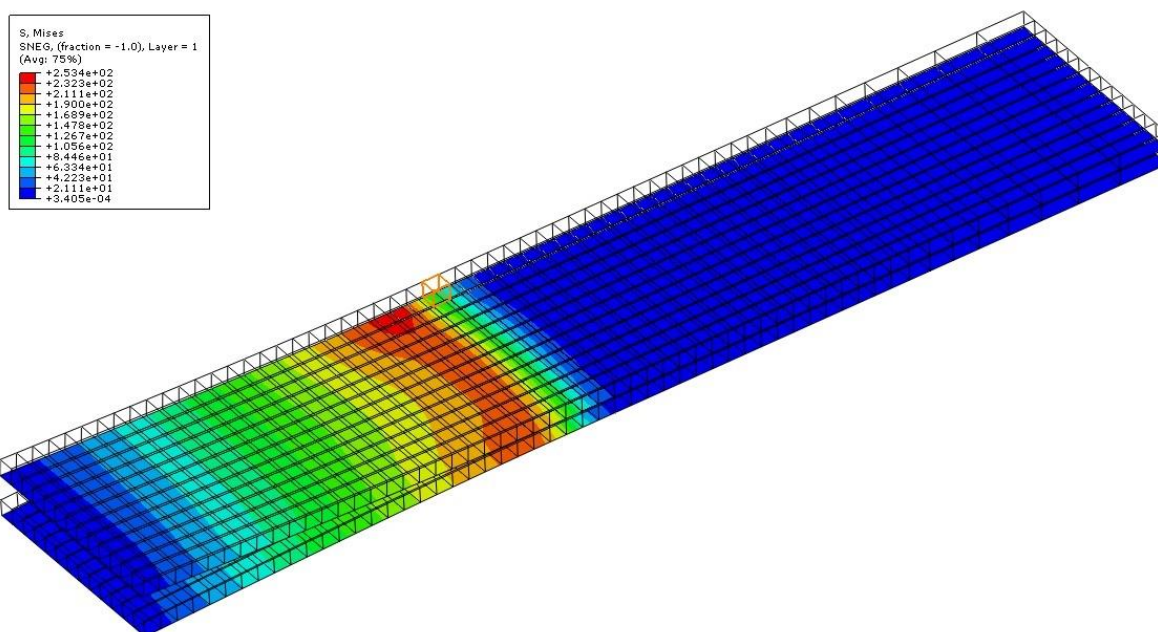
Primjećuje se delaminacija pri 1,52 mm pomaka, što je manje od 1,55 mm na prvoj mreži s istom veličinom elemenata na fronti delaminacije. Analiza je trajala 96 sekundi. Zaključeno je da za zadovoljavajuće trajanje analize ova mreža daje najtočnije rezultate, stoga će ona biti korištena za cikličku analizu.

Osim samog procesa odvajanja čvorova, analizirane su i druge karakteristične vrijednosti.



**Slika 35. Pomaci kod inicijacije delaminacije za različite mreže konačnih elemenata**

Na slici 35 su dijagramom prikazani iznosi pomaka potrebni za inicijaciju delaminacije.



**Slika 36. Ekvivalentno Von Misesovo naprezanje [MPa] delaminiranog modela**

Na slici 36 je prikazano stanje naprezanja delaminiranog modela s četvrtom mrežom konačnih elemenata. Očekivano, najveće naprezanje je na mjestima najveće deformacije, odnosno na fronti delaminacije. Na lijevoj strani gdje je nametnut pomak nema naprezanja, odnosno vrlo je malo jer zbog krutosti konstrukcije nema deformacije na tom dijelu. Također, sve nakon fronte

delaminacije na dijelu koji je spojen je također neopterećeno. Bitno je napomenuti da je na slici 36 svo prikazano naprezanje izračnato za najdonji sloj u obje ploče.

### 7.1.5. Proces vršenja kvazi-statičke analize

Nakon prikaza rezultata, korisno je prikazati način na koji *Abaqus* vrši analizu.

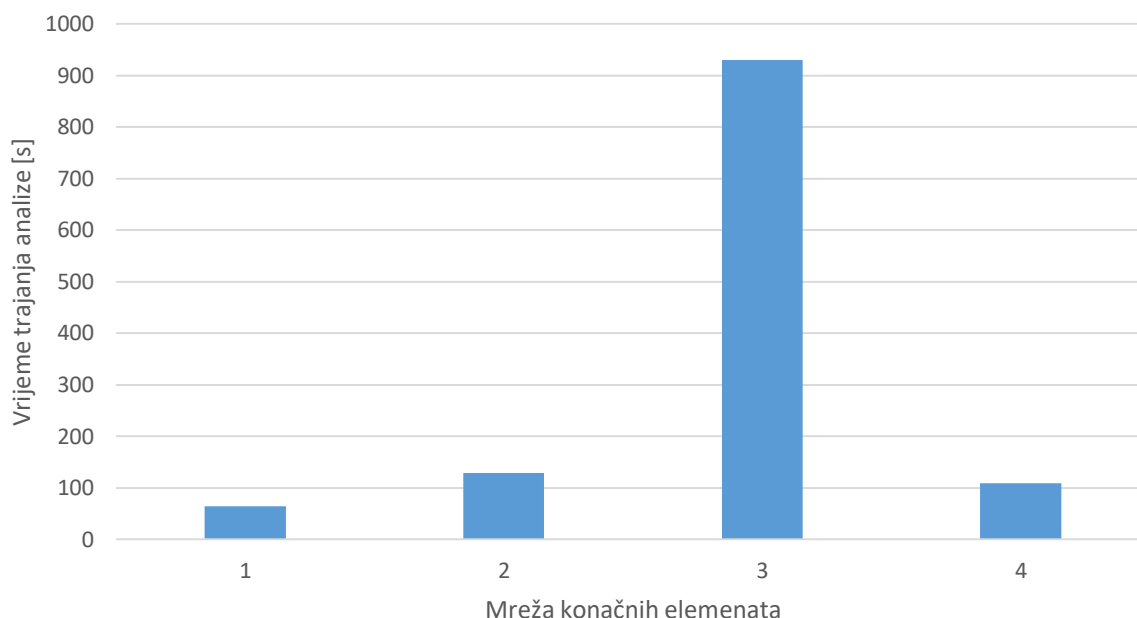
Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	1	1U	7	0	7	0	0	0.0001
1	1	2U	7	0	7	0	0	2.5e-05
1	1	3U	7	0	7	0	0	6.25e-06
1	1	4	20	0	20	1.5625e-06	1.5625e-06	1.5625e-06
1	2	1	3	0	3	2.73437e-06	2.73437e-06	1.17188e-06
1	3	1	4	0	4	0.00335986	0.00335986	0.00335712
1	4	1	1	1	2	0.179157	0.179157	0.175797
1	5	1	2	0	2	0.198897	0.198897	0.0197405
1	6	1U	0	1	1	0.198897	0.198897	6.25e-06
1	6	2	1	0	1	0.198904	0.198904	6.25e-06
1	7	1U	1	0	1	0.198904	0.198904	9.375e-06
1	7	2	1	0	1	0.198913	0.198913	9.375e-06
1	8	1U	2	0	2	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	2U	2	1	3	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	3U	2	1	3	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	4U	4	0	4	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	5U	3	0	3	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	6U	3	0	3	0.198913	0.198913	1.40625e-05
1	8	7	2	0	2	0.198927	0.198927	1.40625e-05
1	9	1	1	0	1	0.198948	0.198948	2.10938e-05
1	10	1U	1	1	2	0.198948	0.198948	3.16406e-05
1	10	2	2	0	2	0.19898	0.19898	3.16406e-05
1	11	1	3	0	3	0.199027	0.199027	4.74609e-05
1	12	1	3	0	3	0.199098	0.199098	7.11914e-05
1	13	1	1	0	1	0.199205	0.199205	0.000106787
1	14	1	0	1	1	0.199365	0.199365	0.000160181
1	15	1	0	1	1	0.199606	0.199606	0.000240271
1	16	1	0	1	1	0.199966	0.199966	0.000360406
1	17	1	0	1	1	0.2	0.2	3.39308e-05

**Slika 37. Proces vršenja analize delaminacije pod kvazi-statičkim opterećenjem**

Na slici 37 je prikazan način na koji je *Abaqus* vršio analizu delaminacije na četvrtoj mreži konačnih elemenata. Ukupno mu je trebalo 17 inkremenata. Za prvi inkrement su mu trebale iteracije, budući da mu je zadano vrijeme prvog inkrementa od 0,0001 sekunda bilo preveliko da bi došlo do konvergencije rješenja. Spuštanjem vremena trajanja do  $1,5625 \cdot 10^{-6}$  s je došlo do konvergencije, rješenje je prihvaćeno i započet je slijedeći inkrement.

Nakon izvršene analize, *Abaqus* daje mogućnost grafičkog prikaza geometrije konstrukcije na kraju svakog inkrementa te se može pokrenuti i animacija cijelog procesa delaminacije. Iz očitih

razloga to nije moguće prikazati u tekstu rada u kojem smo ograničeni na slike, no detaljnim analiziranjem procesa delaminacije uočeno je da kod inkremenata s najvećim brojem iteracija (u gornjem slučaju je to osmi inkrement) dolazi do delaminacije. Prema teoriji, najveća nelinearnost se događa upravo kod odvajanja čvorova prilikom delaminacije.



**Slika 38. Usporedba vremena trajanja analize za korištene numeričke modele**

Slika 38 vizualno prikazuje utjecaj broja konačnih elemenata na vrijeme trajanja analize. Pri tome je važno napomenuti da analiza treće mreže koja je trajala 930 sekundi nije završena nego je prekinuta nakon zaključivanja da traje predugo za premalo povećanje točnosti rezultata.



## 7.2. Modeliranje delaminacija pod cikličkim opterećenjem

Da bi se uspješno modeliralo cikličko opterećenje, potrebno je napraviti određene promjene kod modeliranja kvazi-statičkog opterećenja.

Prvo, da bi *Abaqus* znao da je potrebna ciklička analiza, potrebno je definirati *Cyclic step* koji mijenja *input* datoteku za pokretanje analize. Na taj način možemo definirati vrijeme trajanja ciklusa, inkrementaciju cikličke analize i broj željenih ciklusa. U ovom slučaju sve te vrijednosti su definirane dodavanjem slijedeće linije u *input* datoteku koja je preuzeta iz [17] uz namještanje prve dvije i zadnje vrijednosti.:

\*Direct Cyclic, continue=NO, fatigue

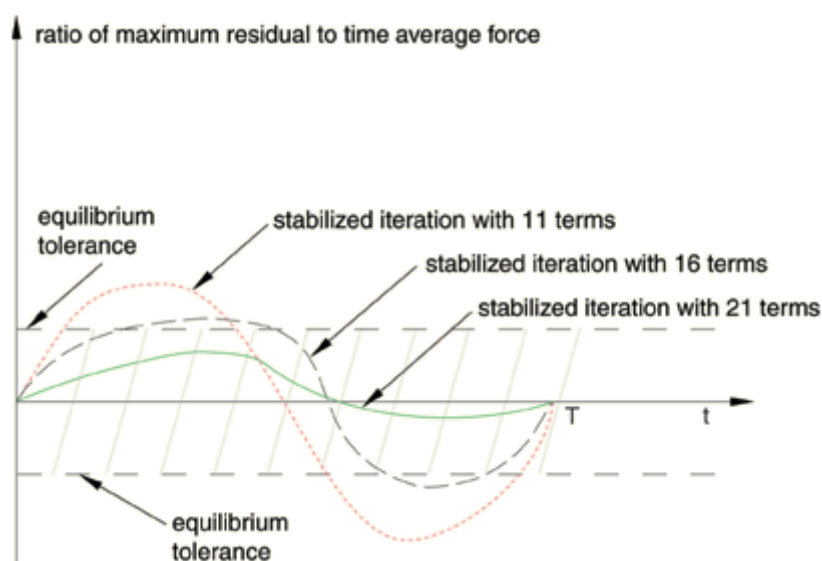
0.02, 0.2, , , 11 , 11 , 5 , 10

, , 140000, ,

Prvi broj u gornjoj liniji označava vrijeme trajanja jednog inkrementa u iznosu od 0,02 sekunde. U ovom slučaju je inkrementacija fiksna, za razliku od statičke analize gdje *Abaqus* sam određuje trajanje inkrementa u određenom spektru vrijednosti. Inkrementacija je fiksna jer *Abaqus* ne može vršiti nelinearnu analizu kod simuliranja cikličkog opterećenja.

Drugi broj određuje trajanje jednog ciklusa. U ovom slučaju je korišteno opterećenje frekvencije 5 Hz iz [11], stoga je period ciklusa 0,2 sekunde.

Brojevi 11, 11, 5, 10 određuju parametre Fourierovog opisa opterećenja, a u ovom slučaju su preuzeti iz [17]. Cikličko opterećenje je u *Abaqus*-u opisano Fourierovom funkcijom, što znači da s povećanjem broja Fourierovih vrijednosti dolazi do točnijeg opisa opterećenja, što može rezultirati realnijim rješenjima.



Slika 39. Utjecaj broja Fourierovih vrijednosti na stabilizaciju rješenja [15]

Slika 39 prikazuje utjecaj broja Fourierovih vrijednosti na stabilizaciju rješenja. Na vertikalnoj osi je prikazan omjer reziduala sile i prosječne sile, a na horizontalnoj osi je vrijeme. S većim brojem Fourierovih vrijednosti smanjuje se omjer reziduala i prosječne sile što rezultira boljim opisom opterećenja, što nadalje rezultira boljom konvergencijom rješenja. Može se reći da je kod cikličke analize Fourierova funkcija preuzima ulogu definiranja brzine konvergencije rješenja, kao što kod kvazi-statičke analize broj iteracija i inkremenata utječe na istu.

Prvi broj 11 određuje početni broj Fourierovih vrijednosti, drugi broj 11 određuje maksimalni broj Fourierovih vrijednosti (jer *Abaqus* može i sam određivati broj vrijednosti u određenom skupu), broj 5 određuje inkrement kod određivanja broja Fourierovih vrijednosti, te broj 10 maksimalni broj dozvoljenih iteracija.

U drugom redu je samo broj 140000, koji je broj ciklusa.

Slijedeća linija dodana u *input* datoteku je:

```
*controls,type=direct cyclic
,100,5.E-3,5.E-3,5.E-3
```

također preuzeta iz [17]. U ovom radu neće biti detaljno opisivana jer [17] tvrdi da nju nije preporučljivo dodavati u standardnoj analizi, no u ovom slučaju promjena prve vrijednosti sa standardnih  $-3,5 \cdot 10^{-3}$  na zadanih 100 višestruko smanjuje vrijeme analize. Isprobavanje točno na koji način ona utječe na trajanje analize bi uzelo previše vremena s obzirom na ograničene računalne resurse, a budući da nije u opsegu ovog rada linija je samo preuzeta iz literature bez detaljnijeg ispitivanja.

Zadnja linija koja se mora dodati u *input* datoteku glasi:

```
*FRACTURE CRITERION,TYPE=fatigue,MIXED MODE BEHAVIOR=BK,
TOLERANCE=0.001
2.8e-9,-15.415,2.44e11,2.5,0.353,0.9,0.25,1.7
1.7,1
```

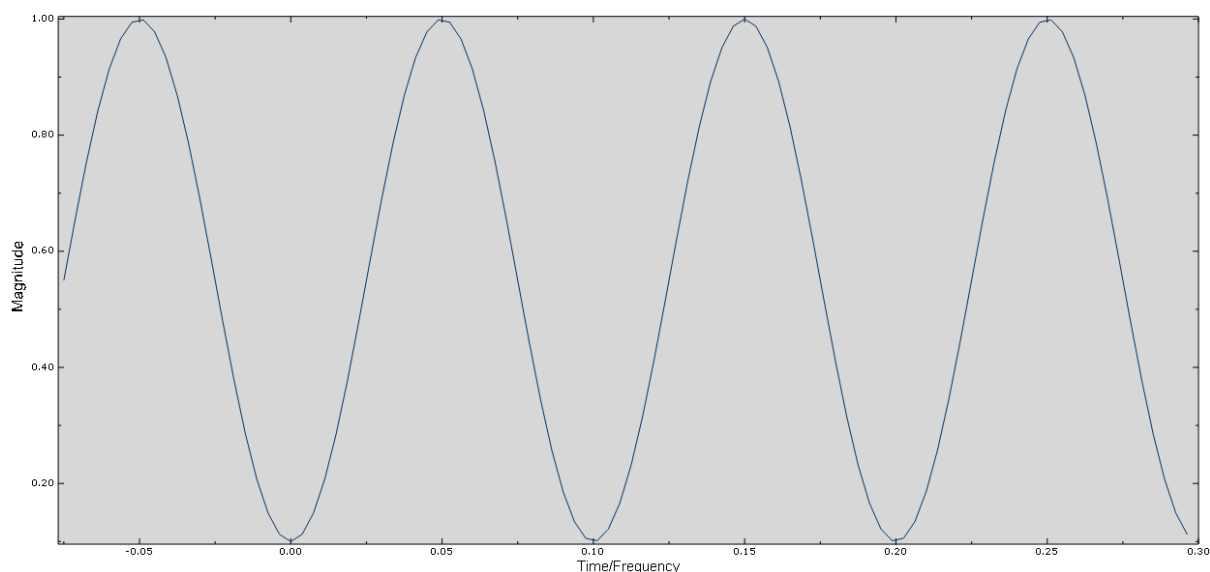
Prve četiri vrijednosti u gornjoj liniji su Parisove konstante redom  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  i  $c_4$ . Opisane su u poglavlju 5.3 i jednadžbama (6.5) i (6.7).

Četvrta i peta vrijednost su omjeri  $\frac{G_{tresh}}{G_{equivC}}$  i  $\frac{G_{pl}}{G_{equivC}}$  sa Slika 17, odnosno one definiraju u kojem trenu dolazi do inicijacije delaminacije i njenog nestabilnog rasta.

Zadnje dvije vrijednosti u drugom redu i prva vrijednost u trećem redu su kritične brzine oslobađanja energije deformiranja za redom prvi, drugi i treći način otvaranja pukotine, a zadnja vrijednost u trećem redu je  $\eta$  za proračun BK modela.

Nakon dodavanja linija u *Input* datoteku, potrebno je modificirati opterećenje u smislu određivanja periodičke funkcije.

Da bi se u *Abaqus*-u definirala periodička funkcija, potrebno je definirati kružnu frekvenciju, početnu amplitudu, početno vrijeme te omjer maksimalne i minimalne vrijednosti.



**Slika 40. Periodička funkcija definirana u *Abaqus*-u**

Nakon što je funkcija definirana, može se primjeniti na opterećenje. Poželjno je definirati funkciju u jediničnim vrijednostima da bi se opterećenje samo množilo s funkcijom i rezultiralo željenim periodičkim opterećenjem bez potrebnog proračunavanja amplitude. Na gornjoj slici je prikazana sinus funkcija maksimalne vrijednosti 1, minimalne 0,1, frekvencije 10 Hz, početne vrijednosti 0,1 u trenutku 0 sekundi.

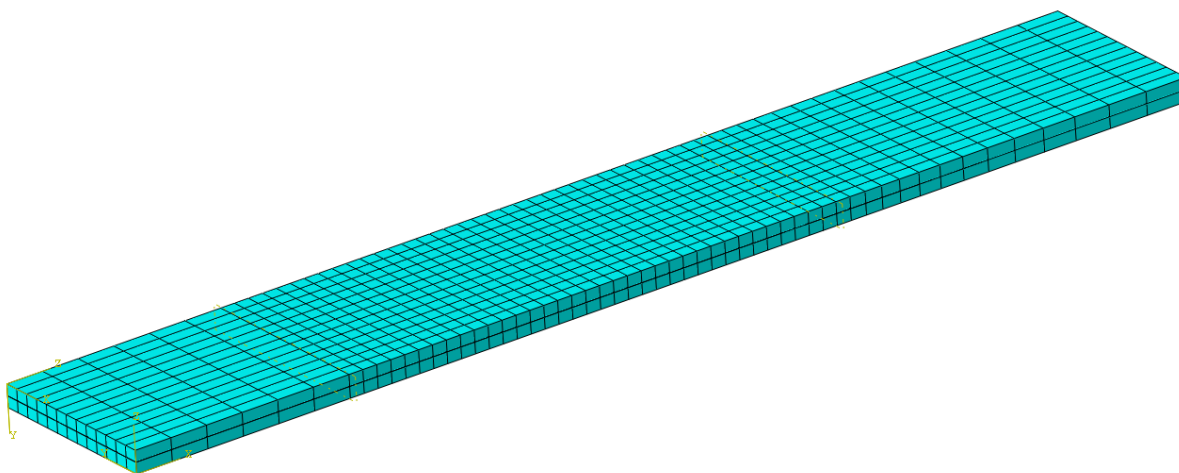
*Abaqus* zahtjeva definiranje statičke analize prije pokretanja cikličke. Razlog za to nije fizikalan, već je specifičnost programa. Iz tog razloga je u daljnjim analizama prvo definirana statička analiza sa vrlo malim vrijednostima opterećenja da ne bi interferirala s cikličkom analizom, te nakon toga započinje ciklička. Iz tog razloga je potrebno definirati dva seta opterećenja, prvi statički, koji radi samo u statičkom *stepu*, i drugi, dinamički, koji radi samo u cikličkom *stepu*. Ukoliko se oni ne izmijene u trenutku prebacivanja *stepa* iz statičkog u ciklički, doći će do greške i prekida analize.

### 7.3. Rezultati cikličke analize

Za prvu analizu je odabrana literatura [17] zato što je u njoj rađena numerička analiza delaminacije DCB modela prilikom cikličkog opterećenja sa detaljno navedenim vrijednostima materijala. Bitno je napomenuti da su prethodne, kvazi-statičke analize rađene prema [11], te će ciklička analiza tih modela biti rađena kasnije.

Korišten je kompozit od grafitnih vlakana ojačanih epoksidnom smolom, rasporeda slojeva  $[0]_{12}$  debljine pojedinog sloja 0,125 milimetara, što čini jednu ploču od 1,5 milimetra debljine.

Nadalje, dane su sve vrijednosti Parisova zakona kao i kritične vrijednosti brzine oslobađanja deformacijske energije, uključujući i  $\eta$  za proračun BK modela. Naravno, dane su i dimenzije ploča kao i početna duljina delaminacije. Također, dana je i veličina mreže konačnih elemenata u iznosu od 1,5x2x2 milimetra za elemente koji će se delaminirati, te 1,5x2x6 milimetara za ostale. Elementi se postepeno povećavaju prema uklještenju prema *Abaqus*-ovoj funkciji *bias* do 1,5x2x6 milimetara kod uklještenja.. Dani su i brojevi Fourierovih parametara za cikličku analizu, a navedeni i opisani su u prethodnom poglavlju.

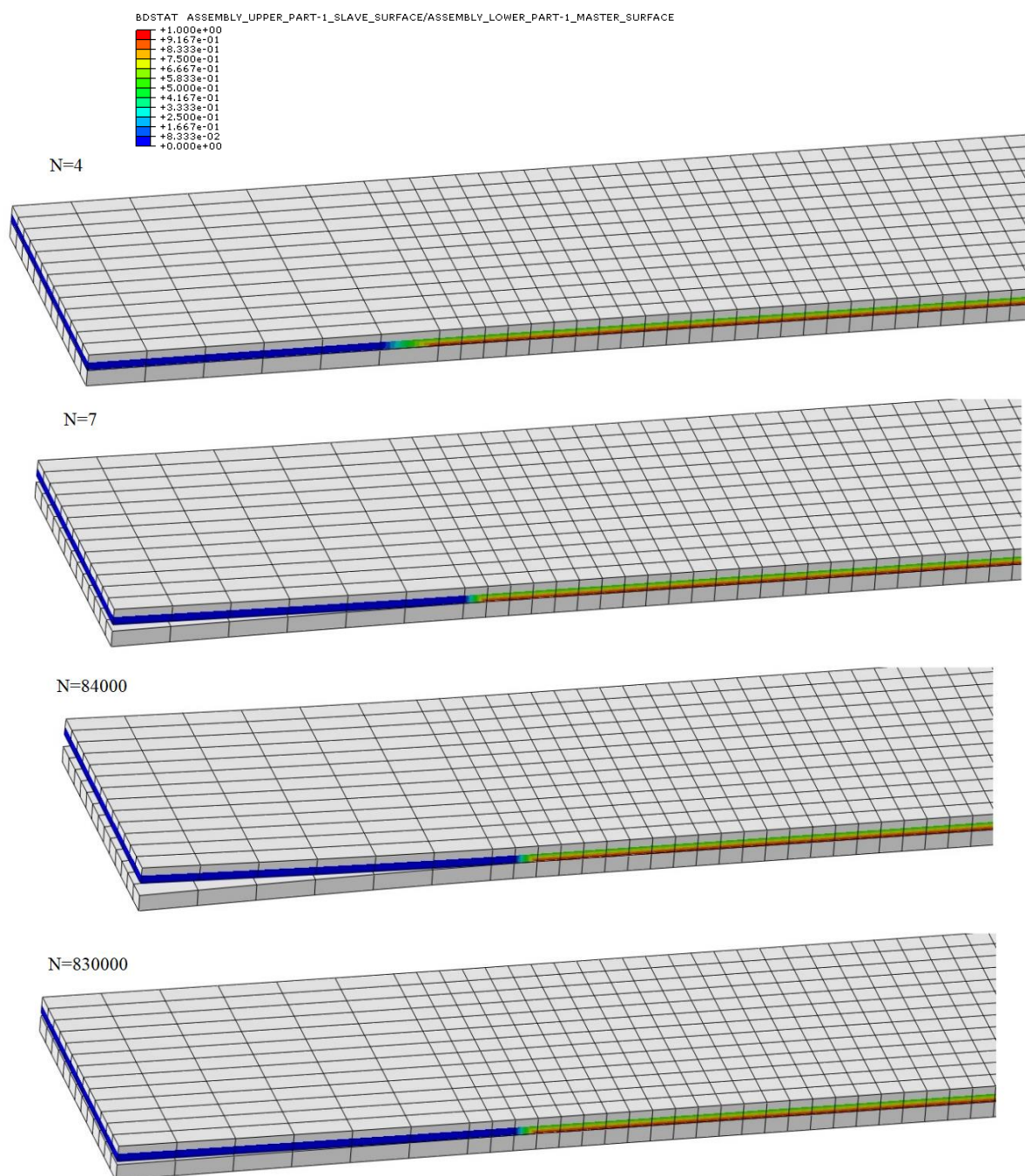


**Slika 41. Model i mreža konačnih elemenata napravljena po uzoru na [17]**

Striktno se držeći parametara danih u [17], napravljen je model i mreža konačnih elemenata.

Maksimalna vrijednost pomaka u cikličkoj analizi je 0,67 milimetara sa svake strane, dok je u statičkoj analizi (sa svrhom ispunjavanja *Abaqus*-ove specifičnosti) nametnut pomak od 0,0067 milimetara.

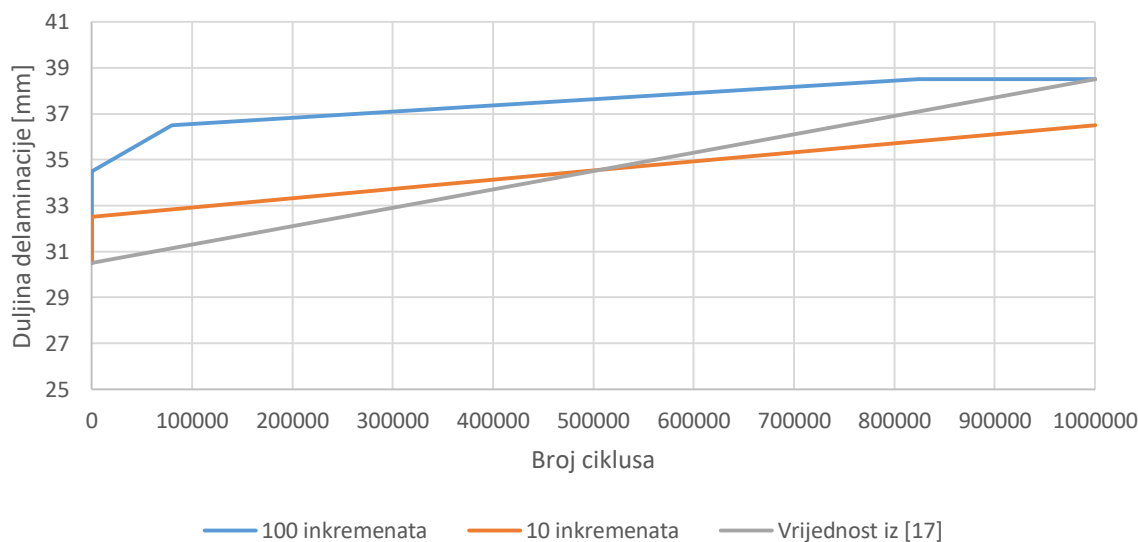
U [17] je provedena analiza sa 100 inkremenata po ciklusu, dok su u ovom radu provedene dvije analize, jedna sa 100 inkremenata i jedna sa 10, sa svrhom usporedbe vremena trajanja i dobivenih rezultata.



**Slika 42. Propagacija delaminacije modela iz [17]**

Na slici 42 je prikazana propagacija delaminacije modela iz [17] sa pripadajućim brojevima ciklusa za svaki trenutak propagacije delaminacije. *Abaqus* može prikazati animaciju otvaranja i zatvaranja lijeve strane modela pod cikličkim opterećenjem, no iz očitih razloga u tekstualnom

radu se može prikazati samo propagacija delaminacije slikama. Sada se može ručno izvaditi vrijeme odvajanja pojedine fronte čvorova u sekundama, te množenjem broja sekundi s frekvencijom opterećenja dobiti broj ciklusa propagacije delaminacije, sa minimalnom greškom očitavanja. Na taj način su napravljene slijedeći dijagrami.

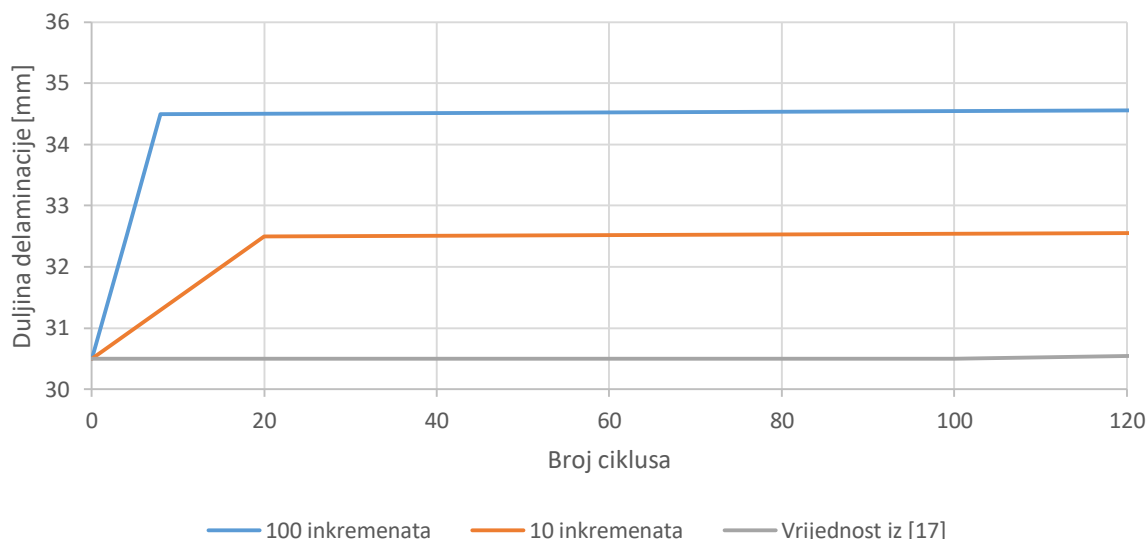


**Slika 43. Usporedba rezultata sa [17]**

Na slici 43 je prikazana usporedba dobivenih rezultata za analizu sa 10 i 100 inkremenata, te analize iz [17].

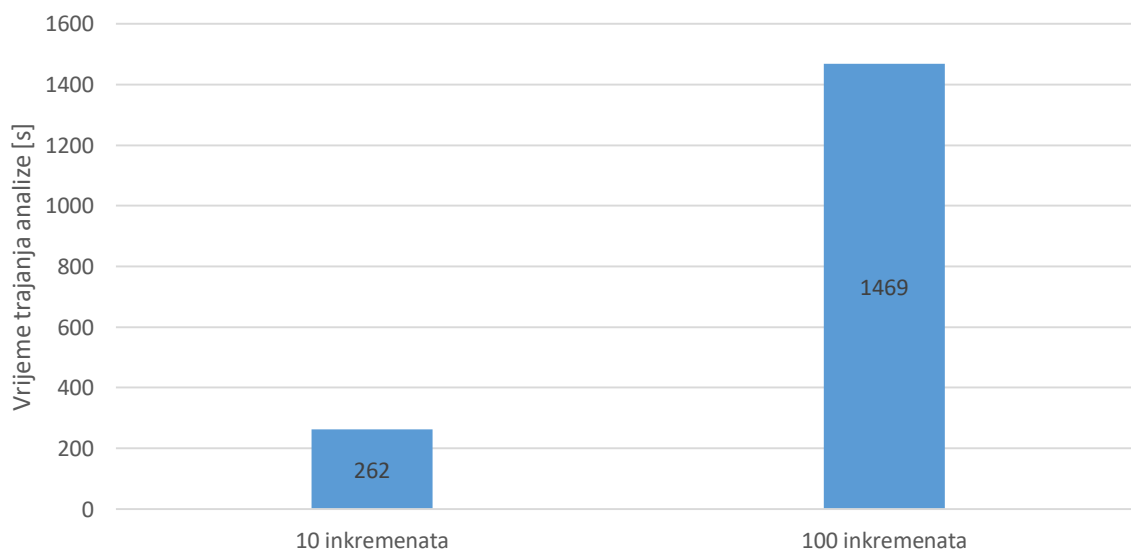
Duljina delaminacije se mjeri od početka ploče i uključuje duljinu PTFE trake, stoga je početna vrijednost na slici 43 iznosi 30,5 mm. Proces delaminacije je fizikalno dobro opisan u pogledu propagacije pukotine kroz veliki broj ciklusa, te se krajnja vrijednost dobro podudara kod analize sa 100 inkremenata. Analiza sa 10 inkremenata pokazuje manju ukupnu duljinu delaminacije, no ona je također bila mnogo manje numerički zahtjevnija, odnosno kraće je trajala.

Ono što je neobično je sam početak analize i procesa cikličkog opterećenja, jer je u [17] prikazano iniciranje delaminacije tek pri 100 ciklusa.



**Slika 44. Početak delaminacije iz [17]**

Slika 44 prikazuje isti dijagram kao i Slika 43, samo je manja vrijednost na horizontalnoj osi sa svrhom povećanja vidljivosti rezultata na početku procesa delaminiranja. Spomenuta inicijacija delaminacije na eksperimentalnim rezultatima se ne uočava zbog vrlo malog nagiba pravca nakon 100 ciklusa. Na rezultatima dobivenim za ovaj rad se vidi brzi početak delaminacije, s inkrementom od 2 mm budući da je to veličina konačnih elemenata korištenih za analizu, dok je na rezultatima iz literature vidljiva puno sporija delaminacija, unatoč tome što su konačne vrijednosti iste.



**Slika 45. Usporedba vremena trajanja analize sa 100 inkremenata i sa 10 inkremenata**

Slika 45 prikazuje razliku u vremenu trajanja analize između 100 i 10 inkremenata po ciklusu. Zanimljivo je da je razlika u vremenu analize manja od 10 puta, što nije u razmjeru s 100 i 10 ciklusa, no svejedno je daleko kraće s smanjenjem broja iteracija. Uz to što se smanjuje vrijeme

trajanja, smanjuje se i potrebna radna memorija za provedbu analize, što je autoru rada vrlo dobro došlo jer 8 GB radne memorije ponekad nije dovoljno za ovako zahtjevnu analizu. Više o tome će biti govoreno na slijedećim stranicama.

Postavlja se pitanje koji je razlog razlikama u rješenjima, budući da su sve vrijednosti jednako definirane, mreža konačnih elemenata ista, i geometrija jednako modelirana. Razlog bi možda mogao ležati u činjenici da je [17] pisana 2010., u trenutku kada VCCT metoda nije bila direktno implementirana u *Abaqus* nego se morala naknadno pozivati u program. S obzirom da je metoda danas implementirana u *Abaqus*, postoji mogućnost da se kod mijenjao te je možda u tome razlog dobivanja različitih rješenja s istim ulaznim vrijednostima.

U [11] eksperimentalni rezultati prikazuju drugačiji rast delaminacije koji je bliži onome dobivenom numerički u ovoj analizi, stoga će se slijedeće analizirati taj model i problem.

Daljnja analiza izvora razlike u rješenjima nadilazi opseg ovog rada, stoga je ovo kraj analize i usporedbe vrijednosti iz [17].

Nadalje, provedena je analiza slijedećeg DCB modela prema [11]. Delaminacija pod kvazi-statičkim opterećenjem je prikazana u poglavlju 6.3. Korištenjem istog modela napravljena je analiza pod cikličkim opterećenjem kao što je opisano u [11].

Zadana početna duljina delaminacije iznosi 48 milimetara, što je dobro funkcioniralo za numeričko modeliranje delaminacije pod kvazi-statičkim opterećenjem, no kod analize cikličkog opterećenja pri toj početnoj duljini delaminacije nije dolazilo do konvergencije rješenja, te je analiza prekidana. Nakon mnogo pokušaja mijenjana parametara modela, otkriveno je da do konvergencije dolazi s manjom inicijalnom duljinom delaminacije. Pronađena je maksimalna inicijalna duljina delaminacije od 30 milimetara kod koje dolazi do konvergencije rješenja, te je s tim na umu promijenjen model.

Prema [11], maksimalna vrijednost cikličkog pomaka na obje ploče iznosi 60% statičkog pomaka koji uzrokuje iniciranje delaminacije. Prethodno određena vrijednost statičkog pomaka iznosi 1,5 milimetara, stoga bi ciklički pomak trebao biti maksimalno 0,9 milimetara. Budući da je inicijalna duljina delaminacije smanjena s 48 milimetara na 30 milimetara, potrebno je smanjiti maksimalnu vrijednost cikličkog pomaka da bi se dobilo jednako stanje naprezanja. Prema tome, maksimalna vrijednost cikličkog pomaka treba biti smanjena u istom omjeru kao i duljina delaminacije, odnosno s 0,9 na 0,56 milimetara. Time je prilagođena geometrija modela i dobivena bolja konvergenciju rješenja bez velike promjene stanja naprezanja.



Unatoč ekstenzivnom pretraživanju literature, nisu pronađene vrijednosti Parisovog zakona za zadani materijal za uporabu u *Abaqus*-u. Korištene vrijednosti su iz [18] te iznose:

$$C = 0,0015 \text{ mm/ciklusu}, \quad (7.1)$$

$$m = 5,5. \quad (7.2)$$

Međutim, *Abaqus* ne koristi te vrijednosti, već  $c_3$  i  $c_4$ .

Slijedećim matematičkim postupkom se mogu pronaći tražene vrijednosti:

$$\frac{da}{dN} = c_3 G^{c_4}, \quad (7.3)$$

$$\frac{da}{dN} = CK^m, \quad (7.4)$$

$$G = \frac{K^2}{E}. \quad (7.5)$$

Iz gornjih jednadžbi se logaritmiranjem može dobiti:

$$\log \frac{da}{dN} = m \log(GE)^{\frac{1}{2}} + \log C, \quad (7.6)$$

$$\log \frac{da}{dN} = \frac{m}{2} \log G + \frac{m}{2} \log E + \log C. \quad (7.7)$$

Iz čega nadalje slijedi:

$$\frac{da}{dN} = CE^{\frac{m}{2}} \left(G^{\frac{m}{2}}\right), \quad (7.8)$$

i finalno:

$$c_3 = (CE)^{\frac{m}{2}}, \quad (7.9)$$

$$c_4 = \frac{m}{2}. \quad (7.10)$$

Prema tome, određene su vrijednosti:

$$c_3 = 3,125 \cdot 10^{10} \quad (7.11)$$

$$c_4 = 2,5. \quad (7.12)$$

Također, bitno je napomenuti da je ovdje kao modul elastičnosti korišten  $E_{11} = 161 \text{ GPa}$ .

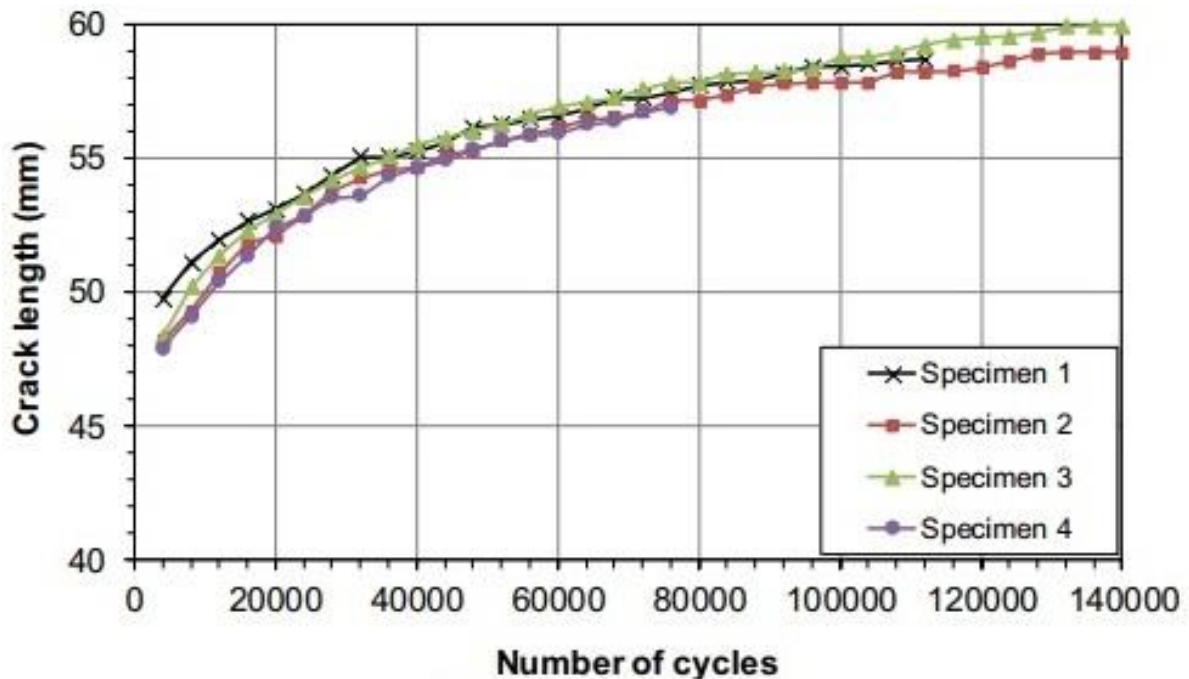
Vrijednosti  $c_1$  i  $c_2$  nisu pronađene za 8552/IM7 Hexply, stoga su za prvu analizu preuzete iz [17], kao i omjeri  $\frac{G_{tresh}}{G_{equivC}}$  i  $\frac{G_{pl}}{G_{equivC}}$ .

Time je dodana linija u *input* datoteku za prvu analizu bila:

```
*FRACTURE CRITERION,TYPE=fatigue,MIXED MODE BEHAVIOR=BK,  
TOLERANCE=0.001
```

```
2.8e-9,-12.415,3.125e11,2.5,0.353,0.9,0.25,1.7
```

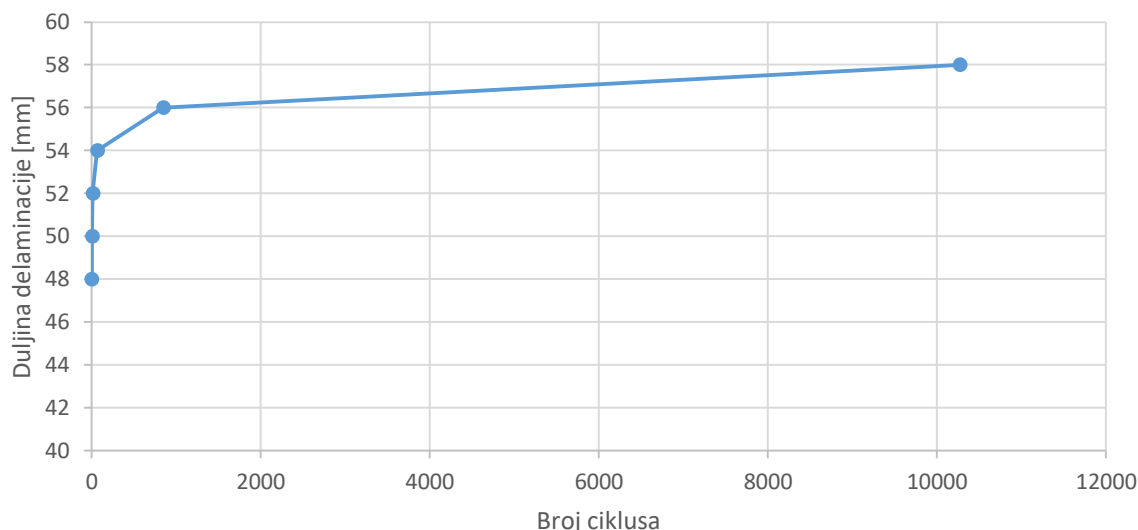
```
1.7,1
```



Slika 46. Eksperimentalni rezultati iz [11]

U literaturi je izvršeno 4 mjerenja, pri čemu su tri rađena do 140000 ciklusa, dok je četvrto prekinuto kod 80000 zbog tehničkih poteškoća, prikazano na slici 46.

U sljedećim dijagramima su prikazani numerički rezultati, no u njima neće biti eksperimentalni zbog nedostatka podataka svake točke, stoga će referenca biti slika 46Slika 46.



**Slika 47. Prva analiza cikličke delaminacije**

Na slici 51 je prikazana prva analiza cikličke delaminacije s parametrima Parisova zakona definiranim u tablici 5.

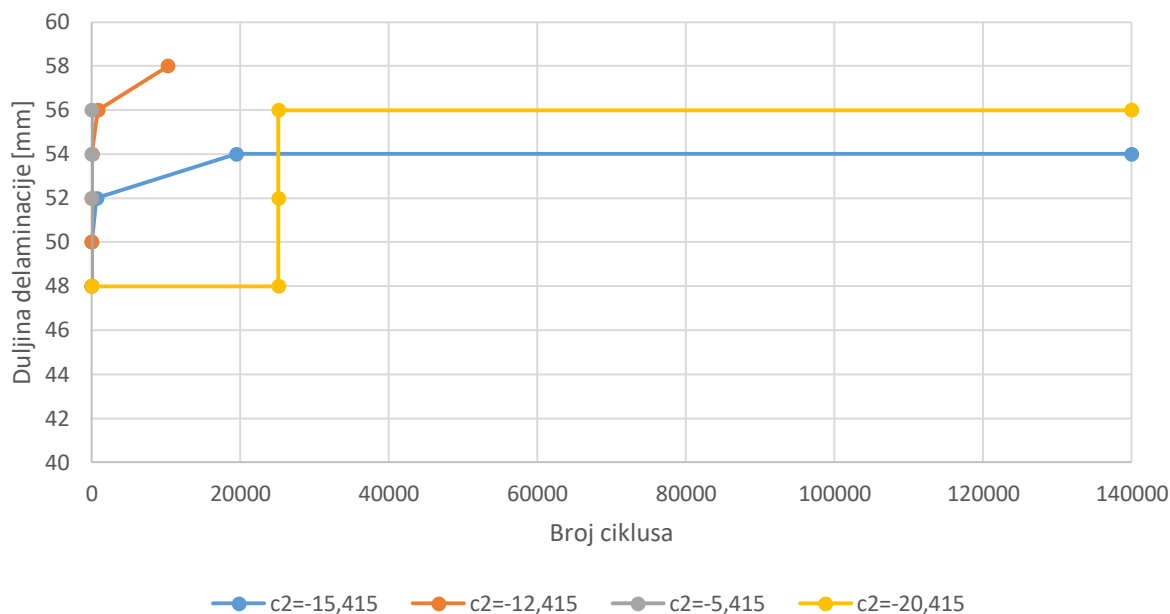
**Tablica 5. Parametri Parisova zakona za prvu analizu**

$c_1$ [-]	$c_2$ [-]	$c_3$ [-]	$c_4$ [-]
$2,8 \cdot 10^{-9}$	-12,145	$3,125 \cdot 10^{11}$	2,5

Kao što se vidi iz dijagrama, delaminacija je propagirala do 58 milimetara duljine, dok je eksperimentalno delaminirala do između 58 i 60 milimetara. Također, vidi se delaminacija od 6 milimetara, odnosno skok s 48 mm na 54 mm odmah na početku procesa, što se ne poklapa s eksperimentalnim podacima. No najveći problem kod prve analize je taj što je prekinuta kod 10000 ciklusa zbog vrlo dugog vremena trajanja analize u iznosu od 3 sata. Analiza je rađena sa 10 inkremenata po ciklusu.

Bilo je očito da nešto od nepoznatih parametara ne daje dobre rezultate. Budući da bi varijable  $c_3$  i  $c_4$  trebale biti u redu, u daljnim analizama su varirane varijable  $c_1$  i  $c_2$ . Razlog variranja prve dvije varijable je taj što one opisuju proces početka delaminacije, a najveći problem u rezultatima je bio upravo početak procesa.

Prvo je promijenjena varijabla  $c_2$  na -15,145, te su dobiveni slijedeći rezultati prikazani na slici 48:



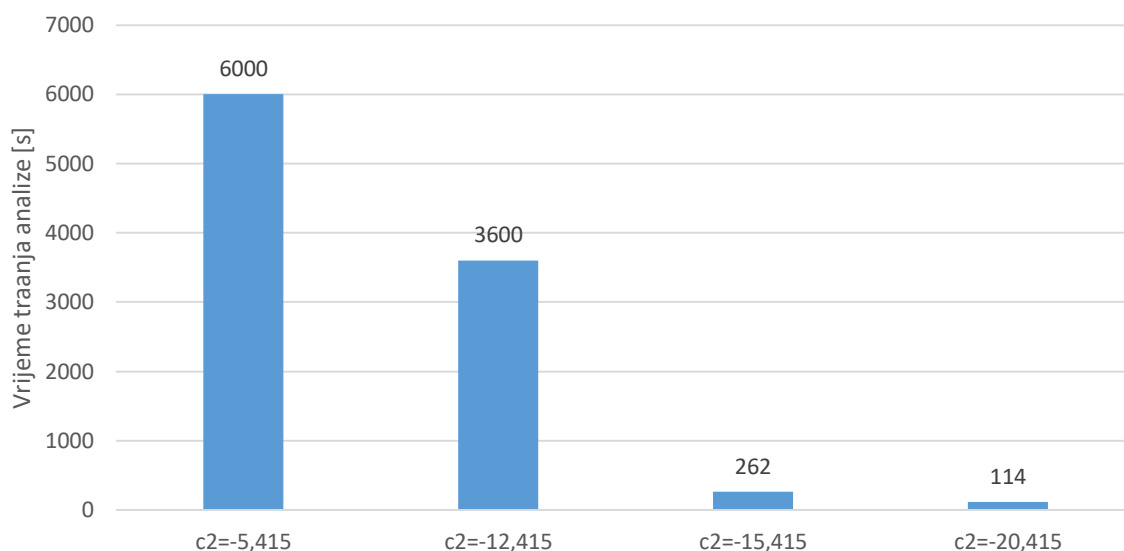
**Slika 48. Varijacija druge varijable Parisova zakona**

Na slici 48 se vidi razlika u rezultatima prilikom promjene druge varijable Parisova zakona. S većom apsolutnom vrijednosti dolazi do manjeg ukupnog iznosa delaminacije, no i do drastičnog smanjenja vremena trajanja analize. S druge strane, sa smanjenjem apsolutne vrijednosti varijable dolazi do veće delaminacije, ali i do drastično dužeg vremena trajanja analize. Zbog toga su analize prikazane narančastom i sivom bojom u gornjem dijagramu prekinute prije završetka.

Analiza sa  $c_2 = -12,415$  je provedena na radnoj stanici na fakultetu. Prije prekidanja je trajala oko 30 sati, te je ispisala *output* datoteku veličine 42 GB. U trenutku prekidanja je izvršila 70000 ciklusa. Jasno je da je takva analiza potpuno neisplativa, stoga nije ni obrađena u radu.

Analiza sa  $c_2 = -15,415$  je trajala nešto više od 4 minute i obradila je svih 140000 ciklusa.

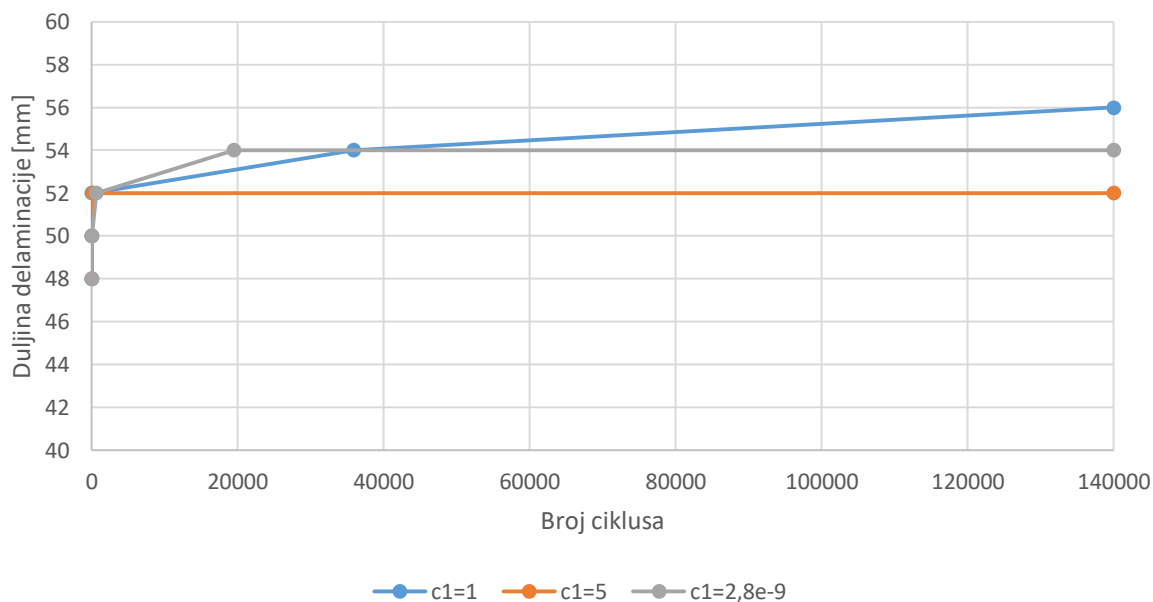
Analiza sa  $c_2 = -5,415$  je prekinuta nakon sat vremena, u trenutku kada je izvršila samo 120 ciklusa.



**Slika 49. Vremena trajanja analiza varijacije  $c_2$**

Na slici 49 su vizualno prikazani omjeri vremena trajanja analiza različitih  $c_2$ . Pri tome je važno napomenuti da su sva vremena prikazana za *Intel i5*, a ne za radnu stanicu na fakultetu. Objekte analize na lijevoj strani su prekinute prije završetka procesa.

S tim na umu, za sljedeće analize je odabrana vrijednost  $c_2 = -15,415$ , budući da je zbog kratkog vremena trajanja pogodna za variranje druge varijable.

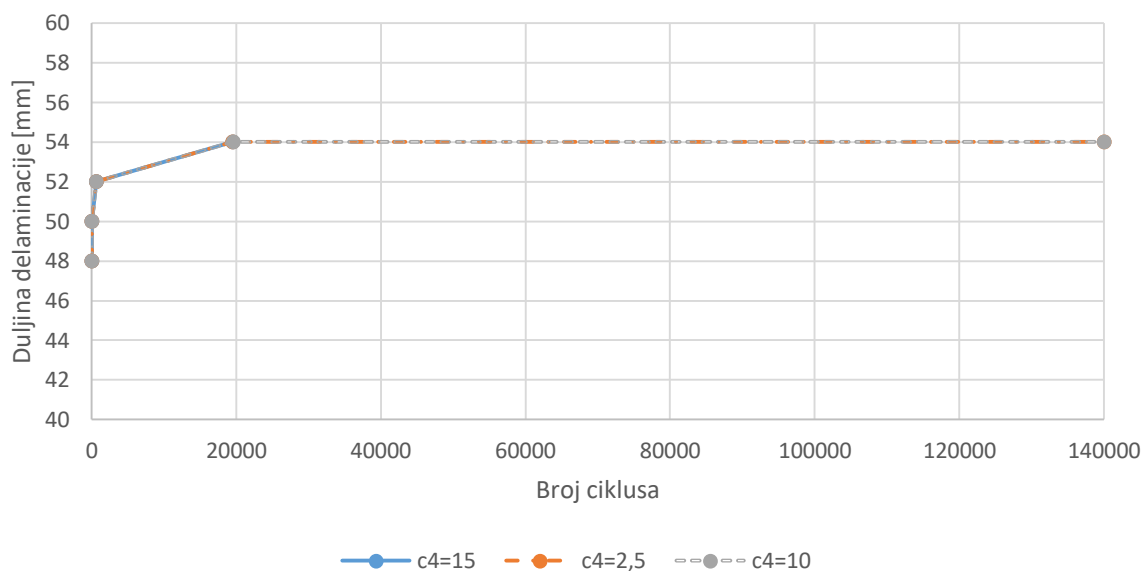


**Slika 50. Varijacija prve varijable Parisova zakona**

Na slici 50 su prikazani rezultati analiza varijacije varijable  $c_1$ . Vidi se promjena u krajnjoj vrijednosti delaminacije te u brzini njenog rasta. Vrijeme trajanja analize je oko 4 minute, bez velike promjene u ovisnosti o varijabli.

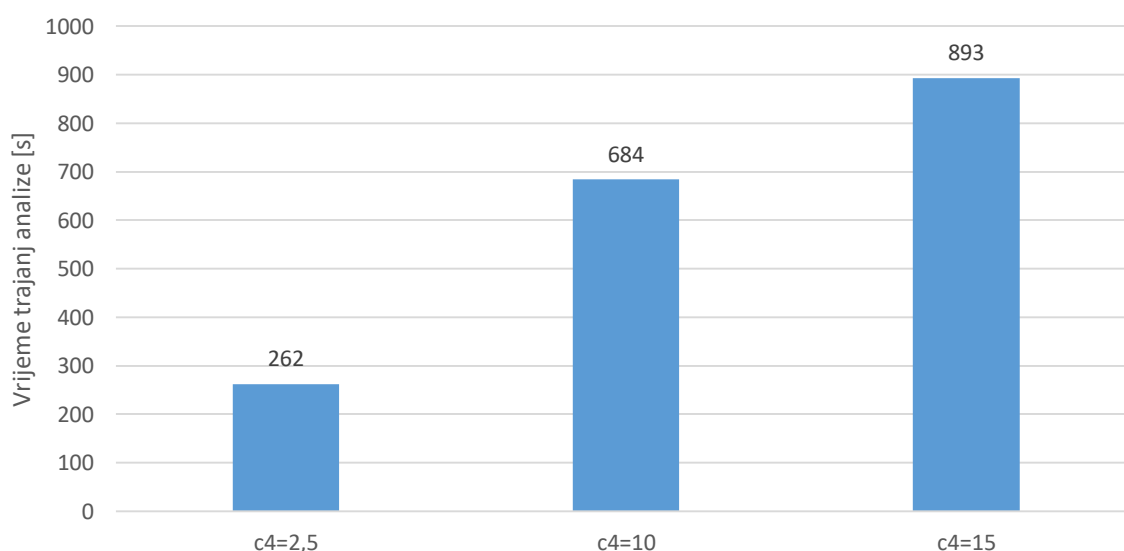
Promjenom varijabli  $c_1$  i  $c_2$  dolazi do velikih razlika u vremenima trajanja analize i manjim razlikama u krajnjim vrijednostima delaminacija.

Budući da ni jedna varijacija nije rezultirala u potpunosti zadovoljavajuće, odlučeno je pokušati varirati i varijable  $c_3$  i  $c_4$ .



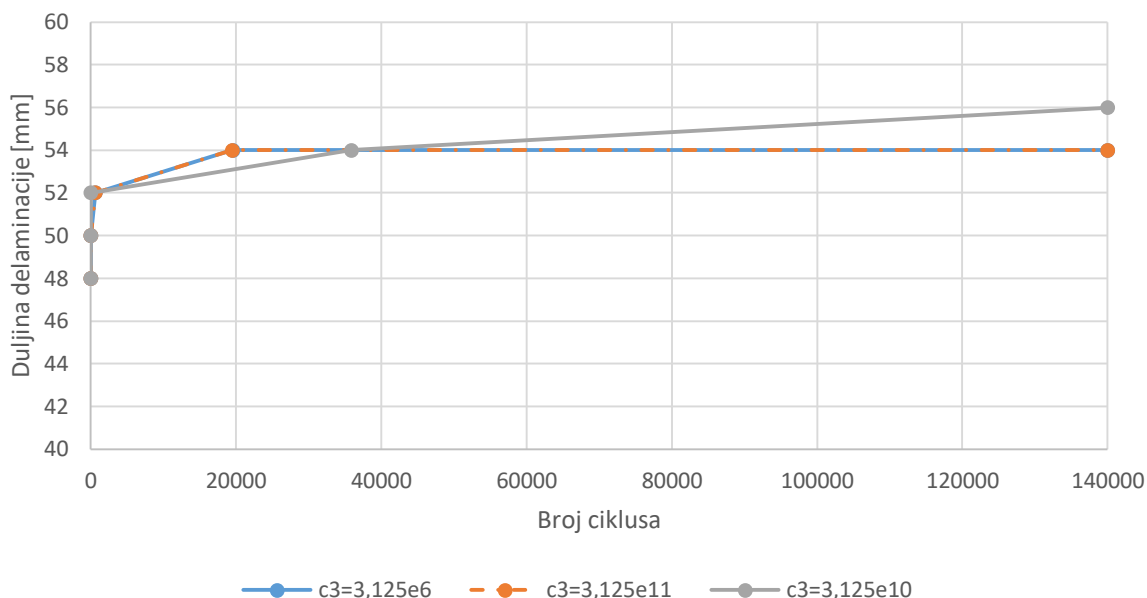
**Slika 51. Varijacija četvrte varijable Parisova zakona**

Prema slici 51, promjena četvrte varijable, koliko god drastična bila, nije rezultirala apsolutno nikakvom razlikom u rezultatima. Ono u čemu je bila razlika je vrijeme trajanja analize, sa većim brojem  $c_4$  je analiza duže trajala.



**Slika 52. Vremena trajanja analiza varijazije  $c_4$**

Na slici 52 se vidi da sa većim vrijednostima  $c_4$  analiza sve duže traje, bez utjecaja na rezultate.

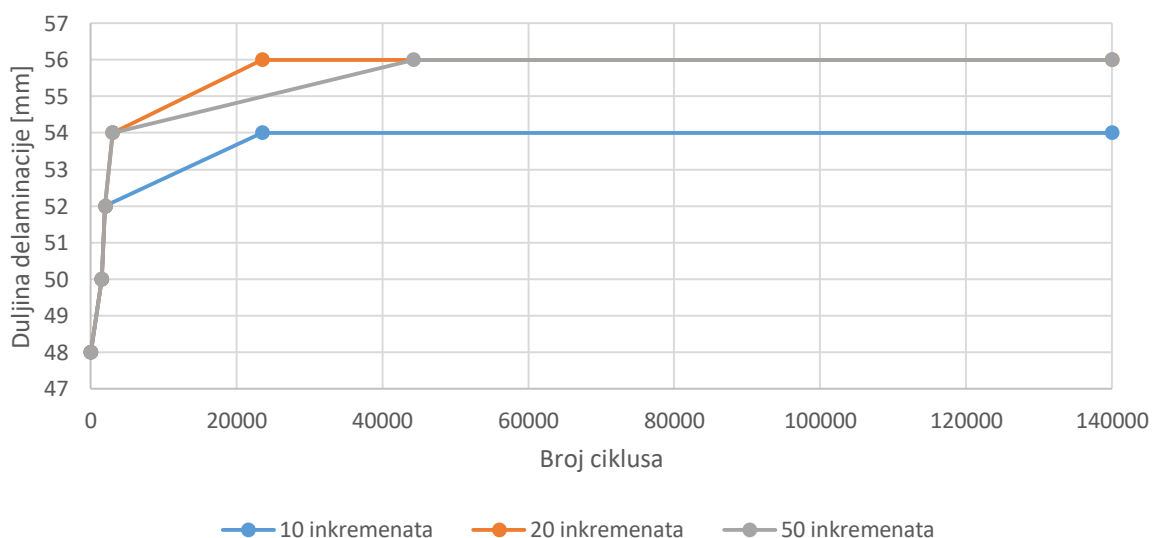


**Slika 53. Varijacija treće varijable Parisova zakona**

Varijacijom varijable  $c_3$  dolazi do manjih promjena rezultata, dok je vrijeme analize konstantno. Ono što je zanimljivo da je ima razlike pri promjeni sa  $3,125 \cdot 10^{11}$  na  $3,125 \cdot 10^{10}$ , a nema je kod promjene sa  $3,125 \cdot 10^{10}$  na  $3,125 \cdot 10^6$ . Budući da bi teorijska vrijednost trebala biti  $3,125 \cdot 10^{11}$ , ona je prihvaćena i sve prethodne analize su rađene s njom.

Analiziran je još jedan model s različitim rasporedom slojeva: [0/15/30/0/0/-15/-30/-45/0/15/30/45/0/-15/-30/0]:

Analiza je rađena sa svim materijalnim parametrima kao i u prethodnom modelu, jedina razlika je u rasporedu slojeva.

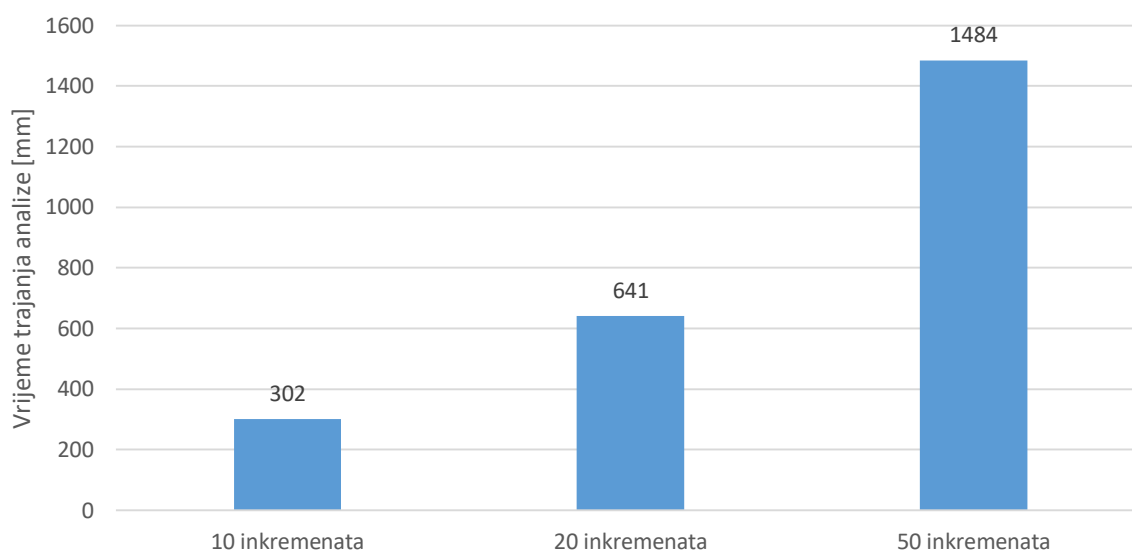


**Slika 54. Rezultati analiza drugog modela**

Slika 54 prikazuje rezultate analize drugog modela. Napravljene su tri analize, s ciljem proučavanja kako broj inkremenata po ciklusu utječe na rezultate i vremena trajanja analiza.

Vidi se da je sa više inkremenata porast ukupne duljine delaminacije, te ukupno malo sporiji rast od početne do krajnje vrijednosti. I dalje postoji nagli rast delaminacije na početku procesa opterećivanja, te sporiji do finalne vrijednosti nakon 140000 ciklusa.

Vremena trajanja analiza također variraju:

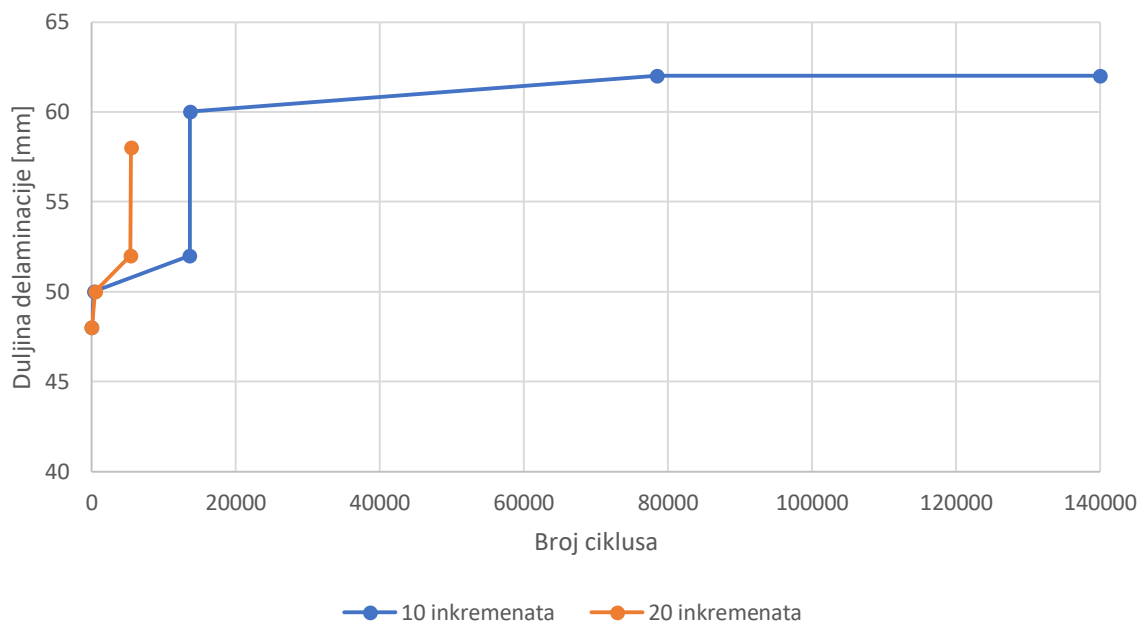


**Slika 55. Vremena trajanja analiza drugog modela**

Gornji dijagram prikazuje vremena trajanja analiza drugog modela. Zanimljivo je da je vrijeme od 10 inkremenata do 20 inkremenata duplo duže, baš kao i broj inkremenata, te ponovo duže s 20 na 50 inkremenata u jednakom omjeru 5/2.

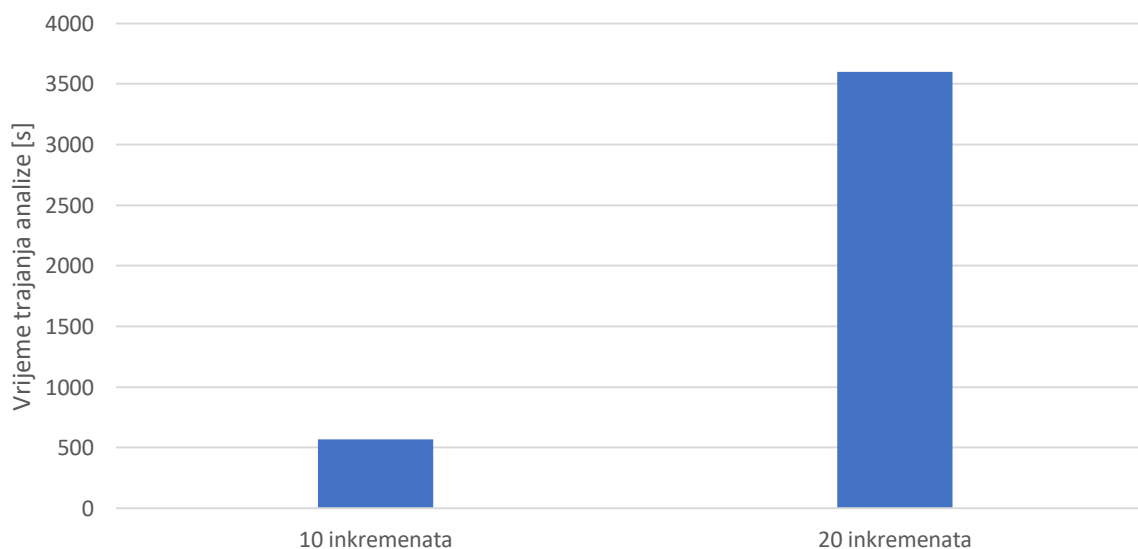
Nadalje, analiziran je model s rasporedom slojeva gornje ploče  $[30/-30]_8$ , a donje ploče  $[-30/30]_8$ . Na taj način je postignuta simetrija u rasporedu slojeva obje ploče zajedno. Svrha analize je vidjeti na koji način promjena krutosti utječe na propagaciju delaminacije.





**Slika 56. Rezultati analiza modela sa slojevima pod +/-30 stupnjeva**

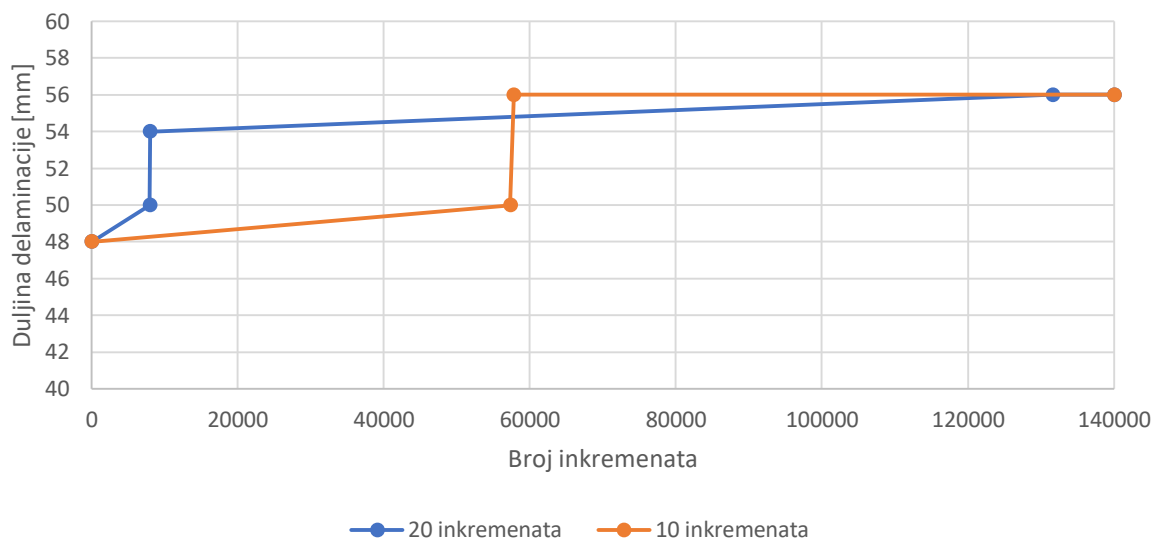
Slika 56 prikazuje propagaciju delaminacije kod modela sa slojevima pod + i -30 stupnjeva. Nagli porast duljine delaminacije je i dalje prisutan, no za razliku od prijašnjih modela nastupa kasnije u procesu opterećivanja. Analiza sa 10 inkremenata po ciklusu je završila nakon malo manje od 10 minuta, dok je analiza sa 20 inkremenata prekinuta nakon sat vremena.



**Slika 57. Vrijeme trajanja analiza modela sa slojevima pod +/-30 stupnjeva**

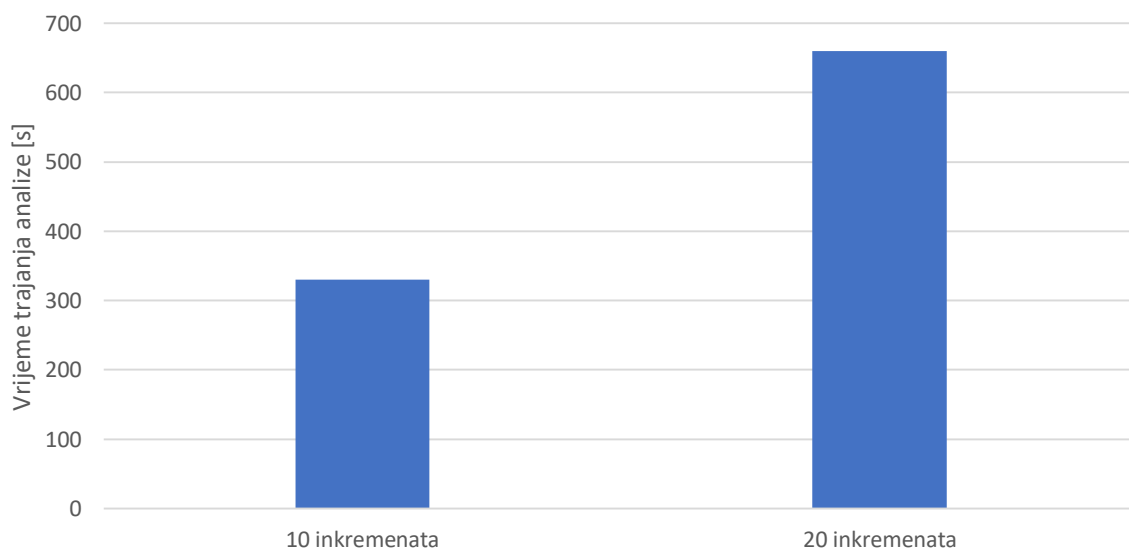
Na slici 57 je prikazano vrijeme trajanja analiza. Uočava se veliki nesrazmjer u vremenu trajanja analiza budući da su u prethodnim modelima vremena trajanja bila proporcionalna odnosu u broju inkremenata. Također, analiza s 20 inkremenata je prekinuta prije završetka procesa opterećivanja, tako da je realno vrijeme trajanja analize duže od prikazanog.

Finalno, provedena je analiza sa rasporedom gornje ploče  $[45/-45]_8$ , a donje  $[-45/45]_8$ .



**Slika 58. Rezultati analiza modela s rasporedom slojeva +/-45 stupnjeva**

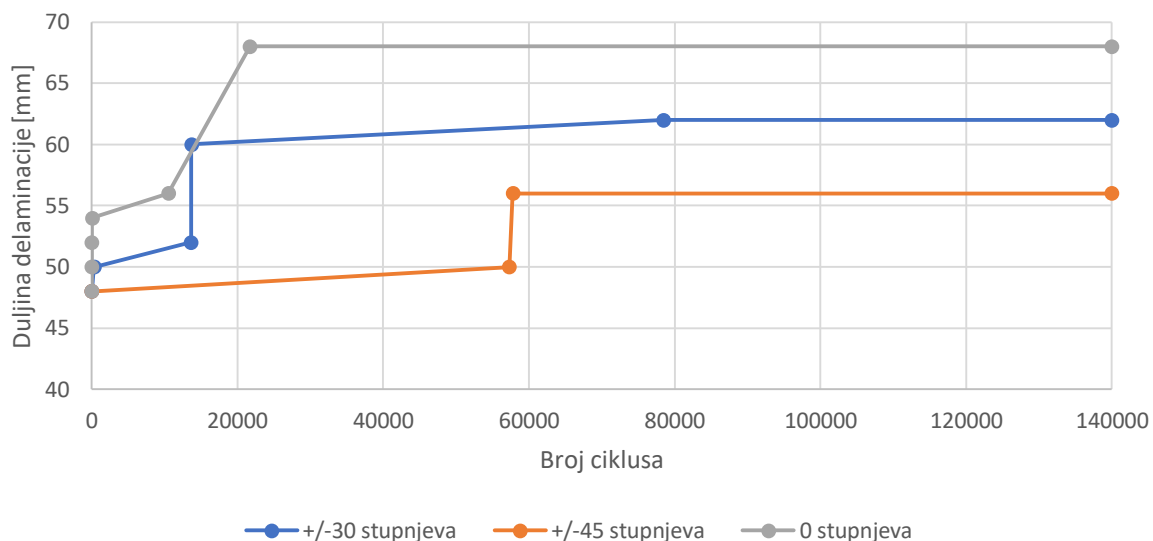
Slika 58 prikazuje rezultate analiza modela s rasporedom slojeva +/-45 stupnjeva. Primjećuje se trend vrlo sličan onome kod analize modela s rasporedom slojeva +/-30 stupnjeva, uz manju krajnju duljinu delaminacije.



**Slika 59. Vrijeme trajanja analiza modela sa slojevima pod +/-45 stupnjeva**

Na slici 59 se vidi očekivano vrijeme trajanja analiza, u omjeru 2/1 koji odgovara omjeru broja inkremenata.

Ovdje se vidi velika nestabilnost cikličke analize u *Abaqus*-u. Nakon mnogo provedenih analiza na različitim modelima, omjer vremena trajanja analiza je bio konzistentno jednak omjeru broja inkremenata, osim kod analize modela sa slojevima pod +/-30 stupnjeva.



**Slika 60. Usporedba rezultata modela s različitim postavnim kutevima kod iste inkrementacije**  
Finalno, na slici 60 su prikazani rezultati za modele s  $0^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$  i  $\pm 45^\circ$  postavnim kutevima. Sve analize su provedene sa 10 inkremenata po ciklusu. Uočava se razlika u brzini delaminacije i u njenoj krajnjoj vrijednosti, što je u ovom slučaju posljedica različite krutosti modela.

---

## 8. ZAKLJUČAK

U ovom radu su opisani fizikalni principi delaminacija kompozitnih materijala. Problematika delaminacija je usko povezana s mehanikom loma te koristi većinu principa iz linearno elastične mehanike loma, stoga je potrebno poznavati načine popuštanja i loma materijala. Uz to potrebno je i poznavati numeričke metode za modeliranje kompozitnih materijala, te način na koji se mehanika loma može prenijeti u numeričke metode. Također, dodatan izazov je modeliranje dugotrajnog cikličkog opterećenja koji je vrlo zahtjevan za današnja računala, stoga je na korisniku da optimizira analizu da bi je mogao provesti u prihvatljivom vremenskom periodu, uz minimalnu štetu na točnost analize.

U ovom radu je numerički modeliran problem iz literature, te se usporedbom numeričkih i eksperimentalnih vrijednosti vidjela određena razlika u točnosti rezultata. Najveći dio krivnje za razliku u rezultatima preuzima nepoznavanje velikog djela materijalnih parametara koji su morali biti pogađani i namješteni da bi se numerička analiza mogla provesti. Unatoč tome, može se reći da korištena numerička metoda dobro opisuje fizikalni proces delaminacije kompozitnih materijala pod cikličkim opterećenjem.

Najveći problem cikličke analize u *Abaqus*-u je njezina nestabilnost. Analiza se vrlo često rušila zbog promjena parametara koji ne bi trebali utjecati na analizu, te je bilo potrebno zaobilaziti određene probleme. U ovom slučaju su se našla rješenja svih problema, no u praksi to možda neće biti uvijek moguće. Također, ne može se ignorirati činjenica da postoji vidljiva razlika između numeričkih i eksperimentalnih rezultata, bila ona uzrokovana materijalnim parametrima ili samom analizom.

Numerička analiza delaminacija kompozitnih materijala prilikom cikličkog opterećenja je zahtjevan problem kod kojeg je potrebno interdisciplinarno poznavanje čvrstoće, mehanike loma i oštećenja, te numeričkih metoda. Da bi se provela uspješna analiza, potrebno je da svaki korak analize bude točno definiran, što zahtjeva više iteracija prilikom analize. U idealnom slučaju numerička analiza bi se provodila zajedno sa eksperimentalnom iz kojeg bi se mogli dobiti svi potrebni parametri materijala.

---

**LITERATURA**

- [1] Filetin, T., Kovačiček, F., Indolf, J.: *Svojstva i primjena materijala*, Zagreb, 2013.
- [2] Marić, G.: *Materijali II, prezentacija s predavanja*, Zagreb, 2014.
- [3] Jollivet, T., Peyrac, C., Lefebvre, F.: *Damage of composite materials*, 2013.
- [4] Bagherpour, S.: *Fibre Reinforced Polyester Composites*, 2011.
- [5] Baker, A. A., Dutton, S., Kelly, D. W.: *Composite materials for Aircraft Structures*, American institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [6] Kranjčević, N.: *Elementi strojeva*, Zagreb, 2012.
- [7] Čakmak, D.: *Mehanika oštećenja i mehanika loma - Seminarski rad: „Rainflow“*, Zagreb, 2014.
- [8] Tonković, Z.: *Mehanika oštećenja i mehanika loma, Predavanja*, FSB, Zagreb 2013.
- [9] Pietropaoli, E., *Virtual Crack Closure Technique and Finite Element Method for Predicting the Delamination Growth Initiation in Composite Structures, Advances in Composite Materials-Analysis of Natural and Man-Made Materials* 2011.
- [10] Mraz, L., Lesay, J.: *Problems with reliability and safety of hot dip galvanized steel structures*, 2009.
- [11] Floros, I., Tserpes, K.: *Fatigue crack growth characterization in adhesive CFRP joints*, Composite structures 207, str. 531-536, 2019.
- [12] Burlayenko, N., Sadowski, T.: *FE modeling of delamination growth in interlaminar fracture specimens*, 2008.
- [13] Turon, A., Lund, E.: *Interface elements for fatigue-driven delaminations in advanced composite materials*, 2015.
- [14] Hyer, M., Hoa, S., Hojjati, M., Ochoa, O.: *American Society for Composites: 26th Technical Conference Proceedings*, 2011.
- [15] Abaqus Analysis User's Guide (6.13)
- [16] *Analysis of Composite Materials with Abaqus*, prezentacija
- [17] Krueger, R.: *Development of a Benchmark Example for Delamination Fatigue Growth Prediction*, National Institute of Aerospace, Virginia, 2010.
- [18] Naghipour, P., Bartsch, M., Voggenreiter, H.: *Simulation and experimental validation of mixed mode delamination in multidirectional CF/PEEK laminates under fatigue loading*, 2011.

---

**PRILOZI**

I. CD-R disc