Analiza naprezanja i cjelovitosti spremnika stlačenog zraka

Bušljeta, Dario

Professional thesis / Završni specijalistički

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:494686

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD POSLIJEDIPLOMSKOG SPECIJALISTIČKOG STUDIJA

ANALIZA NAPREZANJA I CJELOVITOSTI SPREMNIKA STLAČENOG ZRAKA

Pristupnik:

Dario Bušljeta, dipl. ing. brodogradnje

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD POSLIJEDIPLOMSKOG SPECIJALISTIČKOG STUDIJA

ANALIZA NAPREZANJA I CJELOVITOSTI SPREMNIKA STLAČENOG ZRAKA

Voditelj završnog rada: Pristupnik:

Doc. dr.sc. Ivica Skozrit Dario Bušljeta, dipl. ing. brodogradnje

Zagreb, 2020.

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU:

UDK:

Ključne riječi: norme, posuda pod tlakom, ljuskaste konstrukcije, metoda konačnih elemenata, mehanika loma, procjena cjelovitosti posude pod tlakom.

Keywords:: standards, pressure vessel, shell structures, finite element method, fracture mechanics, structural integrity assessment of pressure vessel.

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: STROJARSTVO

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

Mentor rada: Doc.dr.sc. Ivica Skozrit

Broj stranica: 160

Broj slika: 109

Broj tablica: 27

Broj korištenih bibliografskih jedinica: 22

Datum obrane:

Povjerenstvo:

1. Prof. dr. sc. Zdenko Tonković – predsjednk povjerenstva
2. Doc. dr. sc. Ivica Skozrit – mentor
3. Prof. dr. sc. Mladen Meštrović, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu – član

Institucija u kojoj je rad pohranjen: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

S v e u č i l i š t e u Z a g r e b u
F a k u l t e t s t r o j a r s t v a i b r o d o g r a d n j e
Poslijediplomski specijalistički studij
Smjer Mehanički proračun konstrukcija

Zagreb, 31. ožujka 2020.

Zadatak za završni rad

Kandidat: Dario Bušljeta, dipl. ing. brodogradnje

Naslov zadatka**: Analiza naprezanja i cjelovitosti spremnika stlačenog zraka**

Sadržaj zadatka:

Spremnik stlačenog zraka namijenjen je za potrebe strojarnice putničkog broda s dizel-motornim porivom. U strojarnici broda pored cjevovoda visokog tlaka, potreban je i zrak niskog tlaka u svrhu rada pneumatskih alata i uređaja koji služe za potrebe čišćenja i propuhivanja, te brodske sirene i slično. Zrak za ove svrhe osiguran je preko spremnika stlačenog zraka. Spremnik je izveden u zavarenoj izvedbi kao cilindrični plašt zatvoren s dvije torisferične podnice s pripadnim priključcima. U skladu s važećim normama, za procjenu cjelovitosti (integriteta) spremnika potrebno je zadovoljiti kriterije čvrstoće, kao i kriterije mehanike loma i plastičnog kolapsa.

U radu je potrebno provesti analizu naprezanja i procjenu cjelovitosti spoja cilindričnog plašta i torisferične podnice spremnika stlačenog zraka za slučaj radnog opterećenja i opterećenja tlačnom probom. Proračune je potrebno provesti za postojeće konstrukcijsko rješenje koje je dobiveno na temelju definiranih tehničkih zahtjeva. Analizu cjelovitosti potrebno je provesti primjenom postupka definiranog normom API 579 koja se temelji na kriterijima mehanike loma i kriterijima plastičnog kolapsa. Na mjestima geometrijskih diskontinuiteta analizirati hipotetske pukotine. Za određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka plastičnog tečenja empirijske izraze iz norme kombinirati s rezultatima numeričke analize. Numeričku analizu provesti u programskom paketu koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Osim toga, potrebno je napraviti usporedbu analitičkih rješenja s rezultatima numeričke analize te provjeriti ispravnost proračuna putem norme kako bi se obuhvatili svi aspekti sigurnosti konstrukcije.

Zadatak zadan: 31.ožujka 2020.

Rad predan:

Mentor	Predsjednik Odbora za poslijediplomske studije	Voditelj Poslijediplomskog specijalističkog studija
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit	Izv. prof. dr. sc. Andrej Jokić	Prof. dr.sc. Božidar Matijević

ZAHVALA

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na pruženim korisnim savjetima, znanju te konstruktivnim kritikama koje su mi bile od velike pomoći tijekom cijelog specijalističkog studija, te su mi pomogli pri izradi završnog rada.

Zahvaljujem se također i prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću na svim prenesenim znanjima iz područja numeričke analize i pogonske čvrstoće, koja su uvelike pridonijela kvaliteti ovog rada.

Mojoj obitelji, supruzi Danijeli te kćerima Luciji i Dori zbog njihovog strpljenja i potpore dugujem posebnu zahvalu.

SADRŽAJ

POPIS SLIKA……IV

POPIS TABLICA……..IX

POPIS OZNAKA……X

SAŽETAK RADA……..XVI

SUMMARY……...XVII

1. UVOD 1

1.1. Konstrukcijske značajke spremnika 1

1.2. Opis zadanog spremnika 2

1.3. Tehničke karakteristike spremnika 3

1.3.1. Tehnički parametri za proračun čvrstoće prema normi 3

1.3.2. Određivanje vrste i kategorije posude pod tlakom prema pravilniku o tlačnoj opremi 5

1.3.3. Opis materijala 6

2. PRORAČUN PLAŠTA I PODNICE ZADANOG SPREMNIKA PREMA NORMI 8

2.1. Proračun debljine stjenke cilindričnog plašta prema normi 8

2.2. Proračun debljine stjenke torisferne podnice prema normi 9

3. ANALITIČKI PRORAČUN 13

3.1. Podaci za analitički proračun 13

3.2. Membransko stanje u sfernoj ljusci 14

3.3. Membransko stanje u cilindričnoj ljusci 16

3.4. Analiza spoja cilindra i sfere 19

3.4.1. Rubni uvjeti spoja 19

3.4.2. Opća rješenja za dugu cilindričnu ljusku 23

3.4.3. Opća rješenja za strmu sfernu ljusku 24

3.5. Analitička raspodjela općih rješenja savijanja strme sferne i duge cilindrične ljuske 25

3.5.1. Savijanje strme sferne ljuske ... 25

3.5.2. Savijanje duge cilindrične ljuske ... 37

3.6. Zaključak provedene analize ... 49

4. METODA KONAČNIH ELEMENATA ... 50

4.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata ... 50

4.1.1. Korišteni klasični konačni elementi ... 50

4.1.2. Korišteni konačni elementi za primjenu u mehanici loma ... 52

4.2. Verifikacija korištenih klasičnih konačnih elemenata ... 54

4.2.1. Numerička analiza membranskog stanja naprezanja u sfernoj ljusci ... 54

4.2.2. Konvergencija elemenata ... 63

4.2.3. Numerička analiza membranskog stanja naprezanja u cilindričnoj ljusci ... 65

4.3. Analiza spoja konačnim elementom SAX2 ... 68

4.4. Zaključak analize ... 76

5. NUMERIČKA ANALIZA NAPREZANJA SPREMNIKA ZRAKA ... 77

5.1. Rezultati numeričke analize – radno opterećenje ... 78

5.2. Rezultati numeričke analize - tlačna proba ... 85

5.3. Zaključak numeričke analize ... 93

6. OSNOVE MEHANIKE LOMA U ANALIZI CJELOVITOSTI KONSTRUKCIJA 94

6.1. Linearno - elastična mehanika loma ... 94

6.1.1. Griffithova teorija energetskog elastičnog loma ... 94

6.1.2. Polje naprezanja u okolini vrha pukotine ... 97

6.1.3. Zona plastifikacije oko vrha pukotine ... 99

6.1.4. Koeficijent intenzivnosti naprezanja ... 102

6.2. Elastoplastična mehanika loma ... 105

6.2.1. Elastoplastični energetski kriterij loma ... 105

6.2.2. *J* integral ... 107

7. NUMERIČKA ANALIZA PARAMETARA MEHANIKE LOMA I PROCJENA CJELOVITOSTI VLAČNO OPTEREĆENE TANKE PLOČE S RAVNOM SREDIŠNJOM PUKOTINOM 109

7.1. Numeričko određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja 110

7.2. Numeričko određivanje *J* integrala 115

7.2.1. Materijal ploče 115

7.2.2. Rješenje *J* integrala 117

7.3. Procjena cjelovitosti u FAD dijagramu 120

7.3.1. Analitički određeno granično opterećenje 120

7.3.2. Procjena *J* integrala i cjelovitosti 121

8. PROCJENA CJELOVITOSTI SPREMNIKA ZRAKA PREMA NORMI 126

8.1. Raspodjela normalnog naprezanja po debljini stjenke na mjestu pukotine za model geometrije konstrukcije bez pukotine 127

8.2. Izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I prema normi 127

8.3. Procjena cjelovitosti u FAD dijagramu prema normi 130

9. ZAKLJUČAK 133

POPIS SLIKA

Slika 1. Tlačni spremnik zraka volumena 1 m^3 2
Slika 2. Dijagram 2 (Posude za plinove grupe 1) [5] 6
Slika 3. Geometrijske karakteristike torisferne podnice (7.5-3) [1] 9
Slika 4.Sferna ljuska 14
Slika 5. Membransko stanje naprezanja sferne ljuske 14
Slika 6. Raspodjela radijalnog pomaka duž osi y sferne ljuske 16
Slika 7. Cilindrična ljuska 17
Slika 8. Membransko stanje naprezanja cilindrične ljuske 17
Slika 9. Rastavljanje općeg stanja naprezanja u ljusci na membransko stanje naprezanja i lokalno savijanje prema [8] 19
Slika 10. Eksponencijalno trigonometrijske funkcije 22
Slika 11. Savijanje sfernog dijela ljuske spremnika 25
Slika 12. Raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka sferne ljuske 26
Slika 13. Raspodjela ukupnog radijalnog pomaka sferne ljuske 27
Slika 14. Raspodjela cirkularnog naprezanja sferne ljuske 28
Slika 15. Raspodjela meridijalnog naprezanja sferne ljuske 29
Slika 16. Raspodjela meridijalnog momenta sferne ljuske 30
Slika 17. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske 31
Slika 18. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske 32
Slika 19. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske 33
Slika 20. Raspodjelu meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske 34
Slika 21. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske 35
Slika 22. Ekvivalentna naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske 36
Slika 23. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske 36
Slika 24. Savijanje cilindričnog dijela spremnika 37
Slika 25. Raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka cilindrične ljuske 38
Slika 26. Raspodjela ukupnog radijalnog pomaka cilindrične ljuske 39
Slika 27. Raspodjela cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske 40
Slika 28. Raspodjela meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske 41
Slika 29. Raspodjela meridijalnog momenta cilindrične ljuske 42
Slika 30. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske 43
Slika 31. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske 44
Slika 32. Raspodjelu ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske 45

Slika 33. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske 46
Slika 34. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske 47
Slika 35. Raspodjelu ekvivalentnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske 47
Slika 36. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba cilindrične ljuske 48
Slika 37. S4 ljuskasti konačni element [10] 51
Slika 38. Osnosimetrični pravokutni element drugog reda [10] 51
Slika 39. Zakrivljeni prstenasti osnosimetrični element [10] 52
Slika 40. Pomicanja međučvorova te način sažimanja čvorova u vrhu pukotine [14] 52
Slika 41. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran S4 elementima 55
Slika 42. Mreže ljuskastih elemenata: a) model s 40 elemenata, b) model sa 60 elemenata, c) model s 150 elementa, d) model s 198 elemenata 56
Slika 43. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm, ... 57
Slika 44. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran CAX8 elementima 58
Slika 45. Mreže diskretizirane CAX8 elemenatima: a) model s 32 elementa, b) model s 52 elementa, c) model s 78 elementa, d) model s 130 elemenata 59
Slika 46. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm, ... 60
Slika 47. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran SAX2 elementima 61
Slika 48. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm, ... 63
Slika 49. Konvergencija radijalnog pomaka za različite elemente 64
Slika 50. Konvergencija cirkularnog naprezanja za različite elemente 64
Slika 51. Raspodjela membranskog radijalnog pomaka duž izvodnica sferne ljuske 65
Slika 52. Rubni uvjeti i opterećenje za model cilindra diskretiziran SAX2 elementima 66
Slika 53. Raspodjela: a) meridijalnih pomaka u mm, b) radijalnih pomaka u mm, c) meridijalnih naprezanja u MPa, d) cirkularnih naprezanja u MPa 67
Slika 54. Shematski prikaz spoja sferne i cilindrične ljuske 68
Slika 55. Geometrija, rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik spremnika 69
Slika 56. Raspodjela: a) radijalnih pomaka u mm, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, e) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa, f) meridijalnih naprezanja s vanjske strane ljuske i unutarnje strane ljuske u MPa, g) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa 71
Slika 57. Raspodjela radijalnog pomaka sferne ljuske 72
Slika 58. Raspodjela radijalnog pomaka cilindrične ljuske 72
Slika 59. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba sferne ljuske 73

Slika 60. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske 74
Slika 61. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba sferne ljuske .. 74
Slika 62. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske..... 75
Slika 63. Raspodjela ekvivaletnog naprezanja duž unutrašnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske 75
Slika 64. Raspodjela ekvivaletnog naprezanja duž unutrašnjeg i vanjskog i ruba cilindrične ljuske..... 76
Slika 65. Shematski prikaz torisferne podnice i cilindra 77
Slika 66. Rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik za model spoja diskretiziran SAX2 elementima - radno opterećenje..... 78
Slika 67. Prikaz raspodjele za radno opterećenje: a) radijalnih pomaka u mm, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, e) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, f) meridijalnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, g) meridijalnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, i) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa..... 80
Slika 68. Raspodjela radijalnog i ukupnog pomaka torisferne ljuske - radno opterećenje 81
Slika 69. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje 81
Slika 70. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje..... 82
Slika 71. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje..... 82
Slika 72. Raspodjela radijalnog pomaka cilindrične ljuske - radno opterećenje..... 83
Slika 73. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje 84
Slika 74. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje 84
Slika 75. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje..... 85
Slika 76. Rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik za model spoja diskretiziran SAX2 elementima - tlačna proba..... 86
Slika 77. Prikaz raspodjele za opterećenje tlačne probe: a) radijalnih pomaka, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, e) meridijalna naprezanja sa vanjske strane u MPa, f) cirkularna naprezanja sa vanjske

strane u MPa, g) meridijalnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, i) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa....88
Slika 78. Raspodjela radijalnog pomaka torisferne ljuske - tlačna proba....89
Slika 79. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba....89
Slika 80. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba....90
Slika 81. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba....90
Slika 82 Raspodjela radijalnog pomaka duž cilindrične ljuske - tlačna proba....91
Slika 83. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba....92
Slika 84. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba....92
Slika 85. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba....93
Slika 86. Otvaranje pukotine pod djelovanjem naprezanja σ po konturi pukotine....95
Slika 87. Odcjepni (I), smični (II) i vijčani (III) način otvaranja pukotine....98
Slika 88. Koordinatni sustav polja naprezanja oko vrha pukotine....98
Slika 89. Geometrija vlačno opterećene beskonačne ploče sa središnjom pukotinom....100
Slika 90. Polje naprezanja za σ_T = 235 MPa u blizini vrha pukotine duljine a = 12 mm za različita vlačna opterećenja ploče....102
Slika 91. Geometrija vlačno opterećene ploče sa središnjom pukotinom....103
Slika 92. Promjena faktora oblika ovisno o duljini pukotine....104
Slika 93. Omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i vlačnog opterećenja ovisno o omjeru duljine pukotine i širine ploče prema empirijskom izrazu iz norme [15]....105
Slika 94. Putanja J-integrala oko vrha pukotine....108
Slika 95. Rubni uvjeti i opterećenje ploče (lijevo) te linija vrha pukotine i vektor smjera širenja pukotine (desno)....110
Slika 96. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [13]....111
Slika 97. Izgled mreža konačnih elemenata korištenih za diskretizaciju vlačno opterećene ploče s: a) 140 elemenata, b) 339 elemenata, c) 674 elemenata....112
Slika 98. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za slučaj linearno elastične analize pri opterećenju σ_y = 200 MPa i duljini pukotine a =12mm....113

Slika 99. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobivenih 2D konačnim elementima 114
Slika 100. Dijagram naprezanje-deformacija za kotlovski čelik P265GH 117
Slika 101. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za slučaj elastoplastične analize pri opterećenju σ_y = 200 MPa i duljini pukotine a = 12mm 118
Slika 102. Usporedba analitičkog i numeričkih rješenja ekvivalentnog naprezanja duž osi x ovisno o materijalnom modelu 119
Slika 103. Prikaz pomaka točke A u smjeru osi y ovisno o tlaku opterećenja prema odabranom materijalnom modelu 119
Slika 104. Analitičko rješenje graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom ovisno o duljini pukotine i širini ploče 121
Slika 105. Prirast duljine pukotine pri različitim opterećenjima u FAD dijagramu 125
Slika 106. Prirast opterećenja za različite duljine pukotina u FAD dijagramu 125
Slika 107. Geometrija i položaj polueliptične pukotine 126
Slika 108. Koeficijent intenzivnosti naprezanja prema [15] 129
Slika 109. Propagacija cirkularne unutarnje polueliptične pukotine kroz debljinu stijenke tlačne posude u FAD dijagramu 131

POPIS TABLICA

Tablica 1. Konstrukcijske značajke spremnika 1
Tablica 2. Ispitne skupine čelika za tlačne posude [1]. 4
Tablica 3. Koeficijent zavarenog spoja [1] 4
Tablica 4. Tehničke karakteristike za proračun konstrukcijskih dijelova spremnika prema normi [1]. 5
Tablica 5. Smjernice za odabir dijagrama 5
Tablica 6. Stanje i karakteristike radnog medija spremnika 6
Tablica 7. Vrijednosti dopuštenog naprezanja materijala korištenog u konstrukciji plašta i podnice zadanog spremnika 7
Tablica 8. Podaci za analitički proračun 13
Tablica 9. Karakteristike mreža S4R i S3 ljuskastih elemenata 56
Tablica 10. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih ljuskastim S4R elementima ovisno o gustoći mreže 57
Tablica 11. Karakteristike mreža CAX8 elemenata 59
Tablica 12. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih CAX8 elementima 61
Tablica 13. Karakteristike mreža diskretizirane SAX2 konačnim elementima 62
Tablica 14. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 konačnim elementima 63
Tablica 15. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 elementima 67
Tablica 16. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 elementima u spoju točka A i u vrhu sfernog dijela spremnika točka B. 71
Tablica 17. Rješenja dobivena SAX2 elementima u spoju i rubnim dijelovima za radno opterećenje 80
Tablica 18. Rješenja dobivena SAX2 elementima u spoju kod opterećenja tlačnom probom. 88
Tablica 19. Karakteristike mreža CPS8 elemenata 112
Tablica 20. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih CPS8 elementima 113
Tablica 21. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja dobiveni numeričkom analizom KI / MPamm 114
Tablica 22. Svojstva materijala kotlovskog čelika P265GH 115
Tablica 23. Konvencionalne karakteristike naprezanje – deformacija kotlovskog čelika P265GH dobivena iz literature [17] 115
Tablica 24. Ukupni dio J integrala (J_{uk}) dobivenog numeričkom analizom u MPa mm 120
Tablica 25. Elastični dio J integrala (J_{el}) dobivenog numeričkom analizom u MPa mm 122

Tablica 26. Plastični dio J integrala (J_{pl}) u MPa mm 122
Tablica 27. Koeficijenti ovisno o omjeru a/t prema [15] 129

POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis	
a	-	duljina središnje pukotine ploče,
b	-	širina ploče,
c_1	-	dodatak za koroziju,
c_2	-	dodatak za dopušteno odstupanje dimenzija,
C_3	-	konstante integracije,
C_4	-	konstante integracije,
D_e	-	vanjski promjer plašta spremnika,
D_i	-	unutarnji promjer podnice,
D	-	fleksijska krutost ljuske,
E	-	Youngov modul elastičnosti,
E	-	zahtijevana debljina stjenke,
e_{c1}	-	debljina stjenke plašta uključujući dodatak,
e_n	-	odabrana debljina stjenke plašta,
e_s	-	zahtjevna debljina stjenke podnice na sfernom djelu,
e_y	-	zahtjevna debljina stjenke podnice na torusnom djelu,
e_b	-	zahtjevna debljina stjenke podnice na prijelazu torusa u sferu,
f	-	proračunska čvrstoća,
f_w	-	funkcija oblika,
G	-	modul smicanja,
h_1	-	bezdimenzijska utjecajna funkcija,
H	-	visina podnice,
h	-	debljina stjenke cilindra i sfere,

J	-	J-integral,
J_p	-	plastični dio J-integrala,
J_{el}	-	elastični dio J-integral,
J_{uk}	-	ukupni J- integral,
K_I	-	koeficijent intenzivnosti naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine,
K_{IC}	-	lomna žilavost materijal,
K_r	-	ordinata FAD dijagrama,
L_c	-	duljina cilindričnog djela plašta spremnika,
L_r	-	apscisa FAD dijagram,
L_u	-	ukupna duljina spremnika,
M_b	-	moment savijanja ploče,
M_0	-	poopćeni moment,
M_ϑ	-	meridijalni moment,
M_φ	-	cirkularni moment,
M_ϑ^c , M_ϑ^s	-	meridijalni moment cilindrične i sferne ljuske,
n	-	Ramberg-Osgoodov eksponent očvršćenja,
N	-	faktor, prema [1],
N_ϑ	-	meridijalna sila,
N_φ	-	cirkularna sila,
$N_{\vartheta m}^c$, $N_{\vartheta m}^s$	-	meridijalna membranska sila cilindrične i sferne ljuske,
$N_{\varphi m}^c$, $N_{\varphi m}^s$	-	cirkularna membranska sila cilindrične i sferne ljuske,
$N_{\varphi f}^c$, $N_{\varphi f}^s$	-	cirkularna savojna sila cilindrične i sferne ljuske ,
$N_{\vartheta f}^c$, $N_{\vartheta f}^s$	-	meridijalna savojna sila cilindrične i sferne ljuske,
n_{eq}	-	periodika promijene tlaka,

P	-	radni tlak,
P	-	proračunski tlak,
P_T	-	ispitni tlak,
P_{max}	-	maksimalni tlak,
Q	-	poprečna sila,
Q_r^s	-	poprečna sila sferne ljuske,
Q_r^c	-	poprečna sila cilindrične ljuske,
Q_0	-	poopćena sila,
r	-	udaljenost od vrha pukotine,
r	-	koordinata u polarnom koordinatnom sustavu,
R_{et}	-	granica razvlačenja,
R_m	-	vlačna čvrstoća,
R	-	unutarnji sferni radijus podnice,
R	-	unutarnji polumjer sfere i cilindra,
R	-	unutarnji torusni radijus podnice,
T	-	radna temperatura,
T	-	proračunska temperatura,
u_r^c , u_r^s	-	radijalni pomak cilindrične i sferne ljuske,
u_{rm}^c , u_{rm}^s	-	membranski radijalni pomak cilindrične i sferne ljuske,
$u_{\vartheta m}^c$, $u_{\vartheta m}^s$	-	membranski meridijalni pomak cilindrične i sferne ljuske,
u_{rf}^c , u_{rf}^s	-	savojni radijalni pomak cilindrične i sferne ljuske,
$u_\vartheta^{A“}$, $u_r^{A“}$	-	meridijalni i radijalni pomak u spoju, prema slici 48,
$u_\vartheta^{B“}$	-	meridijalni pomak u točki B, prema slici 48,
V	-	volumen spremnika,

V_{max}	-	maksimalni volumen,
$w(y)$	-	opće rješenje diferencijane jednadžbe,
$w_h(y)$ i $w_p(y)$	-	homogeno i partikularno rješenje diferencijane jednadžbe,
w_m^s	-	normalni membranski pomak kod sferne ljuske,
X	-	faktor, prema [1],
Y	-	faktor, prema [1],
$Y(a)$	-	Bezdimenzijska funkcija oblika,
Z	-	faktor, prema [1],
Z	-	koeficijent zavarenog spoj,
A	-	Ramberg-Osgoodov parametar materijala,
α_c	-	kut zakreta cilindra,
α_s	-	kut zakreta sfere,
α^{mc}	-	membranski kut zakreta cilindra,
α^{ms}	-	membranski kut zakreta sfere,
α^{fc}	-	savojni kut zakreta cilindra,
α^{fs}	-	savojni kut zakreta sfere,
α_{11}	-	uplivni koeficijent,
β	-	faktor, prema [1],
β_0	-	geometrijsko materijalna značajka ljuske,
$\beta_{0,1}$	-	faktor, prema [1],
$\beta_{0,2}$	-	faktor, prema [1],
γ	-	omjer bezdimenzionalnih utjecajnih funkcija,
ε_t	-	stvarna deformacija,
ϑ	-	kut u polarnom koordinatnom sustavu,

ν	-	poissonov faktor,
τ_{xy}	-	posmično naprezanje,
σ_m	-	membransko naprezanje ploče,
σ_L	-	granično opterećenje,
σ_x	-	naprezanje u smjeru osi *x,*
σ_y	-	naprezanje u smjeru osi *y,*
σ_y	-	naprezanje tećenja,
σ_T	-	naprezanje tećenja materijala,
σ_t	-	stvarno naprezanje,
σ_{ref}	-	referentno naprezanje,
$\sigma_{\vartheta m}^{c}$, $\sigma_{\vartheta m}^{s}$	-	meridijalno membransko naprezanje cilindrične i sferne ljuske,
$\sigma_{\varphi m}^{c}$, $\sigma_{\varphi m}^{s}$	-	cirkularno membransko naprezanje cilindrične i sferne ljuske,
σ_{ϑ}^{c} , σ_{ϑ}^{s}	-	meridijalno naprezanje cilindrične i sferne ljuske,
σ_{φ}^{s} , σ_{φ}^{c}	-	cirkularno naprezanje sferne i cilindrične ljuske,
$\sigma_{\varphi f}^{c}$, $\sigma_{\varphi f}^{s}$	-	cirkularno savojno naprezanje cilindrične i sferne ljuske,
$\sigma_{\vartheta f}^{c}$, $\sigma_{\vartheta f}^{s}$	-	meridijalno savojno naprezanje cilindrične i sferne ljuske,
σ_{ϑ}^{cv} , σ_{ϑ}^{sv}	-	meridijalno naprezanje duž vanjskog ruba cilindrične i sferne ljuske,
σ_{φ}^{cv} , σ_{φ}^{sv}	-	cirkularno naprezanje duž vanjskog ruba cilindrične i sferne ljuske,
σ_{ekv}^{cv} , σ_{ekv}^{sv}	-	ekvivalentno naprezanje duž vanjskog ruba cilindrične i sferne ljuske,
σ_{ϑ}^{cu} , σ_{ϑ}^{su}	-	meridijalno naprezanje duž unutarnjeg ruba cilindrične i sferne ljuske,

σ_{φ}^{cu} , σ_{φ}^{su}	-	cirkularno naprezanje duž unutarnjeg ruba cilindrične i sferne ljuske,
σ_{ekv}^{su} , σ_{ekv}^{cu}	-	ekvivalentno naprezanje duž unutarnjeg ruba sferne i cilindrične ljuske,
$\sigma_{\vartheta}^{A"}$ $\sigma_{\varphi}^{A"}$ $\sigma_{ekv}^{A"}$	-	meridijalno, cirkularno i ekvivalentno naprezanje u spoju,

SAŽETAK

U radu je prikazana linearna analiza naprezanja u okolini spoja strukturnih elemenata cilindričnog plašta i torisferne podnice spremnika zraka. Analiza je napravljena prema postojećem konstrukcijskom rješenju vertikalnog spremnika za skladištenje zraka sniženog tlaka. Također je prema postojećem konstrukcijskom rješenju prikazan postupak određivanja tehničkih parametara na osnovu kojih se pristupa proračunu čvrstoće prema normi. Proračunom prema normi odredili smo potrebne debljine strukturnih elemenata plašta i podnice spremnika. Nakon toga su navedeni strukturni elementi analizirani analitičkim pristupom. Kako bi izbjegli složeni analitički proračun geometriju torisferne podnice postojećeg spremnika zamijenili smo sfernom podnicom. Analitičkim proračunom spremnika sa sfernom podnicom dobili smo uvid u stvarno stanje naprezanja i deformacija u okolini spoja strukturnih elemenata. Tako dobivene vrijednosti korištene su kao predložak za verifikaciju konačnih elemenata koji su zatim korišteni prilikom numeričke analize. Osim u svrhu verifikacije uz pomoć analitičkog proračuna vidjeli smo i kakve sve vrijednosti i vrste naprezanja djeluju u spoju i okolini spoja navedenih konstrukcijskih elemenata. Numerička analiza započela je ispitivanjem konvergencije za tri različita konačna elementa na jednostavnim primjerima. Nakon izvršene verifikacije konačnih elemenata provedena je linearna numerička analiza naprezanja u okolini spoja realne torisferne podnice i cilindričnog plašta zadanog spremnika. Numerička analiza provedena je za slučaj radnog opterećenja i opterećenja tlačne probe. U završnom djelu rada uz pomoć parametara mehanike loma analizirane su pukotine u tankoj membranski opterećenoj ploči. Na tankoj membranski opterećenoj ploči prikazano je ravninsko stanje naprezanja slično onome kakvo se nalazi u membranski opterećenim dijelovima spremnika. U radu je provedena linearna analiza polja naprezanja u okolini vrha pukotine tanke ploče beskonačne širine i ploče konačne širine. Te je zatim uz pomoć numerički određenih parametra mehanike loma izvršena procjena cjelovitosti ploče konačne širine s obzirom na duljinu pukotine i veličinu nametnutog membranskog opterećenja. Pritom je u obzir uzet materijal koji se koristi kod izrade zadanog tlačnog spremnika zraka. Budući se radi o duktilnom materijalu izvršena je dvoparametarska analiza koja u obzir uzima kriterije krhkog loma i plastičnog kolapsa. U završnom djelu rada napravljena je procjena cjelovitosti posude pod tlakom prema preporukama norme. Procjena cjelovitosti određena je s obzirom na propagaciju cirkularne unutarnje polueliptične pukotine kroz debljinu stjenke tlačne posude.

Ključne riječi: posuda pod tlakom, norme, ljuskaste konstrukcije, metoda konačnih elemenata, mehanika loma, procjena cjelovitosti posude pod tlakom.

SUMMARY

Subject of this thesis is linear analysis of the stresses around the joint two structural elements the cylindrical shell and the torispherical dished ends of the air pressure vessel. The analysis was made according to the existing design of the vertical pressure vessel for low pressure air storage. According to the existing design solution, the procedure for determining the technical parameters on the proposed standard is presented. By calculation according to the standard, we determined the required thicknesses of structural elements. After that, the listed structural elements were analyzed with an analytical approach. In order to avoid a complex analytical calculation, the geometry of the torispherical dished ends of the existing pressure vessels was replaced by a spherical dished ends. Analytical calculation of spherical dished ends gave us an insight into the real state of stress and deformations around of joint, whose values we later used as a template for verification of finite elements in numerical analysis. Except for the purpose of verification with the support of analytical calculations, we also saw what the values are and what types of stresses and internal forces are acting around the joint of the mentioned structural elements. The numerical analysis started with a convergence test for three different type of finite elements on simple examples. After the verification of the finite elements, a linear numerical analysis of the stresses around the joint of the torispherical dished ends and the cylindrical shell was carried out. Numerical analysis was performed in the case of work load and pressure test load. In the part of this thesis, cracks in a thin membrane stresses loaded plate were analyzed with the help of fracture mechanics parameters. In the paper, a linear analysis of the stresses field around the crack front of infinite and finite thin plate was performed. Then, with the help of the fracture mechanics parameter, the integrity of the finite-width plate was estimated with respect to the length of the crack and the size of the imposed membrane stress load. In the final part of this thesis, an assessment of the integrity of the pressure vessel was made according to the recommendations of the standard. The integrity assessment is determined by the propagation of the circular inner semi-elliptical crack through the thickness of the pressure vessel shell in according the imposed load.

Key words: pressure vessel, European standard, shell structures, finite element method, fracture mechanics, structural integrity assessment of pressure vessel.

1. UVOD

U ovom radu analiziran je spremnik stlačenog zraka namijenjen je za potrebe strojarnice putničkog broda s dizel-motornim porivom. U strojarnici broda pored cjevovoda visokog tlaka, potreban je i zrak sniženog tlaka u svrhu rada pneumatskih alata i uređaja koji služe za potrebe čišćenja, propuhivanja, brodske sirene itd. Zrak za ove svrhe (tlaka od 0,6-0,7 MPa) može se osigurati preko redukcijskih stanica zraka ili posebnim kompresorom sa spremnikom stlačenog zraka namijenjenim izričito za ovu svrhu. Prema projektnom zahtjevu spremnik je konstruiran u skladu sa tehničkim specifikacijama Europske norme (eng. *European Standard*) EN 13345 [1]. Spremnik stlačenog zraka spada u opremu pod tlakom te kao takav podliježe pravilniku o tlačnoj opremi (»Narodne novine«, br. 158/2003) [2]. Pravilnikom su određeni zahtjevi za njegovo konstruiranje, proizvodnju i ocjenu sukladnosti. Kako bi se pristupilo proračunu spremnika prema normi potrebno je poštivati zahtjeve pravilnika [3] uzimajući u obzir sve odgovarajuće faktore kako bi se osigurala sigurnost tlačne opreme za vrijeme njezina vijeka trajanja.

1.1. Konstrukcijske značajke spremnika

Konstrukcijske značajke zadanog spremnika za provedbu proračuna strukturnih elemenata prema normi [1] prikazane su tablicom 1.

Tablica 1. Konstrukcijske značajke spremnika

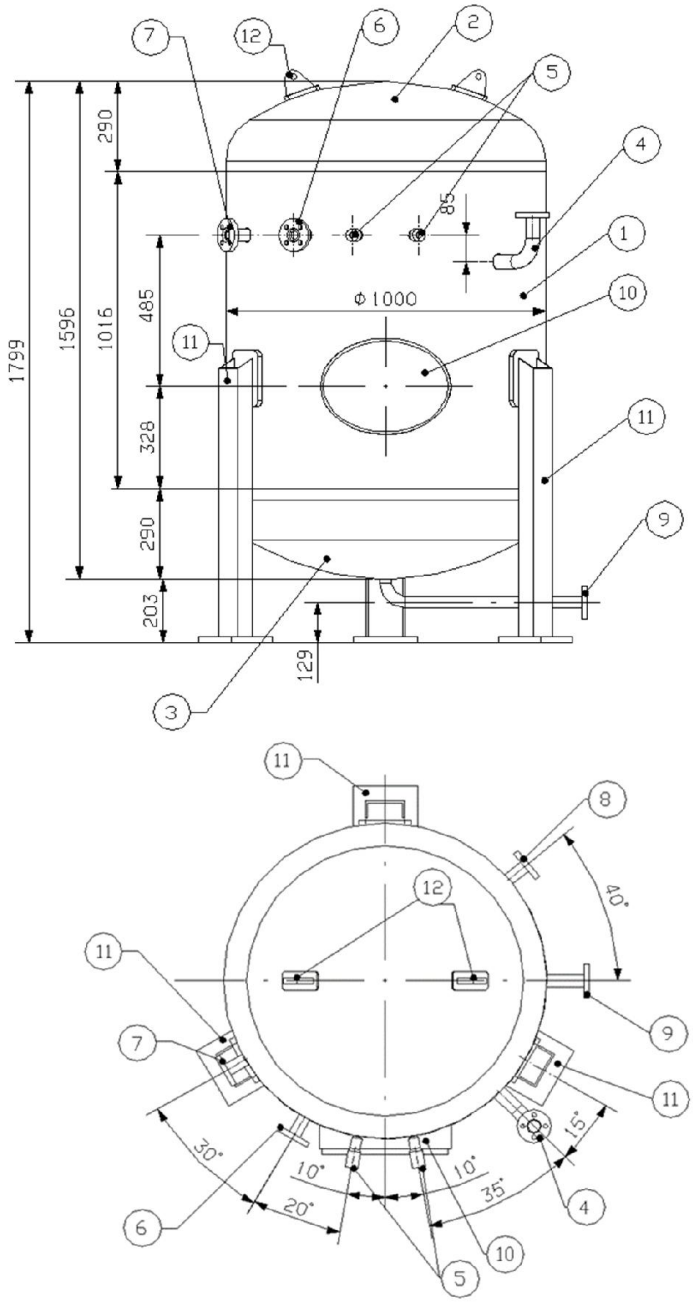
Vanjski promjer plašta:	D_e = 1000 mm
Duljina cilindričnog plašta:	L_c = 10150 mm
Ukupna duljina:	L_u = 1799 mm
Volumen:	V = 1 m^3
Masa prazne posude:	485 kg
Masa posude kod tlačne probe:	1485 kg
Visina podnica:	h = 290 mm
Oslanjanje spremnika:	nogare 3
Radni tlak:	p = 0,9 MPa
Radna temperatura maksimalno:	T = 50 °C
Radni medij:	Zrak
Mogućnosti pojave vakuuma:	nema
Periodika promijene tlaka:	$n_{eq} \leq 500$

Osim konstrukcijskih značajki također se prema uputama u tehničkim normama i propisima definira sva potrebna armaturu koja služi u svrhu funkcionalnosti i sigurnosti spremnika. Tu

spadaju sigurnosni uređaji i pribor, kontrolni instrumenti, revizijski otvori, priključci za ulaz/izlaz zraka, priključak za drenažu i odzračivanje. Također se definira i način ugradnje spremnika, tip oslonaca spremnika, te se kroz analizu rizika navede postojanje određenih opasnosti koje mogu ugroziti ljude i okolinu tijekom eksploatacije spremnika.

1.2. Opis zadanog spremnika

Dimenzije spremnika i položaji njegovih priključaka prikazani su slikom 1.



Slika 1. Tlačni spremnik zraka volumena 1 m^3

Spremnik zraka posuda je cilindričnog oblika vanjskog promjera D_e = 1000 mm i volumena zraka V = 1 m^3. Posuda je namijenjena za rad na temperaturama do T = 50 ^{0}C pri maksimalno radnom tlaku od p = 0,9 MPa i ispitnom tlaku p_T = 1,3 MPa. Spremnik se sastoji od cilindričnog plašta i dvije podnice postavljene u vertikalni položaj. Spremnik je oslonjen na tri oslonca direktno zavarenih na plašt posude. Posuda sadrži revizijski otvor, priključak za ulaz i izlaz fluida, priključak za ispust na dnu posude, priključak sigurnosnog ventila, priključak za pjeskarenje te priključke za mjerni instrument i regulaciju rada. Spremnik je izrađen od čelika oznake: P265GH i konstruiran prema smjernicama iz Europske norme (eng. *European Standard*) EN13445:2009 [1].

1.3. Tehničke karakteristike spremnika

Prema konstrukcijskim značajkama spremnika definirani su tehnički parametri koje zahtjeva pravilnik [3] kako bi se izvršio proračun čvrstoće spremnika prema normi [1].

1.3.1. Tehnički parametri za proračun čvrstoće prema normi

Tehnički parametri za proračun čvrstoće zadanog spremnika prema normi [1] su:

- proračunska temperatura,
- proračunski tlak,
- ispitni tlak,
- dodatak na koroziju,
- dodatak na odstupanje dimenzija materijala.

Također osim navedenih tehničkih parametra potrebno je odrediti skupinu ne-razornih ispitivanja zavarenih spojeva prema (Tablica 6.6.1-1 Ispitne skupine za čelične posude pod tlakom) [1]. Tablicom 2. prikazane su ispitne skupine čelika za tlačne posude [1].

Kao što se vidi iz tablice 2. ispitne grupe ne-razornih spojeva određuju se na osnovu:

- definirane skupine materijala prema (Tablica A.2-1 Europske standardizirane grupe materijala) [4],
- debljine materijala,
- postupka zavarivanja,
- radne temperature.

Tablica 2. Ispitne skupine čelika za tlačne posude [1].

Zahtjevi	Grupe testiranja[a]						
	1		2		3		4
	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4 [b,j]
Dopušteni materijali[g]	1 do 10	1.1, 1.2, 8.1	8.2, 9.1,9.2, 9.3, 10	1.1, 1.2, 8.1	8.2, 9.1, 9.2, 10	1.1, 1.2, 8.1	1.1, 8.1
Raspon KBR glavnih zavara e,h	100%	100%	100% - 10%[d]	100% - 10%[d]	25%	10%	0%
KBR ostalih zavara	Prema tablici 6.6.2 - 1 [1]						
Koeficijent zavara	1	1	1	1	0,85	0,85	0,7
Maksimalna dozvoljena debljina materijala	Neograničena [f]	Neograničena [f]	30 mm za grupe 9.1, 9.2 16 mm za grupe 9.3, 8.2 i , 10	50 mm za grupe 1.1, 8.1 30 mm za grupu 1.2	30 mm za grupe 9.2, 9.1 16 mm za grupe 8.2, 10	50 mm za grupe 1.1, 8.1 30 mm za grupu 1.2	12 mm za grupe 1.1, 8.1
Postupak zavarivanja	Svi [f]	Svi [f]	Automatski proces zavarivanja [c]		Svi [f]	Svi [f]	Svi [f]
Radna temperatura	Neograničena [f]	Neograničena [f]	Neograničena [f]	Neograničena [f]	Neograničena [f]	Neograničena [f]	Ograničena na (-10 to +200) °C za grupu 1.1 (-50 to+300) °C za grupu 8.1

[a] Sve skupine za ispitivanje zahtijevaju 100% vizualnu kontrolu
[b] Testna skupina 4 primjenjuje se samo za:
- Tekućine iz skupine 2; i - Ps <20 bar; i
- Ps·V ≤ 20 000 bar · L iznad 100 ° C;
ili - Ps V ≤ 50 000 bar · L ako je temperatura jednaka ili manja od 100 ° C;
- Maksimalni broj najvećih dopuštenih dinamičkih ciklusa manji od 500;
- Niža razina nominalnog konstrukcijskog naprezanja (vidi EN 13445-3: 2009).
[c] Potpuno mehanizirani i / ili automatski proces zavarivanja (vidi EN 1418: 1997).
[d] Prva vrijednost za prvo ispitivanje, a druga vrijednost za ostala ispitivanja ukoliko prvo ispitivanje zadovoljava
[e] Pojedinosti o testiranju dane su u tablici 13
[f] Neograničeno znači da nema dodatnih ograničenja zbog testiranja. Ograničenja navedena u tablici su ograničenja nametnuta uslijed testiranje.
[g] Vidi EN 13445-2: 2009 za dopuštene materijale.
[h] Postotak se odnosi na postotak zavara svake pojedine posude
[i] Dopušteno je 30 mm za materijal skupine 8.2 ako se koristi dodatni materijal koji sadrži delta ferit
[j] Ograničeno na jednostruke posude i jednu skupinu materijala.

Zatim se prema navedenim parametarima odredi koeficijent zavarenog spoja prema (Tablica 5.6-1 Koeficijenti zavarenog spoja) [1]. Tablicom 3. prikazane su vrijednosti koeficijenta zavarenog spoja prema određenoj skupini testiranja.

Tablica 3. Koeficijent zavarenog spoja [1]

Koeficijent zavarenog spoja	1	0,85	0,7
Skupina testiranja	1,2	3	4

Tehničke karakteristike za proračun konstrukcijskih dijelova spremnika prema normi [1] prikazani su tablicom 4.

Tablica 4. Tehničke karakteristike za proračun konstrukcijskih dijelova spremnika prema normi [1].

Proračunska temperatura:	$T = 50^0$C
Proračunski tlak:	p = 0,9 MPa
Ispitni tlak:	p_T = 1,35 MPa
Dodatak na koroziju:	c_1 = 1 mm
Dopušteno odstupanje dimenzija:	c_2 = 0,3 mm
Koeficijent zavarenog spoja:	z = 0,85
Grupa testiranja:	3b

1.3.2. Određivanje vrste i kategorije posude pod tlakom prema pravilniku o tlačnoj opremi

Kategorija posude pod tlakom određena je prema Pravilniku o tlačnoj opremi [3], prema:

- vrsti tlačne opreme (posude, generatori pare, cjevovodi, tlačna i sigurnosna oprema),
- karakteristikama radnog medija koji je podijeljen u dvije grupe:

  Grupa 1: eksplozivni, zapaljivi, toksični, oksidirajući,

  Grupa 2: svi drugi uključujući vodenu paru,
- volumenu V(l) i radnom tlaku PS (bara),
- akumuliranoj energiji $PS \cdot V$ u (bar·l),
- pomoću dijagrama danih u smjernici zbirke naputaka o tlačnoj opremi [5].

Smjernice za odabir dijagrama prema kojem se određuje kategorija opreme pod tlakom prikazane su tablicom 5.

Tablica 5. Smjernice za odabir dijagrama

Vrsta	Posude				Generatori pare	Cjevovodi			
Stanje radnog medija	Plin		Kapljevina			Plin		Kapljevina	
Karakteristike radnog medija	Grupa					Grupa			
	1	2	1	2		1	2	1	2
Dijagram	1	2	3	4	5	6	7	8	9

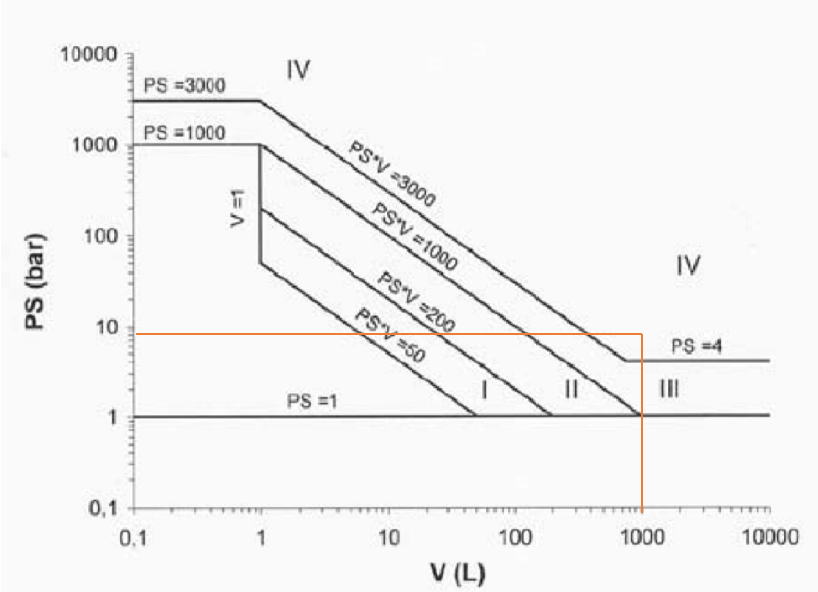
Spremnik stlačenog zraka sadrži plin koji spada u fluide Grupe 2 te je volumena većeg od 1l (litra) i umnoška PS i V većeg od 50 bar·l što ga svrstava u opremu pod tlakom prema PED

(eng. *Pressure Equipment Directive*) direktivi. Stanje i karakteristike radnog medija spremnika stlačenog zraka prikazane su tablicom 6.

Tablica 6. Stanje i karakteristike radnog medija spremnika

Pravilnik o tlačnoj opremi	PED [6]
Vrsta tlačne opreme:	Posude
Stanje radnog medija	Plin
Grupa fluida:	2
Maksimalni tlak:	P_{max} = 0,9 MPa (9 bara)
Maksimalni volumen:	V_{max} = 1000 l
Akumulirana energija:	$P_{max} \cdot V_{max}$ = 9000
Kategorija:	IV

Na osnovu navedenih parametara odabran je dijagrama 2. na slici 2. (Dijagrami 1, 2, ...9) [5] iz kojeg se odredi kategorija spremnika.



Slika 2. Dijagram 2 (Posude za plinove grupe 1) [5]

Kao što se može vidjeti prema slici 2. spremnik stlačenog zraka $V = 1\ m^3$ spada u IV kategoriju opreme pod tlakom. Prema Pravilniku o tlačnoj opremi kategorija I predstavlja najniži, a kategorija IV najviši stupanj opasnosti.

1.3.3. Opis materijala

Materijal P265GH je ugljični čelik namijenjen za gradnju posuda pod tlakom tehnologijom zavarivanja, a kod kojih je bitna otpornost na pojavu pukotina u materijalu. Prije svega se koristi za proizvodnju parnih kotlova, posuda pod tlakom te cijevi za transport tekućine visoke temperature. Pogodan je za hladno i toplo oblikovanje. Kao poluproizvod isporučuje se u obliku

ploča [7]. Tablica 7. prikazuje grupu odabranog materijala te njegove mehaničke karakteristike prema (Tablica A.2-1 Europske standardizirane grupe materijala s obzirom na oblik proizvoda) [4].

Tablica 7. Vrijednosti dopuštenog naprezanja materijala korištenog u konstrukciji plašta i podnice zadanog spremnika

Specifikacija EN:	Grupa:	Broj:	Debljina mm:	Vlačna čvrstoća MPa:	Granica tečenja MPa:	Granica tečenja pri projektnoj temperaturi (50°C) MPa:	Najveće dopušteno naprezanje (50°C) MPa:
P265GH	1.1	1.0425	<16	410-570	265	256	170,67

2. PRORAČUN PLAŠTA I PODNICE ZADANOG SPREMNIKA PREMA NORMI

Prema tehničkim parametrima te zahtjevima pravilnika pristupa se proračunu čvrstoće strukturnih dijelova spremnika putem norme [1]. Naprezanje na granici tečenja i vlačna čvrstoća osnovne su značajke materijala koje se uz faktor sigurnosti koriste kod konzervativnog pristupa proračunu putem norme. Proračunom putem norme dobiju se minimalne debljine strukturnih elemenata koje bi trebale zadovoljiti zahtjevima sigurnosti u službi zadanog spremnika.

2.1. Proračun debljine stjenke cilindričnog plašta prema normi

Prema (7.4.2) [1] minimalna debljina stjenke cilindričnog plašta računa se prema izrazu:

$$e = \frac{p \cdot D_e}{2 \cdot f \cdot z + p} \ , \tag{1}$$

gdje su:

$p = 0{,}9$ MPa	-	proračunski tlak, iz tablice 4,
$D_e = 1000$ mm	-	vanjski promjer plašta, iz tablice 2,
$z = 0{,}85$	-	faktor zavarenog spoja prema (Tablica 5.6-1) [1],
$f = 170{,}67$ N/mm^2	-	proračunska čvrstoća prema izrazu 4.

Prema (6.2.1) [1] proračunska čvrstoća (nominalno projektno opterećenje) računa se prema izrazu:

$$f = \min\left(\frac{R_{et}}{1{,}5}; \frac{R_m}{2{,}4}\right), \tag{2}$$

gdje su:

R_{et} - granica razvlačenja pri 50^0C, iz tablice 7,

R_m - min. vrijednost vlačne čvrstoće pri 20^0C iz tablice 7.

Nominalno projektno naprezanje u osnovnom dijelu iznosi:

$$f = \min\left(\frac{256}{1{,}5} = 170{,}67 \text{ N/mm}^2 \ ; \ \frac{410}{2{,}4} = 170{,}83 \text{ N/mm}^2\right) , \tag{3}$$

$$f = 170{,}67 \ \text{N/mm}^2 . \tag{4}$$

Minimalna debljina stjenke plašta bez dodataka na koroziju je:

$$e = \frac{0{,}9 \cdot 1000}{2 \cdot 170{,}67 \cdot 0{,}85 + 0{,}9} = 3{,}09 \text{ mm.} \quad (5)$$

Debljina stjenke plašta uključujući dodatak c_1:

$$e_{c1} = e + c_1 = 4{,}09 \text{ mm.} \quad (6)$$

Odabrana debljina stjenke plašta:

$$e_n = 8 \text{ mm.} \quad (7)$$

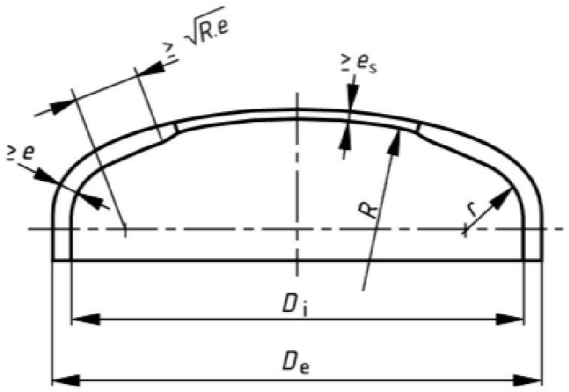
Debljina stjenke uključujući dodatak c_2:

$$e_{min} = e_n - c_2, \quad (8)$$

$$e_{min} = 8 - 0{,}3 = 7{,}7 \text{ mm.} \quad (9)$$

2.2. Proračun debljine stjenke torisferne podnice prema normi

Slika 3. prikazuje geometrijske karakteristike torisferne podnice prema [1].



Slika 3. Geometrijske karakteristike torisferne podnice (7.5-3) [1]

Uvjeti za proračun debljine stjenke torisferne podnice (7.5.3.1) [1]:

- $r \leq 0{,}2D_i$,
- $r \geq 0{,}06D_i$,
- $r \geq 2e$,

- $e \leq 0{,}08 D_i$,
- $R \leq D_e$.

gdje su:

$D_e = 1000$ mm	-	vanjski promjer plašta, iz tablice 2,
$D_i = 984$ mm	-	unutarnji promjer podnice,
$r = 155$ mm	-	unutarnji torusni radijus podnice,
$R = 800$ mm	-	unutarnji sferni radijus podnice,
$e = 8$ mm	-	zahtijevana debljina stjenke podnice.

Proračunom prema normi [1] minimalna odabran debljina stjenke podnice (e) treba biti veća od minimalne proračunate debljine stjenke u sfernom (e_s), torusnom (e_y) i u djelu prijelaza torusa u sferu podnice (e_b).

Prema (7.5-1) [1] minimalna debljina stjenke podnice na sfernom dijelu se računa prema izrazu:

$$e_s = \frac{P \cdot R}{2 \cdot f \cdot z - 0{,}5 \cdot P} \ . \tag{10}$$

Minimalna debljina stjenke bez dodatka za koroziju je:

$$e_s = \frac{0{,}9 \cdot 800}{2 \cdot 170{,}67 \cdot 0{,}85 - 0{,}5 \cdot 0{,}9} = 2{,}49 \text{ mm}. \tag{11}$$

Debljina stjenke podnice uključujući dodatak c_1:

$$e = e_s + c_1 = 2{,}49 + 1 = 3{,}49 \text{ mm}. \tag{12}$$

Prema (7.5-2) [1] minimalna debljina stjenke podnice na dijelu torusa se računa prema izrazu:

$$e_y = \frac{\beta \cdot P(0{,}75 \cdot R + 0{,}2 \cdot D_i)}{f} \ , \tag{13}$$

gdje su:

β - koeficijent oblika podnice.

Da bi odredili β potrebno je odrediti faktor X prema izrazu:

$$X = \frac{r}{D_i} = \frac{155}{984} = 0{,}157. \tag{14}$$

Prema (7.5-16) [1] zbog uvjeta $0{,}1 < X < 0{,}2$ koristimo izraz:

$$\beta = 10 \cdot \left[(0{,}2 - X) \cdot \beta_{0,1} + (X - 0{,}1) \cdot \beta_{0,2}\right], \tag{15}$$

gdje se konstanta $\beta_{0,1}$ i $\beta_{0,2}$ računaju prema izrazu:

$$\beta_{0,1} = N \cdot \left(-0{,}1833 \cdot Z^3 + 1{,}0383 \cdot Z^2 - 1{,}2943 \cdot Z + 0{,}837\right), \tag{16}$$

$$\beta_{0,2} = 0{,}95 \cdot \left(0{,}56 - 1{,}94 \cdot Y - 82{,}5 \cdot Y^2\right). \tag{17}$$

Y – faktor se računa prema izrazu:

$$Y = \frac{e}{R} = \frac{3{,}49}{800} = 0{,}00436. \tag{18}$$

N – faktor se računa prema izrazu:

$$N = 1{,}006 - \frac{1}{6{,}2 + (90 \cdot Y)^2} = 1{,}006 - \frac{1}{6{,}353} = 0{,}8486. \tag{19}$$

Z – faktor se računa prema izrazu:

$$Z = \log\left(\frac{1}{Y}\right) = \log\left(\frac{1}{0{,}00436}\right) = 2{,}36. \tag{20}$$

Nakon uvrštavanja dobijemo:

$$\beta_{0,1} = 0{,}8486 \cdot (-2{,}4 + 5{,}783 - 3{,}05 + 0{,}837) = 1{,}17, \tag{21}$$

$$\beta_{0,2} = 0{,}95 \cdot (0{,}56 - 0{,}00846 - 0{,}00157) = 0{,}52\ , \tag{22}$$

$$\beta = 10 \cdot [(0{,}2 - 0{,}157) \cdot 1{,}17 + (0{,}157 - 0{,}1) \cdot 0{,}52] = 0{,}8. \tag{23}$$

Minimalna debljina stjenke na djelu torusa bez dodataka na koroziju je:

$$e_y = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}9(0{,}75 \cdot 800 + 0{,}2 \cdot 984)}{170{,}67} = 3{,}36 \text{ mm}. \tag{24}$$

Debljina stjenke podnice uključujući dodatak c_1:

$$e = e_y + c_1 = 3{,}36 + 1 = 4{,}36 \text{ mm}. \tag{25}$$

Prema (7.5-3) [1] minimalna debljina stjenke podnice na prijelazu torusa u sferu računa se prema izrazu:

$$e_{\mathrm{b}} = (0{,}75 \cdot R + 0{,}2 \cdot D_{\mathrm{i}}) \cdot \left[\frac{P}{111 \cdot f} \cdot \left(\frac{D_{\mathrm{i}}}{r} \right)^{0{,}825} \right]^{\left(\frac{1}{1{,}5}\right)} . \quad (26)$$

Minimalna debljina stjenke na prijelazu torusa u sferu bez dodataka na koroziju je :

$$e_{\mathrm{b}} = (0{,}75 \cdot 800 + 0{,}2 \cdot 984) \cdot \left[\frac{0{,}9}{111 \cdot 170{,}67} \cdot \left(\frac{984}{155} \right)^{0{,}825} \right]^{\left(\frac{1}{1{,}5}\right)} , \quad (27)$$

$$e_{\mathrm{b}} = 796{,}8 \cdot [0{,}0000475 \cdot 4{,}594]^{(0{,}666)} = 2{,}9 \text{ mm}. \quad (28)$$

Odabrana debljina stjenke podnice iznosi:

$$e_{\mathrm{n}} = 8 \text{ mm}. \quad (29)$$

Debljina stjenke podnice uključujući dodatak c_2:

$$e_{\mathrm{min}} = e_{\mathrm{n}} - c_2, \quad (30)$$

$$e_{\mathrm{min}} = 8 - 0{,}3 = 7{,}7 \text{ mm}. \quad (33)$$

3. ANALITIČKI PRORAČUN

Budući da proračun putem norme ne prikazuje stvarno stanje raspodijele naprezanja duž strukturnih elemenata spremnika proveden je analitički proračun čvrstoće. Kako su analitički izrazi strogo ograničeni na jednostavne geometrije i rubne uvjete vrlo ih je komplicirano primijeniti za realne konstrukcije koje imaju kompleksnu geometriju kao što je slučaj zadanog spremnika zraka. Proveden analitički proračun pojednostavljene geometrije iskoristili smo za verifikaciju konačnih elemenata koje smo zatim koristili u numeričkoj analizi spoja cilindričnog plašta i torisferne podnice zadanog spremnika.

3.1. Podaci za analitički proračun

Kako bi dobili uvid u stvarno stanje naprezanja strukturnih elemenata cilindričnog plašta i sferne podnice provedena je analitička linearna analiza u okviru teorije tankostijenih osno-simetričnih ljuski. Za provedbu analitičkog proračuna čvrstoće uveli smo osnovne pretpostavke i ograničenja koja određuju da je ljuska tanka odnosno da normale na srednju plohu u toku deformiranja ostaju ravne i okomite na elastičnu plohu te da u ljusci vlada približno ravninsko stanje naprezanja. Također napravljeno je pojednostavljenje u geometriji podnice gdje smo torisfernu podnicu zamijenili idealnom sfernom ljuskom kako bi izbjegli složeni analitički proračun sa torisfernom podnicom. U prvom dijelu linearne analize razmatrali smo zasebno membranska naprezanja u sferi i membranska naprezanja u cilindru koji su opterećeni unutarnjim tlakom. Nakon što smo dobili rezultate membranskih stanja sila i naprezanja provedena je linearna analiza naprezanja od savijanja kao posljedica diskontinuiteta geometrije u okolini spoja cilindra i sfere. Zatim su tako dobivene membranske i savojne komponente metodom superpozicije međusobno zbrojena što je rezultiralo realnom stanju naprezanja u okolini spoja cilindra i sfere.

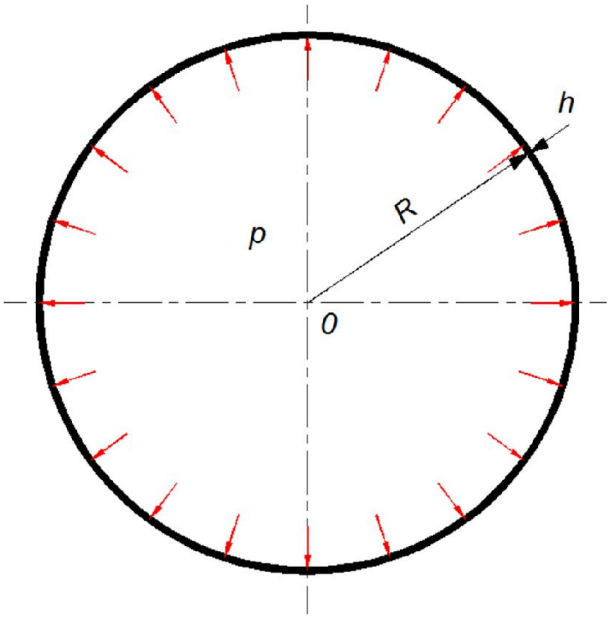
Tablicom 8. prikazani su podaci za provedbu analitičke linearne analize plašta i podnice spremnika u okviru teorije tankostijenih osno-simetričnih ljuski.

Tablica 8. Podaci za analitički proračun

Unutarnji polumjer sfere i cilindra:	R = 496 mm
Debljina stjenke cilindra i sfere:	h = 8 mm
Unutarnje opterećenje cilindra i sfere:	p = 0,9 MPa
Youngov modul elastičnosti:	E = 210000 MPa
Poissonov faktor:	ν = 0,3

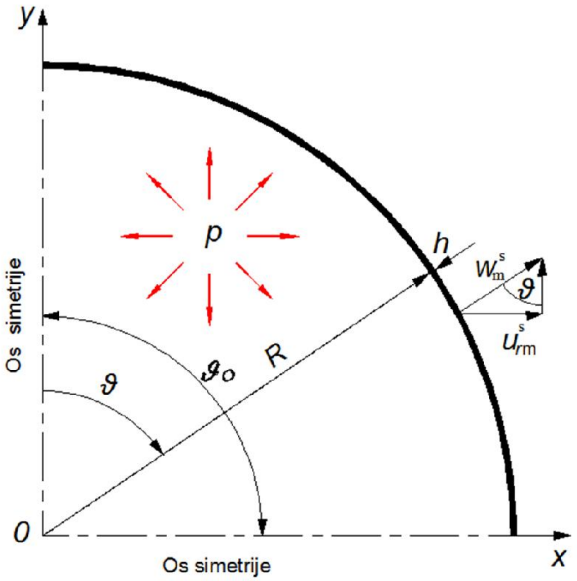
3.2. Membransko stanje u sfernoj ljusci

Zadatak je odrediti raspodjelu normalnog pomaka sferne ljuske polumjera *R* i debljine stjenke *h* opterećene unutarnjim tlakom *p* prema slici 4. i prema podacima za proračun u tablici 8.



Slika 4.Sferna ljuska

Kako bi iskoristili rubne uvjete simetrije analiziramo 1/4 proračunskog modela kao što je prikazano slikom 5.



Slika 5. Membransko stanje naprezanja sferne ljuske

Slikom 5. prikazani su rubni uvjeti i geometrija sferne ljuske opterećene unutarnjim tlakom. Na slici su također prikazani vektori pomaka uslijed membranskog opterećenja koji su usmjereni u smjeru normale na srednju plohu ljuske $w_{\mathrm{m}}^{\mathrm{s}}$ te vektor pomaka $u_{r\mathrm{m}}^{\mathrm{s}}$ projiciran u smjeru osi x.

Prema [8] izrazi za meridijalnu i cirkularnu silu kod sferne ljuske su jednak:

$$N_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = N_{\varphi\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \frac{p \cdot R}{2}. \tag{34}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza (34) je jednak:

$$N_{\vartheta\mathrm{m}}^{s} = N_{\varphi\mathrm{m}}^{s} = 223{,}2 \text{ N/mm}.$$

Prema [8] izraz za normalni pomak kod membranski opterećene sferne ljuske iznosi:

$$w_{\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \frac{R}{E \cdot h}\left(N_{\vartheta\mathrm{m}} - \nu \cdot N_{\varphi\mathrm{m}}\right). \tag{35}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza (35) iznosi:

$$w_{\mathrm{m}}^{s} = 0{,}046 \text{ mm}. \tag{36}$$

Prema [8] izrazi za meridijalno i cirkularno membransko naprezanje sferne ljuske je jednak:

$$\sigma_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \sigma_{\varphi\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \frac{N_{\vartheta\mathrm{m},\varphi\mathrm{m}}^{\mathrm{s}}}{h}, \tag{37}$$

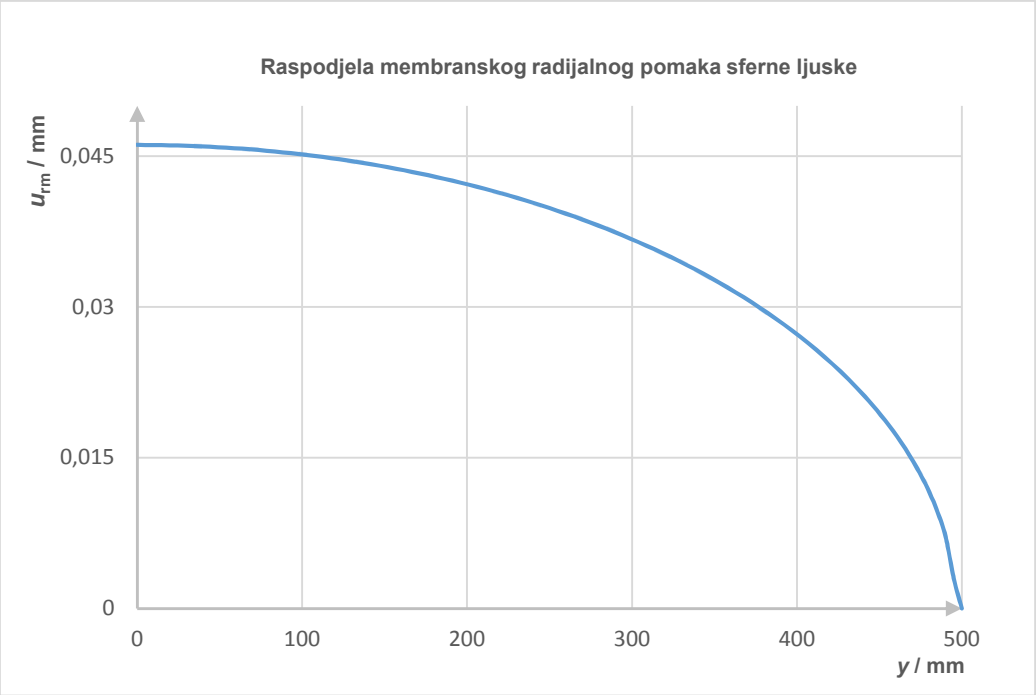
Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$\sigma_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \sigma_{\varphi\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = 27{,}9 \text{ N/mm}^2. \tag{38}$$

Prema [8] izrazi za raspodjelu radijalnog pomaka kod membranski opterećene sferne ljuske je jednak:

$$u_{r\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \sin(\vartheta) \cdot \mathrm{w}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} = \frac{R \cdot \sin(\vartheta)}{E \cdot h}\left(N_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{s}} - \nu \cdot N_{\varphi\mathrm{m}}^{\mathrm{s}}\right). \tag{39}$$

Slikom 6. prikazana je raspodjela radijalnog pomaka duž osi y uslijed membranskog opterećenja sferne ljuske.



Slika 6. Raspodjela radijalnog pomaka duž osi y sferne ljuske

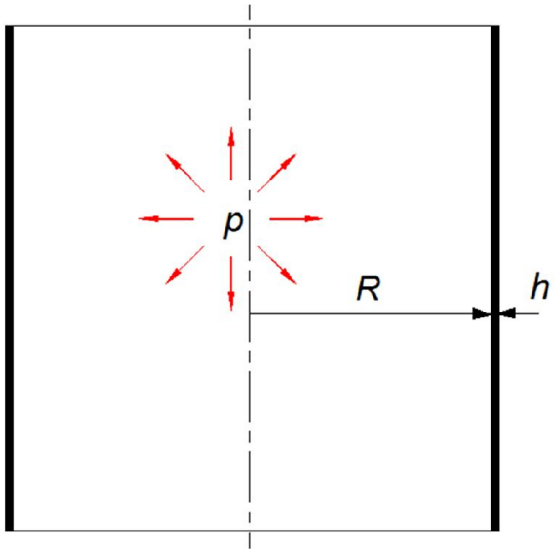
Kao što je prikazano slikom 6. maksimalni radijalni pomak je za kut $\vartheta = 90°$ prema izrazu (39) jednakog iznosa kao i normalni membranski pomak dobiven prema izrazu (36).

Za $\vartheta = 90°$ slijedi:

$$u_{rm}^{s} = w_{m}^{s} = 0{,}046 \text{ mm} . \tag{40}$$

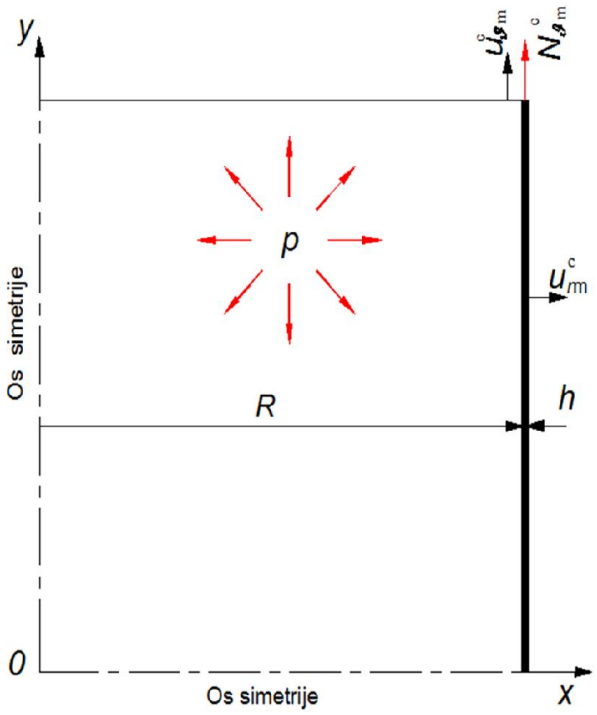
3.3. Membransko stanje u cilindričnoj ljusci

Zadatak je odrediti raspodjelu meridijalnog i radijalnog pomaka cilindrične ljuske polumjera R i debljine stjenke h opterećene unutarnjim tlakom p prema slici 7. i prema podacima za proračun u tablici 8.



Slika 7. Cilindrična ljuska

Kako bi iskoristili rubne uvjete simetrije analiziramo 1/4 proračunskog modela kao što je prikazano slikom 8.



Slika 8. Membransko stanje naprezanja cilindrične ljuske

Slikom 8. prikazani su rubni uvjeti i geometrija cilindrične ljuske opterećene unutarnjim tlakom. Na slici su također prikazani vektori pomaka uslijed membranskog opterećenja koji su usmjereni u smjeru normale na srednju plohu ljuske $u_{r\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}$ te vektor pomaka u meridijalnom $u_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{s}}$ uslijed djelovanja meridijalne membranske sile $N_{\vartheta\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}$.

Prema [8] izrazu za meridijalnu silu kod cilindrične ljuske je jednak:

$$N_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = \frac{p \cdot R}{2}. \tag{41}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$N_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = 223{,}2 \ \mathrm{N/mm}. \tag{42}$$

Prema [8] izraz za meridijalno membransko naprezanje kod cilindrične ljuske glasi:

$$\sigma_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = \frac{N_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}}}{h}. \tag{43}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$\sigma_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = 27{,}9 \ \mathrm{N/mm^2}. \tag{44}$$

Prema [8] izraz za cirkularnu silu kod cilindrične ljuske glasi:

$$N_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = p \cdot R. \tag{45}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$N_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = 446{,}4 \ \mathrm{N/mm}. \tag{46}$$

Prema [8] izrazi za cirkularno membransko naprezanje kod cilindrične ljuske glasi:

$$\sigma_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = \frac{N_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}}}{\mathrm{h}}. \tag{47}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$\sigma_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = 55{,}8 \ \mathrm{N/mm^2}. \tag{48}$$

Prema [8] izrazi za radijalni pomak u smjeru normale na srednju plohu kod membranski opterećene cilindrične ljuske je jednak:

$$u_{r\mathrm{m}}^{c} = \frac{R}{E \cdot h}\left(N_{\varphi \mathrm{m}}^{\mathrm{c}} - \nu \cdot N_{\vartheta \mathrm{m}}^{\mathrm{c}}\right). \tag{49}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza iznosi:

$$u_{r\mathrm{m}}^{\mathrm{c}} = 0{,}112 \ \mathrm{mm}. \tag{50}$$

Prema [8] izrazi za meridijalni pomak kod membranski opterećene cilindrične ljuske glasi:

$$u^{c}_{\vartheta m} = \frac{R}{E \cdot h}\left(N^{c}_{\vartheta m} - \nu \cdot N^{c}_{\varphi m}\right). \tag{51}$$

Prema podacima iz tablice 6. rješenje izraza glasi:

$$u^{c}_{\vartheta m} = 0{,}0265 \text{ mm}. \tag{52}$$

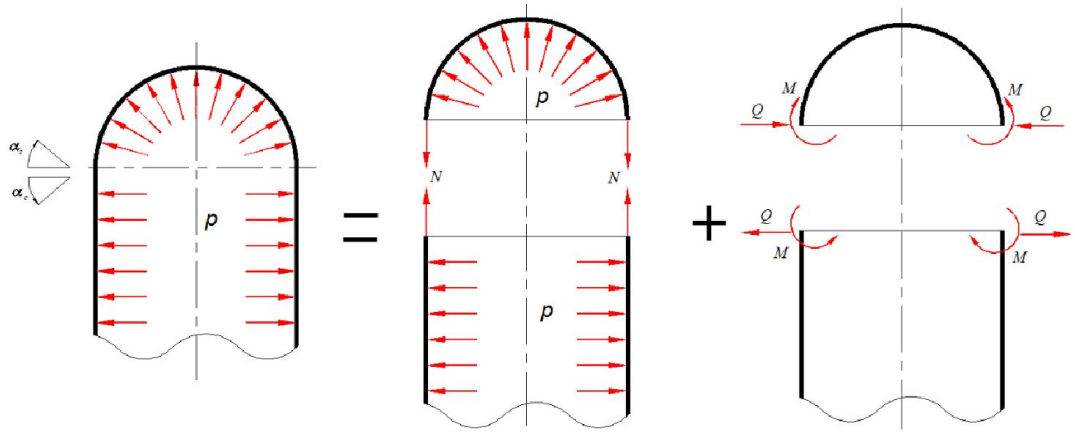
Treba napomenuti da se rezultati proračuna naprezanja i pomaka kod membranskih stanja naprezanja sfere i cilindra odnose na srednju plohu tankostijenih osno-simetričnih ljuski.

3.4. Analiza spoja cilindra i sfere

Linearna analiza naprezanja, pomaka i unutarnjih sila provedena je u okolini spoja cilindra i sfere opterećenog unutarnjim tlakom. Zbog utjecaja geometrijskih razlika strukturnih elemenata cilindra i sfere u okolini spoja pojavit će se osim membranskih i savojne komponente naprezanja i deformacija.

3.4.1. Rubni uvjeti spoja

Slika 9. prikazuje rastavljanje unutarnjih sila na mjestu spoja na membranske i savojne komponente.



Slika 9. Rastavljanje općeg stanja naprezanja u ljusci na membransko stanje naprezanja i lokalno savijanje prema [8]

Kako bi izveli potrebne izraze za linearnu analizu postavit ćemo uvjet kompatibilnosti pomaka i kuta zakreta na mjestu spoja cilindra i sfere prema [8]:

$$u^{c}_{r} = u^{s}_{r} \qquad \text{i} \qquad \alpha^{c} = -\alpha^{s}. \tag{53}$$

Kao što je prethodno spomenuto membranskom pomaku i kutu zakreta dodali smo savojni dio prema [8]:

$$u_r^{mc}+u_r^{fc} = u_r^{ms}+u_r^{fs}, \tag{54}$$

$$\alpha^{mc}+\alpha^{fc} = -\left(\alpha^{ms}+\alpha^{fs}\right). \tag{55}$$

Savojne dijelove pomaka i kuta zakreta u izrazima (54) i (55) možemo pomoću uplivni koeficijenata i poopćenih sila napisati prema [8] u obliku:

$$u_r^{mc}+\alpha_{11}^{c}Q_0+\alpha_{12}^{c}M_0 = u_r^{ms}-\alpha_{11}^{s}Q_0+\alpha_{12}^{s}M_0, \tag{56}$$

$$\alpha^{mc}+\alpha_{21}^{c}Q_0+\alpha_{22}^{c}M_0 = -\left(\alpha^{ms}-\alpha_{21}^{s}Q_0+\alpha_{22}^{s}M_0\right). \tag{57}$$

U membranskom dijelu naprezanja cilindra i sfere nema kuta zakreta stoga slijedi:

$$\alpha^{mc} = \alpha^{ms} = 0. \tag{58}$$

Budući da je kut sferne ljuske na mjestu spoja $\vartheta_0 = 90^\circ$, promjeri cilindra i sfere jednaki $r = R$, također i debljine $h^s = h^c$ bit će prema [8], uplivni koeficijenti za cilindar i sferu jednaki $\alpha_{ij}^c = \alpha_{ij}^s = \alpha_{ij}$, te prethodno napisani izrazi prelaze u:

$$\alpha_{11}^{c}Q_0+\alpha_{11}^{s}Q_0 = u_r^{ms}-u_r^{mc}-\alpha_{12}^{c}M_0+\alpha_{12}^{s}M_0, \tag{59}$$

$$\alpha_{22}^{c}M_0+\alpha_{22}^{s}M_0+ = -\alpha_{11}^{mc}-\alpha_{11}^{ms}-\alpha_{21}^{s}Q_0-\alpha_{21}^{c}Q_0. \tag{60}$$

Što rješavanjem dvije jednadžbe s dvije nepoznanice tj. izraza (59) i (60) daje:

$$(\alpha_{11}^{c}+\alpha_{11}^{s})Q_0 = u_r^{ms}-u_r^{mc}, \tag{61}$$

$$(\alpha_{22}^{c}+\alpha_{22}^{s})M_0 = 0\ . \tag{62}$$

Prema izrazima (61) i (62) izveden je izraz za poopćeni moment M_0 i poopćenu poprečnu silu Q_0 prema [8]:

$$M_0 = 0 \qquad \text{i} \qquad Q_0 = \frac{u_r^{ms}-u_r^{mc}}{2\alpha_{11}}\ . \tag{63}$$

Kako bi dobili izraz za izračun nepoznatog uplivnog koeficijenata α_{11} potrebno je izvesti opće rješenje linearne diferencijalne jednadžbe. Opće rješenje diferencijalne jednadžbe prema [8] glasi:

$$w(y)=w_h(y)+w_p(y). \tag{64}$$

Kao što se vidi prema izrazu (64) opće rješenje diferencijalne jednadžbe prema [8] sastoji se od homogenog i partikularnog djela, gdje izraz za partikularni dio općih diferencijalnih jednadžbi w_p predstavlja membranski pomak dok se homogeni dio jednadžbi w_h odnosi na savojni pomak prema izrazu:

$$w_h = e^{\beta y}[C_1 \cos \beta y + C_2 \sin \beta y] + e^{-\beta y}[C_3 \cos \beta y + C_4 \sin \beta y]. \tag{65}$$

Konstante integracije C_1, C_2, C_3 i C_4 se određuju iz rubnih uvjeta. Za slučaj dugih ljusaka postupak za njihovo određivanje može se pojednostaviti upotrebom načela o zanemarivanju međusobnog utjecaja rubova. Stoga opće rješenje za dugu ljusku prema [8] glasi:

$$w = e^{-\beta y}[C_3 \cos \beta y + C_4 \sin \beta y] + w_p. \tag{66}$$

Izraz (66) možemo uz pomoć eksponencijalno-trigonometrijskih funkcija napisati prema [8] u obliku:

$$w = C_3 f_4(\beta y) + C_4 f_2(\beta y) + w_p, \tag{67}$$

$$\frac{dw}{dy} = -C_3 f_1(\beta y) + C_4 f_3(\beta y) + \frac{dw_p}{dy}, \tag{68}$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = 2\beta^2 C_3 f_2(\beta y) - 2\beta^2 C_4 f_4(\beta y) + \frac{d^2 w_p}{dy^2}, \tag{69}$$

$$\frac{d^3 w}{dy^3} = 2\beta^3 C_3 f_3(\beta y) + 2\beta^3 C_4 f_1(\beta y) + \frac{d^3 w_p}{dy^3}. \tag{70}$$

Uz pretpostavku da su p_n i p_x linearne funkcije od x vrijedi da su partikularna rješenja w_p jednaka:

$$\frac{d^2 w_p}{dy^2} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{d^3 w_p}{dy^3} = 0. \tag{71}$$

Prema [8] izrazi za eksponencijalno trigonometrijske funkcije glase:

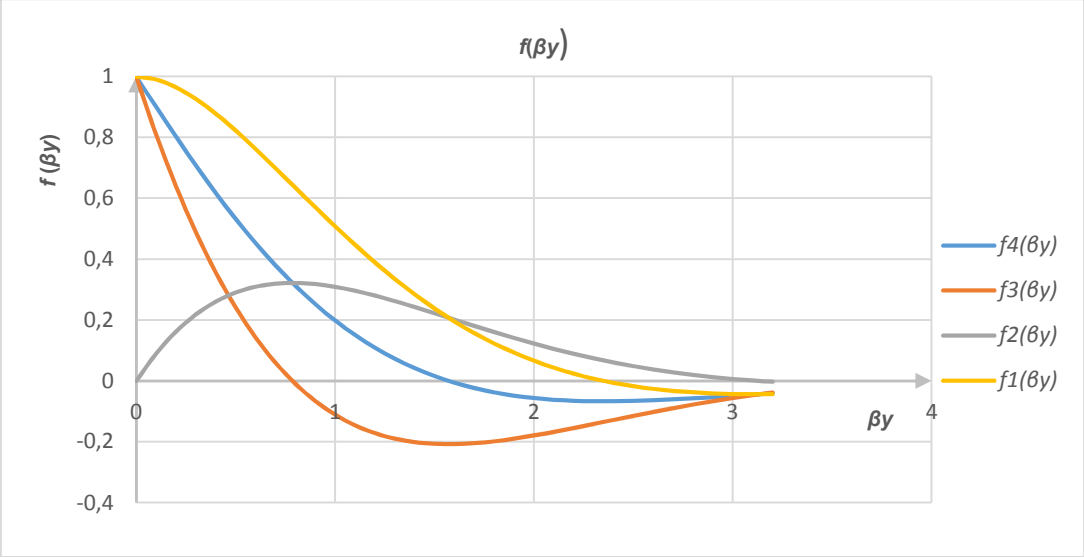
$$f_1(\beta y) = e^{-\beta y}(\cos \beta y + \sin \beta y), \tag{72}$$

$$f_2(\beta y) = e^{-\beta y} \sin \beta y,$$

$$f_3(\beta y) = e^{-\beta y}(\cos \beta y - \sin \beta y),$$

$f_4(\beta y) = e^{-\beta y}\cos\beta y$.

Slikom 10. prikazane su eksponencijalno trigonometrijske funkcije koje predstavljaju utjecaj savojnih komponenti na raspodjelu općih rješenja pomaka, unutarnjih sila i naprezanja u okolini spoja ljusaka.



Slika 10. Eksponencijalno trigonometrijske funkcije

Za rubni uvjet $x = 0$ eksponencijalno trigonometrijske funkcije imaju slijedeću vrijednost:

$$f_1(0) = f_3(0) = f_4(0) = 1 \quad \text{i} \quad f_2(0) = 0\,. \tag{73}$$

U ovom slučaju razmatramo spoj tankih ljuski sfere i cilindra kojima su na rubovima odnosno spoju nepoznanice poopćena sila Q_0 i poopćeni moment M_0. Stoga je potrebno pronaći konstante integracije s obzirom na prethodno definirane rubne uvijete.

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2} = \frac{M_0}{D} = -2\beta^2 C_4\,, \qquad C_4 = -\frac{M_0}{D2\beta^2}, \tag{74}$$

$$\frac{\mathrm{d}^3 \mathrm{w}}{\mathrm{d}y^3} = \frac{Q_0}{D} = 2\beta^3 C_3 + 2\beta^3 C_4, \qquad C_3 = \frac{Q_0 + \beta M_0}{2D\beta^3}. \tag{75}$$

Prema izvedenim općem rješenjima vidimo da je izraz za uplivni koeficijent α_{11}:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta_0^3}. \tag{76}$$

Prema [8] izraz za fleksijsku krutost ljuske glasi:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \tag{77}$$

Prema [8] izraz za geometrijsko materijalnu značajku ljuske glasi:

$$\beta_0 = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rh}}. \tag{78}$$

Odavde dobijemo vrijednost uplivnog koeficijenta:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta_0^3} = 0{,}005976. \tag{79}$$

Na osnovu prethodno izvedenih izraza možemo odrediti poopćeni moment i poopćenu silu u spoju:

$$M_0 = 0 \qquad \text{i} \qquad Q_0 = \frac{u_r^{\mathrm{ms}} - u_r^{\mathrm{mc}}}{2\alpha_{11}}, \tag{80}$$

Iz izraza (80) dobijemo vrijednost poopćene poprečne sile:

$$Q_0 = -5{,}513 \ \mathrm{N/mm}. \tag{81}$$

Prema prethodno izvedenim izrazima možemo dati opća rješenja koja predstavljaju raspodjelu pomaka, unutarnjih sila i naprezanja u okolini spoja cilindra i sfere zadanog spremnika.

3.4.2. Opća rješenja za dugu cilindričnu ljusku

Raspodjela radijalnog pomaka duž srednje plohe cilindrične ljuske glasi:

$$w = u_r = \frac{Q_0}{D2\beta^3} f_4(\beta y) + \frac{M_0}{D2\beta^2} f_3(\beta y) + w_{\mathrm{p}}\,. \tag{82}$$

Raspodjela kuta zakreta duž srednje plohe cilindrične ljuske iznosi:

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y} = -\frac{Q_0}{D2\beta^2} f_1(\beta y) - \frac{M_0}{D\beta} f_4(\beta y) + \frac{\mathrm{d}w_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}y}. \tag{83}$$

Raspodjela meridijalnog momenta duž srednje plohe cilindrične ljuske glasi:

$$M_\vartheta = D\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2} = \frac{Q_0}{\beta} f_2(\beta y) + M_0 f_1(\beta y)\,. \tag{84}$$

Raspodjela poprečne sile duž srednje plohe cilindrične ljuske iznosi:

$$Q = D\frac{\mathrm{d}^3 w}{\mathrm{d}y^3} = Q_0 f_3(\beta y) - 2M_0 \beta f_2(\beta y)\,. \tag{85}$$

Raspodjela cirkularnog momenta duž srednje plohe cilindrične ljuske glasi:

$$M_\varphi = \nu M_\vartheta \quad . \tag{86}$$

Raspodjela cirkularnog sile duž srednje plohe cilindrične ljuske glasi:

$$N_\varphi = Eh\frac{w}{R} + \nu N_\vartheta. \tag{87}$$

3.4.3. Opća rješenja za strmu sfernu ljusku

Raspodjela radijalnog pomaka duž srednje plohe sferne ljuske iznosi:

$$u_r = \frac{Q_0}{D2\beta_0^{\,3}}\sin^2\vartheta_0 f_4(\beta y) + \frac{M_0}{D2\beta_0^{\,2}}\sin\theta_0 f_3(\beta y) + w_\mathrm{p}. \tag{88}$$

Raspodjela kuta zakreta duž srednje plohe sferne ljuske glasi:

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y} = -\frac{Q_0}{D2\beta_0^{\,2}}\sin\vartheta_0 f_1(\beta y) - \frac{M_0}{D\beta_0} f_4(\beta y) + \frac{\mathrm{d}w_\mathrm{p}}{\mathrm{d}y}\,. \tag{89}$$

Raspodjela meridijalnog momenta duž srednje plohe sferne ljuske iznosi:

$$\mathrm{M}_\vartheta = \frac{\mathrm{Q}_0}{\beta_0}\sin\vartheta_0\,\mathrm{f}_2(\beta\mathrm{y}) + \mathrm{M}_0\mathrm{f}_1(\beta\mathrm{y}). \tag{90}$$

Raspodjela poprečne sile duž srednje plohe sferne ljuske glasi:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{Q}_0\mathrm{f}_3(\beta\mathrm{y}) + \frac{2\mathrm{M}_0\beta_0}{\sin\vartheta_0}\mathrm{f}_2(\beta\mathrm{y}). \tag{91}$$

Raspodjela cirkularnog momenta duž srednje plohe sferne ljuske iznosi:

$$M_\varphi = \nu M_\vartheta\,. \tag{92}$$

Raspodjela cirkularnog sile duž srednje plohe sferne ljuske glasi:

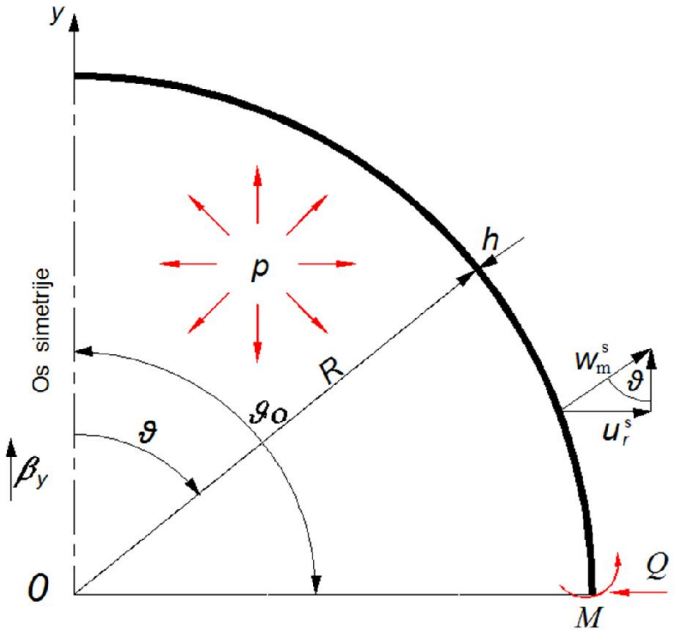
$$N_\varphi = Eh\frac{u_r^\mathrm{f}}{R} + \frac{pR}{2}. \tag{93}$$

3.5. Analitička raspodjela općih rješenja savijanja strme sferne i duge cilindrične ljuske

Prema prethodno određenim izrazima provedena je analitička analiza raspodijele pomaka, unutarnjih sila i naprezanja u okolini spoja strukturnih elemenata cilindra i sfere. Prilikom provedbe analize posebna se pozornost posvetila definiranju predznaka u odabranim izrazima kako bi rješenja bila u skladu s očekivanim rezultatima. Također se kroz analizu pratio slijed izraza i rješenja kako se ne bi izgubio fizikalni smisao. Osim toga za svaku raspodjelu općih rješenja prikazan je izraz po kojem je raspodjela provedena te su prikazana rješenja na rubnim mjestima te rješenja maksimalnih i minimalnih vrijednosti raspodijele.

3.5.1. Savijanje strme sferne ljuske

Slika 11. prikazuje rubne uvjete, geometriju i opterećenje spoja strme sferne ljuske. Kao što se vidi iz slike 11. raspodjela općih rješenja za strmu sfernu ljusku ovisit će osim o rubnim uvjetima, geometriji i opterećenju također i o eksponencijalno-trigonometrijskim funkcijama čije su funkcije raspodijele opisane izrazom (72) i prikazane na slici 10. Kao što je prikazano slikom 11. u spoju djeluje poopćeni moment M i poopćena poprečna sila Q koji imaju značajan utjecaj na raspodjela općih rješenja u okolini spoja.

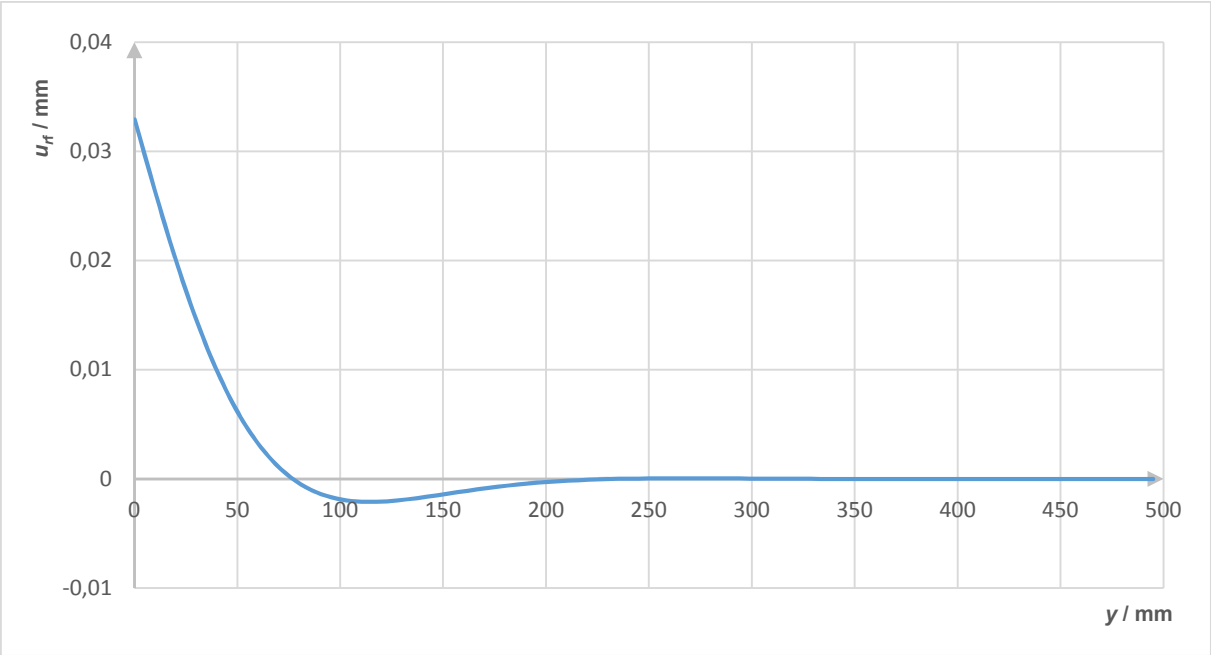


Slika 11. Savijanje sfernog dijela ljuske spremnika

1. **Vrijednosti savojnog dijela radijalnog pomaka sferne ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$u_{\mathrm{rf}}^{s} = -\frac{Q_0}{D2{\beta_0}^3}\sin^2\vartheta_0 f_4(\beta y). \tag{94}$$

Slikom 12. prikazana su vrijednosti savojnog dijela radijalnog pomaka duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske kako se mijenja po osi y ovisno o kutu ϑ prema slici 11.



Slika 12. Raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 12. vrijednost savojnog dijela radijalnog pomaka sferne ljuske za kutu $\vartheta = 90°$ tj. u spoju iznosi:

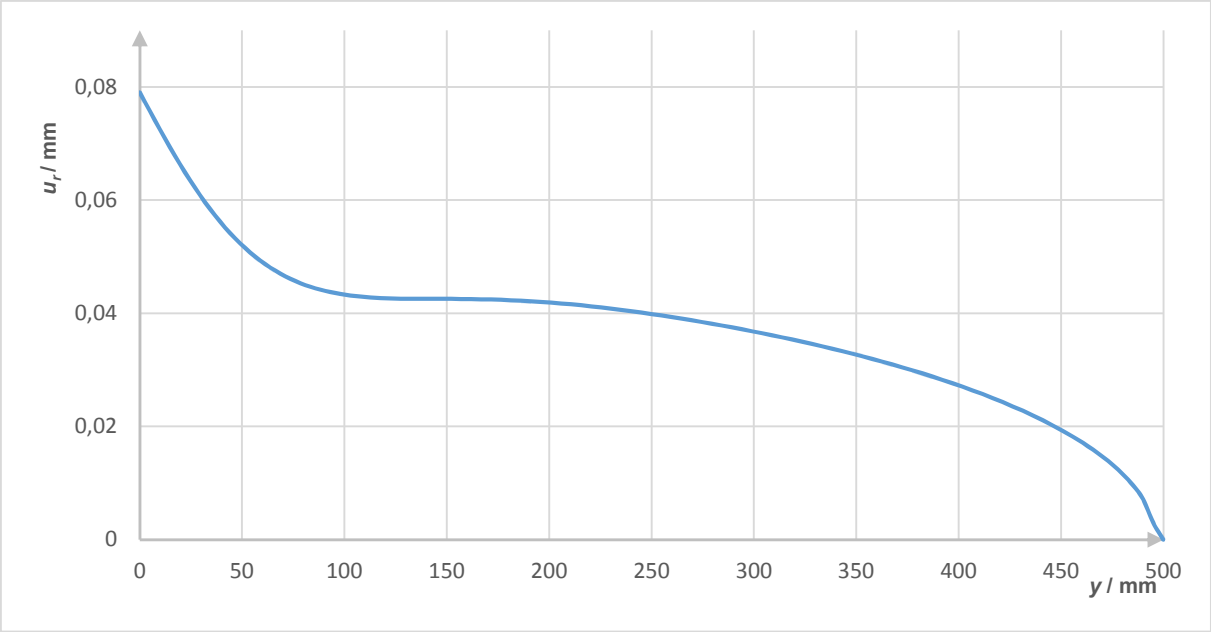
$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi } u_{\mathrm{rf}}^{s} = 0{,}0329 \text{ mm}. \tag{95}$$

Iz slike 12. vidimo da je u spoju postignuta maksimalna vrijednost radijalnog pomaka koja eksponencijalno pada udaljavajući se od ruba te svoju minimalnu vrijednost postiže otprilike na udaljenosti od otprilike 120 mm duž osi y. Dok na udaljenosti otprilike 200 mm potpuno iščezava i nakon toga prestaje utjecaj savojnog stanja radijalnog pomaka.

2. Vrijednosti ukupnog radijalnog pomaka sferne ljuske definiramo pomoću izraza:

$$u_r^{s} = u_{\mathrm{rf}}^{s} + u_{r\mathrm{m}}^{s}. \tag{96}$$

Kao što je prikazano izrazom (96) ukupni radijalni pomaka dobiven je primjenom superpozicije savojnog i membranskog djela. Slikom 13. prikazana je raspodjela ukupnog radijalnog pomaka duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske.



Slika 13. Raspodjela ukupnog radijalnog pomaka sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 13. vrijednost ukupnog radijalnog pomaka sferne ljuske za kut $\vartheta = 90°$ tj. u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } u_r^s = 0{,}0329+0{,}046128 = 0{,}079 \text{ mm}. \tag{97}$$

Također iz slike 13. vidimo da je u spoju postignuta maksimalna vrijednost pomaka koja eksponencijalno pada udaljavajući se od ruba te svoju minimalnu vrijednost postiže na udaljenosti od 500 mm duž osi y odnosno u vrhu sferne ljuske gdje vlada rubni uvjet simetrije.

3. Vrijednosti cirkularnog naprezanja sferne ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_\varphi^s = \sigma_{\varphi\mathrm{f}}^s + \sigma_{\varphi\mathrm{m}}^s. \tag{98}$$

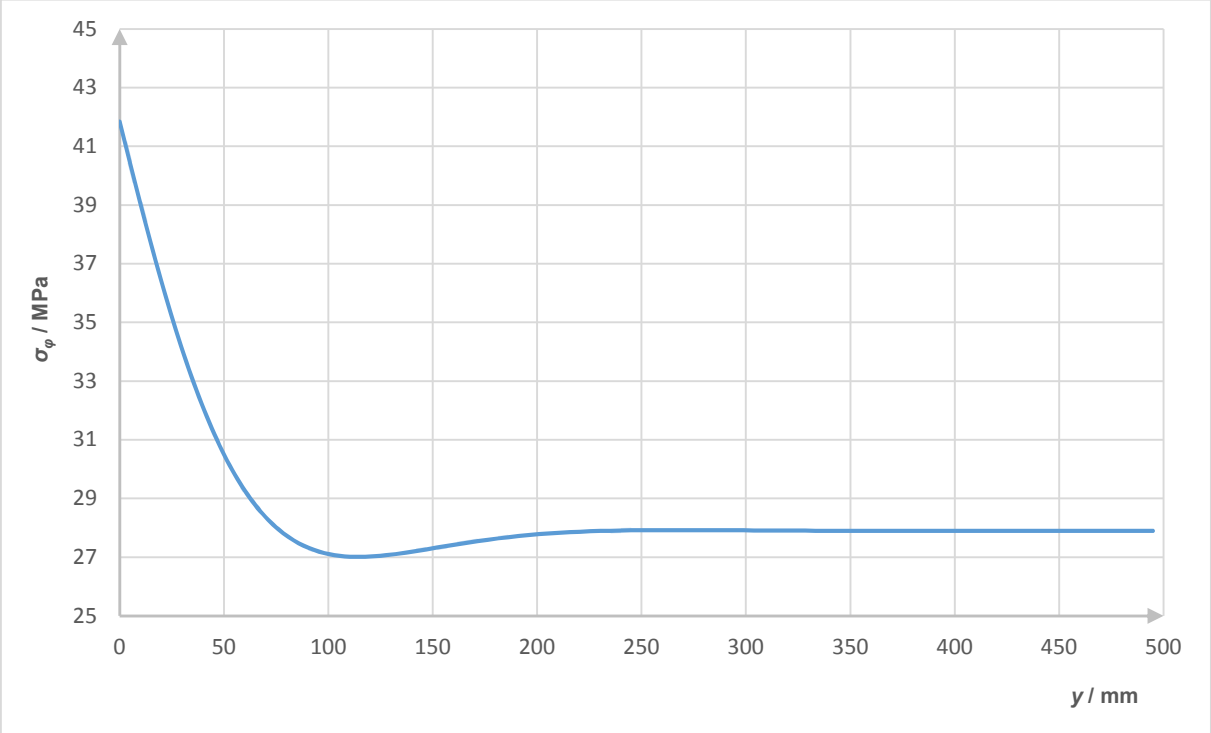
Izraz za raspodjelu cirkularnog naprezanja sferne ljuske dobiven je primjenom superpozicije membranskog i savojnog dijela naprezanja. Izraz za raspodjelu savojnog cirkularnog naprezanja sferne ljuske glasi:

$$\sigma_{\varphi\mathrm{f}}^s = \frac{N_{\varphi\mathrm{f}}^s}{h}. \tag{99}$$

Kako bi dobili savojno cirkularno naprezanje potreban nam je izraz za raspodjelu savojnog dijela cirkularne sile sferne ljuske koji glasi:

$$N_{\varphi f}^{s} = \frac{Eh}{R} \cdot u_{rf}^{s} . \tag{100}$$

Slikom 14. prikazana je raspodjela cirkularnog naprezanja duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske kako se mijenja duž osi *y*.



Slika 14. Raspodjela cirkularnog naprezanja sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 14. vrijednost ukupnog cirkularnog naprezanja sferne ljuske u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi} \quad \sigma_{\varphi}^{s} = 13{,}9489 + 27{,}9 = 41{,}84 \ \text{MPa}. \tag{101}$$

4. Vrijednosti meridijalnog naprezanja sferne ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{\vartheta}^{s} = \sigma_{\vartheta f}^{s} + \sigma_{\vartheta m}^{s}. \tag{102}$$

Izraz za raspodjelu meridijalnog naprezanja sferne ljuske dobiven je primjenom superpozicije membranskog i savojnog dijela naprezanja. Izraz za raspodjelu meridijalnog savojnog naprezanja sferne ljuske glasi:

$$\sigma_{\vartheta f}^{s} = \frac{N_{\vartheta f}^{s}}{h}. \tag{103}$$

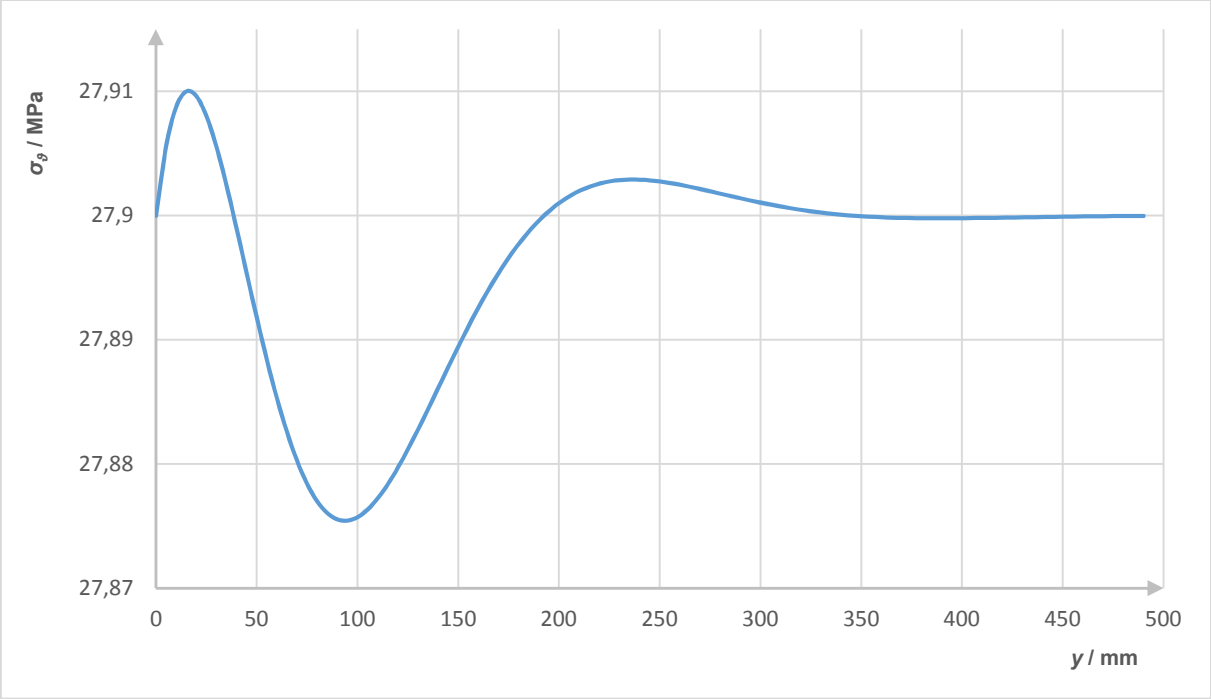
Kako bi dobili savojno naprezanje potreban nam je izraz za raspodjelu savojnog dijela meridijalne sile sferne ljuske koji glasi:

$$N_{\vartheta f}^{s} = -\,Q_{r}^{s} \cdot \cos\vartheta\,. \tag{104}$$

Unutar izraza za raspodjelu savojnog dijela meridijalne sile nalazi se izraz za poprečnu silu sferne ljuske koji glasi:

$$Q_{r}^{s} = Q_{0} \cdot \sin(\vartheta) \cdot f_{3}(\beta y). \tag{105}$$

Slikom 15. prikazana je raspodjela meridijalnog naprezanja duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske koja je dobivena prema izrazu (102).



Slika 15. Raspodjela meridijalnog naprezanja sferne ljuske

Kao što vidimo slikom 15. u spoju tj. za kut $\vartheta = 90°$ nema savojnih meridijalnih naprezanja već djeluju jedino membranska meridijalna naprezanja. Vrijednost ukupnog meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi} \quad \sigma_{\vartheta}^{s} = 0{+}27{,}9 = 27{,}9 \quad \text{MPa.} \tag{106}$$

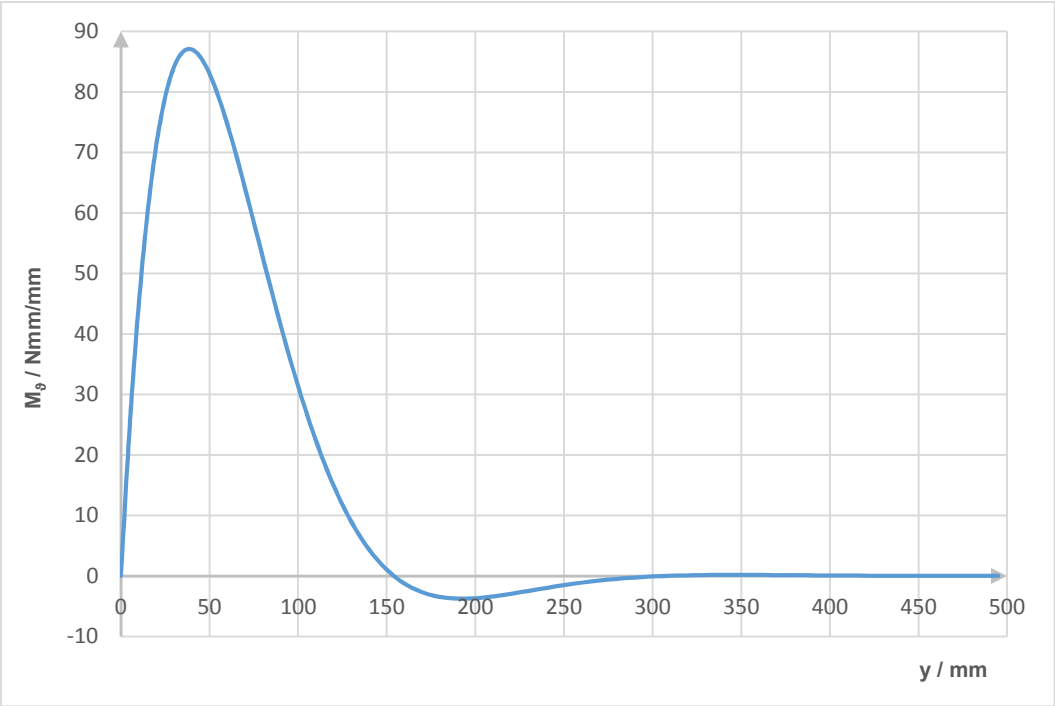
Iz slike 15. vidimo da udaljavanjem od spoja vrijednost naprezanja eksponencijalno raste te svoju maksimalnu vrijednost postiže otprilike na udaljenosti od 30 mm duž osi y. Nakon toga

počinje eksponencijalno padati te na udaljenosti otprilike 350 mm postaje ujednačena i tu postoje jedino membranska naprezanja.

5. **Vrijednosti meridijalnog momenta sferne ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$M_{\vartheta}^{s}=-\frac{Q_0}{\beta_0}\sin\vartheta_0\, f_2(\beta y). \tag{107}$$

Slikom 16. prikazana je raspodjela meridijalnog momenta duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske koja je dobivena prema izrazu (107).



Slika 16. Raspodjela meridijalnog momenta sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 16. u spoju tj. za kutu $\vartheta = 90°$ vrijednost meridijalnog momenta iznosi:

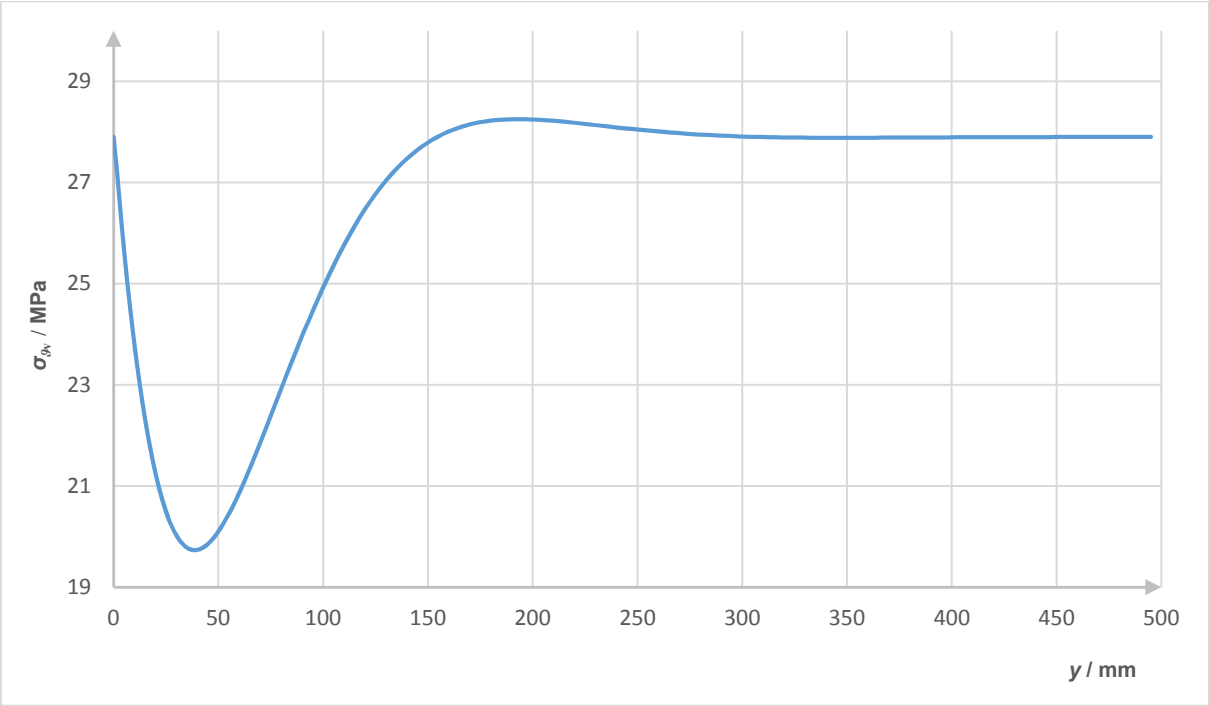
za $y = 0$, slijedi $M_{\vartheta}^{s} = 0$ Nmm/mm. (108)

Treba reći da raspodjela meridijalnog momenta ima značajan utjecaj na raspodjelu meridijalnih i cirkularnih naprezanja duž vanjskog odnosno unutarnjeg ruba ljuske što će se vidjeti u narednom dijelu rada.

6. **Vrijednosti meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$\sigma_{\vartheta}^{sv} = \sigma_{\vartheta}^{s} - \frac{6M_{\vartheta}^{s}}{h^2}. \tag{109}$$

Kao što se može vidjeti raspodjelu meridijalnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo uz pomoć izraza (109) na raspodjelu duž vanjskog ruba sferne ljuske. Slikom 17. prikazana je raspodjela meridijalnog naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske.



Slika 17. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 17. vrijednost meridijalnog savojnog naprezanja na vanjskom rubu sferne ljuske u spoju tj. za kut $\vartheta = 90°$ iznosi:

$$\text{za} \quad y = 0, \quad \text{slijedi} \quad \sigma_{\vartheta}^{sv} = 27{,}9 - 0 = 27{,}9 \quad \text{MPa}. \tag{110}$$

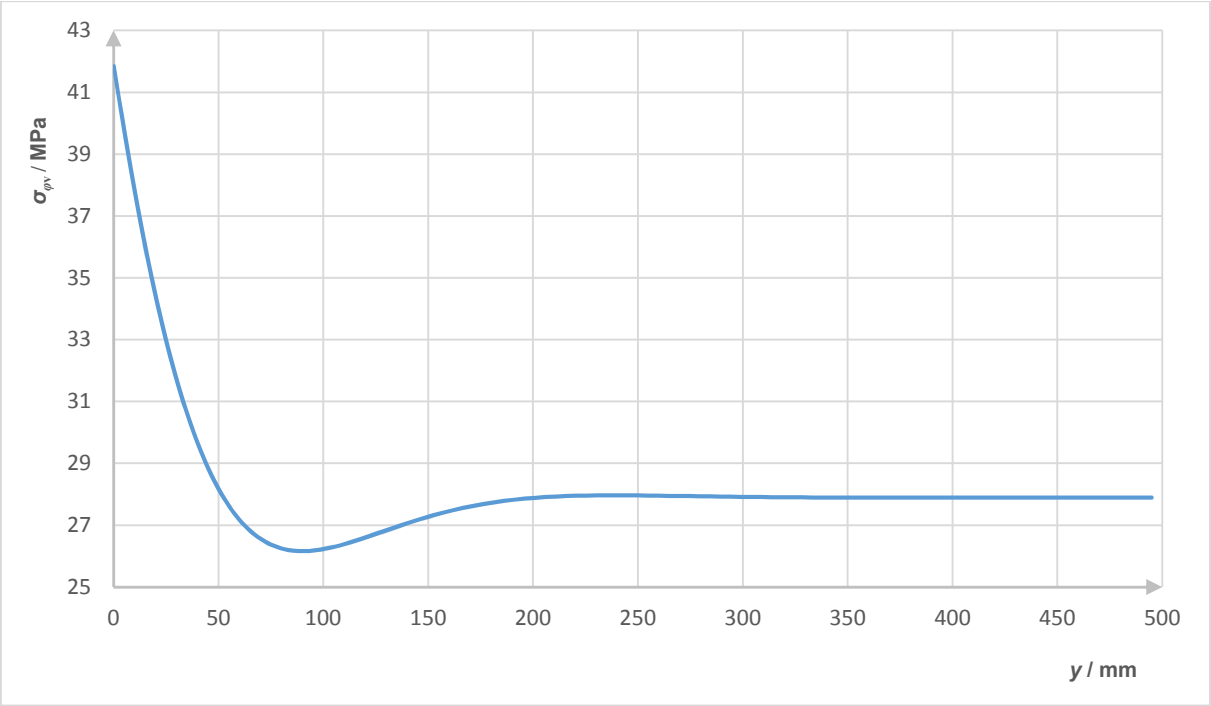
Prema navedenom rješenju iz izraza (110) možemo reći da u spoju na vanjskom rubu sferne ljuske djeluje jedino membransko meridijalno naprezanje odnosno $\sigma^{sv}{}_{\vartheta} = \sigma^{s}{}_{\vartheta m}$.

7. **Vrijednosti cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$\sigma_{\varphi}^{sv} = \sigma_{\varphi}^{s} - \nu\frac{6M_{\vartheta}^{s}}{h^2}. \tag{111}$$

Kao što se može vidjeti prema izrazu (111) raspodjelu cirkularnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo na raspodjelu cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske.

Slikom 18. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske kako se mijenja duž osi y ovisno o kutu ϑ prema slici 11.



Slika 18. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 18. vrijednost cirkularnog naprezanja na vanjskom rubu sferne ljuske u spoju iznosi:

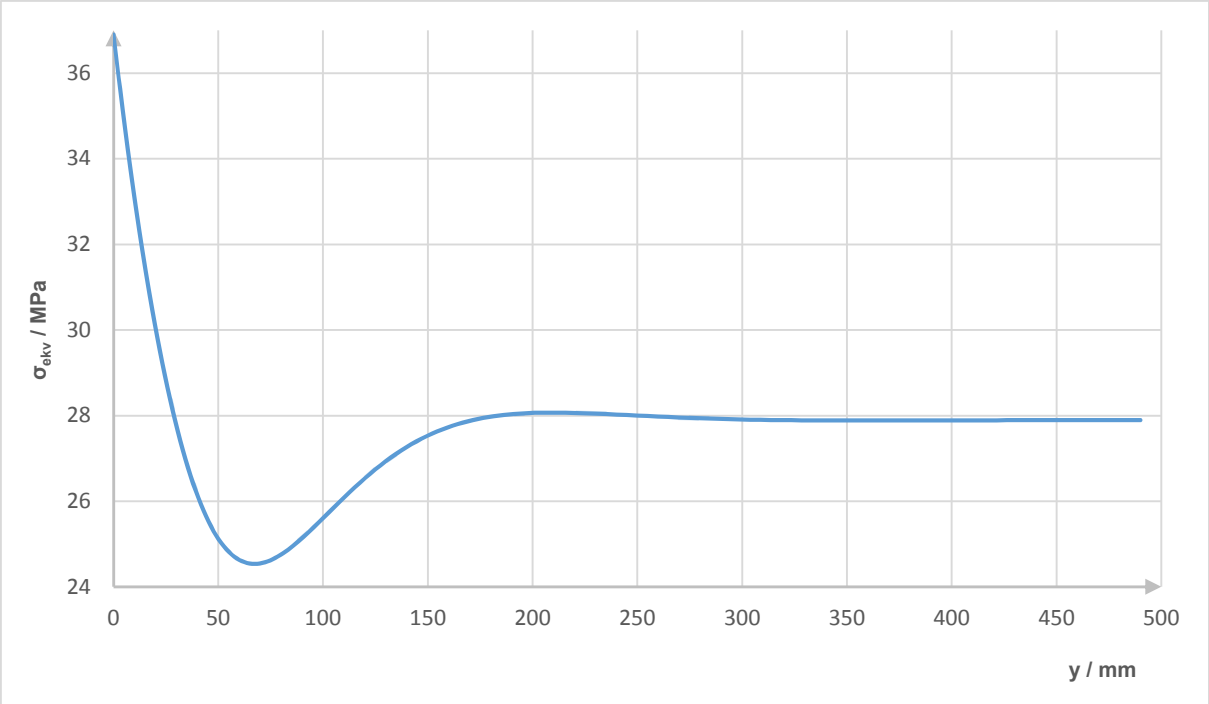
$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } \quad \sigma_{\varphi}^{sv} = 41{,}8489\text{-}0 = 41{,}84 \text{ MPa.} \tag{112}$$

8. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske definirano pomoću izraza:

$$\sigma_{ekv}^{sv} = \sqrt{\left(\sigma_{\vartheta}^{sv}\right)^2 + \left(\sigma_{\varphi}^{sv}\right)^2 - \sigma_{\vartheta}^{sv}\sigma_{\varphi}^{sv}}. \tag{113}$$

Kao što se vidi prema izrazu (113) ekvivalentno naprezanje na vanjskom rubu sferne ljuske se računa kao dvoosno stanje naprezanja čije su vrijednosti prethodno izračunate.

Slikom 19. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske koja je dobivena prema izrazu (113).



Slika 19. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 19. vrijednost ekvivalentnog naprezanja u spoju tj.za kutu $\vartheta = 90°$ prema slici 11. na vanjskom rubu sferne ljuske iznosi:

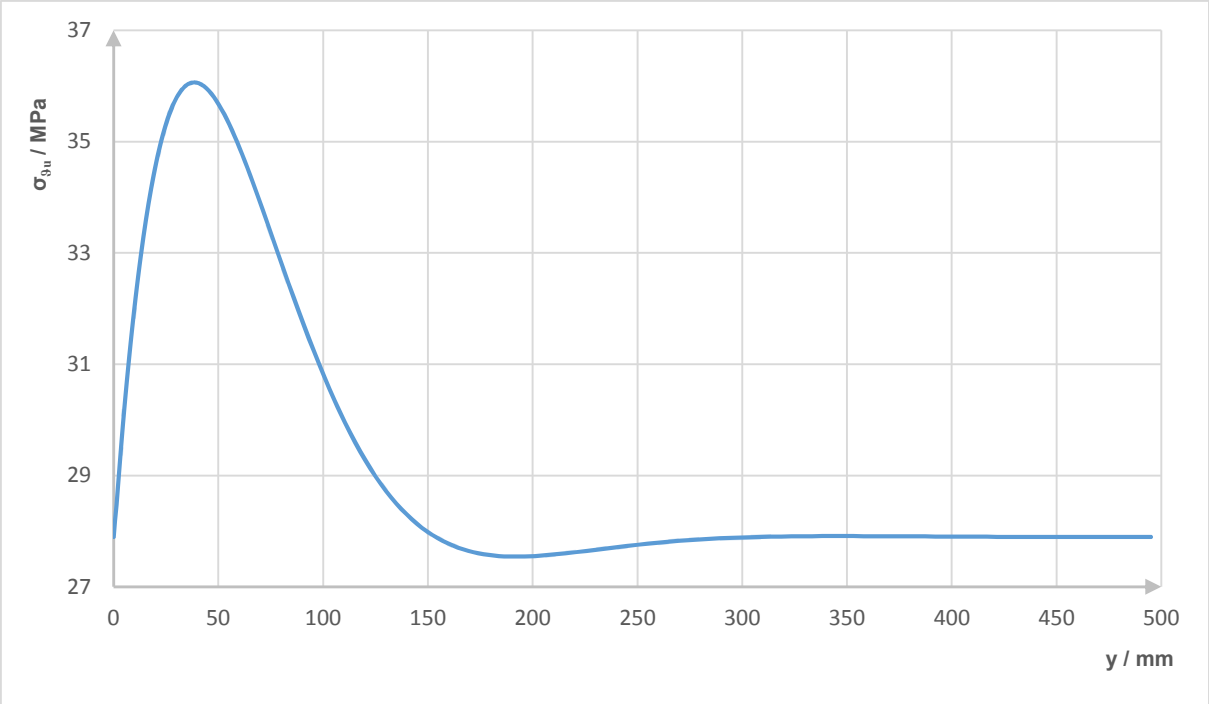
$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } \sigma_{ekv}^{sv} = 36{,}9 \quad \text{MPa.} \tag{114}$$

9. Vrijednosti meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{\vartheta}^{su} = \sigma_{\vartheta}^{s} + \frac{6M_{\vartheta}^{s}}{h^2}. \tag{115}$$

Kao što se vidi prema izrazu (115) raspodjelu meridijalnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo na raspodjelu meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske.

Slikom 20. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske kako se mijenja duž osi y ovisno o kutu ϑ prema slici 11.



Slika 20. Raspodjelu meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 20. vrijednosti meridijalnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi} \quad \sigma_{\vartheta}^{su} = 27{,}9+0 = 27{,}9 \quad \text{MPa.} \tag{116}$$

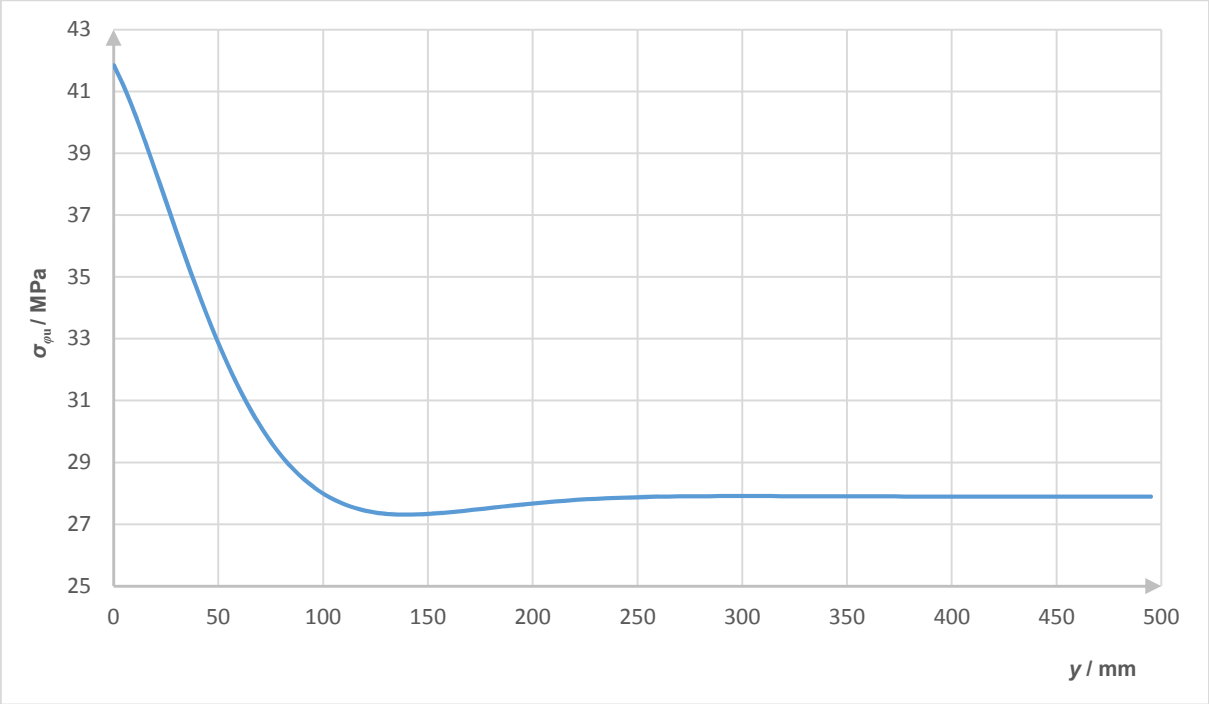
Prema navedenom rješenju iz izraza (116) možemo reći da na unutarnjem rubu u spoju djeluje jedino membransko meridijalno naprezanje odnosno $\sigma_{\vartheta}^{su} = \sigma_{\vartheta}^{sm}$.

10. Vrijednosti cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske definirano pomoću izraza:

$$\sigma_{\varphi}^{su} = \sigma_{\varphi}^{s} + \nu \frac{6M_{\vartheta}^{s}}{h^2}. \tag{117}$$

Kao što se vidi prema izrazu (117) raspodjelu cirkularnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo na raspodjelu cirkularnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske.

Slikom 21. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske.



Slika 21. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske

Kao što je prikazano slikom 21. vrijednost cirkularnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju tj. za kut $\vartheta = 90°$ iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } \quad \sigma_{\varphi}^{su} = 41{,}8489+0 = 41{,}84 \quad \text{MPa.} \tag{118}$$

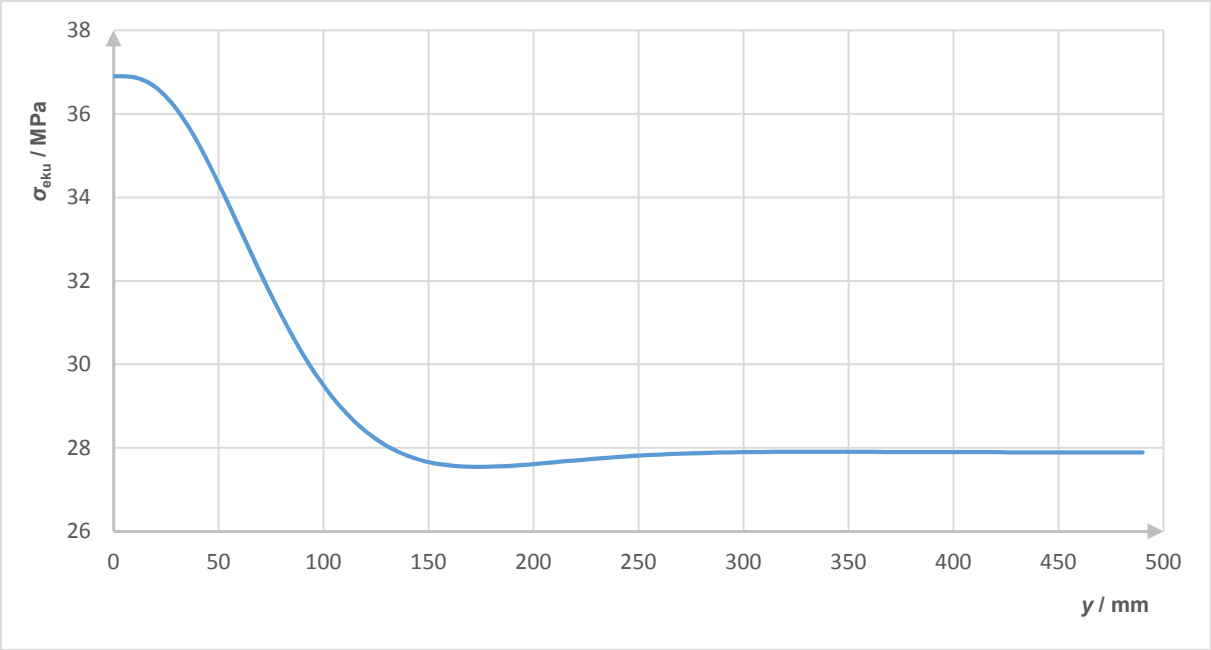
11. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{ekv}^{su} = \sqrt{\left(\sigma_{\vartheta u}^{su}\right)^2 + \left(\sigma_{\varphi}^{su}\right)^2 - \sigma_{\vartheta}^{su}\sigma_{\varphi}^{su}}. \tag{119}$$

Kao što se vidi prema izrazu (119) ekvivalentno naprezanje na unutarnjem rubu sferne ljuske računa se kao dvoosno stanje naprezanja čije su vrijednosti prethodno izračunate.

Slikom 22. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg ruba sferne ljuske kako se mijenja duž osi y. Kao što je prikazano slikom 22. vrijednost ekvivalentnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju tj. za kutu $\vartheta = 90°$ prema slici 11. iznosi:

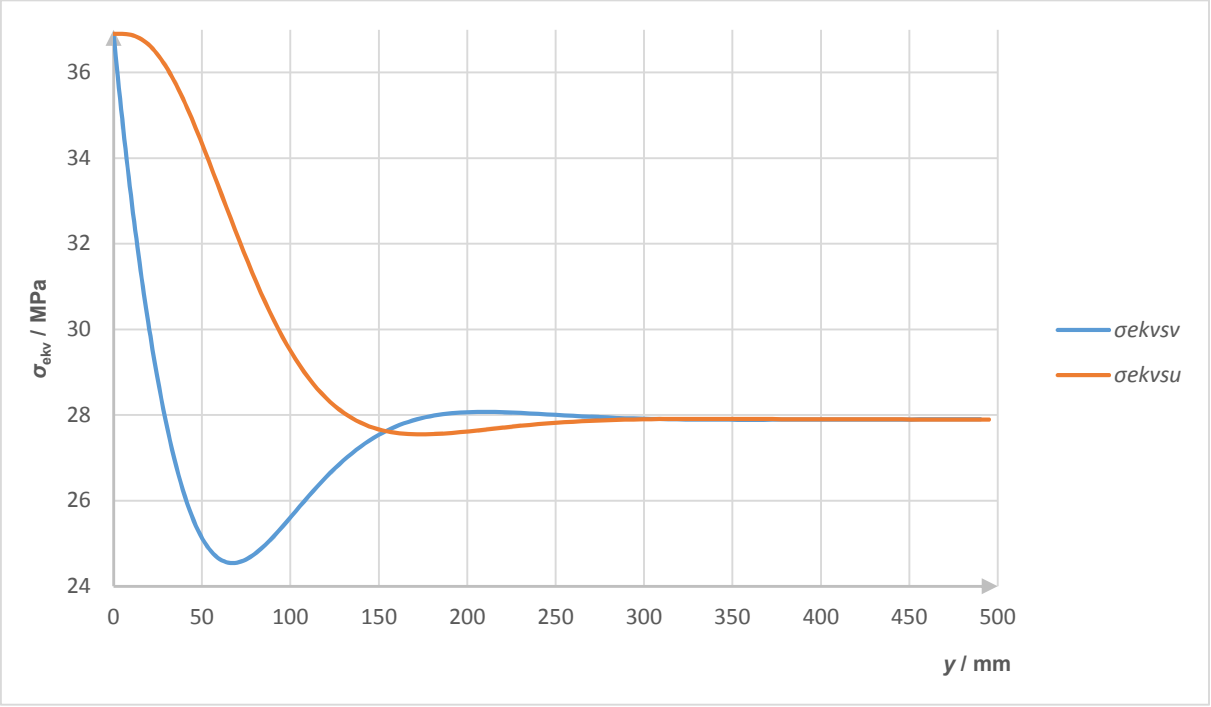
$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi } \sigma_{ekv}^{su} = 36{,}9 \quad \text{MPa.} \tag{120}$$



Slika 22. Ekvivalentna naprezanja duž unutrašnjeg ruba sferne ljuske

12. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske

Slikom 23. prikazana je usporedba raspodjela ekvivalentnih naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske kako se mijenja duž osi y ovisno o kutu ϑ prema slici 11.

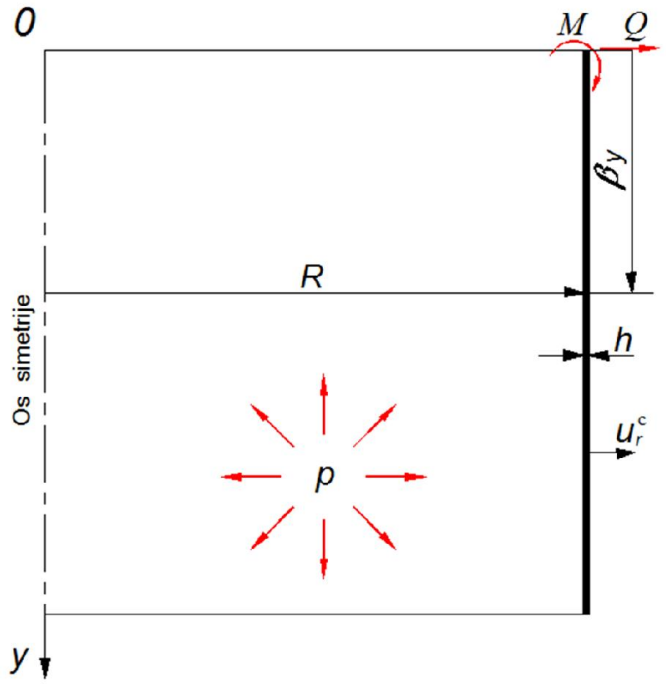


Slika 23. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske

Kao što se moglo i pretpostaviti na slici 23. vidimo da u okolini spoja na vanjskoj strani stjenke sferne ljuske djeluju nešto manja ekvivalentna naprezanja σ_{ekv}^{sv} dok na unutarnjoj strani djeluju nešto veća ekvivalentna naprezanja σ_{ekv}^{su} . Također se slikom 23. može vidjeti da na udaljenosti od približno 300 duž osi *y* isčezava savojno i djeluje jedino membransko stanje ekvivalentnog naprezanja.

3.5.2. Savijanje duge cilindrične ljuske

Slika 24. prikazuje rubne uvjete, geometriju i opterećenje u okolini spoja duge cilindrične ljuske. Kao što je prikazano slikom 24. u spoju djeluju poopćeni moment *M* i poopćena sila *Q* koji imaju značajan utjecaj na raspodjela općih rješenja u okolini spoja. Raspodjela općih rješenja u okolini spoja duge cilindrične ljuske ovisit će osim o rubnim uvjetima, geometriji i opterećenju također i o eksponencijalno trigonometrijskim funkcijama čije su funkcije raspodijele opisane izrazom (72) i prikazane na slici 10.

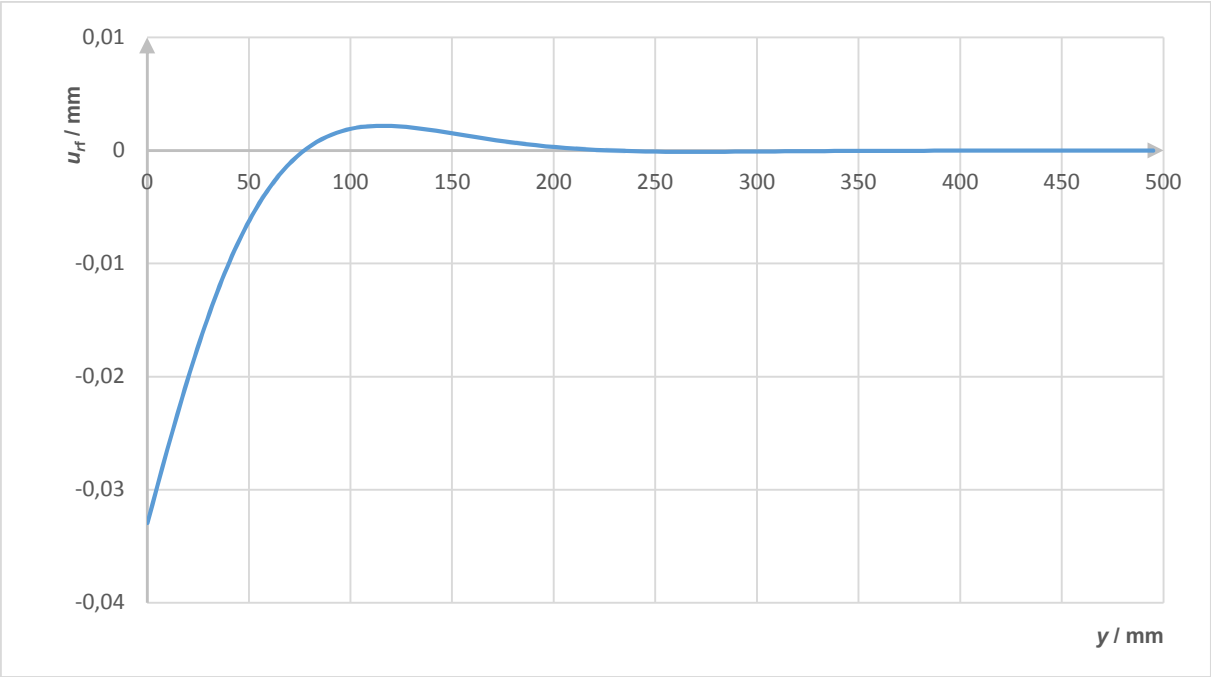


Slika 24. Savijanje cilindričnog dijela spremnika

1. **Vrijednosti savojnog dijela radijalnog pomaka cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$u_{\mathrm{rf}}^{\mathrm{c}} = \frac{Q_0}{D2\beta_0{}^3} f_4(\beta y). \tag{121}$$

Slikom 25. prikazana je raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka duž srednje plohe cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* prema izrazu (121).



Slika 25. Raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka cilindrične ljuske

Kao što je prikazano slikom 25. vrijednost savojnog dijela radijalnog pomaka cilindrične ljuske u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } \quad u_{\mathrm{rf}}^{\mathrm{c}} = -0{,}0329 \text{ mm}. \tag{122}$$

Također prema dijagramu na slici 25. vidimo da savojni dio radijalnog pomaka svoju maksimalnu pozitivnu vrijednost postiže otprilike na udaljenosti od otprilike 120 mm duž osi *y*. Dok na udaljenosti otprilike 250 mm potpuno iščezava i nakon toga prestaje utjecaj savojnog radijalnog pomaka.

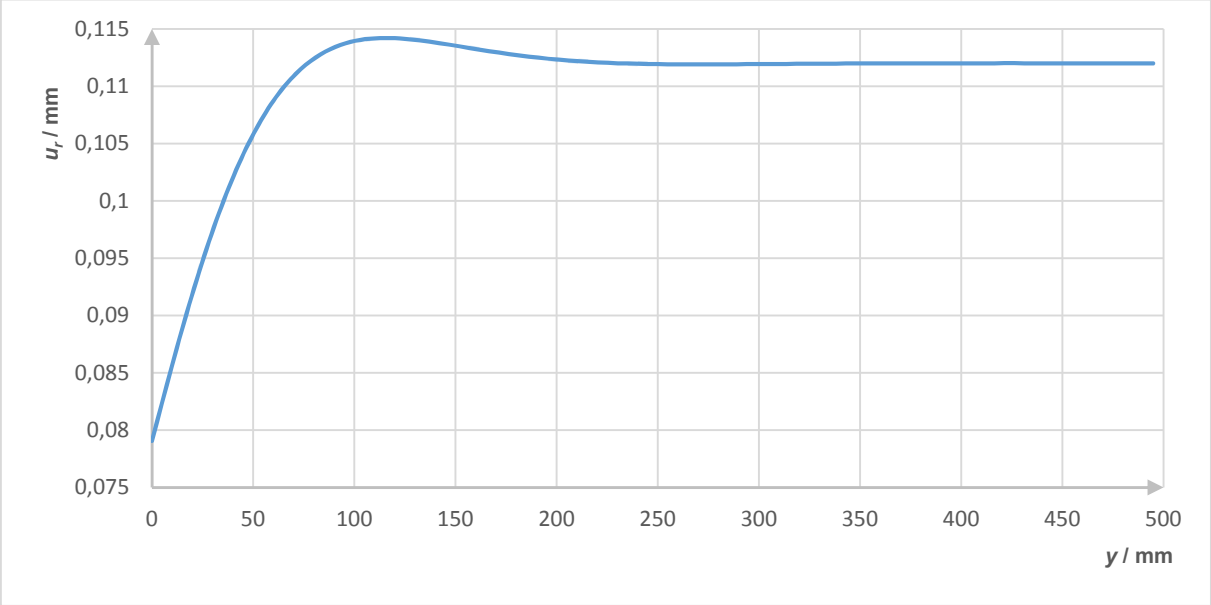
2. **Vrijednosti ukupnog radijalnog pomaka cilindrične ljuske definirano pomoću izraza:**

$$u_r^{\mathrm{c}} = u_{\mathrm{rf}}^{\mathrm{c}} + u_{r\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}. \tag{123}$$

Kao što je prikazano izrazom (123) ukupni radijalni pomaka dobiven je primjenom superpozicije od savojnog i membranskog djela. Dijagramom na slici 26. prikazana je

raspodjela ukupnog radijalnog pomaka duž izvodnice srednje plohe cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi y. Kao što je prikazano slikom 26. vrijednost ukupnog radijalnog pomaka cilindrične ljuske u spoju tj. za $y = 0$ iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } u_r^c = -0{,}0329+0{,}112025 = 0{,}079 \text{ mm}. \tag{124}$$



Slika 26. Raspodjela ukupnog radijalnog pomaka cilindrične ljuske

3. Vrijednosti cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_\varphi^c = \sigma_{\varphi f}^c + \sigma_{\varphi m}^c. \tag{125}$$

Izraz za raspodjelu cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske dobiven je primjenom superpozicije membranskog i savojnog dijela naprezanja. Izraz za raspodjelu savojnog cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske jednak je:

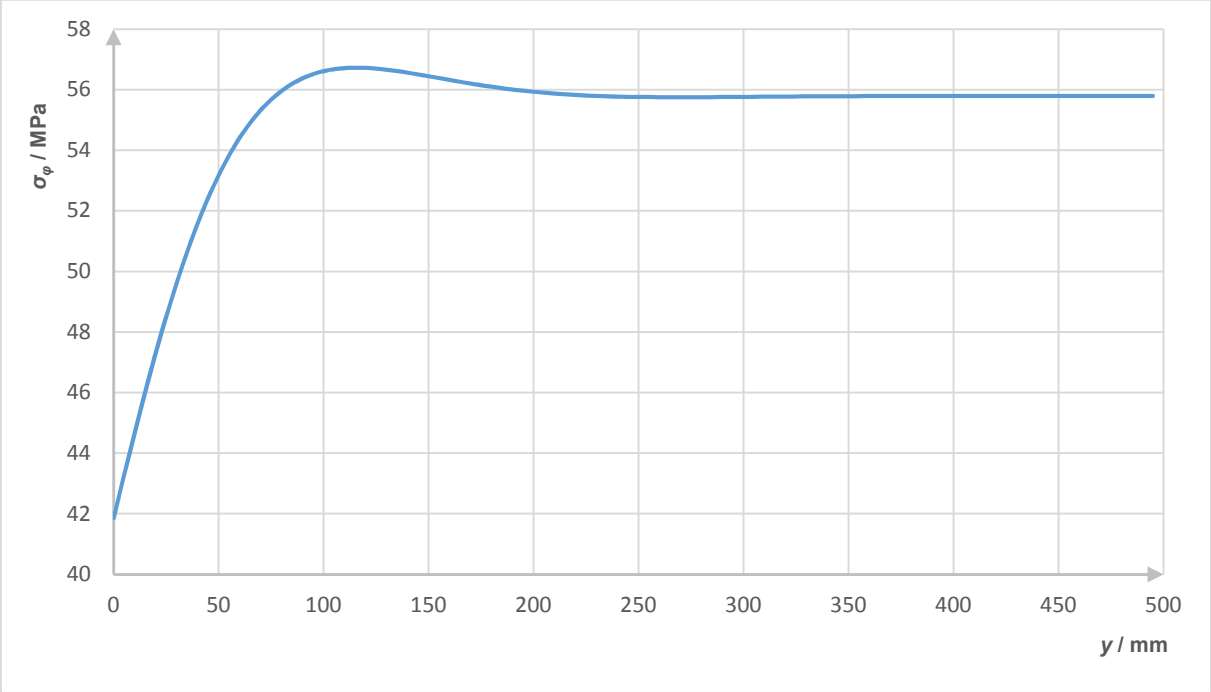
$$\sigma_{\varphi f}^c = \frac{N_{\varphi f}^c}{h}. \tag{126}$$

Kako bi dobili savojno naprezanje potreban je izraz za raspodjelu savojnog dijela cirkularne sile koji iznosi:

$$N_{\varphi f}^c = \frac{Eh}{R} \cdot u_{rf}^c. \tag{127}$$

Kao što se vidi prema izrazu (127) utjecaj na raspodjelu savojnog dijela cirkularne sile ima raspodjela savojnog dijela radijalnog pomaka koja je opisana u prethodnom poglavlju.

Slikom 27. prikazana je raspodjelu cirkularnog naprezanja duž srednje plohe cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y*. a koja je dobivena prema izrazu (125).



Slika 27. Raspodjela cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske

Kao što je prikazano slikom 27. vrijednost cirkularnog naprezanja cilindrične ljuske u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi } \quad \sigma_{\varphi}^{c} = -13{,}9489+55{,}8 = 41{,}851 \quad \text{MPa.} \tag{128}$$

4. Vrijednosti meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{\vartheta}^{c} = \sigma_{\vartheta f}^{c} + \sigma_{\vartheta m}^{c}. \tag{129}$$

Izraz za raspodjelu meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske dobiven je primjenom superpozicije membranskog i savojnog dijela naprezanja. Izraz za raspodjelu meridijalnog savojnog naprezanja cilindrične ljuske jednak je:

$$\sigma_{\vartheta f}^{c} = \frac{N_{\vartheta f}^{c}}{h}. \tag{130}$$

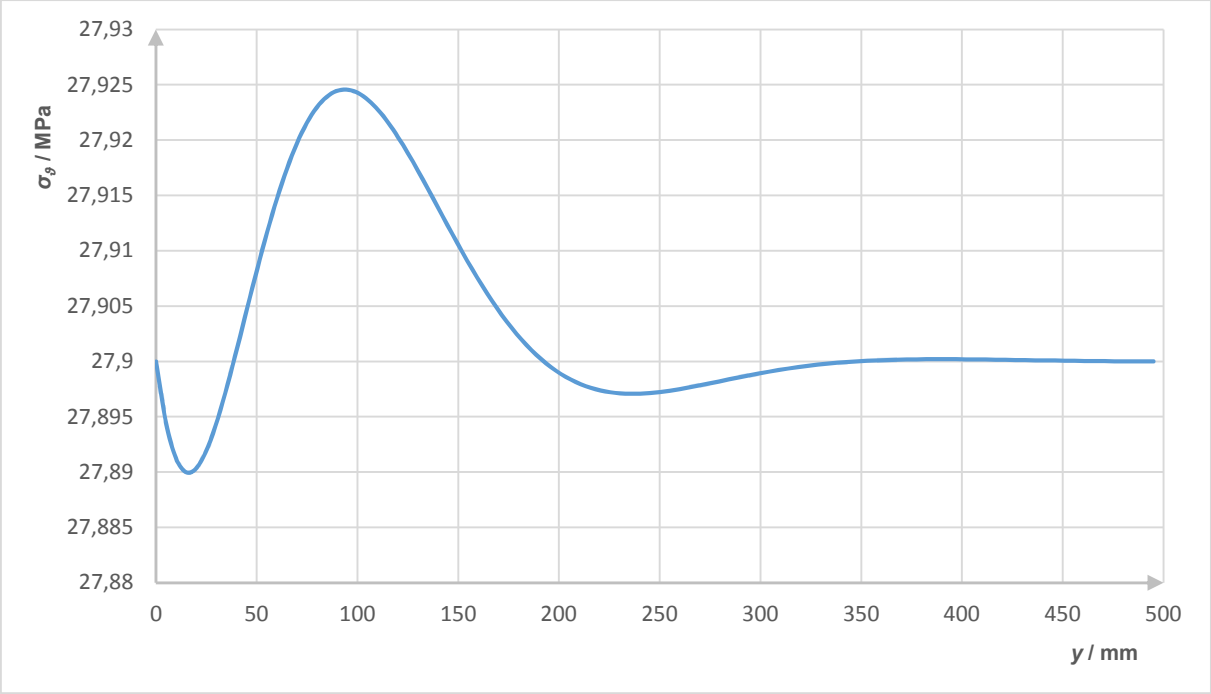
Kako bi dobili savojno naprezanje potreban nam je izraz za raspodjelu savojnog dijela meridijalne sile koji iznosi:

$$N_{\vartheta f}^{c} = Q_{r}^{c} \cdot \cos\vartheta. \tag{131}$$

Izraz za poprečnu silu cilindrične ljuske glasi:

$$Q_r^c = - Q_0 \cdot f_3(\beta y). \tag{132}$$

Slikom 28. prikazana je raspodjela meridijalnog naprezanja duž srednje plohe cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi y a dobivena prema izrazu (129).



Slika 28. Raspodjela meridijalnog naprezanja cilindrične ljuske

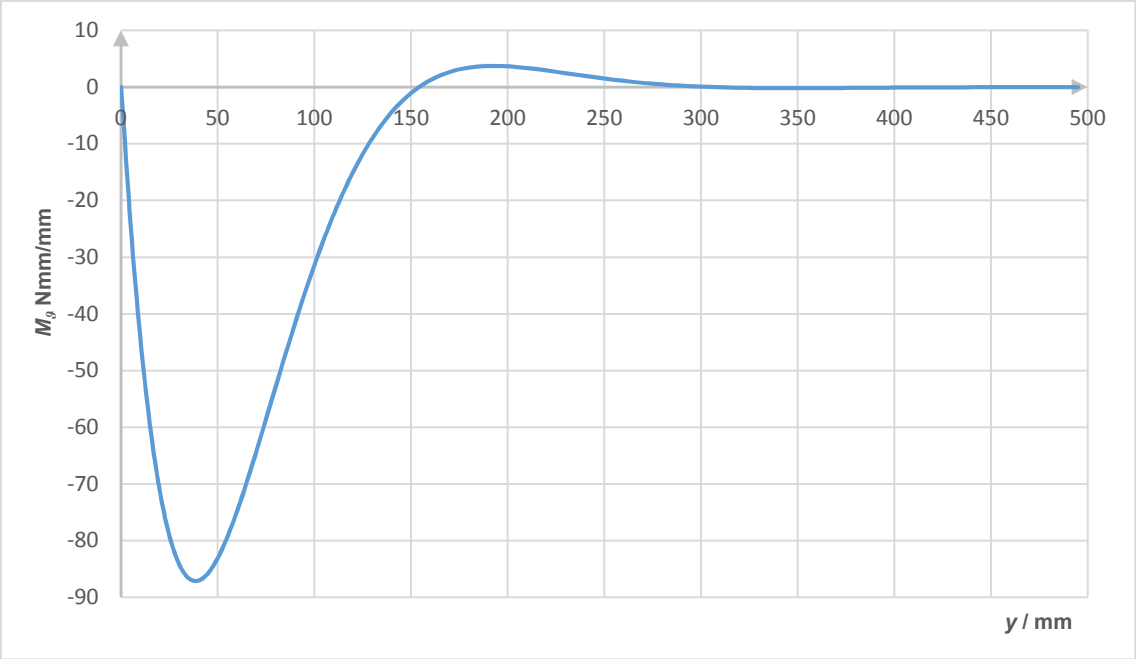
Kao što vidimo slikom 28. u spoju tj. za $y = 0$ nema utjecaja savojnih meridijalnih naprezanja već djeluju jedino membranska meridijalna naprezanja.

$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi} \quad \sigma_\vartheta^c = 0+27{,}9 = 27{,}9 \text{ MPa}. \tag{133}$$

5. Vrijednosti meridijalnog momenta cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$M_\vartheta^c = \frac{Q_0}{\beta_0} f_2(\beta y). \tag{134}$$

Slikom 29. prikazana je raspodjela meridijalnog momenta duž srednje plohe cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi y prema slici 22. a koja je dobivena prema izrazu (134).



Slika 29. Raspodjela meridijalnog momenta cilindrične ljuske

Kao što je prikazano slikom 29. u spoju ne postoji djelovanje meridijalnog momenta.

$$\text{za } y = 0, \quad \text{slijedi} \quad M_\vartheta^c = 0 \ \text{Nmm/mm}. \tag{135}$$

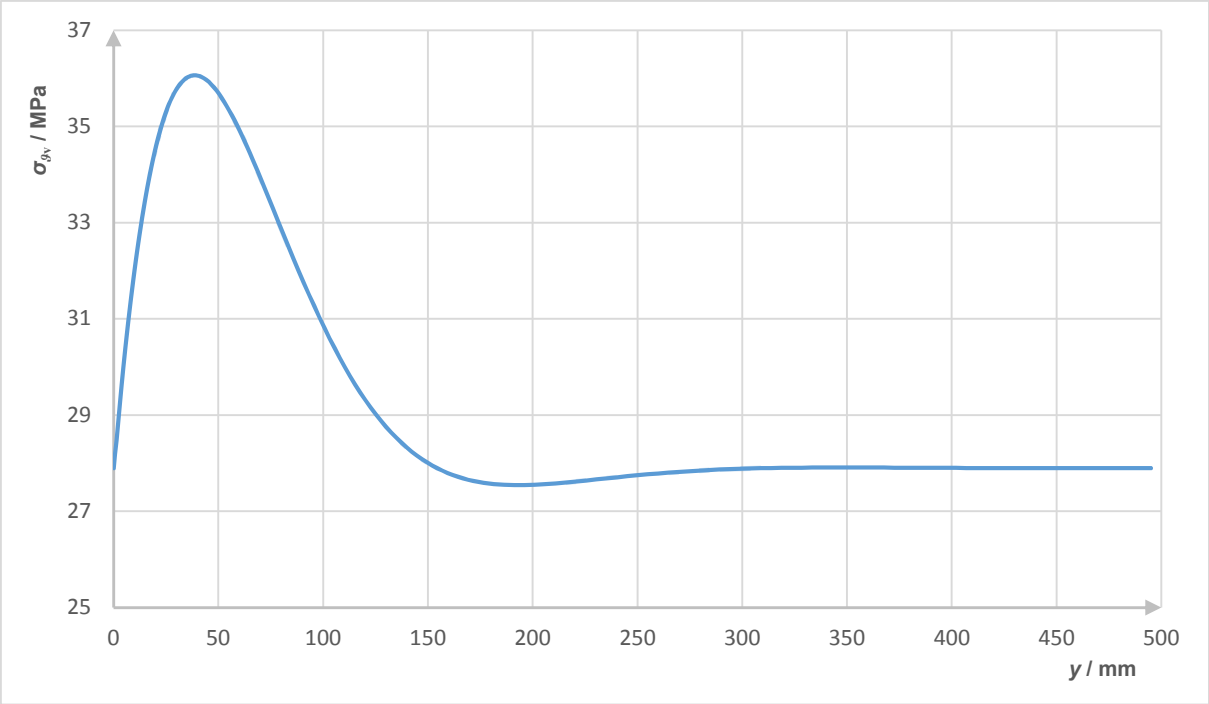
Treba reći da raspodjela meridijalnog momenta ima značajan utjecaj na raspodjelu meridijalnih i cirkularnih naprezanja duž vanjskog odnosno unutarnjeg ruba cilindrične ljuske što će biti kasnije prikazano u izrazima (136) i (138).

6. Vrijednosti meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_\vartheta^{cv} = \sigma_\vartheta^c - \frac{6M_\vartheta^c}{h^2}. \tag{136}$$

Kao što se može vidjeti raspodjelu meridijalnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo uz pomoć izraza (136) na raspodjelu duž vanjskog ruba cilindrične ljuske.

Slikom 30. prikazana je raspodjela meridijalnog naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* a koja je dobivena prema izrazu (136).



Slika 30. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske

Kao što je prikazano slikom 30. vrijednost meridijalnog savojnog naprezanja na vanjskom rubu cilindrične ljuske u spoju tj. za $y = 0$ iznosi:

$$\text{za } y = 0 \text{ , slijedi } \quad \sigma_{\vartheta}^{cv} = 27{,}9 + 0 = 27{,}9 \quad \text{MPa} . \tag{137}$$

Prema navedenom rješenju iz izraza (137) možemo reći da u spoju na vanjskom rubu cilindrične ljuske djeluje jedino membransko meridijalno naprezanje odnosno $\sigma_{\vartheta}^{cv} = \sigma_{\vartheta}^{cm}$.

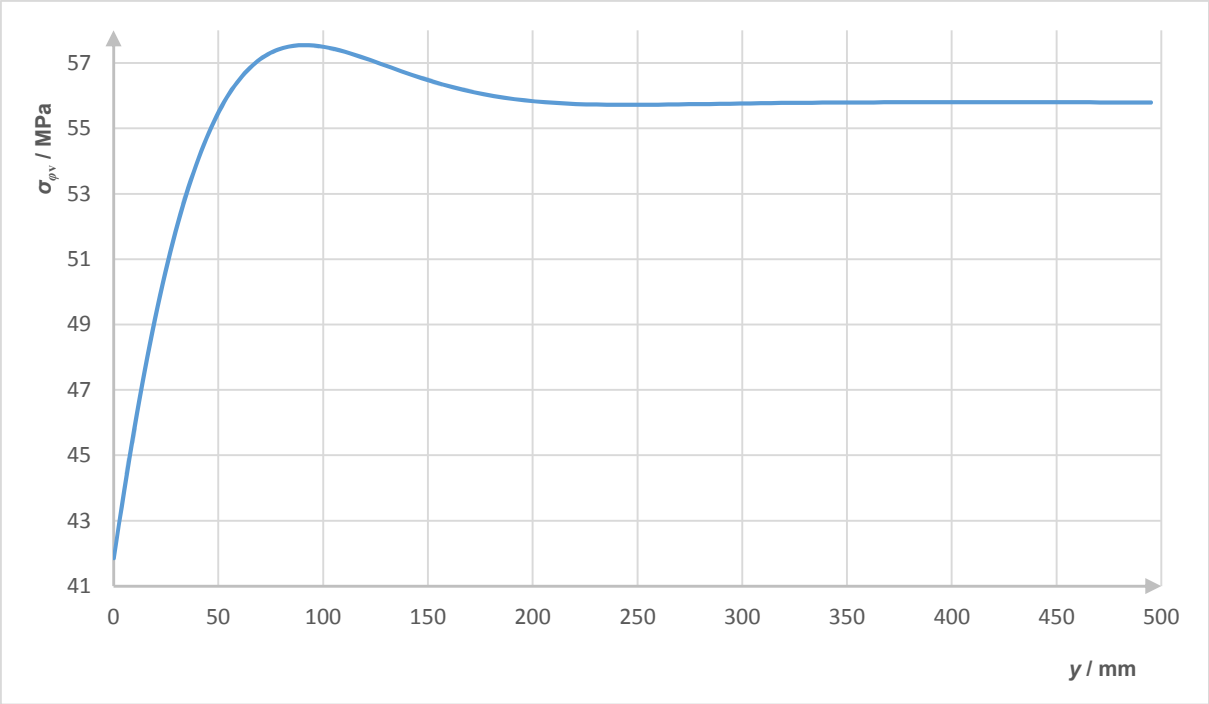
7. **Vrijednosti cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:**

$$\sigma_{\varphi}^{cv} = \sigma_{\varphi}^{c} - \nu \frac{6 M_{\vartheta}^{c}}{h^2}. \tag{138}$$

Kao što se može vidjeti raspodjelu cirkularnih naprezanja duž srednje plohe preračunali smo uz pomoć izraza (138) na raspodjelu duž vanjskog ruba cilindrične ljuske.

Slikom 31. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi y koja je dobivena prema izrazu (138). Kao što je prikazano slikom 31. vrijednost cirkularnog naprezanja na vanjskom rubu cilindrične ljuske u spoju iznosi:

$$\text{za } \quad y = 0, \text{ slijedi } \quad \sigma_{\varphi}^{cv} = 41{,}8489 + 0 = 41{,}84 \quad \text{MPa} . \tag{139}$$



Slika 31. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske

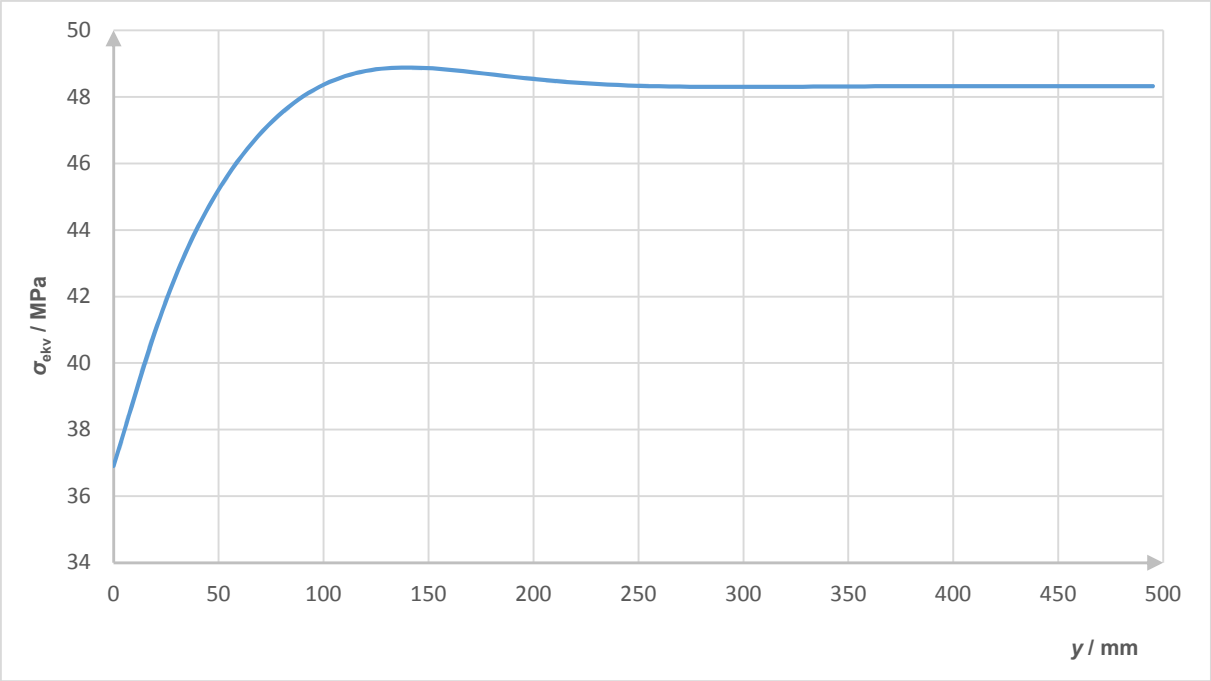
Iz slike 31. vidimo da udaljavanjem od spoja vrijednost raspodjele eksponencijalno raste te svoju maksimalnu vrijednost od 57,54 MPa postiže otprilike na udaljenosti od 90 mm duž osi *y*, koje je ujedno i najveće naprezanje u okolini spoja spremnika.

8. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{\text{ekv}}^{\text{cv}} = \sqrt{\left(\sigma_{\vartheta\text{u}}^{\text{cv}}\right)^2 + \left(\sigma_{\varphi}^{\text{cv}}\right)^2 - \sigma_{\vartheta}^{\text{cv}}\sigma_{\varphi}^{\text{cv}}}. \tag{140}$$

Kao što se vidi prema izrazu (140) ekvivalentno naprezanje na vanjskom rubu cilindrične ljuske se računa kao dvoosno stanje naprezanja čije su vrijednosti prethodno izračunate.

Slikom 32. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* prema izrazu (140).



Slika 32. Raspodjelu ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske

Kao što je prikazano slikom 32. vrijednost ekvivalentnog naprezanja u spoju na vanjskom rubu cilindrične ljuske znosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi} \qquad \sigma_{\text{ekv}}^{\text{cv}} = 36{,}9089 \quad \text{MPa.} \tag{141}$$

9. Raspodjelu meridijalnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

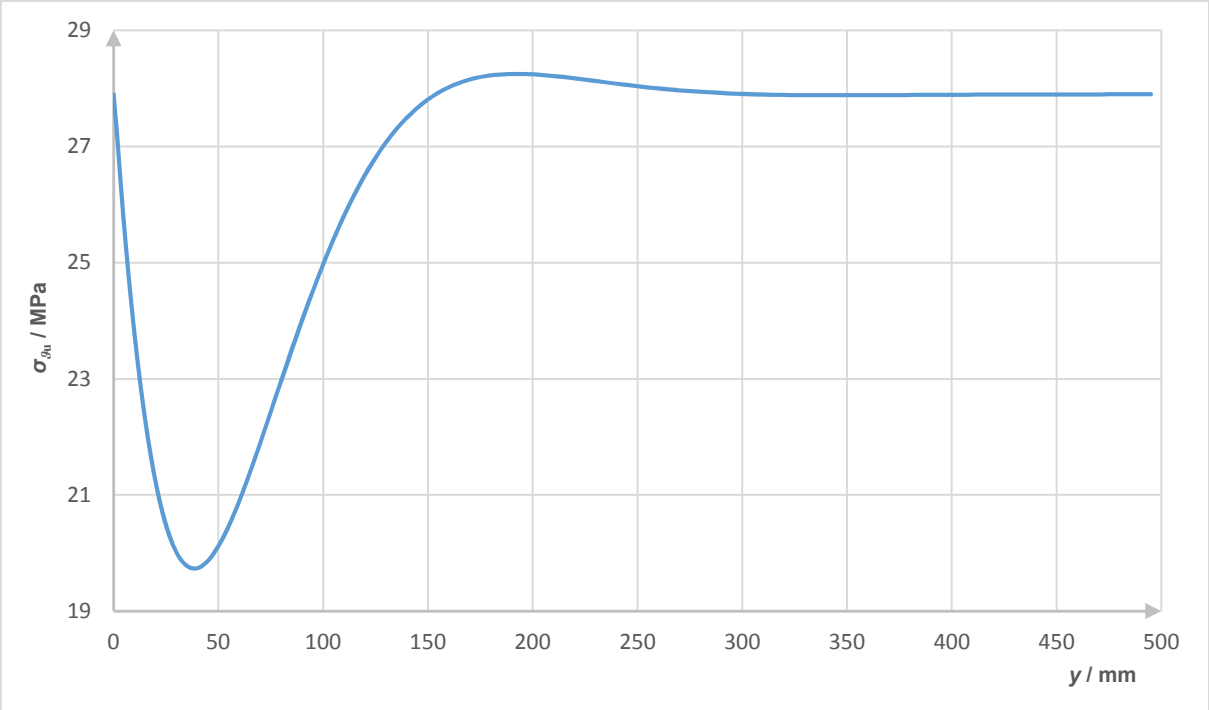
$$\sigma_{\vartheta}^{\text{cu}} = \sigma_{\vartheta}^{\text{c}} + \frac{6M_{\vartheta}^{\text{c}}}{h^2}. \tag{142}$$

Slikom 33. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž unutarnjeg ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi y prema izrazu (142).

Kao što je prikazano slikom 33. vrijednost meridijalnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju iznosi:

$$\text{za } y = 0, \text{ slijedi} \quad \sigma_{\vartheta}^{\text{cu}} = 27{,}9\text{-}0 = 27{,}9 \text{ MPa.} \tag{143}$$

Prema navedenom rješenju iz izraza (143) možemo reći da u spoju ne postoji utjecaj savojnih meridijalnih naprezanja i momenata te zbog toga na unutarnjem rubu u spoju djeluje jedino membransko meridijalno naprezanje odnosno $\sigma_{\vartheta\text{cu}} = \sigma_{\vartheta\text{cm}}$.



Slika 33. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske

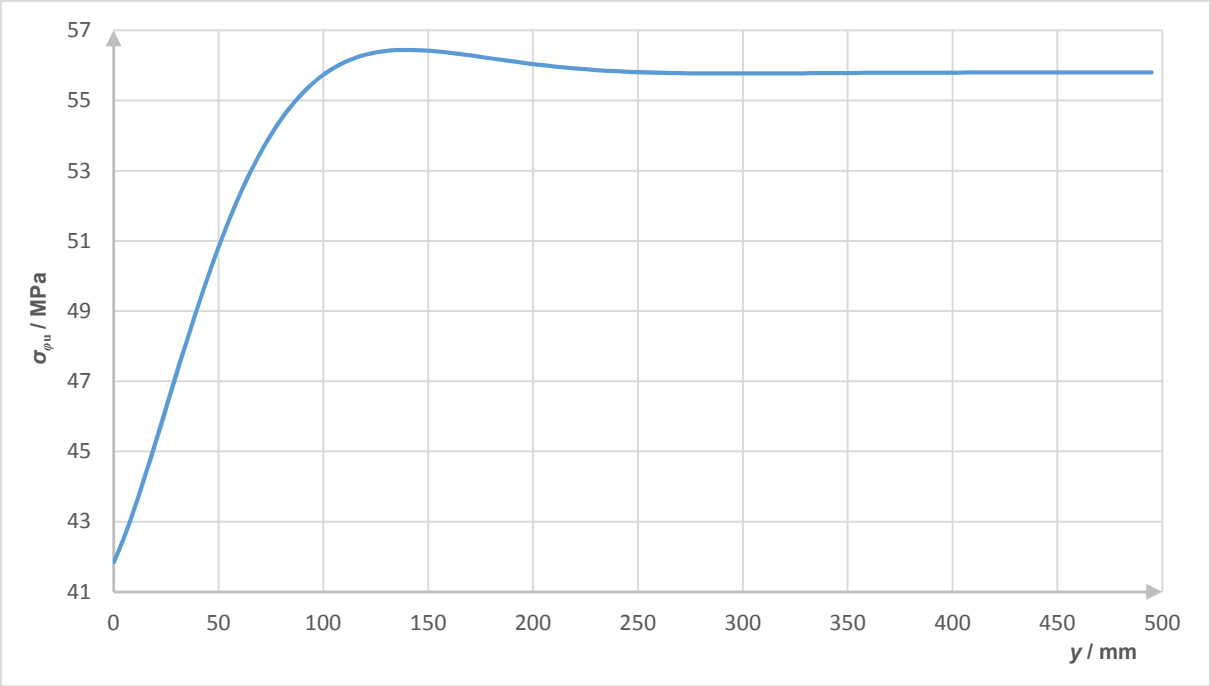
10. Vrijednosti cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{\varphi}^{cu} = \sigma_{\varphi}^{c} + \nu \frac{6M_{\vartheta}^{c}}{h^2}. \tag{144}$$

Slikom 34. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutarnjeg ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* prema izrazu (144).

Kao što je prikazano slikom 34. vrijednost cirkularnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju iznosi:

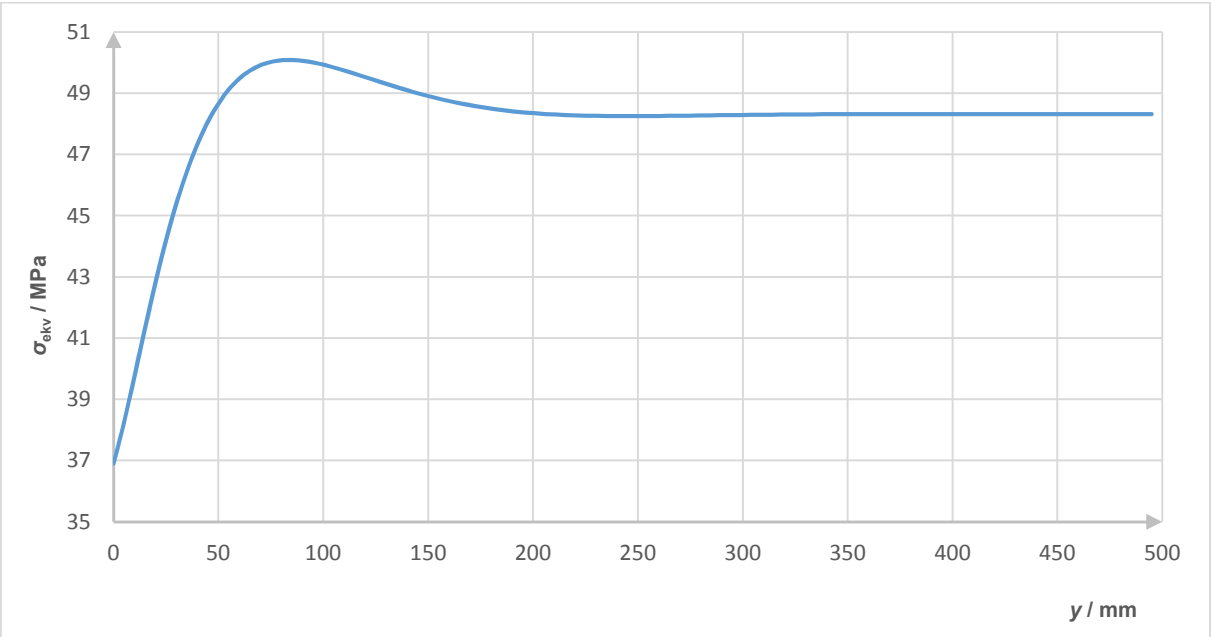
za $y = 0$, slijedi $\sigma_{\varphi}^{cu} = 41{,}84 - 0 = 41{,}84$ MPa. (145)



Slika 34. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske

11. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske definiramo pomoću izraza:

$$\sigma_{ekv}^{cu}=\sqrt{\left(\sigma_{\vartheta u}^{cu}\right)^2+\left(\sigma_{\varphi}^{cu}\right)^2-\sigma_{\vartheta}^{cu}\sigma_{\varphi}^{cu}}. \tag{146}$$



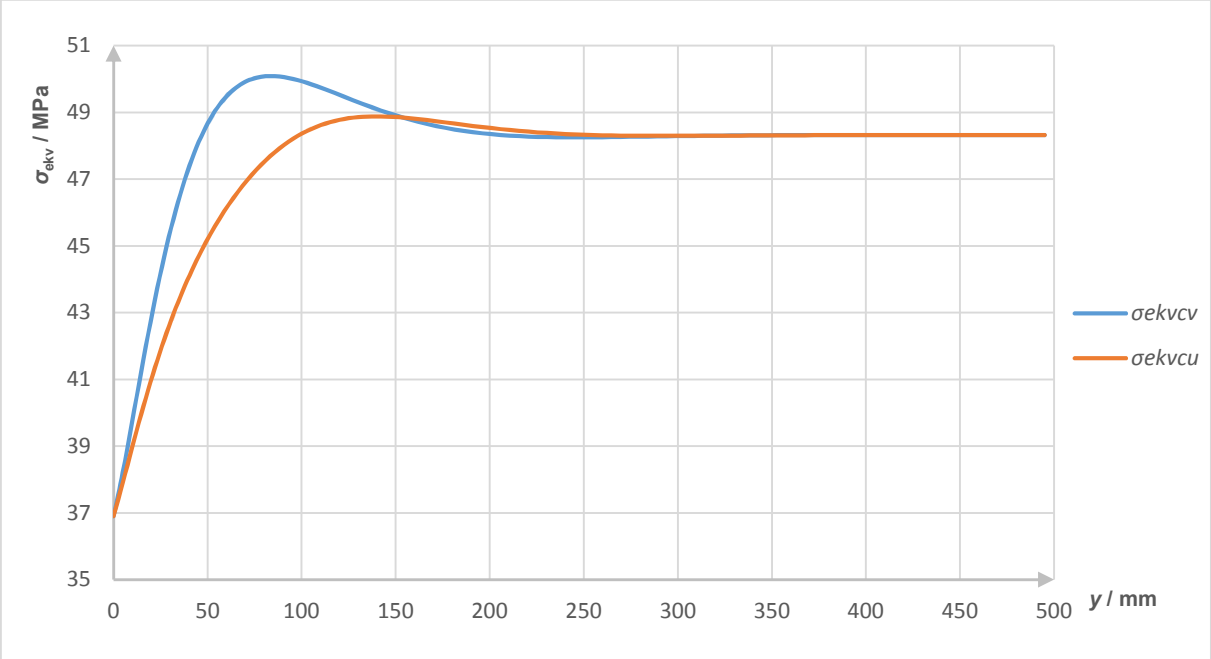
Slika 35. Raspodjelu ekvivalentnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske

Slikom 35. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* prema izrazu (146). Kao što je prikazano slikom 35. vrijednost ekvivalentnih naprezanja na unutarnjem rubu u spoju iznosi:

$$\text{za} \quad y = 0 \quad \text{slijedi} \quad \sigma_{ekv}^{cu} = 36{,}9 \ \text{MPa}. \tag{147}$$

12. Vrijednosti ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba cilindrične ljuske

Slikom 36. prikazana je usporedba prethodno izračunatih raspodjela ekvivalentnih naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba cilindrične ljuske kako se mijenja duž osi *y* prema slici 24.



Slika 36. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž unutarnjeg i vanjskog ruba cilindrične ljuske

Kao što se moglo i pretpostaviti na slici 36. vidimo da u okolini spoja na vanjskoj strani stjenke cilindrične ljuske djeluju nešto veća ekvivalentna naprezanja σ_{ekv}^{cv} dok na unutarnjoj strani djeluju nešto manja ekvivalentna naprezanja σ_{ekv}^{cu}. Također se slikom 36. može vidjeti da na udaljenosti od približno 300 duž osi *y* isčezava savojno i djeluje jedino membransko stanje ekvivalentnog naprezanja.

3.6. Zaključak provedene analize

Kod analize tankostijenih ljusaka naprezanja u pravcu normale na srednju plohu mogu se zanemariti te ekvivalentno naprezanje proračunati za slučaj dvoosnog stanja naprezanja. U našem slučaju cirkularnog i meridijalnog naprezanja. Prikazani oblik raspodjele ekvivalentnih naprezanja posljedica je utjecaja membranskih ali i savojnih naprezanja koje je proizveo geometrijski diskontinuitet spoja cilindra i sfere. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja izvršena je duž izvodnice srednje plohe te duž vanjskog i unutarnjeg ruba sferne i cilindrične ljuske. Analitičkim proračunom dokazalo se da su vrijednosti raspodjele ekvivalentnog naprezanja u okolini spoja duž vanjskog ruba cilindrične ljuske veće u odnosu na srednju plohu dok su vrijednosti raspodjele ekvivalentnog naprezanja u okolini spoja duž vanjskog ruba sferne ljuske manje u odnosu na srednju plohu. Također iz analize naprezanja možemo vidjeti da nakon približno 300 mm udaljenosti od spoja isćezava savojno i dolazi do utjecaja jedino membranskog stanja naprezanja. Time je dokazano da su sferna i cilindrična ljuska dovoljno duge odnosno da rubni uvjeti lijevog kraja ne utječu na pomake desnog kraja i obratno.

4. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata numerička je metoda temeljena na diskretizaciji kontinuuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode, tj. razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata. Konačni elementi međusobno su povezani čvorovima, a stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija [9].

4.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata

Primjenom programskog paketa ABAQUS provedena je numerička analiza raspodjele naprezanja u okolini spoja strukturnih elemenata plašta i podnice spremnika. Prije provedbe numeričke analize izvršena je knvergencija numeričkog rješenja prema analitičkom rješenju za svaku odabranu vrstu konačnog elementa te je za svaki primijenjeni konačni elemenat prikazana njegova geometrija i sažeti opis.

4.1.1. Korišteni klasični konačni elementi

U radu su za analizu metodom konačnih elemenata primjenom programskog paketa ABAQUS [10] korišteni slijedeći klasični konačni elementi:

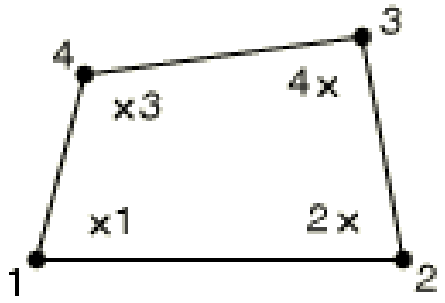
a) Ljuskasti element S4

b) Dvodimenzijski osnosimetrični element CAX8

c) Jednodimenzijski osnosimetrični element SAX2

a) Ljuskasti element S4

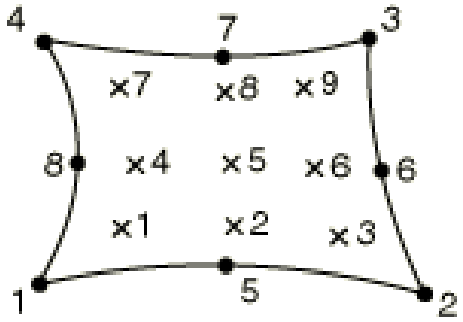
Za analizu zadane geometrije prikladna je uporaba ljuskastih konačnih elemenata. Primijenit će se S4 element sa 6 stupnjeva slobode u svakom čvoru. Slika 37. prikazuje odabrani ljuskasti element, s pripadnim čvorovima i točkama integracije konačnog elementa.



Slika 37. S4 ljuskasti konačni element [10]

b) Dvodimenzijski osnosimetrični element CAX8

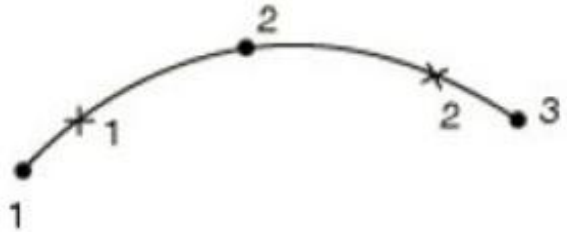
Kako su i geometrija i opterećenje ove konstrukcije osnosimetrični, za rješavanje problema u obzir dolaze osnosimetrični konačni elementi. Ovi elementi su u obliku kružnih prstenova čiji presjek može biti trokut, pravokutnik ili proizvoljni četverokut pa se nazivaju i prstenastim elementima [11]. Slikom 38. prikazan je osnosimetrični pravokutni element drugog reda CAX8 sa pripadnim čvorovima i točkama integracije konačnog elementa.



Slika 38. Osnosimetrični pravokutni element drugog reda [10]

c) Jednodimenzijski osnosimetrični element SAX2

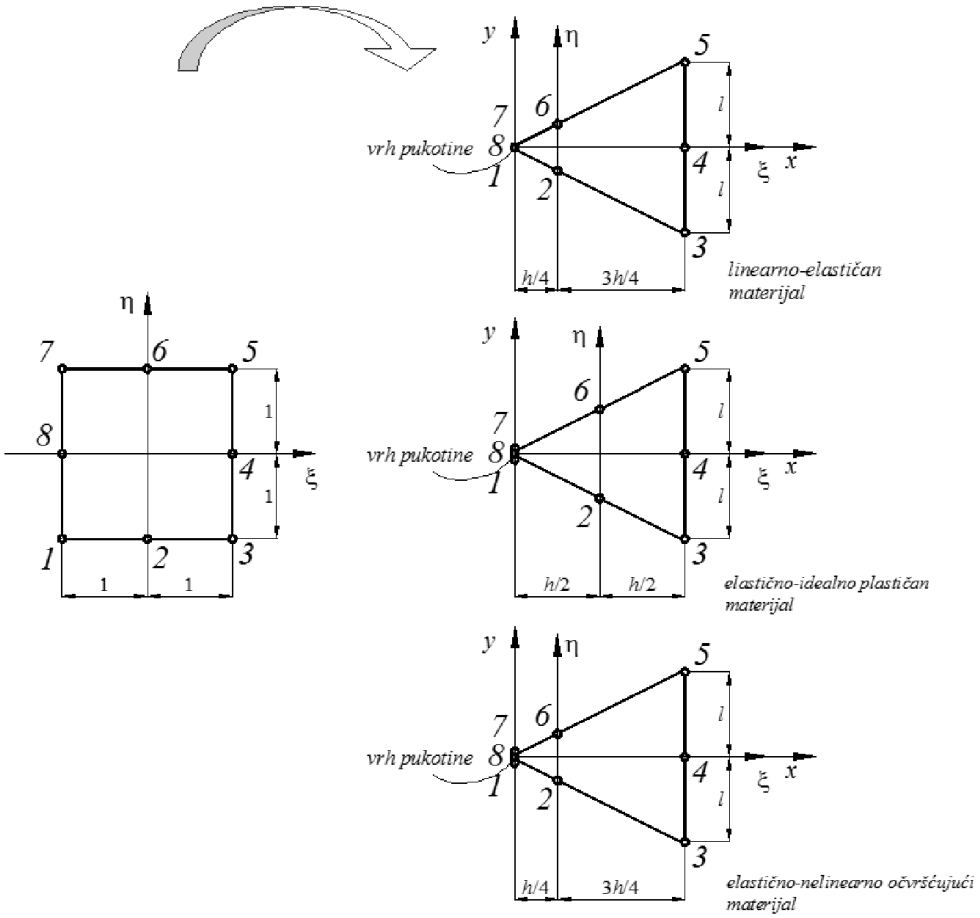
SAX2 je jednodimenzijski osnosimetrični konačni element drugog reda. Koristi se za opisivanje jednostavnijih osnosimetričnih stanja naprezanja i deformacija u osnosimetričnim ljuskama [11]. Na slici 39. prikazan je SAX2 konačani element, s tri čvora i dvije točke integracije konačnog elementa.



Slika 39. Zakrivljeni prstenasti osnosimetrični element [10]

4.1.2. Korišteni konačni elementi za primjenu u mehanici loma

Za analizu procijene cjelovitosti strukturnog elementa s pukotinom na osnovu izračunatih vrijednosti parametara mehanike loma korišteni su singularni kondenzirani element s međučvorom na ¼ stranice i s međučvorom na ½ stranice za 2D analizu koji su sadržani u pogramskom paketu ABAQUS [10]. Na slici 40. prikazano je pomicanja međučvorova te način sažimanja čvorova konačnih elemenata u vrhu pukotine ovisno o primjenjenom materijalnom modelu [13].



Slika 40. Pomicanja međučvorova te način sažimanja čvorova u vrhu pukotine [14]

Kod singularnih 2D konačnih elemenata dolazi do sažimanja (kolabiranja) četverokutnog u trokutasti konačni element [12]. Kod takvog trokutastog konačnog elementa međučvor na stranicama koje se sastaju u vrhu pukotine ostaje na sredini stranice ili se pomiče iz sredine na ¼ stranice elementa ovisno o željenom tipu singularnosti [13]. Za postizanje singulariteta u vrhu pukotine za dvodimenzionalne probleme koriste se konačni elementi oznake CPE8 koji se sažimaju (kolabiraju) na način da se sažima samo jedna stranica tako da sva tri čvora ″7, 8 i 1″ jedne stranice poprimaju isti geometrijski položaj (vrh pukotine).

Prema literaturi [13] teorijska rješenja za naprezanja oko vrha pukotine u izrazu sadrže član $1/\sqrt{r}$ za linearno-elastično ponašanje materijala, dok za elastoplastično ponašanje taj član iznosi $1/r$ [13]. U vrhu pukotine ($r = 0$) dolazi do pojave singularnosti [14].

Prema [14] vrste singulariteta podijeljene su na tri dijela ovisno o materijalnom modelu:

1. $\varepsilon \propto r^{-\frac{1}{2}}$ - za linearno - elastične materijale,

Ovaj tip singularnosti dobije se ako su čvorovi 7, 8 i 1 povezani zajedno tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati samo kao jedan čvor. Pomicanje središnjih čvorova na stranicama konačnog elementa koje se sastaju u vrhu pukotine mora biti na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine [14].

2. $\varepsilon \propto r^{-1}$ - za elastično - idealno plastične materijale,

Ovaj tip singularnosti se dobije ako su čvorovi 7, 8 i 1 slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati neovisno jedni od drugih. Pomicanja središnjih čvorova na stranicama konačnog elementa koje se sastaju u vrhu pukotine nema tj. čvorovi ostaju na sredini stranice [14].

3. $\varepsilon \propto r^{\frac{-n}{(n+1)}}$ - za elastično - nelinearno očvršćujuće materijale.

Ovaj tip singularnosti se dobije ako su čvorovi 7, 8 i 1 slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati neovisno jedni od drugih. Pomicanje središnjih čvorova na stranicama konačnog elementa koje se sastaju u vrhu pukotine mora biti na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine [14].

gdje je:

r - radijus udaljenosti od vrha pukotine u mm,

ε – deformacija u (-),

n - parametar očvršćenja materijala.

4.2. Verifikacija korištenih klasičnih konačnih elemenata

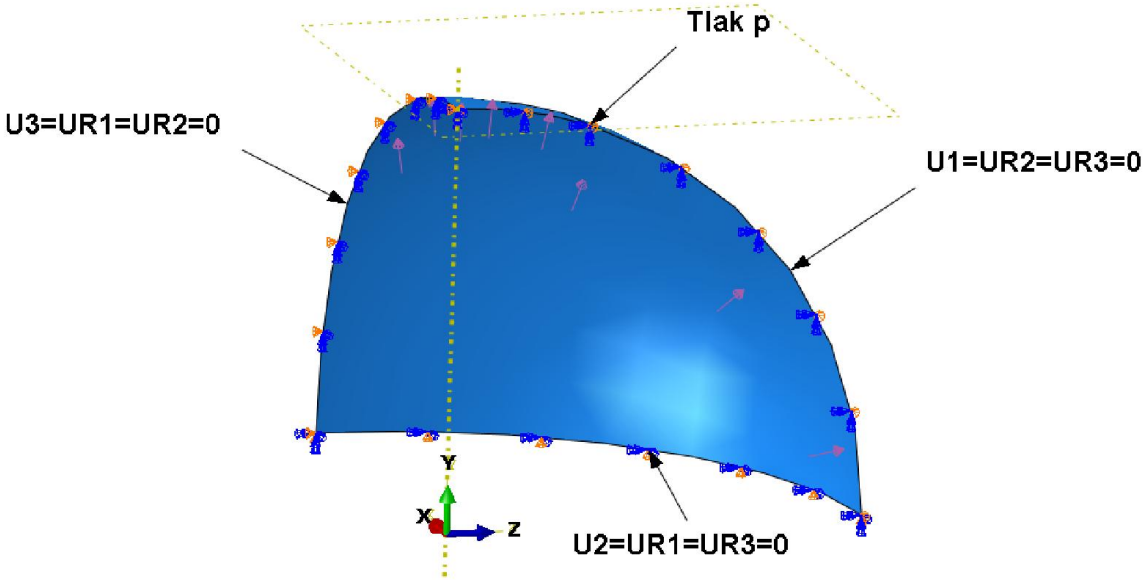
Verifikacijska analiza bazira se na ispitivanju brzine konvergencije primijenjenih konačnih elemenata. Brzina konvergencije uspoređuje se prema analitičkom rješenju s obzirom na broj stupnjeva slobode proračunskog modela. Brzina i vrsta konvergencije daje uvid u izbor najprikladnijeg konačnog elementa. Verifikacija je napravljena prema prethodno dobivenim analitičkim rješenjima gdje smo analizirali strukturne elemente spremnika opterećene unutarnjim tlakom. Predloženi elementi za analizu osno-simetričnih tankostijenih ljuski su: elementi S4, CAX8 i SAX2 a nalaze se u programskom paketu Abaqus.

4.2.1. Numerička analiza membranskog stanja naprezanja u sfernoj ljusci

Prema geometriji, opterećenju i rubnim uvjetima prikazanim na slici 5. i prema podacima karakteristika materijala koji su navedeni u tablici 6. dobiveni su ulazni podaci za izradu numeričkog modela za opis membranskog stanja naprezanja u sfernoj ljusci.

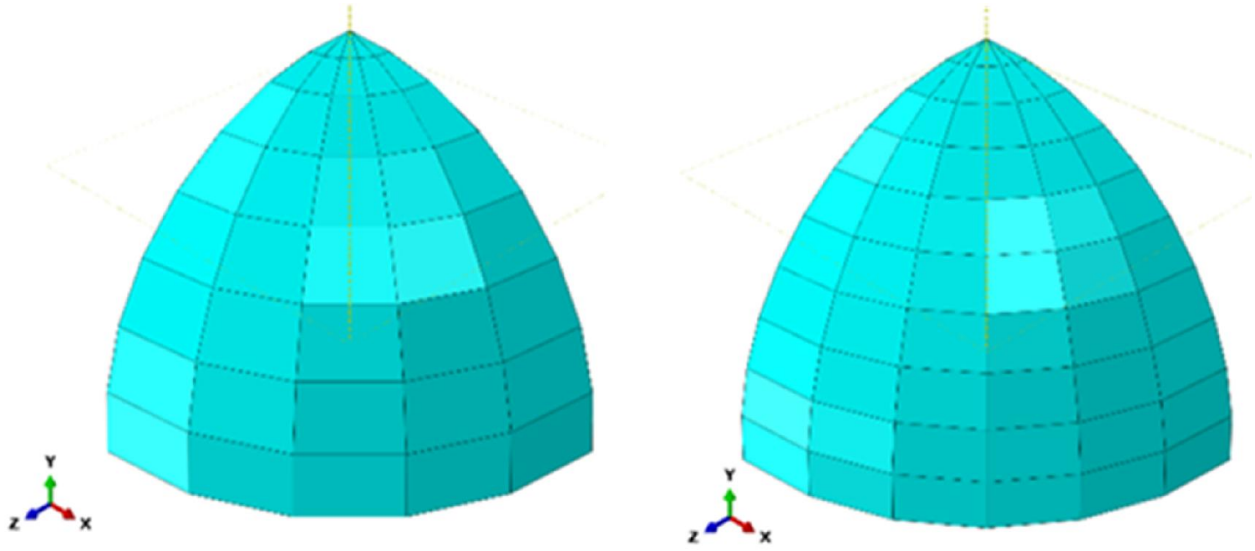
4.2.1.1. Ljuskasti element S4

Za provedbu numeričke analize membranskog stanja u sfernoj ljusci elementom S4 upotrijebili smo 1/8 proračunskog modela budući da možemo upotrijebiti tri rubna uvjeta simetrije. Nakon modeliranja geometrije i rubnih uvjeta potrebno je postaviti opterećenje u vidu tlaka koji djeluje na unutarnjoj površini sfere, kao što je prikazano slikom 41.

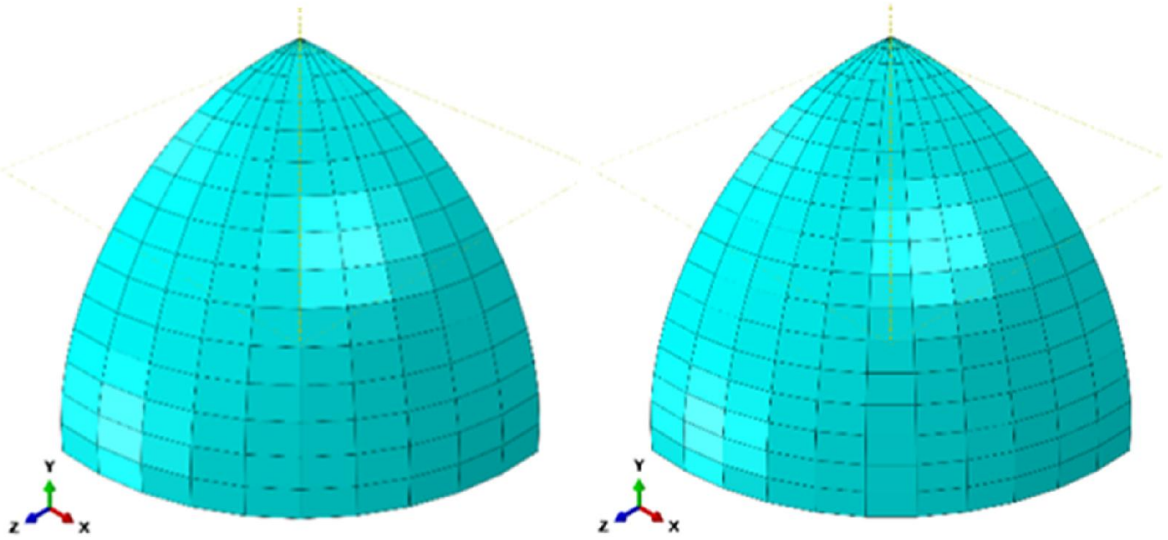


Slika 41. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran S4 elementima

Nakon što smo definirali rubne uvjete i opterećenje potrebno je napraviti mrežu konačnih elementa. U ovom ćemo primjer koristiti ljuskaste elemente prvog reda odnosno trokutne (S3) i četverokutne (S4). Mreže sa spomenutim elementima prikazane su na slici 42. gdje su prikazane 4 mreže konačnih elemenata različitih gustoća i jednakih geometrija.



a) b)



c) d)

Slika 42. Mreže ljuskastih elemenata: a) model s 40 elemenata, b) model sa 60 elemenata, c) model s 150 elementa, d) model s 198 elemenata

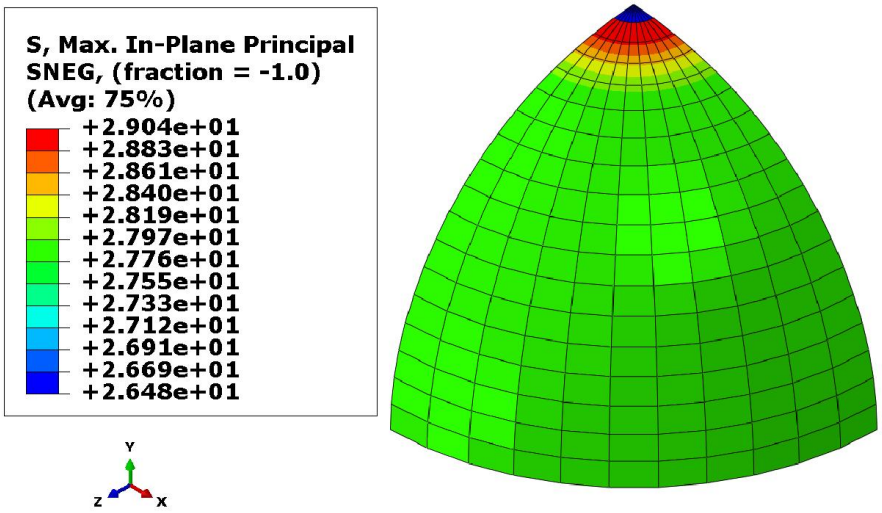
Na slici 42. prikazana je mreža: a) s 40 elemenata, b) s 60 elemenata, c) s 150 elementa, d) s 198 elemenata.

Tablica 9. prikazuje karakteristike mreža diskretiziranih ljuskastih elemenata u vidu broja i tipa elemenata, čvorova te stupnjeva slobode.

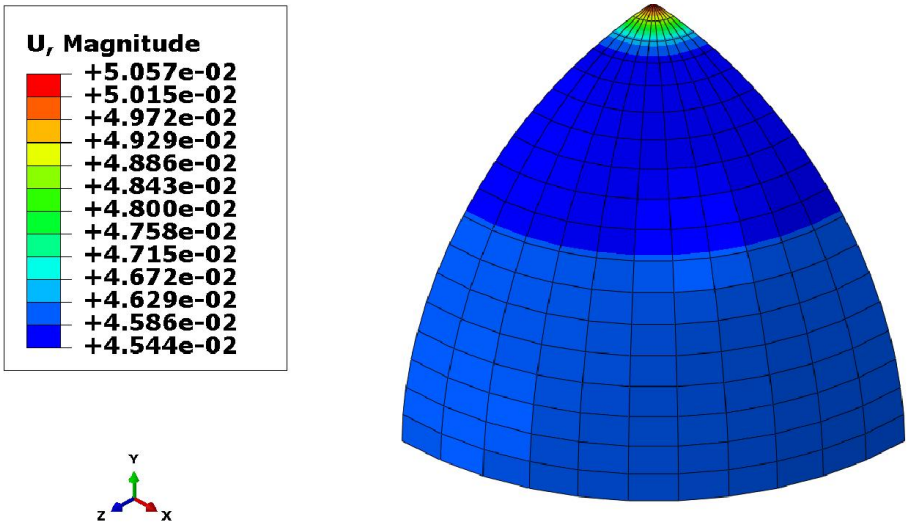
Tablica 9. Karakteristike mreža S4R i S3 ljuskastih elemenata

Mreža:	Elemenata:	Čvorova:	Stupnjeva slobode:	Linearnih četverokutnih S4R:	Linearnih trokutnih S3:
a)	40	49	294	35	5
b)	60	71	426	54	6
c)	150	166	996	140	10
d)	198	217	1302	187	11

Slikom 43. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja a) i normalnih pomaka b) duž izvodnice srednje plohe sferne ljuske diskretizirane sa mrežom od 198 elemenata.



a)



b)

Slika 43. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm,

Tablicom 10. prikazana je usporedba dobivenih numeričkih rješenja cirkularnih naprezanja i radijalnih pomaka prema analitičkim rješenjima s obzirom odabranu gustoću mreže.

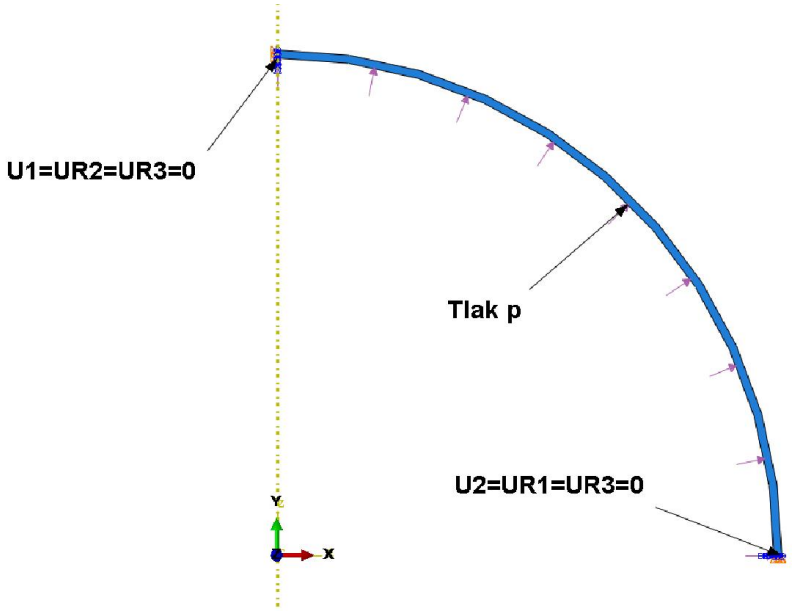
Tablica 10. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih ljuskastim S4R elementima ovisno o gustoći mreže

	Analitičko rješenje	Numeričko rješenje a)	Numeričko rješenje b)	Numeričko rješenje c)	Numeričko rješenje d)
σ_φ/ MPa	27,9	27,9686	27,9841	27,9203	27,9227
u_r/ mm	0,046128	0,0467069	0,0465878	0,0462714	0,462574

Kao što je prikazano tablicom 10. postoje određena odstupanja između numeričkih i analitičkih rješenja dobivenih ovom vrstom konačnog elementa. Odstupanja u rezultatima su relativno mala ali u slučaju analize složenije geometrije pretpostavljamo da bi bila i veća.

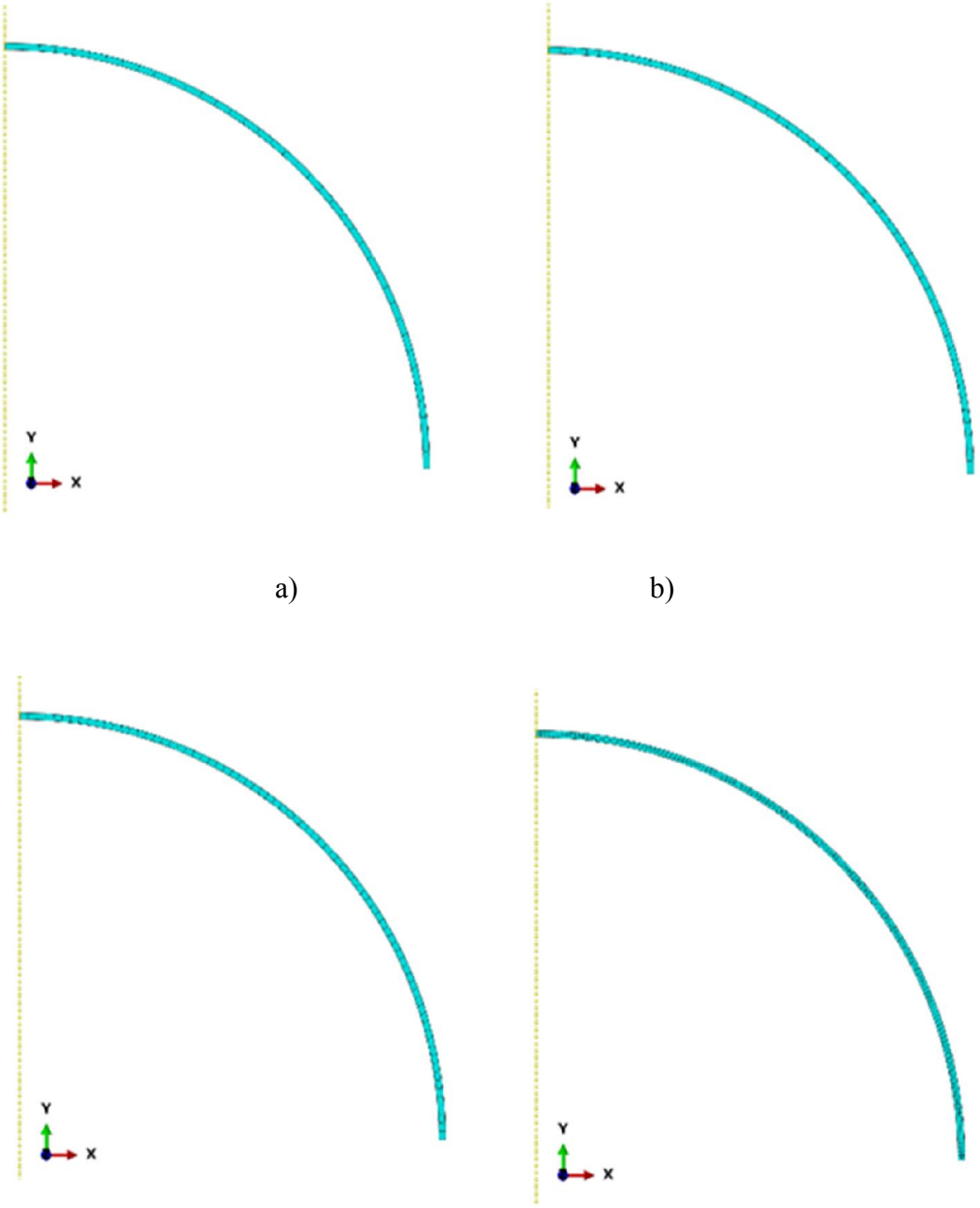
4.2.1.2. Dvodimenzijski osnosimetrični element CAX8

Za numeričku analizu membranskog stanja u sfernoj ljusci elementom CAX8 upotrijebili smo 1/4 proračunskog modela budući da možemo upotrijebiti dva rubna uvjeta simetrije. Nakon modeliranja rubnih uvjeta potrebno je postaviti opterećenje odnosno tlak koji djeluje na unutarnjoj površini sfere, kao što je prikazano slikom 44.



Slika 44. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran CAX8 elementima

Nakon što smo definirali rubne uvjete i opterećenje potrebno je napraviti mrežu konačnih elementa. U ovom ćemo primjeru koristiti osnosimetrični pravokutni element drugog reda CAX8. Mreža sa spomenutim elementom prikazana je na slici 45. gdje su prikazane 4 mreže konačnih elemenata različitih gustoća i jednakih geometrija. Na slici 45. prikazan je diskretiziran model mrežom: a) 32 elementa, b) 52 elementa, c) 78 elementa, d) s 130 elementa.



Slika 45. Mreže diskretizirane CAX8 elemenatima: a) model s 32 elementa, b) model s 52 elementa, c) model s 78 elementa, d) model s 130 elemenata

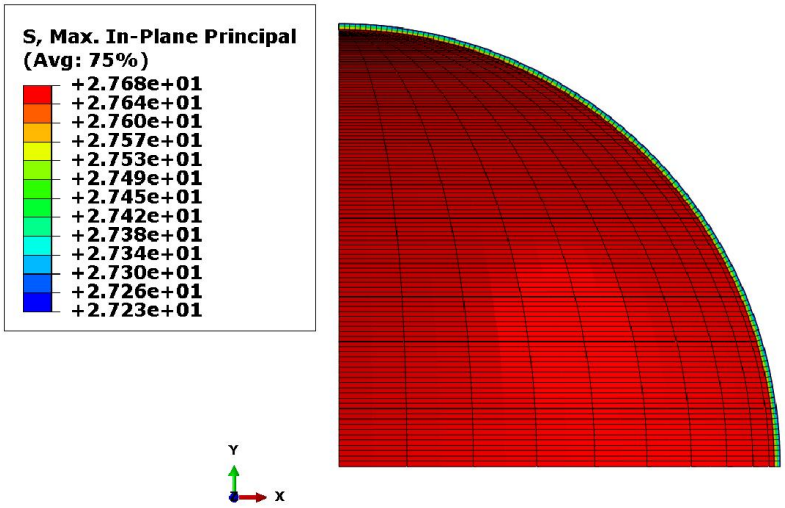
Tablica 11. prikazuje karakteristike mreža CAX8 dvodimenzijskih pravokutnih elemenata u vidu broja elemenata i čvorova te stupnjeva slobode.

Tablica 11. Karakteristike mreža CAX8 elemenata

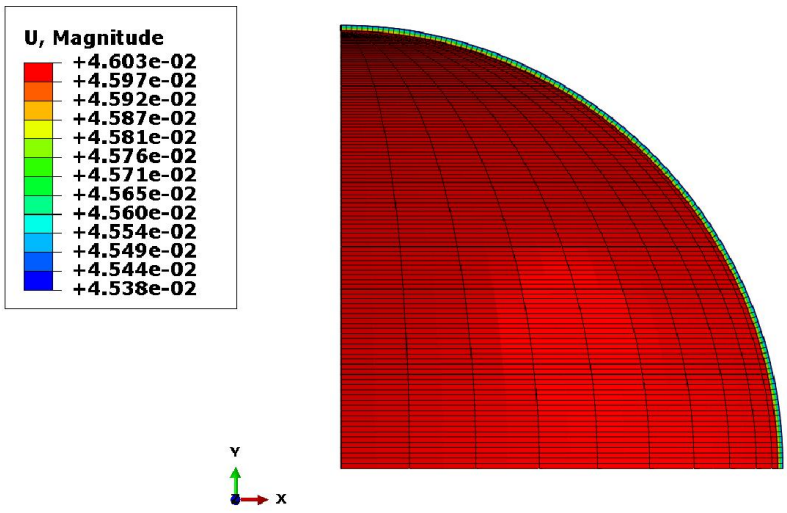
Mreže:	Elemenata:	Čvorova:	Stupnjeva slobode:

a)	32	198	396
b)	52	263	526
c)	78	393	786
d)	130	653	1306

Slikom 46. prikazana je raspodjela normalnih pomaka i cirkularnih naprezanja duž izvodnice sferne ljuske diskretizirane sa mrežom konačnih elemenata prema slici 45 d).



a)



b)

Slika 46. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm,

Tablicom 12. prikazana je usporedba dobivenih numeričkih rješenja cirkularnih naprezanja i radijalnih pomaka prema analitičkim rješenjima s obzirom na odabranu gustoću mreže.

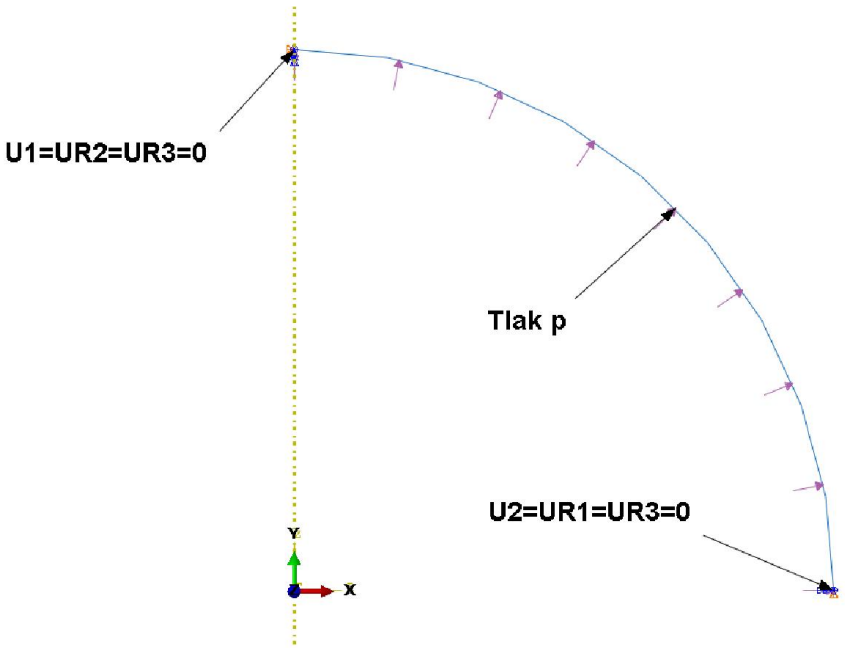
Tablica 12. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih CAX8 elementima

	Analitičko rješenje	Numeričko rješenje a)	Numeričko rješenje b)	Numeričko rješenje c)	Numeričko rješenje d)
σ_φ / MPa	27,9	27,46	27,4567	27,4544	27,4531
u_r / mm	0,046128	0,0456997	0,0456997	0,0456997	0,0456997

Kao i u prethodnom primjeru i ovdje postoje određena odstupanja između numeričkih i analitičkih rješenja dobivenih ovom vrstom konačnog elementa kao što je prikazano tablicom 12. Odstupanja u rezultatima su također relativno mala ali kao što je već rečeno u slučaju analize složenije geometrije pretpostavljamo da bi bila i veća.

4.2.1.3. Element SAX2

Za numeričku analizu membranskog stanja naprezanja u sfernoj ljusci uporabom jedno-dimenzijskog osno-simetričnog elementa SAX2 upotrijebili smo 1/4 modela budući da možemo upotrijebiti dva rubna uvjeta simetrije. Osim modeliranja geometrije i rubnih uvjeta modelirano je i opterećenje u vidu tlaka koji djeluje na unutarnjoj površini sfere, kao što je prikazano slikom 47.



Slika 47. Rubni uvjeti i opterećenje za model sfere diskretiziran SAX2 elementima

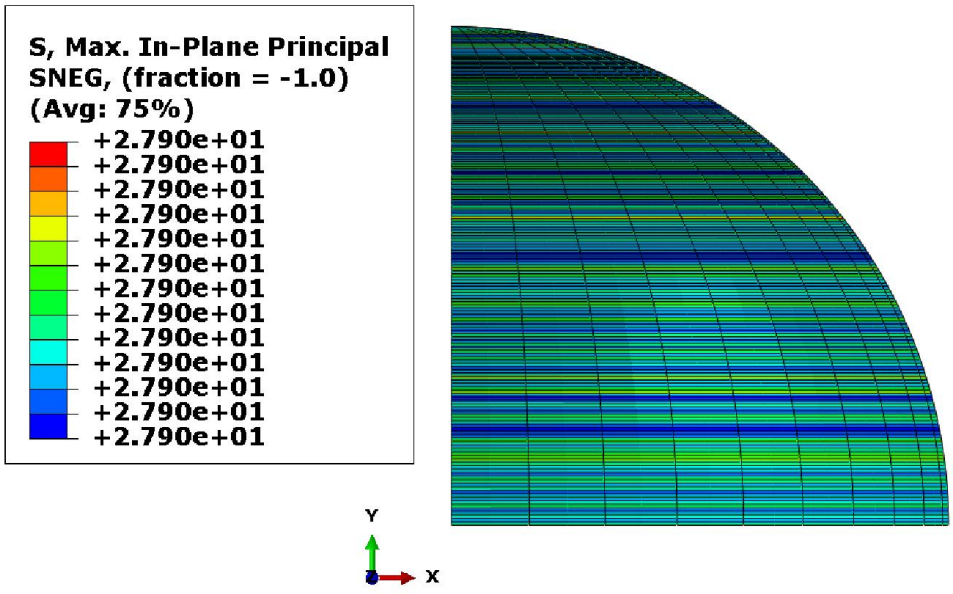
Budući smo u ovom slučaju upotrijebili jednodimenzionalan element, nismo prikazali modele mreža diskretizirane s ovim tipom elementa, budući se vizualno ne primjećuje razlika u gustoći

mreža. Tablica 13. prikazuje karakteristike mreža SAX2 osno-simetričnih jednodimenzijskih elemenata u vidu broja elemenata, čvorova te stupnjeva slobode.

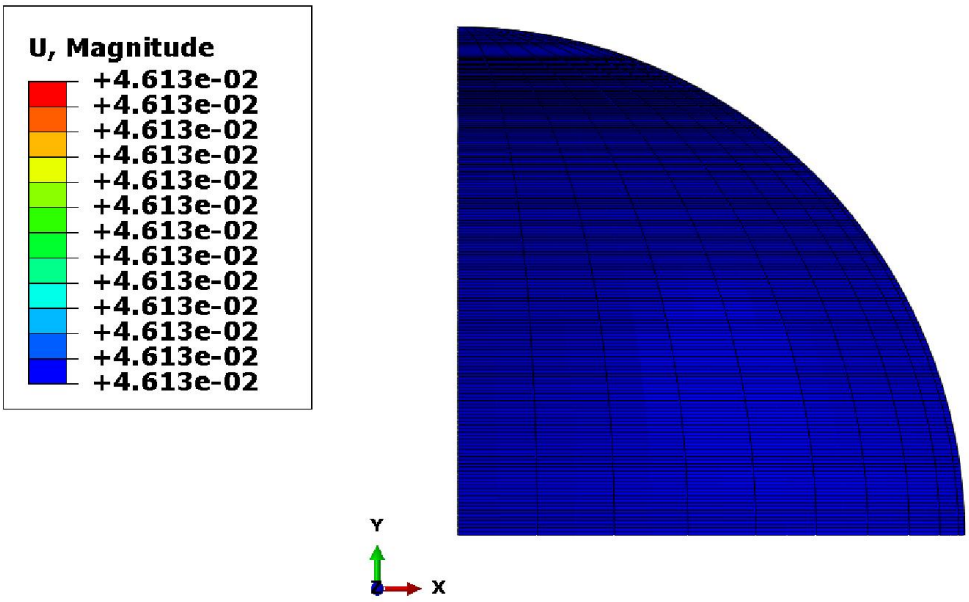
Tablica 13. Karakteristike mreža diskretizirane SAX2 konačnim elementima

Mreže:	Elemenata:	Čvorova:	Stupnjeva slobode:
a)	31	63	189
b)	52	105	315
c)	156	313	939
d)	223	447	1341

Slikom 48. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja i normalnih pomaka duž izvodnice sferne ljuske diskretizirane sa mrežom d) prema tablici 11.



a)



b)

Slika 48. Raspodjela: a) cirkularnih naprezanja u MPa, i b) normalnih pomaka u mm,

Tablicom 14. prikazana je usporedba dobivenih numeričkih rješenja cirkularnih naprezanja i radijalnih pomaka prema analitičkim rješenjima s obzirom na odabranu gustoću mreže.

Tablica 14. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 konačnim elementima

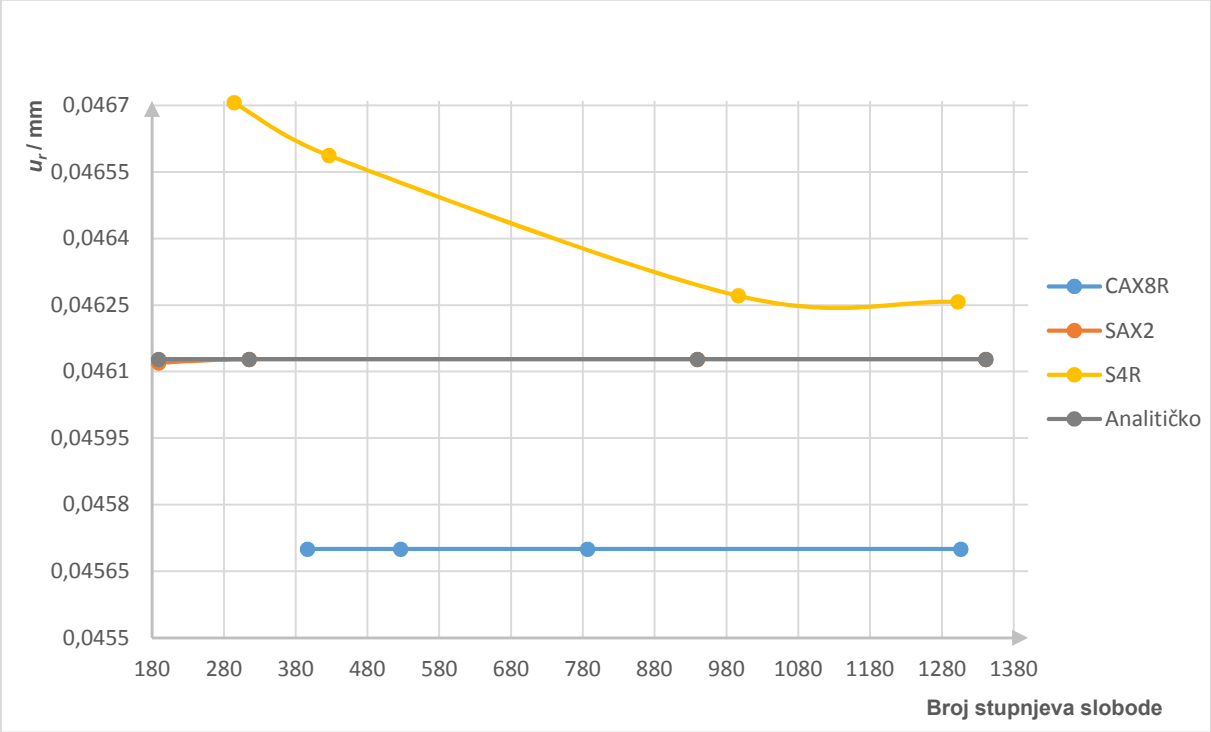
	Analitičko rješenje	Numeričko rješenje a)	Numeričko rješenje b)	Numeričko rješenje c)	Numeričko rješenje d)
σ_φ / MPa	27,9	27,899	27,9	27,9	27,9
u_r / mm	0,046128	0,046128	0,0461281	0,046128	0,046128

Za razliku od prethodnih primjera ovdje su se već pri najrjeđim mrežama numeričkom analizom postigli rezultati potpuno isti analitičkim rješenjima. Zbog ovakvih rezultata ovaj bi element mogao biti najpogodniji za numeričku analizu sličnih problema kad je model moguće diskretizirati ovakvim konačnim elementima.

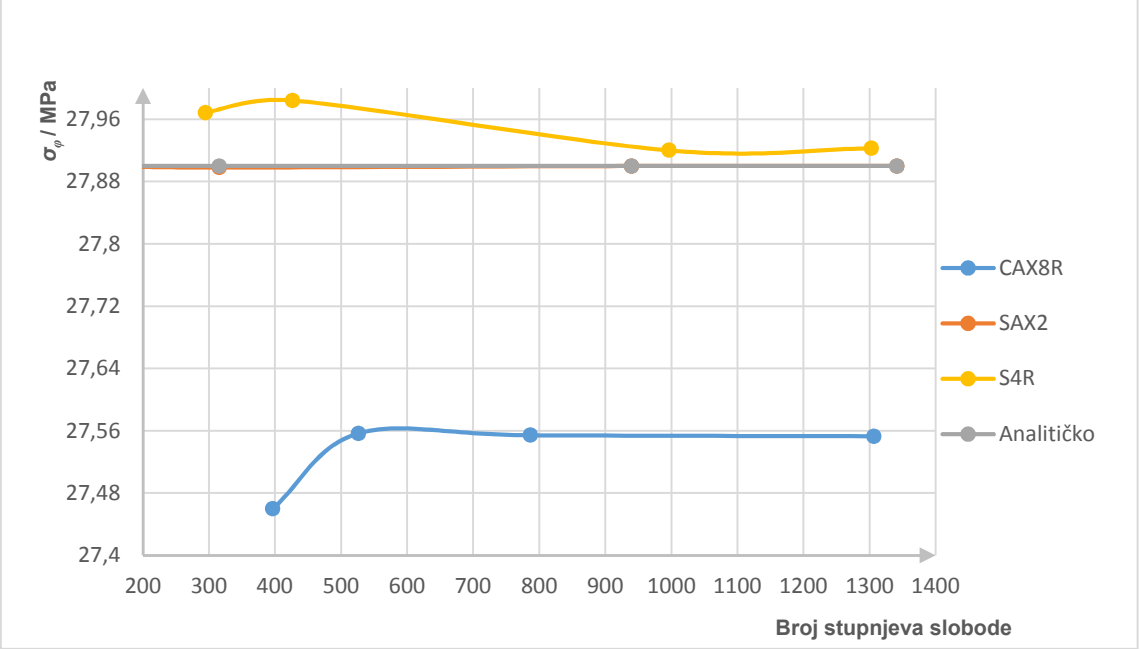
4.2.2. Konvergencija elemenata

Kako bi odabrali najprikladniji konačni element koji je pogodan za ovakvu vrstu numeričke analize trebamo provesti ispitivanje brzine konvergencije odabranih konačnih elemenata prema pripadnom analitičkom rješenju. Brzina konvergencije odnosno brzina približavanju prema analitičkom rješenju u našem slučaju za radijalni pomak i cirkularno naprezanje provedena je u ovisnosti o broju stupnjeva slobode proračunskog modela.

Slikom 49. prikazan je dijagram konvergencije radijalnih pomaka u ovisnosti o vrsti konačnih elemenata i broju stupnjeva slobode konačnih elemenata.



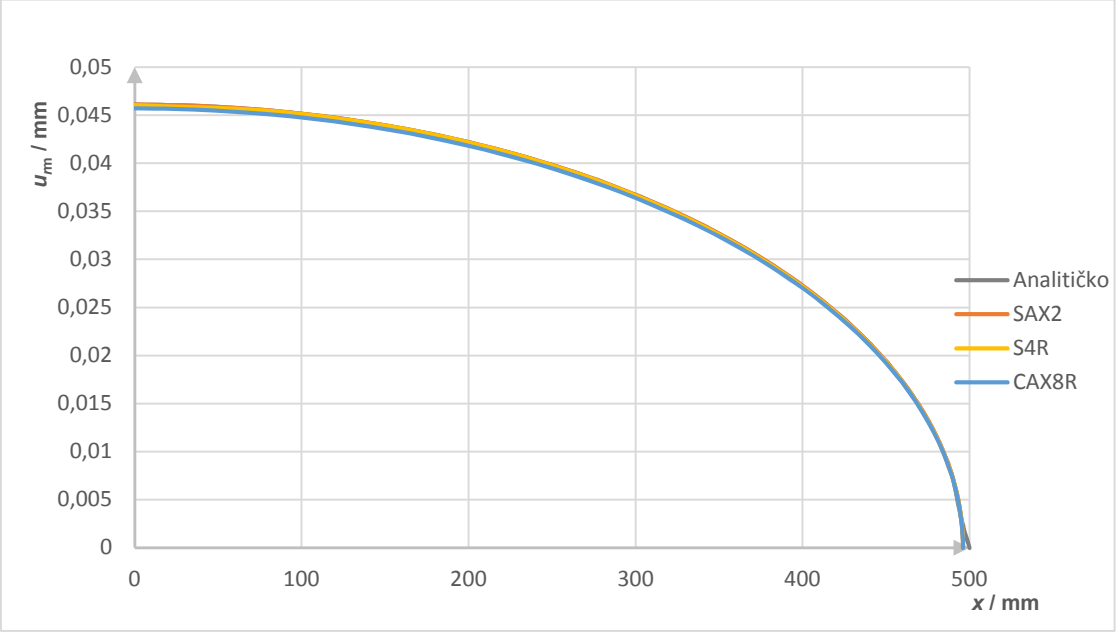
Slika 49. Konvergencija radijalnog pomaka za različite elemente



Slika 50. Konvergencija cirkularnog naprezanja za različite elemente

Slikom 50. prikazan je dijagram konvergencije cirkularnog naprezanja u ovisnosti o vrsti i broju stupnjeva slobode konačnih elemenata.

Analizom usporedbe analiziranih konačnih elemenata dobili smo uvid u brzinu njihove konvergencije. Iz dijagrama na slici 49. i na slici 50. vidi se da osnosimetrični jednodimenzijski element SAX2 već kod vrlo rijetkih mreža daje ujednačena rješenja i praktički odmah konvergira prema analitičkom rješenju. Dok ostali elementi nemonotono konvergiraju prema analitikom rješenju.



Slika 51. Raspodjela membranskog radijalnog pomaka duž izvodnica sferne ljuske

Kako bi dobili realniji uvid u ponašanje elemenata napravili smo usporedbu njihovih vrijednosti raspodjele radijalnog pomaka duž izvodnica sferne ljuske kako je prikazano slikom 51. Kao što je prikazano slikom 51. vrlo teško se može iz ovakve vrste usporedbe rezultata zaključiti koji element postiže najbolje rezultate za ovaj tip problema. To je iz razloga što su razlike u rezultatu radijalnog pomaka kod ove vrste jednostavne analize vrlo male ali ipak postoje i one bi se pretpostavljamo značajno povećale prilikom analize složenijih strukturnih elemenata.

4.2.3. Numerička analiza membranskog stanja naprezanja u cilindričnoj ljusci

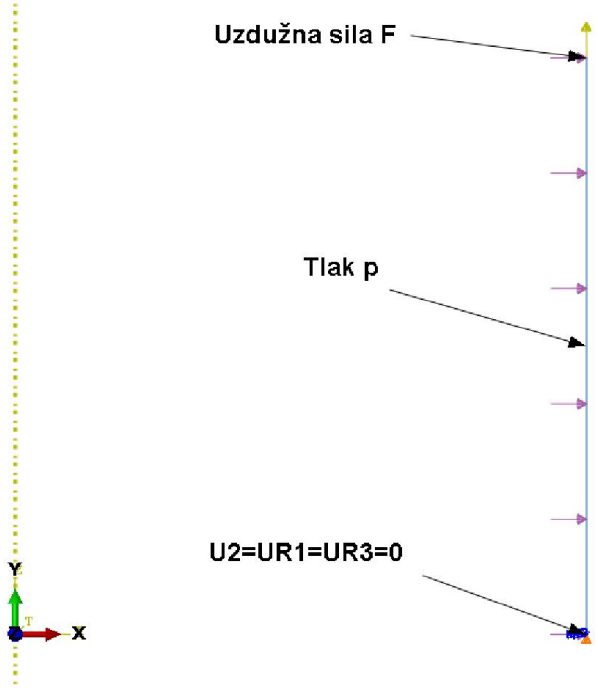
Kako bi provjerili ispravnost uporabe SAX2 elementa napravit ćemo još jednu njegovu verifikaciju na cilindričnoj ljusci opterećenoj unutarnjim tlakom u radijalnom smjeru i meridijalnom silom u aksijalnom smjeru. Opterećenje u meridijalnom smjeru prikazano je uzdužnom aksijalnom silom kod cilindrične ljuske $N_{\vartheta m}^{c}$ kao što je prikazano kod analitičkog rješenja u izrazu (42). Treba napomenuti da će utjecaj aksijalnog opterećenja povećati krutost pomaka u radijalnom smjeru što će imati za posljedicu nešto manji radijalni pomak plašta

cilindra nego što bi on bio bez utjecaja aksijalnog opterećenja. Kako bi mogli nametnuti opterećenje na proračunski model diskretiziran SAX2 elementima trebamo raspodijeljeno opterećenje uzduž radijalne osi cilindra koncentrirati u jednu točku kako je prikazano izrazom (148) i slikom 52.

$$F = N^{c}_{\vartheta m} \cdot 2 \cdot R \cdot \pi. \tag{148}$$

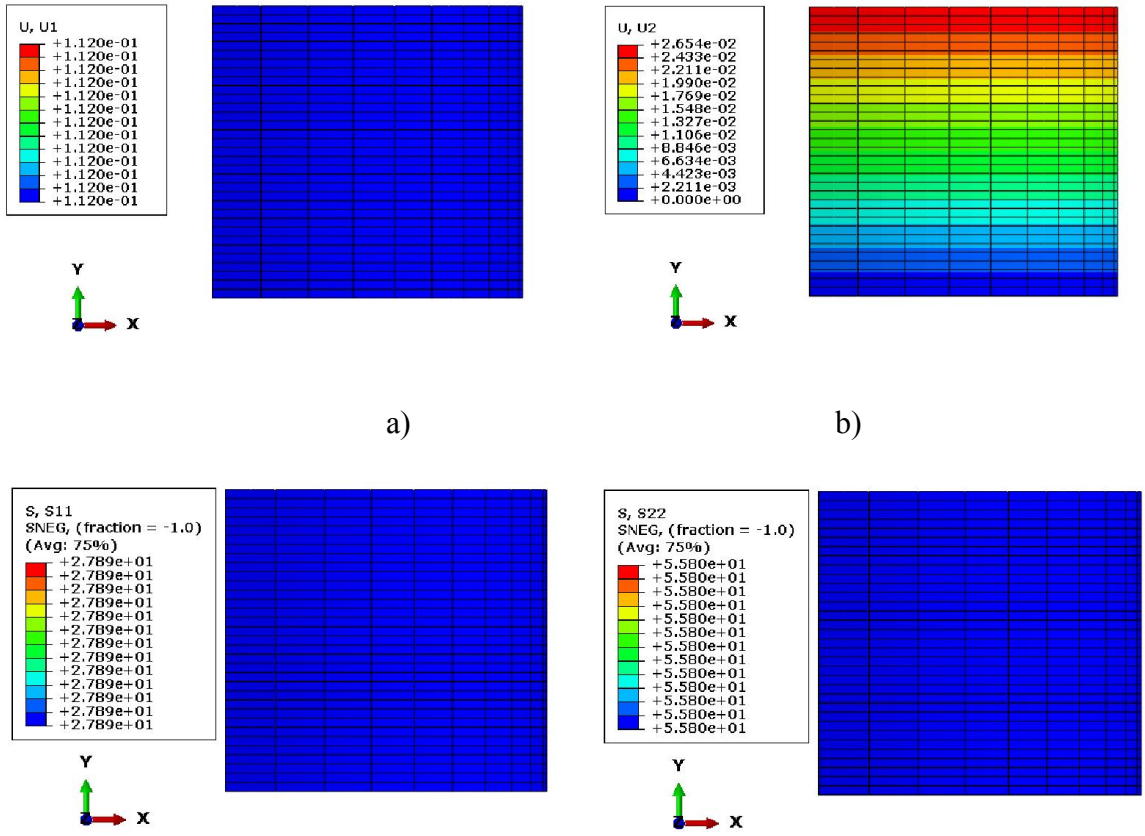
Riješenje izraza nakon uvrštavanja potrebnih vrijednosti glasi:

$$F = 695241{,}2 \text{ N}. \tag{149}$$



Slika 52. Rubni uvjeti i opterećenje za model cilindra diskretiziran SAX2 elementima

Za numeričku analizu membranskog stanja u cilindričnoj ljusci osno-simetričnim elementom SAX2 upotrijebili smo 1/2 proračunskog modela cilindra budući da možemo upotrijebiti jedan rubni uvjet simetrije kao što je prikazano slikom 52. Slikom 53. prikazana je raspodjela meridijalnih i radijalnih pomaka, te meridijalnih i cirkularnih naprezanja duž izvodnice cilindrične ljuske. Broj elemenata SAX2 koji je služio za analizu je 51, iz razloga što je diskretizacija proračunskog modela na tom broju konvergirala prema analitičkom rješenju.



Slika 53. Raspodjela: a) meridijalnih pomaka u mm, b) radijalnih pomaka u mm, c) meridijalnih naprezanja u MPa, d) cirkularnih naprezanja u MPa

Tablicom 15. prikazana je usporedba dobivenih numeričkih rješenja radijalnih i meridijalnih pomaka te cirkularnih i meridijalnih membranskih naprezanja prema analitičkim rješenjima za odabranu gustoću mreže.

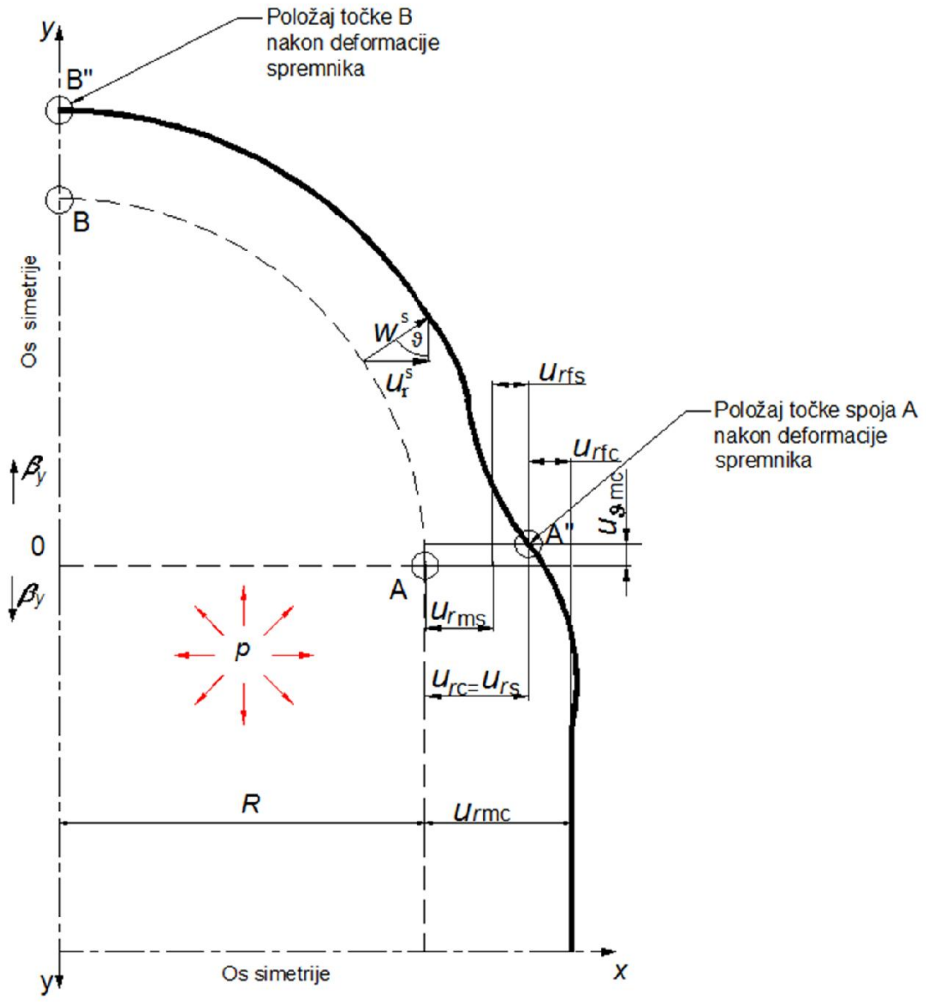
Tablica 15. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 elementima

	u^c_{rm} /mm	$u^c_{\vartheta m}$ / mm	$\sigma^c_{\varphi m}$ / MPa	$\sigma^c_{\vartheta m}$ / MPa
Analitičko rješenje	0,112	0,0265	55,8	27,9
Numeričko rješenje	0,112	0,0265	55,8	27,9

Iz slike 53. i tablice 15. možemo zaključiti da je ovaj elementa vrlo pogodan za analizu membranskih stanja naprezanja tankostjenih ljuskastih konstrukcija cilindra i sfere. Na osnovu toga možemo pretpostaviti da će se također pokazati pogodnim i kod analize zajedno prisutnih membranskih i savojnih naprezanja koja će se pojaviti u okolini spoja strukturnih elemenata cilindra i sfere analiziranog spremnika.

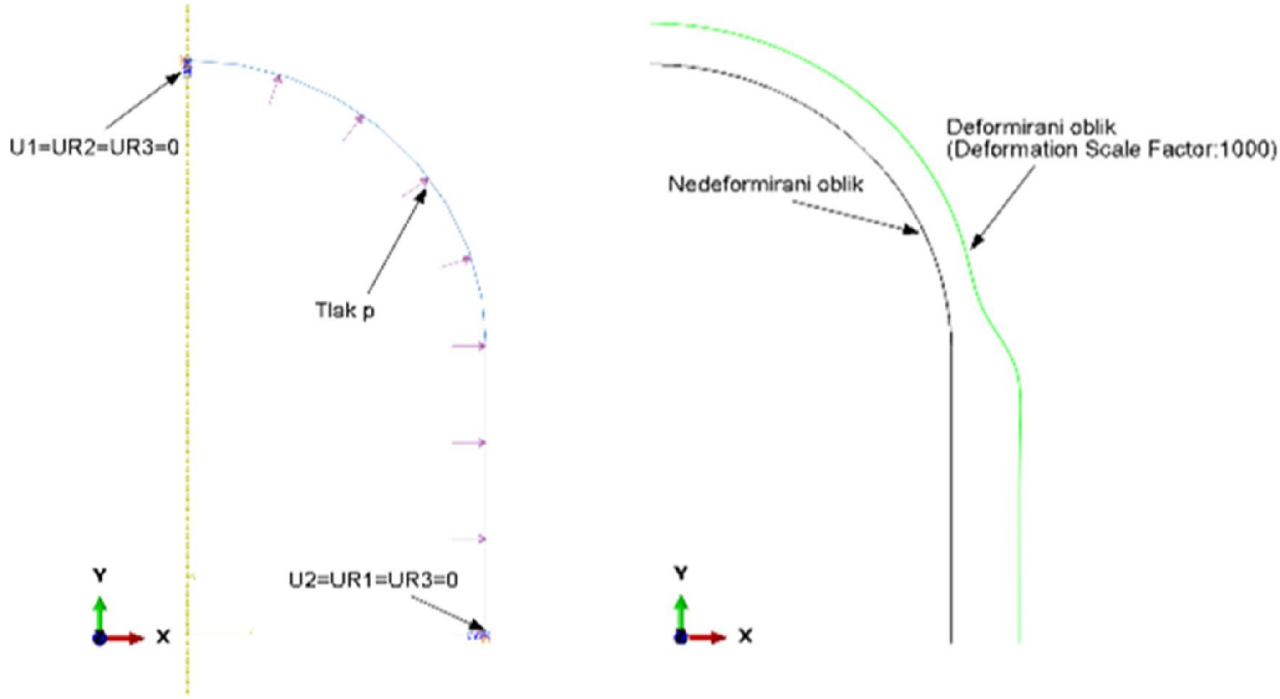
4.3. Analiza spoja konačnim elementom SAX2

Nakon što smo na prethodno provedenim membranskim analizama zaključili da se element SAX2 pokazao pogodnim za ovakvu vrstu analize dodatno je provjeren na membranski i savojno opterećenom mjestu u okolini spoja cilindra i sfere. Slika 54. prikazuje rubne uvjete, geometriju i opterećenje spoja strme sferne i duge cilindrične ljuske.



Slika 54. Shematski prikaz spoja sferne i cilindrične ljuske

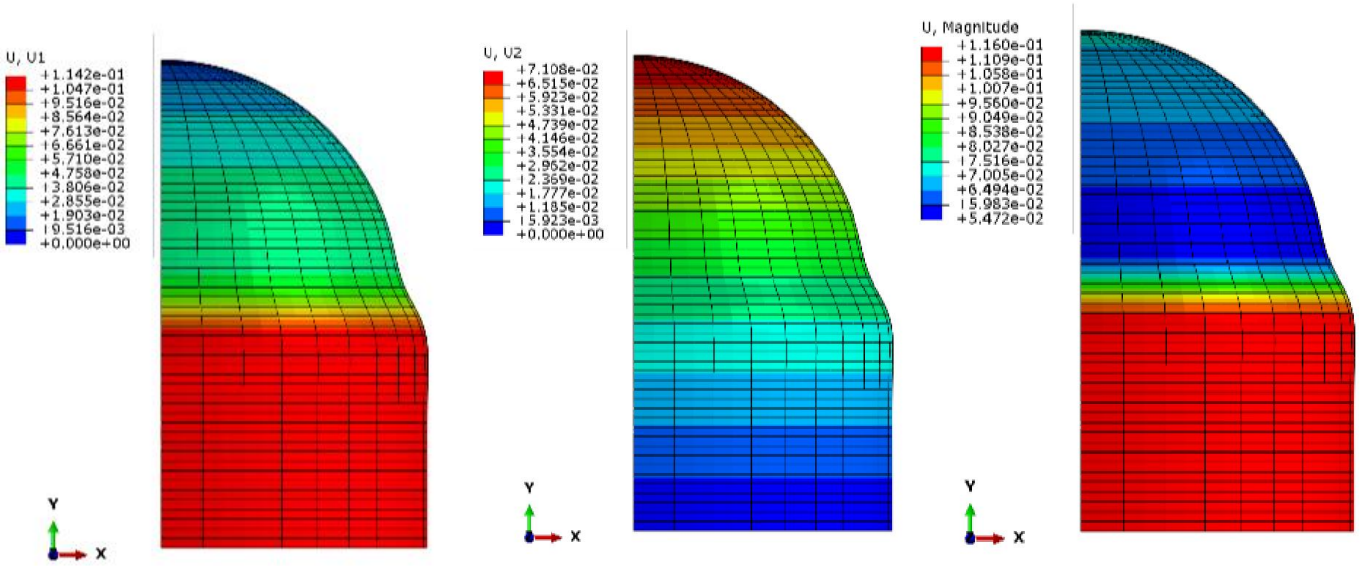
Uz geometriju u nedeformiranom stanju na slici 54. prikazana je i geometrija deformiranog spoja u shematskom prikazu. Slikom su također prikazani pomaci točke A i B nakon deformiranja spremnika na kojima je provedena usporedba radijalnih i meridijalnih pomaka te cirkularnih, meridijalnih i ekvivalentnih naprezanja prema prethodno izračunatom analitičkom rješenju. Osim toga prikazat prikazana je raspodjela prethodno navedenih parametara duž izvodnice plašta cilindričnog dijela i sfernog dijela spremnika.



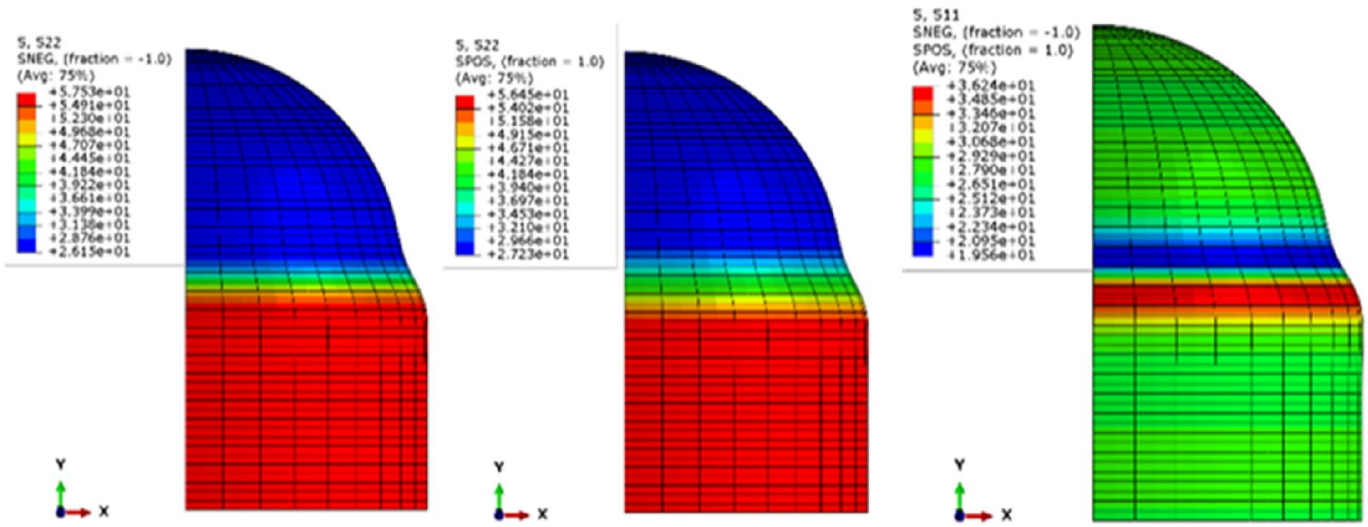
Slika 55. Geometrija, rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik spremnika

Numerička analiza provedena je uporabom konačnog elementa SAX2 gdje smo analizirali 1/4 proračunskog modela buduću da možemo upotrijebiti dva rubna uvjeta simetrije kao što je prikazano slikom 55. Osim rubnih uvjeta modelirano je i opterećenje odnosno tlak koji djeluje na unutarnjoj površini spremnika. Osim geometrije u nedeformiranom stanju prikazan je i deformirani oblik spremnika nakon opterećenja u mjerilu 1/1000, tj. pomnožen s faktorom uvećanja kako bi se mogao shematski prikazati deformirani oblik u okolini spoja cilindričnog i sfernog djela spremnika.

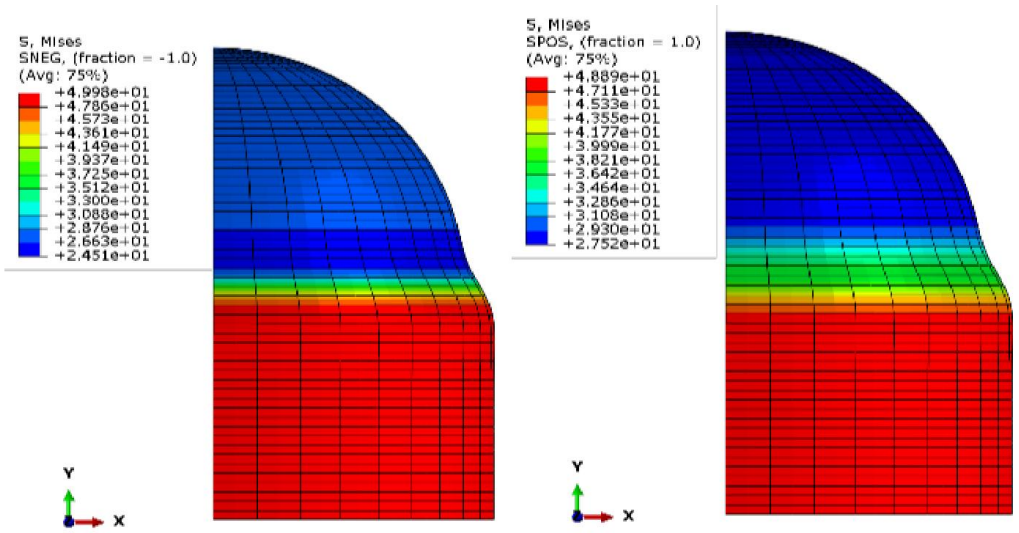
Slikom 56. prikazana je raspodjela meridijalnih pomaka, radijalnih pomaka, meridijalnih, cirkularnih i ekvivalentnih naprezanja duž unutrašnje i vanjske izvodnice cilindrične i sferne ljuske diskretizirane sa mrežom od 64 elementa tipa SAX2.


U, U1
+1.142e-01
+1.047e-01
+9.516e-02
+8.564e-02
+7.613e-02
+6.661e-02
+5.710e-02
+4.758e-02
+3.806e-02
+2.855e-02
+1.903e-02
+9.516e-03
+0.000e+00
Y
X
U, U2
+7.108e-02
+6.515e-02
+5.923e-02
+5.331e-02
+4.739e-02
+4.146e-02
+3.554e-02
+2.962e-02
+2.369e-02
+1.777e-02
+1.185e-02
+5.923e-03
+0.000e+00
Y
X
U, Magnitude
+1.160e-01
+1.109e-01
+1.058e-01
+1.007e-01
+9.560e-02
+9.049e-02
+8.538e-02
+8.027e-02
+7.516e-02
+7.005e-02
+6.494e-02
+5.983e-02
+5.472e-02
Y
X

a) b) c)


S, S22
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+5.753e+01
+5.491e+01
+5.230e+01
+4.968e+01
+4.707e+01
+4.445e+01
+4.184e+01
+3.922e+01
+3.661e+01
+3.399e+01
+3.138e+01
+2.876e+01
+2.615e+01
Y
X
S, S22
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+5.645e+01
+5.402e+01
+5.158e+01
+4.915e+01
+4.671e+01
+4.427e+01
+4.184e+01
+3.940e+01
+3.697e+01
+3.453e+01
+3.210e+01
+2.966e+01
+2.723e+01
Y
X
S, S11
SNEG, (fraction = -1.0)
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+3.624e+01
+3.485e+01
+3.346e+01
+3.207e+01
+3.068e+01
+2.929e+01
+2.790e+01
+2.651e+01
+2.512e+01
+2.373e+01
+2.234e+01
+2.095e+01
+1.956e+01
Y
X

d) e) f)



g) h)

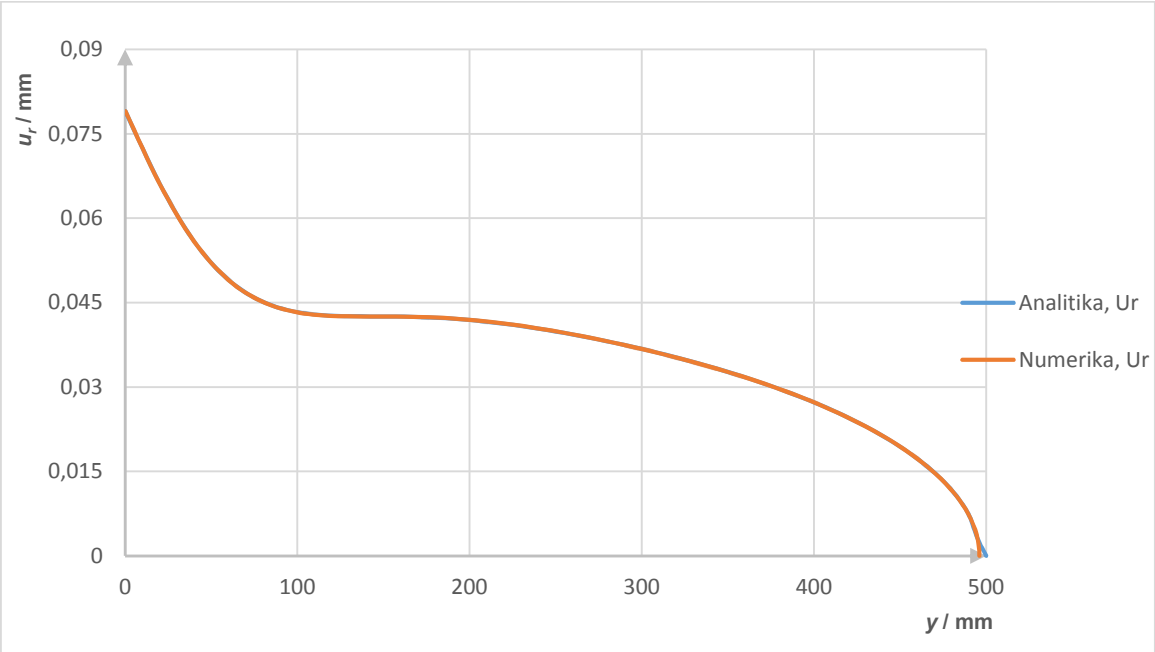
Slika 56. Raspodjela: a) radijalnih pomaka u mm, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, e) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa, f) meridijalnih naprezanja s vanjske strane ljuske i unutarnje strane ljuske u MPa, g) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa

Tablicom 16. prikazana je usporedba numeričkih prema analitičkim rješenjima za odabranu točku A u spoju i točku B na vrhu sfernog dijela spremnika kako je prikazano slikom 54.

Tablica 16. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih SAX2 elementima u spoju točka A i u vrhu sfernog dijela spremnika točka B.

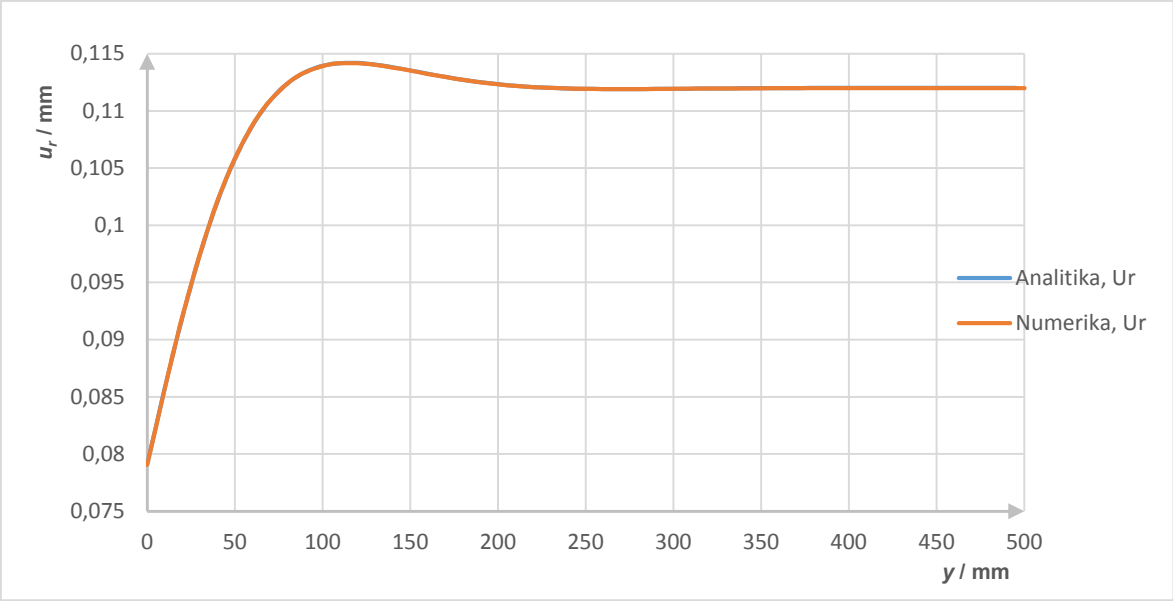
SAX2	$u_r^{A"}$ / mm	$u_\vartheta^{A"}$/mm	$u_\vartheta^{B"}$ / mm	$\sigma_\varphi^{A"}$ / MPa	$\sigma_\vartheta^{A"}$ / MPa	$\sigma_{ekv}^{A"}$ / MPa
Analitičko rješenje	0,079	0,0265	0,07262	41,848	27,9	36,908
Numeričko rješenje	0,079	0,0265	0,07106	41,8463	27,9086	36,909

Iz tablice 16. mogu se vidjeti vrlo dobra poklapanja numeričkih sa analitičkim rješenjem. Kako bi se uvjerili u ispravnost proračunskog modela i odabranog konačnog elementa (SAX2) osim rezultata u zadanim točkama prikazat ćemo i raspodjelu pomaka i naprezanja u okolini spoja odnosno duž izvodnica stjenke cilindra i sfere. Slikom 58. prikazana je usporedba vrijednosti raspodjele radijalnog pomaka duž izvodnice sferne ljuske dobivena analitičkom i numeričkom metodom proračuna.



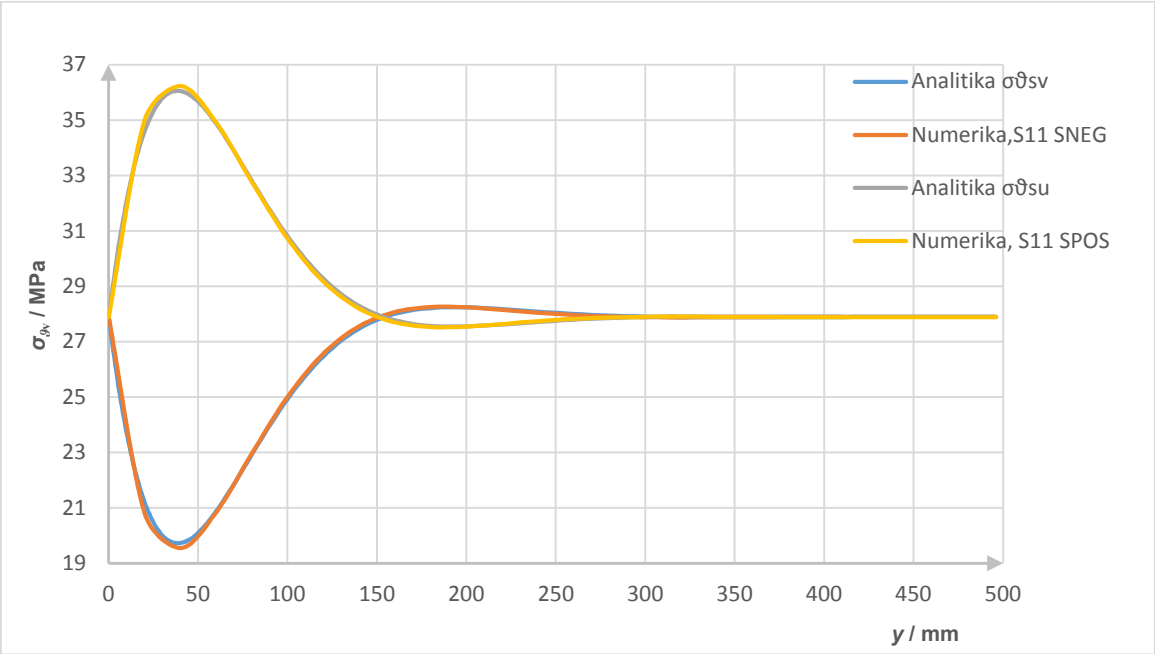
Slika 57. Raspodjela radijalnog pomaka sferne ljuske

Slikom 58. prikazana je usporedba vrijednosti raspodjele radijalnog pomaka duž izvodnice cilindrične ljuske dobivenih analitičkom i numeričkom metodom proračuna.



Slika 58. Raspodjela radijalnog pomaka cilindrične ljuske

Slikom 59. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice sferne ljuske.

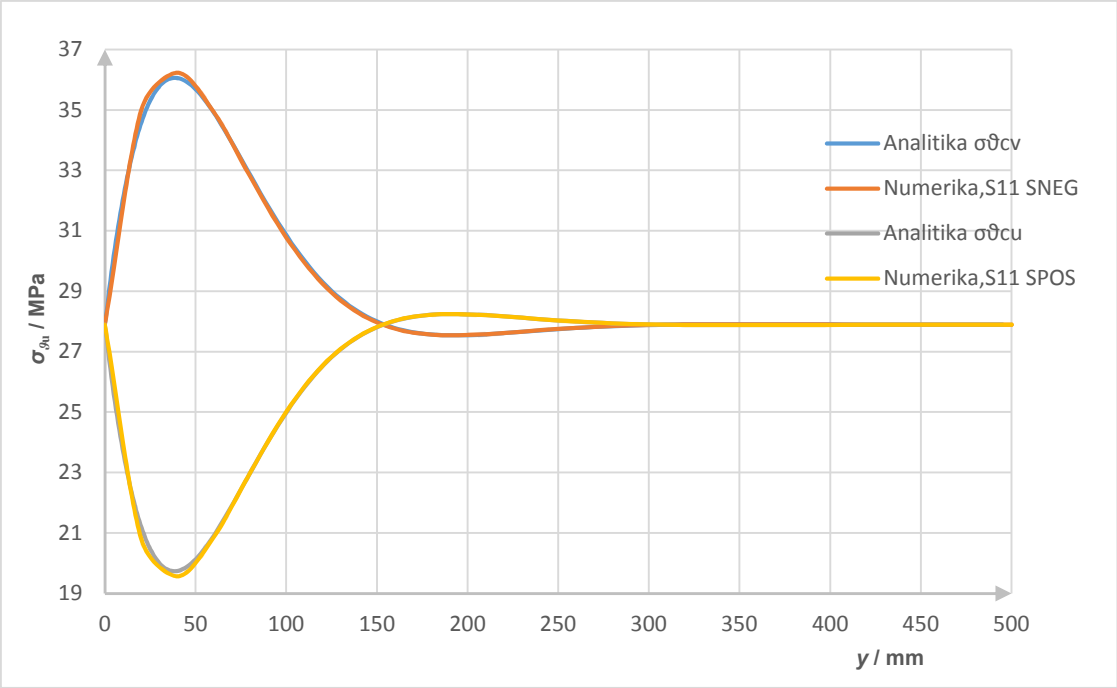


Slika 59. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba sferne ljuske

Budući se kod ove vrste problema pojavljuju uz membranska i savojna naprezanja poželjno je promatrati njihove ukupne vrijednosti na unutarnjem i vanjskom dijelu duž izvodnice sfere i cilindra. Kao što je prikazano slikom 59. u spoju za $y = 0$ javljaju se jedino membransko meridijalno naprezanje dok udaljavanjem od spoja na vanjskoj strani (SNEG)[1] sferne ljuske djeluju veća savojna meridijalna naprezanja dok je na unutarnjoj strani (SPOS)[2] sferne ljuske obrnut slučaj.

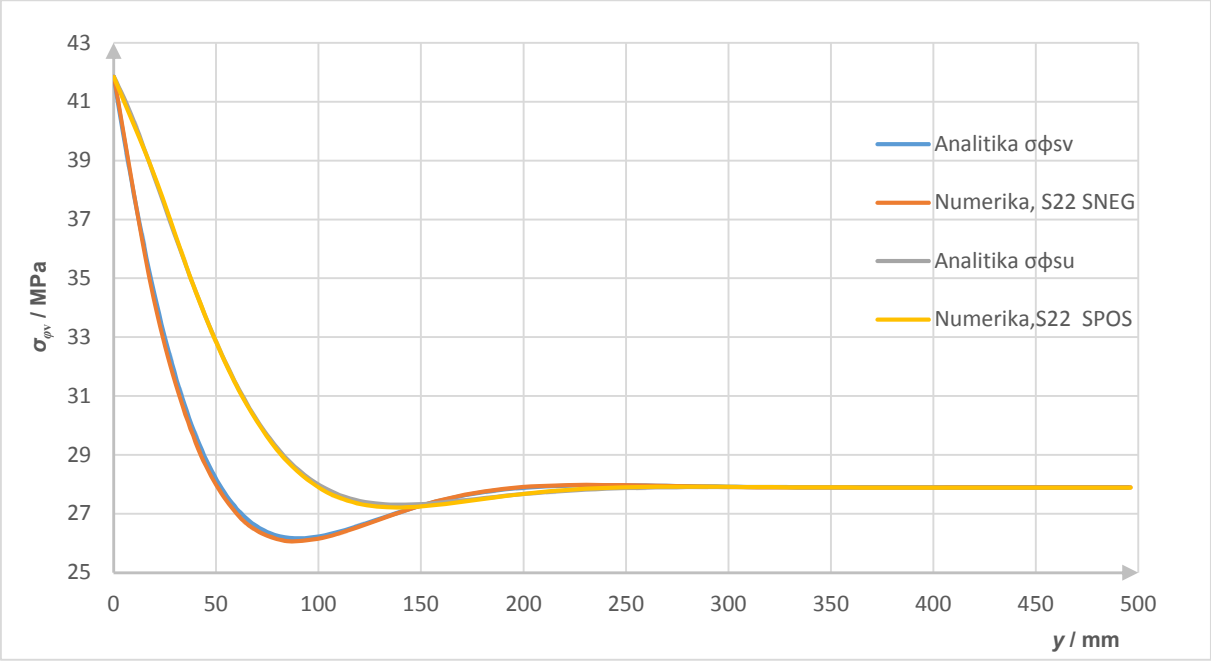
Slikom 60. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice cilindrične ljuske.

[1] Opcija SNEG omogućuje očitavanje naprezanja na vanjskoj strani stjenke konstrukcije za SAX2 konačne elemente koji se nalaze u programskom paketu Abaqus.
[2] Opcija SPOS omogućuje očitavanje naprezanja na unutarnjoj strani stjenke konstrukcije za SAX2 konačne elemente koji se nalaze u programskom paketu Abaqus.



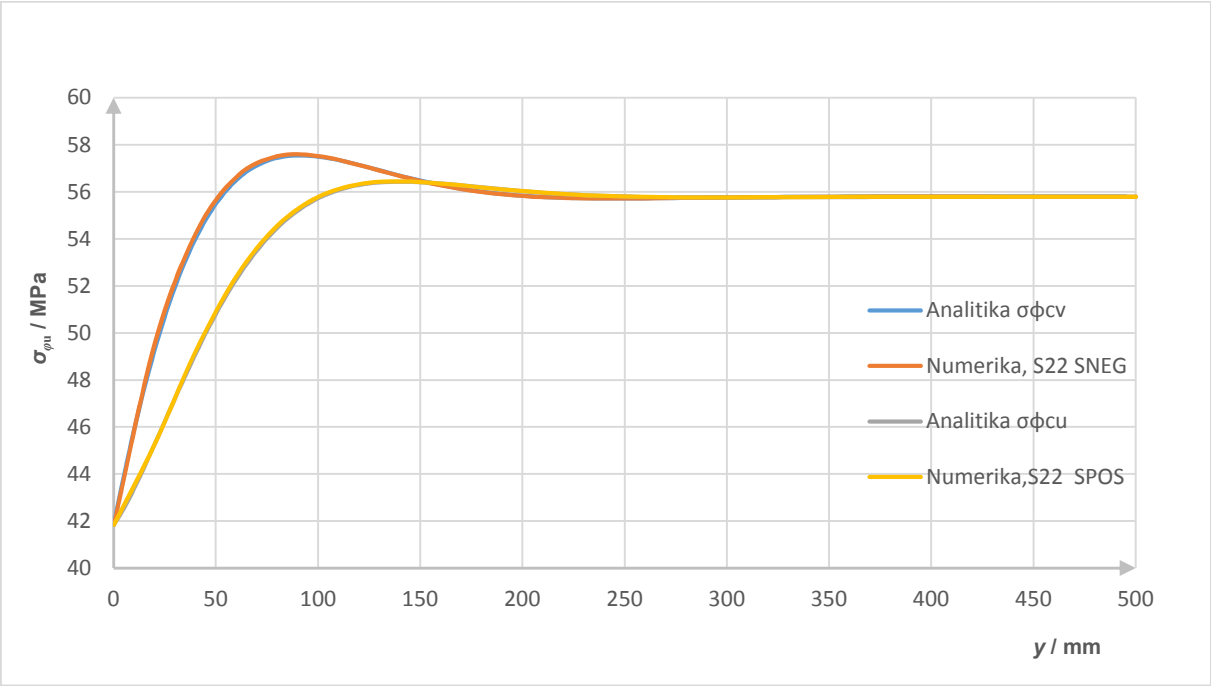
Slika 60. Raspodjela meridijalnog naprezanja duž unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske

Slikom 61. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice sferne ljuske.

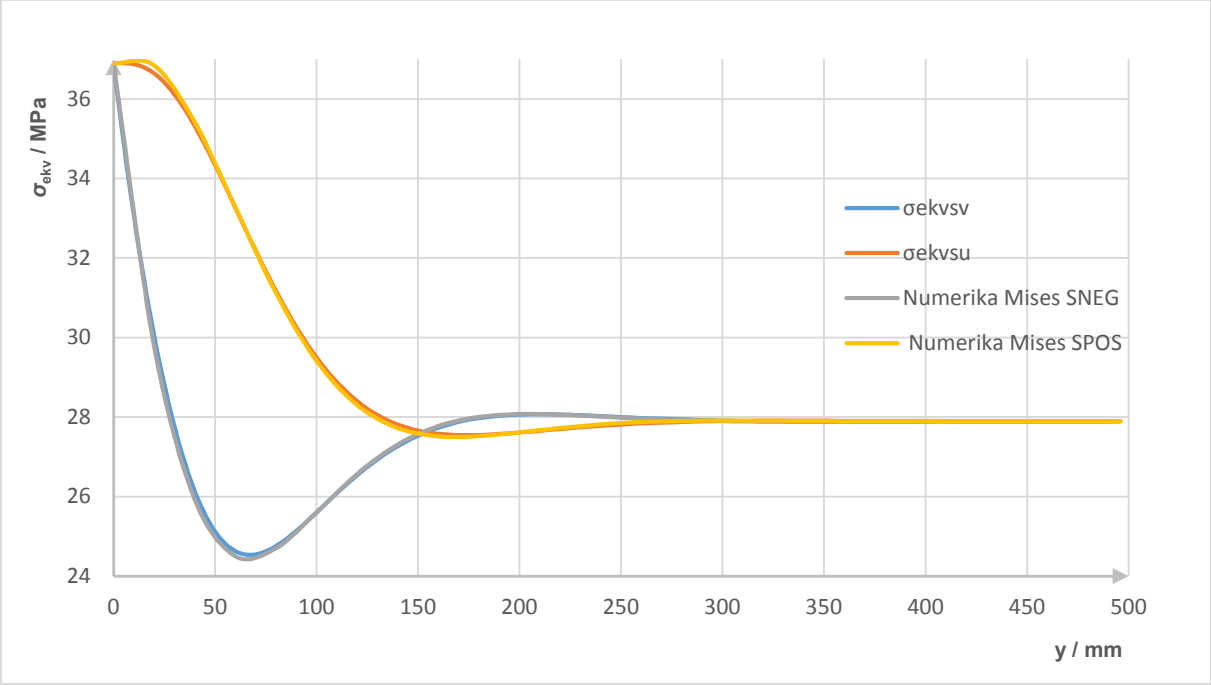


Slika 61. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba sferne ljuske

Slikom 62. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice cilindrične ljuske.

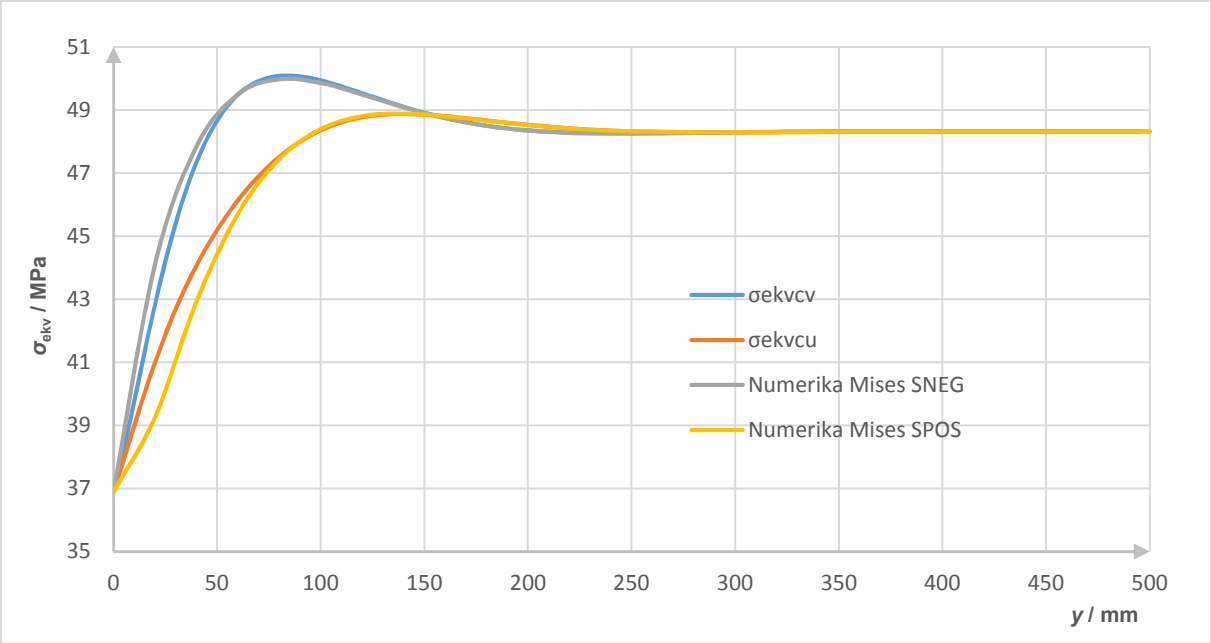


Slika 62. Raspodjela cirkularnog naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba cilindrične ljuske



Slika 63. Raspodjela ekvivaletnog naprezanja duž unutrašnjeg i vanjskog ruba sferne ljuske

Slikom 63. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela ekvivalentnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice sferne ljuske.



Slika 64. Raspodjela ekvivaletnog naprezanja duž unutrašnjeg i vanjskog i ruba cilindrične ljuske

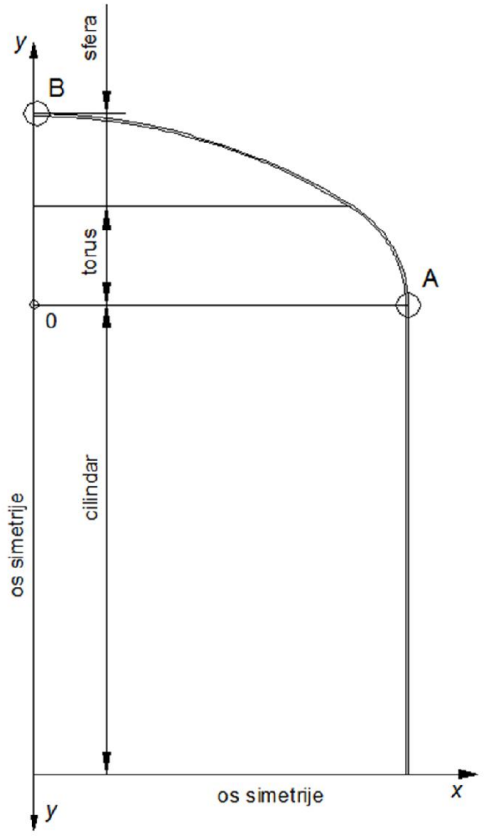
Slikom 64. prikazana je usporedba vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela ekvivalentnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice cilindrične ljuske.

4.4. Zaključak analize

Provedenom analizom prikazano je vrlo dobro poklapanje vrijednosti analitičkih i numeričkih rješenja raspodjela ekvivalentnih naprezanja duž vanjskog i unutrašnjeg ruba izvodnice cilindrične i sferne ljuske u okolini njihovog spoja. Analizom se također može vidjeti kako se udaljavajući od spoja gubi utjecaj savojnog dijela naprezanja i nakon određene udaljenosti djeluju jedino membranska naprezanja čime je dokazano da su sferna i cilindrična ljuska dovoljno duge odnosno te da nema međusobnog utjecaja rubnih uvjeta. Ovdje se također može vidjeti da su rezultati numerike i analitike približno jednaki čime se dokazalo da je korišteni konačni element SAX2 pogodan za analizu osnosimetričnih tankih ljuski.

5. NUMERIČKA ANALIZA NAPREZANJA SPREMNIKA ZRAKA

U ovom djelu rada provedena je linearna numerička analiza spoja plašta i podnice spremnika. Za razliku od prethodnih primjera gdje je analiziran spoj idealne sfere i cilindričnog plašta ovdje je napravljena analiza spoja projektom zadane torisferne podnice i cilindričnog plašta spremnika. Geometrijske karakteristike definirane su u prvom djelu rada slika 3. gdje je napravljen proračun putem norme zadanih strukturnih djelova plašta i podnice. Slikom 65. prikazan je shematski prikaz strukturnih elemenata spremnika koje analiziramo u ovom djelu rada.

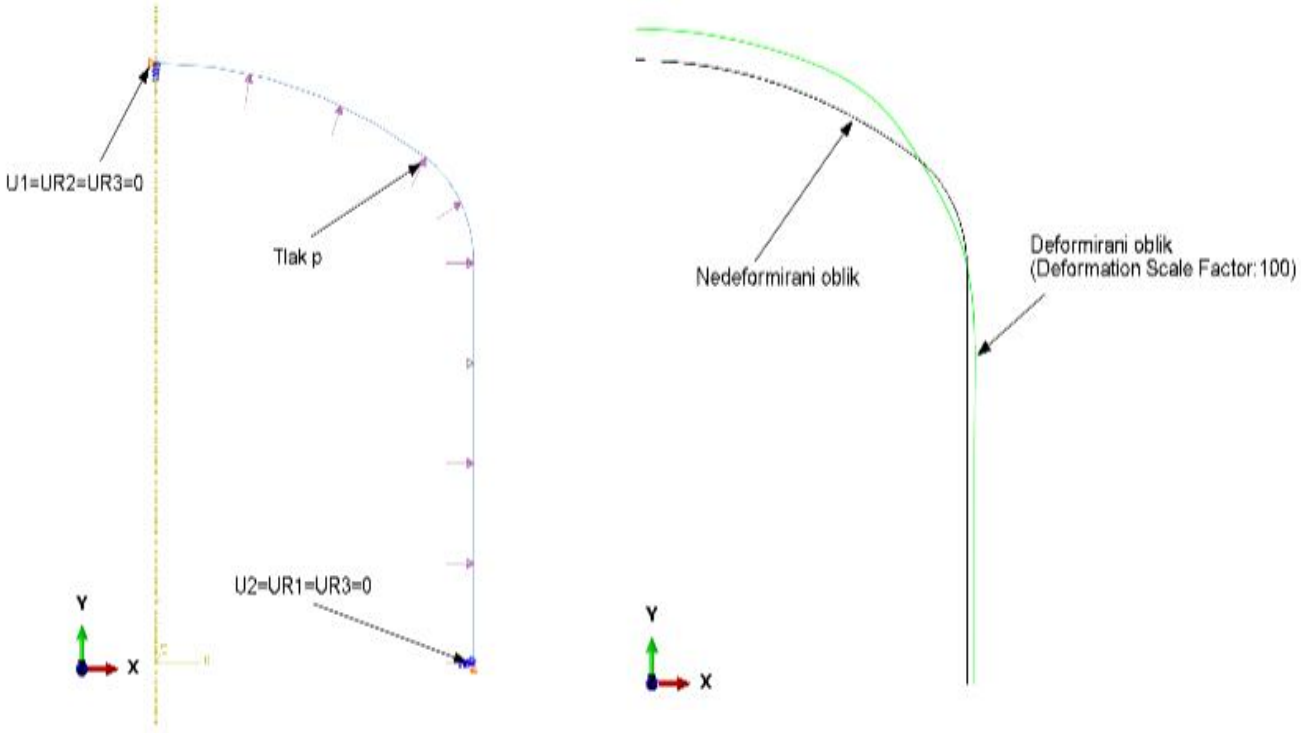


Slika 65. Shematski prikaz torisferne podnice i cilindra

Kontrolu dozvoljenih naprezanja provodimo prema vrijednostima propisanih normom [1]. Kako je definirano izrazom (5) prema EN 13445-3 za materijal P265GH najveće dopušteno naprezanje cilindričnog i torisferičnog dijela spremnika je σ_{dop}= 170,67 MPa.

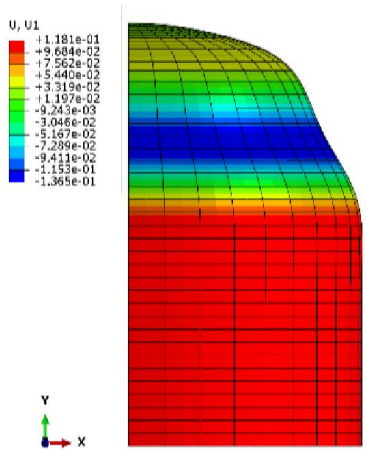
5.1. Rezultati numeričke analize – radno opterećenje

Numerička analiza provedena je kao i u prethodnom primjeru u okolini spoja plašta i podnice konačnim elementom SAX2 budući se on pokazao pogodnim za rješavanje ovakve vrste problema. Konvergencija konačnog elementa SAX2 za ovaj slučaj postignuta je već sa 44 elementa, što znači da se rezultati nisu značajnije mijenjali nakon povećanog broja elemenata. Kao što je prikazano slikom 66. primijenili smo iste rubne uvijete i opterećenje kao i kod sfernog spremnika dok je jedina razlika u geometriji odabrane podnice koja je sada torisfernog oblika.

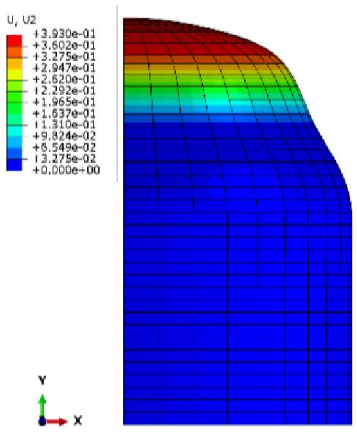


Slika 66. Rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik za model spoja diskretiziran SAX2 elementima - radno opterećenje

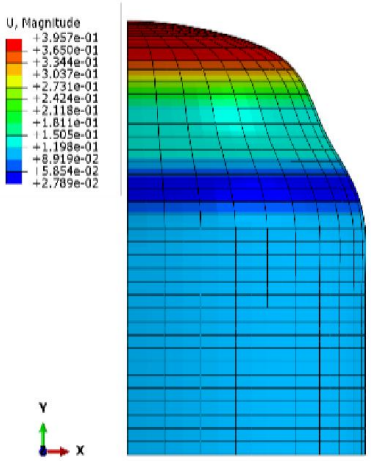
Slikom 67. prikazane su raspodjele naprezanja i pomaka za radno opterećenje spremnika sa torisfernom podnicom.


U, U1
+1.181e-01
+9.684e-02
+7.562e-02
+5.440e-02
+3.319e-02
+1.197e-02
-9.243e-03
-3.046e-02
-5.167e-02
-7.289e-02
-9.411e-02
-1.153e-01
-1.365e-01
Y
X

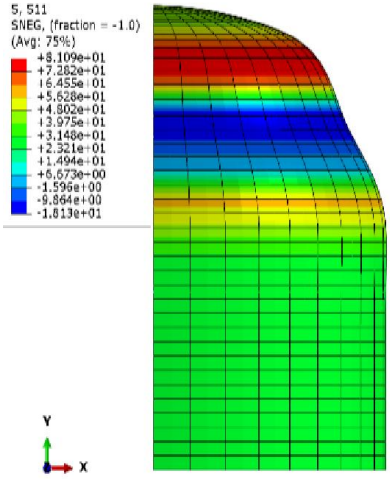
a)


U, U2
+3.930e-01
+3.602e-01
+3.275e-01
+2.947e-01
+2.620e-01
+2.292e-01
+1.965e-01
+1.637e-01
+1.310e-01
+9.824e-02
+6.549e-02
+3.275e-02
+0.000e+00
Y
X

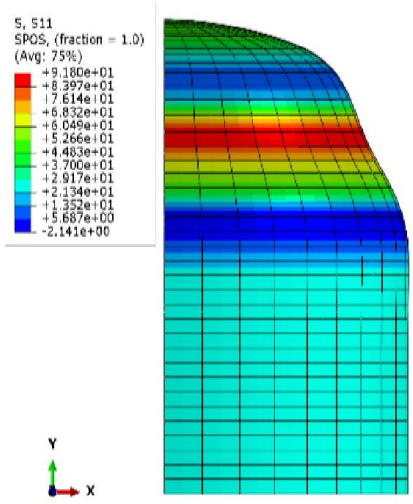
b)


U, Magnitude
+3.957e-01
+3.650e-01
+3.344e-01
+3.037e-01
+2.731e-01
+2.424e-01
+2.118e-01
+1.811e-01
+1.505e-01
+1.198e-01
+8.919e-02
+5.854e-02
+2.789e-02
Y
X

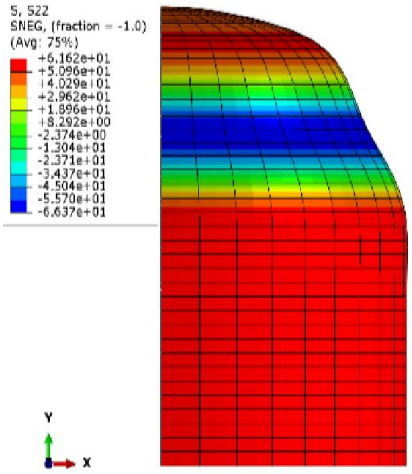
c)


S, S11
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+8.109e+01
+7.282e+01
+6.455e+01
+5.628e+01
+4.802e+01
+3.975e+01
+3.148e+01
+2.321e+01
+1.494e+01
+6.673e+00
-1.596e+00
-9.864e+00
-1.813e+01
Y
X

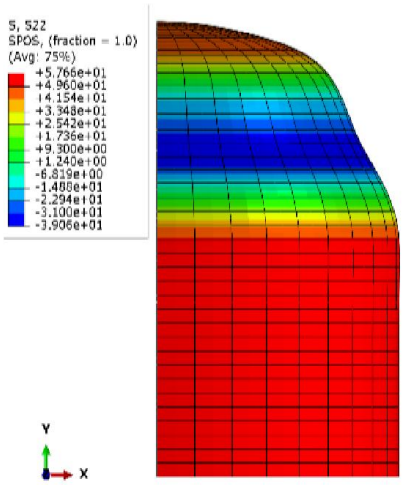
d)


S, S11
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+9.180e+01
+8.397e+01
+7.614e+01
+6.832e+01
+6.049e+01
+5.266e+01
+4.483e+01
+3.700e+01
+2.917e+01
+2.134e+01
+1.352e+01
+5.687e+00
-2.141e+00
Y
X

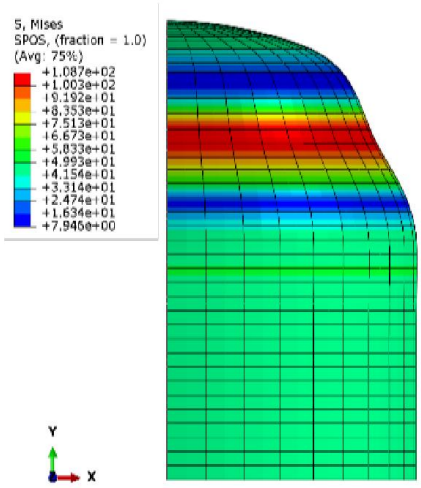
e)


S, S22
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+6.162e+01
+5.096e+01
+4.029e+01
+2.962e+01
+1.896e+01
+8.292e+00
-2.374e+00
-1.304e+01
-2.371e+01
-3.437e+01
-4.504e+01
-5.570e+01
-6.637e+01
Y
X

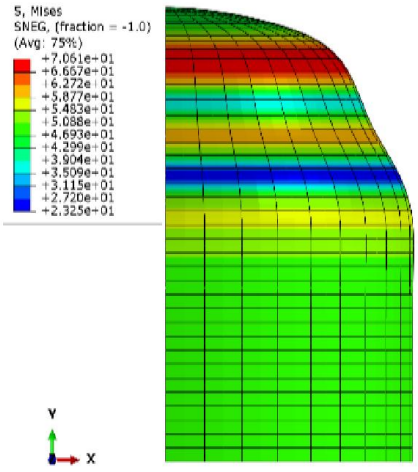
f)


S, S22
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+5.766e+01
+4.960e+01
+4.154e+01
+3.348e+01
+2.542e+01
+1.736e+01
+9.300e+00
+1.240e+00
-6.819e+00
-1.488e+01
-2.294e+01
-3.100e+01
-3.906e+01
Y
X

g)


S, Mises
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+1.087e+02
+1.003e+02
+9.192e+01
+8.353e+01
+7.513e+01
+6.673e+01
+5.833e+01
+4.993e+01
+4.154e+01
+3.314e+01
+2.474e+01
+1.634e+01
+7.946e+00
Y
X

h)


S, Mises
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+7.061e+01
+6.657e+01
+6.272e+01
+5.877e+01
+5.483e+01
+5.088e+01
+4.693e+01
+4.299e+01
+3.904e+01
+3.509e+01
+3.115e+01
+2.720e+01
+2.325e+01
Y
X

i)

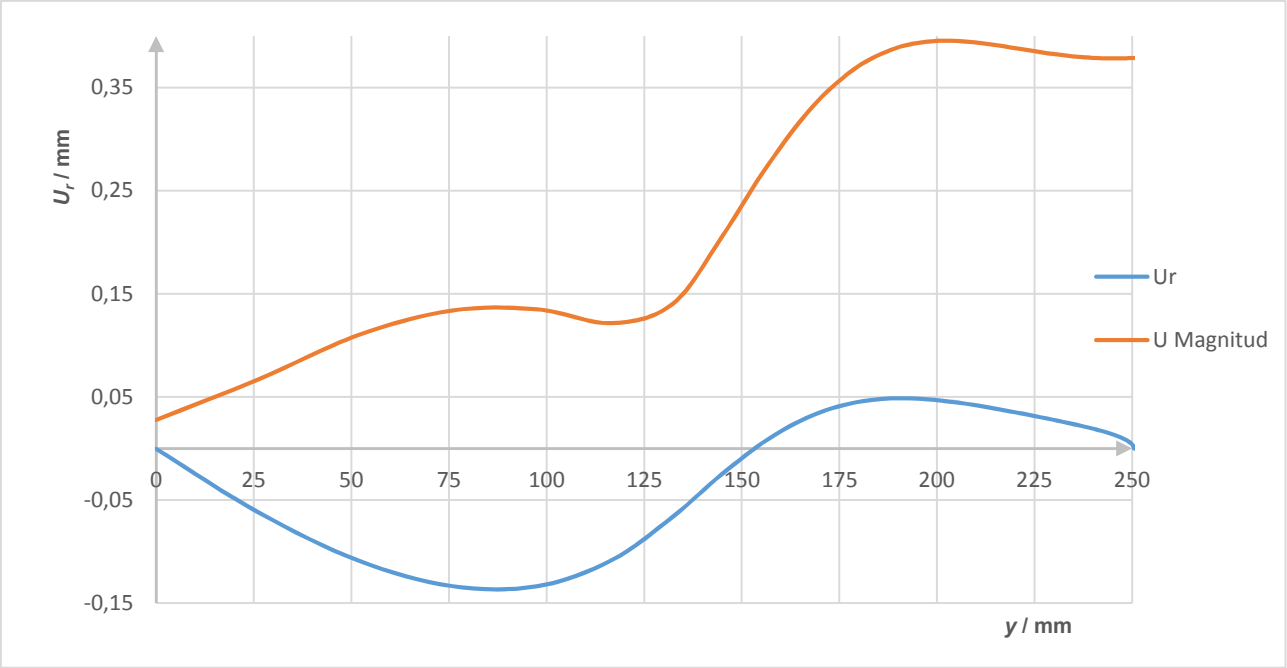
Slika 67. Prikaz raspodjele za radno opterećenje: a) radijalnih pomaka u mm, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa vanjske strane ljuske u MPa, e) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, f) meridijalnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, g) meridijalnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, i) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa

Tablicom 17. prikazani su rezultati naprezanja i pomaka u spoju cilindra i sfere točka A te u vrhu sfernog djela spremnika točka B prema slici 65. gdje je prikazan spoj torisferne i cilindrične ljuske.

Tablica 17. Rješenja dobivena SAX2 elementima u spoju i rubnim dijelovima za radno opterećenje

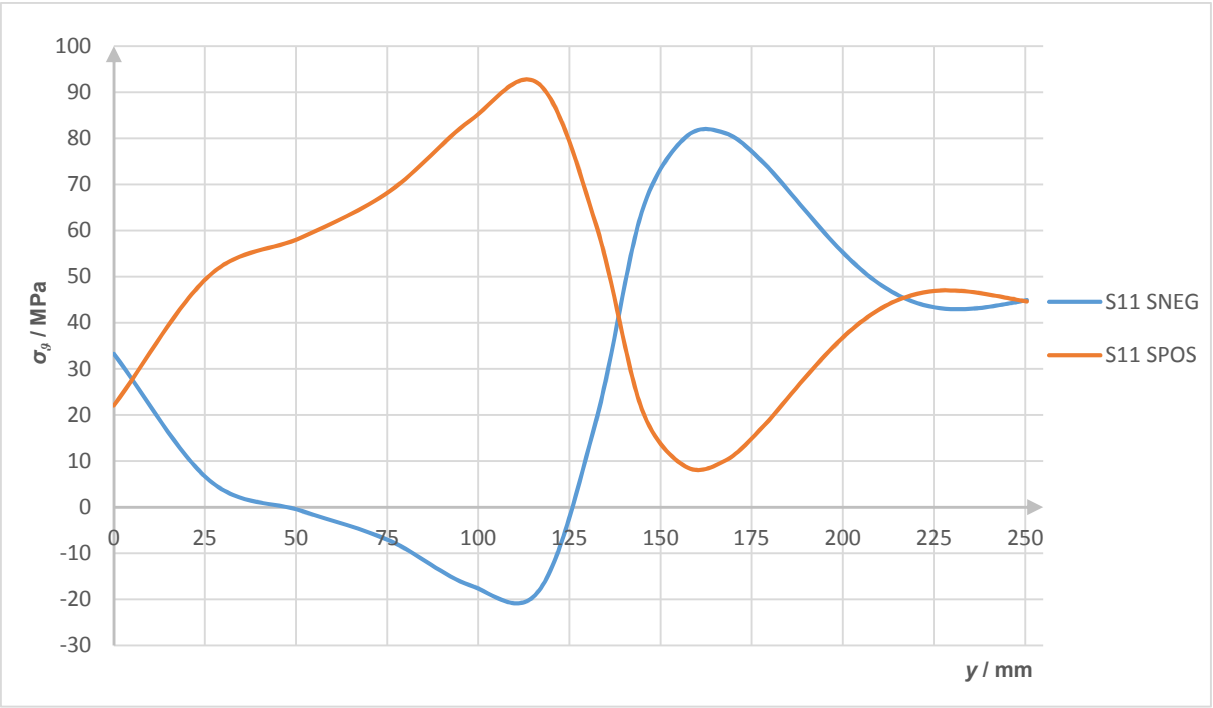
	u_r^A / mm	u_ϑ^A /mm	u_ϑ^B /mm	σ_φ^A / MPa	σ_ϑ^A / MPa	σ_{ekv}^A / MPa
SAX2	0,0	0,0279	0,379	vanjsko: 10,0 unutarnje: 6,67	vanjsko: 33,3 unutarnje: 22	vanjsko: 29,57 unutarnje: 19,6

Kao što se može vidjeti u tablici 17. u spoju torisferne podnice i cilindričnog plašta postoji razlika u naprezanjima na unutarnjoj i vanjskoj strani stjenke spoja. Za razliku od prethodnog primjera sa idealnom sferom gdje se nije pojavila razlika u naprezanjima na vanjskoj i unutarnjoj strani spoja. Također možemo primijetiti da je radijalni pomak u spoju približno jednak nuli što kod spremnika sa idealnom sferom nije bio slučaj. Slikom 68. prikazana je raspodjela radijalnog (u_r) i ukupnog (u_{Magnitud}) pomaka duž stjenke torisferne ljuske za slučaj radnog opterećenja. Kao što je prikazano slikom 68. u spoju ne postoji radijalni pomak već djeluje jedino uzdužni pomak u meridijalnom smjeru.



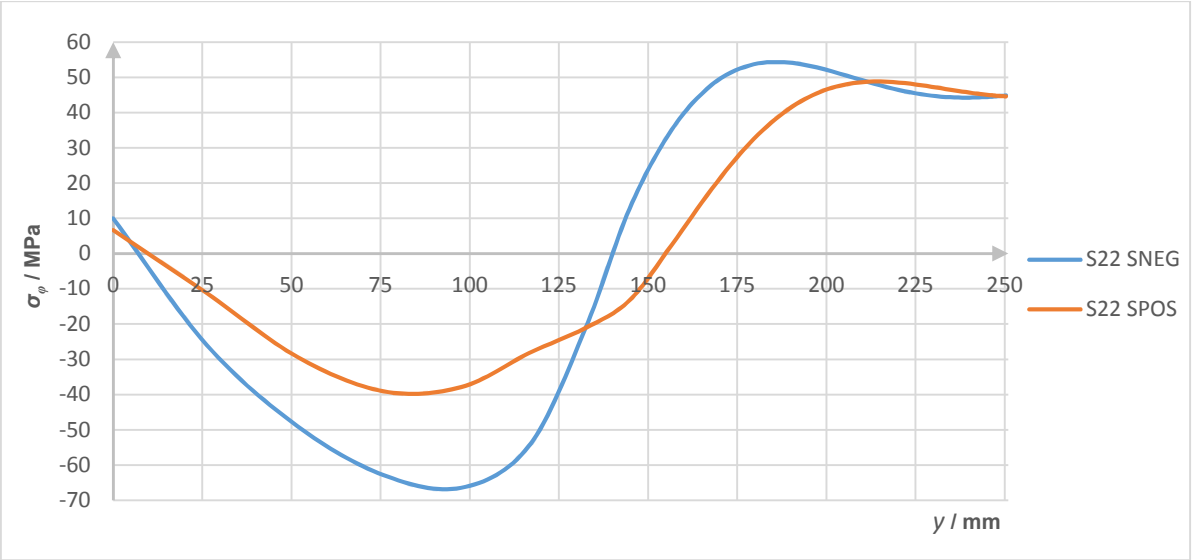
Slika 68. Raspodjela radijalnog i ukupnog pomaka torisferne ljuske - radno opterećenje

Slikom 69. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske za slučaj radnog opterećenja.



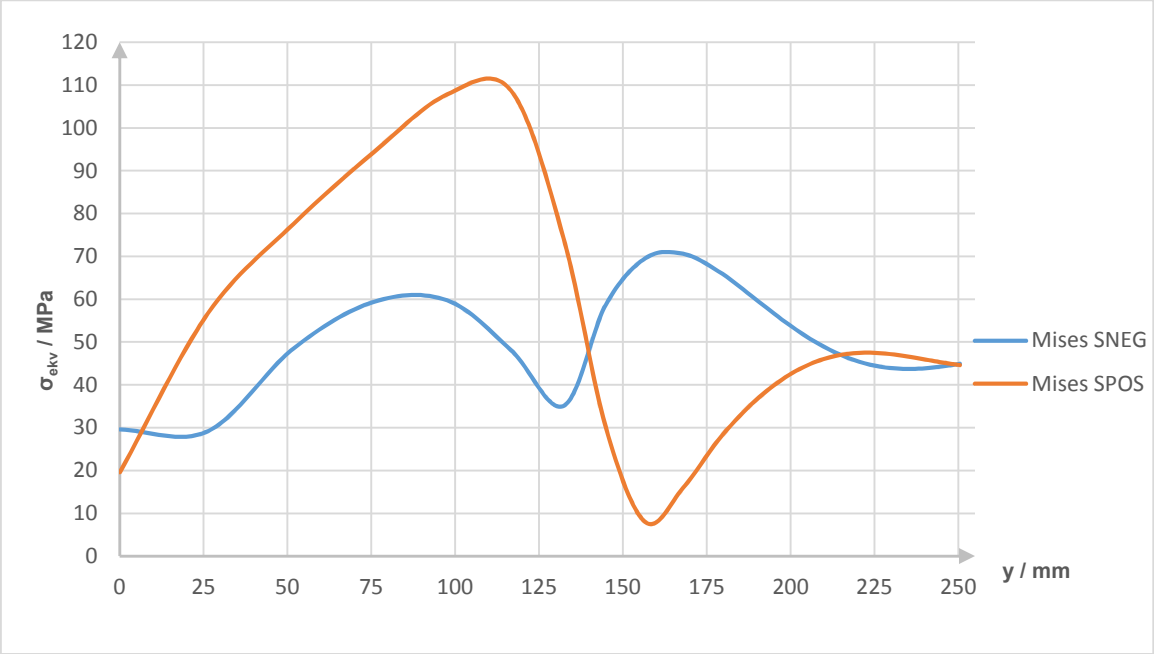
Slika 69. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje

Slikom 70. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske za slučaj radnog opterećenja.



Slika 70. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje

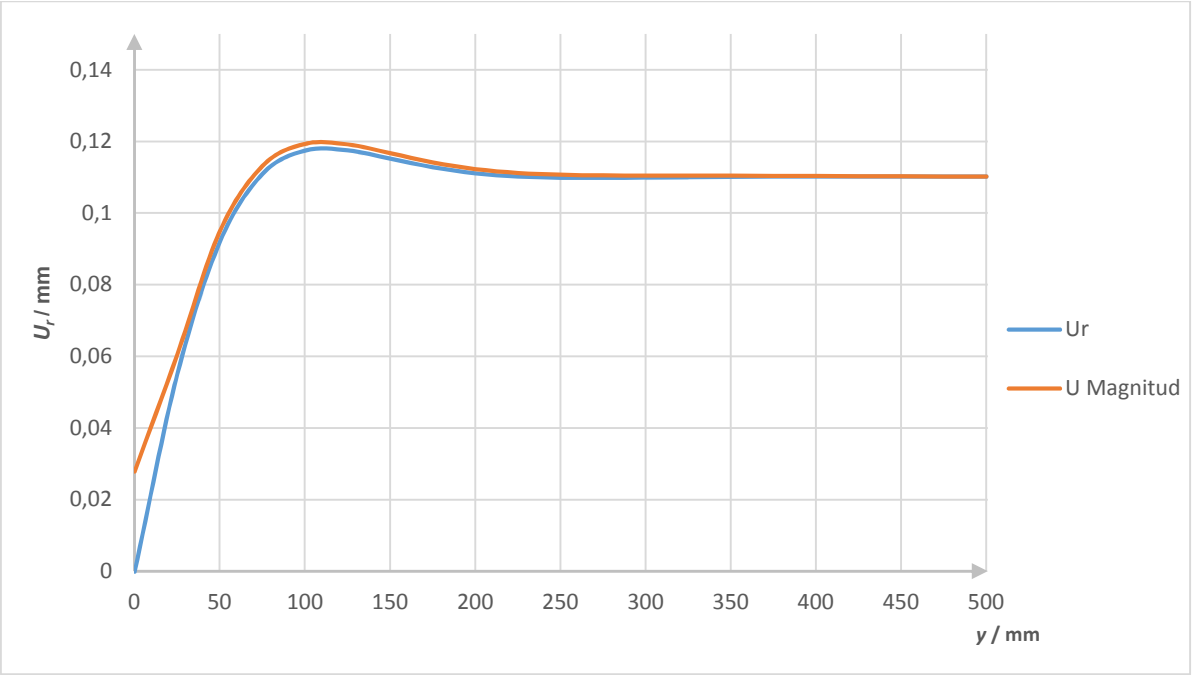
Slikom 71. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske za slučaj radnog opterećenja.



Slika 71. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - radno opterećenje

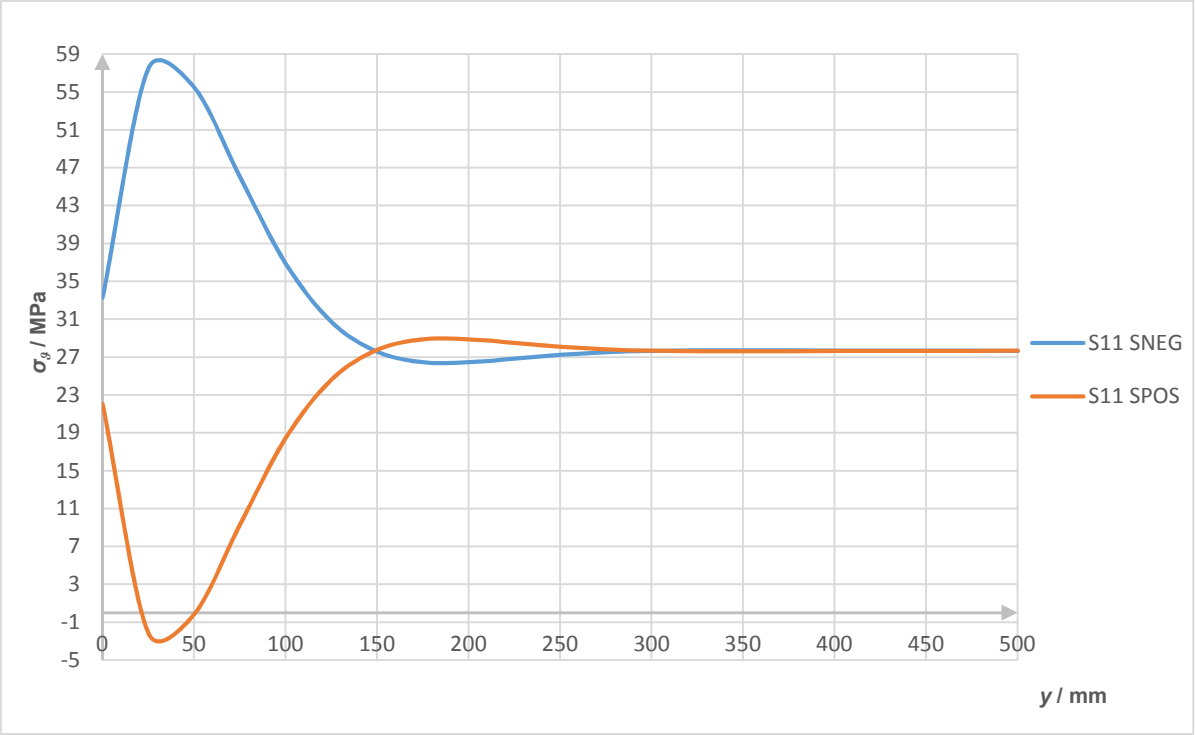
Kako je prikazano slikom 71. maksimalno naprezanje od 112 MPa postignuto je na unutarnjem rubu stijenke torisferne podnice na udaljenosti približno 115 mm od spoja duž osi y.

Slikom 72. prikazana je raspodjela radijalnog (u_r) i ukupnog ($u_{Magnitud}$) pomaka duž stjenke cilindrične ljuske za slučaj radnog opterećenja.



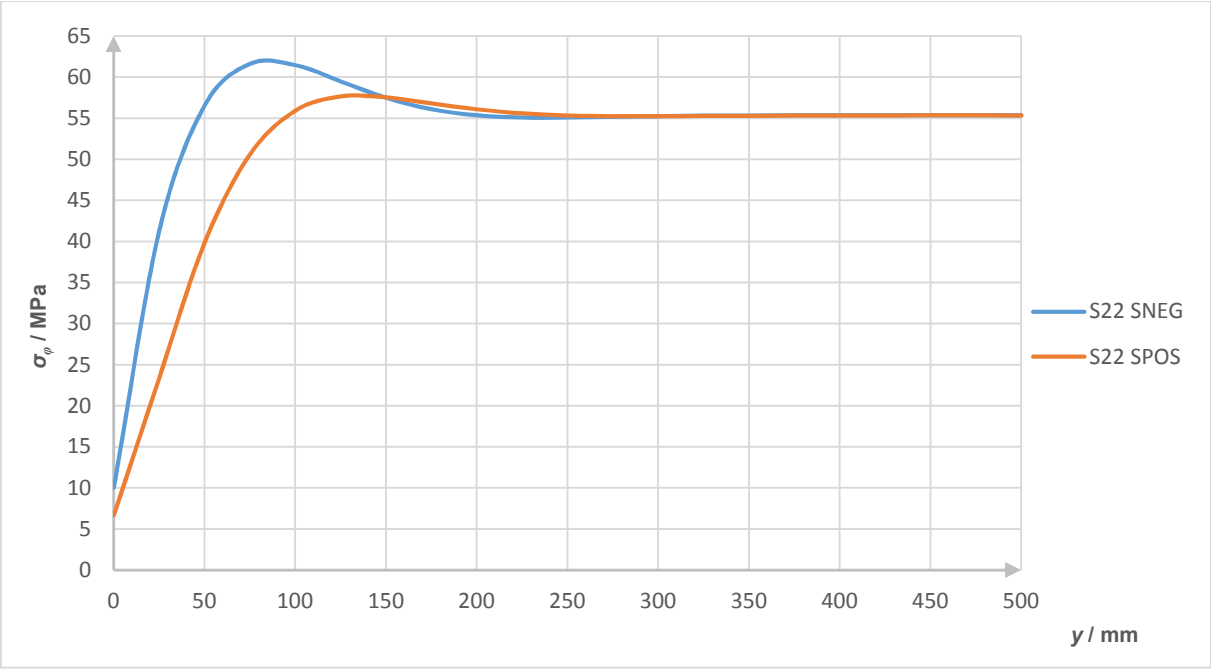
Slika 72. Raspodjela radijalnog pomaka cilindrične ljuske - radno opterećenje

Slikom 73. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske za slučaj radnog opterećenja.



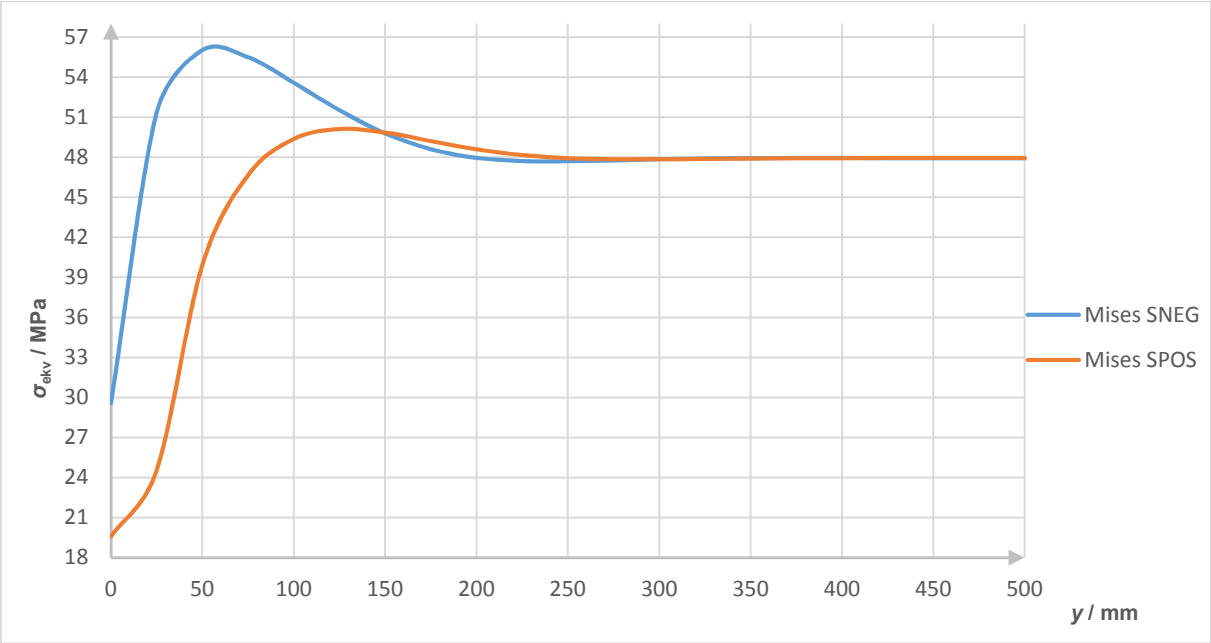
Slika 73. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje

Slikom 74. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske za slučaj radnog opterećenja.



Slika 74. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje

Slikom 75. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž stjenke vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske za slučaj radnog opterećenja.



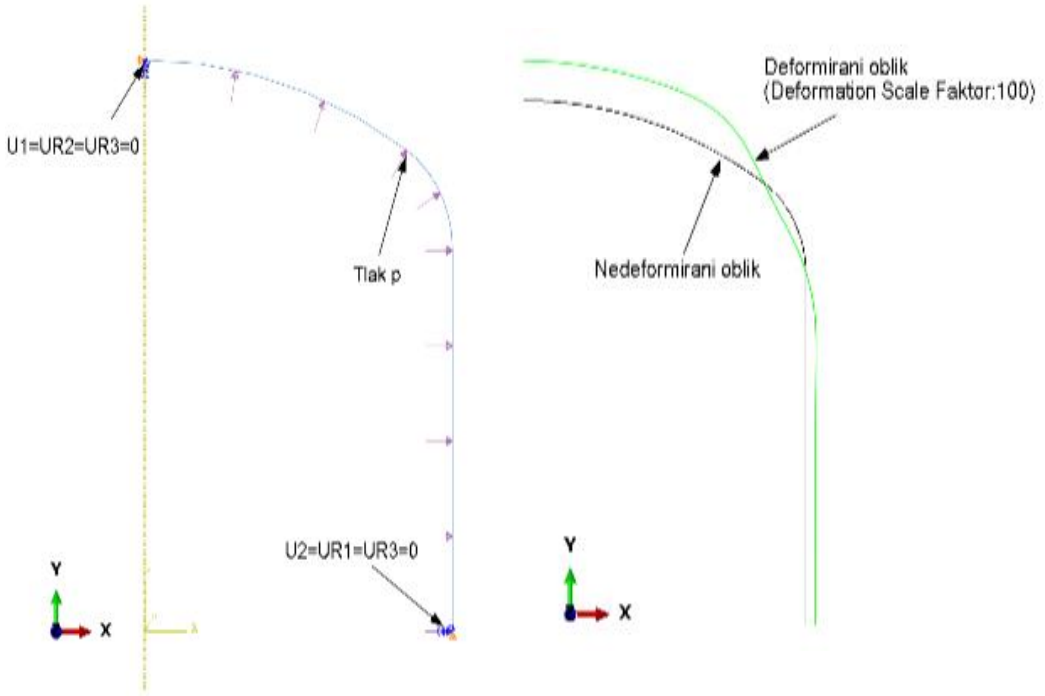
Slika 75. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - radno opterećenje

Provedenom linearnom numeričkom analizom raspodijele pomaka i naprezanja u okolini spoja torisferne podnice i cilindričnog djela spremnika za slučaj radnog opterećenja može se vidjeti da je maksimalno naprezanje od 112 MPa postignuto na unutarnjem rubu stjenke sferne ljuske na udaljenosti približno 115 mm duž osi y. Prema propisima iz norme naprezanja su u dopuštenim granicama odnosno nalaze se ispod granice koja je definirana izrazom (5) prema EN 13445-3 za materijal P265GH najvećeg dopuštenog naprezanja cilindričnog i torisfernog dijela spremnika od $\sigma_{dop} = 170{,}67$ MPa.

5.2. Rezultati numeričke analize - tlačna proba

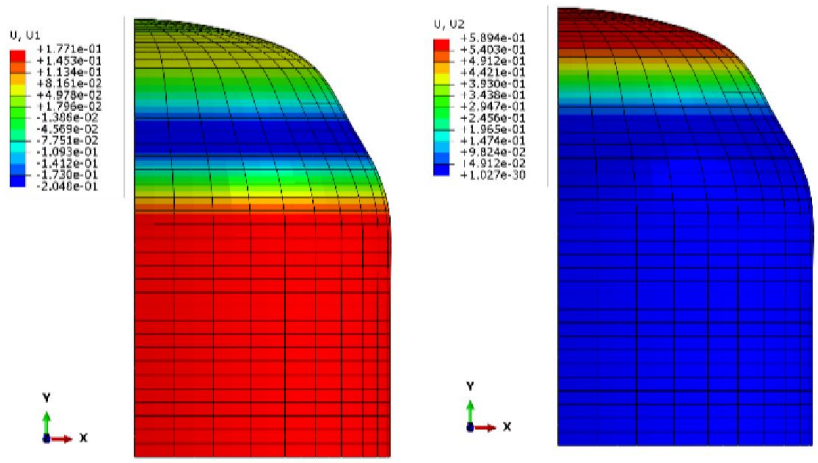
Za razliku od prethodnog primjera gdje je provedena linearna numerička analiza naprezanja u uvjetima radnog opterećenja ovdje je provedena analiza naprezanja u uvjetima opterećenja tlačne probe. Opterećenje kod tlačne probe spremnika provedena je pomoću medija zraka unutarnjeg tlaka $p = 1{,}35$ MPa propisanog normom [1]. Numerička analizu provedena je u okolini spoja plašta i podnice gdje se kontrola dozvoljenih naprezanja vrši putem vrijednosti propisanih normom kao i u prethodnom primjeru kod radnog opterećenja. Kao što je prikazano

slikom 76. primijenili smo iste rubne uvijete kao u prethodnom slučaju dok je jedina razlika u opterećenju spremnika unutarnjim tlakom od 1,35 MPa.

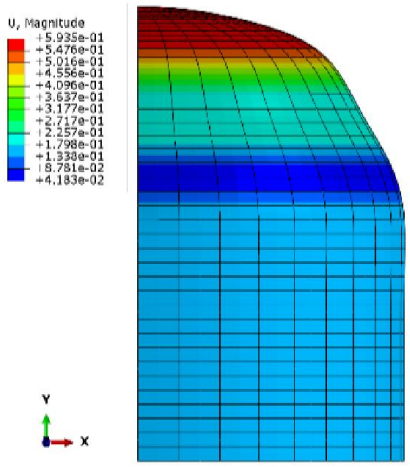


Slika 76. Rubni uvjeti, opterećenje i deformirani oblik za model spoja diskretiziran SAX2 elementima - tlačna proba

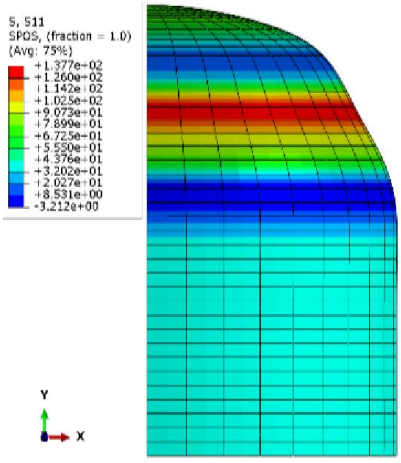
Slikom 77. prikazane su raspodjele naprezanja i pomaka za opterećenje tlačnom probom spremnika sa torisfernom podnicom.



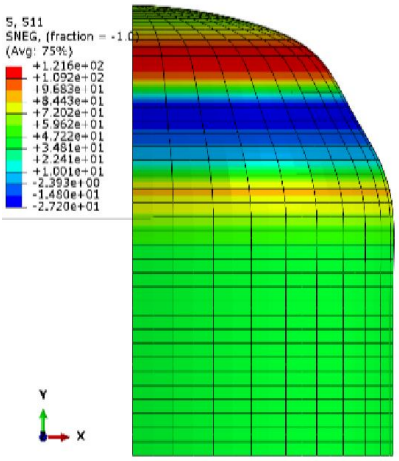
a) b)


U, Magnitude
+5.935e-01
+5.476e-01
+5.016e-01
+4.556e-01
+4.096e-01
+3.637e-01
+3.177e-01
+2.717e-01
+2.257e-01
+1.798e-01
+1.338e-01
+8.781e-02
+4.183e-02
Y
X

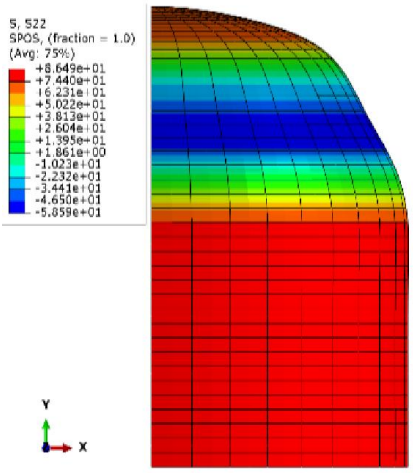
c)


S, S11
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+1.377e+02
+1.260e+02
+1.142e+02
+1.025e+02
+9.073e+01
+7.899e+01
+6.725e+01
+5.550e+01
+4.376e+01
+3.202e+01
+2.027e+01
+8.531e+00
-3.212e+00
Y
X

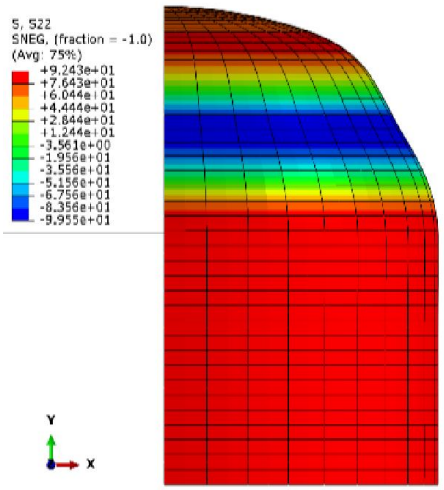
d)


S, S11
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+1.216e+02
+1.092e+02
+9.683e+01
+8.443e+01
+7.202e+01
+5.962e+01
+4.722e+01
+3.481e+01
+2.241e+01
+1.001e+01
-2.393e+00
-1.480e+01
-2.720e+01
Y
X

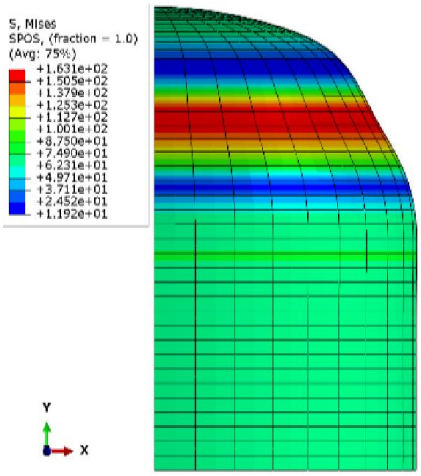
e)


S, S22
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+8.649e+01
+7.440e+01
+6.231e+01
+5.022e+01
+3.813e+01
+2.604e+01
+1.395e+01
+1.861e+00
-1.023e+01
-2.232e+01
-3.441e+01
-4.650e+01
-5.859e+01
Y
X

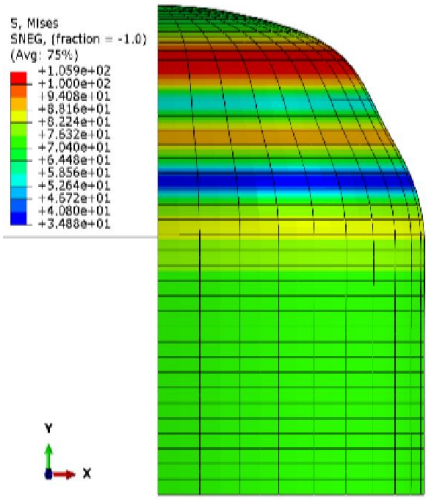
f)


S, S22
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)
+9.243e+01
+7.643e+01
+6.044e+01
+4.444e+01
+2.844e+01
+1.244e+01
-3.561e+00
-1.956e+01
-3.556e+01
-5.156e+01
-6.756e+01
-8.356e+01
-9.955e+01
Y
X

g)


S, Mises
SPOS, (fraction = 1.0)
(Avg: 75%)
+1.631e+02
+1.505e+02
+1.379e+02
+1.253e+02
+1.127e+02
+1.001e+02
+8.750e+01
+7.490e+01
+6.231e+01
+4.971e+01
+3.711e+01
+2.452e+01
+1.192e+01
Y
X

h)



i)

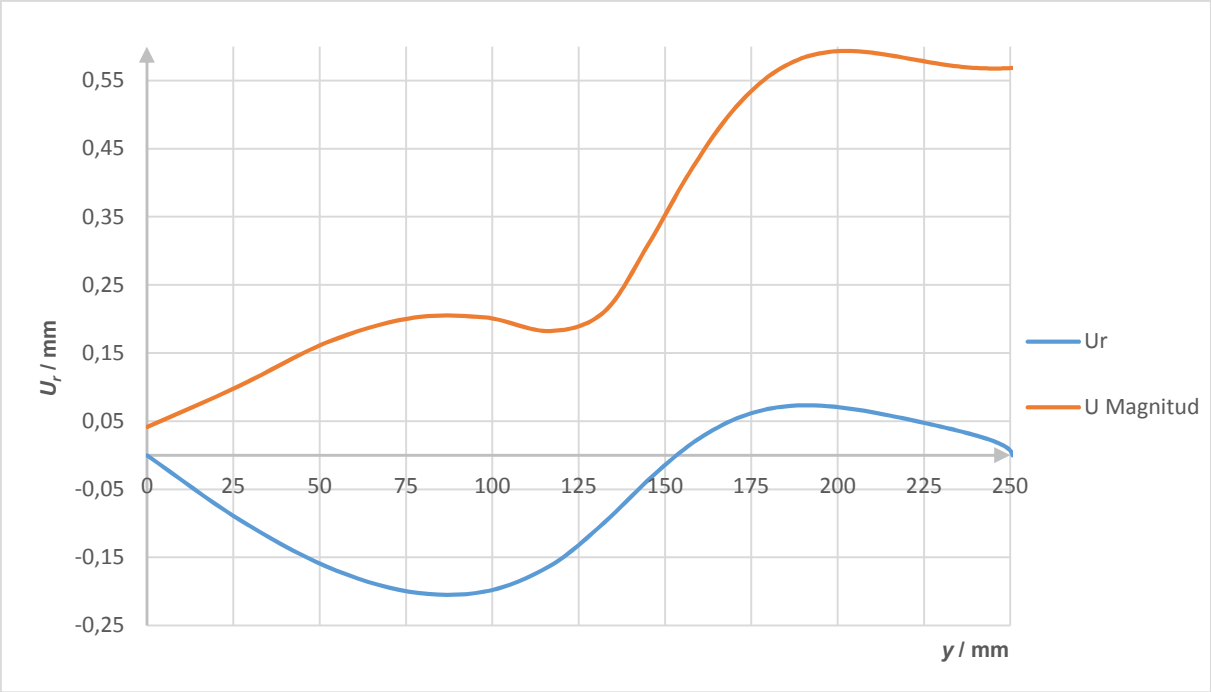
Slika 77. Prikaz raspodjele za opterećenje tlačne probe: a) radijalnih pomaka, b) meridijalnih pomaka u mm, c) normalnih pomaka u mm, d) cirkularnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, e) meridijalna naprezanja sa vanjske strane u MPa, f) cirkularna naprezanja sa vanjske strane u MPa, g) meridijalnih naprezanja sa unutarnje strane u MPa, h) ekvivalentnih naprezanja sa vanjske strane u MPa, i) ekvivalentnih naprezanja sa unutarnje strane ljuske u MPa

Tablicom 18. prikazani su rezultati naprezanja i pomaka u spoju cilindra i sfere točkom A te u vrhu sfernog dijela spremnika točkom B kao što je prikazano slikom 65.

Tablica 18. Rješenja dobivena SAX2 elementima u spoju kod opterećenja tlačnom probom

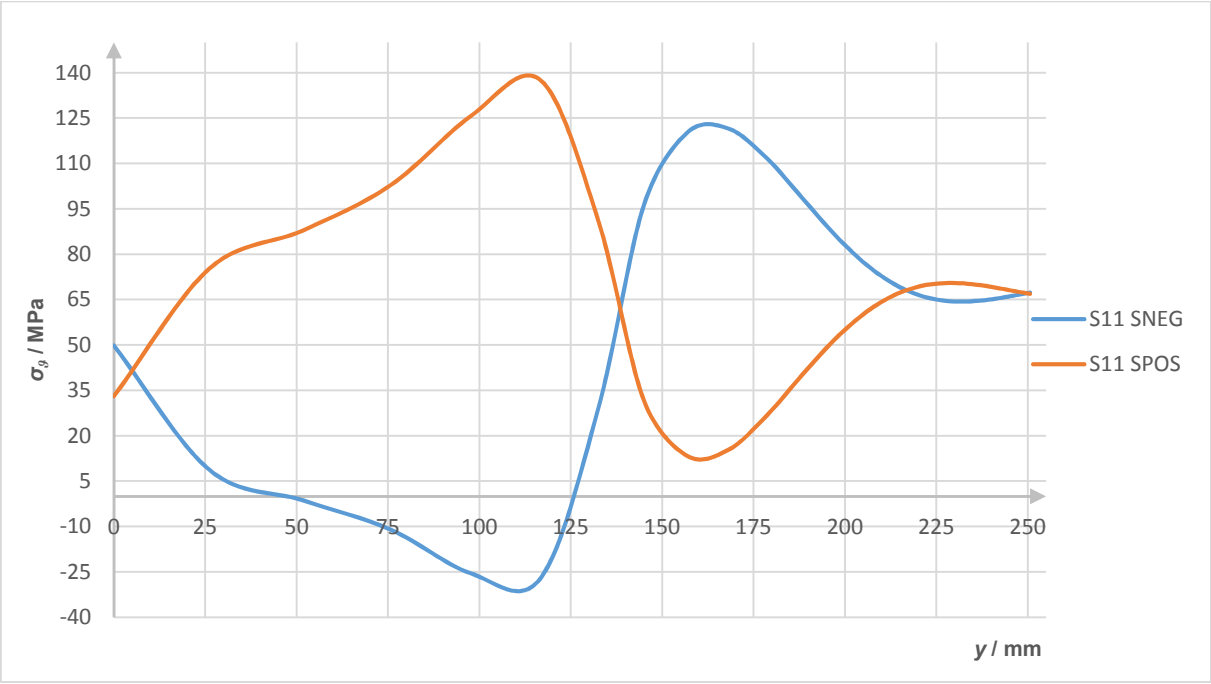
	u_r^A / mm	u_ϑ^A / mm	u_ϑ^B / mm	σ_φ^A / MPa	σ_ϑ^A / MPa	σ_{ekv}^A / MPa
SAX2	0,0	0,0418	0,568	vanjsko: 15,0 unutarnje: 10,0	vanjsko: 49,9 unutarnje: 33,0	vanjsko: 44,36 unutarnje: 29,4

Slikom 78. prikazana je raspodjela radijalnog (u_r) i ukupnog ($u_{Magnitud}$) pomaka duž stjenke torisferne ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



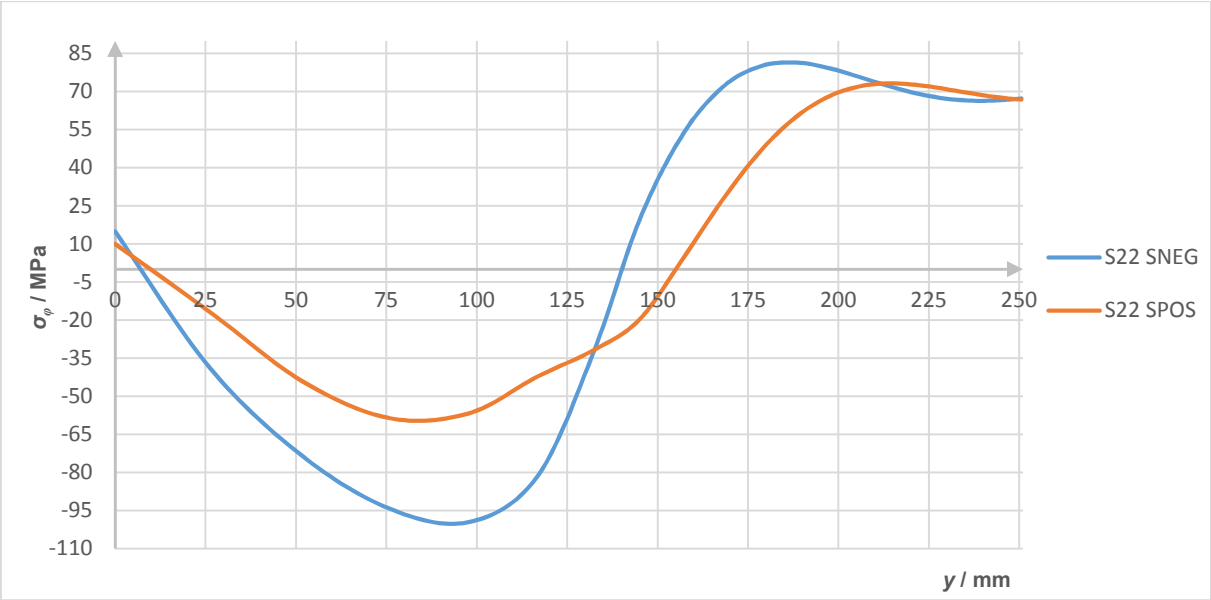
Slika 78. Raspodjela radijalnog pomaka torisferne ljuske - tlačna proba

Slikom 79. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke torisferne ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



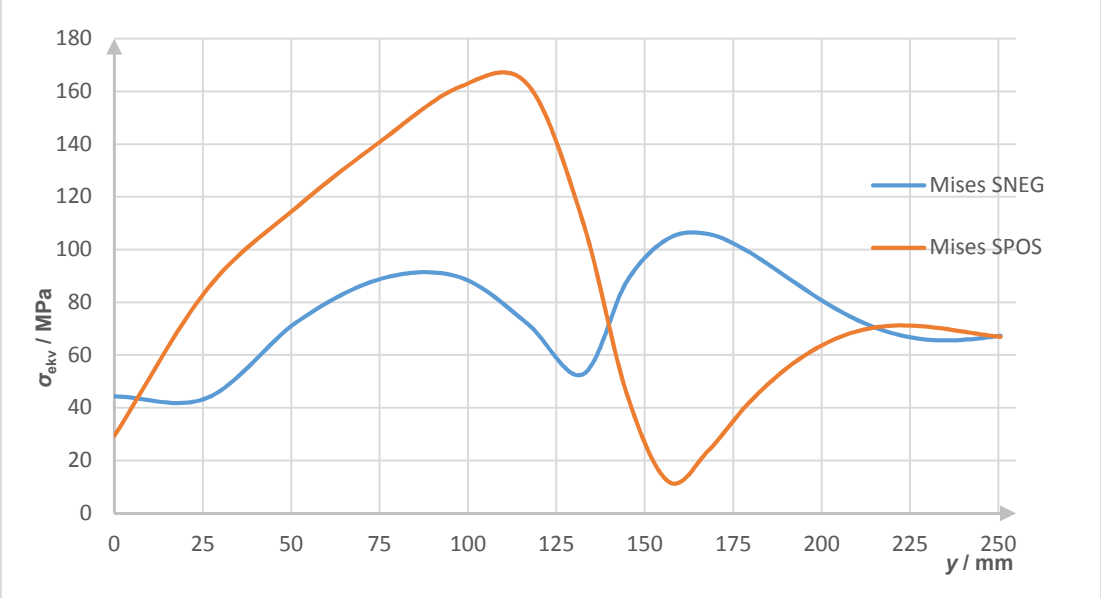
Slika 79. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba

Slikom 80. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke torisferne ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



Slika 80. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba

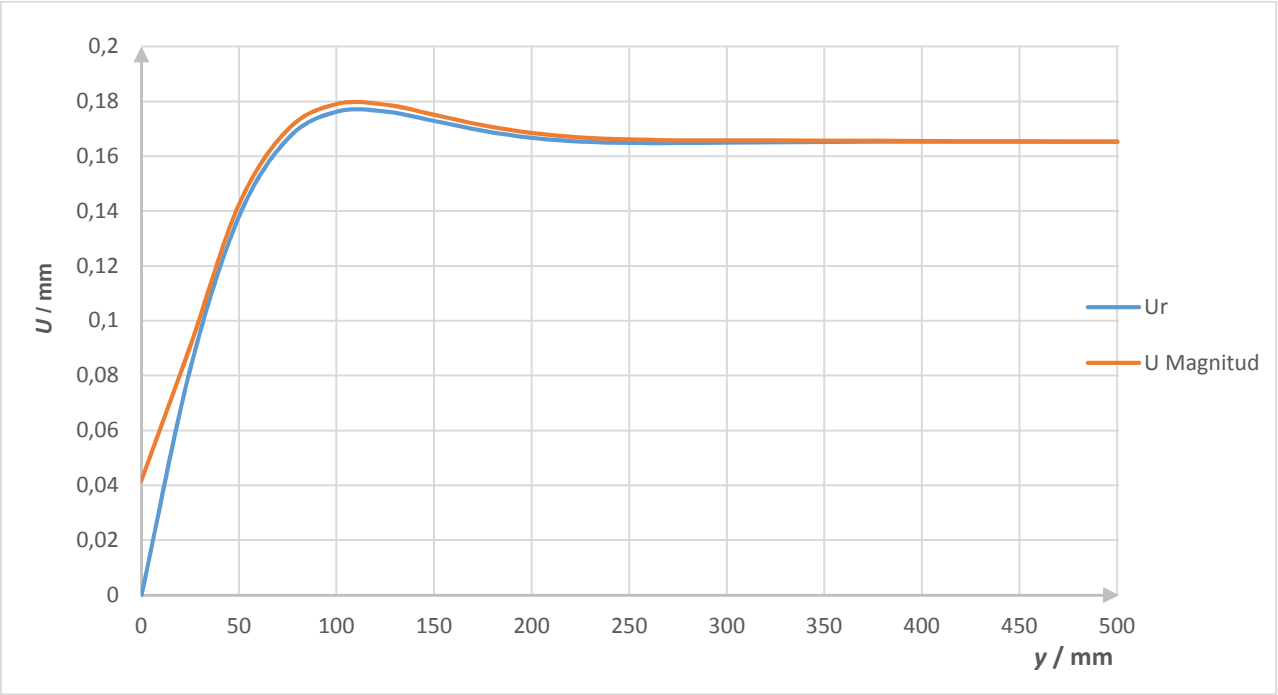
Slikom 81. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke torisferne ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



Slika 81. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba torisferne ljuske - tlačna proba

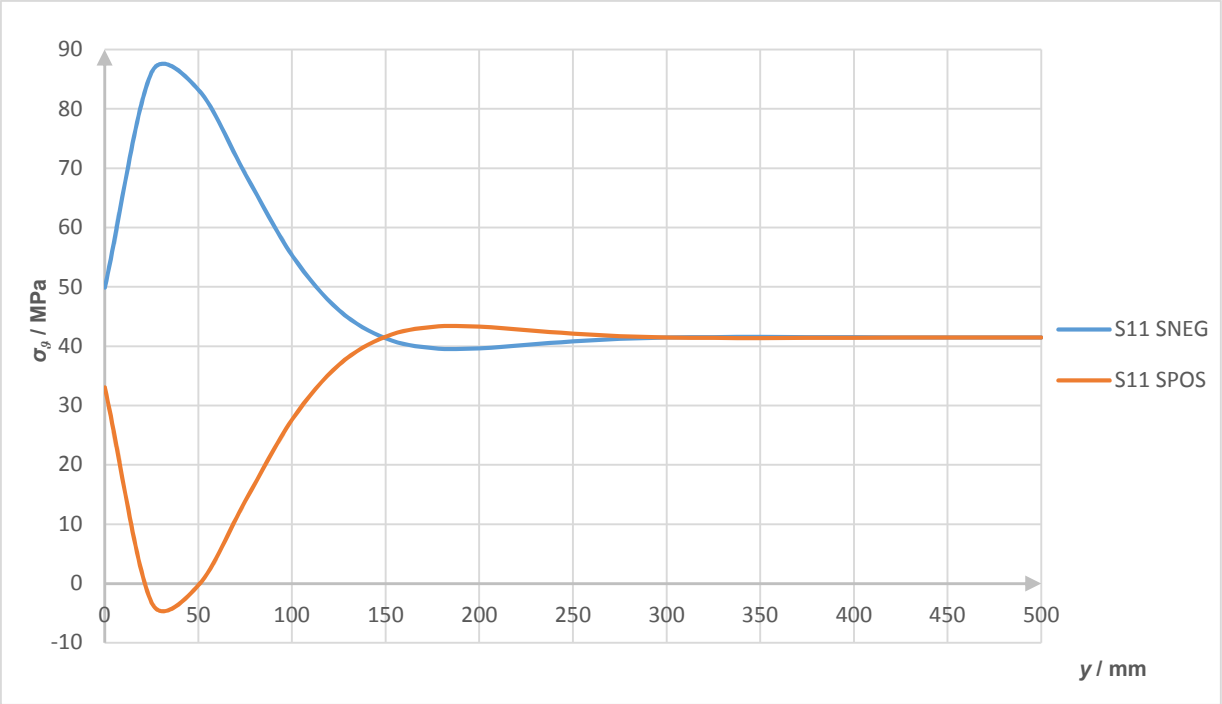
Kao što je prikazano slikom 81. maksimalno ekvivalentno naprezanje od 169 MPa pojavljuje se na unutarnjem rubu stijenke torisferne ljuske na udaljenosti približno 120 mm od spoja duž osi *y*.

Slikom 82. prikazana je raspodjela radijalnog (u_r) i ukupnog ($u_{Magnitde}$) pomaka duž stijenke cilindrične ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



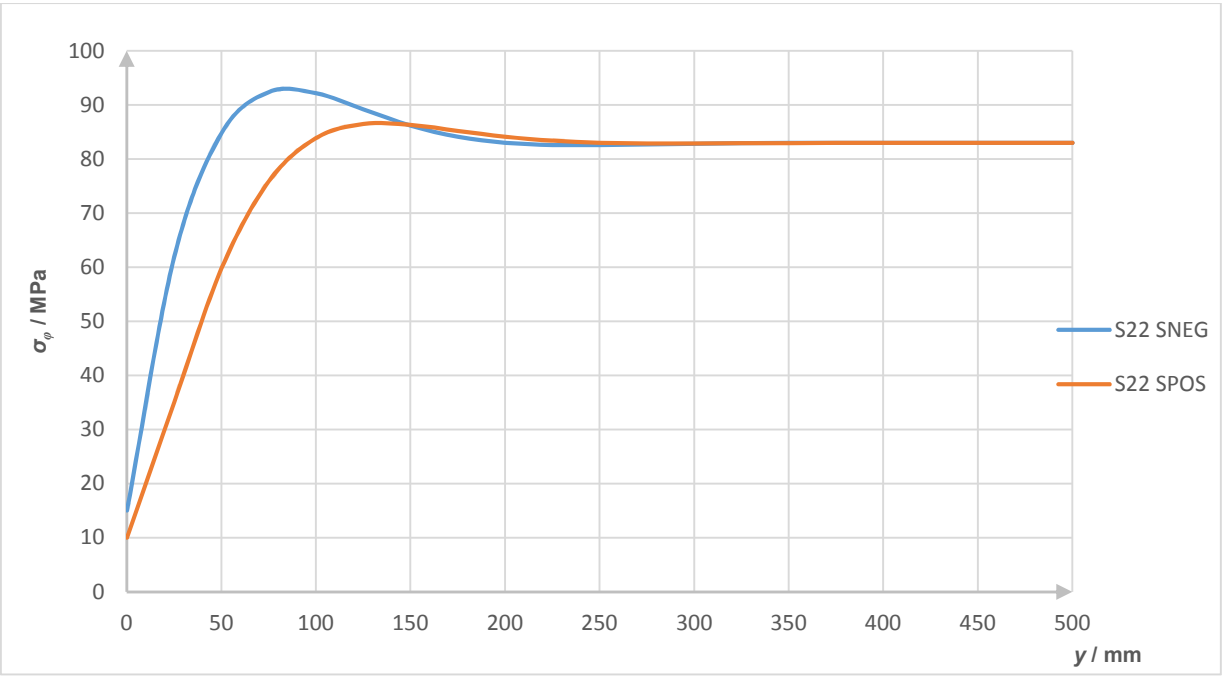
Slika 82 Raspodjela radijalnog pomaka duž cilindrične ljuske - tlačna proba

Slikom 83. prikazana je raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke cilindrične ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



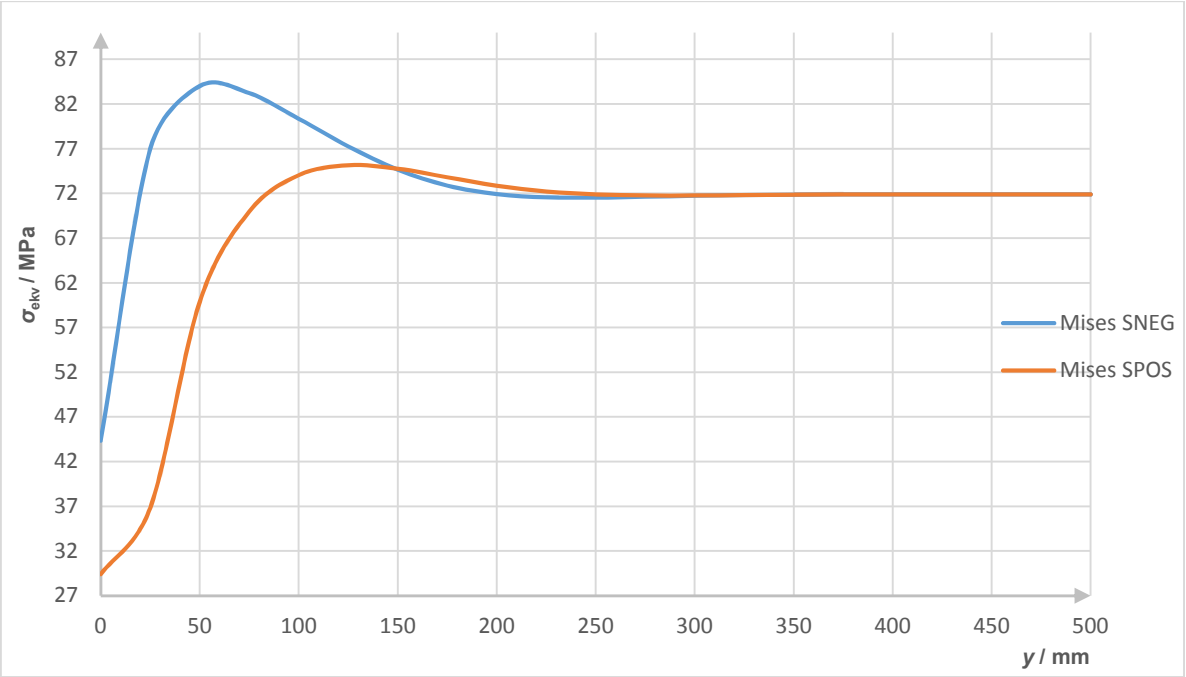
Slika 83. Raspodjela meridijalnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba

Slikom 84. prikazana je raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke cilindrične ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



Slika 84. Raspodjela cirkularnih naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba

Slikom 85. prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba stjenke cilindrične ljuske kod opterećenja tlačnom probom.



Slika 85. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja duž vanjskog i unutarnjeg ruba cilindrične ljuske - tlačna proba

5.3. Zaključak numeričke analize

Prema provedenoj analizi raspodijele naprezanja i pomaka spremnika sa torisfernom podnicom može se uočiti utjecaj geometrijskog diskontinuiteta na prijelazu iz torusnog u sferni dio podnice na raspodjelu radijalog pomaka u_r gdje dolazi do pojave neznatnog ulubljivanja što može pri većim opterećenjima dovesti do gubitka elastične stabilnosti. Te bi se u takvom slučaju trebala provesti linearna numerička analiza elastične stabilnosti tankostijene podnice. Maksimalno naprezanje od 169 MPa dostignuto je na unutarnjem rubu stjenke torisferne ljuske na udaljenosti približno 120 mm duž osi y za slučaj tlačne probe. Prema propisima iz norme dostignuto naprezanje od 169 MPa je u dopuštenim granicama ali su jako blizu dozvoljene granice koja je definirana izrazom (5) prema EN 13445-3 za materijal P265GH najvećeg dopuštenog naprezanja u cilindričnom i torisfernom dijelu spremnika od $\sigma_{dop} = 170{,}67$ MPa .

6. OSNOVE MEHANIKE LOMA U ANALIZI CJELOVITOSTI KONSTRUKCIJA

Osnovni pristup analizi cjelovitosti strukturnog elementa s pukotinom temelji se na određivanju parametara mehanike loma i lomnih svojstava materijala. Kod klasičnog pristupa u analizi čvrstoće mogli smo na osnovu mehaničkih karakteristika materijala (Vlačne čvrstoće i Granice tećenja) pristupiti dimenzioniranju statički opterećenog strukturnog elementa. Prilikom analize cjelovitosti zbog postojanja pukotine uz pomoć navedenih značajki materijala to ne bi bilo moguće. Stoga je potrebno poznavati njegove lomne karakteristike kako bi se uz pomoć izračunatih vrijednosti parametara mehanike loma odredila čvrstoća strukturnog elementa uz prisutnost pukotine. Žilavost odnosno krhkost materijala imaju značajan utjecaj na raspodjelu i intenzitet polja naprezanja oko vrha pukotine. Stoga je glavni zadatak mehanike loma istražiti utjecaj pukotine na oblik i raspodjelu te intenzitet naprezanja s obzirom na veličinu žilavosti korištenog materijala. Na temelju toga možemo odrediti dopušteno opterećenje strukturnog elementa s pukotinom. Tragom toga su nastali osnovni parametri mehanike loma (Koeficijent intezivnosti naprezanja, *J* inegral i CTOD kriterij) čije vrijednosti uz poznavanje lomnih karakteristika (Lomna žilavost, *J-R* krivulja otpora) predstavljaju stanje cjelovitosti strukturnog elementa. S tog stanovišta ovisno o vrsti primijenjenog materijala ovisi i oblik njegovog loma (Krhki lom, Duktilni lom) što je rezultiralo podjelom na Linearno - elastičnu i Elasto - plastičnu mehaniku loma.

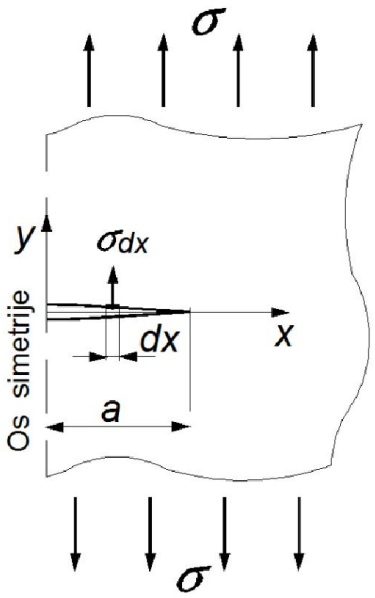
6.1. Linearno - elastična mehanika loma

Linearno-elastična mehanika loma LEFM (eng. *Linear Elastic Fracture Mechanics*) koristi se za određivanje rasta pukotine u materijalu uz osnovnu pretpostavku da je naprezanje u materijalu većinom linearno-elastično prilikom rasta, odnosno propagacije pukotine te da je plastičnost u vrhu pukotine lokalizirana tijekom cijelog procesa. Materijal tijela opisuje se elastičnim materijalnim modelom za kojeg vrijedi Hookeov zakon elastičnosti. Za takav se slučaj može upotrijebiti teorija elastičnosti u svrhu utvrđivanja polja naprezanja [16].

6.1.1. Griffithova teorija energetskog elastičnog loma

Prema Griffithovoj teoriji energetskog elastičnog loma izvodi se izraz za kritičnu vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja koji u osnovi predstavlja lomnu žilavost materijala odnosno njegovu lomnu karakteristiku. Griffth je gubitak energije nastao urezivanjem pukotine

u ploču prikazao kao izgubljena potencijalna energiju koja je jednaka potencijalnoj energiji akumuliranoj u toj istoj ploči zbog opterećenja pukotine u vertikalnome smjeru silama $\sigma_\infty = \sigma$. Tu energiju možemo odrediti tako da zamislimo beskonačnu prorezanu ploču koja je po unutrašnjosti proreza opterećena silama $\sigma_y = \sigma$ prema slici 86. [14].



Slika 86. Otvaranje pukotine pod djelovanjem naprezanja σ po konturi pukotine

Ukupna potencijalna energija ploče s pukotinom može se izraziti kao:

$$U = U_O - U_a + U_\gamma, \tag{150}$$

gdje je:

U_O – energija deformiranja ploče prije stvaranja pukotine,

U_a – gubitak energije nastao relaksacijom naprezanja zbog stvaranja pukotine duljine 2a,

U_γ – porast energije ploče nastao stvaranjem površinske napetosti na novim slobodnim plohama.

U prethodnom izrazu član koji predstavlja gubitak energije nastao relaksacijom naprezanja zbog stvaranja pukotine duljine 2a može se shvatiti i kao rad otvaranja pukotine. Taj rad stoga možemo izračunati iz rada rubnog opterećenja prema:

$$U_a = -2\left(\frac{1}{2}\int_{-a}^{a} \sigma v \mathrm{d}x\right). \tag{151}$$

gdje je:

v - vertikalni pomak gornje strane pukotine određen (prema Mushelišviliju) jednadžbom:

$$v = \frac{2\sigma(1-\nu^2)}{E}\sqrt{a^2-x^2} \quad \text{RD}, \tag{152}$$

$$v = \frac{2\sigma}{E}\sqrt{a^2-x^2} \quad \text{RN}. \tag{153}$$

Iz prethodnih jednadžbi je vidljivo da se pukotina otvara u obliku elipse. Nakon uvrštavanja izraza (152) u izraz (151) i sređivanja dobijemo izraz:

$$U_a = -(1-\nu^2)\frac{\pi a^2\sigma^2}{E}. \tag{154}$$

dok je porast energije ploče nastao stvaranjem površinske napetosti na novim slobodnim plohama određen izrazom:

$$U_\gamma = 4a\gamma\,. \tag{155}$$

Gdje je:

γ – gustoća površinske energije.

$$U = U_0 - (1-\nu^2)\frac{\pi a^2\sigma^2}{E} + 4a\gamma, \tag{156}$$

Kriterij loma:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 0. \tag{157}$$

Kriterij loma prema prethodno navedenom izrazu određen je prema vršnom dijelu krivulje koja opisuje promjenu ukupne deformacije ploče s pukotinom s obzirom na rast pukotine. Odnosno to znači kada promjena ukupne energije deformiranja ploče s pukotinom doživi svoj maksimum odnosno u trenutku njezinog početka opadanja nastaje lom. Odavde slijedi:

$$-(1-\nu^2)\frac{\pi 2a\sigma^2}{E} + 4\gamma = 0. \tag{158}$$

Iz čega smo dobili izraz za kritično naprezanje:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{(1-\nu^2)\pi a}}. \tag{159}$$

Prema prethodnom izrazu možemo zaključiti da osim meterijalnih konstanti na granično naprezanje utječe i duljina pukotine. Te je na osnovu toga nastao izraz za lomnu žilavost materijala:

$$\sigma\sqrt{\pi a} = \sqrt{\frac{2E\gamma}{(1\text{-}\nu^2)}} = \text{konst.} \tag{160}$$

Odnosno možemo pisati:

$$\frac{\left(\sigma\sqrt{\pi a}\right)^2}{E} = \frac{2\gamma}{(1\text{-}\nu^2)} \qquad \text{ili} \qquad G = R. \tag{161}$$

Gdje je:

G – promjena energije deformiranja,

R – materijalna konstanta koja predstavlja energiju loma.

Na osnovu čega možemo zaključiti da je kriterij loma izveden preko zakona očuvanja energije.

$$\frac{K_{IC}{}^2}{E} = R \quad \text{ili } G=R. \tag{162}$$

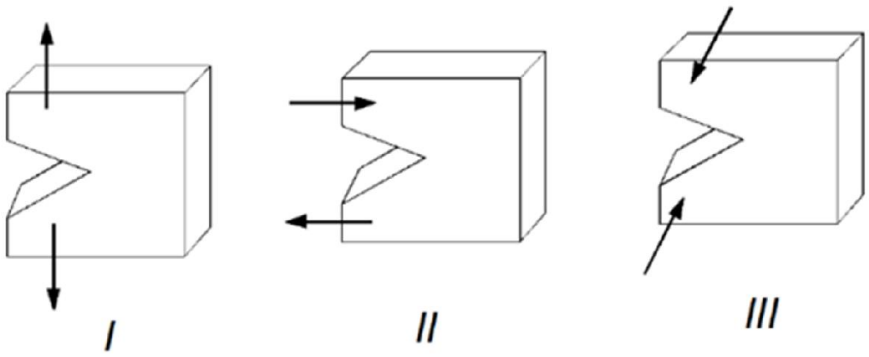
Gdje je:

K_{Ic} – kritična vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja za prvi način otvaranja pukotine.

Kao što se iz prethodnog izraza vidi kritična vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja je materijalna značajka. Stoga možemo zaključiti da do pojave loma dolazi kada vrijedi $K = (ER)^{1/2}$, gdje $(ER)^{1/2}$ predstavlja lomnu žilavost materijala Kc, a otpornost materijala na lom određena je izrazom $R = K_c{}^2/E$. Možemo zaključiti da parametar lomne žilavosti izveden preko zakona očuvanja energije predstavlja materijalnu značajku, dok je za izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja (K_I) potrebno uključiti i geometrijsku značajku.

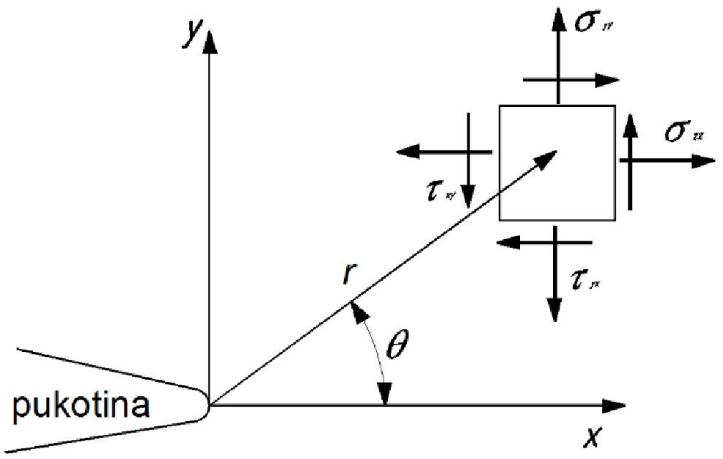
6.1.2. Polje naprezanja u okolini vrha pukotine

Pukotine bitno utječu na raspodjelu naprezanja u elastičnom tijelu. Te je stoga važno odrediti stanje naprezanja oko vrha pukotine, budući da u toj okolici postoje velike deformacije i naprezanja, iznad granice elastičnosti. Tri glavna tipa otvaranja pukotine kod ravninskih problema prikazani su na slici 87. To su odcjepni lom, smični lom i vijčani lom [12].



Slika 87. Odcjepni (I), smični (II) i vijčani (III) način otvaranja pukotine

Najznačajniji je slučaj širenja pukotine odcjepnim načinom (I). Koordinatni sustav primijenjen pri opisivanju polja naprezanja oko vrha pukotine prikazan je slikom 88.



Slika 88. Koordinatni sustav polja naprezanja oko vrha pukotine

Za rješavanje ravninskih zadataka mehanike loma često se primjenjuju Westergaardove funkcije naprezanja [12]. Polje naprezanja u blizini vrha pukotine za prvi način otvaranja pukotine određeno je jednadžbama:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\left[\cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\right], \tag{163}$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\left[\cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\right], \tag{164}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\left[\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right]. \tag{165}$$

gdje je:

r - radijus za opisivanje polja naprezanja oko vrha pukotine u mm,

θ - kut za opisivanje polja naprezanja oko vrha pukotine u rad,

K_I – koeficijent intenzivnosti naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine u MPa$\sqrt{\text{mm}}$.

Parametar K_I predstavlja koeficijent intenzivnosti naprezanja oko vrška pukotine (SIF - *Stress Intensity Factor*).

$$K_I=\sigma\cdot Y(a)\sqrt{\pi a}\,. \tag{166}$$

gdje je:

σ - nominalno naprezanje u MPa,

$Y(a)$ - bezdimenzionalni faktor oblika,

a – duljina pukotine u mm.

Dok za pukotinu u ploči beskonačne širine koeficjent intenzivnosti naprezanja poprima oblik:

$$K_I=\sigma_m\cdot\sqrt{\pi a}\,. \tag{167}$$

gdje je:

σ_m - membransko stanje naprezanja u MPa.

6.1.3. Zona plastifikacije oko vrha pukotine

Iz Westergaardovih jednadžbi može se odrediti zona unutar koje će naprezanje biti veće od granice tečenja materijala pod pretpostavkom da plastična deformacija oko vrška pukotine nastaje u točkama u kojima je distorzijska energija jednaka energiji kod granice tečenja pri jednoosno opterećenom štapu. U izrazima (163, 164, 165) uglate zagrade pojednostavljeno su napisane zbog preglednijeg računanja kako je prikazano jednadžbama:

$$F_x=\left[\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\right], \tag{168}$$

$$F_y=\left[\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\right], \tag{169}$$

$$F_{xy}=\left[\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right]. \tag{170}$$

Kao što se vidi u svakoj od prethodno definiranih jednadžbi možemo odrediti promjenu polja naprezanja oko vrha pukotine ovisno o radijusu r i kutu θ. Budući su elementi s pukotinom u većini slučajeva više-osno opterećeni potrebno je primijeniti jedan od kriterija čvrstoće koji

odgovara zadanom problemu. Za ovaj primjer primijenjen je kriterij ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu kako je prikazano jednadžbom:

$$\sigma_{ekv}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left[\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2+\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6\tau_{xy}^2+6\tau_{xz}^2+6\tau_{yz}^2\right]}. \quad (171)$$

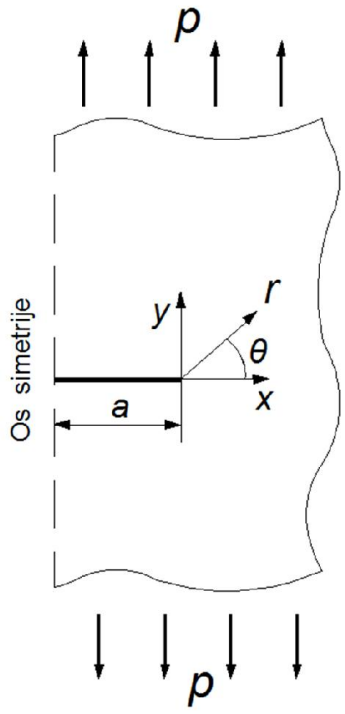
Nakon uvrštavanja izraza (168, 169, 170) u izraz za ekvivalentno naprezanje prema Von Misesu dobijemo:

$$\sigma_{ekv}{}^2=\frac{1}{2}\frac{K_I{}^2}{2\pi r}\left[\left(F_x-F_y\right)^2+F_x^2+F_y^2+6F_{xy}^2\right]. \quad (172)$$

Nakon sređivanja dobili smo izraz za raspodjelu radijusa ekvivalentnog naprezanja u okolini vrha pukotine:

$$r=\frac{1}{2}\frac{K_I{}^2}{2\pi\sigma_{ekv}^2}\left[\left(F_x-F_y\right)^2+F_x^2+F_y^2+6F_{xy}^2\right]. \quad (173)$$

Uz pomoć izraza (173) možemo analitički odrediti polje naprezanja u okolini vrha pukotine kod tanke ploče beskonačne širine opterećene konstantnim ravninskim stanjem naprezanja. U slučaju da primijenimo jednoosno aksijalno opterećenje kao što je prikazano slikom 89. možemo pojednostaviti izraz (173) na način da su vrijednosti F_x i F_{xy} = 0.



Slika 89. Geometrija vlačno opterećene beskonačne ploče sa središnjom pukotinom

Nakon sređivanja funkcija raspodijele naprezanja za beskonačnu ploču s ravnom središnjom pukotinom koja je opterećena jednoosnim stanjem naprezanjima u smjeru okomitom na uzdužnu os pukotine glasi:

$$r = \frac{{K_I}^2}{2\pi\sigma_{vm}^2}\left(F_y\right)^2. \tag{174}$$

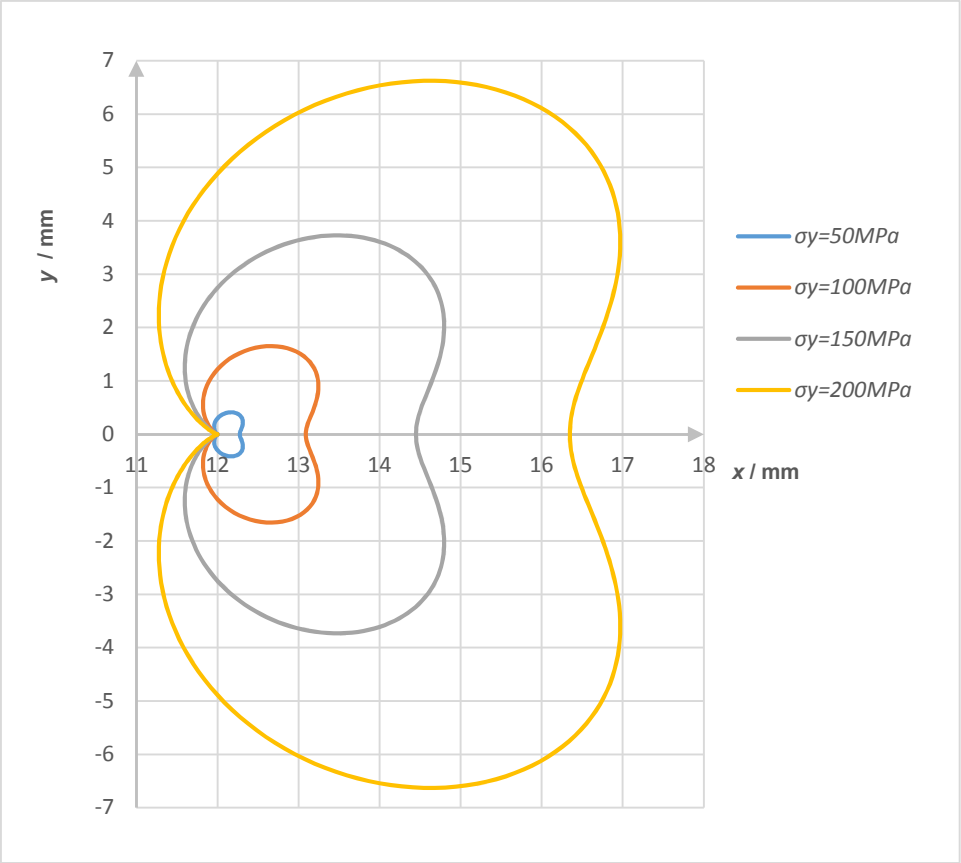
Pomoću izraza (174) možemo opisati radijus polja ekvivalentnog naprezanja u okolini vrha pukotine. Prema tome plastična će zona, prema Westergaardovim jednadžbama i uvjetu da je ekvivalentno naprezanje jednako naprezanju tečenja materijala ($\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_{\text{T}}$) , biti omeđena konturom za ravninsko stanje naprezanja:

$$r_{\text{p}} = \frac{{K_{\text{I}}}^2}{2\pi\sigma_{\text{T}}^2}\cos^2\frac{\theta}{2}\left(1+3\sin^2\frac{\theta}{2}\right) . \tag{175}$$

Dok je za ravninsko stanje deformacije:

$$r_{\text{p}} = \frac{{K_{\text{I}}}^2}{2\pi\sigma_{\text{T}}^2}\cos^2\frac{\theta}{2}\left(1+3\sin^2\frac{\theta}{2}-4\nu(1-\nu)\right) . \tag{176}$$

Kao što se vidi veličina zone plastifikacije znatno ovisi o tome je li stanje naprezanja ravninsko ili nije. Posebno je nepovoljno stanje ravninske deformacije koje kod simetričnih uvjeta vlada u simetralnoj ravnini uzorka. Na slici 90. prikazana su različita polja raspodjele ekvivalentnog naprezanja σ_{ekv} = 235 MPa u okolini vrha središnje pukotine duljine a = 12 mm na tankoj ploči beskonačne širine opterećene različitim jednoosnim membranskim opterećenjima u smjeru okomitom na pukotinu: σ_y = 50 MPa, σ_y = 100 MPa, σ_y = 150 MPa i σ_y = 200 MPa.

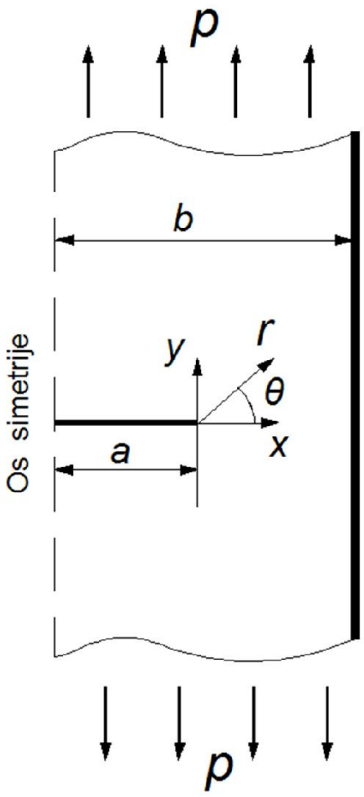


Slika 90. Polje naprezanja za $\sigma_T = 235$ MPa u blizini vrha pukotine duljine $a = 12$ mm za različita vlačna opterećenja ploče

Iz navedenih polja raspodijele naprezanja prema slici 90. može se ustanoviti raspodjela i veličina plastične zone koja ovisi o mehaničkim materijala te nam može ukazati na ispravnost primjene LEFM. Kao što je poznato, ako je veličina plastične zone manja od približno 10% od duljine pukotine, oko vrha pukotine vladaju uvjeti male zone tečenja (*small-scale yielding*) [16] te se mogu koristit principi linearno elastične mehanike loma.

6.1.4. Koeficijent intenzivnosti naprezanja

Za razliku od prethodnog primjera gdje smo analizirali beskonačnu tanku ploču s pukotinom u ovom djelu rada napravljena je linearna analiza koeficijent intenzivnosti naprezanja kod tanke ploče konačne širine b sa središnjom pukotinom duljine a i vlačno membranski opterećenom pločom p kao što je prikazano slikom 91.



Slika 91. Geometrija vlačno opterećene ploče sa središnjom pukotinom

Analitička analiza provedena je za tanku ploču širine b = 500 mm i površinskog naprezanja p = 100 MPa. Budući se radi o ploči širine b utjecaj njezinog slobodnog ruba odnosno geometrije ne može se zanemariti stoga se uvodi faktor oblika kojim se uzima u obzir utjecaj geometrije strukture i pukotine te vrste opterećenja na vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja prema jednadžbi iz norme [15]:

$$K_{\mathrm{I}}=(\sigma_{\mathrm{m}}+M_{\mathrm{b}}\cdot\sigma_{\mathrm{b}})\cdot\sqrt{\pi\cdot a}\cdot f_{\mathrm{w}}\,. \tag{177}$$

gdje je:

σ_{m} - membransko naprezanje ploče u MPa,

$M_{\mathrm{b}}\cdot\sigma_{\mathrm{b}}$ - naprezanje uslijed savijanja ploče (u ovom primjeru nije uzeto u obzir).

Gdje je faktor oblika ovisna o geometriji ploče i pukotine prema normi [15]:

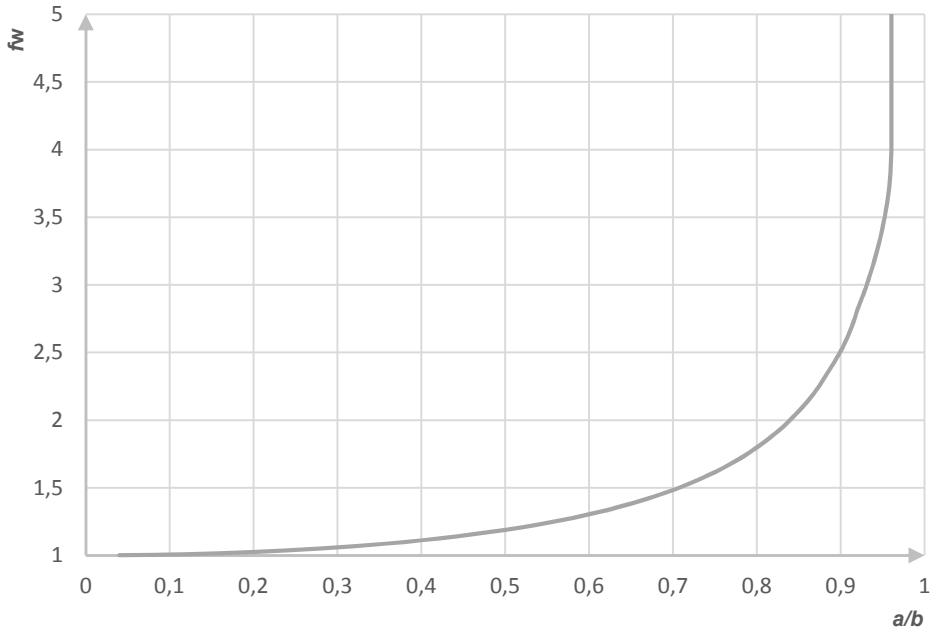
$$f_{\mathrm{w}}=\left[\sec\left(\frac{\pi\cdot a}{2\cdot b}\right)\right]^{0,5}. \tag{178}$$

gdje je:

b - širina ploče u mm,

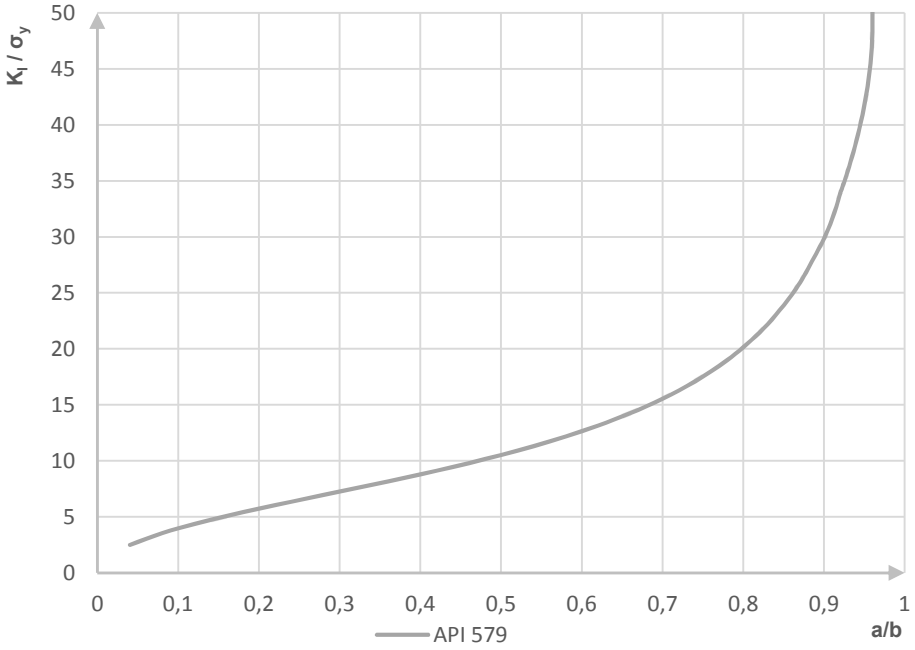
a - duljina pukotine u mm.

Slikom 92. prikazana je promjena faktora oblika dobivena izrazom (178) prema zadanoj širini ploče $b = 50$ mm i djelovanju membranskog opterećenja $p = 100$ MPa.



Slika 92. Promjena faktora oblika ovisno o duljini pukotine

Prema slici 92. faktor oblika počinje imati značajniji utjecaj već pri omjeru vrijednosti iznad 0,2 gdje počinje značajnije eksponencijalno rasti. Kako se približava vrijednosti 1 tako i teži prema beskonačnosti. Na slici 93. prikazana je prema analitičkom izrazu (177) raspodjela omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i membranskog opterećenja ploče u ovisnosti o omjeru duljine pukotine i širine ploče.



Slika 93. Omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i vlačnog opterećenja ovisno o omjeru duljine pukotine i širine ploče prema empirijskom izrazu iz norme [15].

Iz slike 93. možemo za određeni omjer duljine pukotine i širine ploče dobiti vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja uz poznato membransko opterećenje ploče.

6.2. Elastoplastična mehanika loma

Koncept poznat kao elasto-plastična mehanika loma EPFM (eng. *Elasto Plastic Fracture Mechanics*) koristi se u slučajevima kada je lom praćen značajnom plastičnom deformacijom. Kao relevantan parametar za EPFM najčešće se koristi *J*-integral, koji zapravo predstavlja promjenu energije deformiranja (eng. *Strain energy release rate*). Energijski kriterij za linearno elastičnu mehaniku loma LEFM može se izravno koristiti i za elasto-plastični lom jednostavnim dodavanjem jednadžbe za opisivanje krivulje u nelinearnom području krivulje naprezanje-istezanje σ-ε. To izravno dovodi do izraza za *J*-integral.

6.2.1. Elastoplastični energetski kriterij loma

Bez obzira na ta dali se deformiranje materijala odvija u elastičnom ili plastičnom području zakon očuvanja energije mora biti očuvan. Prema izvedenom izrazu (162) za linearno elastični materjalni model kriterij loma glasi $G = R$. Odnosno možemo pisati:

$$\frac{K_{IC}{}^2}{E} = R, \tag{179}$$

Budući je:

$$K_I = \sigma \cdot Y(a)\sqrt{\pi a}\,. \tag{180}$$

Izraz (180) prelazi u:

$$\frac{\sigma^2 \cdot Y(a)^2 \pi a}{E} = R. \tag{181}$$

U slučaju plastičnih deformacija geometrijski faktor jednak je $\pi Y(a)^2 = H$, dok je promjena energije deformiranja jednaka $G = J$ a također i energija loma je jednaka $R = J_R$. Time se jednadžbe dobivene za elastično ponašanje materijala pretvaraju u jednadžbe za plastično ponašanje materijala. U tom slučaju, izraz za promjenu energije deformiranja glasi:

$$H\sigma\varepsilon a = J_R. \tag{182}$$

Prema istoj metodi kao i u prethodnom poglavlju gdje je korištena linearna veza između naprezanja i deformacije, iste jednadžbe se mogu primijeniti i na plastično područje ako postoji funkcija koja opisuje nelinearnu vezu između ε i σ. Kao najprikladnija funkcija nelinearnog ponašanja materijala odnosno veze naprezanja i deformacije je Ramberg-Osgood-ova eksponencijalna funkcija:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^n}{F}. \tag{183}$$

Koja u stvari predstavlja zbroj elastičnog i plastičnog djela deformiranja prema:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}. \tag{184}$$

Nakon što smo izraz (183) uvrstili u jednadžbu (182) dobili smo:

$$\frac{\sigma^2 \cdot Y(a)^2 \pi a}{E} + \frac{\sigma^{n+1} \cdot Ha}{F} = J_R. \tag{185}$$

Gdje energija loma J_R predstavlja lomnu postojanost materijala. Za razliku od LEFM kod EPFM treba napomenuti da bezdimenzionalni parametar H ne ovisi samo o geometriji nego i o faktoru očvršćenja materijala n.

6.2.2. *J* integral

Koncept *J*-integrala uveo je Rice. U jednostavnom dvodimenzionalnom obliku, *J* se može definirati kao linijski integral neovisan o putanji po kojoj se određuje, i koji mjeri jačinu singularnih naprezanja i deformacija u blizini vrha pukotine [16]. Izraz za *J* integral u općem obliku glasi:

$$J = \int_{\Gamma} W \mathrm{d}y - \int_{\Gamma} \left(t_i \frac{\delta u_i}{\delta x} \right) \mathrm{d}s. \tag{186}$$

gdje je:

Γ – proizvoljna putanja oko vrha pukotine,

W – gustoća energije deformiranja (tj. energija deformiranja po jedinici volumena),

$t_i = \sigma_{ij} n_j$ – trakcijski vektor u smjeru osi,

σ – komponenta naprezanja,

n – vanjski jedinični vektor okomit na putanju Γ,

u – vektor pomaka,

s – dio putanje Γ.

Za elastične materijale, W predstavlja gustoću elastične komponente energije deformiranja:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}. \tag{187}$$

gdje je ε_{ij} infinitezimalni tenzor deformacije. Za elasto-plastične materijale, uobičajeno je da se W rastavi na elastični i plastični dio:

$$W = W^{el} + W^{pl}. \tag{188}$$

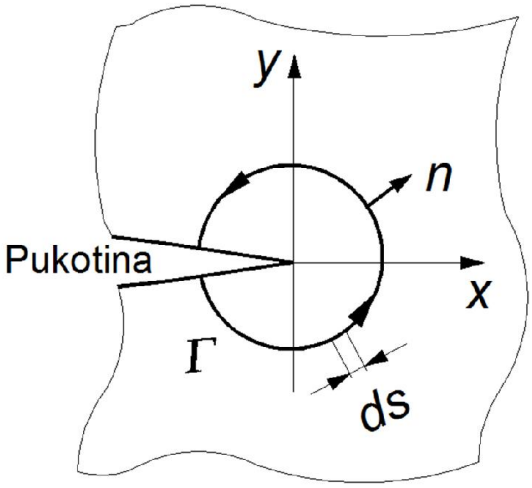
gdje su:

$$W^{el} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{el}, \tag{189}$$

$$W^{pl} = \int_0^{\varepsilon pl} \sigma \mathrm{d}\varepsilon^{pl}. \tag{190}$$

U izrazu (188) oznake (el) i (pl) označavaju elastične i plastične komponente; ε_{pl} je oznaka za ekvivalentnu plastičnu deformaciju dok je σ ekvivalentno naprezanje. Izraz (191) prikazuje *J* integral u 2D obliku. Pretpostavlja se da pukotina leži u globalnom Kartezijevom koordinatnom sustavu xy, gdje je os x paralelna s pukotinom kao što je prikazano slikom 94.

$$J = \int_{\Gamma} W\mathrm{d}y - \int_{\Gamma} \left(t_x \frac{\delta u_x}{\delta x} + t_y \frac{\delta u_y}{\delta y}\right)\mathrm{d}s. \tag{191}$$



Slika 94. Putanja J-integrala oko vrha pukotine.

7. NUMERIČKA ANALIZA PARAMETARA MEHANIKE LOMA I PROCJENA CJELOVITOSTI VLAČNO OPTEREĆENE TANKE PLOČE S RAVNOM SREDIŠNJOM PUKOTINOM

Procjena cjelovitosti tanke ploče izvršena je putem FAD dijagrama. Proračunskim modelom tanke ploče osigurano je ravninsko stanje naprezanja, slično onome kakvo je prisutno u membranski opterećenim dijelovima tankostjenog spremnika. Simulirano ravninsko stanje naprezanja zajedno sa primijenjenim materijalnim modelom treba prikazati sklonost analiziranog strukturnog elementa prema krhkom lomu ili plastičnom kolapsu u FAD dijagramu.

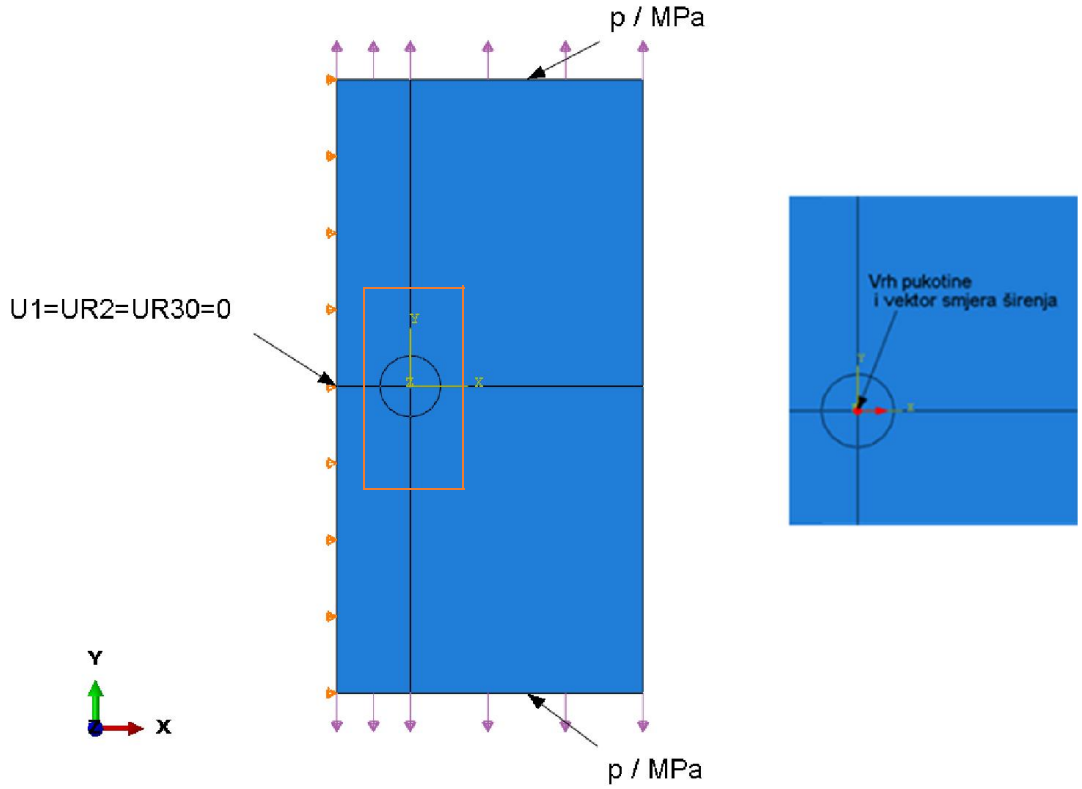
S obzirom da nemamo pouzdane podatke o lomnim značajkama materijala niti mogućnosti da provedemo složenu numeričku analizu rasta pukotine, analiza putem FAD dijagrama vrlo je pogodna i pouzdana.

Uz to možemo reći da i ako imamo eksperimentalno dobivene lomne značajke materijala odnosno J - R krivulje otpora prema prirastu pukotine, one mogu imati određena ograničenja u smislu prijenosa lomnih značajki materijala sa epruvete na realnu konstrukciju. Navedena ograničenja pojavljuju se zbog razlike u vrsti opterećenja, geometrije i okolnih uvjeta kod eksperimentalno ispitivane epruvete u odnosu na realnu konstrukciju spremnika.

Treba reći da navedene numerički izračunate vrijednosti parametra mehanike loma, odnosno koeficijenta intenzivnosti naprezanja i J integrala, se odnose na konstantnu duljinu pukotine tako da ne uzimaju u obzir opterećenje rasta pukotine. Međutim analiza putem FAD dijagrama nam dopušta da preko izračunatih numeričkih vrijednosti J integrala za konstantnu duljinu pukotine i izračunatog graničnog opterećenja odredimo referentno naprezanje. Tako izračunato referentno naprezanje u odnosu na naprezanje tečenja prikazuje u FAD dijagramu vrijednost apscise koja ukazuje na pojavu plastičnog kolapsa. Pritom je ordinata u FAD dijagramu prikazana kao mjera omjera koeficijenta intezivnosti naprezanja i lomne žilavosti te ukazuje na opasnost od krhkog loma. Što u konačnici rezultira dvo-parametarskom analizom u FAD dijagramu.

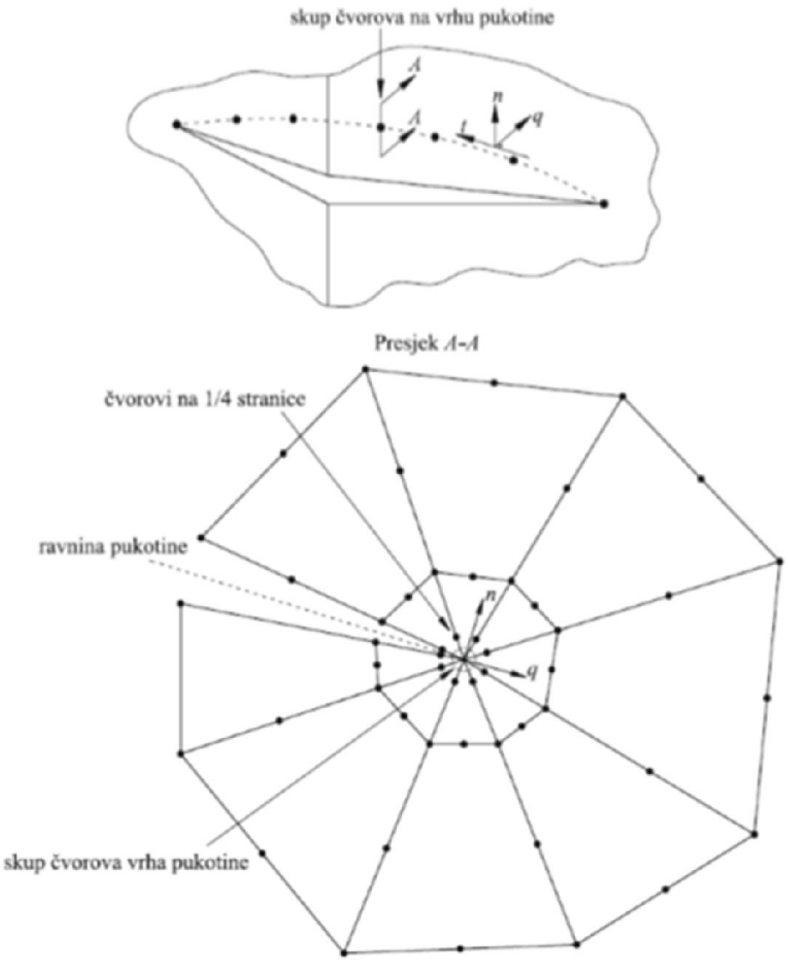
7.1. Numeričko određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Kao što smo kod analitičkog pristupa određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja primijenili linearno elastični materijalnim model, također smo i u numeričkoj analizi primijenili linearno elastični proračunski model. Slikom 95. prikazan je numerički model na kojem se vidi vektor smjera širenja pukotine, rubni uvjeti i vlačno opterećenje za 1/2 proračunskog modela. Numerički model je tanka ploča konačne širine b = 50 mm sa središnjom pukotinom duljine a = 12 mm i vlačno opterećena površinskim naprezanjem p = 200 MPa.



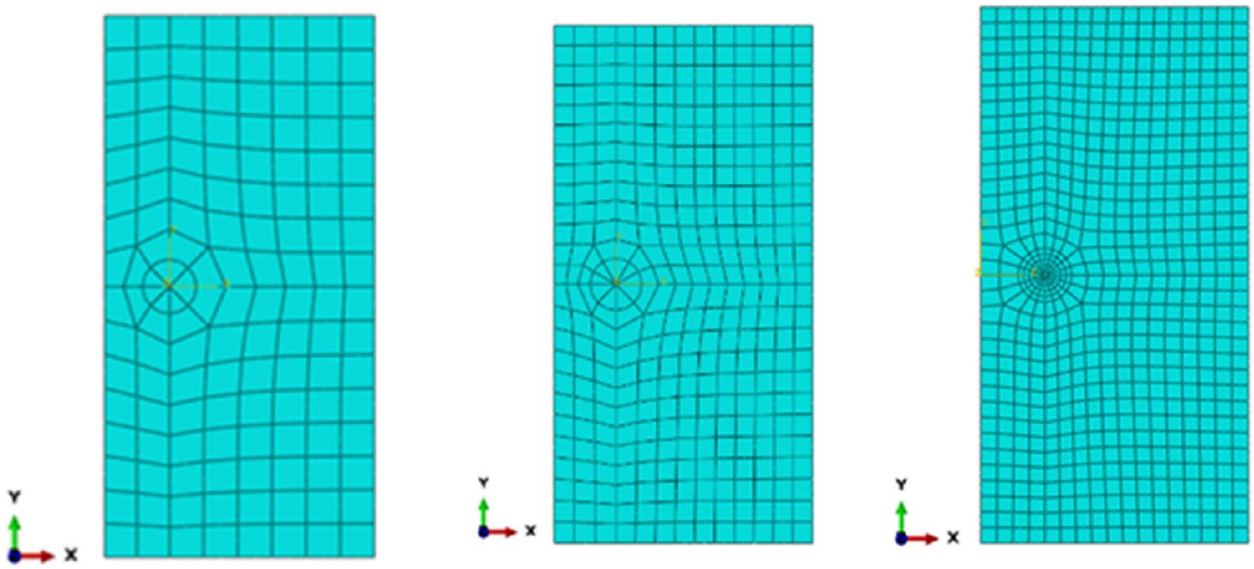
Slika 95. Rubni uvjeti i opterećenje ploče (lijevo) te linija vrha pukotine i vektor smjera širenja pukotine (desno)

Numerički model diskretiziran je gustom mrežom 2D singularnih pravokutnih konačnih elemenata koji su svedeni u trokutaste elemente pri vrhu pukotine. Trokutasti elementi oko vrha pukotine imaju među čvor na udaljenosti ¼ stranice a čvorovi koji su svedeni u istu točku međusobno su povezani i ne mogu se odvojiti od vrha pukotine čime je omogućeno linearno elastično ponašanje materijala. Slikom 96. prikazan je shematski prikaz mreže u obliku prstenastih 8-čvornih trokutasti konačnih elemenata oko vrha pukotine kakav je korišten i u numeričkoj analizi.



Slika 96. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [13]

Kako bi odredili optimalnu mrežu ispitana je konvergencija singularnih elementa na 3 mreže različite gustoće shematski raspoređene kako je prikazano slikom 96. Optimalna veličina singularnih elemenata ovisi o konkretnom problemu koji se rješava. Za veličinu singularnih elemenata između 15% i 25% duljine pukotine, može se postići točnost u izračunavanju koeficijenta intenzivnosti naprezanja unutar 5%. Mali broj singularnih elemenata oko vrška pukotine ne može prikladno modelirati cirkularne pomake, a prevelik broj elemenata ima kao posljedicu premali kut elementa što uzrokuje distorziju elementa i pripadnu grešku [13]. Na guste singularne konačne elemente u okolini vrha pukotine nadovezuje se nešto rjeđa mreža kvadratnih izoparametrijskih konačni elementi drugog reda CPS8, koji služe u svrhu opisivanja ravninskog stanja naprezanja kako je prikazano slikom 97.



a) b) c)

Slika 97. Izgled mreža konačnih elemenata korištenih za diskretizaciju vlačno opterećene ploče s: a) 140 elemenata, b) 339 elemenata, c) 674 elemenata

Tablicom 19. prikazane su karakteristike mreža koje su korištene za diskretizaciju vlačno opterećene ploče sa središnjom pukotinom.

Tablica 19. Karakteristike mreža CPS8 elemenata

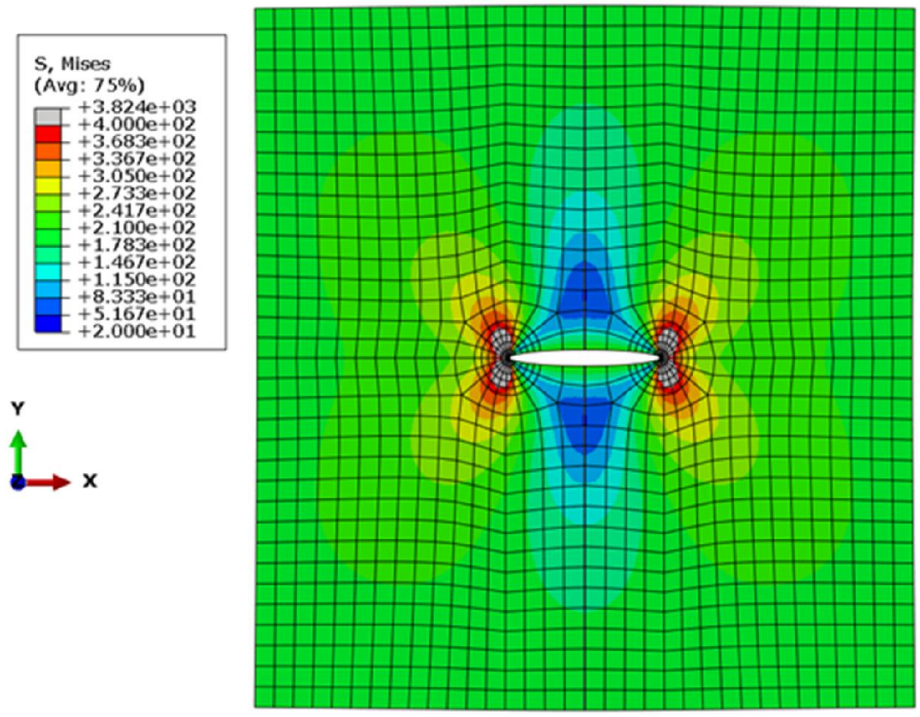
Mreže:	Elemenata:	Čvorova:	Stupnjeva slobode:
a)	140	468	936
b)	339	1093	2186
c)	674	2119	4238

Numerička analiza koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I provedena je za svaku navedenu gustoću mreže sa prethodno definiranim karakteristikama numeričkog modela prema slici 95. Vrijednosti izračuna numerički dobivenog koeficijenta intezivnosti naprezanja dobivene se metodom J integrala odnosno energijskom metodom te su zatim usrednjene s obzirom na pretpostavljene tri linije integriranja. Kako bi odredili optimalnu mrežu konačnih elemenata prikazali smo tablicom 20. konvergenciju odabranog konačnog elementa prema analitičkom rješenju.

Tablica 20. Usporedba analitičkog rješenja i rješenja dobivenih CPS8 elementima

	Analitičko rješenje	Numeričko rješenje a)	Numeričko rješenje b)	Numeričko rješenje c)
K_I	636,7	539	547	636

Analiza naprezanja prikazana je slikom 98. gdje se vidi polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Mises-u za prethodno definirani proračunski model. Kao što se može vidjeti napravljeno je kopiranje modela kako bi se dobila ljepša slika iako je analizirana ½ modela.



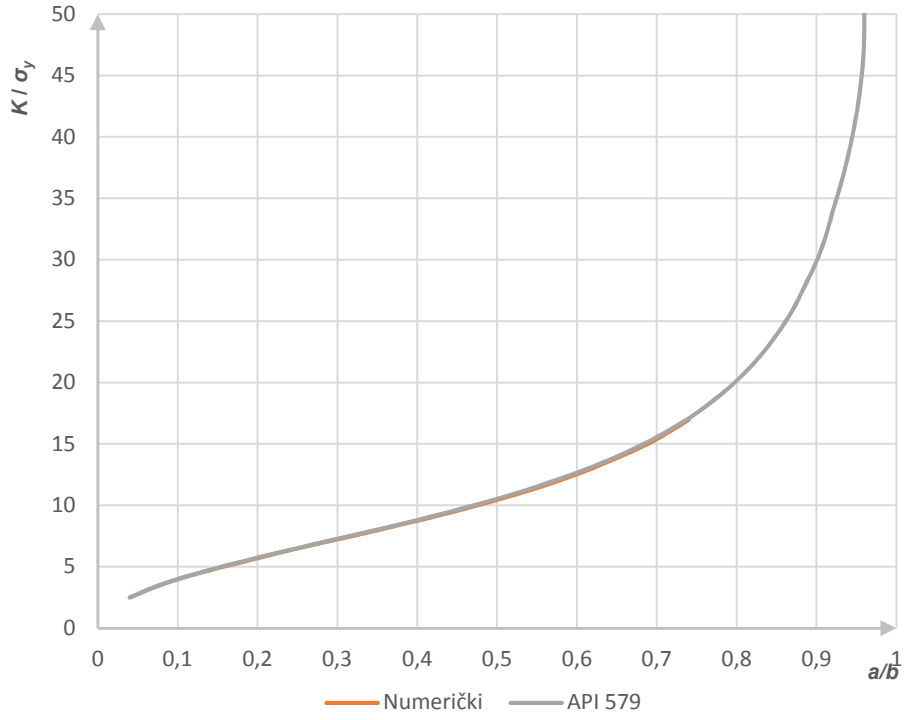
Slika 98. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za slučaj linearno elastične analize pri opterećenju σ_y = 200 MPa i duljini pukotine a =12mm

Na slici 98. može se vidjeti da je linearno elastičnom analizom polje naprezanja u blizini vrška pukotine značajno prelazi iznad σ_{ekv} = 235 MPa. Te stoga možemo reći da bi se kod uporabe materijala namijenjenog za izradu tlačnog spremnika prešla granicu elastičnost u navedenom području što znači da se materijal u tom području ponaša plastično. Osim raspodjele naprezanja za procjenu cjelovitosti analizirane su i vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja za različite veličine pukotina i nametnutog opterećenja. Tablicom 21. prikazana je promjena koeficijenti intenzivnosti naprezanja ovisno o duljini pukotine i nametnutog opterećenja.

Tablica 21. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja dobiveni numeričkom analizom
K_I / MPa$\sqrt{\text{mm}}$

a / mm		2	6	12	18	22
p / MPa	50	125,1	218,3	317	406,6	470,1
	100	250,2	436,6	634,1	813,2	940,2
	150	375,3	654,9	951,1	1220	1410
	200	500,4	873,2	1268	1626	1880

Kako bi se napravila verifikacija singularnih konačnih elemenata primijenjenih za analizu parametara mehanike loma napravit će se usporedba raspodijele analitičkog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja za tanku ploču konačne širine. Slikom 99. prikazana je usporedba analitičkih i numeričkih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i opterećenja prema omjeru duljine pukotine i širine ploče.



Slika 99. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobivenih 2D konačnim elementima

Kao što se slikom 99. može vidjeti postoji vrlo dobro poklapanje između dobivenih analitičkih i numeričkih rezultata.

7.2. Numeričko određivanje *J* integrala

Kako bi procijenili cjelovitost strukturnog elementa s pukotinom koji posjeduje plastična svojstva potrebno je odrediti i drugi parametar mehanike loma *J* integral. Stoga je potrebno provesti analizu strukturnog elementa u elastoplastičnom području. Kako bi numerički izveli ovakvu vrstu analize potrebno nam je poznavati materijalne karakteristike odnosno vezu između naprezanja i deformacije u plastičnom području. Takva veza je dana u obliku Ramberg-Osgoodov materijalnog modela. Kao i u slučaju klasične numeričke analize iterativnim postupkom unutar nametnutog inkrementalnog opterećenja tražena je tangetna matrica krutosti i veza između zadanih vrijednosti naprezanja i deformacija kako bi se uspostavilo ravnotežno stanje unutar proračunskog modela.

7.2.1. Materijal ploče

Za materijal ploče odabran je kotlovski čelik P265GH prema normi DIN EN 10028-2 (2017). Tablicom 22. prikazana su svojstva kotlovskog čelika P265GH.

Tablica 22. Svojstva materijala kotlovskog čelika P265GH

Temperatura okoline, T / °C	20
Modul elastičnosti, E / MPa	210000
Granica tečenja, R_e / MPa	304
Vlačna čvrstoća, R_m / MPa	325
Naprezanje tećenja, σ_y / MPa	315
Parametar materijala, α	1,381
Eksponent materijala, n	18,3
Lomna žilavost materijala K_{Ic}/ MPa mm$^{1/2}$	3478,5

Tablicom 23. prikazane su konvencionalne karakteristike naprezanje - deformacija odabranog materijala P265GH koje su preuzete iz [17].

Tablica 23. Konvencionalne karakteristike naprezanje – deformacija kotlovskog čelika P265GH dobivena iz literature [17]

Deformacija ε / -	Naprezanje σ / MPa
0	0
0,002	304
0,01	322
0,02	325
0,03	325

0,04	324
0,05	323
0,06	321
0,07	319
0,08	317
0,09	315
0,1	312

Veza između vrijednosti stvarne i konvencionalne deformacije i stvarnog i konvencionalnog naprezanja može se prikazati sljedećim izrazima prema literaturi [18]:

$$\varepsilon_t = \ln(1+\varepsilon_e). \tag{192}$$

$$\sigma_t = \sigma_e(1+\varepsilon_e) . \tag{193}$$

gdje je:

ε_t - stvarna deformacija u (-),

σ_t - stvarno naprezanja u MPa,

ε_e - konvencionalna deformacija u (-),

σ_e - konvencionalno naprezanje u MPa.

Prema literaturi [18] izvedeni oblik Ramberg-Osgoodove materijalnog modela opisan je izrazom:

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}+\alpha\frac{\sigma}{E}\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^{n-1} . \tag{194}$$

Parametar materijala i eksponent materijala mogu se izračunati prema normi [15] iz sljedećih izraza:

$$\alpha = \frac{0{,}002E}{R_e}. \tag{195}$$

$$\frac{R_m}{R_e} = \frac{\left(\frac{1}{0{,}002n}\right)^{\frac{1}{n}}}{e^{\frac{1}{n}}}. \tag{196}$$

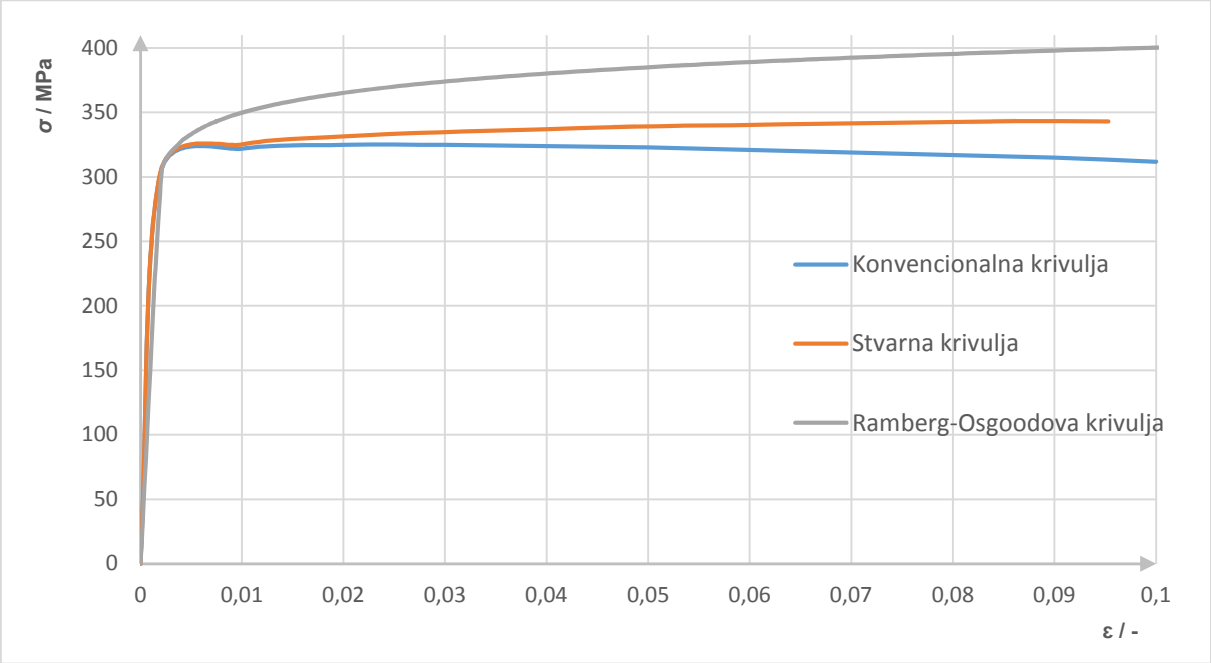
gdje je:

0,002 - deformacija tečenja od 0,2% kod granice tečenja,

R_m - vlačna čvrstoća u MPa,

R_e - granica tečenja u MPa.

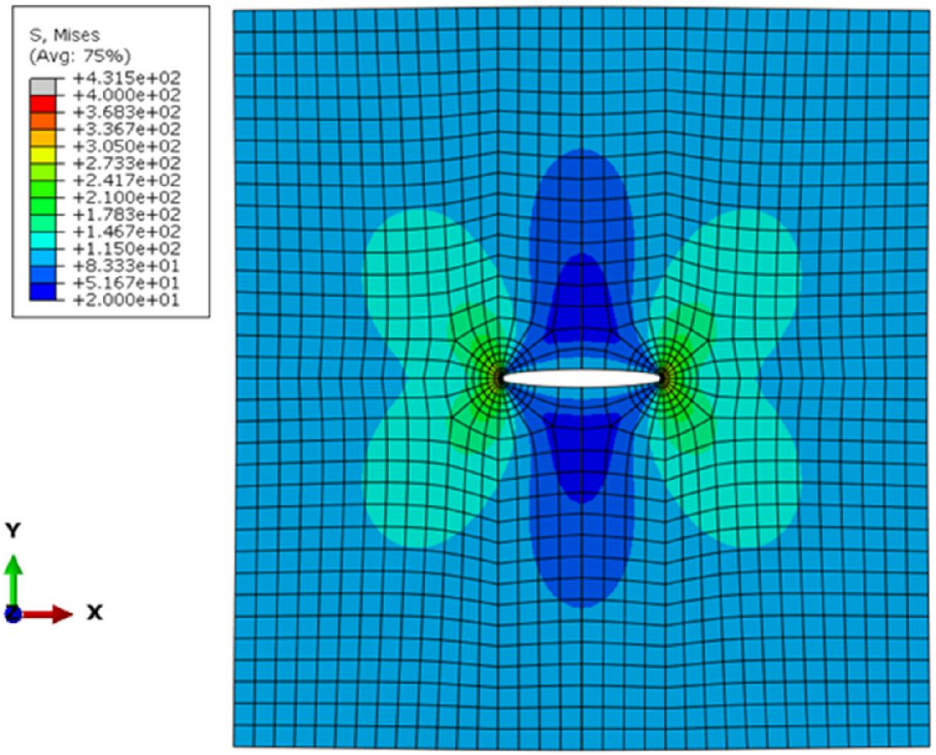
Slikom 100. prikazan je dijagram naprezanje-deformacija za kotlovski čelik P265GH prema konvencionalnom, stvarnom i Ramberg-Osgoodovom materijalnom modelu.



Slika 100. Dijagram naprezanje-deformacija za kotlovski čelik P265GH

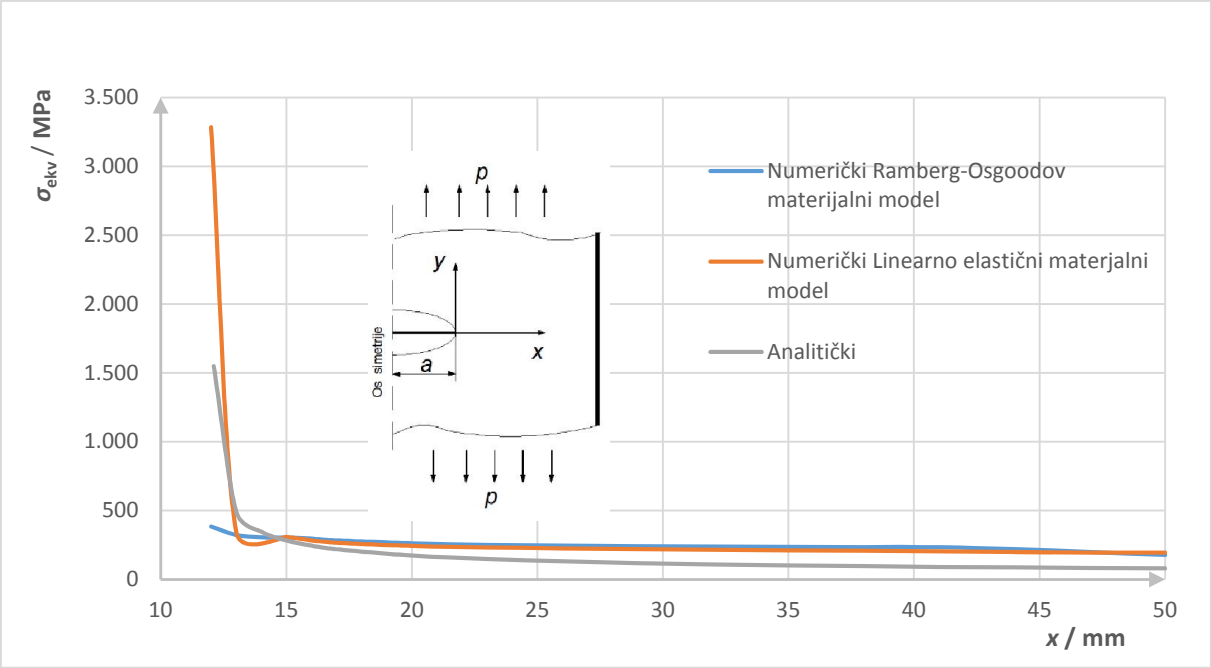
7.2.2. Rješenje *J* integrala

Za određivanje *J* integrala elastoplastičnom numeričkom analizom primjenjuje se Ramberg-Osgoodov materijalni model u kojem je uzeto u obzir očvršćenje materijala. Za nelinearnu analizu polja naprezanja i izračun *J* integrala korištena je ista diskretizacija modela kao u linearnoj analizi jedina je razlika u formulaciji singularnih konačnih elemenata. U ovom slučaju konačni elementi imaju među čvor na udaljenosti 1/2 stranice te tip singularnosti $1/r^{n}/_{n+1}$ prema čemu je čvorovima koji su svedeni u istu točku dozvoljeno gibanje neovisno jednima od drugih kako je to opsano u odjeljku 4.1.2. Slika 101. prikazuje polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Mises-u uz upotrebu Ramberg-Osgoodov materijalnog modela za čelik ploče P265GH prema [17].



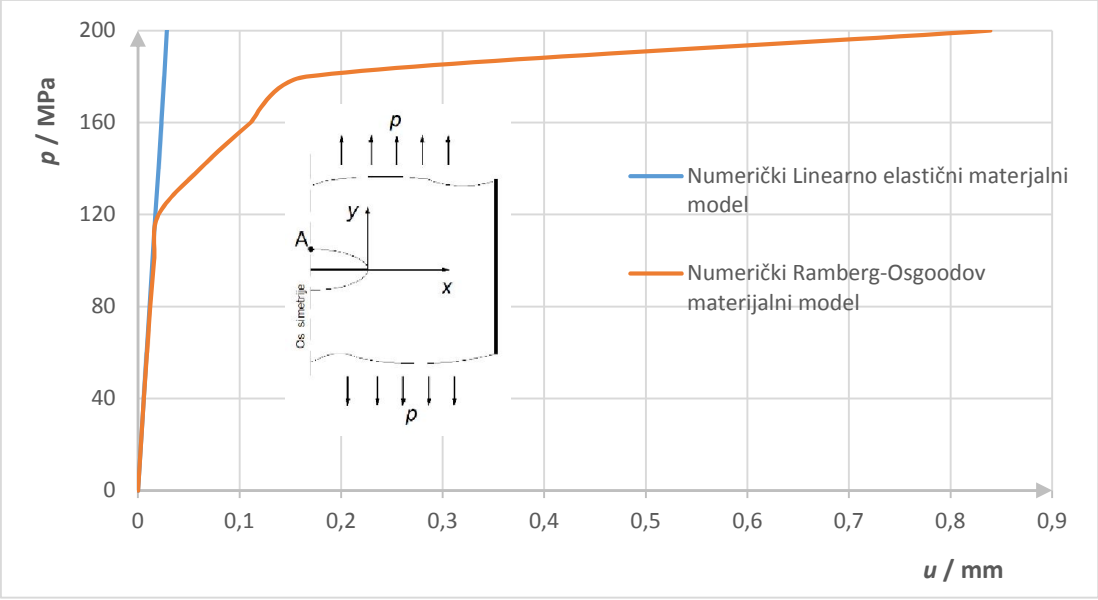
Slika 101. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za slučaj elastoplastične analize pri opterećenju σ_y = 200 MPa i duljini pukotine a = 12mm

Slikom 102. prikazane su raspodjele polja naprezanja duž osi x koje su dobivene linearno elastičnim te prema nelinearnom Ramberg- Osgoodovim materijalnim modelu i uspoređen s linearnim analitičkim rješenjem.



Slika 102. Usporedba analitičkog i numeričkih rješenja ekvivalentnog naprezanja duž osi *x* ovisno o materijalnom modelu

Iz slike 102. može se vidjeti da se najveća razlika u rezultatu nalazi unutar 2 do 3 mm od vrha pukotine gdje je najmanje naprezanje postignuto Ramberg-Osgoodovim materijalnim modelom. To je i za očekivat budući on najrealnije opisuje plastifikaciju oko vrha pukotine ploče s odabranim materijalnim modelom.



Slika 103. Prikaz pomaka točke A u smjeru osi *y* ovisno o tlaku opterećenja prema odabranom materijalnom modelu

Slikom 103. prikazana je usporedba pomaka točke A duž osi y prema tlaku opterećenja za odabrani materijalni model. Kao što se može vidjeti kod linearno elastičnog materijalnog modela ovisnost između pomaka i opterećenja ostaje linearna odnosno proporcionalna dok je kod nelinearnog Ramberg-Osgoodovog modela takvo ponašanje prisutno samo do granice elastičnosti nakon čega se proporcionalna veza između pomaka i opterećenja gubi odnosno materijal se ponaša izrazito nelinearno.

Nakon što smo verificirali ponašanje odabranog nelinearnog materijalnog modela za uvid u procjenu cjelovitosti strukturnog elementa potrebno je odrediti drugi parametar mehanike loma J integral. Vrijednosti numerički dobivenog J integrala dobivene se metodom J integrala odnosno energijskom metodom za konstantnu duljinu pukotine. Dobivene vrijednosti su zatim usrednjene s obzirom na pretpostavljene tri linije integriranja.

Tablica 24. Ukupni dio J integrala (J_{uk}) dobivenog numeričkom analizom u MPa mm

a / mm		2	6	12	18	22
p / MPa	50	0,07453	0,227	0,4786	0,7873	1,05241
	100	0,2992	0,92	1,96	3,29	4,46
	150	0,7098	2,165	4,817	8,596	13,42
	200	1,46	4,542	12,84	37,98	90,19

Tablicom 24. prikazana je promjena ukupnog J_{uk} integrala ovisno o duljini pukotine i nametnutog opterećenja.

7.3. Procjena cjelovitosti u FAD dijagramu

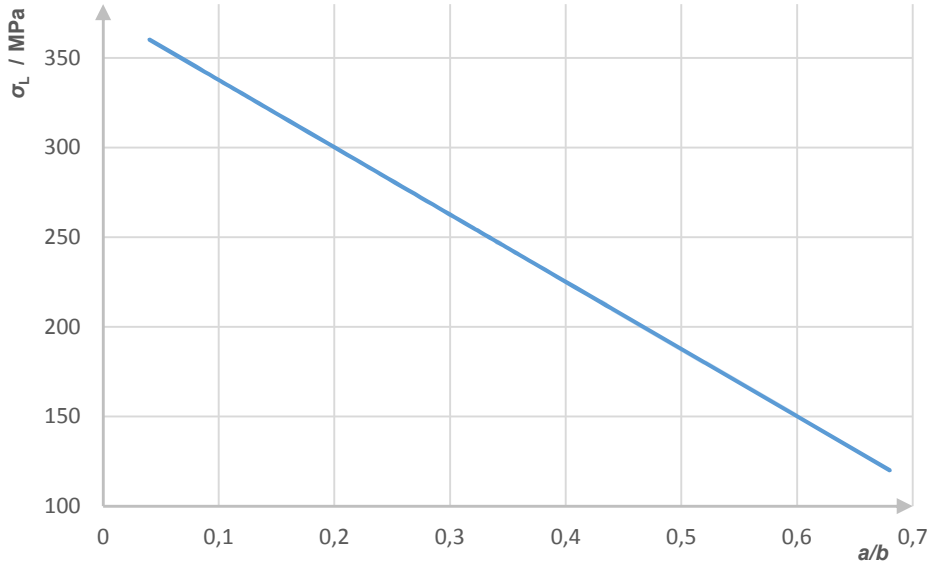
Kako bi se provela procjena cjelovitosti tanke ploče konačne širine sa središnjom pukotinom u FAD dijagramu potrebno je kombinirati numeričke rezultate parametara mehanike loma s empirijskim izrazima prema [13]. Procijene se rade za različite veličine pukotina i različita opterećenja. Dok su prethodno određene granične vrijednosti opterećenja ploče u ovisnosti o duljini pukotine.

7.3.1. Analitički određeno granično opterećenje

Granično opterećenje predstavlja stanje opterećenja kada se čitavi presjek oko vrha pukotine plastificira pri čemu je primijenjen elastičan idealno plastičan materijalni model. Prema literaturi [18] analitički izraz graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom glasi:

$$\sigma_L = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_y \cdot \left(\frac{a\text{-}b}{b}\right). \quad (197)$$

Iz analitičkog rješenja prema izrazu (197) možemo iz omjera duljine pukotine i širine ploče odrediti granično opterećenje prema naprezanju tečenja σ_y. Slikom 104. prikazana je raspodjela analitičkog rješenja graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom ovisno o duljini pukotine i širini ploče.



Slika 104. Analitičko rješenje graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom ovisno o duljini pukotine i širini ploče

7.3.2. Procjena *J* integrala i cjelovitosti

Kako je prethodno navedeno jedan od parametre mehanike loma je *J* integral koji ima svojstvo da se može podijeliti na elastični i plastični dio, kako je prikazano prema izrazu:

$$J_{uk} = J_{el} + J_{pl}. \quad (198)$$

Elastični dio *J* integrala direktno je povezan sa koeficijentom intenzivnost naprezanja te ga možemo izračunati prema izrazu:

$$J_{el} = \frac{K_I^2}{E'}. \quad (199)$$

Ovisno o vrsti naprezanja strukturnog elementa odabiremo modul elastičnost prema:

$E' = E$ - za ravninsko stanje naprezanja (RN), (200)

$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}$ - za ravninsko stanje deformacije (RD). (201)

Tablicom 25. navedene su vrijednosti elastičnog dijela *J* integrala koje su direktno povezane s koeficijentom intenzivnosti naprezanja prema izrazu (200).

Tablica 25. Elastični dio *J* integrala (J_{el}) dobivenog numeričkom analizom u MPa mm

a / mm		2	6	12	18	22
p / MPa	50	0,07451	0,226	0,477	0,785	1,04
	100	0,2990	0,955	0,46	3,149	4,2
	150	0,70	1,9	4,3	7,0	9,472
	200	1,192	3,631	7,658	12,6	16,84

Plastični se dio *J* integrala dobije iz razlike ukupnog *J* integrala dobivenog numeričkim putem i elastičnog dijela koji je dobiven iz koeficijentom intenzivnost naprezanja kako je prikazano jednadžbom:

$$J_{pl} = J_{uk} - J_{el} . \quad (202)$$

Tablicom 26. prikazane su vrijednosti plastičnog dijela *J* integrala u ovisnosti o promijeni duljine pukotine *a* i opterećenja *p*.

Tablica 26. Plastični dio *J* integrala (J_{pl}) u MPa mm

a / mm		2	6	12	18	22
p / MPa	50	0,00002	0,0001	0,0016	0,0023	0,01241
	100	0,0002	0,621	1,914	3,149	4,2
	150	0,98	0,265	0,517	1,596	3,948
	200	0,268	0,911	5,182	25,38	73,35

Kao što se može vidjeti iz tablice 26. plastični dio integrala J_{pl} zauzima vrlo mali udio pri nižim oterećenjima i manjim pukotinama u udjelu ukupnog J_{uk} integrala. Kako se opterećenje povećava ili raste pukotina tako se i udio plastičnog dijela *J* integrala povećava. Empirijski izraz za elastični dio J_{el} integrala ploče sa središnjom pukotinom prema [13] glasi:

$$J_{el} = \alpha \cdot \frac{\sigma_y^2}{E} \cdot a \cdot h_1\left(\frac{a}{b}, n = 1\right) \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^2, \quad (203)$$

gdje je:

$n = 1$ - vrijednost parametra materijala za linearno elastičan materijalni model.

Iz prethodno prikazanog izraza za svaku vrijednost J_{el} integrala izračunamo bez dimenzionalnu utjecajnu funkciju prema izrazu:

$$h_1\left(\frac{a}{b}, n=1\right)\cdot = \frac{J_{el}}{\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot a\left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^2}. \tag{204}$$

Izraz za plastični dio *J*-integrala ploče sa središnjom pukotinom prema [13] vrijedi:

$$J_{pl}=\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot a\cdot h_1\left(\frac{a}{b},n\right)\cdot\left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^{n+1}. \tag{205}$$

Iz prikazanog izraza (206) se vidi utjecaj parametra materijala n na izračunatu vrijednost J integrala. Na osnovu prethodno dobivenog J_{pl} integrala izračunamo bezdimenzionalnu utjecajnu funkciju prema:

$$h_1\left(\frac{a}{b}, n\right) = \frac{J_{pl}}{\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot a\left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^{n+1}} \tag{206}$$

Omjer elastičnih i plastičnih bezdimenzijskih utjecajnih funkcija prema [13] je:

$$\gamma=\left(\frac{h_1(a/b,n=1)}{h_1(a/b,n)}\right)^{\frac{1}{n-1}}. \tag{207}$$

Optimirano referentno opterećenje prema [13]:

$$\sigma_{OR} = \gamma\cdot\sigma_L. \tag{208}$$

Prema [13] referentno naprezanje koje služi za određivanje točke na osi apscise FAD dijagrama određuje se jednadžbom:

$$\sigma_{ref}=\frac{\sigma}{\sigma_{OR}}\cdot\sigma_y \tag{209}$$

Krivulja FAD dijagrama može se odrediti na razne načine, a empirijski izraz prema [15] glasi:

$$K_r=[1-0{,}14\cdot(L_r^p)^2]\cdot\{0{,}3+0{,}7exp[-0{,}65\cdot(L_r^p)^6]\}, \tag{210}$$

gdje je:

K_r - granica krhkog loma u FAD dijagramu,

L_r - granica plastičnog kolapsa u FAD dijagramu.

Ako se analizira strukturni element kod kojeg nismo uvjereni u ispravnost dobivenih podataka o materijalu, niti se može provesti eksperiment, teško je odrediti lomnu žilavost materijala. U

slučaju da nismo sigurni u ispravnost podataka o materijalu možemo uvesti određeno polje sigurnosti u FAD dijagramu. Tako smo za slučaj ovog primjera odredili granice $L_r = 0,8$ i $K_r = 0,7$ u kojima se analizirana ploča sa pukotina može smatrati cjelovitom. Za zadanu veličinu pukotine i zadano opterećenje točka na osi ordinata FAD dijagrama nakon provedene numeričke analize može se odrediti formulom prema [13]:

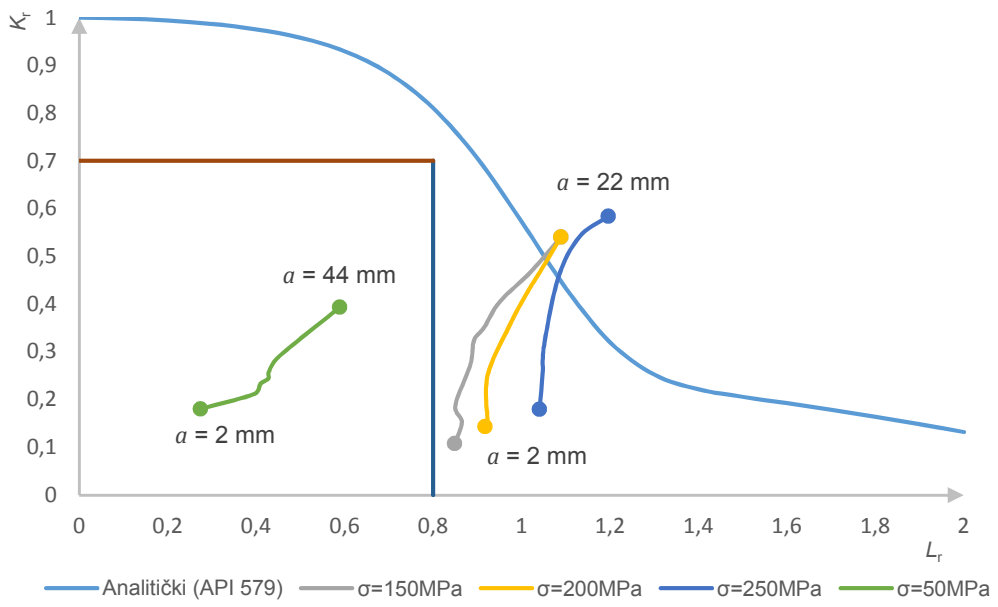
$$K_r = \frac{K}{K_C}. \tag{211}$$

Točka na osi apscisa koja predstavlja omjer opterećena određuje se prema izrazom:

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y}. \tag{212}$$

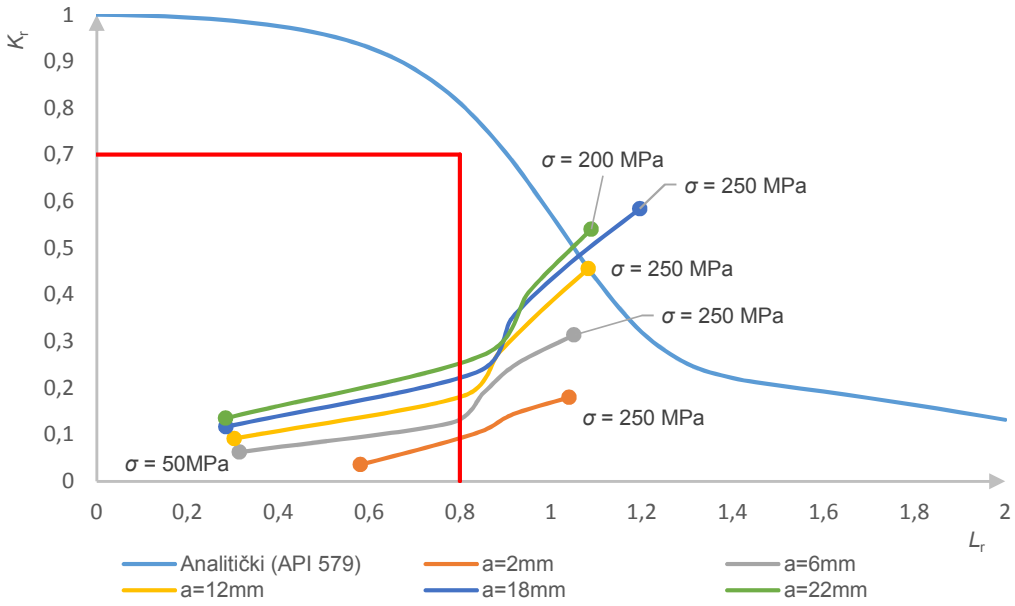
Na osnovu prethodno definiranih izraza možemo procijeniti cjelovitost strukturnog elementa s pukotinom ovisno o prirastu opterećenja i duljine pukotine pomoću FAD dijagrama predloženog normom [15]. Prema FAD dijagramu analiza cjelovitosti konstrukcijske komponente svodi se na dvoparametarsku analizu u kojoj je potrebno zadovoljiti kriterij loma predstavljen ordinatom i kriterij plastičnog kolapsa predstavljena apscisom [13]. Ako se zadana veličina pukotine nalazi unutar krivulje FAD dijagrama cjelovitost će biti osigurana, tj. neće doći do sloma konstrukcijske komponente.

Slikom 105. prikazan je položaj pukotine unutar krivulje FAD dijagrama koji karakterizira cjelovitosti ploče ovisno o veličine pukotine i nametnutog opterećenja. Prema dijagramu na slici može se uočiti da će prije doći do plastičnog kolapsa nego krhkog loma što se moglo i pretpostaviti budući se radi o vrlo duktilnom materijalu.



Slika 105. Prirast duljine pukotine pri različitim opterećenjima u FAD dijagramu

Slikom 106. prikazan je položaj pukotine unutar krivulje FAD dijagrama koji karakterizira cjelovitosti ploče ovisno o prirastu opterećenja za različite duljine pukotina.

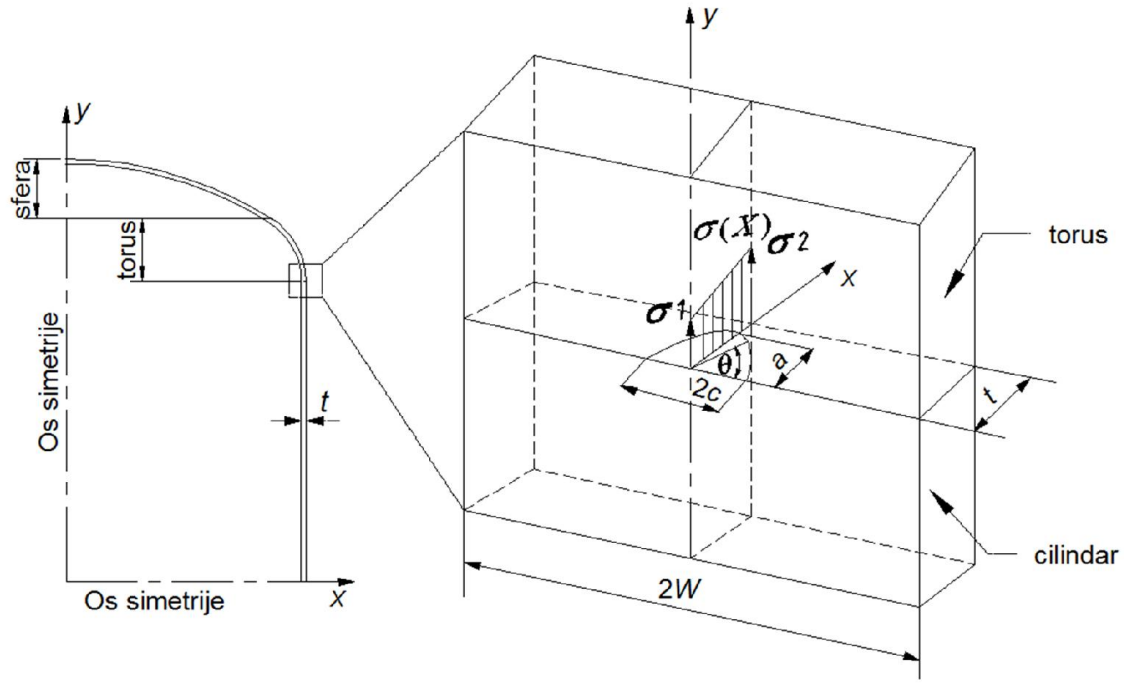


Slika 106. Prirast opterećenja za različite duljine pukotina u FAD dijagramu

Prema dijagramima na slici 105. i na slici 106. može se zaključiti kako sa prirastom duljine pukotine krivulje postaju sve više strmije te se približavaju prema području krhkog loma. To se moglo i očekivati budući se povećanjem pukotine smanjuje preostali presjek ligamenta ploče što može uzrokovati lom zbog nedostatka vlačne čvrstoće materijala.

8. PROCJENA CJELOVITOSTI SPREMNIKA ZRAKA PREMA NORMI

U ovom poglavlju prikazan je postupak procijene cjelovitosti posude pod tlakom primjenom API 579 (eng. *American Petroleum Institute*) norme [15]. Kako bi izbjegli izradu složenog proračunskog modela odnosno složenu strukturu mreže konačnih elemenata u okolini ruba polueliptične pukotine možemo primijeniti postupka procijene cjelovitosti putem norme. Postupak cjelovitosti prema normi daje nam mogućnost da iskoristimo dobivene rezultate raspodjele naprezanja po debljini stjenke na mjestu pukotine a da pritom geometrija proračunskog modela ne treba sadržavati pukotinu. Procjena cjelovitosti provedena je za slučaj polueliptične pukotine koja je smještena u spoju cilindričnog i torusnog djela posude na unutrašnjoj strani spremnika sa pretpostavljenom propagacijom u cirkularnom smjeru kao što je prikazano slikom 107.



Slika 107. Geometrija i položaj polueliptične pukotine

Kao što se može vidjeti na slici 107. uzet je konzervativni slučaj da su glavna maksimalna naprezanja okomita na ravninu pukotine te da smo geometriju spremnika zamijenili pukotinom u ravnoj ploči što je u skladu s API579 standardom [15]. Također nam norma omogućuje izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja prema poznatom profilu naprezanja kroz debljinu stjenke spremnika na mjestu pukotine za model geometrije konstrukcije bez pukotine.

8.1. Raspodjela normalnog naprezanja po debljini stjenke na mjestu pukotine za model geometrije konstrukcije bez pukotine

Primjenom metode konačnih elemenata potrebno je odrediti raspodjelu normalnog naprezanja po presjeku stjenke spremnika na mjestu pukotine za model konstrukcije bez pukotine [14]. Za dobivanje raspodjele naprezanja kroz debljinu stjenke na mjestu pukotine provedene su numeričke analize primjenom metode konačnih elemenata u poglavlju 5. prema tablici 16. Za slučaj opterećenja tlačne probe dobiveni su rezultati glavnih naprezanja na unutrašnjoj strani σ_1=29,4 MPa i na vanjskoj strani σ_2= 44,36 MPa.

Prema rješenjima koja su dobivena na unutrašnjoj i vanjskoj strani spoja uz pomoć jednadžbe pravca određene su vrijednosti raspodjele naprezanja u pet točaka po debljini ploče kao što je prikazano u izrazu:

$$\sigma(x)\begin{cases}\sigma(0) = 29{,}4\ \text{MPa},\\ \sigma(3) = 35{,}01\ \text{MPa},\\ \sigma(5) = 38{,}75\ \text{MPa},\\ \sigma(7) = 42{,}49\ \text{MPa},\\ \sigma(8) = 44{,}36\ \text{MPa}.\end{cases} \tag{213}$$

8.2. Izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I prema normi

Za izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I prema normi API 579 [15] odabrana je metoda aproksimacije profila naprezanja polinomom četvrtog reda. Ukoliko je poznat profil naprezanja u pet točaka po debljini ploče moguće ga je aproksimirati polinomom četvrtog reda prema izrazu:

$$\sigma(x) = \sigma_0+\sigma_1\left(\frac{x}{t}\right)+\sigma_2\left(\frac{x}{t}\right)^2+\sigma_3\left(\frac{x}{t}\right)^3+\sigma_4\left(\frac{x}{t}\right)^4. \tag{214}$$

Uz pomoć navedenog polinoma i poznatih vrijednosti naprezanja u pet točaka dobijemo sustav jednadžbi sa pet nepoznatih koeficijenata kojeg možemo prikazati u matričnom obliku:

$$\mathrm{B} = \mathrm{X}\cdot\mathrm{A}\,, \tag{215}$$

gdje je:

$$B=\begin{bmatrix}\sigma(0)\\ \sigma(3)\\ \sigma(5)\\ \sigma(7)\\ \sigma(8)\end{bmatrix},\qquad X=\begin{bmatrix}\sigma_0\\ \sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\end{bmatrix},\qquad A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0{,}375 & 0{,}140625 & 0{,}052734 & 0{,}019775\\ 1 & 0{,}625 & 0{,}390625 & 0{,}244141 & 0{,}152588\\ 1 & 0{,}875 & 0{,}765625 & 0{,}669922 & 0{,}586182\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Rješenje sustava linearnih jednadžbi sa pet nepoznanica dobiva pomoću izraza:

$$X = A^{-1}\cdot B. \tag{216}$$

Inverziju matrice A^{-1} napravili smo uz pomoć računalnog program Excel.

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -6{,}409 & 18{,}666 & -22{,}4 & 17{,}142 & -7\\ 14{,}552 & -69{,}86 & 107{,}7 & -90{,}28 & 37{,}8\\ -14{,}0 & 85{,}33 & -153{,}6 & 146{,}28 & -64\\ 4{,}876 & -34{,}133 & 68{,}266 & -73{,}1429 & 34{,}133\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}29{,}4\\ 35{,}01\\ 38{,}75\\ 42{,}49\\ 44{,}36\end{bmatrix}.$$

Odavde slijede vrijednosti dobivenih koeficijenata:

$$X=\begin{bmatrix}\sigma_0\\ \sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}29.4\\ 14{,}96\\ 6{,}821\cdot10^{-13}\\ -1{,}3642\cdot10^{-12}\\ 9{,}0949\cdot10^{-13}\end{bmatrix},$$

Prema prethodno izračunatim koeficijentima polinoma četvrtog stupnja u nastavku su izračunati koeficijenti intenzivnosti naprezanja u najdubljoj točki pukotine, što odgovara kutu $\theta = 90°$ prema slici 107. Izraz za izračunavanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I (I oblik otvaranja pukotine) za primarna naprezanja koja udovoljavaju zakonima ravnoteže u našem slučaju opterećenja unutarnjeg tlaka, prema [15]:

$$K_I=\left[G_0\sigma_0+G_1\sigma_1\left(\frac{a}{t}\right)+G_2\sigma_2\left(\frac{a}{t}\right)^2+G_3\sigma_3\left(\frac{a}{t}\right)^3+G_4\sigma_4\left(\frac{a}{t}\right)^4\right]\sqrt{\frac{\pi a}{Q}}f_w\,. \tag{217}$$

Kao što se može vidjeti iz izraza (217) za izračunavanje faktora intenzivnosti naprezanja potrebno je odrediti koeficijente od G_0 do G_4. Tablicom 27. prikazani su koeficijenti od G_0 do G_4 za polueliptičnu pukotinu u ravnoj ploči ovisni o omjeru *a/t* koji su dani u tablici 9B.2 prema [15].

Tablica 27. Koeficijenti ovisno o omjeru *a/t* prema [15]

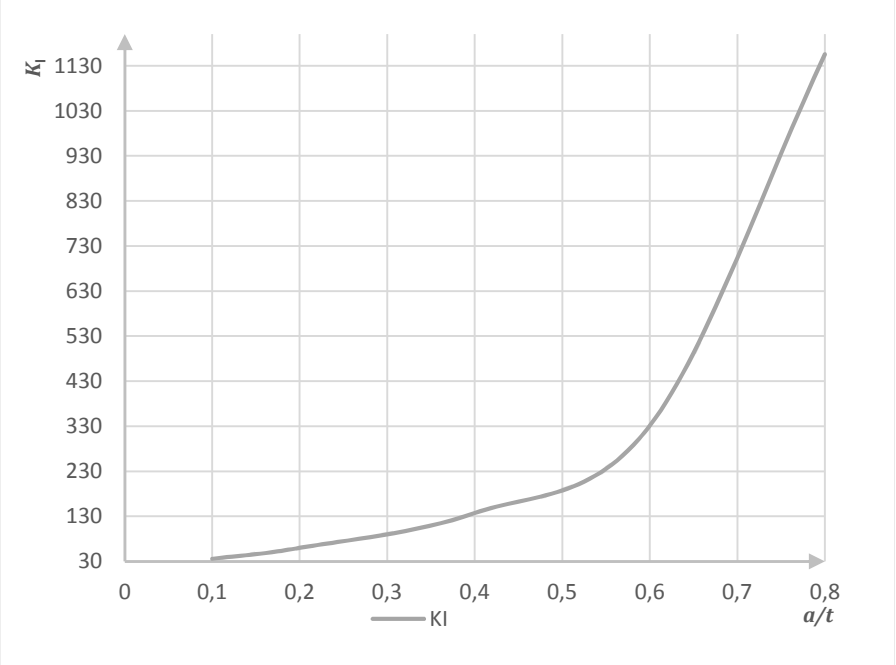
c	*t/c*	*a/t*	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4
0.8	10	0,1	1,1804	0,7028	0,5352	0,4473	0,3836
1.6	5	0,2	1,3587	0,7732	0,5753	0,4741	0,4043
3.2	2.5	0,4	2,099	1,0526	0,7285	0,5741	0,4798
4.8	1.66667	0,6	4,0082	1,7459	1,0998	0,8121	0,6526
6.4	1.25	0,8	11,8272	4,4792	2,5244	1,7069	1,2754

Vrijednosti koeficijenata prema tablici 27. dobivene su za vrijednost omjera dimenzija pukotine *a/c* = 1 i za vrijednosti rasta pukotine *a/t*. Vrijednost parametara *Q* i f_w dobivene su prema [15] uz uvjet $a/c \leq 1{,}0$:

$$Q = 1.0+1.464\cdot\left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}, \tag{218}$$

$$f_w = \left(\sec\left[\frac{\pi c}{2W}\cdot\sqrt{\frac{a}{t}}\right]\right)^{0.5}. \tag{219}$$

Slikom 108. prikazana je raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja za primarna naprezanja dobivena primjenom metode aproksimacije profila naprezanja polinomom četvrtog reda prema izrazu (217).



Slika 108. Koeficijent intenzivnosti naprezanja prema [15]

Iz analitičkog rješenja prema slici 108. možemo za bilo koji omjera duljine pukotine i širine ploče odrediti koeficijent intenzivnosti naprezanja.

8.3. Procjena cjelovitosti u FAD dijagramu prema normi

Izračunavanje referentnog naprezanja za primarna naprezanja za polueliptičnu površinsku pukotinu u ploči prema [15]:

$$Q_{\mathrm{ref}}^{\mathrm{p}} = \frac{gP_{\mathrm{b}}+\left[(gP_{\mathrm{b}})^2+9P_{\mathrm{m}}^2\cdot(1-\alpha)^2\right]^{0.5}}{3(1-\alpha)^2}. \tag{220}$$

gdje su:

P_{m} - membransko naprezanje,

P_{b} - savojno naprezanje.

Podjela naprezanja na membranski i savojni dio dobivena je uz pomoć približne metode linearizacije prema izrazima:

$$\mathrm{P_m} = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}, \tag{221}$$

$$\mathrm{P_b} = \sigma_2 - P_m. \tag{222}$$

gdje su:

$\sigma_1 = 29.4$ MPa glavno naprezanje na unutrašnjoj strani,

$\sigma_2 = 44.36$ MPa glavno naprezanje na vanjskoj strani.

Odavde slijedi rješenje prema izrazima (221) i (222):

P_{m} = 36,88 MPa – membransko naprezanje,

P_{b} = 7,48 MPa - savojno naprezanje.

Koeficijenti g i α dobiveni su prema [15]:

$$\mathrm{g} = 1\text{-}20\left(\frac{a}{c}\right)^{0.75}\alpha^3, \tag{223}$$

$$\alpha = \frac{ac}{t\,(t+c)}. \tag{224}$$

Izračunavanje vrijednosti L_{r} odnosno vrijednosti apscise u FAD dijagramu:

$$L_r = \frac{Q^p_{ref}}{\sigma_y}, \tag{225}$$

gdje su:

σ^p_{ref} - referentno naprezanje za primarna naprezanja dobiveno prema izrazu (220),

σ_y - naprezanja tečenja, dobiven kao srednja vrijednost granice tečenja i vlačne čvrstoće, prema tablici 20.

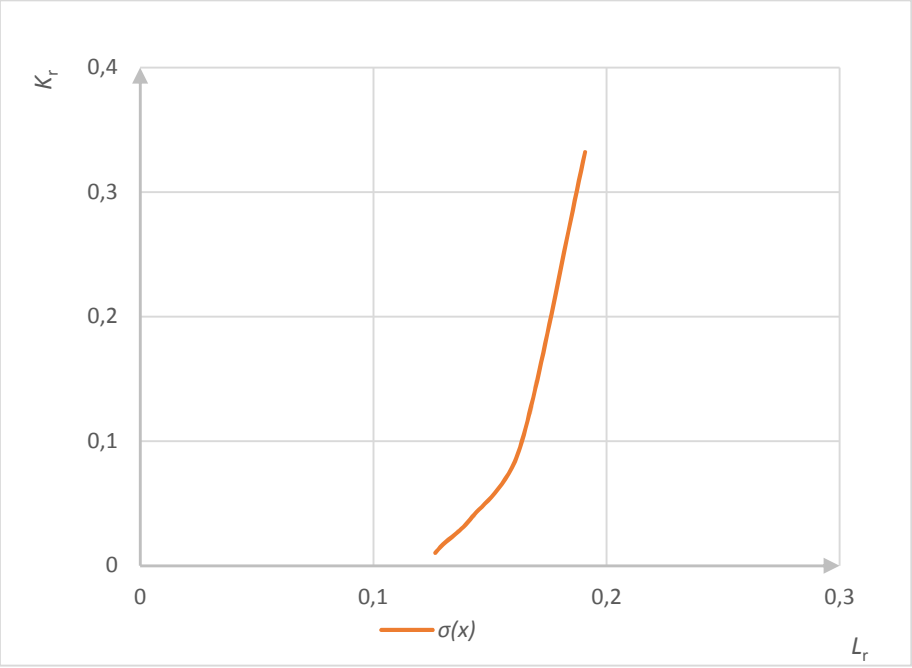
Određivanje vrijednosti K_r odnosno:

$$K_r = \frac{K_I}{K_C}, \tag{226}$$

gdje je:

$K_C = 3578{,}5$ MPa mm^2 - lomna žilavost materijala dobivena prema tablici 20.

Slikom 109. prikazana je propagacija cirkularne unutarnje polueliptične pukotine u FAD dijagramu. Pukotina propagira kroz debljinu stjenke tlačne posude u cirkularnom smjeru s obzirom na nametnuto opterećenje $\sigma(x)$ i geometrijske karakteristike pukotine i ploče koje su dobivene tablicom 25.



Slika 109. Propagacija cirkularne unutarnje polueliptične pukotine kroz debljinu stijenke tlačne posude u FAD dijagramu

Prema dijagramu na slici 109. može se uočiti kako je cjelovitost posude pod tlakom očuvana odnosno da bi se trebalo dogoditi propuštanje prije loma. Za detaljniju analizu prema preporuci norme osim raspodjele primarnih naprezanja po presjeku stjenke na mjestu pukotine trebalo bi uvrstiti i sekundarna naprezanja ako postoji vjerojatnost njihovog pojavljivanja. Treba reći da prema klasifikaciji naprezanja prema normi [1] sekundarna naprezanja ne udovoljavaju zakonima ravnoteže u našem slučaju primijenjenog opterećenja unutarnjeg tlaka, te se stoga svrstavaju u skupinu naprezanja koja nastaju na mjestima geometrijskih diskontinuiteta, na mjestima spoja različitih svojstava materijala, pri djelovanju vanjskih opterećenja ili toplinskih širenja. Također treba naglasiti da primarna i sekundarna naprezanja mogu biti membranskog i savojnog karaktera.

9. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana linearna analiza čvrstoće u okolini spoja strukturnih elemenata cilindričnog plašta i torisferne podnice spremnika stlačenog zraka. Tlačna posuda je kapaciteta 1000 litara a izrađena od ugljičnog čelika P265GH. Konstruirana je prema pravilniku o tlačnoj opremi te proračunata prema EN normi 13345. Prema postojećem konstrukcijskom rješenju prikazan je postupak određivanja tehničkih parametara na osnovu kojih se pristupa proračunu čvrstoće prema normi. Proračunom prema normi u skladu sa zahtjevima sigurnosti odredili smo potrebne debljine strukturnih elemenata plašta i podnice koji su opterećeni unutarnjim tlakom. Budući da proračun prema normi ne prikazuje stvarno stanje raspodijele naprezanja duž razmatranih strukturnih elemenata pristupili smo analitičkom proračunu čvrstoće. Stoga su prema analitičkim izrazima prikazani rezultati raspodjele naprezanja duž strukturnih elemenata. Za analitičku analizu odabrani su strukturni elementi plašt i podnica spremnika čije su debljine prethodno određene prema uputama iz norme. S obzirom na njihove geometrijske karakteristike analitički proračun je izvršen prema teoriji elastičnosti tankih rotacijskih ljuski. Budući da su analitički izrazi strogo ograničeni na određene geometrije i rubne uvjete vrlo ih je komplicirano primijeniti za realne konstrukcije koje imaju kompleksniju geometriju. Stoga smo napravili pojednostavljeni analitički proračun gdje smo torisfernu podnicu zamijenili idealnom sferom te analizirali raspodjelu naprezanja u okolini spoja cilindra i sfere pojednostavljenog spremnika. Tako dobivena analitička rješenja raspodjele naprezanja i pomaka korištena su za verifikaciju konačnih elemenata. Nakon provedene verifikacije odabrani konačni elementi korišteni su kod numeričke analize kompleksnije geometrije realnog zadanog spremnika. Verifikacijom se ustanovilo da jednodimenzijski osnosimetrični konačni element SAX2 iz programskog paketa Abaqus pokazuje najbržu konvergenciju prema analitičkom rješenju te je odabran za numeričku analizu spoja realnog spremnika sa torsfernom podnicom. Numeričkom analizom dobivene su raspodjele naprezanja u okolini spoje cilindra i torisferne podnice realnog spremnika za slučaj radnog i ispitnog opterećenja. Usporedbom numeričkih rješenja raspodjele naprezanja u okolini spoja između spremnika sa sfernom i spremnika sa torisfernom podnicom mogu se vidjeti određene razlike u iznosu i vrsti naprezanja. Kod spremnika sa sfernom podnicom membransko meridijalno stanje naprezanja prisutno je u spoju i ponovno se javlja na određenoj udaljenosti od spoja gdje isčezava savojni dio naprezanja. Kod spremnika sa torisfernom podnicom u spoju osim membranskog prisutna je i savojna komponenta meridijalnog naprezanja koja se zatim proteže duž većeg dijela ruba torisferne ljuske sve do njezinog vrha gdje zbog uvjeta simetrije postoji samo membransko stanje naprezanja. Što se tiče vrijednosti maksimalnih ekvivalentnih

naprezanja pri radnom opterećenju on su uočena kod spremnika sa torisfernom podnicom u iznosu od 112 MPa koje je postignuto na unutarnjem rubu stjenke sferne ljuske prema slici 71. Kod spremnika sa idealnom sferom ona su približno 58 MPa i nalaze se na vanjskoj strani cilindričnog djela ljuske prema slici 62. Prema provedenoj usporedbi može se zaključiti da je spremnik sa sfernom podnicom u odnosu na spremnik sa torisfernom podnicom pogodniji za primjenu sa stanovišta čvrstoće ali je zbog svojih većih dimenzija manje zastupljen u službi skladištenja zraka sniženog tlaka. Kod opterećenja tlačnom probom spremnika sa torisfernom podnicom dobiveno je maksimalno naprezanja u iznosu od 169 MPa koje je postignuto na unutarnjem rubu stjenke torisferne ljuske prema slici 81. Možemo reći da je numerička analiza pokazala da su maksimalna ekvivalentna naprezanja u okolini spoja plašta i podnice zadanog spremnika manja od dopuštenih naprezanja koja su propisana normom za slučaj opterećenja tlačne probe. Također se može reći da je čvrstoća navedenih strukturnih elemenata spremnika zadovoljena kako u radnim tako i u uvjetima opterećenja tlačne probe. U drugoj polovici rada uz pomoć parametara mehanike loma analizirane su pukotine u tankoj membranski opterećenoj ploči. Pritom je provedena linearna analiza polja naprezanja u okolini vrha pukotine tanke ploče beskonačne širine i ploče konačne širine. Na tako opterećenoj ploči prema navedenim parametrima izvršena je procjena cjelovitosti ploče s obzirom na duljinu pukotine i veličinu nametnutog membranskog opterećenja. Kod procijene cjelovitosti tanke ploče pokazalo se da je materijal ploče odnosno analiziranog tlačnog spremnika duktilan, te da će prije doći do pojave plastičnog kolapsa nego do pojave krhkog loma. U završnom djelu rada napravljena je procjena cjelovitosti posude pod tlakom prema preporukama norme [15]. Procjena cjelovitosti određena je s obzirom na propagaciju cirkularne unutarnje polueliptične pukotine kroz debljinu stjenke posude. Propagacija pukotine kroz stijenku posude provedena je za slučaj pukotine kada ona propagira ravnomjerno u dubinu i duljinu, zadržavajući pritom konstantan omjer a/c=1 . Procjenom cjelovitosti pokazalo se da je cjelovitost posude pod tlakom očuvana te da bi se trebalo dogoditi propuštanje prije loma, a ne opasni i nestabilni krhki lom.

LITERATURA

[1] Unfired pressure vessels, EN 13445-3, Part 3: Design, 2009.

[2] V. Ozretić, Brodski pomoćni strojevi i uređaji, Split: Split Ship Management, 2004.

[3] Narodne novine NN, Pravilnik o tlačnoj opremi 79/2016.

[4] European Standard EN 10216-2, »Part 2: Non-alloy and steel tubes with specified elevated temperature properties«.

[5] Ministarstvo gospodarstva rada i poduzetništva, Zbirka naputaka iz područja opreme pod tlakom, Zagreb, 2009.

[6] »Pressure Equipment Directive (PED),« 2014/68/EU.

[7] D. Volarić, »Numerički proračun naprezanja u posudi pod tlakom pomoću metode konačnih elemenata, Diplomski rad,« 2017.

[8] I. Alfirević, Linearna analiza konstrukcija, Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, Zagreb, 1999.

[9] J. Sorić, Metoda konačnih elemenata, Zagreb: Golden marketing, 2004. .

[10] ABAQUS, »Documentation,« 2009..

[11] Škreb Nikola, »Završni rad, Proračun čvrstoće vertikalnog spremnika,« 2017.

[12] I. Skozrit, »Numeričko modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima, Doktorski rad,« Zagreb, 2011.

[13] Tonković Z, »Mehanika loma, Predavanja, FSB Zagreb, 2014«.

[14] M. Husnjak, »Mehanika loma ,bilješke s predavanja«.

[15] American Petroleum Institute, »API 579, Recommended practice for fitness-for-service,,« 2000.

[16] M. Mlikota, »Diplomski rad,« Zagreb, 2010.

[17] T. L. Anderson, »Fracture Mechanics,« 1995.

[18] »www.totalmateria,« The worlds most comprehensive materials database. [Mrežno].

[19] M. Vračarić, »Procjena cjelovitosti i radnog vijeka posude pod tlakom, Diplomski rad,« Zagreb, 2017.

[20] R. Grubišić, Teorija konstrukcija I dio Primjeri statičke analize elemenata konstrukcija, Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana lučića 5, Zagreb, 1997.

[21] I. Boras, »Poveznica između Pravilnika i tehničkih specifikacija«.

[22] S. Rudan, »Sigurnost konstrukcije na brodovima za prijevoz ukapljenog plina,« Zagreb, 2006.

ŽIVOTOPIS

Dario Bušljeta rođen je 28. srpnja 1981 godine u Zagrebu, gdje je završio osnovnu i strojarsko tehničku srednju školu . Zatim 2001. godine upisuje studij brodogradnje na Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, a diplomirao je 2010.godine.

Nakon diplome, 2011. godine zapošljava se u tvrtki TPK nova d.o.o. kao konstruktor. Od 2015. godine zaposlen je na Brodarskom institutu kao samostalni projektant.

Oženjen je i otac dvoje djece.

CURRICULUM VITAE

Dario Busljeta was born on July 28, 1981. in Zagreb, where he graduated elementary and secondary technical school. In 2001, he began studying navel architecture at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, and graduated in 2010.

Since graduating in 2011, he was working at TPK nova d.o.o. as designer. Since 2015 he was working at Brodarski institut as an independent designer.

He is married and the father of two children.