

# Upravljanje robotskim manipulatorima primjenom Fourierovih neuronskih mreža

---

**Brkić, Antonio**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:589404>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-19**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Antonio Brkić

ZAGREB, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Josip Kasać

Student:

Antonio Brkić

ZAGREB, 2019.

*Zahvaljujem se svojoj obitelji, roditeljima Zorici i Zoranu, sestri Ani te bratu Tomislavu, prijateljima i djevojci Matei na podršci i strpljenju prilikom pohađanja i završetka studija. Također zahvaljujem se svom mentoru, profesoru Kasaću, na pruženoj prilici i mentorstvu bez čije pomoći ovaj rad ne bi bio to što jest.*

*Hvala.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, Studeni 2019.

Antonio Brkić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **ANTONIO BRKIĆ** Mat. br.: 0036473840

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Upravljanje robotskim manipulatorima primjenom Fourierovih neuronskih mreža**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Control of robot manipulators by using Fourier neural networks**

Opis zadatka:

Konvencionalno adaptivno upravljanje robotskim manipulatorima zasnovano je na pretpostavci linearne parametrizacije dinamičkog modela. Iako nije potrebno poznavati parametre dinamičkog modela i dalje je neophodno poznavati regresijsku matricu koja je specifična za svaku pojedinu konfiguraciju robota. Ograničenu primjenjivosti klasičnog adaptivnog upravljanja na specifične konfiguracije robotskih manipulatora moguće je prevazići primjenom Fourierovih neuronskih mreža.

U radu je potrebno:


- Izvesti i implementirati klasični adaptivni regulator za robotski manipulator s dva rotacijska stupnja slobode gibanja.
- Izvesti i implementirati adaptivni regulator primjenom Fourierovih neuronskih mreža za robotski manipulator s dva rotacijska stupnja slobode gibanja.
- Provesti usporedbu adaptivnih regulatora za dvije različite konfiguracije robotskog manipulatora, u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini.
- Provesti simulacijsku analizu utjecaja parametara Fourierove neuronske mreže na brzinu konvergencije regulacijskog odstupanja.
- Provesti simulacijsku analizu utjecaja oblika pobudnih funkcija na brzinu konvergencije težinskih koeficijenata Fourierove neuronske mreže.

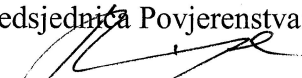
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
26. rujna 2019.

Rok predaje rada:  
28. studenog 2019.

Predviđeni datum obrane:  
04. prosinca 2019.  
05. prosinca 2019.  
06. prosinca 2019.

Zadatak zadao:  
  
prof. dr. sc. Josip Kasac

Predsjednica Povjerenstva:  
  
prof. dr. sc. Biserka Runje

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis oznaka	xi
Sažetak	xiv
Summary	xv
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Opis sustava robotskog manipulatora</b>	<b>3</b>
<b>3. Umjetne neuronske mreže</b>	<b>8</b>
3.1. Biološki neuron . . . . .	8
3.2. Umjetni neuron . . . . .	9
3.3. Vrste umjetnih neuronskih mreža . . . . .	10
3.4. Fourierove neuronske mreže . . . . .	10
<b>4. Adaptivno upravljanje mehaničkim sustavima</b>	<b>13</b>
4.1. Motivacija i ciljevi automatske regulacije . . . . .	13
4.2. Osnovni zahtjevi pri regulaciji . . . . .	14
4.3. Metoda eksterne linearizacije . . . . .	14
4.4. Adaptivna regulacija . . . . .	15

4.5. Adaptivna regulacija uz primjenu neuronskih mreža . . . . .	16
<b>5. Adaptivno upravljanje primjenom Fourierove neuronske mreže</b>	<b>18</b>
5.1. Adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice . . . . .	20
5.2. Adaptivni regulator uz FNN s poznatom matricom inercija i Coriolisovom matricom . . . . .	22
5.3. Adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija . . . . .	24
5.4. Adaptivni regulator uz primjenu FNN s pretpostavkom poznate matrice inercija . . . . .	25
5.5. Adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini . . . . .	27
5.6. Adaptivni regulator uz primjenu FNN u horizontalnoj ravnini . . . . .	28
<b>6. Rezultati simulacija</b>	<b>30</b>
6.1. Regulatori s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice	30
6.1.1. Adaptivni regulator . . . . .	30
6.1.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža . . . . .	34
6.2. Regulatori s pretpostavkom poznate matrice inercija . . . . .	42
6.2.1. Adaptivni regulator . . . . .	42
6.2.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža . . . . .	47
6.3. Regulatori za model robota u horizontalnoj ravnini . . . . .	51
6.3.1. Adaptivni regulator . . . . .	51
6.3.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža . . . . .	55
<b>7. Zaključak</b>	<b>59</b>
<b>Literatura</b>	<b>61</b>
<b>A. Prilog</b>	<b>63</b>



# Popis slika

2.1	Shema robotskog manipulatora s dva rotacijska stupnja slobode gibanja.	3
3.1	Pojednostavljena struktura biološkog neurona. [1]	9
3.2	Struktura umjetnog neurona. [1]	10
3.3	Struktura ortogonalne neuronske mreže. [2]	11
6.1	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	31
6.2	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	31
6.3	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	32
6.4	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	32
6.5	Konvergencija nepoznatog parametra $p_1$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	33
6.6	Konvergencija nepoznatog parametra $p_2$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	33
6.7	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.	34

6.8	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	35
6.9	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	35
6.10	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	36
6.11	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	36
6.12	Konvergencija težina $w_{11}$ , $w_{12}$ i $w_{13}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	37
6.13	Konvergencija težina $w_{14}$ , $w_{15}$ i $w_{16}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	38
6.14	Konvergencija težina $w_{17}$ , $w_{18}$ i $w_{19}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	38
6.15	Konvergencija težina $w_{21}$ , $w_{22}$ i $w_{23}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	39
6.16	Konvergencija težina $w_{24}$ , $w_{25}$ i $w_{26}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	39
6.17	Konvergencija težina $w_{27}$ , $w_{28}$ i $w_{29}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	40
6.18	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	40

6.19	Praćenje i pogreška praćenja različite referentne trajektorije $q_{d1}$ i $q_{d2}$ za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	41
6.20	Praćenje i pogreška praćenja različite referentne trajektorije $q_{d1}$ i $q_{d2}$ za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice. . . . .	42
6.21	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	43
6.22	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	43
6.23	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	44
6.24	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	44
6.25	Konvergencija nepoznatog parametra $p_1$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	45
6.26	Konvergencija nepoznatog parametra $p_2$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	46
6.27	Konvergencija nepoznatog parametra $p_3$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	46
6.28	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	47
6.29	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	48
6.30	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	48
6.31	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	49
6.32	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	49

6.33	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija. . . . .	50
6.34	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	51
6.35	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	52
6.36	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	52
6.37	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	53
6.38	Konvergencija nepoznatog parametra $p_1$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	53
6.39	Konvergencija nepoznatog parametra $p_2$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	54
6.40	Konvergencija nepoznatog parametra $p_3$ stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	54
6.41	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini. . . . .	55
6.42	Praćenje referentne trajektorije $q_{d1}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini. . . . .	56
6.43	Praćenje referentne trajektorije $q_{d2}$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini. . . . .	56
6.44	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d1}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini. . . . .	57
6.45	Greška praćenja referentne trajektorije $q_{d2}$ u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini. . . . .	57
6.46	Upravljačke varijable $u_1$ i $u_2$ za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini. . . . .	58

# Popis oznaka

<b>C</b>	Coriolisova matrica modela [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ] . . . . .	4
$C_{ij}$	Komponente matrice <b>C</b> pri čemu su $i, j = 1, 2$ [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ] . . . . .	5
<b>G</b>	Kontinuirana matrična funkcija . . . . .	14
$\mathbf{I}_{i \times i}$	Jedinična matrica $i$ -tog reda. . . . .	24
$I_1$	Moment inercije prvog članka [ $\text{kg m}^2$ ] . . . . .	7
$I_2$	Moment inercije drugog članka [ $\text{kg m}^2$ ] . . . . .	7
$\mathbf{K}_D$	Konstantna pozitivno definitna matrica . . . . .	16
<b>M</b>	Matrica inercije modela [ $\text{kg m}^2$ ] . . . . .	4
$M_{ij}$	Komponente matrice <b>M</b> pri čemu su $i, j = 1, 2$ [ $\text{kg m}^2$ ] . . . . .	5
$N - 1$	Broj harmoničkih neurona Fourierove neuronske mreže . . . . .	12
<b>W</b>	Težinska matrica neuronske mreže . . . . .	16
$\hat{\mathbf{W}}$	Procjena težinske matrice neuronske mreže . . . . .	16
<b>Y</b>	Regresijska matrica . . . . .	16
$Y_{ij}$	Članovi regresijske matrice <b>Y</b> . . . . .	20
<b>f</b>	Kontinuirana vektorska funkcija . . . . .	14
<b>g</b>	Vektor gravitacijskih momenata zglobova robota [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ] . . . . .	4
$g$	Gravitacijska konstanta [ $\text{m s}^{-2}$ ] . . . . .	7
$g_1$	Gravitacijski moment prvog zgloba robota [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ] . . . . .	5
$g_2$	Gravitacijski moment drugog zgloba robota [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ] . . . . .	5
<b>h</b>	Kontinuirana vektorska funkcija . . . . .	14
$l_1$	Duljina prvog članka [ $\text{m}$ ] . . . . .	7
$l_{c1}$	Udaljenost centra mase prvog članka [ $\text{m}$ ] . . . . .	7

$l_{c2}$	Udaljenost centra mase drugog članka [m] . . . . .	7
$m_1$	Masa prvog članka [kg] . . . . .	7
$m_2$	Masa drugog članka [kg] . . . . .	7
$p_1$	Nepoznati parametar u adaptivnoj regulaciji, član vektora nepoznatih parametara $\theta$ . . . . .	21
$p_2$	Nepoznati parametar u adaptivnoj regulaciji, član vektora nepoznatih parametara $\theta$ . . . . .	21
$p_3$	Nepoznati parametar u adaptivnoj regulaciji, član vektora nepoznatih parametara $\theta$ . . . . .	25
$\mathbf{q}$	Vektor pozicija zglobova robota [rad] . . . . .	4
$q_1$	Pozicija prvog zgloba robota [rad] . . . . .	4
$q_2$	Pozicija drugog zgloba robota [rad] . . . . .	4
$\dot{\mathbf{q}}$	Vektor brzina zglobova robota [rad s <sup>-1</sup> ] . . . . .	4
$\dot{q}_1$	Brzina prvog zgloba robota [rad s <sup>-1</sup> ] . . . . .	4
$\dot{q}_2$	Brzina drugog zgloba robota [rad s <sup>-1</sup> ] . . . . .	4
$\ddot{\mathbf{q}}$	Vektor ubrzanja zglobova robota [rad s <sup>-2</sup> ] . . . . .	4
$\mathbf{q}_d$	Vektor referentnih (željenih) stanja (trajektorija) modela. . . . .	19
$\dot{q}_1$	Ubrzanje (akceleracija) prvog zgloba robota [rad s <sup>-2</sup> ] . . . . .	5
$\dot{q}_2$	Ubrzanje (akceleracija) drugog zgloba robota [rad s <sup>-2</sup> ] . . . . .	5
$\dot{\mathbf{q}}_d$	Derivacija vektora referentnih stanja modela. . . . .	19
$\ddot{\mathbf{q}}_d$	Dvostruka derivacija vektora referentnih stanja modela. . . . .	19
$\dot{\mathbf{q}}_r$	Vektor supstitucijskih varijabli . . . . .	16
$\ddot{\mathbf{q}}_r$	Derivirani vektor supstitucijskih varijabli . . . . .	16
$\tilde{\mathbf{q}}$	Vektor odstupanja pozicija zglobova od referentnog stanja [rad] . . . . .	15
$\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$	Vektor odstupanja brzina zglobova od referentnog stanja [rad s <sup>-1</sup> ] . . . . .	15
$\mathbf{r}$	Vektor supstitucijskih varijabli . . . . .	15
$s$	Broj ulaza u Fourierovu neuronsku mrežu . . . . .	12
$t$	Vrijeme, vremenska varijabla [s] . . . . .	19
$\mathbf{u}$	Vektor upravljačkih varijabli [kg m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] . . . . .	4
$u_1$	Upravljačka varijabla prvog zgloba robota [kg m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] . . . . .	5
$u_2$	Upravljačka varijabla drugog zgloba robota [kg m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] . . . . .	5
$u_i$	Ulazi neurona Fourierove neuronske mreže za $i = 1, 2, \dots, s$ . . . . .	12

$w_i$	Težine Fourierove neuronske mreže za $i = 1, 2, \dots, (N - 1)^2$ . . . . .	12
$\mathbf{x}$	Vektor stanja . . . . .	14
$\mathbf{y}$	Izlazna varijabla . . . . .	14
$y$	Izlaz Fourierove neuronske mreže . . . . .	12
$\Gamma$	Konstantna pozitivno definitna matrica . . . . .	16
$\Lambda$	Konstantna pozitivno definitna matrica . . . . .	16
$\Pi$	Oznaka čvorišta množenja . . . . .	12
$\phi$	Vektor aktivacijskih funkcija neuronske mreže . . . . .	16
$\phi_i$	Komponenta vektora aktivacijskih funkcija neuronske mreže . . . . .	26
$\theta$	Vektor nepoznatih parametara modela . . . . .	16
$\hat{\theta}$	Procjena vektora parametara modela . . . . .	16
$\omega$	Kutna brzina, varijabla kutne brzine [rad s <sup>-1</sup> ] . . . . .	19

## Kratice

AI	Umjetna inteligencija, engl. <i>Artificial intelligence</i> . . . . .	8
FNN	Fourierove neuronske mreže . . . . .	1
RR robot	Robotski manipulator s dva rotacijska stupnja slobode gibanja. . . . .	3

# Sažetak

Tema ovog diplomskog rada je upravljanje robotskim manipulatorima primjenom Fourierovih neuronskih mreža. U radu je prikazan dinamički model robota s dva rotacijska stupnja slobode gibanja u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini, te su implementirani klasični adaptivni regulator i adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža. Provedena je simulacijska analiza utjecaja parametara Fourierove neuronske mreže na brzinu konvergencije regulacijskog odstupanja kao i analiza utjecaja oblika pobudnih funkcija na brzinu konvergencije težinskih parametara Fourierove neuronske mreže.

**Ključne riječi:** Adaptivni regulator, Fourierove neuronske mreže, Robotski manipulatori, Umjetna inteligencija



# Summary

The topic of this final thesis is Fourier neural networks control of robot manipulators. Dynamic model for robot with two rotational degrees of freedom is presented for both vertical and horizontal planes, also both adaptive control and adaptive control using neural networks regulators are implemented. A simulation analysis of the Fourier neural network parameters influence on the control deviation convergence speed was performed, as well as the analysis on the different type of reference trajectories influence on Fourier neural network weight parameters convergence speed.

**Keywords:** Adaptive control, Fourier neural networks, Robot manipulators, Artificial intelligence

# 1 | Uvod

Najveći izazov upravljanja sustavom je upravo poznavanje modela samog sustava. Poznavanje modela sustava znači poznavanje jednadžbi koje adekvatno opisuju sustav. Problem se javlja kad je sustav kompleksan ili ne postoji dovoljno informacija o sustavu pa je nemoguće točno definirati jednadžbe koje ga opisuju. Ovo se može odnositi na nepoznate ili nepredvidive poremećaje koji djeluju na sustav kao i na nedostatak znanja o istom. Motivacija za ovaj rad je pronalaženje rješenja za navedene probleme.

Ideja ovog rada je nadomjestiti nedostatke u poznavanju modela sustava koristeći se novim metodama (tehnologijama) automatske regulacije u vidu adaptivnog upravljanja i neuronskih mreža. Točnije rečeno, rad se bavi procjenom mogućnosti primjene Fourierovih neuronskih mreža (FNN) kako bi se, kroz adaptivno upravljanje, nadomjestio nedostatak nepoznavanja modela sustava i njegovih poremećaja.

Kroz ovaj rad prikazati će se upravljačka strategija adaptivnog regulatora te adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža za model robota s dva stupnja slobode gibanja. Također koristi se metoda eksterne linearizacije kao jedan od načina upravljanja nelinearnim sustavima. Modeliranje, simuliranje i grafički prikaz rezultata provodi se na računalu u *Matlabu*. *Matlab* je nezaobilazni softverski alat koji nudi široku paletu primjene u mnogim područjima pa tako i u području automatske regulacije.

Cilj rada je u konačnici prevazići ograničenu primjenjivost klasičnog adaptivnog regulatora na specifične konfiguracije robotskih manipulatora primjenom Fourierovih neuronskih mreža.

## **Pregled po poglavljima**

U drugom poglavlju opisan je sustav robotskog manipulatora s dva stupnja slobode

gibanja. Prikazan je dinamički model sustava u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini te su objašnjeni svi parametri modela.

Treće poglavlje govori općenito o umjetnim neuronskim mrežama, daje se usporedba s biološkim neuronom te je prikazana podjela odnosno vrste umjetnih neuronskih mreža. Nakon čega su detaljnije opisane Fourierove neuronske mreže.

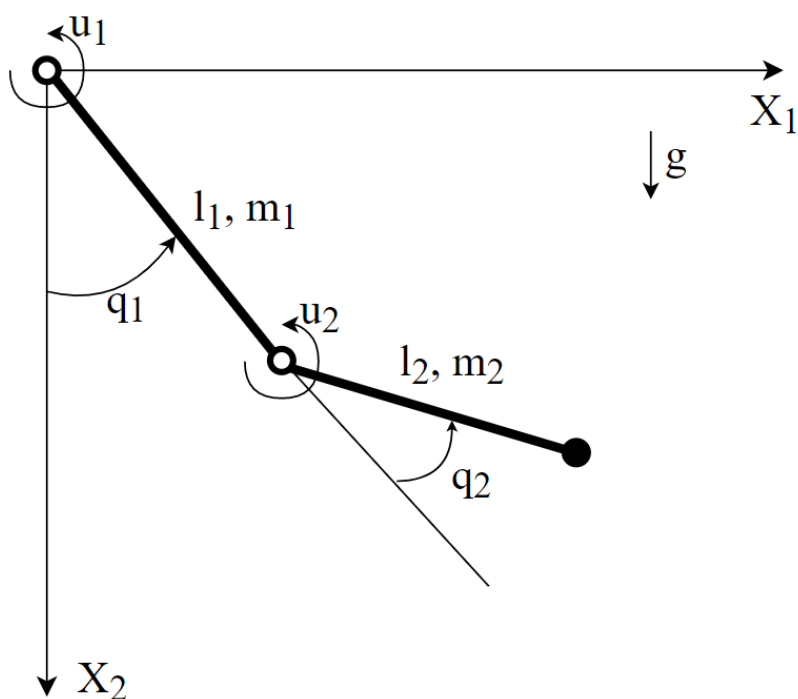
Četvrto poglavlje daje kratki uvod u teoriju upravljanja i regulacije, prikazuje motivaciju te osnovne zahtjeve pri regulaciji. Nakon čega se detaljnije opisuju metode korištene u radu kao što su metoda eksterne linearizacije, adaptivna regulacije te adaptivna regulacija uz primjenu neuronskih mreža.

Kroz peto poglavlje objašnjen je postupak sinteze svakog korištenog regulatora. Regulatori su prikazani jednadžbama koje se implementiraju u *Matlab* kod.

Konačno u sedmom poglavlju se prikazuju i komentiraju rezultati simulacija te se radi usporedba performansi različitih regulatora.

## 2 Opis sustava robotskog manipulatora

Upravljačka strategija predviđena je za simuliranje na modelu sustava robotskog manipulatora s dva rotacijska stupnja slobode gibanja (RR robot). Shema takvog sustava prikazana je slikom (2.1). Radi se o sustavu koji se sastoji od dva članka s dva pripadajuća aktuatora za svaki članak.



Slika 2.1: Shema robotskog manipulatora s dva rotacijska stupnja slobode gibanja.

Navedeni sustav potrebno je predočiti pomoću jednadžbi koje opisuju fizikalne zakone kojima se sustav podvrgava. Prema literaturi [3], [4] i [5] dinamički model robota za  $n$ -povezanih (krutih) rotacijskih zglobova (članaka) predstavlja se relacijom (2.1).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}. \quad (2.1)$$

Navedeni izraz predstavlja općenitu formulu. Slijede relacije koje se odnose na slučaj robota s dva stupnja slobode gibanja ( $n = 2$ ). Čime se dobiva da je  $\mathbf{q}$  vektor pozicija zglobova robota dan izrazom (2.2).

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Pri čemu su

- $q_1$  - Pozicija prvog zgloba (članka) [rad],
- $q_2$  - Pozicija drugog zgloba (članka) [rad].

Nadalje  $\dot{\mathbf{q}}$  predstavlja vektor brzina zglobova robota prikazan izrazom (2.3).

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Pri čemu su

- $\dot{q}_1$  - Brzina prvog zgloba (članka) [rad s<sup>-1</sup>],
- $\dot{q}_2$  - Brzina drugog zgloba (članka) [rad s<sup>-1</sup>].

Vektor  $\ddot{\mathbf{q}}$  predstavlja vektor ubrzanja zglobova robota prikazan izrazom (2.4).

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Pri čemu su

- $\ddot{q}_1$  - Ubrzanje (akceleracija) prvog zgloba (članka) [rad s<sup>-2</sup>],
- $\ddot{q}_2$  - Ubrzanje (akceleracija) drugog zgloba (članka) [rad s<sup>-2</sup>].

Vektor  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  predstavlja vektor gravitacijskih momenata zglobova robota prikazan izrazom (2.5).

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{q}) \\ g_2(\mathbf{q}) \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Pri čemu su

- $g_1(\mathbf{q})$  - Gravitacijski moment prvog zgloba (članka) [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ],
- $g_2(\mathbf{q})$  - Gravitacijski moment drugog zgloba (članka) [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ].

Konačno vektor  $\mathbf{u}$  predstavlja vektor upravljačkih varijabli prikazan izrazom (2.6).

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Pri čemu su

- $u_1$  - Upravljačka varijabla prvog zgloba (članka) [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ],
- $u_2$  - Upravljačka varijabla drugog zgloba (članka) [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ].

Matrica  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  za robot s dva stupnja slobode gibanja predstavlja Coriolisovu matricu koja je prikazana izrazom (2.7).

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ C_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Gdje su komponentne matrice  $C_{ij}(\mathbf{q})$  ( $i, j = 1, 2$ ) parametri koji prikazuju ovisnost dinamike modela o Coriolisovim silama usljed gibanja.

Konačno matrica  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  predstavlja inercijsku matricu danu izrazom (2.8).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11}(\mathbf{q}) & M_{12}(\mathbf{q}) \\ M_{21}(\mathbf{q}) & M_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Pri čemu su  $M_{ij}(\mathbf{q})$  ( $i, j = 1, 2$ ) komponente inercijske matrice koje definiraju utjecaj inercijskih sila na dinamiku modela RR robota. Uvrštavanjem izraza (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), (2.7) i (2.8) u izraz (2.1) dobiva se dinamički model RR robota u matričnom obliku prikazanom izrazom (2.9).

$$\begin{bmatrix} M_{11}(\mathbf{q}) & M_{12}(\mathbf{q}) \\ M_{21}(\mathbf{q}) & M_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ C_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{q}) \\ g_2(\mathbf{q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Prema literaturi [3] i [4] slijede izrazi za računanje komponenti vektora i matrica. Stoga izrazi za računanje komponenti inercijske matrice  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  su dani prema (2.10), (2.11), (2.12), (2.13).

$$M_{11}(q_1, q_2) = m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_{c1}^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2, \quad (2.10)$$

$$M_{12}(q_1, q_2) = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2, \quad (2.11)$$

$$M_{21}(q_1, q_2) = M_{12}(q_1, q_2), \quad (2.12)$$

$$M_{22}(q_1, q_2) = m_1 l_{c2}^2 + I_2. \quad (2.13)$$

Slijede izrazi za računanje komponenti Coriolisove matrice  $\mathbf{C}(\mathbf{q})$  prema (2.14), (2.15), (2.16), (2.17).

$$C_{11}(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2, \quad (2.14)$$

$$C_{12}(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \quad (2.15)$$

$$C_{21}(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1, \quad (2.16)$$

$$C_{22}(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = 0. \quad (2.17)$$

Nakon čega slijede izrazi za računanje komponenti vektora gravitacijskih momenata  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  prema (2.18), (2.19).

$$g_1(q_1, q_2) = g(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \sin(q_1) + m_2 l_{c2} g [\sin(q_1) \cos(q_2) + \cos(q_1) \sin(q_2)], \quad (2.18)$$

$$g_2(q_1, q_2) = m_2 l_{c2} g [\sin(q_1) \cos(q_2) + \cos(q_1) \sin(q_2)]. \quad (2.19)$$

Komponente upravljačkog vektora  $\mathbf{u}$  ne odnose se na model kao takav nego na upravljanje njime. Izračun komponenti upravljačkog vektora detaljnije je obrađen u poglavlju koje se bavi analizom i sintezom regulacijskog sustava (pogl. 5.).

Parametri korišteni u jednadžbama (2.10 do 2.19) odnose se na karakteristike modela, a prema [3] i [4] definirani su kao

- $m_1 = 6,52$  kg - Masa prvog članka,
- $m_2 = 2,04$  kg - Masa drugog članka,
- $l_1 = 0,26$  m - Duljina prvog članka,
- $l_{c1} = 0,098$  m - Udaljenost centra mase prvog članka,

- $l_{c2} = 0,022$  m - Udaljenost centra mase drugog članka,
- $I_1 = 0,121$  kg m<sup>2</sup> - Moment inercije prvog članka,
- $I_2 = 0,011$  kg m<sup>2</sup> - Moment inercije drugog članka,
- $g = 9,81$  m s<sup>-2</sup> - Gravitacijska konstanta.

Vrijedi dodati da dane jednadžbe opisuju dinamički model RR robota u vertikalnoj ravnini. Dinamički model robota u horizontalnoj ravnini razlikuje se po tome što nema djelovanja gravitacije, odnosno u takvom modelu ne postoji vektor gravitacijskih momenata pa se dinamika RR robota u horizontalnom ravnini daje izrazom u matričnom obliku prema (2.20).

$$\begin{bmatrix} M_{11}(\mathbf{q}) & M_{12}(\mathbf{q}) \\ M_{21}(\mathbf{q}) & M_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ C_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & C_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Ovime je sustav robota s dva rotacijska stupnja slobode gibanja definiran te je kao takav spreman da ga se, navedenim jednadžbama, simulira na računalu koristeći softverski alat *Matlab*.



# 3 Umjetne neuronske mreže

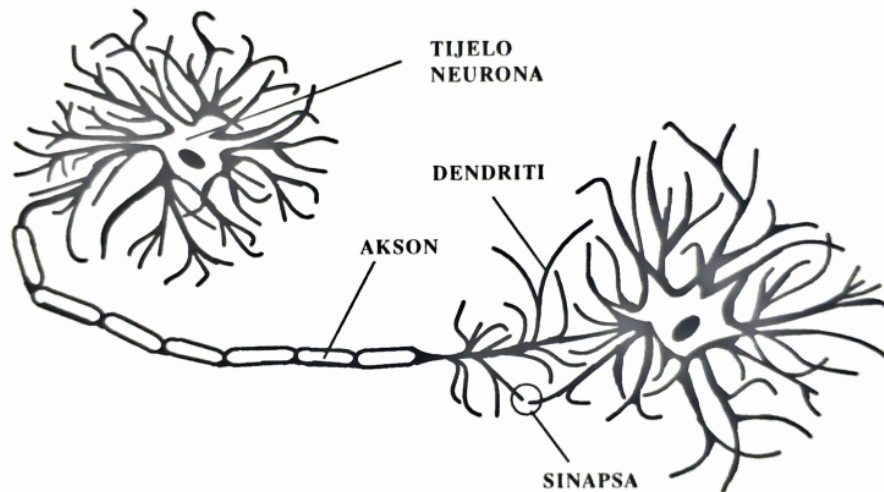
Umjetne neuronske mreže spadaju u područje umjetne inteligencije (AI - *Artificial intelligence*). Prema [1] ideja za umjetnu neuronsku mrežu se generirala iz niza pokušaja modeliranja biofiziologije mozga čovjeka. Osnovni cilj je shvaćanje (razumijevanje) i objašnjenje kako ljudski mozak funkcionira. Ideja podrazumijeva kreiranje modela sposobnog da procesira informacije slično mozgu čovjeka.

## 3.1. Biološki neuron

Kako umjetne neuronske mreže funkcioniraju po uzoru na ljudski mozak, ovdje se ukratko daje poznati opis osnovnih funkcija biološkog neurona. Pojednostavljeno gledano, biološki neuron sastoji se iz tijela, aksona i mnoštva dendrita koji okružuju tijelo neurona, slika (3.1).

Prema [1]: "Akson se može zamisliti kao tanka cjevčica kojoj je jedan kraj povezan na tijelo neurona a drugi se dijeli na niz grana. Krajevi ovih grana završavaju malim zadebljanjima koji najčešće dodiruju dendrite a rijede tijelo drugog neurona. Mali razmak između završetka aksona prethodnog neurona i dendrita ili tijela sljedećeg neurona naziva se sinapsa. Akson jednog neurona formira sinaptičke veze s mnoštvom drugih neurona. Impulsi (izlazi) neurona putuju kroz akson do sinapsi odakle se signali različitog intenziteta (različito otežani signali) šalju kroz dendrite ili direktno na tijelo drugih neurona. Intenzitet ovih signala je određen efikasnošću svakog pojedinačnog sinaptičkog prijenosa."

Ukratko rečeno, rad mozga svodi se na komunikaciju koju unutar mozga omogućuju

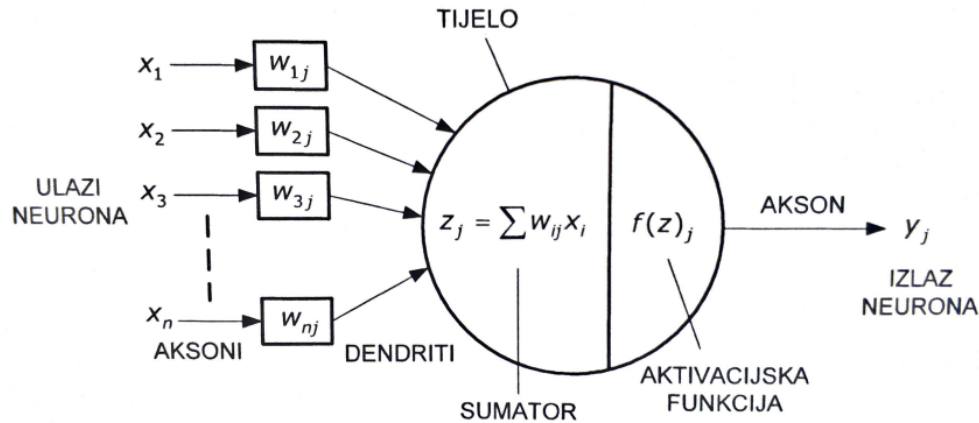


Slika 3.1: Pojednostavljena struktura biološkog neurona. [1]

neuroni na dva načina. Jedan je način kemijskim signalima preko sinapsi i predstavlja komunikaciju između više različitih neurona, dok je drugi način električnim signalima unutar samog neurona. Mnoštvo bioloških neurona stvara biološku neuronsku mrežu (procjenjuje se da mozak čovjeka ima preko sto milijardi neurona) koja omogućuje čovjeku da razmišlja, uči, osjeća, spoznaje i percipira.

### 3.2. Umjetni neuron

Umjetni neuroni osmišljeni su s idejom da oponašaju osnovne funkcije bioloških neurona. Tijelo biološkog neurona zamjenjuje se sumatorom, uloge dendrita preuzimaju ulazi u sumator umjetnog neurona, akson biološkog neurona predstavlja izlaz iz sumatora, a ulogu praga osjetljivosti preuzima aktivacijska funkcija, slika (3.2). Funkciju sinaptičke veze preuzimaju težinski faktori, preko kojih se ostvaruje veza umjetnog neurona s njegovom okolinom.



Slika 3.2: Struktura umjetnog neurona. [1]

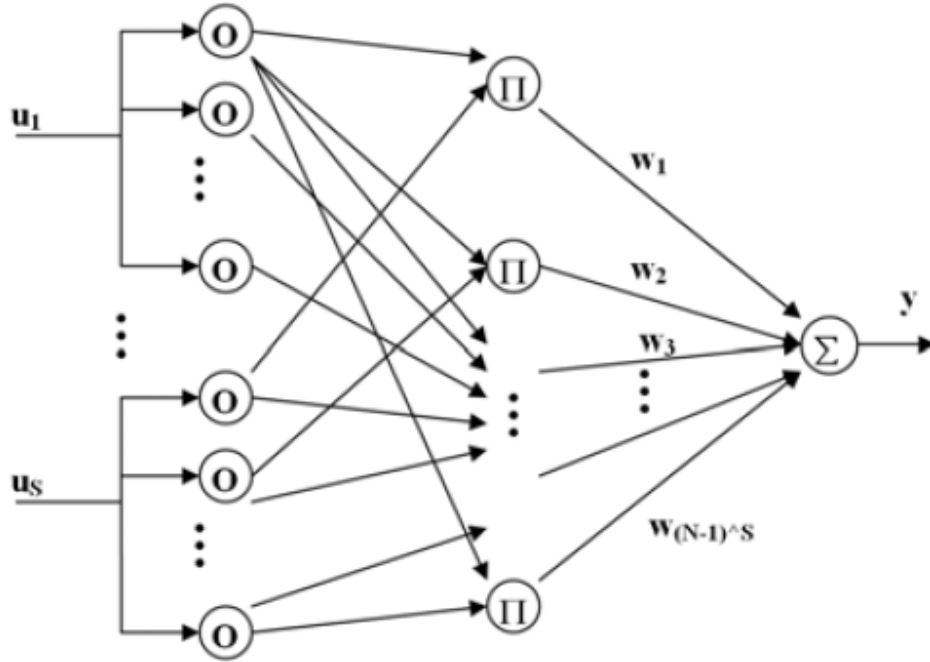
### 3.3. Vrste umjetnih neuronskih mreža

Postoje različite podjele umjetnih neuronskih mreža, a u ovom radu spomenut će se dva, možda najbitnija i najuobičajenija, kriterija podjele. Tako se neuronske mreže mogu svrstavati prema broju slojeva u **jednoslojne i višeslojne** umjetne neuronske mreže. Što se tiče strukture višeslojnih neuronskih mreža, uobičajeno je da imaju ulazni i izlazni sloj, a između kojih se nalaze skriveni slojevi. Druga bitna podjela neuronskih mreža je po smjeru protoka signala, ako signal putuje u jednom smjeru onda govorimo o **unaprijednim** (engl. *feedforward*) neuronskih mrežama. Ukoliko postoji barem jedna povratna petlja onda govorimo o **povratnim** (engl. *feedback*) neuronskim mrežama.

### 3.4. Fourierove neuronske mreže

Prema [2] Fourierove neuronske mreže spadaju u skupinu ortogonalnih neuronskih mreža, slika (3.3). To su unaprijedne, jednoslojne neuronske mreže, slične sigmoidalnim neuronskim mrežama. Ulazi Fourierove neuronske mreže spojeni su na neurone u

obliku ortogonalne harmoničke trigonometrijske aktivacijske funkcije  $c_0, c \cdot \sin(\alpha u), c \cdot \cos(\alpha u), \alpha = 1, 2, 3, \dots$ , gdje su  $c_0$  i  $c$  konstante.



Slika 3.3: Struktura ortogonalne neuronske mreže. [2]

Čvorišta množenja ( $\Pi$ ) sa slike (3.3) izračunavaju umnoške svih kombinacija izlaznih signala iz neurona. To se matematički osigurava tzv. Kroneckerovim produktom prikazanom u izrazu (3.1) za ranije spomenute konstante  $c_0, c = 1$ .

$$y = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{(N-1)^2} \end{bmatrix}^T \cdot \left( \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(u_1) \\ \cos(u_1) \\ \sin(2u_1) \\ \cos(2u_1) \\ \vdots \\ \sin((\frac{N}{2} - 1)u_1) \\ \cos((\frac{N}{2} - 1)u_1) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(u_2) \\ \cos(u_2) \\ \sin(2u_2) \\ \cos(2u_2) \\ \vdots \\ \sin((\frac{N}{2} - 1)u_2) \\ \cos((\frac{N}{2} - 1)u_2) \end{bmatrix} \otimes \dots \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(u_s) \\ \cos(u_s) \\ \sin(2u_s) \\ \cos(2u_s) \\ \vdots \\ \sin((\frac{N}{2} - 1)u_s) \\ \cos((\frac{N}{2} - 1)u_s) \end{bmatrix} \right) \quad (3.1)$$

Gdje je svaki ulaz povezan na  $N - 1$  harmoničkih neurona,  $s$  je broj ulaza,  $u_1, u_2, u, \dots, u_s$

su ulazi neurona,  $w_1, w_2, \dots, w_{(N-1)/2}$  su težine neuronske mreže,  $1, \sin(ku_i), \cos(ku_i)$  su aktivacijske funkcije povezani s  $i$ -tim ulazom za  $k = \{1, 2, \dots, N/2\}$  i konačno  $y$  predstavlja izlaz iz neuronske mreže.

Neke od prednosti Fourierovih neuronskih mreža u odnosu na obične sigmoidalne neuronske mreže su prema [2] brza konvergencija procesa učenja, izlazi mreže su linearni u odnosu na težine te veza između ulaza, izlaza i maksimalnog broja ortogonalnih neurona je dobro definirana. Mogućnosti primjene Fourierova neuronska mreža u automatskoj regulaciji prema [6] pronalazi kod sustava kojima je idealna upravljačka varijabla periodičnog oblika.

# 4 | **Adaptivno upravljanje mehaničkim sustavima**

Od samih početaka civilizacije pojavljuju se razni uređaji i strojevi koji zamjenjuju mukotrpan rad čovjeka. Pri čemu treba naglasiti da strojevi mogu zamijeniti samo rad koji predstavlja ponavljajući slijed operacija. Era automatizacije dolazi u dvadesetom stoljeću kad se počinju primjenjivati informacijski strojevi kako bi zamijenili čovjeka u upravljanju drugim strojevima. Ideja je stvoriti potpuno autonoman stroj koji može obavljati poslove bez prisutstva čovjeka te eventualno činiti to brže, točnije i efikasnije.

Prema [7] i [8] automatska regulacija se dijeli na tri područja; upravljanje, regulaciju i vođenje procesa. Upravljanje je proces pri kojem jedna ili više ulaznih veličina u ograničenom sustavu utječu na izlaznu veličinu. Suprotno tome, prilikom regulacije izlazna veličina u ograničenom sustavu djeluje povratno na ulaznu veličinu, održavajući zadano ili željeno stanje. Vođenje procesa je kombinacija upravljanja i regulacije kod složenih sustava. U okviru ovog rada pretpostavlja se da su izlazne veličine mjerljive, te se tako radi o području regulacije.

## **4.1. Motivacija i ciljevi automatske regulacije**

Motivacija automatske regulacije može se pronaći u potrebi za ogromnim zahtjevima na proizvodnju razno raznih dobara koje društvo zahtjeva, sigurnosnim zahtjevima kako bi se spriječile ozljede ili fatalni slučajevi za čovjeka, zahtjevima na točnost i preciznost u znanosti (ili industriji), itd. Konačni cilj automatske regulacije je olakšati i poboljšati kvalitetu života čovjeku.

## 4.2. Osnovni zahtjevi pri regulaciji

Budući da, prema [7] i [8], regulacija djeluje tek kad se pojave odstupanja od stacionarnog stanja, neophodno je proučiti problem **stabilnosti**. Stabilnost je najvažnije svojstvo regulacijskog sustava te uvjet stabilnosti mora biti zadovoljen kako bi se regulacija uopće mogla primjenjivati. Međutim istodobno se moraju pratiti i stacionarni uvjeti rada, pri čemu je najveći problem **točnost**. Kao treći zahtjev na regulaciju postavlja se i **brzina odziva** kojom se osigurava primjenjivost regulacije u realnom vremenu. Dakle stabilnost, točnost i brzina odziva su osnovni zahtjevi pri regulaciji te na njih treba posebno obratiti pažnju prilikom analize sustava.

## 4.3. Metoda eksterne linearizacije

Jedna od potrebnih metoda za rješavanje diplomskog zadatka je upravo metoda eksterne linearizacije. Metoda eksterne linearizacije u ovom radu se ponajviše koristi radi smanjenja numeričke kompleksnosti i pojednostavljenja zadatka. Ideja ovakvog pristupa je ispitati upravljačku strategiju na jednostavnijem problemu, a potom istu upravljačku strategiju skalirati na nešto kompleksnije slučajeve.

Prema [9] i [10] ključna ideja eksterne linearizacije (engl. *feedback linearization*) je algebarska transformacija nelinearnog dinamičkog sustava u ekvivalentni linearni sustav. Nakon čega se primjenjuju standardne metode sinteze linearnih regulatora. Metoda eksterne linearizacije može se primjenjivati na nelinearne dinamičke sustave s linearnom ovisnošću o upravljačkoj varijabli. Takav sustav u matričnom obliku dan je izrazima (4.1) i (4.2).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (4.2)$$

gdje je  $\mathbf{x}$  vektor stanja,  $\mathbf{u}$  upravljački vektor,  $\mathbf{y}$  je izlazna varijabla,  $\mathbf{f}$  i  $\mathbf{h}$  su kontinuirane vektorske funkcije, dok je  $\mathbf{G}$  kontinuirana matrična funkcija. Stupci matrice  $\mathbf{G}(\mathbf{x})$  sadrže vektorske funkcije  $\mathbf{g}_k(\mathbf{x})$ .

Cilj eksterne linearizacije je pronaći zakon upravljanja. Ukratko i pojednostavljeno rečeno, potrebno je derivirati izlaznu varijablu  $\mathbf{y}$  sve dok se u njenom izrazu ne pojave upravljačke varijable (članovi upravljačkog vektora  $\mathbf{u}$ ). Zatim na ulaz upravljačke varijable potrebno je dovesti svu nelinearnu dinamiku iz navedenog izraza, suprotnog

predznaka, kao i komponente željene linearne dinamike (ovisno o redu sustava). Ovakav način upravljanja sigurno zvuči predobro da bi bilo istinitno, to je točno te osnovni nedostatak je potreba za egzaktnim poznavanjem modela sustava kojim upravljamo kao i loša robusnost.

Bitno je ponovno naglasiti da se ova metoda koristi isključivo kao sredstvo pojednostavljenja upravljačkog problema za adaptivnu regulaciju. Bilo bi suludo koristiti metodu eksterne linearizacije kao ozbiljno rješenje u radu koji se ponajprije bavi istraživanjem upravljačkih metoda kada nije poznat model sustava.

## 4.4. Adaptivna regulacija

Prema [9] i [10] klasični adaptivni regulator uz pretpostavku nepoznatih parametara, a poznatih funkcija modela robota, omogućava asimptotsko slijeđenje vremenski promjenjivog referentnog stanja. Zakon upravljanja adaptivnog regulatora u općenitom obliku dan je izrazom (4.3).

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_D\mathbf{r}. \quad (4.3)$$

Gdje su  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{q}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}$  definirani u poglavlju (2.). Za sustave više od prvog reda potrebno je uvesti supstituciju kako bi se sustav prikazao u obliku više diferencijalnih jednadžbi prvog reda pa tako vektor  $\mathbf{r}$  predstavlja vektor supstitucijskih varijabli dan izrazom (4.4).

$$\mathbf{r} = \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Lambda\tilde{\mathbf{q}}. \quad (4.4)$$

Gdje  $\tilde{\mathbf{q}}$  i  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$  predstavljaju vektore odstupanja od vektora referentnih stanja  $\mathbf{q}_d$  i derivacije vektora referentnih stanja  $\dot{\mathbf{q}}_d$  prema izrazima (4.5) i (4.6).

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d, \quad (4.5)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d. \quad (4.6)$$

Vektori  $\dot{\mathbf{q}}_r$  i  $\ddot{\mathbf{q}}_r$  su također vektori supstitucijskih varijabli definirani pomoću još jedne dvostruke derivacije vektora referentnih stanja  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  izrazima (4.7) i (4.8).

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\mathbf{q}}_d - \Lambda\tilde{\mathbf{q}}, \quad (4.7)$$



$$\ddot{\mathbf{q}}_r = \ddot{\mathbf{q}}_d - \Lambda \dot{\mathbf{q}}. \quad (4.8)$$

Dok je  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$  regresijska matrica u općem obliku definirana izrazom (4.9).

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\theta = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{g}(\mathbf{q}). \quad (4.9)$$

Matrica inercije  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ , Coriolisova matrica  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  i vektor gravitacijskih momenata  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  definirani su u poglavlju (2.).  $\theta$  predstavlja vektor nepoznatih parametara dinamičkog modela, a izračunava se pomoću zakona adaptivnog podešavanja parametara prikazanog izrazom (4.10).

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)^T \mathbf{r}. \quad (4.10)$$

Konačno  $\mathbf{K}_D$ ,  $\Lambda$  i  $\Gamma$  su konstantne pozitivno definitne matrice. Adaptivni zakon upravljanja omogućuje globalno asimptotsko praćenje proizvoljne kontinuirane trajektorije za bilo koji izbor navedenih pozitivno definitnih matrica. Valja napomenuti da, prema [9] i [10], pretpostavka adaptivnog upravljanja podrazumijeva poznavanje regresijske matrice, odnosno poznavanje dinamičkog modela do na neodređenost njegovih parametara.

## 4.5. Adaptivna regulacija uz primjenu neuronskih mreža

Prema [9] i [10] jedan od načina izbjegavanja problema klasičnog adaptivnog upravljanja je primjena neuronske mreže kojom zamjenjujemo regresijsku matricu. Osnovna pretpostavka adaptivnog upravljanja primjenom neuronske mreže je da postoji jednoslojna težinska matrica neuronske mreže  $\mathbf{W}$  i vektor aktivacijskih funkcija  $\phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$  takvi da vrijedi izraz (4.11).

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\theta = \mathbf{W}^T \phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r). \quad (4.11)$$

Adaptivni zakon upravljanja primjenom neuronske mreže u općem obliku, uz navedenu pretpostavku, dan je izrazom (4.12).

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{W}}^T \phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (4.12)$$

Gdje je  $\hat{\mathbf{W}}$  procijenjena težinska matrica definirana zakonom podešavanja težinske matrice prema izrazu (4.13).

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}} = -\Gamma\phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{r}^T. \quad (4.13)$$

Razlog korištenja jednoslojne neuronske mreže u adaptivnoj regulaciji je, zbog dane pretpostavke (4.11), kriterij stabilnosti. U slučaju jednoslojne neuronske mreže omogućeno je globalno asimptotsko praćenje proizvoljne kontinuirane trajektorije za bilo koji izbor pozitivno definitnih matrica  $\mathbf{K}_D$ ,  $\Lambda$  i  $\Gamma$ . Kod višeslojnih neuronskih mreža kriterij stabilnosti je bitno složeniji. Prednost adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža u odnosu na klasični adaptivni regulator je u tome što se može primjeniti i kad nije poznata regresijska matrica, odnosno dinamički model sustava.

# 5 | Adaptivno upravljanje primjenom Fourierove neuronske mreže

Kako bi se uspješno provela simulacija u *Matlabu*, koristeći funkciju *ode15s()*, potrebno je ulazne jednadžbe prilagoditi obliku koji ta funkcija zahtjeva. Kako je *ode15s()* funkcija koja rješava diferencijalne jednadžbe matrični izraz (2.9) treba prikazati kao u izrazu (5.1).

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left( \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \right). \quad (5.1)$$

Potrebno je konačno definirati željene trajektorije ili pobudu, samim time definirati će se i vektor referentnih stanja  $\mathbf{q}_d$ , vektor derivacije referentnih stanja  $\dot{\mathbf{q}}_d$  te vektor dvostruke derivacije referentnih stanja  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  prema izrazima od (5.2) do (5.13).

$$\mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} q_{d1} \\ q_{d2} \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_d = \begin{bmatrix} \dot{q}_{d1} \\ \dot{q}_{d2} \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_d = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{d1} \\ \ddot{q}_{d2} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Kako je u zadatku traženo testiranje brzine konvergencije težina Fourierove neuronske mreže na različite pobude, tako su definirane dvije vrste željenih trajektorija. Prva dinamičnija varijanta u obliku trigonometrijskih funkcija definirana je jednadžbama od (5.5) do (5.10).

$$q_{d1} = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^3 \frac{\sin(k\omega t)}{k+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(2\omega t) + \frac{1}{4} \sin(3\omega t), \quad (5.5)$$

$$\dot{q}_{d1} = \frac{1}{2}\omega \cos(\omega t) + \frac{2}{3}\omega \cos(2\omega t) + \frac{3}{4}\omega \cos(3\omega t), \quad (5.6)$$

$$\ddot{q}_{d1} = -\frac{1}{2}\omega^2 \sin(\omega t) - \frac{4}{3}\omega^2 \sin(2\omega t) - \frac{9}{4}\omega^2 \sin(3\omega t), \quad (5.7)$$

$$q_{d2} = 1 - 2 \sum_{k=1}^3 \frac{\cos(k\omega t)}{k^2 + 1} = 1 - \cos(\omega t) - \frac{2}{5} \cos(2\omega t) - \frac{1}{5} \cos(3\omega t), \quad (5.8)$$

$$\dot{q}_{d2} = \omega \sin(\omega t) + \frac{4}{5}\omega \sin(2\omega t) + \frac{3}{5}\omega \sin(3\omega t), \quad (5.9)$$

$$\ddot{q}_{d2} = \omega^2 \cos(\omega t) + \frac{8}{5}\omega^2 \cos(2\omega t) + \frac{9}{5}\omega^2 \cos(3\omega t). \quad (5.10)$$

Gdje je  $\omega$  kutna brzina iznosa  $\omega = 2 \text{ rad s}^{-1}$ , a  $t$  je vrijeme u sekundama. Dok je druga varijanta kombinacija tri step funkcije dana jednadžbama od (5.11) do (5.13).

$$q_{d1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{za } t \in [0, 5) \\ \frac{1}{2} & \text{za } t \in [5, 10) \\ -\frac{1}{3} & \text{za } t \in [10, 30) \\ 1 & \text{za } t \in [30, +\infty) \end{cases}, \quad (5.11)$$

$$q_{d2}(t) = \begin{cases} 0 & \text{za } t \in [0, 5) \\ \frac{1}{3} & \text{za } t \in [5, 10) \\ -\frac{1}{2} & \text{za } t \in [10, 30) \\ \frac{2}{3} & \text{za } t \in [30, +\infty) \end{cases}, \quad (5.12)$$

$$\dot{q}_{d1}(t) = \dot{q}_{d2}(t) = \ddot{q}_{d1}(t) = \ddot{q}_{d2}(t) = \begin{cases} 0 & \\ +\infty & \text{za } t = 5 \text{ i } t = 30 \\ -\infty & \text{za } t = 10 \end{cases}. \quad (5.13)$$

Simulacije i simulacijski rezultati će se uglavnom provoditi za prvu varijantu referentnih trajektorija, dok će se druga varijanta koristiti samo radi usporedbe konvergencije težina neuronske mreže. Konačno sve je spremno za definiranje upravljačkih strategija za različite zahtjeve na regulator.

## 5.1. Adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice

Prilikom poznavanja matrice inercija i Coriolisove matrice, zadaća klasičnog adaptivnog regulatora je procjena parametara vektora gravitacijskih momenata. Tako se konačna upravljačka strategija (regulator) sastoji od dijela definiranog preko klasičnog adaptivnog upravljanja i dijela definiranom pomoću metode eksterne linearizacije. Metodom eksterne linearizacije može se linearizirati dio modela na koji utječu u ovom slučaju poznate matrica inercija i Coriolisova matrica. Prema tome vektor upravljačkih varijabli se definira izrazom (5.14).

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}(\mathbf{q})\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (5.14)$$

Kako je u slučaju klasične adaptivne regulacije potrebno poznavati sustav do na neodređenost njegovih parametara, iz jednadžbi komponenti vektora gravitacijskih momenata (2.18) i (2.19) može se definirati regresijska matrica  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ , koja je u ovom slučaju reducirana na funkciju  $\mathbf{Y}(\mathbf{q})$  jer ovisi samo o poziciji članaka, prema izrazima od (5.15) do (5.19).

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\mathbf{q}) & Y_{12}(\mathbf{q}) \\ Y_{21}(\mathbf{q}) & Y_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

$$Y_{11} = \sin(q_1), \quad (5.16)$$

$$Y_{12} = \sin(q_1 + q_2), \quad (5.17)$$

$$Y_{21} = 0, \quad (5.18)$$

$$Y_{22} = \sin(q_1 + q_2). \quad (5.19)$$

Pozitivno definitna matrica  $\mathbf{K}_D$  ili matrica pojačanja, definirana je prema izrazu (5.20) te je na isti način definirana za sve korištene regulatore. Isto se odnosi i na pozitivno definitne matrice  $\Lambda$  i  $\Gamma$  prikazane izrazima (5.21) i (5.22). Uz napomenu da dimenzije matrice  $\Gamma$  ovise o veličini vektora aktivacijske funkcije neuronske mreže, no u svakom slučaju radi se o dijagonalnoj matrici s jednakim vrijednostima po dijagonali.

$$\mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} = 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2}, \quad (5.20)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = 5 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2}, \quad (5.21)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = 5 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2}. \quad (5.22)$$

Gdje je  $\mathbf{I}_{2 \times 2}$  jedinična matrica drugog reda. Vektor nepoznatih parametara modela  $\theta$  definiran je pomoću nepoznatih parametara  $p_1$  i  $p_2$  prema izrazu (5.23).

$$\theta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

Vrijednosti parametara  $p_1$  i  $p_2$ , u slučaju adaptivne regulacije s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice, egzaktno su prikazane u izrazima (5.24) i (5.25) što kasnije omogućava bolju analizu ispitivanog regulatora.

$$p_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \cdot g = 11,4714, \quad (5.24)$$

$$p_2 = m_2 l_{c2} g = 0,4403. \quad (5.25)$$

Vektori varijabli supstitucije  $\mathbf{r}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_r$  i  $\ddot{\mathbf{q}}_r$  također su jednaki za sve korištene regulatore te su detaljnije prikazani u sljedećim izrazima (5.26) do (5.30) dobivenim prema izrazima (4.4) do (4.8) danim u poglavlju (4.).

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \begin{bmatrix} \dot{q}_{1r} \\ \dot{q}_{2r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{d1} \\ \dot{q}_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_r = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{1r} \\ \ddot{q}_{2r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{d1} \\ \ddot{q}_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

$$\tilde{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_{d1} \\ q_{d2} \end{bmatrix}, \quad (5.29)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{q}_{d1} \\ \dot{q}_{d2} \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

Konačno kad je sve definirano, može se prikazati vektor upravljačkih varijabli u matricnom obliku, te kao takvog koristiti u *Matlabu* prema izrazu (5.31).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.31)$$

Pri čemu se nepoznati parametri  $p_1$  i  $p_2$  računaju prema izrazu (5.32).

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = -5 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.32)$$

## 5.2. Adaptivni regulator uz FNN s poznatom matricom inercija i Coriolisovom matricom

Slično kao i kod klasičnog adaptivnog regulatora za slučaj poznate matrice inercija i Coriolisove matrice, metoda eksterne linearizacije koristi se za linearizaciju dijela modela na koji te dvije matrice utječu. Za razliku od klasično adaptivnog regulatora u ovom slučaju nije potrebno poznavati regresijsku matricu, nju zamjenjuje aktivacijska funkcija neuronske mreže, dok nepoznate parametre zamjenjuju težine neuronske mreže. Tako se u ovom slučaju umjesto pronalaženja nepoznatih parametara, pronalaze nepoznate tj. odgovarajuće težine neuronske mreže. Vektor upravljačkih varijabli tako se definira izrazom (5.33).

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{W}}^T \phi(\mathbf{q}) + \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (5.33)$$

Kako gravitacijski vektor ovisi samo o vektoru pozicija članaka robota  $\mathbf{q}$ , samim time i vektor aktivacijskih funkcija ovisi samo o pozicijama članaka robota  $\phi(\mathbf{q})$  odnosno  $\phi(q_1, q_2)$ . Iz čega slijedi da Fourierova neuronska mreža ima dva ulaza ( $q_1$  i  $q_2$ ). Ograničimo li aktivacijsku funkciju na jedan harmonik 1,  $\sin(u)$ ,  $\cos(u)$  dobije se, nakon Kronecke-

rovog produkta za dva ulaza, aktivacijska funkcija u obliku prikazanom izrazom (5.34).

$$\phi(q_1, q_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_1) \\ \cos(q_1) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_2) \\ \cos(q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_2) \\ \cos(q_2) \\ \sin(q_1) \\ \sin(q_1)\sin(q_2) \\ \sin(q_1)\cos(q_2) \\ \cos(q_1) \\ \cos(q_1)\sin(q_2) \\ \cos(q_1)\cos(q_2) \end{bmatrix}. \quad (5.34)$$

U tom slučaju težinska matrica neuronske mreže sastoji se od osamnaest težina prikazanih izrazom (5.35).

$$\mathbf{W}^T = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} & w_{15} & w_{16} & w_{17} & w_{18} & w_{19} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} & w_{25} & w_{26} & w_{27} & w_{28} & w_{29} \end{bmatrix}. \quad (5.35)$$

Konačno može se prikazati vektor upravljačkih varijabli u matričnom obliku za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice prema izrazu (5.36).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{21} \\ w_{12} & w_{21} \\ \vdots & \vdots \\ w_{19} & w_{29} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_2) \\ \cos(q_2) \\ \sin(q_1) \\ \sin(q_1)\sin(q_2) \\ \sin(q_1)\cos(q_2) \\ \cos(q_1) \\ \cos(q_1)\sin(q_2) \\ \cos(q_1)\cos(q_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - 10 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$



Pri čemu se parametri težinske matrice  $\mathbf{W}$  računaju prema izrazu (5.37).

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{w}}_{11} & \dot{\hat{w}}_{21} \\ \dot{\hat{w}}_{12} & \dot{\hat{w}}_{22} \\ \dot{\hat{w}}_{13} & \dot{\hat{w}}_{23} \\ \dot{\hat{w}}_{14} & \dot{\hat{w}}_{24} \\ \dot{\hat{w}}_{15} & \dot{\hat{w}}_{25} \\ \dot{\hat{w}}_{16} & \dot{\hat{w}}_{26} \\ \dot{\hat{w}}_{17} & \dot{\hat{w}}_{27} \\ \dot{\hat{w}}_{18} & \dot{\hat{w}}_{28} \\ \dot{\hat{w}}_{19} & \dot{\hat{w}}_{29} \end{bmatrix} = -5 \cdot \mathbf{I}_{9 \times 9} \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_2) \\ \cos(q_2) \\ \sin(q_1) \\ \sin(q_1) \sin(q_2) \\ \sin(q_1) \cos(q_2) \\ \cos(q_1) \\ \cos(q_1) \sin(q_2) \\ \cos(q_1) \cos(q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

Gdje  $\mathbf{I}_{9 \times 9}$  predstavlja jediničnu matricu veličine devetog reda.

### 5.3. Adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija

Prilikom poznavanja matrice inercija zadaća klasičnog adaptivnog regulatora je procjena parametara vektora gravitacijskih momanata te procjena parametara Coriolisove matrice. U ovom slučaju metodom eksterne linearizacije se linearizira dio vezan samo za matricu inercija, dok se djelovanjem Coriolisove matrice upravlja preko adaptivnog regulatora. U tom slučaju vektor upravljačkih varijabli dan je prema izrazu (5.38).

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (5.38)$$

Vidljivo je da u ovom slučaju regresijska matrica  $\mathbf{Y}$  ovisi o više ulaznih parametara, a samim time sastoji se od više elemenata definiranih jednadžbama od (5.39) do (5.45).

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) & Y_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) & Y_{13}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) \\ Y_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) & Y_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) & Y_{23}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) \end{bmatrix}, \quad (5.39)$$

$$\mathbf{Y}_{11} = \sin(q_1), \quad (5.40)$$

$$\mathbf{Y}_{12} = \sin(q_1 + q_2), \quad (5.41)$$

$$\mathbf{Y}_{13} = (\dot{q}_2 \dot{q}_{1r} + \dot{q}_1 \dot{q}_{2r} + \dot{q}_2 \dot{q}_{2r}) \sin(q_2), \quad (5.42)$$

$$\mathbf{Y}_{21} = 0, \quad (5.43)$$

$$\mathbf{Y}_{22} = \sin(q_1 + q_2), \quad (5.44)$$

$$\mathbf{Y}_{23} = \dot{q}_1 \dot{q}_{1r} \sin(q_2). \quad (5.45)$$

Pritom se također povećava vektor nepoznatih parametara modela prema izrazu (5.46). Egzaktne vrijednosti parametara  $p_1$  i  $p_2$  dane su ranije u izrazima (5.24) i (5.25), dok je egzaktan izraz za parametar  $p_3$  dan izrazom (5.47), a poslužit će kasnije za analizu ispitivanog regulatora.

$$\theta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}, \quad (5.46)$$

$$p_3 = -m_2 l_1 l_{c2} = -0,0117. \quad (5.47)$$

Ostale vrijednosti ostaju iste kao i kod adaptivnog regulatora uz poznatu matricu inercija i Coriolisovu matricu pa se tako izraz za vektor upravljačkih varijabli u matričnom obliku adaptivnog regulatora uz poznatu matricu inercija definira izrazom (5.48).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} - 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.48)$$

Pri čemu se nepoznati parametri  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  računaju prema izrazu (5.49).

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}}_1 \\ \dot{\hat{p}}_2 \\ \dot{\hat{p}}_3 \end{bmatrix} = -5 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \\ Y_{13} & Y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.49)$$

Gdje je  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  jedinična matrica trećeg reda.

## 5.4. Adaptivni regulator uz primjenu FNN s pretpostavkom poznate matrice inercija

Slično kao i kod klasičnog adaptivnog upravljanja za slučaj poznate matrice inercija, metoda eksterne linearizacije koristi se za linearizaciju dijela modela na koji ta matrica

utječe. Kao i ranije kod adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža nije potrebno poznavati regresijsku matricu. Vektor upravljačkih varijabli ili zakon upravljanja za ovaj slučaj se definira prema izrazu (5.50).

$$\mathbf{u} = \hat{W}^T \phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (5.50)$$

Valja primjetiti da u ovom slučaju vektor aktivacijskih funkcija  $\phi$  ovisi samo o ulaznim vektorima  $\mathbf{q}$  i  $\dot{\mathbf{q}}$  za razliku od prethodnog podpoglavlja gdje regresijska matrica ovisi još i o supstitucijskom vektoru  $\dot{\mathbf{q}}_r$ . Razlog tomu je mogućnost da se supstitucijski vektor izrazi pomoću vektora željenih stanja modela  $\mathbf{q}_d$ , derivacije vektora željenih stanja modela  $\dot{\mathbf{q}}_d$  i vektora stanja odnosno pozicija modela  $\mathbf{q}$  prema jednadžbama (4.5), (4.6) i (4.7). Posljedica toga je da neuronska mreža ima dva ulaza manje što bitno smanjuje numeričku složenost zadatka. Nadalje kako bi neuronska mreža što bolje mogla opisati sustav napravljena je modifikacija aktivacijske funkcije koja umjesto standardnih harmonika trigonometrijskih funkcija sada ima dodan još jedan član, a to je ulaz samog sustava. Na taj način, Kroneckerovim produktom, dobivaju se sve varijante umnožaka različitih funkcija kako bi se dobila mogućnost što bolje opisati sustav. Konačno dolazi se do vektora aktivacijskih funkcija dobivenim i prikazanim u izrazu (5.51).

$$\phi(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_1) \\ \cos(q_1) \\ q_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(q_2) \\ \cos(q_2) \\ q_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(\dot{q}_1) \\ \cos(\dot{q}_1) \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \sin(\dot{q}_2) \\ \cos(\dot{q}_2) \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_{255} \\ \phi_{256} \end{bmatrix}. \quad (5.51)$$

Vidljivo je da se i u slučaju s reduciranim brojem ulaza stvar vrlo brzo zakomplicira. Za samo četiri ulaza vektor aktivacijskih funkcija sastoji se od dvjesto pedeset i šest članova, što daje ukupno petsto i dvanaest težina neuronske mreže i jednako toliko diferencijalnih jednadžbi koje treba riješiti da bi se izračunale težine neuronske mreže. Prema tome težinska matrica dana je izrazom (5.52).

$$\mathbf{W}^T = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \cdots & w_{1,255} & w_{1,256} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \cdots & w_{2,255} & w_{2,256} \end{bmatrix}. \quad (5.52)$$

Konačno može se prikazati vektor upravljačkih varijabli u matičnom obliku za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice

inercija prema izrazu (5.53).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \cdots & w_{1,255} & w_{1,256} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \cdots & w_{2,255} & w_{2,256} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_{255} \\ \phi_{256} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} - 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.53)$$

Pri čemu se parametri težinske matrice  $\mathbf{W}$  računaju prema izrazu (5.54).

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_{11} & \dot{w}_{21} \\ \dot{w}_{12} & \dot{w}_{22} \\ \dot{w}_{13} & \dot{w}_{23} \\ \vdots & \vdots \\ \dot{w}_{1,255} & \dot{w}_{2,255} \\ \dot{w}_{1,256} & \dot{w}_{2,256} \end{bmatrix} = -5 \cdot \mathbf{I}_{256 \times 256} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_{255} \\ \phi_{256} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.54)$$

Gdje  $\mathbf{I}_{256 \times 256}$  predstavlja jediničnu matricu reda dvjesto pedeset šest.

## 5.5. Adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini

U ovom slučaju nema pretpostavke poznatih matrica, što znači da neće biti korištenja metode eksterne linearizacije. Zakon upravljanja za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini dan je izrazom (5.55).

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_D \mathbf{r} \quad (5.55)$$

Regresijska matrica u ovom slučaju sastoji se od šest elemenata, izrazi za računanje elemenata regresijske matrice dani su prema jednadžbama od (5.56) do (5.62).

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) & Y_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) & Y_{13}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \\ Y_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) & Y_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) & Y_{23}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \end{bmatrix}, \quad (5.56)$$

$$Y_{11} = \ddot{q}_{1r}, \quad (5.57)$$

$$Y_{12} = (2\ddot{q}_{1r} + \ddot{q}_{2r}) \cos(q_2) - [\dot{q}_{1r}\dot{q}_2 + \dot{q}_{2r}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)] \sin(q_2), \quad (5.58)$$

$$Y_{13} = \ddot{q}_{2r}, \quad (5.59)$$

$$Y_{21} = 0, \quad (5.60)$$

$$Y_{22} = \ddot{q}_{1r} \cos(q_2) + \dot{q}_{1r} \dot{q}_1 \sin(q_2), \quad (5.61)$$

$$Y_{23} = \ddot{q}_{1r} + \ddot{q}_{2r}. \quad (5.62)$$

Vektor nepoznatih parametara modela i u ovom slučaju je trećeg reda, jednadžba (5.63). Dok su egzaktni vrijednosti njegovih parametara dane izrazima (5.64), (5.65) i (5.66).

$$\theta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}, \quad (5.63)$$

$$p_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + I_2 + I_1 = 0,3335, \quad (5.64)$$

$$p_2 = m_2 l_1 l_{c2} = 0,0117, \quad (5.65)$$

$$p_3 = m_2 l_{c2}^2 + I_2 = 0,0120. \quad (5.66)$$

Vektor upravljačkih varijabli za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini prikazan je izrazom (5.67).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} - 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.67)$$

Pri čemu se nepoznati parametri  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  računaju prema izrazu (5.68).

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}}_1 \\ \dot{\hat{p}}_2 \\ \dot{\hat{p}}_3 \end{bmatrix} = -5 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \\ Y_{13} & Y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.68)$$

## 5.6. Adaptivni regulator uz primjenu FNN u horizontalnoj ravnini

Kao i kod sinteze klasičnog adaptivnog regulatora u horizontalnoj ravnini nema pretpostavki poznatih matrica pa samim time i ovdje se ne koristi metoda eksterne linearizacije. Prema tome zakon upravljanja za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža dan je izrazom (5.69).

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{W}}^T \phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{K}_D \mathbf{r}. \quad (5.69)$$

Kao i u slučaju adaptivne regulacije uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate samo matrice inercija i u ovom slučaju reducira se ovisnost vektora aktivacijskih funkcija  $\phi$  na ulaze  $\mathbf{q}$  i  $\dot{\mathbf{q}}$ . Takav pristup je moguć jer se vektori supstitucijskih varijabli  $\dot{\mathbf{q}}_r$  i  $\ddot{\mathbf{q}}_r$  mogu izraziti pomoću vektora pozicija  $\mathbf{q}$  i vektora brzina članaka  $\dot{\mathbf{q}}$ . Time se smanjuje broj ulaznih varijabli s osam ulaza na samo četiri te se bitno numerički pojednostavljuje izračun. Također i u ovom slučaju se koristi modifikacija aktivacijske funkcije kako bi mreža imala mogućnost što bolje opisati sustav. Vektor aktivacijskih funkcija tada je jednak kao i prethodno korišteni, definiran izrazom (5.51). Tada je i matrica težina neuronske mreže jednaka onoj u izrazu (5.52).

Konačno može se prikazati vektor upravljačkih varijabli u matričnom obliku za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini prema izrazu (5.70).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \cdots & w_{1,255} & w_{1,256} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \cdots & w_{2,255} & w_{2,256} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_{255} \\ \phi_{256} \end{bmatrix} - 10 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (5.70)$$

Dok se parametri težinske matrice računaju kao u ranije danom izrazu (5.54).

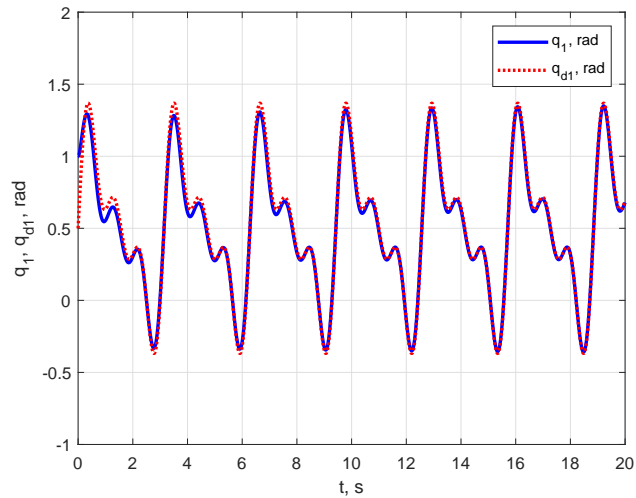
## 6 Rezultati simulacija

U ovom poglavlju prikazat će se rezultati simulacija u obliku grafova koji su generirani nakon provođenja simulacija u *Matlabu*. Odzivi svih regulatora su stabilni što je i očekivano s obzirom da su zakoni upravljanja adaptivnog regulatora i adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža izvedeni na osnovu Ljapunovljeve analize stabilnosti. Tako će se analiza rezultata više usredotočiti na druga dva zahtjeva, a to su točnost i brzina odziva. Također valja napomenuti kako se sve simulacije izvršavaju u realnom vremenu što je posebno bitno za adaptivne regulatore uz primjenu neuronskih mreža.

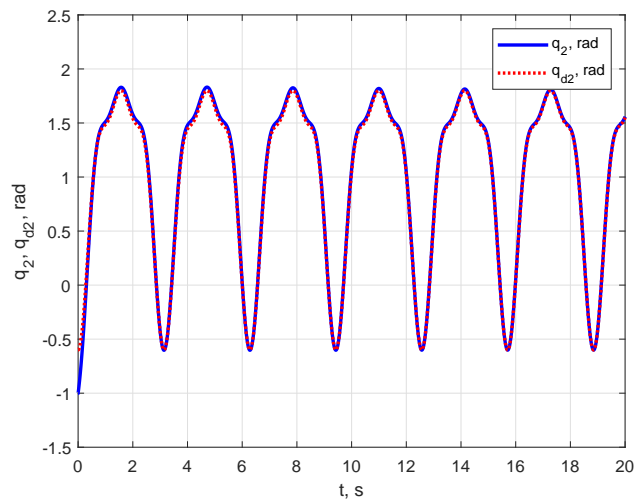
### 6.1. Regulatori s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice

#### 6.1.1. Adaptivni regulator

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice prikazano je grafovima (6.1) i (6.2).



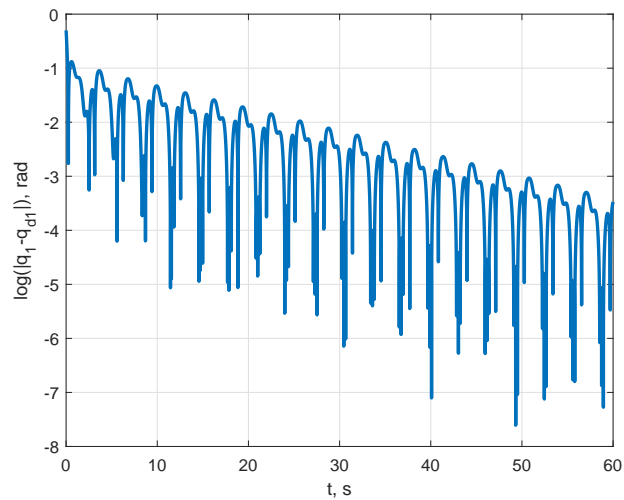
Slika 6.1: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



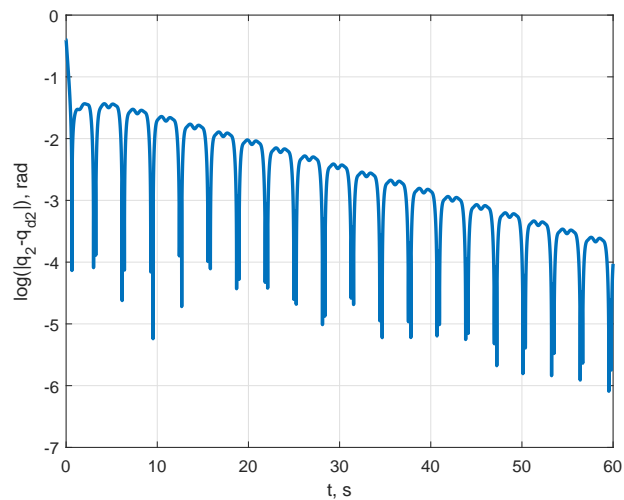
Slika 6.2: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Iako se na grafovima praćenja referentnih trajektorija može donekle vidjeti točnost odziva, bolje ju je prikazati razlikom stvarnog i referentnog signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.3) i (6.4).





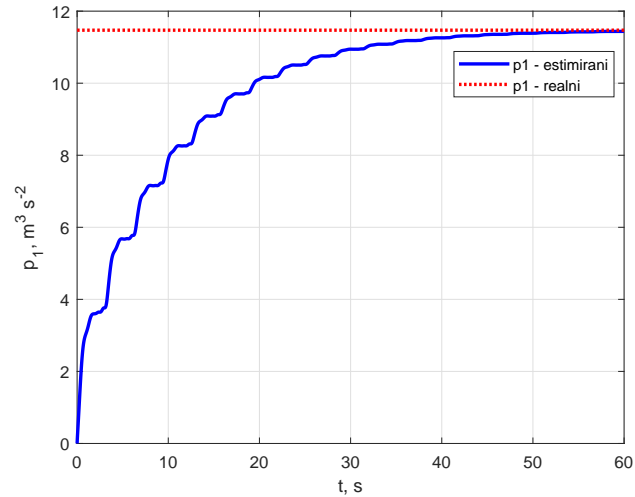
Slika 6.3: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



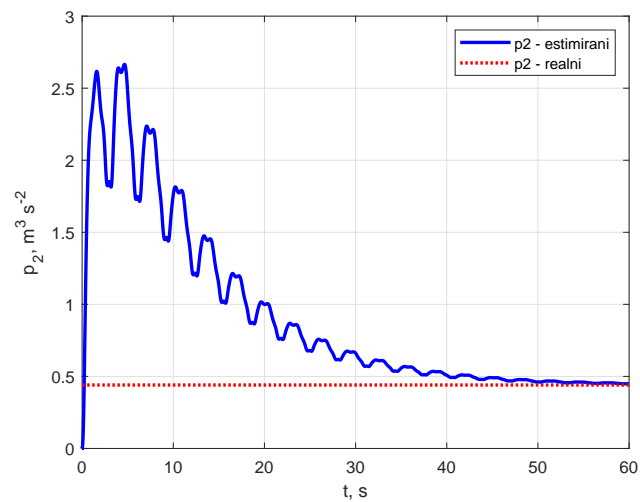
Slika 6.4: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Vidljivo je da greška praćenja referentne trajektorije za oba članka robota konvergira u nulu. Jedan od razloga tomu je taj što nepoznati parametri adaptivnog upravljanja

$p_1$  i  $p_2$  konvergiraju stvarnim vrijednostima parametara kao što je to vidljivo grafovima (6.5) i (6.6).

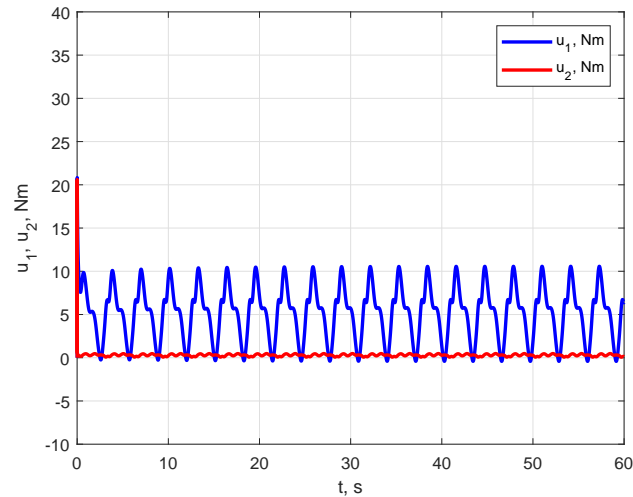


Slika 6.5: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_1$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



Slika 6.6: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_2$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Konačno vrijedi vidjeti kako to utječe na upravljačke varijable prema grafu (6.7).

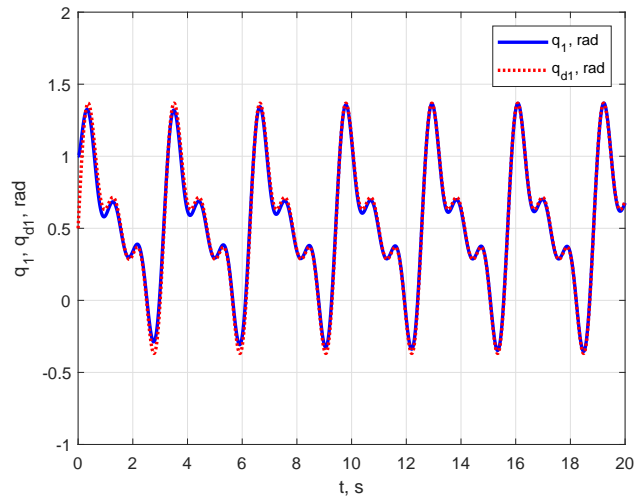


Slika 6.7: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

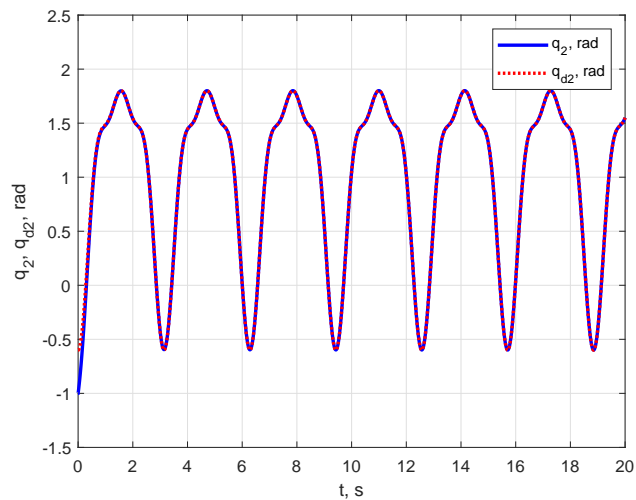
Rezultati simulacije mogu se okarakterizirati kao zadovoljavajući, postiže se relativno dobra točnost i brzina odziva bez velikih opterećenja na upravljačku veličinu. Ovakvi rezultati predstavljaju ono čemu treba težiti adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža. Nedostatak je potrebno prethodno poznavanje regresijske matrice, odnosno dinamičkog modela do nepoznavanja njegovih parametara. Što znači da je potrebno poznavati sve oblike funkcija koji djeluju na model te samim time model se ne bi toliko dobro ponašao u prisutstvu nepoznate poremećajne veličine i/ili nepoznate dinamike.

### 6.1.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice prikazano je grafovima (6.8) i (6.9).

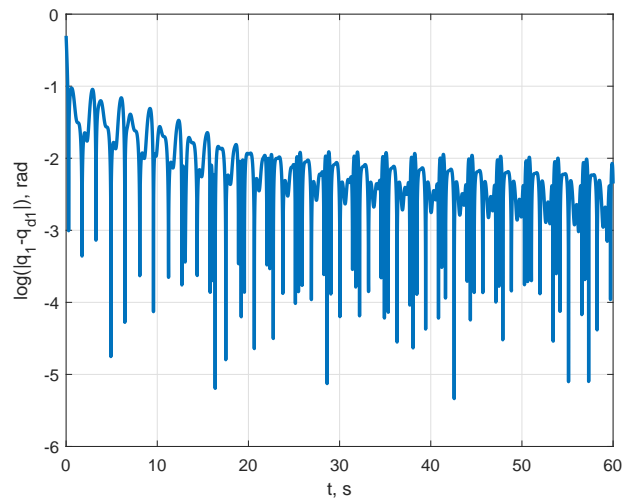


Slika 6.8: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

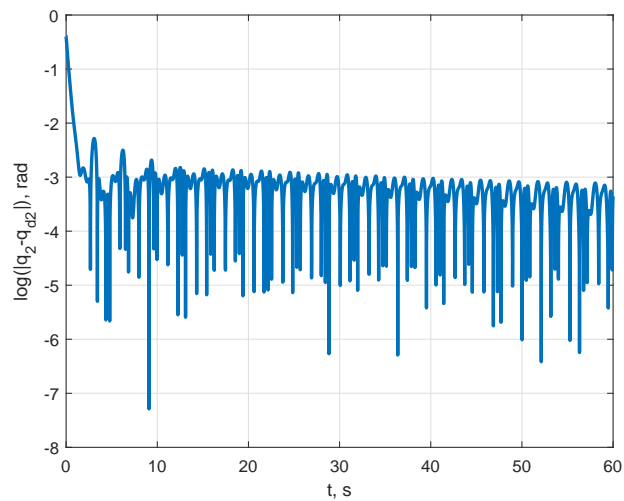


Slika 6.9: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Kao i ranije točnost odziva bolje je pratiti pomoću razlike stvarnog i referentnog signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.10) i (6.11).



Slika 6.10: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



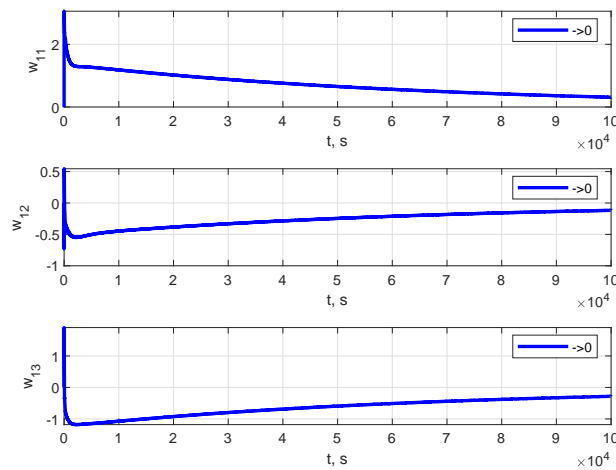
Slika 6.11: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Vidljivo je da greška praćenja reference također konvergira u nulu kao kod adaptivnog

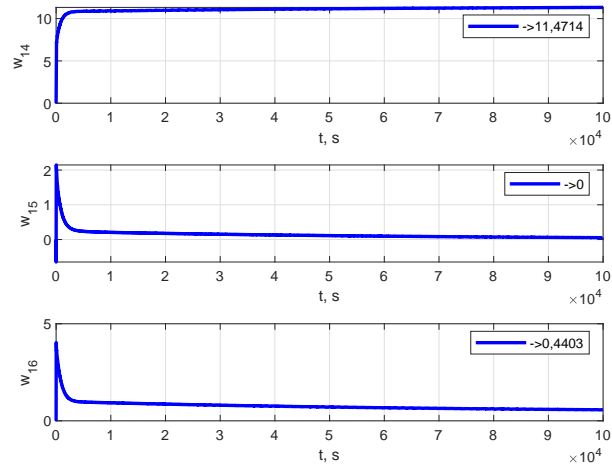
regulatora, no valja primjetiti da se konvergencija odvija bitno sporije. Razlog tomu je sporija konvergencija težina neuronske mreže točnom rješenju, što je i razumljivo s obzirom da se radi o numerički kompleksnijem slučaju. Iz usporedbe jednadžbi vektora gravitacijskih momenata (2.18) i (2.19) sa jednadžbom vektora aktivacijske funkcije (5.34) i izrazom za težinsku matricu (5.35) dobiva se da težine trebaju konvergirati vrijednostima prema izrazu (6.1).

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{21} \\ w_{12} & w_{22} \\ w_{13} & w_{23} \\ w_{14} & w_{24} \\ w_{15} & w_{25} \\ w_{16} & w_{26} \\ w_{17} & w_{27} \\ w_{18} & w_{28} \\ w_{19} & w_{29} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \\ m_2 l_{c2} g & m_2 l_{c2} g \\ 0 & 0 \\ m_2 l_{c2} g & m_2 l_{c2} g \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

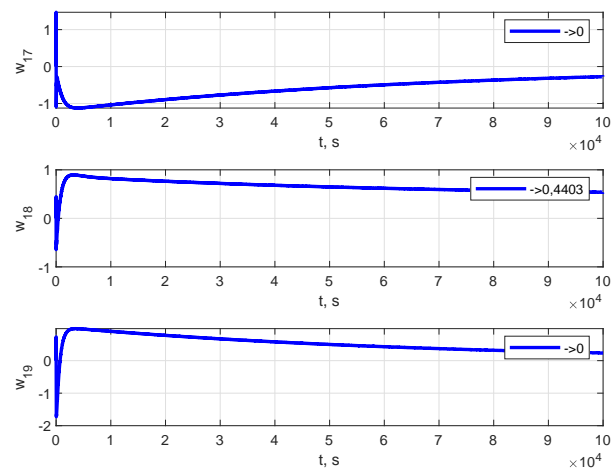
Takvu konvergenciju rješenja lijepo prikazuju rezultati simulacije u dužem trajanju (sto tisuća sekundi) prema grafovima od (6.12) do (6.17).



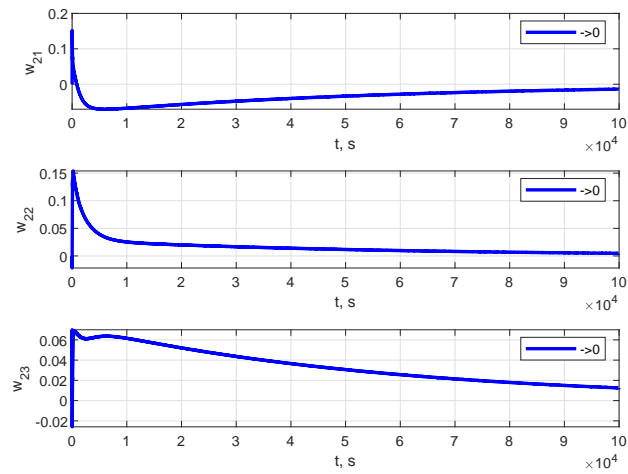
Slika 6.12: Konvergencija težina  $w_{11}$ ,  $w_{12}$  i  $w_{13}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



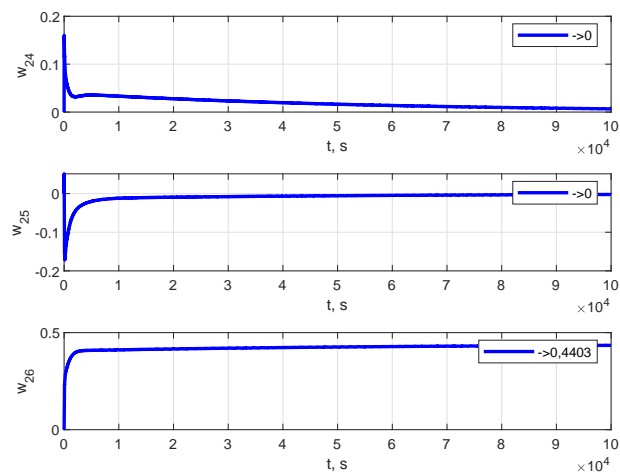
Slika 6.13: Konvergencija težina  $w_{14}$ ,  $w_{15}$  i  $w_{16}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



Slika 6.14: Konvergencija težina  $w_{17}$ ,  $w_{18}$  i  $w_{19}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

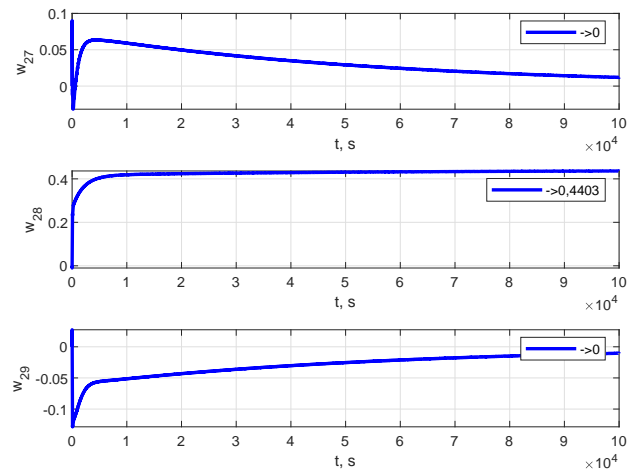


Slika 6.15: Konvergencija težina  $w_{21}$ ,  $w_{22}$  i  $w_{23}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



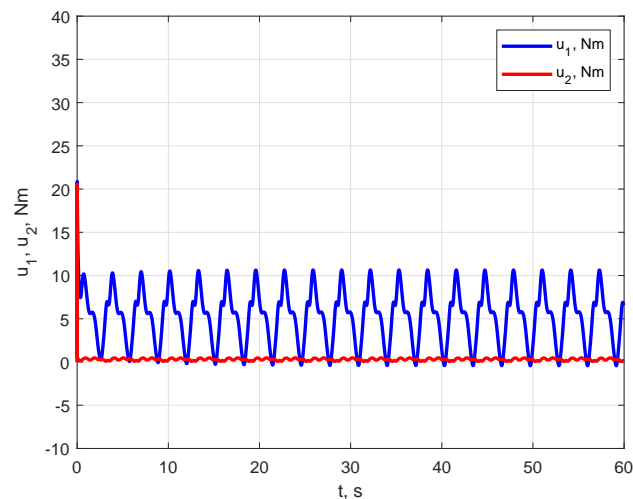
Slika 6.16: Konvergencija težina  $w_{24}$ ,  $w_{25}$  i  $w_{26}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.





Slika 6.17: Konvergencija težina  $w_{27}$ ,  $w_{28}$  i  $w_{29}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

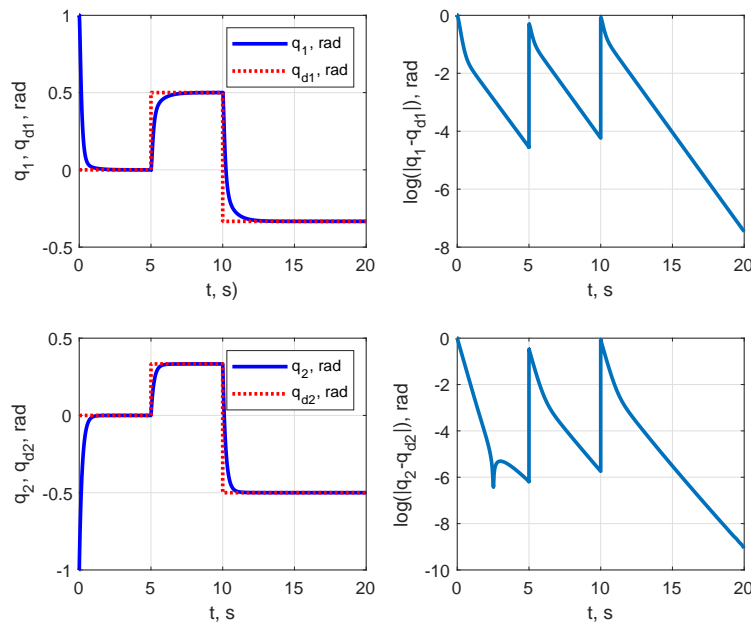
Graf sa slike (6.18) prikazuje upravljačke varijable adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.



Slika 6.18: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

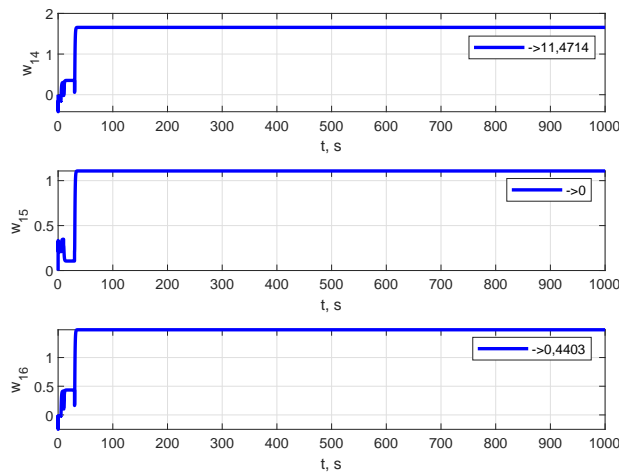
Rezultati simulacija za adaptivni regulator uz primjenu neuronske mreže ne razlikuju se toliko od rezultata za klasičnu adaptivnu regulaciju. Uz to adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža ne ovisi o dinamičkom modelu sustava pa samim time je i manje osjetljiv na poremećaje. Naravno sve to stiže po cijenu veće numeričke kompleksnosti, što za ovaj jednostavniji slučaj aproksimacije samo vektora gravitacijskih momenata nema toliko utjecaja.

Konačno vrijedi vidjeti kako na konvergenciju težina neuronske mreže utječe drugačija pobuda samog sustava. Grafovi sa slike (6.19) prikazuju slijeđenje referentnih trajektorija te greške slijeđenja za pobudu u obliku kombinacije tri step funkcije.



Slika 6.19: Praćenje i pogreška praćenja različite referentne trajektorije  $q_{d1}$  i  $q_{d2}$  za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Grafom sa slike (6.20) prikazano je kako manje dinamičan signal djeluje na konvergenciju težina realnim vrijednostima modela.



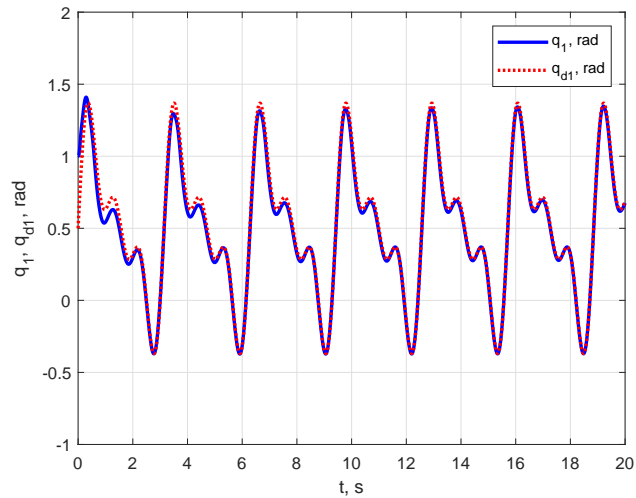
Slika 6.20: Praćenje i pogreška praćenja različite referentne trajektorije  $q_{d1}$  i  $q_{d2}$  za slučaj adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija i Coriolisove matrice.

Dovoljno je prikazati tri od osamnaest težina da se vidi kako monotoni referentni signali ne pomažu točnom aproksimiranju modela neuronskom mrežom. Iako regulator relativno dobro prati referentnu konstantnu veličinu, bez dinamičnog i vremenski promjenjivog signala neuronska mreža nema dovoljno informacija o ponašanju modela kako bi konvergirala točnim vrijednostima parametara. Imajući to na umu dolazi se do zaključka da je ovakav model regulatora bolje iskoristiv za sustave ili robote s cikličkim (ponavljajućim) slijedom operacija.

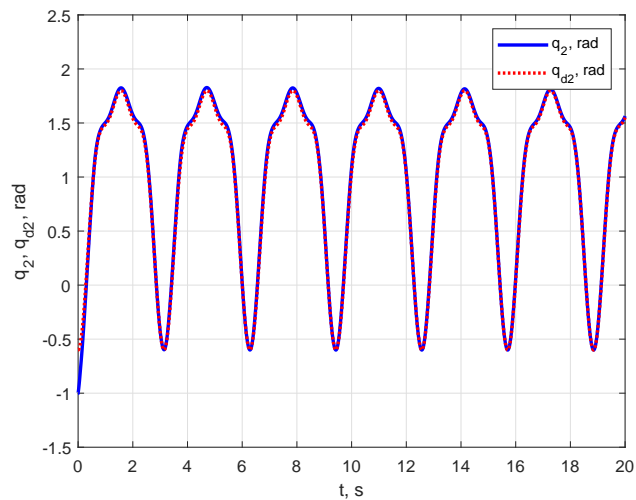
## 6.2. Regulatori s pretpostavkom poznate matrice inercija

### 6.2.1. Adaptivni regulator

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija prikazano je grafovima (6.21) i (6.22).

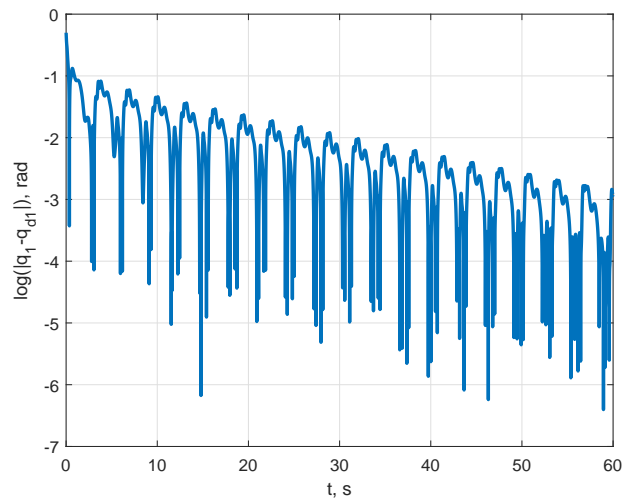


Slika 6.21: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

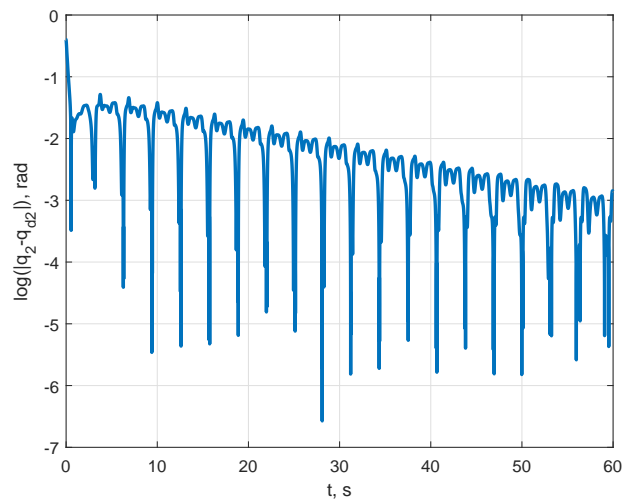


Slika 6.22: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Kao i u prethodnim primjerima točnost odziva bolje je prikazati razlikom stvarnog i referentnog signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.23) i (6.24).



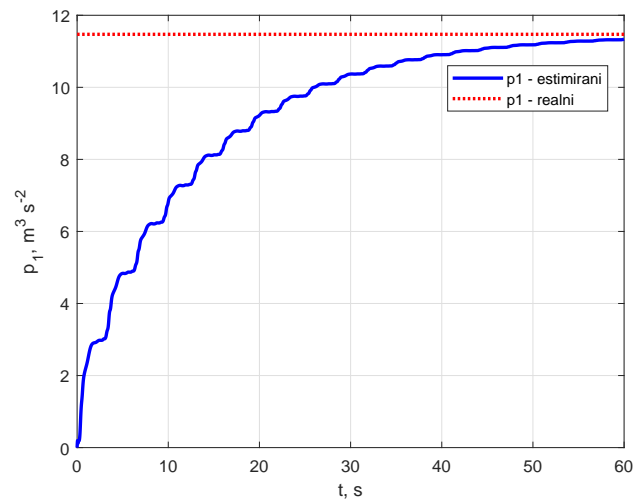
Slika 6.23: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.



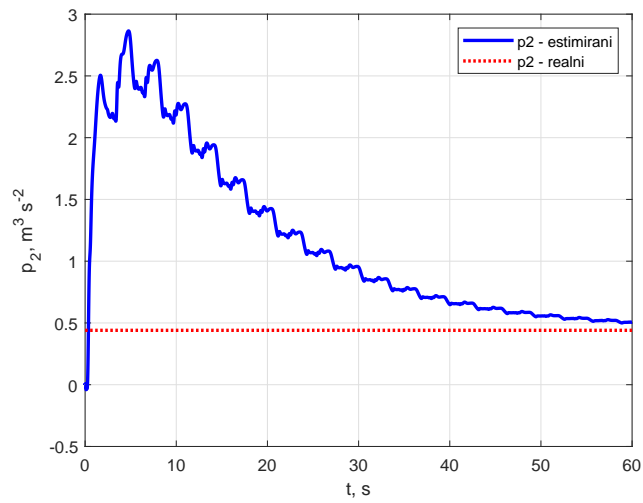
Slika 6.24: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Slično kao i kod adaptivnog regulatora s pretpostavkom poznatih matrica inercija i Co-

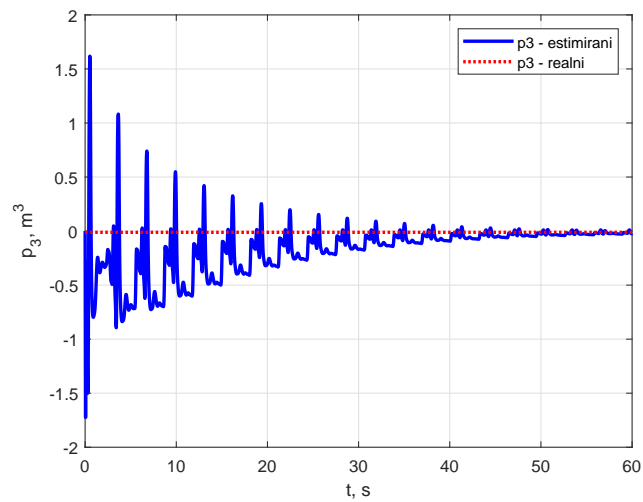
riolisove matrice, greška praćenja referentne krivulje konvergira u nulu. Razlika je u nešto sporijoj konvergenciji za slučaj adaptivnog regulatora s pretpostavkom poznate samo matrice inercija. Razlog tomu je potreba za estimacijom dodatnog, trećeg nepoznatog parametara sustava. Konvergencije nepoznatih parametara ( $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$ ) točnom rješenju prikazane su grafovima (6.25), (6.26) i (6.27).



Slika 6.25: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_1$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

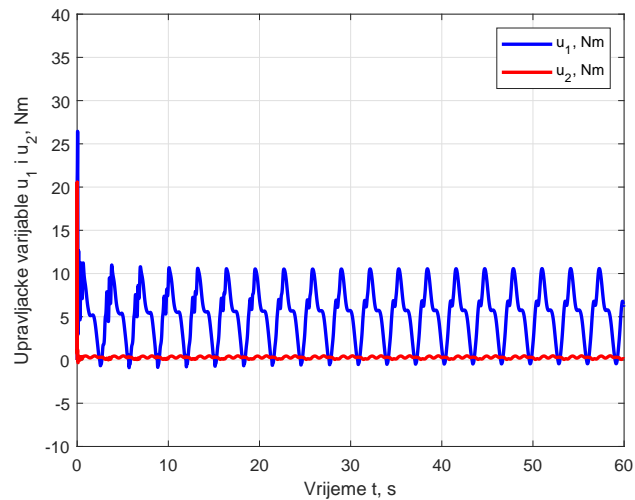


Slika 6.26: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_2$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.



Slika 6.27: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_3$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Konačno vrijedi vidjeti kako to utječe na upravljačke varijable prema grafu (6.28).



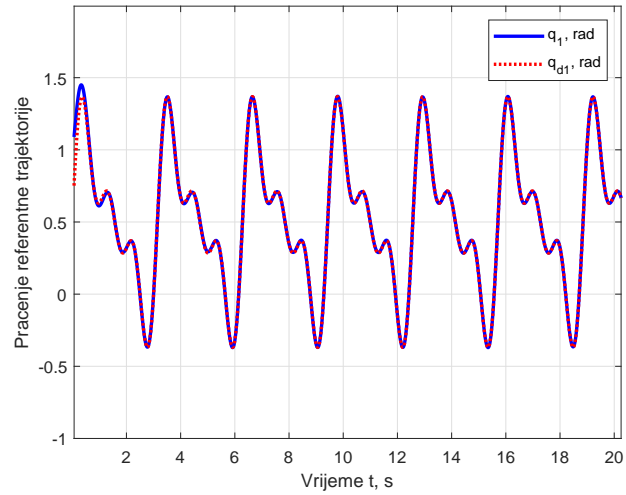
Slika 6.28: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Kao i u prethodnom slučaju rezultati simulacije su zadovoljavajući, dobra točnost i brzina odziva bez velikih opterećenja na upravljačku veličinu. Rezultati simulacija ovog regulatora služe za usporedbu i ocjenu regulatora uz primjenu neuronskih mreža. Nedostatak je naravno potreba za poznavanjem regresijske matrice odnosno dinamičkog modela sustava, te osjetljivost na poremećaje i/ili nepoznatu dinamiku.

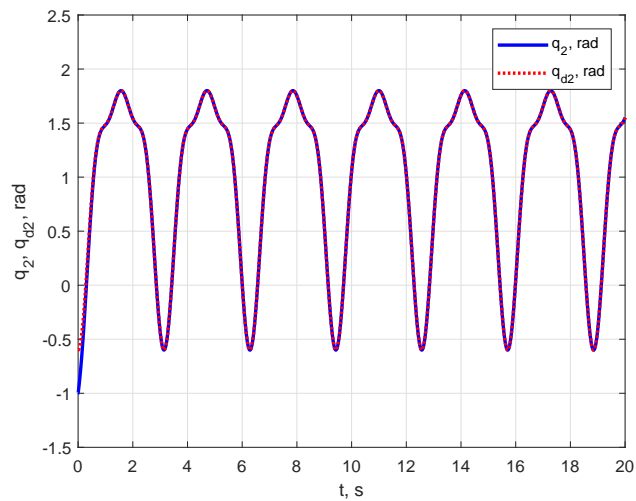
### 6.2.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija prikazano je grafovima (6.29) i (6.30).





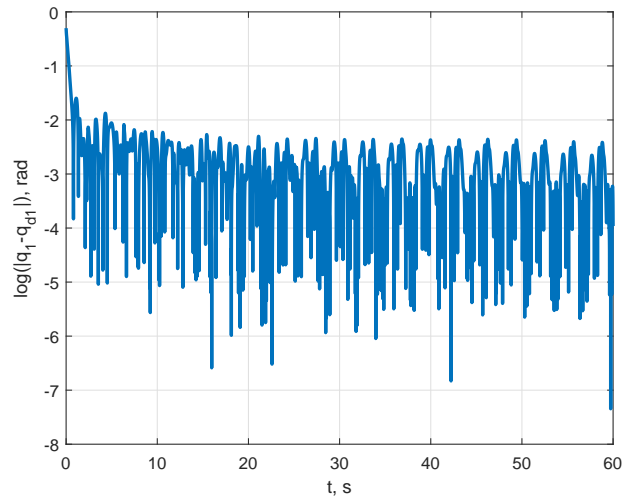
Slika 6.29: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija.



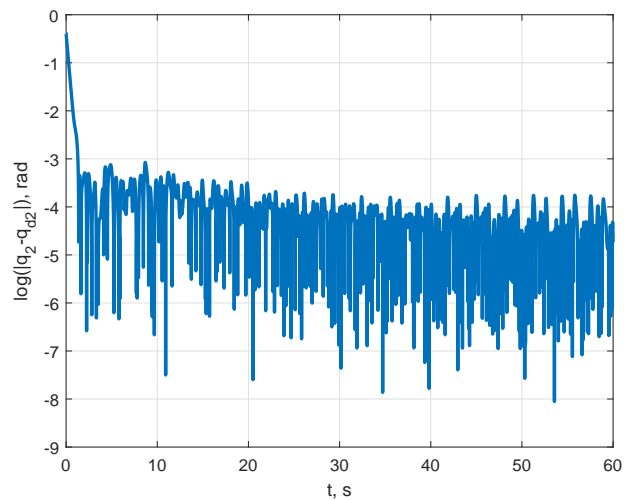
Slika 6.30: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Kao i ranije točnost odziva lijepo je prikazati pomoću razlike stvarnog i referentnog

signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.31) i (6.32).



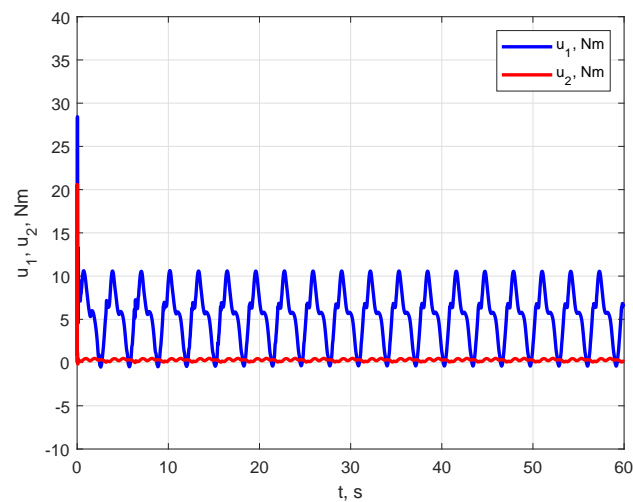
Slika 6.31: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija.



Slika 6.32: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Prema prikazanim rezultatima vidljivo je da se i u ovom slučaju radi o konvergenciji greške praćenja referentne krivulje prema nuli. Prema dosad viđenom može se zaključiti da je to posljedica sve bolje konvergencije težina neuronske mreže točnom rješenju. Naime, s obzirom da se u ovom slučaju radi o petsto i dvanaest težina neuronske mreže to bi bilo praktički nemoguće grafički prikazati u okviru ovog rada.

Konačno može se prikazati kako adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija utječe na upravljačke veličine  $u_1$  i  $u_2$  prema grafu (6.33).



Slika 6.33: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža s pretpostavkom poznate matrice inercija.

Očito je da za svaku od navedenih strategija upravljanja nema bitnih razlika s obzirom na profile upravljačkih varijabli  $u_1$  i  $u_2$ . Može se jedino primjetiti da se, u oba slučaja korištenja adaptivnog regulatora uz primjenu neuronskih mreža, pri početku nešto više forsira upravljačka varijabla  $u_2$ . Rezultat toga je naglo smanjenje greške praćenja referentne krivulje  $q_{d2}$  što znači da regulator uz primjenu neuronske mreže brže "lovi" referentnu krivulju.

Usporedimo li brzinu konvergencije greške u odnosu o broju parametara težina neuronske mreže ovog regulatora i regulatora uz primjenu neuronskih mreža s poznatom matrice inercije i Coriolisove matrice, dolazi se do zaključka da greška brže konvergira nuli u slučaju regulatora s više težina neuronske mreže. Dakle, što je neuronska mreža

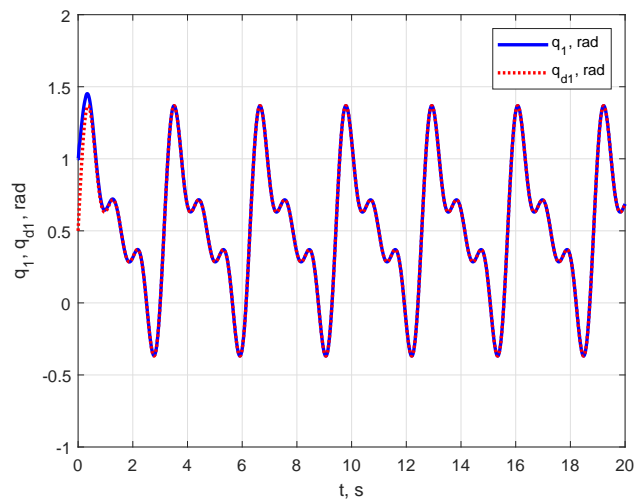
veća te sadrži više aktivacijskih funkcija i težina, greška slijeđenja trajektorije brže konvergira nuli. Naravno cijena takve neuronske mreže je numerička kompleksnost te sporije računanje odnosno estimiranje težina.

## 6.3. Regulatori za model robota u horizontalnoj ravnini

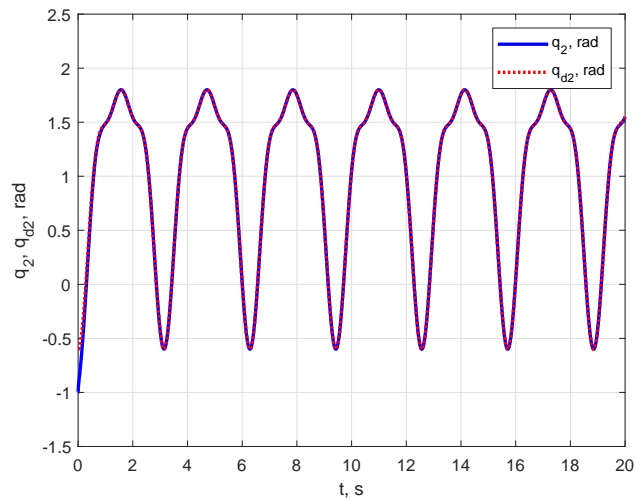
U horizontalnoj ravnini nema utjecaja gravitacije, odnosno vektora gravitacijskih momenata. Prema tome dinamički model robota je bitno jednostavniji te nema potrebe za korištenjem metode eksterne linearizacije.

### 6.3.1. Adaptivni regulator

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini prikazano je grafovima (6.34) i (6.35).

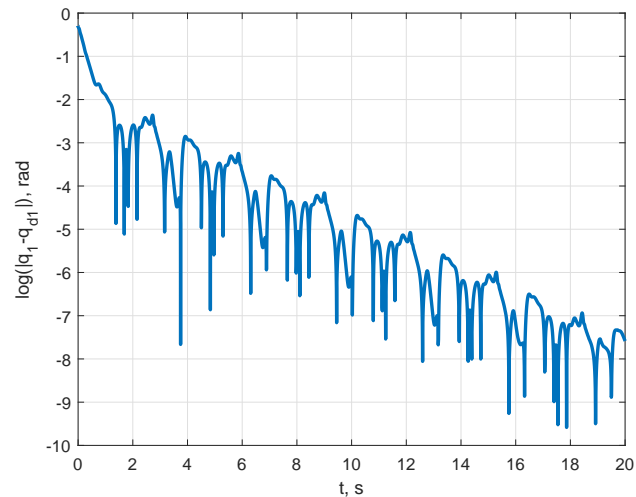


Slika 6.34: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

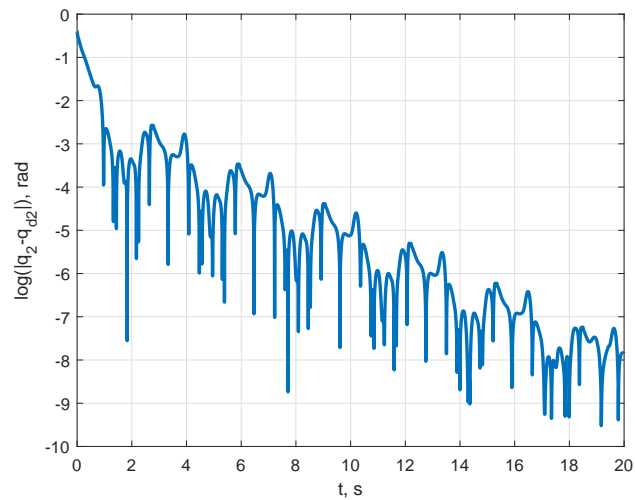


Slika 6.35: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

Kao i u prethodnim primjerima točnost odziva bolje je prikazati razlikom stvarnog i referentnog signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.36) i (6.37).

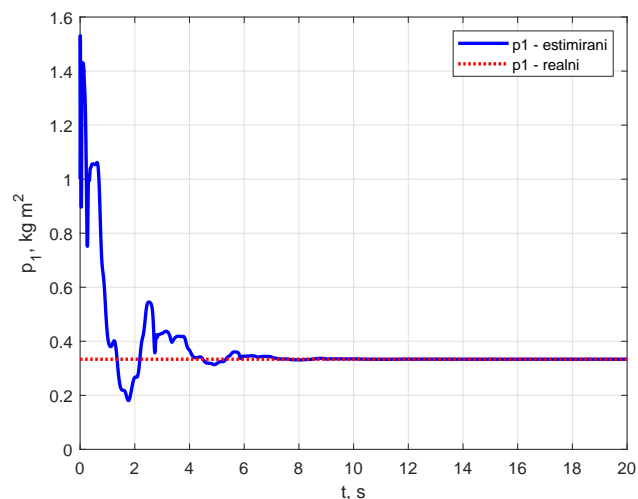


Slika 6.36: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

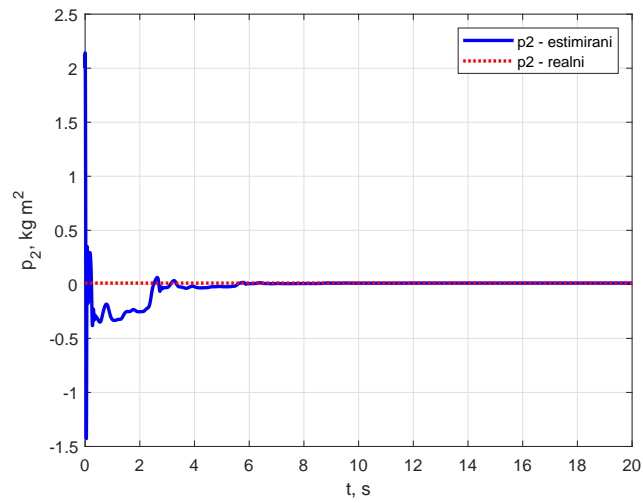


Slika 6.37: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

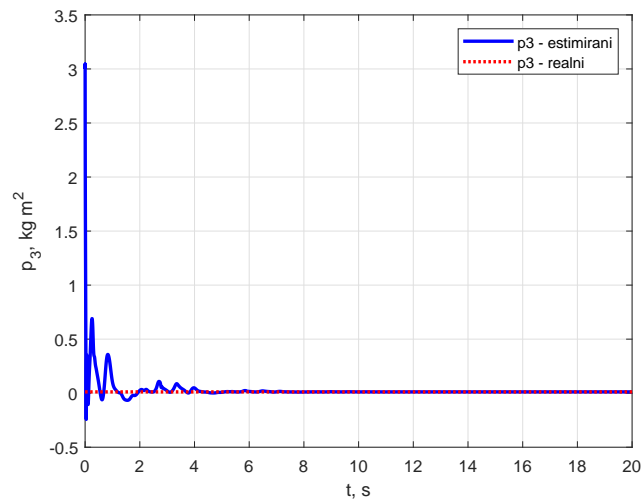
Prema danim grafovima vidljivo je da greška praćenja referentne krivulje znatno brže konvergira nuli u nedostatku utjecaja gravitacijskog djelovanja. Što se može potvrditi i bržom konvergencijom estimiranih parametara  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  realnim vrijednostima kako je to prikazano grafovima (6.38), (6.39) i (6.40).



Slika 6.38: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_1$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

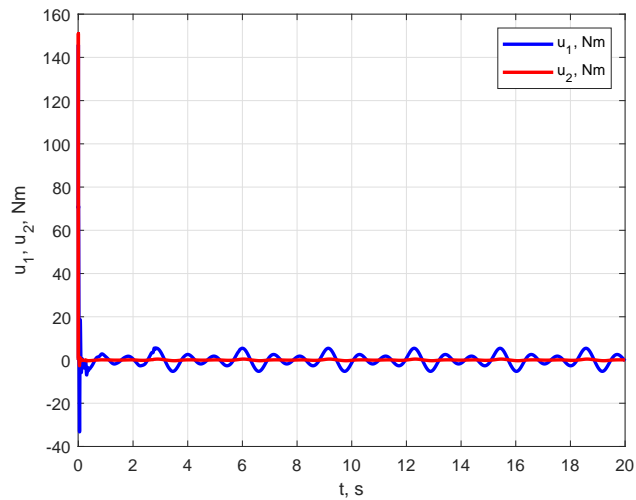


Slika 6.39: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_2$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.



Slika 6.40: Konvergencija nepoznatog parametra  $p_3$  stvarnoj vrijednosti za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

Profili upravljačkih varijabli za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini prikazani su grafom (6.41).



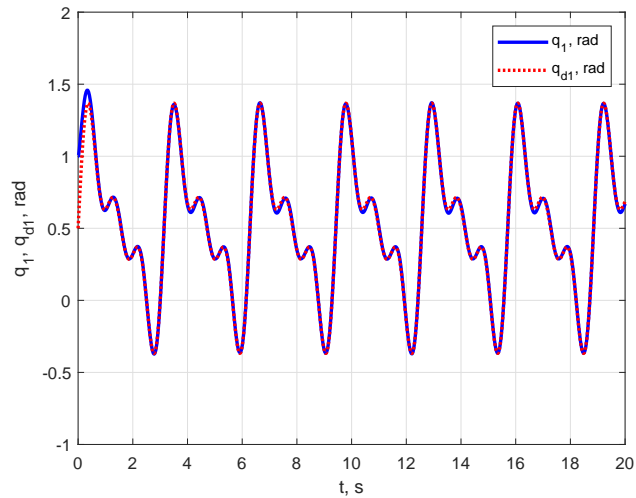
Slika 6.41: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator u horizontalnoj ravnini.

Kao i u ostalim primjerima, simulacije adaptivnog regulatora služe za ocjenu regulatora uz primjenu neuronskih mreža.

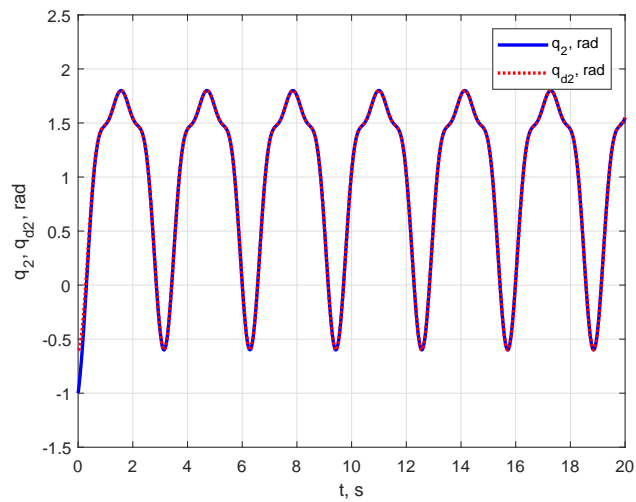
### 6.3.2. Adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža

Praćenje referentnih trajektorija za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini prikazano je grafovima (6.42) i (6.43).



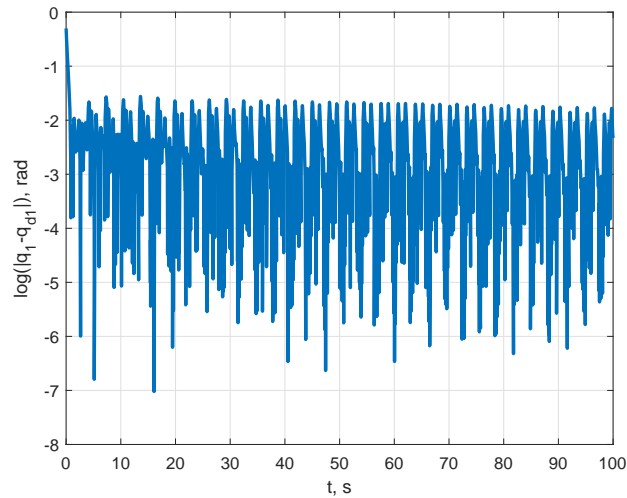


Slika 6.42: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d1}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini.

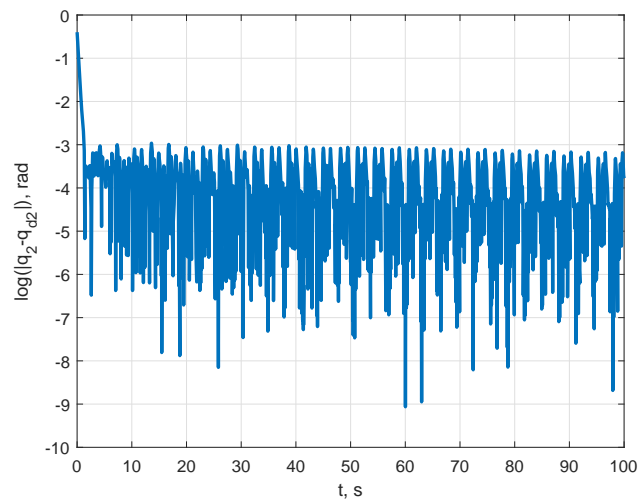


Slika 6.43: Praćenje referentne trajektorije  $q_{d2}$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini.

Kao i u prethodnim primjerima točnost odziva bolje je prikazati razlikom stvarnog i referentnog signala u logaritamskom mjerilu prema grafovima (6.44) i (6.45).



Slika 6.44: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d1}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini.

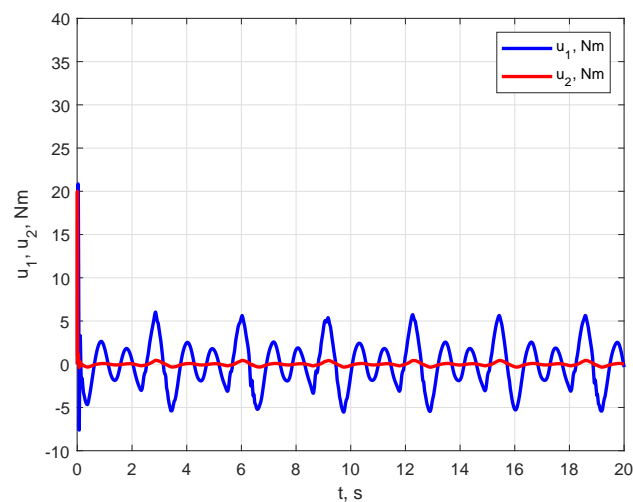


Slika 6.45: Greška praćenja referentne trajektorije  $q_{d2}$  u logaritamskom mjerilu za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini.

Prema danim grafovima vidljivo je da greška praćenja referentne krivulje, iako pri samom

početku brže smanjuje grešku praćenja, znatno sporije konvergira nuli nego li je to slučaj kod klasičnog adaptivnog regulatora. Kako se i u ovom slučaju radi o iznimno velikom broju od petsto i dvanaest težina neuronske mreže grafički je praktički nemoguće prikazati njihovu konvergenciju u okviru ovog rada.

Profili upravljačkih varijabli za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini prikazani su grafom (6.46).



Slika 6.46: Upravljačke varijable  $u_1$  i  $u_2$  za adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža u horizontalnoj ravnini.

Nakon provedenih simulacija može se zaključiti da regulatori uz primjenu neuronskih mreža imaju lošiju brzinu konvergencije regulacijskog odstupanja nego li je to slučaj kod klasičnih adaptivnih regulatora.

## 7 | Zaključak

Kroz ovaj diplomski rad definiran je dinamički model robota s dva rotacijska stupnja slobode gibanja u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini. Dinamički model koristi se kako bi se sustav, preko jednadžbi, simulirao na računalu koristeći softverski alat *Matlab*. Zatim je opisana ideja, princip rada i podjela umjetnih neuronskih mreža s naglaskom na Fourierove neuronske mreže. Nakon čega se definiraju neki od ključnih pojmova u automatskoj regulaciji kao i smisao iste. Objasnjene su teorijske osnove svakog od tri korištena regulatora, a to su adaptivni regulator, adaptivni regulator uz primjenu neuronskih mreža te metoda eksterne linearizacija. Zatim se definiraju upravljačke strategije za različite pretpostavke poznatih matrica modela te za slučaj robota u horizontalnoj ravnini. Za kraj se prikazuju i komentiraju rezultati simulacija.

Kroz ovaj diplomski rad prikazuje se jedan od načina kako ograničenu primjenjivost klasičnog adaptivnog regulatora prevazići primjenom Fourierovih neuronskih mreža. Naime osnovni nedostatak adaptivnog regulatora je nužno poznavanje regresijske matrice dinamičkog modela sustava. Implementacijom Fourierove neuronske mreže u adaptivni regulator zaobilazi se taj nedostatak te neuronska mreža, kako je to prikazano rezultatima simulacija, uspješno estimira model sustava u vidu konvergencije njenih težina realnim vrijednostima. Nedostatak Fourierove neuronske mreže je u tome što se za svaki novi ulaz eksponencijalno povećava broj težina neuronske mreže što uvelike računalno opterećuje njihov izračun. Tu se otvara prostor za daljnja istraživanja u vidu optimizacije oblika aktivacijske funkcije neuronske mreže kako bi se reducirao broj težina, a istovremeno dobile funkcije koje bolje i temeljitije opisuju sustav. Također valja napomenuti kako veći broj parametara Fourierove neuronske mreže omogućava bržu konvergenciju

regulacijskog odstupanja prema nuli, dok konvergencija težinskih koeficijenata neuronske mreže bitno ovisi o vrsti pobude. Naime, dinamičnije pobudne funkcije uzrokuju da neuronska mreža prima više informacija o sustavu što uzrokuje bržu konvergenciju težina stvarnim vrijednostima.

# Literatura

- [1] Branko Novaković, Dubravko Majetić, and Mladen Široki. *Umjetne neuronske mreže*. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [2] Krzysztof Halawa. Determining the weights of a fourier series neural network on the basis of the multidimensional discrete fourier transform. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 18(3):369–375, 2008.
- [3] Josip Kasac, Branko Novakovic, and Vladimir Milic. On equivalence between internal and external model-based repetitive learning controllers for nonlinear passive systems. *Asian Journal of Control*, 13(1):15–24, 2011.
- [4] Josip Kasac, Branko Novakovic, Dubravko Majetic, and Danko Brezak. Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(3):570–576, 2008.
- [5] Josip Kasac, Branko Novakovic, Dubravko Majetic, and Danko Brezak. Finite dimensional internal model-based repetitive control of nonlinear passive systems. In *2007 Mediterranean Conference on Control Automation*, Athens, 2007.
- [6] Fan He. *Implementation of Fourier Repetitive Control in Labview*. PhD thesis, North Dakota State University, 2014.
- [7] Tugomir Šurina. *Automatska regulacija*. Školska knjiga, 1991.
- [8] Zoran Vukić and Ljubomir Kuljača. *Automatsko upravljanje-analiza linearnih sustava*. Kigen, 2005.

- [9] Josip Kasać. *Vođenje tehničkih sustava-materijali za predavanja i vježbe*. Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.
- [10] Dubravko Majetić, Josip Kasać, and Danko Brezak. *Zbirka zadataka iz teorije automatskog upravljanja-Viševarijabilni sustavi*. Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.

# A | Prilog

1. CD-R disk