Proračun hidrodinamičkih sila na dva plutajuća tijela u neposrednoj blizini

Martić, Katarina

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:888764

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Katarina Martić

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Ivan Ćatipović, dipl. ing.

Student:

Katarina Martić

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru izv. prof. dr. sc. Ivanu Ćatipoviću na vodstvu, dobroj volji i pomoći tijekom izrade ovog rada. Hvala Vam na svemu.

Konačno, neizmjernu zahvalnost želim izraziti roditeljima koji su mi omogućili sve što sam do sada postigla.

Katarina Martić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Katarina Martić** Mat. br.: 0035207170

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **PRORAČUN HIDRODINAMIČKIH SILA NA DVA PLUTAJUĆA TIJELA U NEPOSREDNOJ BLIZINI**

Naslov rada na engleskom jeziku: **CALCULATION OF THE HYDRODYNAMIC FORCES ON TWO FLOATING BODIES IN CLOSE PROXIMITY**

Opis zadatka:

Za zadana dva plutajuća tijela, koja se nalaze u neposrednoj blizini, potrebno je provesti proračun hidrodinamičkih sila. Proračun treba sadržavati sile valova prvog reda kao i hidrodinamičke reakcije tj. dodatnu masu i radijacijsko prigušenje. Proračuni se trebaju temeljiti na teoriji potencijalnog strujanja uz primjenu trodimenzijske metode rubnih elemenata (eng. boundary element method). U obzir treba uzeti svih šest stupnjeva slobode gibanja plutajućeg tijela.

Proračun treba provesti za zadane:
- smjerove nailaska valova,
- stanja valovitog mora,
- poziciju plutajućih tijela.

U okviru završnog rada potrebno je:
1. Proračunati prijenosne funkcije sila valova prvog reda te pripadne značajne vrijednosti.
2. Proračunati dodatne mase i radijacijsko prigušenije u ovisnosti o frekvenciji nalaznih valova.
3. Napraviti sistematičan prikaz dobivenih rezultata.

Napomena: U radu koristiti dostupan programski paket NEMOH (LHEEA, Nantes) koji se temelji na teoriji potencijalnog strujanja.

Zadatak zadan:
15. svibnja 2020.

Datum predaje rada:
2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.
3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:
2. rok (izvanredni): 3.7.2020.
3. rok: 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadao:
Doc. dr. sc. Ivan Ćatipović

Predsjednica Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

SADRŽAJ

1. UVOD ... 1
2. POMORSTVENOST PLOVNIH OBJEKATA ... 2
2.1. Morski valovi ... 2
2.2. Linearna teorija valova ... 2
2.3. Potencijalna teorija ... 4
2.4. Harmonijski progresivni ravninski val ... 6
2.5. Difrakcijski i radijacijski valovi ... 7
2.5.1. Model nepomičnog tijela na valu ... 9
2.5.2. Model njihanja tijela u mirnoj tekućini ... 10
2.6. Koordinatni sustavi ... 11
2.7. Susretni kut i susretna frekvencija ... 12
2.8. Oblici njihanja na harmonijskim valovima ... 13
2.9. Dinamička ravnoteža njihanja ... 14
2.9.1. Određivanje komponenti jednadžbe dinamičke ravnoteže njihanja ... 15
2.10. Jednadžba dinamičke ravnoteže njihanja dvaju susjednih brodova ... 18
2.11. Odziv broda na morskim valovima ... 19
2.12. Trodimenzionalna metoda rubnih elemenata ... 20
3. PRORAČUN HIDRODINAMIČKIH SILA ... 22
3.1. Hidrodinamika dvaju pontona ... 22
3.2. Opis programskog paketa NEMOH ... 23
3.3. Priprema ulaznih podataka za NEMOH ... 23
3.4. Prikaz dobivenih rezultata iz programa za hidrodinamičke reakcije ... 27
3.5. Prikaz dobivenih rezultata za prijenosne funkcije sila ... 29
3.6. Proračun značajnih vrijednosti sila i momenata ... 33
3.6.1. ITTC (International Towing Tank Conference) valni spektar ... 33
3.6.2. Prikaz dobivenih rezultata za odziv pontona na valovima ... 34
3.6.3. Proračun značajnih vrijednosti odziva sila i momenata ... 38
ZAKLJUČAK ... 39

POPIS SLIKA

Slika 1. Slika projekta gradnje LNG-terminala na otoku Krku [2] 1
Slika 2. Pravilni val u točki *x* [4] 7
Slika 3. Pravilni val u trenutku *t* [4] 7
Slika 4. Kursni kut [1] 12
Slika 5. Oblici njihanja na harmonijskim valovima [4] 14
Slika 6. Koordinatni sustav dvaju susjednih tijela [5] 18
Slika 7. Modeli pontona u bazenu [6] 22
Slika 8. Dimenzije pontona *pntM06* 24
Slika 9. Dimenzije pontona *pntM06P06* 24
Slika 10. Mreža panela modela *pntM06* 25
Slika 11. Mreža panela modela *pntM06P06* 25
Slika 12. Ulazni podaci modela *pntM06* 26
Slika 13. Ulazni podaci modela *pntM06P06* 26
Slika 14. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{11} 27
Slika 15. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{22} 28
Slika 16. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{66} 28
Slika 17. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{11} 28
Slika 18. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{22} 29
Slika 19. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{66} 29
Slika 20. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=0° 30
Slika 21. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=30° 30
Slika 22. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=30° 30
Slika 23. Prikaz prijenosnih funkcija momenata za β=30° 31
Slika 24. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=60° 31
Slika 25. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=60° 31
Slika 26. Prikaz prijenosnih funkcija momenata za β=60° 32
Slika 27. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=90° 32
Slika 28. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=90◦ 32
Slika 29. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=90° 33

Slika 30. Spektar valova $S_\zeta(\omega)$ za zadanu značajnu valnu visinu 34
Slika 31. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06* pri β=0° 35
Slika 32. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06* pri β=30° 35
Slika 33. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06* pri β=30° 35
Slika 34. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=0° 36
Slika 35. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=30° 36
Slika 36. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=60° 36
Slika 37. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=30° 37
Slika 38. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=60° 37
Slika 39. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=60° 37

POPIS TABLICA

Tablica 1. Smjerovi nailaska valova pri kojima su očitane najveće vrijednosti prijenosnih funkcija sila i momenata..... 33
Tablica 2. Značajne vrijednosti sila i momenata odziva 38

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
i, j, k	-	jedinični vektori u smjeru osi *x, y i z* redoslijedno
ρ	kg/m^3	gustoća morske vode
p	Pa	tlak
g	m/s^2	ubrzanje zemljine sile teže
z	m	geodetska visina
Φ_w	m^2/s	potencijal brzine strujanja vala
ζ	m	elevacija vala
ζ_a	m	valna amplituda
ω	rad/s	valna frekvencija
d	m	dubina vode
H	m	valna visina
λ	m	valna duljina
T	s	valni period
Φ_0	m^2/s	potencijal nailaznog vala
Φ_7	m^2/s	difrakcijski potencijal
$\boldsymbol{v}$	-	vektor brzine strujanja fluida
G(x,y,z)	-	koordinatni sustav broda
S(x,y,z)	-	nepomični koordinatni sustav
x,y,z	-	translacijski koordinatni sustav
β	◦	kursni kut
M_{jk}	-	matrica mase tijela
A_{jk}	-	matrica pridruženih masa
B_{jk}	-	matrica hidrodinamičkog prigušenja
C_{jk}	-	matrica krutosti povratnih hidrostatskih sila
A_{wl}	m^2	površina vodne linije

ω_e	rad/s	susretna frekvencija
η_{aj}	m	realna vrijednost amplitude njihanja (i=1,2,3)
RAO	-	operator amplitude odziva
$H_{1/3}$	m	značajna valna visina
F_i	N	amplituda uzbudne sile (i=x,y,z)
M_i	Nm	amplituda uzbudnog momenta (i=x,y,z)
$S_\zeta(\omega)$	m^2/s	spektar valova
$S_{Ri}(\omega)$	m^2/s	spektar odziva (i=1…6)

SAŽETAK

Cilj ovog završnog rada je provesti proračun hidrodinamičkih sila za dva plutajuća tijela, koja se nalaze u neposrednoj blizini te usporediti njihove rezultate. Proračun sadrži sile valova prvog reda kao i hidrodinamičke reakcije, tj. dodatnu masu i radijacijsko prigušenje. Proračun se temelji na teoriji potencijalnog strujanja uz primjenu trodimenzijske metode rubnih elemenata. U obzir je uzeto svih šest stupnjeva slobode gibanja plutajućeg tijela, ali je proračun izveden samo za zalijetanje, zanošenje i zaošijanje. U radu je korišten programski paket NEMOH (LHEEA, Nantes) koji se temelji na teoriji potencijalnog strujanja.

Ključne riječi: hidrodinamičke sile, hidrodinamičke reakcije, metoda rubnih elemenata, potencijalno strujanje

SUMMARY

The objective of this final assignement is to calculate the hydrodynamic forces on two floating bodies in close proximity and to compare their results. The calculation contains first-order wave forces as well as hydrodynamic reactions, ie. added mass and radiation damping. The calculation is based on the theory of potential flow with the use of the three-dimensional method of boundary elements. All six degrees of freedom of movement of the floating body were considered, but the calculation was performed only for surge, sway and yaw. The programme package used in this paper is NEMOH (LHEEA, Nantes) based on the theory of potential flow.

Key words: hydrodynamic forces, hydrodynamic reactions, boundary element method, potential flow

1. UVOD

Izračunavanje karakteristika pomorstvenosti plovnih objekata izuzetno je bitno kako bi se procijenila operativnost samog objekta te osigurala njegova sigurnost na nemirnom moru. Dinamika njihanja opisana je jednadžbama njihanja koje uravnotežuju vanjske sile i momente koji djeluju na sami plovni objekt s unutrašnjim silama i momentima uslijed inercije. Pri tome se valovito more smatra slučajnim procesom čije se značajke mogu odrediti spektralnom analizom. Pojam pomorstvenost najčešće vežemo uz plovne objekte koji se gibaju na valovitom moru te se na tu temu može pronaći mnoštvo članaka, no postavlja se pitanje koje su karakteristike pomorstvenosti dvaju plutajućih tijela koja se nalaze u neposrednoj blizini. Motivacija za izradu ovog završnog rada pronađena je u plutajućim LNG-terminalima (eng. Liquified Natural Gas) zvanim FSRU (eng. Floating Storage and Regasification Unit). To su pogoni za pohranu i distribuciju ukapljenog plina koji se sastoje od posebnog broda usidrenog kraj luke u kojem se prirodni plin ukapljuje i ponovno pretvara u plinovito stanje. Primjer takvog LNG-terminala trenutno je u procesu izgradnje na otoku Krku.



Slika 1. Slika projekta gradnje LNG-terminala na otoku Krku [2]

2. POMORSTVENOST PLOVNIH OBJEKATA

Pomorstvenost broda je znanstvena disciplina koja proučava odzive plovnih objekata na uzbudu uzrokovanu valovima.

2.1. Morski valovi

Morski valovi su periodična i prisilna gibanja površine vode mora uzrokovana poremećajima koji djeluju na fluid. S obzirom na tip uzročnih sila mogu se podijeliti na:

- **gravitacijski valovi** - nastaju djelovanjem vjetra, uronjenog tijela, potresa, kao plimni valovi, kao unutrašnji valovi nastali između područja fluida različitih gustoća i sl.
- **kapilarni valovi** - nastaju uslijed sila napetosti površine fluida, uzrokovani su djelovanjem vjetra ili uronjenog tijela
- **elastični valovi** - nastaju zbog stlačivosti fluida

U području pomorstvenosti izučavaju se samo gravitacijski valovi. Nastali valovi su vrlo nepravilni te je nemoguće predvidjeti njihovo ponašanje u realnom vremenu, ali je moguće saznati njihova svojstva, tj. njihovu visinu i periode. Pomoću metode superpozicije nepravilni valovi mogu se promatrati kao skup pravilnih valova koji pojedinačno djeluju na neko tijelo. Princip superpozicije omogućuje analiziranje kompleksnih valnih sustava preko svojstava jednostavnih harmonijskih valova.

2.2. Linearna teorija valova

Ova teorija smatra se najjednostavnijom teorijom dvodimenzijskog progresivnog površinskog vala, poznata kao teorija male amplitude ili linearna teorija valova. Najjednostavniji model koji objašnjava strujanje i sve pojave u valu je model harmonijskog progresivnog vala. Razmatranje uključuje temeljne jednadžbe strujanja i rubne uvjete teorijskog gravitacijskog vala, te pojednostavljenja koja vode razvoju linearne teorije. Oni glase:

1. **Potencijal brzine strujanja**

   Strujanje fluida u potencijalnoj teoriji je bezvrtložno. Uvjet bezvrtožnosti je zadovoljen ako je

$$rot\ \boldsymbol{v} = \nabla \times \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

odnosno

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\mathbf{k} = 0 \tag{2}$$

Gdje je:

v – vektor brzine strujanja fluida

i, j, k – jedinični vektori u smjeru osi *x*, *y*, i *z* redoslijedno

v_x – komponenta brzine čestice fluida u smjeru osi *x*

v_y – komponenta brzine čestice fluida u smjeru osi *y*

v_z– komponenta brzine čestice fluida u smjeru osi *z*

Za opisivanje polja brzine koristimo se skalarnom funkcijom potencijala brzine strujanja *Φ(x,y,z;t)* te se stoga takvo strujanje naziva potencijalnim. To je skalarna funkcija, neprekinuta i konačne veličine u svakoj točki domene tekućine koja određuje vektor brzine strujanja **v** u tekućini

$$\begin{aligned}\mathbf{v}(x,y,z;t) &= grad\Phi(x,y,z;t) = \nabla\Phi(x,y,z;t)\\ &= \frac{\partial}{\partial x}\Phi(x,y,z;t)\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\Phi(x,y,z;t)\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial \mathrm{z}}\Phi(x,y,z;t)\mathbf{k}\\ &= v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} + v_z\,\mathbf{k}\end{aligned} \tag{3}$$

2. Jednadžba kontinuiteta

Jednadžba kontinuiteta ili zakon o održanju mase definira uvjet da je promjena količine tvari u nekom sustavu upravo jednaka količini tvari koja je u sustav ušla ili iz njega izašla. Ona se određuje na temelju sume protoka fluida u sva tri smjera elementarnog volumena. Jednadžba kontinuiteta homogenog nestlačivog fluida poznata je kao Laplaceova jednadžba:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \tag{4}$$

odnosno

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = \Delta\,\Phi = 0 \tag{5}$$

3. Eulerova jednadžba

Eulerova jednadžba označava ravnotežu sila na materijalnoj čestici tekućine i u vektorskom obliku glasi:

$$\nabla p = \rho \frac{\mathrm{D}\mathbf{v}}{\mathrm{D}t} \tag{6}$$

i jednaka je umnošku mase diferencijalnog volumena te ubrzanja čestice u definiranom smjeru.

Gdje je:

p – hidrodinamički tlak

$\frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ – materijalna ili supstancijalna derivacija

4. Bernoullijeva jednadžba

Bernoullijeva jednadžba označava zakon očuvanja energije po jedinici mase fluida i ona glasi:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = const. \tag{7}$$

Gdje je:

z – geodetska visina

g – ubrzanje zemljine sile teže

U slučaju nestacionarnog strujanja gornja jednadžba ovisna je isključivo o vremenu:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \tag{8}$$

Gdje je:

C(t) – integracijska konstanta ovisna o vremenu

2.3. Potencijalna teorija

Potencijalno strujanje je neviskozno, nestlačivo i homogeno te se pretpostavlja da u fluidu nema kavitacijskih mjehurića plina. Teorija potencijalnog strujanja koristi se da bi se odredila

svojstva valova te procijenila njihanja i opterećenja plovnih objekata. Potencijal brzine strujanja harmonijskog vala mora zadovoljiti četiri uvjeta:

1. Uvjet kontinuiteta ili Laplaceova jednadžba u području fluida prema kojoj je divergencija vektora brzine u bilo kojoj točki fluida jednaka nuli:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi_w}{\partial z^2} = 0 \quad \textbf{(9)}$$

Gdje je:

Φ_w – potencijal brzine strujanja vala

2. Uvjet nepromočivosti na morskom dnu koji određuje da je vertikalna komponenta brzine strujanja čestice fluida na dnu jednaka nuli:

$$w = v_z = \frac{\partial\Phi_w}{\partial z} = 0, \;\; za\; z = -d \quad \textbf{(10)}$$

3. Dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini koji vrijedi na valovitoj slobodnoj površini i određuje da je tlak na slobodnoj površini jednak atmosferskom tlaku:

$$\frac{\partial\Phi_w}{\partial t} + g\zeta = 0, \qquad za\; z = \zeta \quad \textbf{(11)}$$

Gdje je:

ζ - elevacija (položaj) vala

4. Kinematički rubni uvjet na slobodnoj površini koji određuje da je vertikalna komponenta brzine čestice fluida na slobodnoj površini jednaka vertikalnoj brzini slobodne površine:

$$\frac{d\Phi_w}{dz} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}, \;\; za\; z = \zeta \quad \textbf{(12)}$$

Ukoliko se zadovolji Laplaceova jednadžba i navedeni rubni uvjeti moguće je izraziti potencijal brzine strujanja valova u vodi ograničene dubine:

$$\Phi_w(x, y, t) = \frac{\zeta_a g \cdot coshk(d+z)}{\omega \cdot \cosh kd}\sin(kx - \omega t) \quad \textbf{(13)}$$

gdje je:

ζ_a - valna amplituda

ω – valna frekvencija

k – valni broj

d – dubina vode

U dubokoj vodi gdje je $d \to \infty$ izraz $\frac{coshk(d+z)}{coshkd}$ u gornjoj jednadžbi poprima oblik e^{kz}.

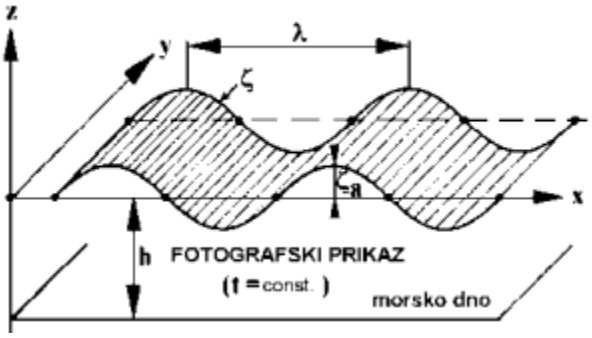
2.4. Harmonijski progresivni ravninski val

Harmonijski val je val kojemu se svojstva periodički ponavljaju u vremenu i prostoru. Ako je oblik valnog gibanja jednak u ravninama paralelnih presjeka, val se naziva i ravninskim. Ako val napreduje (promatramo li izdvojeni brijeg ili dol) nazivamo ga i progresivnim valom. Najvažniji svojstva harmonijskog progresivnog ravninskog vala su:

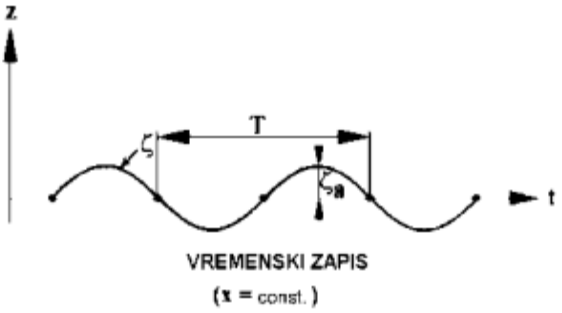
- **ishodište koordinatnog sustava** smješteno je na mirnu slobodnu površinu; os *x* je usporedna sa smjerom kretanja vala, a *z* usmjerena okomito na mirnu slobodnu površinu prema gore
- **valni brijeg** je najviša točka vala dok je **valni dol** najniža točka vala
- **dubina vode** *d* mjeri se od morskog dna do mirne slobodne površine, uvijek je pozitivna vrijednost
- **valna amplituda** ζ_a je udaljenost od mirne slobodne površine do valnog brijega ili dola
- **valna visina** *H* je udaljenost od valnog brijega do valnog dola. Kod valova opisanih harmonijskim funkcijama vrijedi:

$$H = 2\zeta_a \tag{14}$$

- **valna duljina** λ je horizontalna udaljenost između dva susjedna brijega ili dola
- **valni period** *T* je vrijeme potrebno da nakon prolaska jednog valnog brijega ili dola naiđe sljedeći valni brijeg ili dol
- **strmina vala** H/λ računa se kao omjer visine vala i valne duljine, što je val kraći i viši to je i strmiji



Slika 2. Pravilni val u točki *x* [4]



Slika 3. Pravilni val u trenutku *t* [4]

2.5. Difrakcijski i radijacijski valovi

Harmonijski progresivni val nailazi na tijelo koje te predaje dio svoje energije tijelu, dok drugi dio energije nastavlja napredovanje iza tijela. Nakon interakcije valu će se smanjiti visina, dok će mu duljina, frekvencija i period ostati isti. Takvu promjenu nazivamo difrakcija ili lom.

Budući da se energija ne može izgubiti, tijelu predana energija pretvorit će se u:

- energiju njihanja
- energiju utrošenu na stvaranje difrakcijskih valova
- energiju njegove deformacije, ako ono nije kruto

Pod pretpostavkom da su elastične deformacije tijela zanemarive, razlika energija nailaznog vala i njegova oblika nakon sudara s tijelom, u ravnoteži je s ostalim komponentama nastalim gibanjem tijela, a to su:

- energija inercijskih sila mase tijela
- energija uslijed rada povratnih sila nastalih pomakom tijela iz ravnotežnog položaja
- energija valova radijacije koji se šire od tijela

Posebna važnost se pridodaje energiji valova radijacije koja se očituje kao:

- prigušivanje oscilacijskih gibanja
- prividno povećanje mase tijela

Periodično ponavljanje prijenosa energije, između sustava progresivnih harmonijskih valova i uronjenog tijela, rezultirat će oscilacijskim gibanjem (njihanjem) tijela, u općem sustavu sa šest stupnjeva slobode gibanja, odgovarajuće brzine i ubrzanja. Mehanizam interakcije vala i tijela iznimno je kompliciran stoga je neophodno uvesti određena pojednostavljenja. Pri procjeni poremećaja strujanja pomaže odnos dimenzija tijela (gaz d_B, širina B, duljina L) i geometrije vala (amplituda vala ζ_a, visina H, valna duljina λ). Stoga možemo razlikovati dva slučaja: kada je strujanje u valu bitno poremećeno prisustvom tijela u tekućini i kada su dimenzije tijela u odnosu na značajke vala dovoljno male da se promjene strujanja u odnosu na val mogu zanemariti. U ovome radu bavit ćemo se mehanizmom njihanja tijela na valu čije su dimenzije usporedivih veličina.
Uz uvjet da vrijedi linearnost modela, nastalo strujanje možemo analizirati na dva odvojena modela nastala idealizacijom prisutnih fenomena:

- Na prvom modelu promatra se strujanje koje je nastalo oko nepomičnog tijela, a pod djelovanjem nailaznog vala ζ_0 (x, y, z; t) i njegove difrakcijske komponente ζ_7.
- Na drugom se modelu promatraju valovi radijacije ζ_j (j=1…6) koji u mirnoj tekućini nastaju kao posljedica prisilnog oscilacijskog gibanja tijela pomacima amplitude η_j na slobodnoj površini tekućine ili u njenoj blizini.

2.5.1. Model nepomičnog tijela na valu

Strujanje oko nepomičnog tijela opisujemo dvama potencijalima brzina: potencijalom brzine nailaznog vala Φ_0 i potencijalom brzine njegove difrakcijske komponente Φ_7.

$$\Phi(x,y,z;t) = \Phi_0(x,y,z;t) + \Phi_7(x,y,z;t) \quad \textbf{(15)}$$

pri čemu je Φ ukupni potencijal strujanja oko nepomičnog tijela na koje nailazi val (Φ_0 i Φ_7 mogu se zbrojiti jer u linearnoj teoriji vrijedi superpozicija potencijala brzina). Potencijal mora uz pretpostavke zadovoljene u modelu harmonijskog progresivnog vala (idealna tekućina, potencijalno strujanje, kinematički i dinamički uvjet na slobodnoj površini i nepromočivost morskog dna), zadovoljiti i dodatne uvjete a to su :

- rubni uvjet na oplakanoj površini tijela
- uvjet radijacije u beskonačnosti

Prvi od dva dodatna rubna uvjeta posljedica je nepromočivosti oplakane površine *S* i može se izraziti kao nepostojanje brzine okomito na tu površinu

$$v_n = \mathbf{n} \cdot grad\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \textbf{(16)}$$

pri čemu je:

v_n - brzina u smjeru normale na površinu

n – vektor normale

Zbog linearnosti teorije, iz gornje jednadžbe možemo izvesti sljedeći odnos

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}}(\Phi_0 + \Phi_7) \rightarrow \frac{\partial \Phi_7}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial \mathbf{n}} \quad \textbf{(17)}$$

isto vrijedi i za kompleksne amplitude potencijala brzine

$$\frac{\partial \phi_7}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial \mathbf{n}} \quad \textbf{(18)}$$

jer će potencijal difrakcijske komponente bit će prikazan kao realni dio kompleksne funkcije.

$$\Phi_7 = Re\left[\zeta_a \phi_7 e^{-i\omega t}\right] \quad \textbf{(19)}$$

Uvjet radijacije u beskonačnosti govori da će valna amplituda u beskonačnosti biti jednaka nuli:

$$\lim_{R\to\infty} \phi_7 = \lim_{R\to\infty} \frac{e^{-ikR}}{\sqrt{R}} = 0 \tag{20}$$

Amplituda vala će zamirati i u idealnoj tekućini zbog povećanja opsega vala koji se radijalno širi od tijela u svim smjerovima.

Zadovoljavanjem svih uvjeta, te integracijom tlakova po oplakanoj površini S_0 uronjenog tijela dijela volumena trupa nalazi se vektor rezultirajuće uzbudne sile i vektor rezultirajućeg uzbudnog momenta kojima nailazeći val djeluje na tijelo:

$$\boldsymbol{F}_U = Re\left\{i\omega\rho\zeta_a \iint_{S_0} \left(\Phi_0(x,y,z) + \Phi_7(x,y,z)\right) \mathbf{n_0} dS_0 e^{-i\omega t}\right\} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{M}_U = Re\left\{i\omega\rho\zeta_a \iint_{S_0} \left(\Phi_0(x,y,z) + \Phi_7(x,y,z)\right) \mathbf{r} \times \mathbf{n_0} dS_0 e^{-i\omega t}\right\} \tag{22}$$

Pri tome tlak se može izraziti pomoću linearizirane Bernoullijeve jednadžbe za hidrodinamički tlak u potencijalnom strujanju:

$$p = -\rho \frac{\partial}{\partial t} \Phi(x,y,z;t) + \rho g z \tag{23}$$

2.5.2. Model njihanja tijela u mirnoj tekućini

Strujanje oko uronjena dijela volumena tijela upisano je funkcijama brzine strujanja Φ_j u nastalim valovima radijacije ζ_j (j=1…6). Kako je brzina strujanja u lineariziranom modelu proporcionalna amplitudama njihanja η_j, pripadne funkcije potencijala mogu se prikazati kao:

$$\Phi_j = Re\left[\delta_j \phi_j e^{-i\omega t}\right], \qquad j = 1 \dots 6 \tag{24}$$

Gdje su:

δ_j – kompleksne amplitude njihanja

ϕ_j- kompleksna amplituda potencijala brzine strujanja

Odnosno ϕ_j je određena realnom (kosinusnom) ϕ_{Cj} i imaginarnom (sinusnom) ϕ_{Sj} komponentom:

$$\phi_j(x,y,z) = \phi_{Cj}(x,y,z) + i\,\phi_{Sj}(x,y,z) \tag{25}$$

Radijacijski potencijal brzine mora zadovoljiti iste rubne uvjete kao i difrakcijski potencijal. Razlika koja se javlja kod zadovoljavanja rubnih uvjeta radijacijskog potencijala nastaje zbog gibanja tijela. Budući da strujanje kroz nepromočivu površinu ne postoji, čestice fluida koje su u dodiru sa samom površinom imat će istu brzinu kao i oplakana površina. To znači da će se rubni uvjet nepromočivosti slobodne površine formulirati kao

$$v_{nj} = \mathbf{n} \cdot \, grad\phi_j = \frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathbf{n}} \tag{26}$$

gdje je v_{nj} normalna komponenta brzine oplakane površine za pomak *j, j=1…6*

Tijekom njihanja na mirnoj tekućini tijelo emitira valove radijacije koji iz sustava odnose energiju i na taj način smanjuju amplitude njihanja. Sile i momenti koje tom prilikom nastaju manifestiraju se kao hidrodinamička reakcija:

$$\boldsymbol{F_H} = Re\left\{ i\omega\rho \sum_{j=1}^{6} \eta_j \iint_{S_0} \Phi_j(x,y,z)\mathbf{n_0} dS_0 e^{-i\omega t} \right\} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{M_H} = Re\left\{ i\omega\rho \sum_{j=1}^{6} \eta_j \iint_{S_0} \Phi_j(x,y,z)\mathbf{r} \times \mathbf{n_0} dS_0 e^{-i\omega t} \right\} \tag{28}$$

2.6. Koordinatni sustavi

Oscilacijsko gibanje ili njihanje krutog tijela može se prikazati pomoću tri translacije težišta tijela i tri rotacije oko težišta. Da bi se moglo opisati djelovanje vala na tijelo, najprije treba definirati odgovarajuće koordinatne sustave:

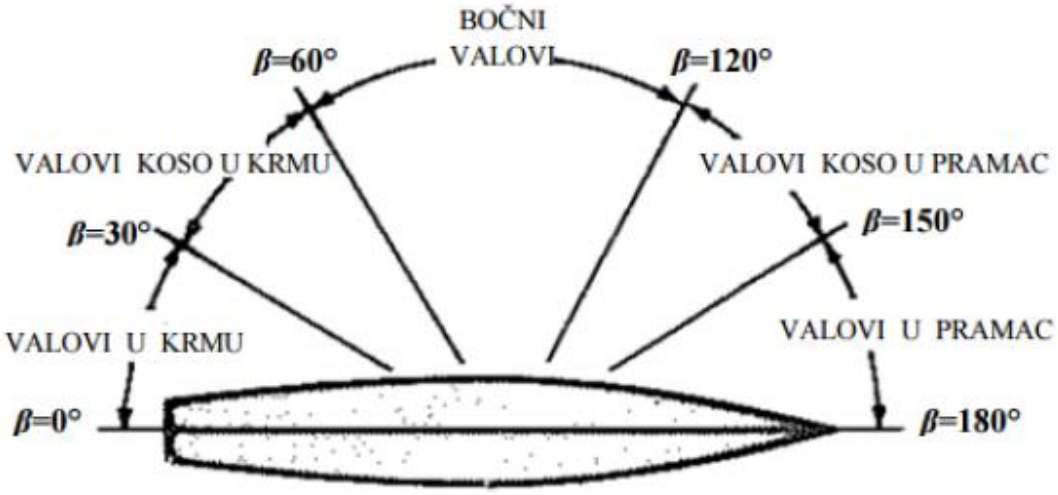
- Nepomični koordinatni sustav (fiksni ili inercijski) $S(x_0, y_0, z_0)$ vezan je za Zemlju. Ravnina X_0Y_0 leži na mirnoj slobodnoj površini, pozitivan smjer osi x_0 je u smjeru napredovanja vala, a može biti i zakrenut u smjeru napredovanja tijela. Os z_0 usmjerena je vertikalno prema gore.
- Koordinatni sustav tijela $G(x_b, y_b, z_b)$ vezan je za tijelo, a ishodište mu je u težištu tijela *G*. Os x_b leži u smjeru uzdužne simetrale tijela, a usmjerena je u smjeru

napredovanja. Os y_b usmjerena je prema lijevoj strani, dok je os z_b okomita na ravninu X_bY_b s pozitivnim smjerom prema gore.

- Translatirajući koordinatni sustav $O(x, y, z)$ kreće se brzinom tijela U. Ako tijelo miruje smjerovi osi koordinatnog sustava $O(x, y, z)$ jednaki su onima kod koordinatnog sustava tijela $G(x_b, y_b, z_b)$. Ravnina XY leži na mirnoj slobodnoj površini.

2.7. Susretni kut i susretna frekvencija

Frekvencija njihanja tijela koje napreduje na valovima nije jednaka frekvenciji valova. Frekvencija tijela ovisi o brzini broda i kutu pod kojim brod nailazi na valove, a ne samo o frekvenciji valova. Ako brod plovi u smjeru napredovanja valova period susretni period T_e bit će veći od perioda valova, a susretna frekvencija bit će manja od frekvencije valova. Ukoliko valovi dolaze s boka neće biti razlike između valne i susretne frekvencije. Susretni ili kursni kut β je kut pod kojim valovi nadolaze na brod, a definira se kao kut koji zatvaraju vektor brzine broda i vektor brzine vala.



Slika 4. Kursni kut [1]

2.8. Oblici njihanja na harmonijskim valovima

Prilikom razmatranja njihanja na valovima pretpostavlja da je tijelo kruto te se smatra se da pomaci koji nastaju pri savijanju i uvijanju tijela nemaju utjecaja na njegova njihanja. Postoji šest stupnjeva slobode gibanja prilikom njihanja.
Tih šest stupnjeva slobode gibanja možemo podijeliti u dvije grupe:

- **Translacijska gibanja**

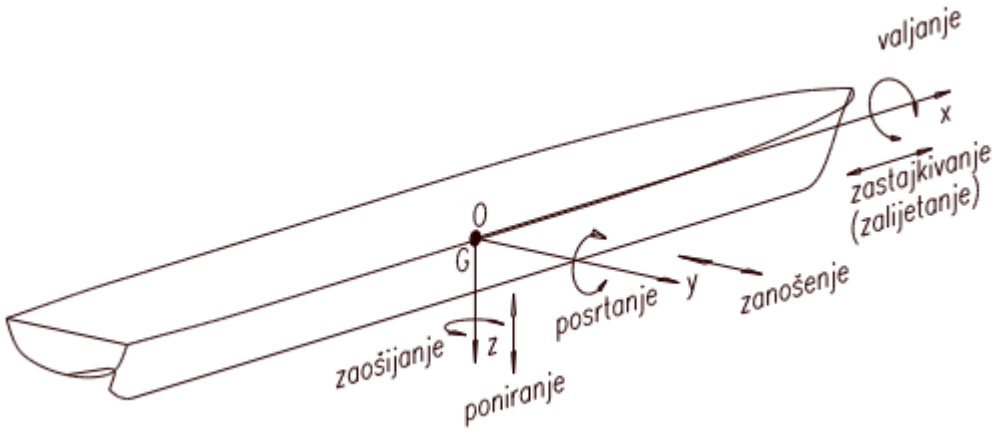
Položaj težišta mase tijela *G* u odnosu na položaj točke *O* koja se kreće konstantnom brzinom *U* može se odrediti poznavajući sljedeće translacijske pomake:

1. Zalijetanje (eng. surge): x_1 - pozitivno prema naprijed
2. Zanošenje (eng. sway): x_2 - pozitivno prema desno
3. Poniranje (eng. heave): x_3 - pozitivno prema dolje

- **Rotacijska gibanja**

Položaj tijela definira se pomoću rotacijskih pomaka oko osi x_1 , x_2, x_3 koje prolaze kroz težište mase tijela *G*:

4. Valjanje (eng. roll): x_4 - pozitivan nagib u desno
5. Posrtanje (eng. pitch): x_5 - pozitivno izranjanje pramca prema gore
6. Zaošijanje (eng. yaw): x_6 - pozitivno zanošenje prema pramcu u desno



Slika 5. Oblici njihanja na harmonijskim valovima [4]

2.9. Dinamička ravnoteža njihanja

Tijelo koje se njiše na valu u svakom je trenutku u stanju dinamičke ravnoteže. Jednadžbe gibanja tijela u šest stupnjeva slobode proizlaze iz drugog Newtonovog zakona gibanja koji određuje da su pri translaciji sile koje djeluju na tijelo jednake umnošku mase i ubrzanja. Za rotaciju momenti koji djeluju na tijelo jednaki su umnošku momenta tromosti i kutnog ubrzanja. Dinamička ravnoteža njihanja izražena je sljedećim sustavom diferencijalnih jednadžbi koji izražava ravnotežu inercijskih, hidromehaničkih i uzbudnih sila:

$$([M_{jk}] + [A_{jk}])\{\ddot{\eta}_j\} + [B_{jk}]\{\dot{\eta}_j\} + [C_{jk}]\{\eta_j\} = \zeta_a\{F_j(t)\} = Re\{\zeta_a\{F_j\}e^{i\omega t}\} \quad \textbf{(29)}$$

Uz pretpostavku harmonijskog gibanja dinamička ravnoteža njihanja izražena je sljedećim sustavom algebarskih jednadžbi:

$$([C_{jk}] - \omega^2([M_{jk}] + [A_{jk}]) + i\omega[B_{jk}])\{\delta_j\}e^{i\omega t} = \zeta_a\{F_j\}e^{i\omega t} \quad \textbf{(30)}$$

Kako gornja jednakost mora biti zadovoljena u svakom trenutku, uvjet dinamičke ravnoteže svodi se na sljedeći sustav kompleksnih algebarskih jednadžbi s nepoznanicama δ_j, $j=1...6$

$$([C_{jk}] - \omega^2([M_{jk}] + [A_{jk}]) + i\omega[B_{jk}])\{\delta_j\} = \zeta_a\{F_j\} \quad \textbf{(31)}$$

$[M_{jk}]$ - matrica mase tijela

$[A_{jk}]$ - matrica dodatnih masa

$[B_{jk}]$ – matrica hidrodinamičkog prigušenja

$[C_{jk}]$ - matrica krutosti povratnih hidrostatskih sila

$\{\ddot{\eta}_j\}$- vektor ubrzanja

$\{\dot{\eta}_j\}$- vektor brzina

$\{\eta_j\}$- vektor pomaka

$\{F_j(t)\}$ -vektor uzbudnih sila u ovisnosti o vremenu

$\{\delta_j\}$-vektor kompleksnih amplituda pomaka

2.9.1. Određivanje komponenti jednadžbe dinamičke ravnoteže njihanja

- **Matrica mase tijela**

Za određivanje matrice mase $[M_{jk}]$ potrebno je poznavati masu tijela i vertikalni položaj mase te odrediti momente tromosti mase tijela oko koordinatnih osi. Matrica mase tijela sa šest stupnjeva slobode glasi:

$$[M_{jk}] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & M_{Zg} & 0 \\ 0 & M & 0 & -M_{Zg} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_{Zg} & 0 & I_{44} & 0 & -I_{46} \\ M_{Zg} & 0 & 0 & 0 & I_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{46} & 0 & I_{66} \end{bmatrix} \quad \textbf{(32)}$$

Gdje su:

M – masa tijela

$$I_{44} = \int_L (y_b^2 + z_b^2)\, dm \quad \textbf{(33)}$$

$$I_{55} = \int_L (x_b^2 + z_b^2)\, dm \quad \textbf{(34)}$$

$$I_{66} = \int_L (x_b^2 + y_b^2)\, dm \quad \textbf{(35)}$$

I_{jj} – momenti tromosti mase oko j-tih osi

$$I_{46} = \int_L x_b z_b \, dm \tag{36}$$

I_{jk} – centrifugalni moment mase

Javlja se samo jedan centrifugalni moment mase zbog pretpostavke uzdužne simetrije tijela. Ostali elementi matrice koji se ne nalaze na dijagonali jednaki su nuli ako se ishodište koordinatnog sustava poklapa s težištem tijela te ako ono ima barem jednu ravninu simetrije.

- **Matrica dodatnih masa i matrica radijacijskog prigušenja**

Naziv dodatne mase odnosi se na postojanje dodatne sile koje je potrebna da ubrza okolnu vodu zbog čega se razmatrano tijelo ponaša kao da ima dodatnu masu. Matrica dodatnih masa $[A_{jk}]$ i matrica radijacijskog prigušenja $[B_{jk}]$ sastoje se od članova određenih pomoću neke od teorija potencijalnog strujanja.

- **Matrica krutosti povratnih hidrostatskih sila**

Povratna sila i moment koji djeluju na tijelo koje se njiše u tekućini slijede iz integracije hidrostatičke komponente u Bernoullijevoj jednadžbi. Kod tijela koja su simetrična u odnosu na vertikalnu ravninu, integracija većeg broja elemenata matrice po oplakanoj površini *S* zbog simetričnosti je jednaka nula, pa rezultirajuća matrica krutosti povratnih sila glasi:

$$[Cjk] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ 0 & o & 0 & C_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{53} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{37}$$

Gdje su:

$$C_{33} = \rho g A_{wl} \tag{38}$$

$$C_{35} = C_{53} = -\rho g M_{wl} \tag{39}$$

$$C_{44} = Mg\overline{GM} \tag{40}$$

$$C_{55} = \rho g I_{wl} \tag{41}$$

A_{wl}- površina vodne linije

M_{wl}- statički moment površine vodne linije

I_{wl}- moment inercije površine vodne linije

$\overline{GM}$- metacentarska visina

- **Pomaci, brzine i ubrzanja**

Oscilacijsko gibanje tijela opisan je zakonom koji se može prikazati i u kompleksnom obliku:

$$\eta_j(t) = Re\{\delta_j e^{-i\omega_e t}\} = \eta_{Cj} cos\omega_e t + \eta_{Sj} sin\omega_e t = \\ = \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j), \qquad j = 1 \dots 6 \tag{42}$$

Gdje su:

δ_j- kompleksne amplitude njihanja

ω_e- kružna frekvencija harmonijskog njihanja

η_{aj}- realna vrijednost amplitude njihanja

ε_j- fazni pomak u odnosu na val

Brzina se dobije kao prva derivacija pomaka po vremenu:

$$\dot{\eta}_j(t) = \frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}\eta_{\mathrm{j}}(\mathrm{t}) = \mathrm{Re}\{-i\omega_e \delta_j e^{-i\omega_e t}\} = -\omega_e \sin(\omega_e t + \varepsilon_j) = \\ = \omega_e \eta_{a_j} cos\left(\omega_e t + \varepsilon_j + \frac{\pi}{2}\right), \qquad j = 1 \dots 6 \tag{43}$$

ubrzanje se dobije kao derivacija brzine po vremenu:

$$\ddot{\eta}_j(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\eta_j(t) = Re\{-\omega_e^2 \delta_j e^{-i\omega_e t}\} = -\omega_e^2 \eta_{a_j} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j) = \\ = \omega_e^2 \eta_{a_j} \cos(\omega_{\mathrm{e}} \mathrm{t} + \varepsilon_{\mathrm{j}} + \pi), \qquad \mathrm{j} = 1 \dots 6 \tag{44}$$

- **Inercijske sile i momenti**

U linearnoj teoriji ukupne sile, odnosno momente koji djeluju na tijelo prikazujemo kao sumu uzbudne sile F_j i hidromehaničke sile F_{Hj} ovisno o vremenu:

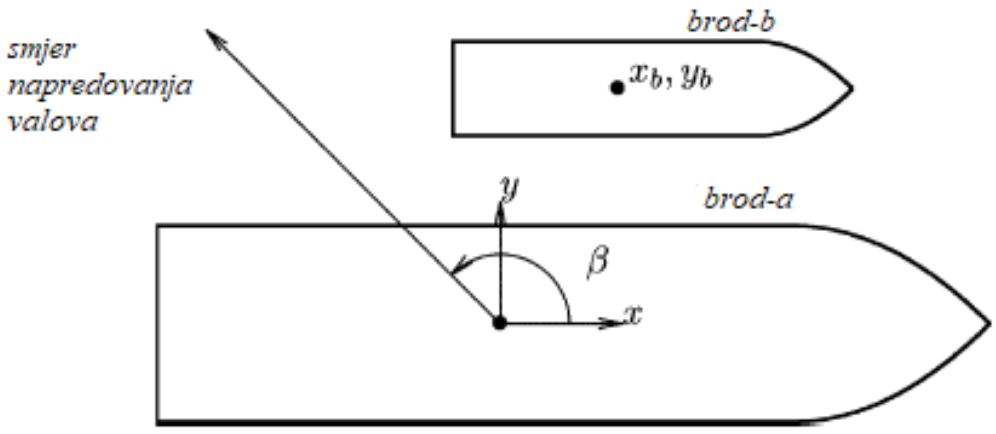
$$F_{\eta j}(t) = F_j(t) + F_{Hj}(t) \tag{45}$$

Uzbudne se sile dobiju rješenjem problema djelovanja valova na nepomično tijelo. Hidrodinamičke sile određujemo rješenjem problema njihanja tijela na mirnoj slobodnoj površini.
Koristeći matričnu notaciju, inercijske sile i momente oko koordinatnih osi izražavamo kao:

$$\{F_j\} = \left[M_{k_j}\right]\{\ddot{\eta}_j\} = Re\{-\omega^2[M_{kj}]\{\delta_j\}e^{-i\omega t}\} \quad \textbf{(46)}$$

2.10. Jednadžba dinamičke ravnoteže njihanja dvaju susjednih brodova

U odnosu na slučaj s jednim brodom, slučaj s dva broda je mnogo složeniji jer sadrži 12 stupnjeva slobode. Hidrodinamički koeficijenti kao što su dodatna masa, hidrodinamičko prigušenje te sila difrakcije valova moraju u obzir uzeti interakciju obaju brodova.
Za proračun je važno definirati globalni koordinatni sustav. Ishodište tog koordinatnog sustava stavlja se u težište vodne linije *broda-a*, a koordinate x_b i y_b predstavljaju težište vodne linije *broda-b* u odnosu na *brod-a*. Os *z* gleda pozitivno prema gore. Susretni kut β prati konvencionalno pravilo od 180° za valove u pramac i 90° za valove koji nailaze s desne strane. Pretpostavlja se da dva susjedna broda imaju jednaku brzinu napredovanja te da se koordinatni sustav kreće u skladu s time. Svi oblici njihanja i fazni kutovi moraju se posebno pretvoriti u lokalni koordinatni sustav za svaki brod u njihovom težištu sustava.



Slika 6. Koordinatni sustav dvaju susjednih tijela [5]

Nadalje, svi oblici njihanja opisuju se pomoću jednadžbe koja glasi:

$$\eta_j^a(t) = \mathrm{Re}\{\zeta_j^a(\omega_e)e^{-i\omega_e t}\} \quad \textbf{(47)}$$

Gdje je (analogno vrijedi i za *brod-b*):

η_j^a- realna vrijednost amplitude njihanja *broda-a*

ζ_j^a- kompleksna amplituda njihanja *broda-a*

Jednadžbe njihanja dobivaju se određivanjem nepoznanica sljedećeg 12x12 sustava jednadžbi:

$$\left(-\omega_e^2\left[\frac{M^a + A^{aa}}{A^{ba}}\middle|\frac{A^{ab}}{M^b + A^{bb}}\right] - i\omega_e\left[\frac{B^{aa}}{B^{ba}}\middle|\frac{B^{ab}}{B^{bb}}\right] + \left[\frac{C^a}{0}\middle|\frac{0}{C^b}\right]\right)\left\{\frac{\zeta^a}{\zeta^b}\right\} = \left\{\frac{F^a}{F^b}\right\} \quad \textbf{(48)}$$

Gdje za *brod-a* (analogno vrijedi i za *brod-b*):

M^a- inercijska komponenta *broda-a*

A^{aa}- dodatna masa *broda-a*

B^{aa}- hidrodinamičko prigušenje *brod- a*

C^a- hidrostatička krutost *broda-a*

F^a- uzbudna sila *broda-a*

2.11. Odziv broda na morskim valovima

Spektar gustoće energije valnih amplituda određuje odziv broda na valovima. On se dobiva eksperimentalno iz zapisa morskih valova u određenoj točki oceana tijekom određenog vremenskog perioda. Valni spektar nam omogućuje približan matematički opis valova pomoću metode superpozicije, iako je profil morskih valova nepravilan. Poznavanje funkcije gustoće valova osnova je za projektiranje opterećenja pomorskih konstrukcija.
Energija valne amplituda tj. spektar energije valova $S_\zeta(\omega)$ ovise o kvadratu amplitude vala na određenoj frekvenciji te se definira kao:

$$S_\zeta(\omega)d\omega = \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \quad \textbf{(49)}$$

Moguće je spektar energije valova $S_\zeta(\omega)$ odrediti na osnovi mjerenja, ali često se koristi neki od idealiziranih teorijskih spektra valova. Idealizirani teorijski spektri valova opisani su malim brojem parametara ili karakterističnih veličina slučajnog stanja mora. Karakteristične veličine spektra valova su značajna valna visina tj. srednja vrijednost trećine najviših valnih visina i nulti valni period .

Razlikujemo susretni spektar valova $S_\zeta(\omega_e)$ i spektar energije valova $S_\zeta(\omega)$. Razlikuju se u tome što obuhvaćaju različiti frekvencijski raspon. Susretni spektar obuhvaća raspon frekvencija kojima je brod izložen dok valni spektar obuhvaća raspon frekvencije valova. Površine ispod krivulja jednog i drugog spektra moraju biti jednake zato što se energija valova ne mijenja.

Spektar odziva broda moguće je odrediti ako je poznata prijenosna funkcija tog odziva. Spektar odziva se određuje kao:

$$S_{R\zeta}(\omega_e) = RAO \cdot S_\zeta(\omega_e) = \left|H_{R\zeta}(\omega_e)\right|^2 \cdot S_\zeta(\omega_e) = \left|\frac{R_a(\omega_e)}{\zeta_a}\right|^2 \cdot S_\zeta(\omega_e) \qquad \textbf{(50)}$$

gdje je RAO operator amplitude odziva (eng. response amplitude operator), odnosno prijenosna funkcija. Operator RAO prikazuje omjer kvadrata amplitude odziva R_a i kvadrata amplitude vala ζ_a:

$$RA0 = \left|\frac{R_a}{\zeta_a}\right|^2 = H_{Ra}^2 \qquad \textbf{(51)}$$

2.12. Trodimenzionalna metoda rubnih elemenata

Trodimenzionalna metoda rubnih elemenata ili panelna metoda temelji se na principu Greenova integralnog teorema kako bi se predvidjeli hidrodinamički koeficijenti, sile i gibanja tijela na valovima za svih šest stupnjeva slobode gibanja.

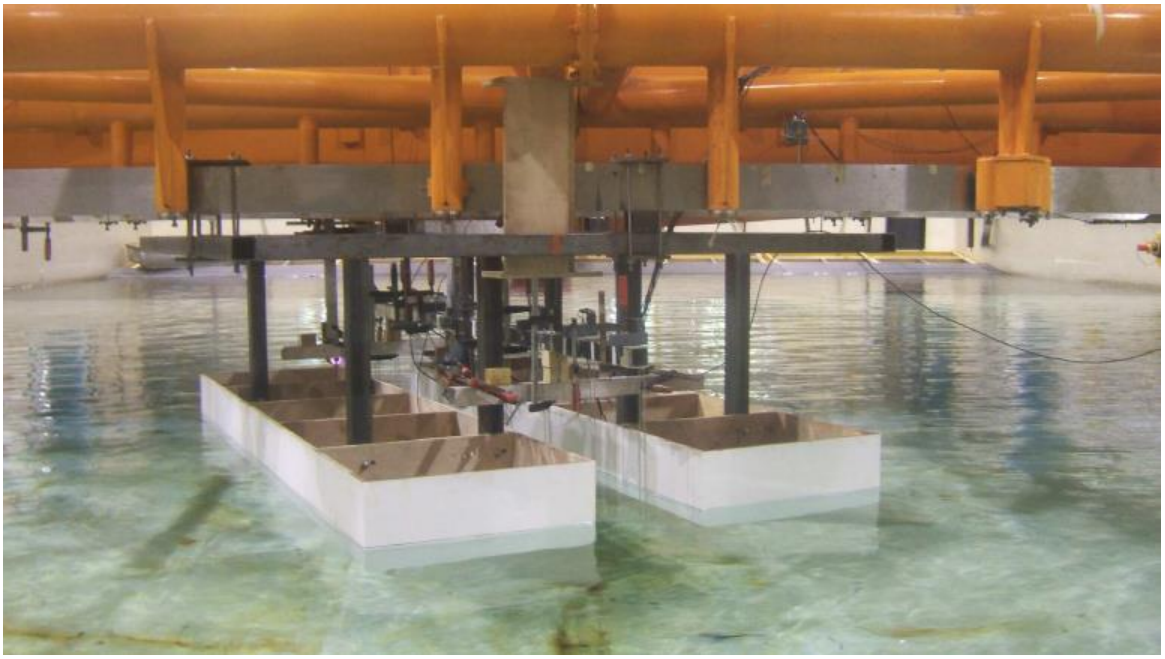
Prema Greenovu teoremu moguće je transformirati trodimenzionalnu linearnu homogenu jednadžbu (Laplaceovu jednadžbu) u dvodimenzionalnu integralnu jednadžbu. Time je trodimenzijski problem sveden na mnogo jednostavniji dvodimenzijski (površinski) problem. U metodi se površina tijela podijeli na *N* panela dovoljno malih dimenzija da je moguće pretpostaviti kako su izvori/ponori konstante jakosti po cijeloj površini svakog elementa. Zadovoljavanjem rubnih uvjeta Greenova funkcija povezuje jakosti izvora i ponora s potencijalom brzine strujanja na svakom panelu te je njezino rješenje moguće ukoliko je

poznat potencijal nailaznog vala. Poznavajući potencijal brzine možemo odrediti hidrodinamičke sile tako da integriramo tlakove po uronjenoj površini.
Glava prednost metode je u tome što daje potpuno rješenje uz odgovarajuće rubne uvjete te značajna ušteda u vremenu proračunavanja.

3. PRORAČUN HIDRODINAMIČKIH SILA

3.1. Hidrodinamika dvaju pontona

Proračuni su provedeni prema pontonima iz modelskih mjerenja [6] koja su provedena u bazenu duljine 40 m i širine 16 m, a visina vode tijekom pokusa iznosi 3 m. Ispitivanja se provode pomoću dva identična pravokutna pontona dimenzija L=2.47 m, D=0.6 m i T=0.1 m koji se nalaze jedan uz drugi te su povezani krutom vezom na kolica, a razmak između njih jednak je 12 cm. Instrumentacija za mjerenje sastoji se od 9 mjerača otpornih na valove koji su smješteni na svakih 30 cm u sredini razmaka između dvaju pontona. Sustav pontona izložen je nepravilnim stanjima mora s ITTC spektrom valova s vršnim periodima od 1 s i 1.5 s. Na manjim vršnim periodima od 1 s značajne valne visine su 2, 4 i 6 cm. Na višim vršnim periodima od 1.5 s one su jednake 3 i 6 cm. Promatraju se četiri smjera nailaznih valova: 0, 30, 60 i 90 stupnjeva.



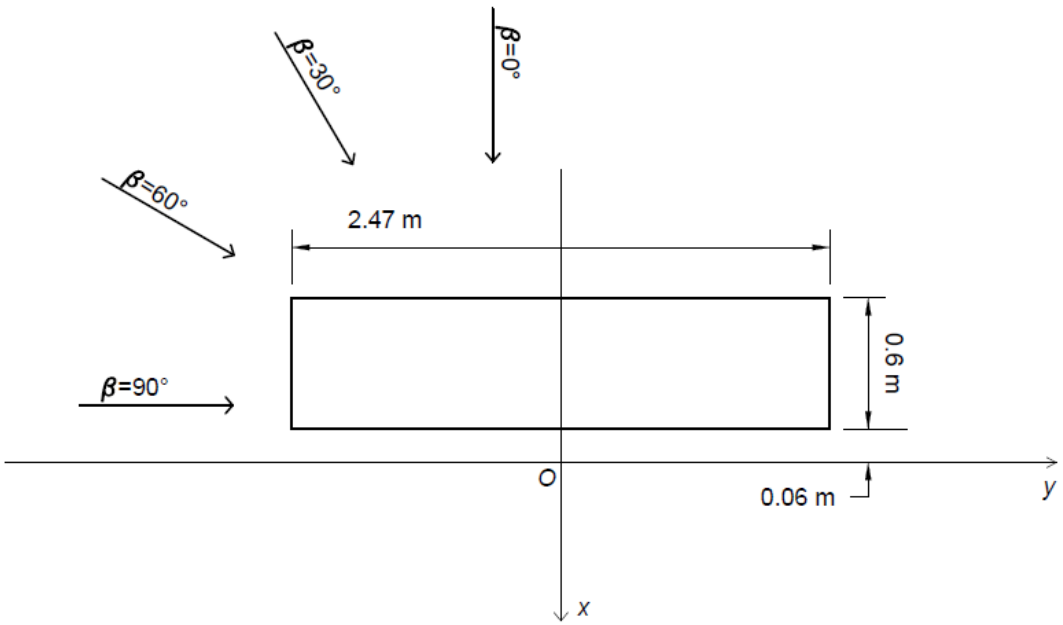
Slika 7. Modeli pontona u bazenu [6]

3.2. Opis programskog paketa NEMOH

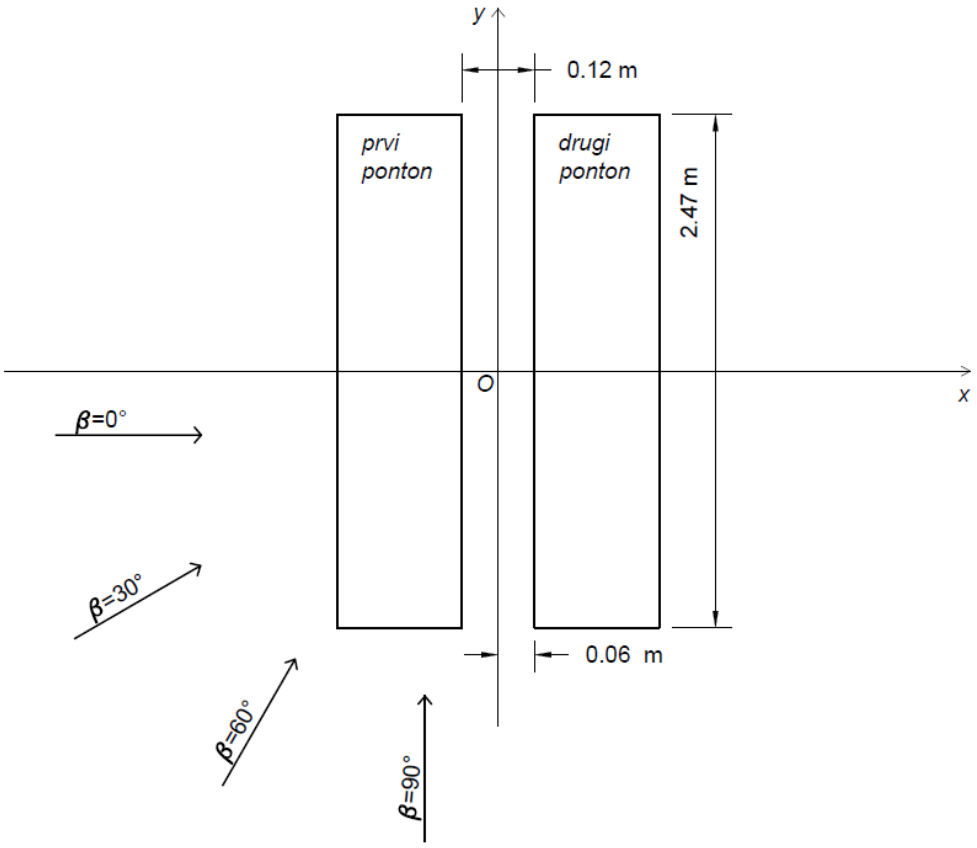
Programski paket NEMOH namijenjen je za proračunavanje hidrodinamičkih koeficijenata prvoga reda kao što su dodatna masa, radijacijsko prigušenje te uzbudne sile. Ovaj programski paket je *open source* tipa te se najčešće koristi za procjenu hidrodinamičkog odziva plutajućih struktura. Temelji se na metodi rubnih elemenata (panelnoj metodi) i teoriji potencijalnog strujanja. Za razliku od ostalih programskih paketa koji se temelje na metodi rubnih elemenata, NEMOH razdvaja rješavanje problema rubnih uvjeta slobodne površine od problema rubnih uvjeta na uronjenom tijelu. Ova značajka olakšava opis odziva fleksibilnih struktura na valovima tj. programski paket NEMOH omogućuje razmatranje hidroelastičnosti fleksibilnih struktura te generaliziranih modova vibracija i nekonvencionalnih stupnjeva slobode.

3.3. Priprema ulaznih podataka za NEMOH

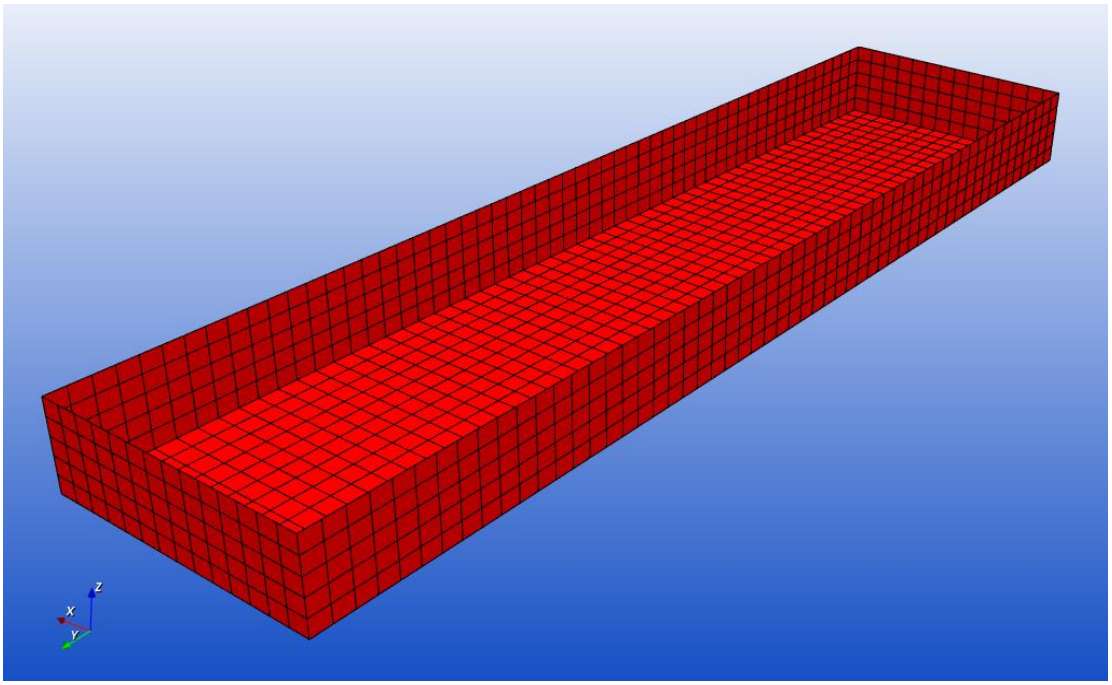
Za unosu u NEMOH trebalo je pripremiti dvije datoteke s ulaznim podacima. Prva datoteka je sadržavala podatke vezano uz jedan plutajući ponton koji smo nazvali *pntM06*, a druga je sadržavala podatke vezano uz dva identična plutajuća pontona koji su se nalazili jedan pokraj drugog te smo njih nazvali *pntM06P06*. U datotekama je bilo potrebno najprije definirati svojstva vode u kojima su se nalazili pontoni. Zatim je za svaki od pontona trebalo unijeti definirane mreže panela te definirati sve stupnjeve slobode te pozicije pontona u odnosu na ishodište koordinatnog sustava. Proračun je proveden za raspon valnih frekvencija od 4,2 do 9 rad/s s razmakom od 0,05 rad/s što znači da ukupno imamo 97 valnih frekvencija.



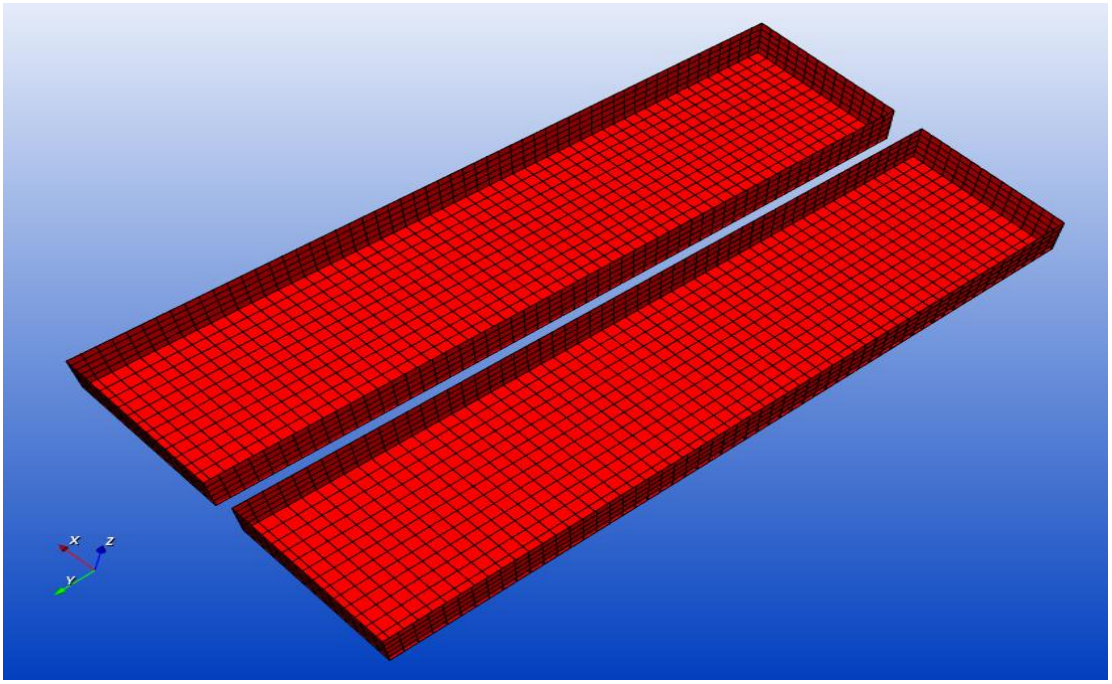
Slika 8. Dimenzije pontona *pntM06*



Slika 9. Dimenzije pontona *pntM06P06*



Slika 10. Mreža panela modela *pntM06*



Slika 11. Mreža panela modela *pntM06P06*

```
--- Environment ------------------------------------------------------------------------------
1000.0                          ! RHO                   ! KG/M**3       ! Fluid specific volume
9.81                            ! G                     ! M/S**2        ! Gravity
3.                              ! DEPTH                 ! M             ! Water depth
0.      0.                      ! XEFF YEFF             ! M             ! Wave measurement point
--- Description of floating bodies -----------------------------------------------------------
1                               ! Number of bodies
--- Body 1 -----------------------------------------------------------------------------------
pntM06.dat                      ! Name of mesh file
873     742                     ! Number of points and number of panels
6                               ! Number of degrees of freedom
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Surge
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Sway
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Heave
2 1. 0. 0. -0.36 0. -0.09       ! Roll about CdG
2 0. 1. 0. -0.36 0. -0.09       ! Pitch about CdG
2 0. 0. 1. -0.36 0. -0.09       ! Yaw about CdG
6                               ! Number of resulting generalised forces
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Force in x direction
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Force in y direction
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Force in z direction
2 1. 0. 0. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in x direction about CdG
2 0. 1. 0. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in y direction about CdG
2 0. 0. 1. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in z direction about CdG
0                               ! Number of lines of additional information
--- Load cases to be solved ------------------------------------------------------------------
97      4.2     9.0             ! Number of wave frequencies, Min, and Max (rad/s)
4       0.      90.0            ! Number of wave directions, Min and Max (degrees)
--- Post processing --------------------------------------------------------------------------
1       0.1     10.             ! IRF
0                               ! Show pressure
0       0.      180.            ! Kochin function
0       2       1000.   2.      ! Free surface elevation
```

Slika 12. Ulazni podaci modela *pntM06*

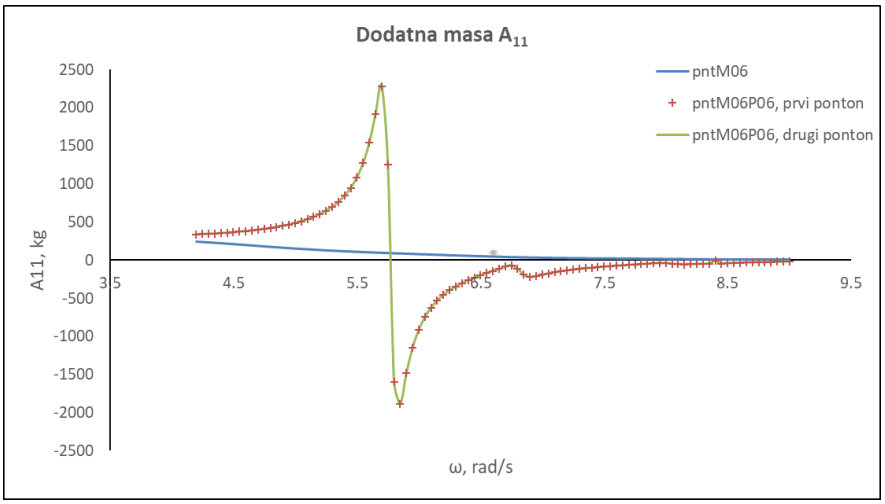
```
--- Environment ------------------------------------------------------------------------------
1000.0                          ! RHO                   ! KG/M**3       ! Fluid specific volume
9.81                            ! G                     ! M/S**2        ! Gravity
3.                              ! DEPTH                 ! M             ! Water depth
0.      0.                      ! XEFF YEFF             ! M             ! Wave measurement point
--- Description of floating bodies -----------------------------------------------------------
2                               ! Number of bodies
--- Body 1 -----------------------------------------------------------------------------------
pntM06.dat                      ! Name of mesh file
873     742                     ! Number of points and number of panels
6                               ! Number of degrees of freedom
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Surge
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Sway
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Heave
2 1. 0. 0. -0.36 0. -0.09       ! Roll about CdG
2 0. 1. 0. -0.36 0. -0.09       ! Pitch about CdG
2 0. 0. 1. -0.36 0. -0.09       ! Yaw about CdG
6                               ! Number of resulting generalised forces
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Force in x direction
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Force in y direction
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Force in z direction
2 1. 0. 0. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in x direction about CdG
2 0. 1. 0. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in y direction about CdG
2 0. 0. 1. -0.36 0. -0.09       ! Moment force in z direction about CdG
0                               ! Number of lines of additional information
--- Body 2 -----------------------------------------------------------------------------------
pntP06.dat                      ! Name of mesh file
873     742                     ! Number of points and number of panels
6                               ! Number of degrees of freedom
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Surge
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Sway
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Heave
2 1. 0. 0. 0.36 0. -0.09        ! Roll about CdG
2 0. 1. 0. 0.36 0. -0.09        ! Pitch about CdG
2 0. 0. 1. 0.36 0. -0.09        ! Yaw about CdG
6                               ! Number of resulting generalised forces
1 1. 0. 0. 0. 0. 0.             ! Force in x direction
1 0. 1. 0. 0. 0. 0.             ! Force in y direction
1 0. 0. 1. 0. 0. 0.             ! Force in z direction
2 1. 0. 0. 0.36 0. -0.09        ! Moment force in x direction about CdG
2 0. 1. 0. 0.36 0. -0.09        ! Moment force in y direction about CdG
2 0. 0. 1. 0.36 0. -0.09        ! Moment force in z direction about CdG
0                               ! Number of lines of additional information
--- Load cases to be solved ------------------------------------------------------------------
97      4.2     9.0             ! Number of wave frequencies, Min, and Max (rad/s)
4       0.      90.0            ! Number of wave directions, Min and Max (degrees)
--- Post processing --------------------------------------------------------------------------
1       0.1     10.             ! IRF
0                               ! Show pressure
0       0.      180.            ! Kochin function
0       2       1000.   2.      ! Free surface elevation
```

Slika 13. Ulazni podaci modela *pntM06P06*

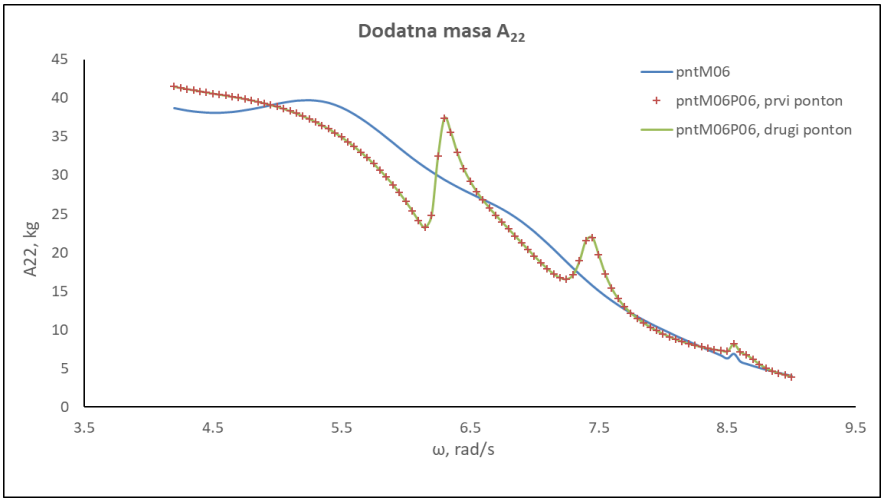
Nakon što su u program NEMOH unesene datoteke za oba slučaja modela, karakterističnim naredbama tog programa napravljen je proračun za elementarna rješenja uključujući dodatne mase, radijacijsko prigušenje i uzbude opterećenja.
Nakon dobivenih prijenosnih funkcija, proračun se je nastavio u Excel-u. Zadatak je bio proračun značajnih vrijednosti hidrodinamičkih sila ITTC valnim spektrom. Proračuni su se trebali provesti za sva tri pontona zasebno te samo za one prijenosne funkcije sila i momenata ta zalijetanje, zanošenje i zaošijanje, od mogućih smjerova nailaska vala, pri kojima su one imale načelno najveće vrijednosti.

3.4. Prikaz dobivenih rezultata iz programa za hidrodinamičke reakcije

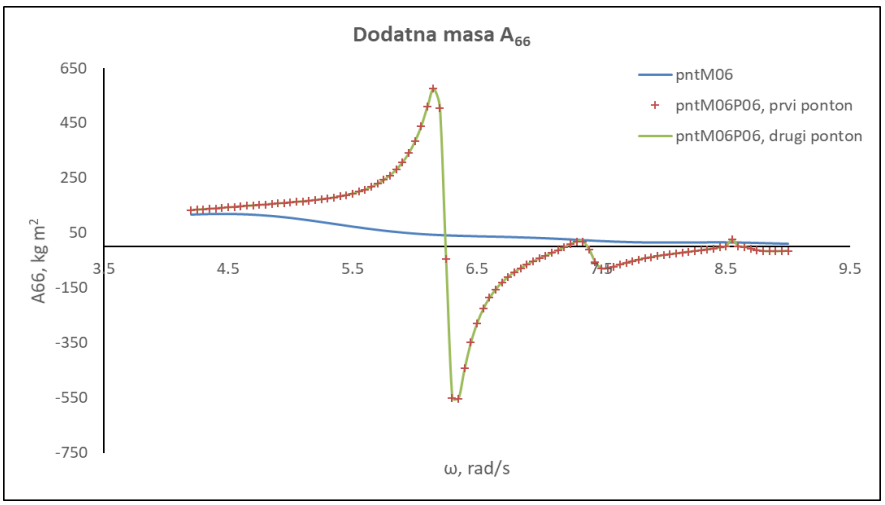
Na sljedećim grafovima prikazani su rezultati za hidrodinamičke reakcije, tj. dodatne mase i radijacijsko prigušenje za pojedine frekvencije valova koje smo dobili proračunom iz programa NEMOH. Može se primijetiti da kod modela *pntM06P06* za prvi i drugi ponton dolazi do preklapanja dodatne mase i radijacijskog prigušenja na svim grafovima, što je bilo i za očekivati jer se radi o identičnim i simetrično postavljenim pontonima.



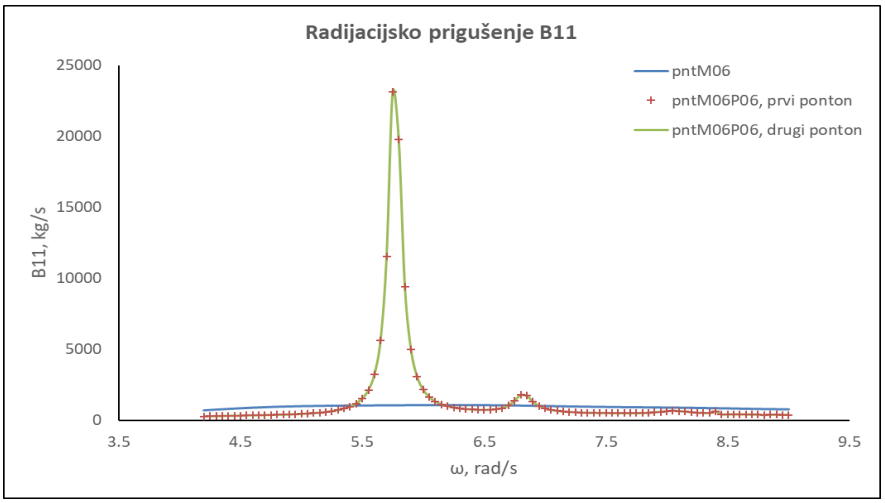
Slika 14. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{11}



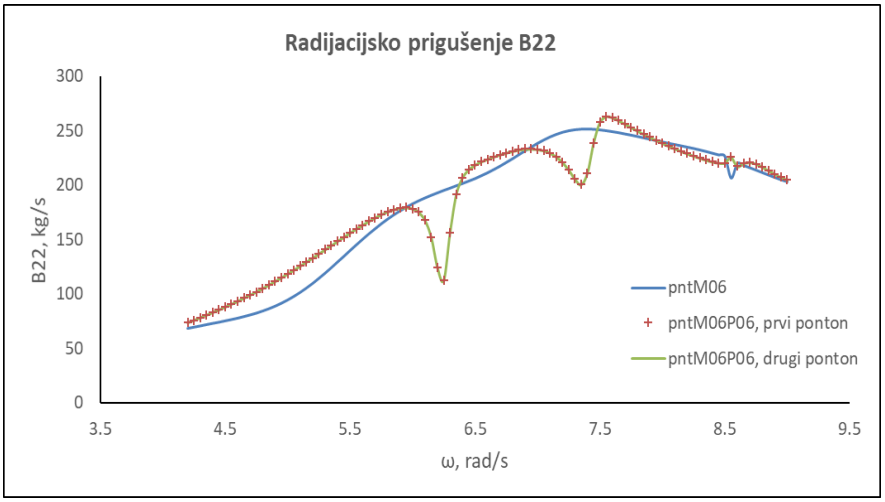
Slika 15. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{22}



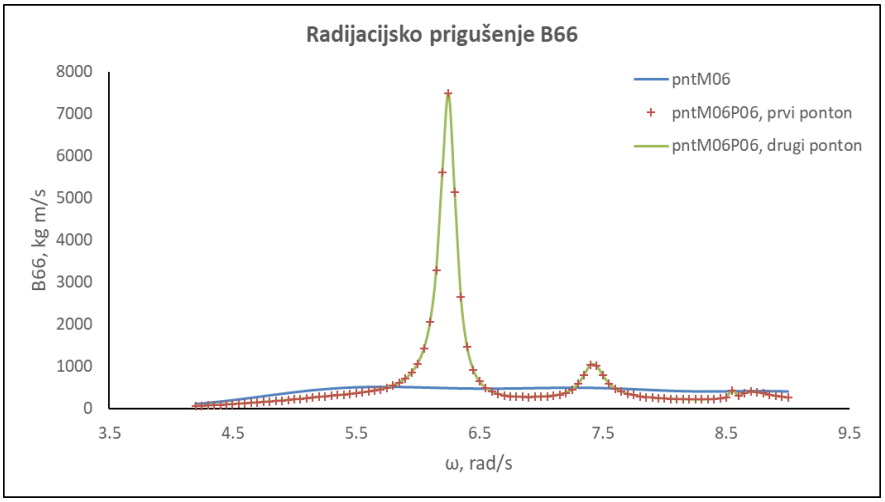
Slika 16. Prikaz rezultata za dodatnu masu A_{66}



Slika 17. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{11}



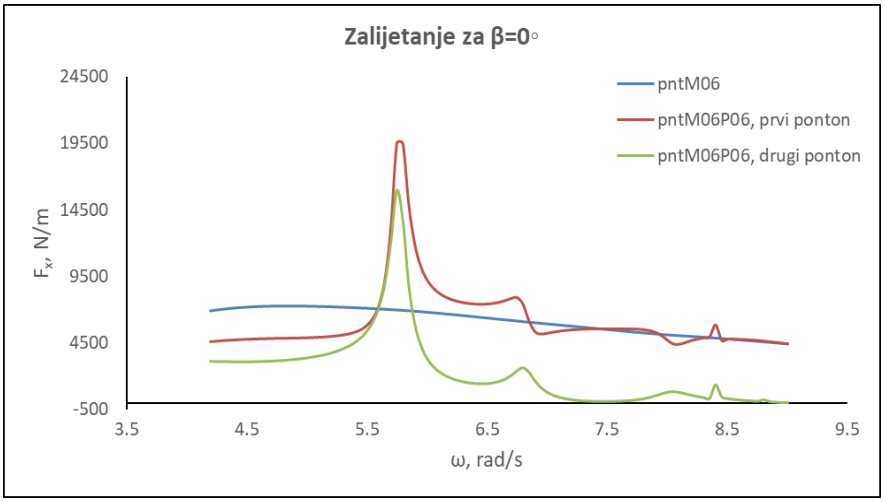
Slika 18. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{22}



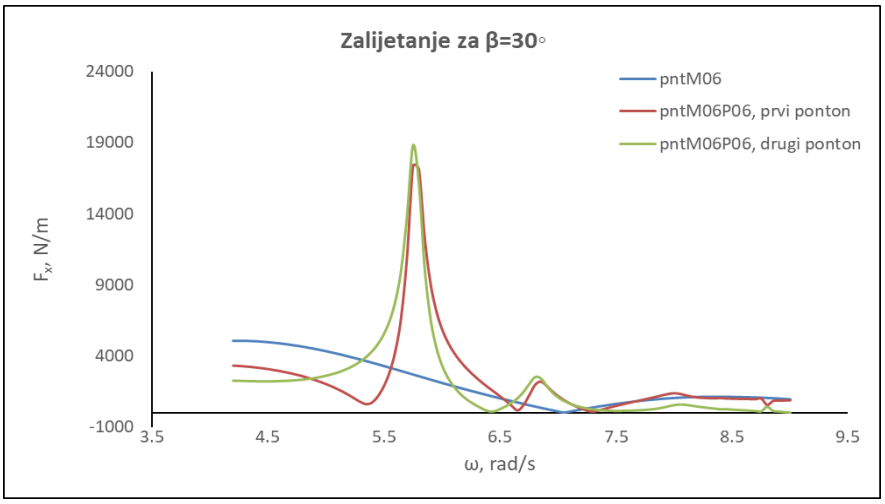
Slika 19. Prikaz rezultata za radijacijsko prigušenje B_{66}

3.5. Prikaz dobivenih rezultata za prijenosne funkcije sila

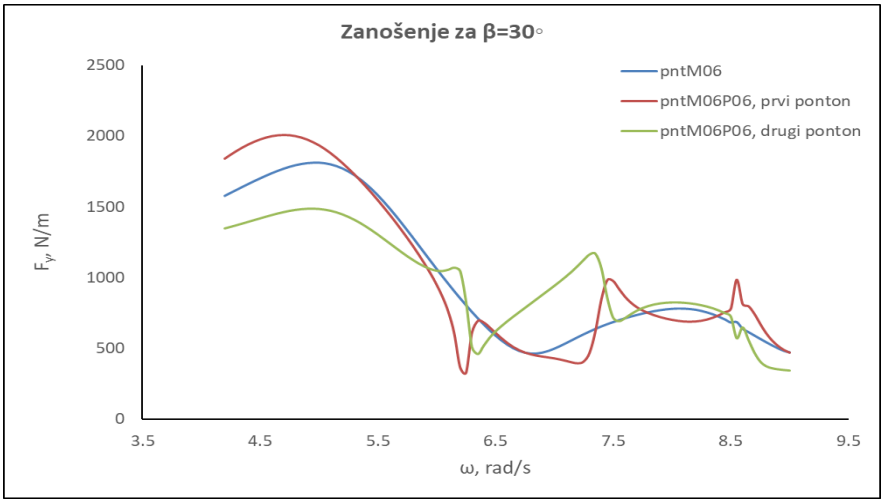
Na sljedećim grafovima prikazani su rezultati za prijenosne funkcije sila i momenata za oba modela pontona. Možemo uočiti da pri β=90° za model *pntM0P06* dolazi do preklapanja rezultata prijenosnih funkcija sila i momenata za oba pontona, dok one za model *pntM06* iznose nula.



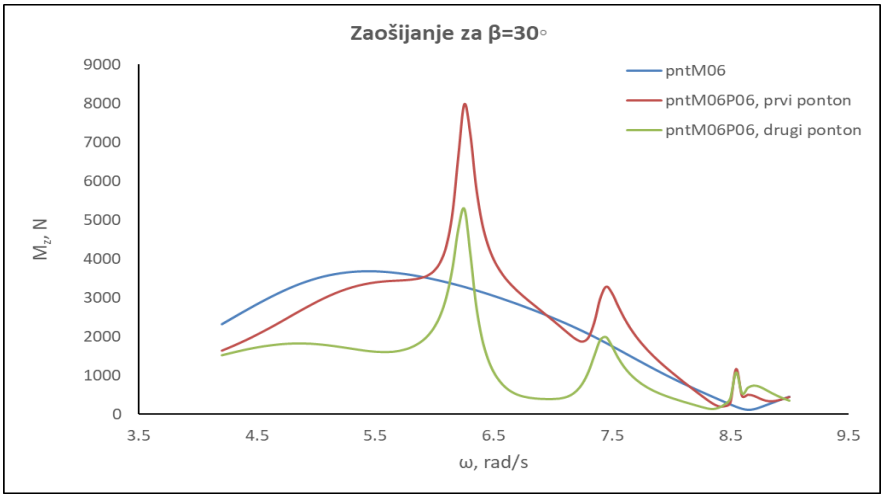
Slika 20. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=0°



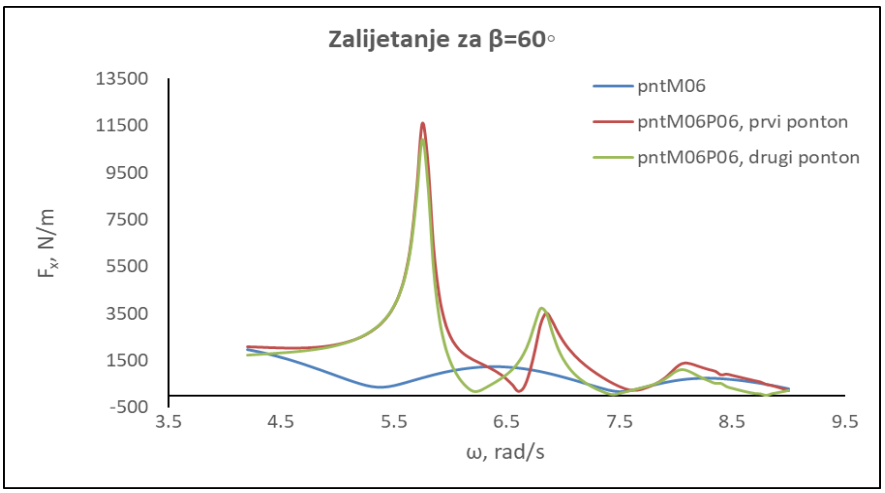
Slika 21. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=30°



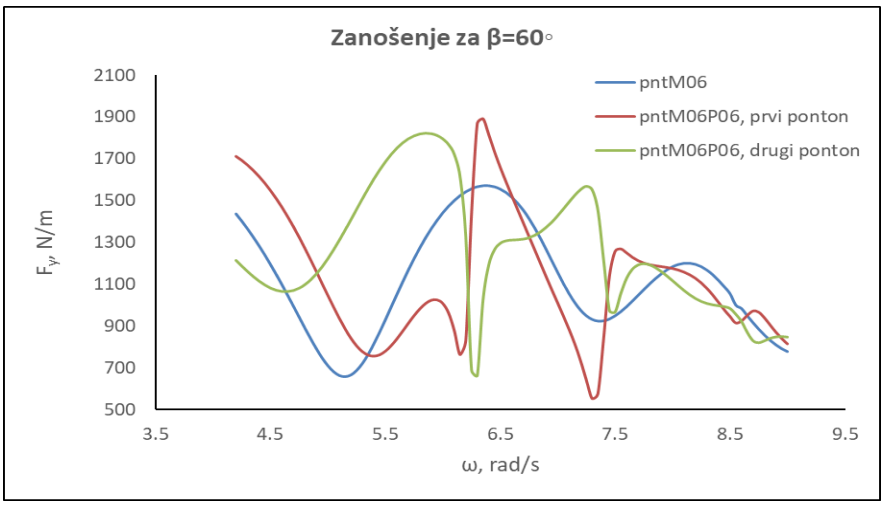
Slika 22. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=30°



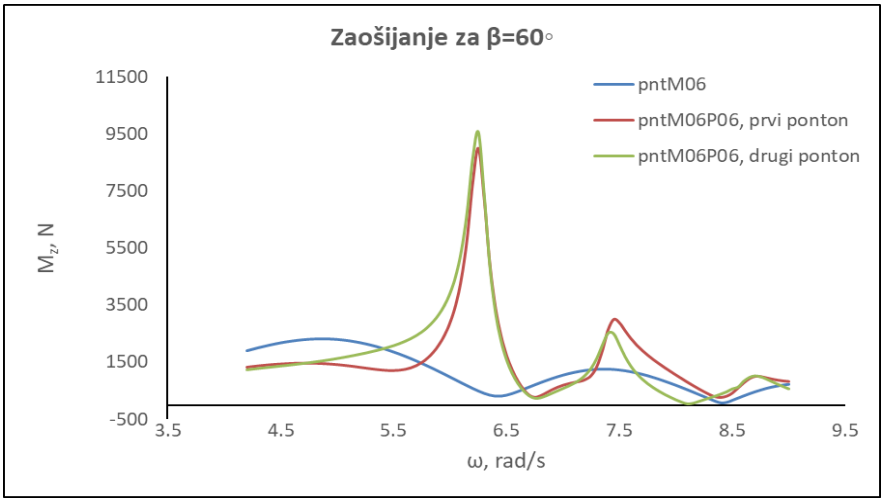
Slika 23. Prikaz prijenosnih funkcija momenata za β=30°



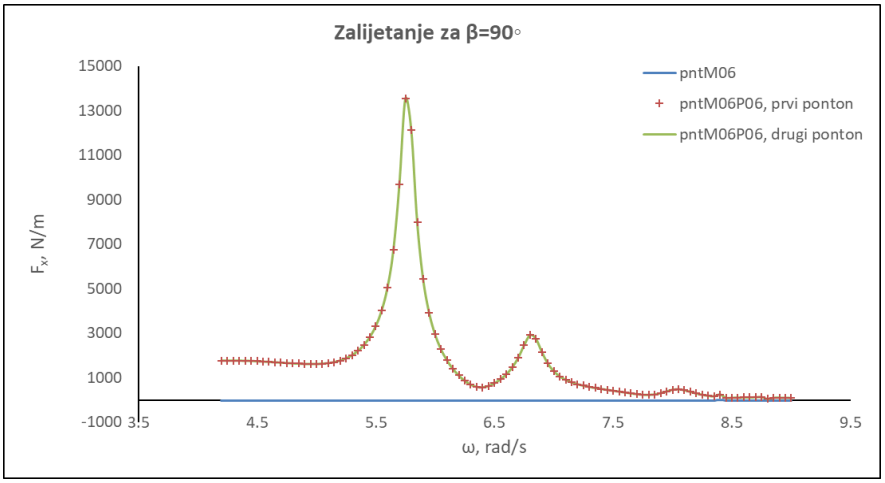
Slika 24. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=60°



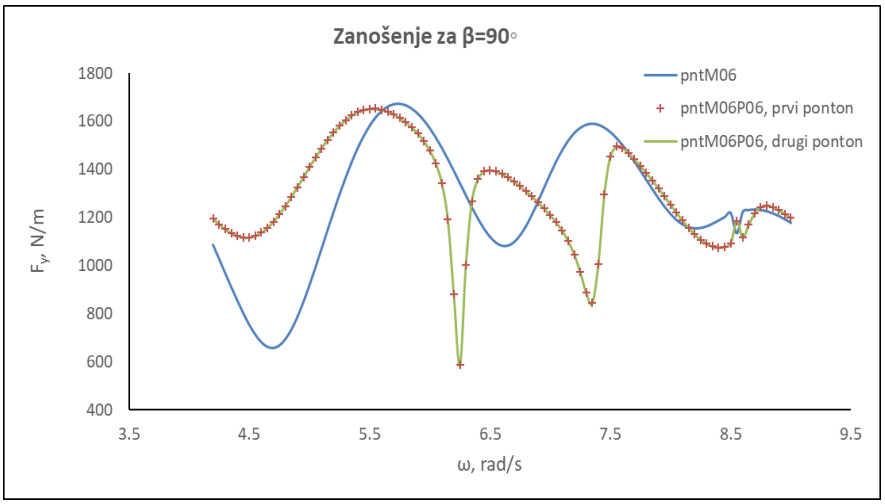
Slika 25. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=60°



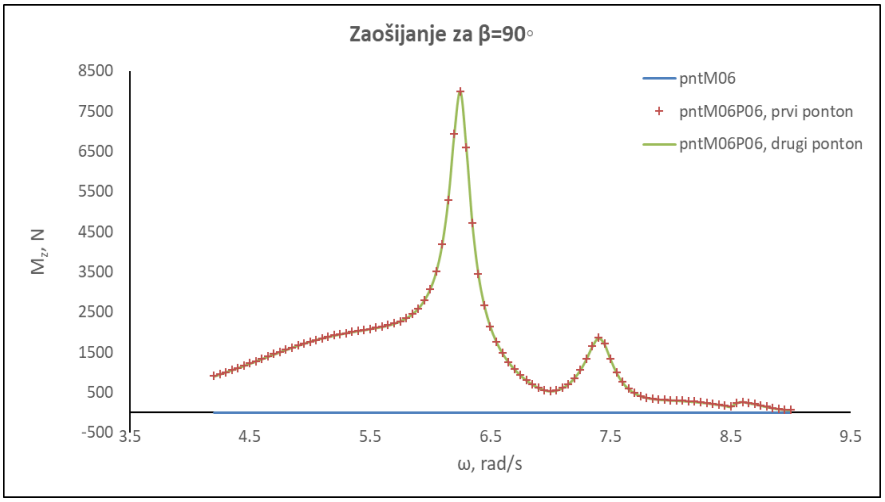
Slika 26. Prikaz prijenosnih funkcija momenata za *β*=60°



Slika 27. Prikaz prijenosnih funkcija sila za *β*=90°



Slika 28. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=90◦



Slika 29. Prikaz prijenosnih funkcija sila za β=90°

3.6. Proračun značajnih vrijednosti sila i momenata

Proračun se nije provodio za sve prijenosne funkcije sila i momenata od mogućih smjerova nailaska valova, već su se pomoću grafova iz poglavlja 3.5. odabrali one koji imaju najveće vrijednosti za svaki od pontona:

Tablica 1. Smjerovi nailaska valova pri kojima su očitane najveće vrijednosti prijenosnih funkcija sila i momenata

pontoni	F_x	F_y	M_z
pntM06	za β=0°	za β=30°	za β=30°
***pntM06P06*, prvi ponton**	za β=0°	za β=30°	za β=60°
***pntM06P06*, drugi ponton**	za β=30°	za β=60°	za β=60°

3.6.1. ITTC (International Towing Tank Conference) valni spektar

Za proračun značajnih vrijednosti sila i momenata koristio se je ITTC valni spektar sa zadanom značajnom valnom visinom:

$$H_{1/3} = 0.04\, m \tag{52}$$

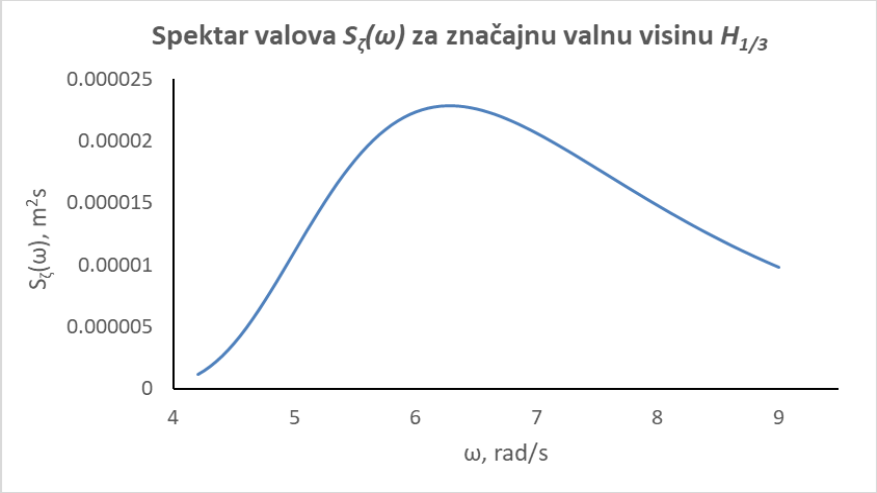
Spektar valova izračunat je pomoću sljedećih formula:

$$S_\zeta(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}} \tag{53}$$

gdje su A i B konstante koje određujemo kako slijedi:

$$A = 0{,}0081g^2, \qquad B = \frac{3{,}11}{H_{1/3}^2} \tag{54}$$

Koristeći navedene formule izračunat je spektar valova $S_\zeta(\omega)$ za značajnu valnu visinu $H_{1/3}$ te je on jednak za sva tri pontona.



Slika 30. Spektar valova $S_\zeta(\omega)$ za zadanu značajnu valnu visinu

3.6.2. Prikaz dobivenih rezultata za odziv pontona na valovima

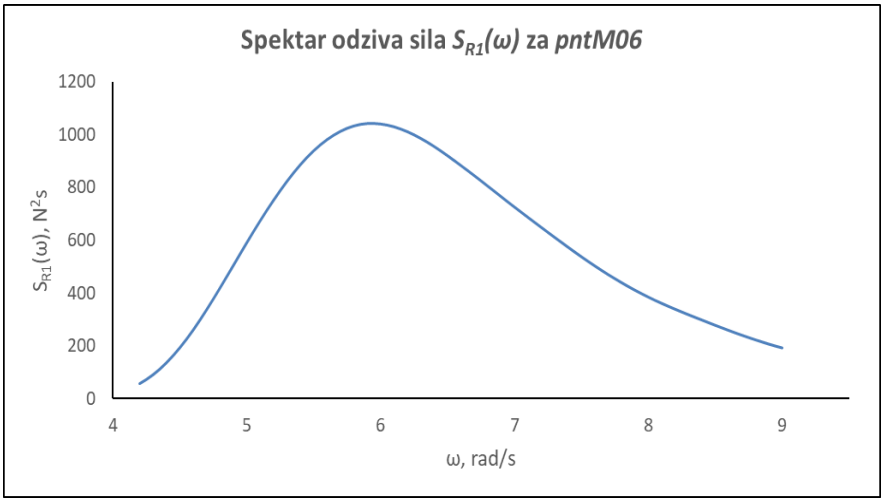
Proračun odziva pontona na valovima $S_{Ri}(\omega)$ određuje se pomoću operatora amplitude odziva RAO i spektra valova $S_\zeta(\omega)$ sljedećom formulom:

$$S_{Ri}(\omega) = RAO \cdot S_\zeta(\omega) \tag{55}$$

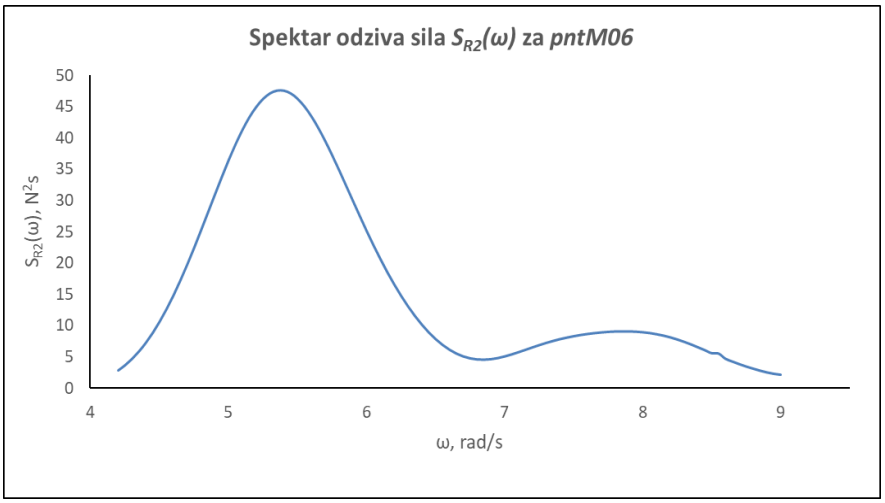
gdje je $i = 1 \ldots 6$ vezan uz stupnjeve slobode.

Da bi se dobio operator RAO potrebno je kvadrirati svaku pojedinu prijenosnu funkciju sila, odnosno momenata.

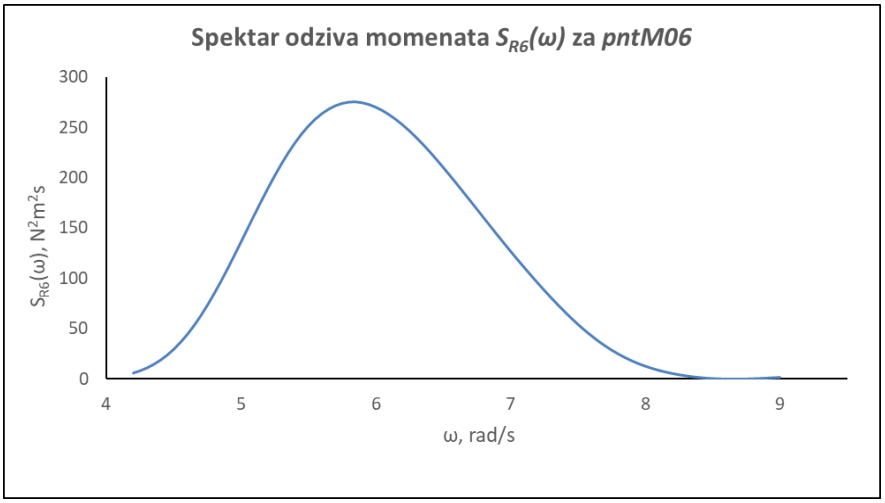
Proračun je proveden za sva tri pontona i za njih odabrane smjerove nailaska valova iz Tablica 1.



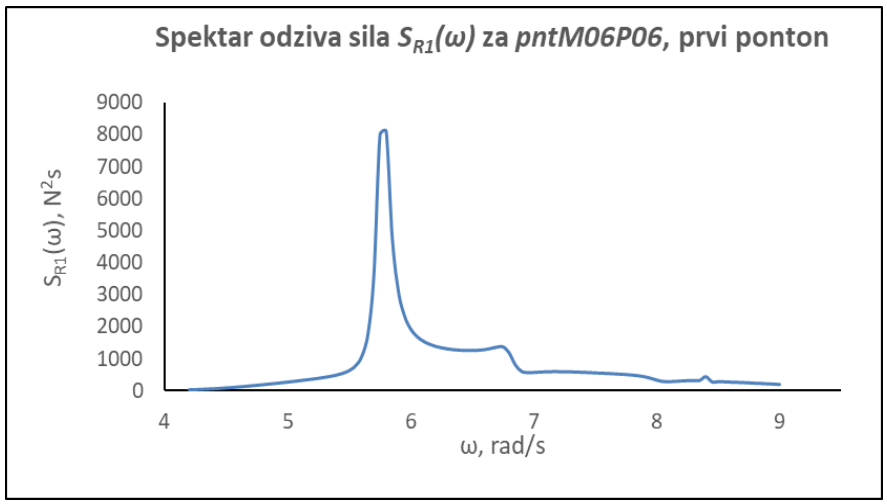
Slika 31. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06* pri β=0°



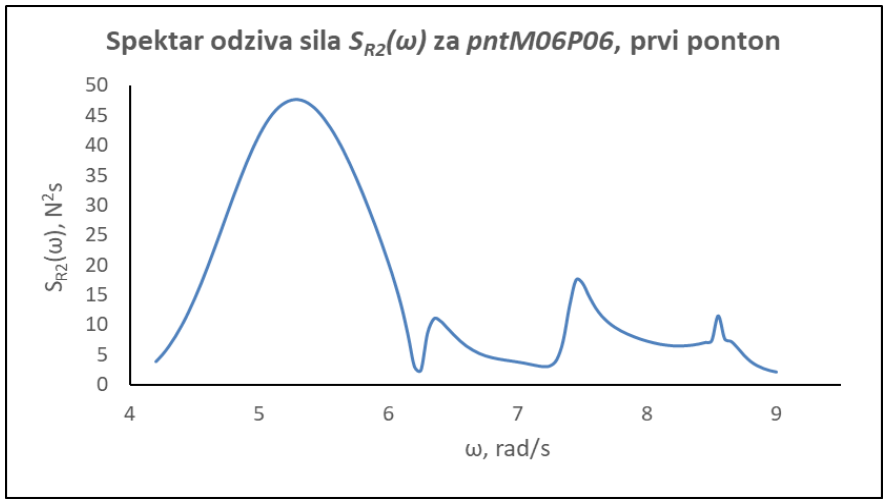
Slika 32. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06* pri β=30°



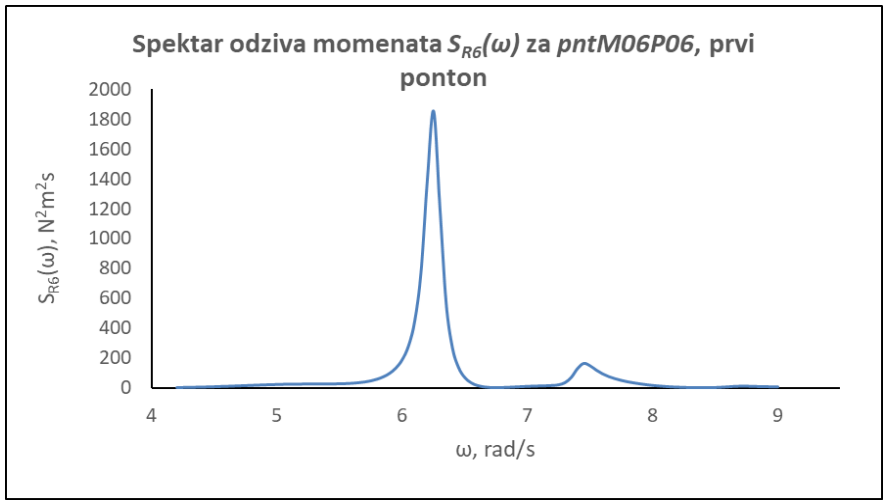
Slika 33. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06* pri β=30°



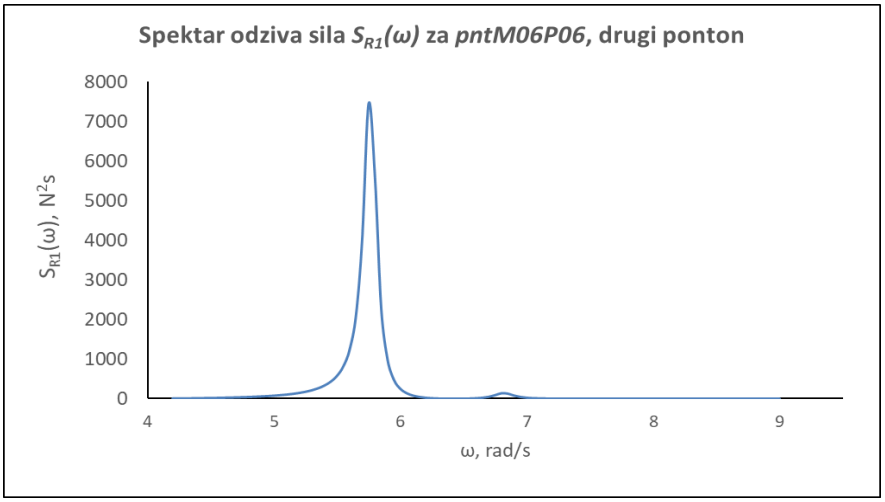
Slika 34. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=0°



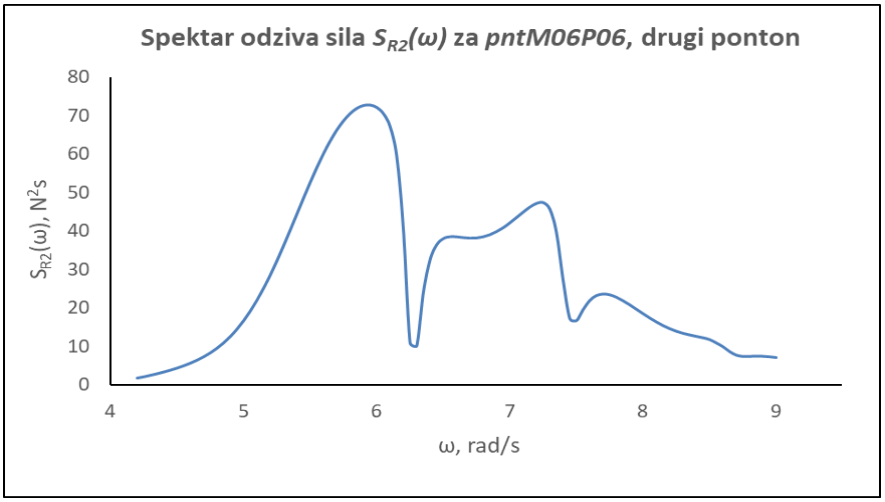
Slika 35. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=30°



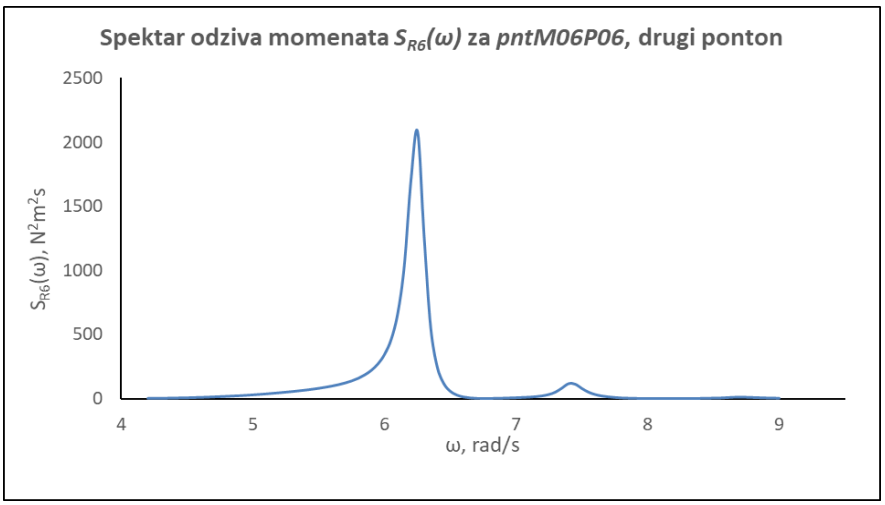
Slika 36. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06P06*, prvi ponton pri β=60°



Slika 37. Spektar odziva $S_{R1}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=30°



Slika 38. Spektar odziva $S_{R2}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=60°



Slika 39. Spektar odziva $S_{R6}(\omega)$ za *pntM06P06*, drugi ponton pri β=60°

3.6.3. Proračun značajnih vrijednosti odziva sila i momenata

Značajne vrijednosti sila i momenata računaju se pomoću spektra odziva te su definirane kao srednje vrijednosti jedne trećine najviših sila, odnosno momenata:

$$F_x = 2\sqrt{m_{OR1}} \tag{56}$$

$$F_y = 2\sqrt{m_{OR2}} \tag{57}$$

$$M_z = 2\sqrt{m_{OR6}} \tag{58}$$

gdje je m_{OR} nulti moment spektra (za $i = 1, 2, 6$), zapravo površina ispod krivulje spektra odziva. Površine ispod spektra odziva izračunate su numeričkom integracijom po Simpsonovom pravilu.

Nulti moment spektra računa se:

$$m_{ORi} = \int_0^\infty S_{Ri}(\omega)d\omega \tag{59}$$

Tablica 2. Značajne vrijednosti sila i momenata odziva

pontoni	F_x, N	F_y, N	M_z, Nm
pntM06	106,8	17,6	46,8
pntM06P06**, prvi ponton**	127,9	17,78	43,87
pntM06P06**, drugi ponton**	76,7	23,36	48,12

ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu napravljen je proračun odziva dvaju plutajućih tijela (pontona) u neposrednoj blizini za tri stupnja slobode gibanja: zalijetanja, zanošenja i zaošijanja u svrhu proračuna hidrodinamičkih sila koje djeluju na njih. Zadani smjer nailaska valova bio je za kutove od 0, 30, 60 te 90 stupnjeva.

Nakon izvršenog proračuna u programskom paketu NEMOH uzete su one vrijednosti prijenosnih funkcija za zalijetanje, zanošenje i zaošijanje, od mogućih smjerova nailaska valova, kod kojih je svaki od pontona imao načelno najveće vrijednosti prijenosnih funkcija. Uzete vrijednosti korištene su u daljnjem proračunu u Excel-u.

Pomoću ITTC spektra valova i zadane značajne valne visine, izračunate su funkcije spektra odziva za izabrane stupnjeve slobode. Nakon izračuna funkcije spektra odziva izračunat je spektralni moment pomoću kojeg su dobivene vrijednosti traženih hidrodinamičkih sila i momenata te su one na kraju prikazane u tablici.

Iz dobivenih rezultata se može vidjeti da su sile u smjeru osi *x* značajno veće od ostalih za sva tri pontona, a da su sile u smjeru osi *y* te oko osi *z* za sva tri pontona podjednake.

Rezultati dobiveni ovim radom su preduvjet za proračun sidrenog sustava i odziva usidrenih plovnih objekata u neposrednoj blizini tj. prezentirani rezultati s proračunom sidrenja čine cjelinu koja osigurava sigurnost i operabilnost razmatranog tipa plutajućeg postrojenja.

LITERATURA

[1] Čorić, V.; Prpić-Oršić J. : *Pomorstvenost plovnih objekata*; Zigo, Rijeka,

[2] *www.energetika-net.com/specijali/izdvajamo/napreduje-gradnja-lng-terminala-na-krku-29125*

[3] Petrović, D. : *Završni rad*; Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2018.

[4] Tanocki, E. : *Završni rad*; Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.

[5] McTaggart K.; Cumming D.; Hsiung C.C.; Li L.: *Seakeeping of two ships in close proximity*, Ocean Engineering, Canada, 2002.

[6] Molin B.; Remy F.; Camhi A.,; Ledoux A.: *Experimental and numerical study of the gap resonances in-between two rectangular barges*, Congress of Intl. Maritime Assoc. Of Mediterranean IMAM 2009, Istanbul, Turkey, 12-15 Oct., 2009