Numeričko modeliranje procesa elasto-plastičnog deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika

Jolić, Božidar

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:065523

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Božidar Jolić

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Izv.prof. dr. sc. Tomislav Jarak, dipl. ing.

Student:

Božidar Jolić

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Hvala prof. Zdenku Tonkoviću te doc.dr.sc Tomislavu Lesičaru na mnogim inovativnim idejama u rješavanju problema tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Posebno se želim zahvaliti svom mentoru izv.prof.dr.sc Tomislavu Jarku na pruženoj pomoći, strpljenju, uloženom trudu i vremenu prilikom izrade ovog diplomskog rada. Bilo mi je zadovoljstvo surađivati tijekom cijelog perioda izrade ovog diplomskog rada.

Od srca se zahvaljujem svim prijateljima, ocu, bratu i sestri na pruženoj podršci, a na kraju, najveće hvala mojoj zaručnici Katarini koja je od prvog dana fakultetskog obrazovanja bila iznimna podrška i snaga u ovom putovanju do konačnog cilja. Hvala.

Božidar Jolić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04/20 – 6/3	
Ur. broj: 15 – 1703 – 20-	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Božidar Jolić** Mat. br.: 0035192714

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje procesa elasto-plastičnog deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Modeling of elasto-plastic deformation processes in the microstructure of sintered steel**

Opis zadatka:

Posljednjih nekoliko desetljeća došlo je do primjetnog povećanja ulaganja u visokoserijsku proizvodnju konstrukcijskih komponenata od sinteriranog čelika zbog određenih prednosti tehnologije metalurgije praha kao što su visoka iskoristivost materijala ili niži proizvodni troškovi po komponenti. Međutim, u sinteriranom materijalu prisutne su poroznosti koje prilikom opterećivanja komponenata uzrokuju koncentraciju naprezanja i lokalizirano plastično deformiranje u mikrostrukturi materijala, što može imati značajan utjecaj na čvrstoću i trajnost konačnih proizvoda. Stoga je za pouzdanije predviđanje kolapsa te vijeka trajanja komponenata napravljenih od sinteriranih materijala potrebno u numeričkim modelima uzeti u obzir i elasto-plastično ponašanje materijala na mikrorazini.

U ovom diplomskom radu razmatrat će se elasto-plastično deformiranje mikrostrukture sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C gustoće 6,8 g/cm^3 pri monotonom opterećenju. Potrebno je:

1. Proučiti potrebnu literaturu vezanu uz numeričko modeliranje elasto-plastičnog deformiranja metala i napraviti pregled i usporedbu različitih dostupnih numeričkih modela.
2. Modeliranjem mikrostrukture odrediti materijalne karakteristike za elasto-plastično ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. U tu svrhu potrebno je reproducirati σ-ε dijagram materijala na makrorazini.

Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. Zbog jednostavnosti razmatrati samo dvodimenzijske modele.
Realnu geometriju mikrostrukture materijala i materijalna svojstva potrebno je odrediti iz rezultata prethodno provedenih eksperimentalnih ispitivanja. Ukoliko navedeni parametri ne budu dostupni za vrijeme izrade diplomskog rada, bit će preuzete odgovarajuće vrijednosti iz literature, a razmatrat će se hipotetska geometrija mikrostrukture.
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
24. rujna 2020.	26. studenoga 2020.	30.11. – 4.12.2020.

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Izv.prof. dr. sc. Tomislav Jarak Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA II
POPIS TABLICA III
POPIS OZNAKA IV
SAŽETAK V
SUMMARY VI
1. UVOD 1
2. Sinterirani čelici 3
2.1. Metalurgija praha 3
2.2. Postupak sinteriranja 5
2.3. Sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C 6
2.4. Metalografska istraživanja 10
2.5. Mehanička svojstva sinteriranog čelika 11
2.6. Poroznost 12
3. Numeričko modeliranje elasto-plastičnog ponašanja materijala 13
3.1. Elasto-plastično ponašanje materijala 13
3.1.1. Osnove materijalnog elasto-plastičnog modela 15
3.2. 1D Plastično izotropno očvršćenje 18
3.2.1. Izvod elasto-plastičnog tangentnog modula 18
3.2.2. Izvod 1D plastičnih algoritamskih članova za slučaj izotropnog očvršćenja 20
3.2.3. Tangentni modul 22
3.3. Model eksponecijalnog očvršćenja 26
3.4. Model Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja 30
3.5. Model plastičnosti 34
3.6. Izravna dinamička simulacija (DNS) 34
3.7. Reprezentativni volumenski elementi (RVE) 35
3.8. Metoda konačnih elemenata 36
4. Eksperimentalno testiranje 38
4.1. Geometrija i mreža konačnih elemenata RVE modela 38
4.2. Primjena reprezentativnih volumenskih elemenata (RVE) 40
5. Numerička analiza rezultata 47
5.1. Elastično područje 47
5.2. Numerički modeli za opisivanje elasto-plastičnog područja na makro razini 48
5.3. Numerički modeli za opisivanje elasto-plastičnog područja na mikro razini 52
6. ZAKLJUČAK 57
LITERATURA 59

POPIS SLIKA

Slika 1. Osnovni procesi metalurgije praha [10] 3
Slika 2. Prelegirani prah Astaloy Mo [1] 6
Slika 3. Fizikalna svojstva sinteriranog materijala u ovisnosti o gustoći [2] 6
Slika 4. Legirajući elementi u sinteriranom čeliku [2] 7
Slika 5. Vlačna čvrstoća u ovisnosti o legirajućim elementima u sinteriranom čeliku [2] 8
Slika 6. Prikaz tvrdoće za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1] 8
Slika 7. Vlačna čvrstoća i granica tečenja za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1] 9
Slika 8. Youngov modu za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1] 9
Slika 9. Mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C 11
Slika 10. Dijagram ovisnosti naprezanja i deformacija 4 14
Slika 11. Povratno preslikavanje iz pokusnog elastičnog stanja 21
Slika 12. Model eksponencijalnog plastičnog očvršćenja (Voce) 7 26
Slika 13. Model Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja 7 30
Slika 14. Linearni četverokutni konačni element CPE4 37
Slika 15. Dimenzije uzorka epruvete 38
Slika 16. Uzorak epruvete Astaloy Mo+0,2C (g=6,8 g/cm^3) 38
Slika 17. Mikroskopska snimka sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C (g=6,8g/cm^3) 39
Slika 18. Mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C nakon obrade u programskom paketu *QCAD* 40
Slika 19. Raspored različitih veličina RVE-ova 41
Slika 20. Konačni izgled RVE-a: a) RVE 1, b) RVE 2, c) RVE 3, d) RVE 4 42
Slika 21. Konačni izgled RVE-a: a) RVE 1, b) RVE 2, c) RVE 3, d) RVE 4 43
Slika 22. Konvergencija mreže k.e. za von Misesovo naprezanje na RVE-u 3 44
Slika 23. Von Misesovo naprezanje za RVE 3 45
Slika 24. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja RVE-a: a)horizontalno, b)vertikalno 46
Slika 25. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za odabir referentnog RVE-a .. 46
Slika 26. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za modul elastičnosti na makro razini 47
Slika 27. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija numeričke analize Power Law pristupom na makro razini 48
Slika 28. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini pomoću parametra *K* i *n* 49
Slika 29. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini pomoću parametara α i *n* 50
Slika 30. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za pristup nelinearnog izotropnog očvršćenja na makro razini 51
Slika 31. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za modul elastičnosti – mikro razina 52
Slika 32. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za mikro razinu prema 15 i 16 53
Slika 33. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za elasto-plastično ponašanje Astaloy Mo+0,2C (g=6,25 g/cm^3) 54
Slika 34. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za homogenizirani model numeričke analize provedene na makro razini za modul elastičnosti 55
Slika 35. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini za nove parametre materijala 56

POPIS TABLICA

Tablica 1. Prednosti i nedostaci primjene postupka metalurgije praha 4
Tablica 2. Karakteristike materijala Astaloy Mo+0,2C (ρ =6,8 g/cm^3) 10
Tablica 3. Algoritam za 1D model plastičnosti sa izotropnim očvršćenjem 25
Tablica 4. Algoritam za 1D model plastičnosti sa eksponencijalnim izotropnim očvršćenjem 27
Tablica 5. Newton-Raphsonove iteracije za algoritam eksponencijalnog očvršćenja 28
Tablica 6. Algoritam za 1D model plastičnosti s Ramberg-Osgood-ovim izotropnim očvršćenjem 31
Tablica 7. Newton-Raphsonove iteracije za algoritam Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja. 32
Tablica 8. Veličina i udio poroznosti RVE-ova 41
Tablica 9. Parametri materijala Astaloy Mo+0,2C 47
Tablica 10. Parametri za numerički model nelinearnog izotropnog očvršćenja 51
Tablica 11. Ekstrapolirani parametri materijala Astaloy Mo+0,2C prema 1 54

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
E	GPa	Youngov modul elastičnosti
G	MPa	Modul smicanja
K	-	Parametar deformacijskog očvršćenja
n	-	Eksponent deformacijskog očvršćenja
u	mm	Pomak
C_{ep}	MPa	Tangentni modul
f	-	Uvjet tečenja
δ_{ij}	-	Kroneckerov simbol
α	-	Parametar očvršćenja
ε^{tot}	mm/mm	Ukupna deformacija
ε^{pl}	mm/mm	Plastična deformacija
ε^{el}	mm/mm	Elastična deformacija
$\bar{\varepsilon}$	mm/mm	Tenzor deformacija na makro razini
$\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$	mm/mm	Inkrement ekvivalentne plastične deformacije
υ	-	Poissonov faktor
σ	MPa	Naprezanje
σ_T	MPa	Granica tečenja
σ_M	MPa	Vlačna čvrstoća
$\bar{\sigma}$	MPa	Tenzor naprezanja na makro razini

SAŽETAK

Pojava nove, ali izuzetno važne grane moderne industrije, industrije metalurgije praha u današnjem svijetu sve se više nameće kao potreba zbog svoje brzine izrade pojedinih komponenti. Proizvodi od sinteriranog metala dobiveni metalurgijom praha uspješno zamjenjuju one dobivene klasičnijim metodama poput lijevanja ili kovanja čelika već dugi niz godina. To je prije svega uvjetovano značajnim smanjenjem proizvodnih troškova, točnosti izrade, glatkoći površina itd.

U ovom diplomskom radu opisano je elasto-plastično deformiranje mikrostrukture sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Kako bi postupak dobivanja potrebnih modela za opisivanje deformiranja mikrostrukture bio što kraći definirali smo minimalnu potrebnu veličinu modela. Primijenjena je direktna numerička simulacija na reprezentativnim volumenskim elementima, no prije provedbe samih analiza dana je teorijska pozadina potrebna za opisivanje problematike deformiranja sinteriranog čelika u elasto-plastičnom području. Elasto-plastično područje deformiranja opisano je primjenom Ramberg-Osgood-ovog pristupa uz pomoć metode konačnih elemenata koristeći programski paket *Abaqus*. Provedeno je istraživanje utjecaja veličine RVE modela na mehaničko ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Provedene numeričke analize verificirane su usporedbom s rezultatima dobivenima pomoću numeričkih simulacija temeljenih na metodi faznih polja.

U konačnici, ovim diplomski radom prikazana je metodologija za kalibraciju materijalnih parametara elastičnosti i plastičnosti za numeričke materijalne modele za provedbu numeričkih simulacija na makro- i mikro-razini koja se temelji na usporedbi numeričkih rezultata s eksperimentalnim rezultatima dobivenima provedbom vlačnog testa. Pokazano je kako mikrostruktura materijala utječe na rezultate numeričkih analiza te su predložene neke smjernice za poboljšavanje primijenjene metodologije.

Ključne riječi: sinterirani materijal, sinterirani čelik, Astaloy Mo+0,2C, metalografija, metoda konačnih elemenata, direktna numerička simulacija, reprezentativni volumenski element, mikrostruktura, poroznost, elasto-plastično ponašanje materijala, Ramberg-Osgood-ov pristup.

SUMMARY

The emergence of a new but extremely important branch of modern industry, the powder metallurgy industry in today's world is increasingly emerging as a necessity due to its speed of manufacturing individual components. Sintered metal products obtained by powder metallurgy have been successfully replacing those obtained by more classical methods such as casting or forging steel for many years. This is primarily due to a significant reduction in production costs, manufacturing accuracy, surface smoothness, etc.

This thesis describes the elasto-plastic deformation of the microstructure of sintered steel Astaloy Mo + 0.2C. In order to make the process of obtaining the necessary models for describing the deformation of the microstructure as short as possible, we defined the minimum required model size. Direct numerical simulation on representative volume elements was applied, but before the analyzes were performed, the theoretical background was given to describe the problem of deformation of sintered steel in the elasto-plastic region. The elasto-plastic deformation region was described using the Ramberg-Osgood approach using the finite element method using the Abaqus software package. A study of the influence of the size of the RVE model on the mechanical behavior of sintered steel Astaloy Mo + 0.2C was performed. The performed numerical analyzes were verified by comparison with the results obtained using numerical simulations based on the phase field method.

Finally, this thesis presents a methodology for calibration of material parameters of elasticity and plasticity for numerical material models for the implementation of numerical simulations at the macro- and micro-level based on the comparison of numerical results with experimental results obtained by tensile test. The microstructure of the material has been shown to influence the results of numerical analyzes and some guidelines for improving the applied methodology have been proposed.

Key words: sintered material, sintered steel, Astaloy Mo + 0.2C, metallography, finite element method, direct numerical simulation, representative volume element, microstructure, porosity, elasto-plastic behavior of the material, Ramberg-Osgood approach.

1. UVOD

U današnjem svijetu industrije sve se više nameće potreba i važnost na brzini izrade pojedinih metala i legura. Poznato je kako se većina njih poput čelika, aluminija, bronce, mesinga i dr., dobivaju klasičnim postupcima taljenja i lijevanja.

Danas imamo pojavu nove, ali izuzetno važne grane moderne industrije, industrije metalurgije praha koja svoj razvoj može zahvaliti velikim prednostima u odnosu na druge grane. Korištenjem ove metode postižemo jednoliku sitnozrnatu mikrostrukturu proizvoda. Dobivamo točne dimenzije gotovih proizvoda uz visok stupanj iskoristivosti materijala. Metalurgija praha osigurava praktična rješenja problema vezanih za proizvodnju materijala s visokim talištem, te je postala osnova za proizvodnju metala otpornih na visoke temperature kao i reznih alata ekstremno visoke tvrdoće. Metalurgija praha omogućava proizvodnju legura iz metala koji nisu međusobno topljivi jedan u drugome, odnosno čija se talina ne može pripremiti uobičajenim metodama. Današnji suvremeni materijali dobivaju se optimiranjem sustava i mikrostrukture materijala prema željenim svojstvima. Proces dobivanja ovakvih materijala nazivamo sinteriranje. [3]

Proizvodi od sinteriranog metala dobiveni metalurgijom praha uspješno zamjenjuju one dobivene klasičnijim metodama poput lijevanja ili kovanja čelika već dugi niz godina. To je prije svega uvjetovano značajnim smanjenjem proizvodnih troškova, točnosti izrade, glatkoći površina itd. Prilikom samog postupka sinteriranja pojedinog materijala, dolazi do pojave poroznosti. Poroznost je temeljno obilježje sinteriranih materijala koje odlučuje o njihovim mehaničkim svojstvima. Njegova vrijednost ovisi o parametrima kao što su sastav legure, vrijeme, tlak, temperatura, veličina zrna praha itd. Monotonost i zamorne karakteristike sinteriranih metala u velikoj mjeri ovise o poroznosti, koja je strogo povezana s gustoćom materijala. Zbog snažnog razvoja ove tehnike, numeričko modeliranje ponašanja takvih materijala postaje izuzetno važno.

Proizvodnja materijala u gotove proizvode postupcima lijevanja, kovanja ili pak sinteriranja čine velik dio inženjerske djelatnosti, a za to im je potrebno dobro poznavanje strukture i svojstva samog materijala. Strukturu materijala možemo objasniti na četiri razine, a ovom radu naglasak će biti na makro i mikro strukturi materijala. Mikrostrukturu materijala možemo definirati preko veličine i oblika kristalnih zrna, njihove raspodjele i orijentacije. Korištenjem različitih matematičkih tehnika osrednjavanja, odnosno homogenizacije možemo

opisat modeliranje makroskopskog ponašanja materijala. Kako bi postupak dobivanja potrebnih modela bio što kraći danas se sve više koriste metoda modeliranja na više razina kod kojih se rezultati dobiveni simulacijom modela na mikrorazini, odnosno reprezentativnom volumenskom elementu (RVE) služe kao ulaz u model na kontinuumskoj (makro) razini. Primjenom ovog načina modeliranja može se procijenit ponašanje materijala na makro razini iz poznatih svojstava i geometrije konstituenta.

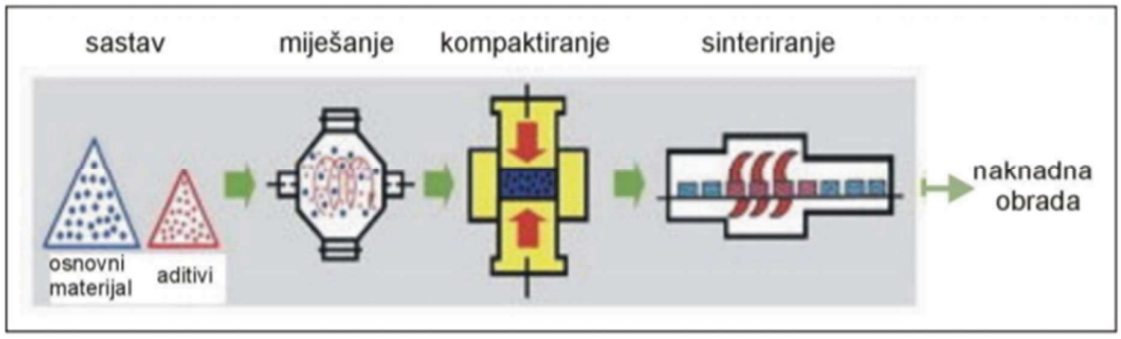
Glavni cilj ovog diplomskog rada je napraviti usporedbu rezultata dobivenih eksperimentalnim ispitivanjima sa numeričkim rezultatima pomoću metode konačnih elemenata (MKE). Korištenjem direktne numeričke simulacije(DNS), metode konačnih elemenata te različitih veličina RVE-ova provesti će se simuliranje ponašanje sinteriranog čelika u elasto-plastičnom području. Cilj je odrediti minimalnu veličinu RVE-a te potrebne parametre za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja materijala.

2. Sinterirani čelici

2.1. Metalurgija praha

Metalurgija praha može se definirati kao tehnologija proizvodnje praha i gotovih dijelova zagrijavanjem prethodno kompaktiranog praha tek nešto ispod temperature taljenja [9].

Predstavlja proces u kojem se legure ili čvrsti metali u obliku čestica praha vrlo malog promjera prevode u inženjersku komponentu unaprijed određenog oblika i svojstava koja joj omogućuju upotrebu u većini slučajeva bez daljnje obrade. Proizvodi dobiveni ovom tehnologijom imaju određene prednosti u odnosu na one dobivene tradicionalnim postupcima kao što su lijevanje, kovanje, skidanje strugotina. Neke prednosti sinteriranih proizvoda su: točne dimenzije, velika produktivnost, visok stupanj iskoristivosti materijala te jednolika sitnozrnata mikrostruktura. Primjenom novih prahova, izuzetne čistoće i znatno manje veličine zrna, kao i primjenom novih postupaka, omogućena je proizvodnja gotovih dijelova izuzetnih mikrostrukturnih karakteristika i mehaničkih svojstava.



Slika 1. Osnovni procesi metalurgije praha [10]

Postupci metalurgije praha mogu se grupirati po fazama tehnoloških operacija prikazanih na Slici 1., a sastoje se od:

1. Proizvodni proces nastajanja praha
2. Mješanje praha
3. Kompaktiranje
4. Sinteriranje

Polazimo od izbora prahova i aditiva potrebnih karakterističnih za dobivanje željenog materijala. Zatim se odvija miješanje i sušenje praha, nakon njegovog prethodnog mljevenja

osnovnog materijala. Nakon provedenih postupaka proizvođači komponenti kupuju gotov prah ili smjese te slijedi postupak kompaktiranja praha koje se izvodi u kalupu primjenom vertikalnog kretanja žiga, a samim postupkom se ograničava dimenzija i oblik gotovog proizvoda. Na koncu provodi se postupak sinteriranja. Primjena određenog načina izvođenja ovog procesa ovisit će o maksimalnoj temperaturi ciklusa sinteriranja, koja je određena metalurškim promjenama tijekom samog procesa te promjenama dimenzija i oblika gotovog proizvoda.

U Tablici 1. dan je kratki osvrt na prednosti i nedostatke primjene metalurgije praha u današnjoj industriji.

Tablica 1. Prednosti i nedostaci primjene postupka metalurgije praha

PREDNOSTI	NEDOSTACI
• Jednolika sitnozrnata mikrostruktura • Točne dimenzije gotovih proizvoda • Proizvodnja dijelova smjese međusobno netopljivih metala • Velika produktivnost • Proizvodnja jednostavnih i složenih oblika • Visok stupanj iskoristivosti materijala • Ušteda energije i troškova proizvodnje itd.	• Visoka cijena polaznih prahova • Skupa oprema i alat • Stroga kontrola svih segmenata proizvodnje • Pojava poroziteta i oksidacije • Nejednolika gustoća kod slučaja jednoosnog kompaktiranja • Skupa i složena izrada kalupa itd.

Ova tehnologija omogućava spajanje metala koje nije moguće miješati klasičnim ljevačkim postupcima zbog nedovoljne međusobne topljivosti, a ponekad jednostavno zbog tehnoloških karakteristika postupka omogućava oblikovanje pri nižim temperaturama pa nije potrebna proizvodnja u zaštitnoj atmosferi, što u konačnici pojednostavljuje i pojeftinjuje proizvodnju. Metalurgija praha svoju najveću primjenu pronalazi u automobilskoj industrije, no međutim sve je više zastupljena u informatičkoj, vojnoj, sportskoj i zrakoplovnoj industriji. Koristi se kada se zahtijeva čvrstoća, otpornost na trošenje ili rad na visokim temperaturama koje premašuju mogućnosti lijevanih legura.

2.2. Postupak sinteriranja

Sinteriranje čelika je jedna od faza metalurgije praha, a možemo ju definirati kao postupak konsolidacije praha ili otpreska željenog sastava u kontroliranim uvjetima temperature i vremena. [3]

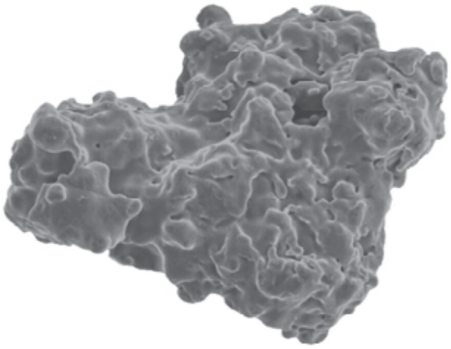
Ovaj postupak proizvodnje materijala također možemo definirati kao tehniku proizvodnje materijala kontrolirane gustoće iz metalnih prahova primjenom toplinske energije. Ovim procesom pri temperaturi nižoj od temperature taljenja dolazi do toplinske obrade praha glavnog konstituenta kako bi se čestice povezale i poboljšale mehanička svojstva samog materijala. Pri dovoljno visokoj temperaturi difuzijski procesi se ubrzavaju između atoma čestica praha te dolazi do njihovog povezivanja iz čega nastaju čvrsti komadi. U ovome procesu prah se podvrgava visokim tlakovima (obično 650 N/mm^2). Pod utjecajem tako visokog tlaka čestice praha stisnute su toliko usko da se njihove površinske nepravilnosti međusobno isprepliću, a između njihovih površina odvija se određena količina hladnog zavarivanja. Nakon izbacivanja iz kalupa, ako je postupak sabijanja bio uspješan, kompaktni dio posjeduje dovoljnu čvrstoću da može izdržati daljnje rukovanje bez oštećenja.

Proces sinteriranja možemo okarakterizirati u nekoliko važnih parametara. Povećanjem temperature sinteriranja, potrebno je kraće vrijeme za postizanje određene mikrostrukture. Postupak sinteriranja je brži ukoliko se prah sastoji od finijih čestica metala. Za odgovarajuća fizikalna svojstva kontrolira se sastav smjese praha, a vezivna efikasnost čestica je bolja što je veća gustoća kompakta. Kontroliranjem zaštitne atmosfera u peći za sinteriranje dobiva se materijal s manjom mogućnosti od oksidacije.

Pojava adhezije i promjena oblika čestica karakterizira postupak sinteriranja prahova na način da bez prisutnosti adhezije nema sinteriranja, a isto tako bez promjene oblika čestica nema zgušnjavanja. Glavni cilj postupka sinteriranja je smanjenje udjela pora, postizanje gotovo teorijske gustoće i željenih materijalnih svojstava.

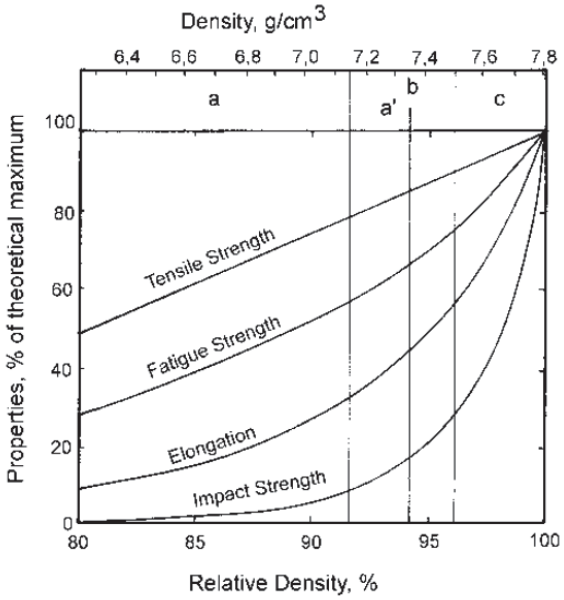
2.3. Sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C

Astaloy Mo je čelični prah atomiziran vodom legiran s 1,5% molibdena. Ovaj razred sinteriranih čelika pokazuje visoku tlačnu čvrstoću i homogenu mikrostrukturu nakon postupka sinteriranja. Ova pojava u kombinaciji sa optimalnim očvršćenjem, čini ovaj prah izvrsnim izborom za dijelove koji zahtijevaju dobra svojstva površine što rezultira visokom površinskom tvrdoćom i žilavosti jezgre. Astaloy Mo se u postupko sinteriranja često koristi s dodacima bakra i / ili nikla.



Slika 2. Prelegirani prah Astaloy Mo [1]

Na sljedećim slikama su prikazane neke karakteristike materijala sinteriranog čelika.



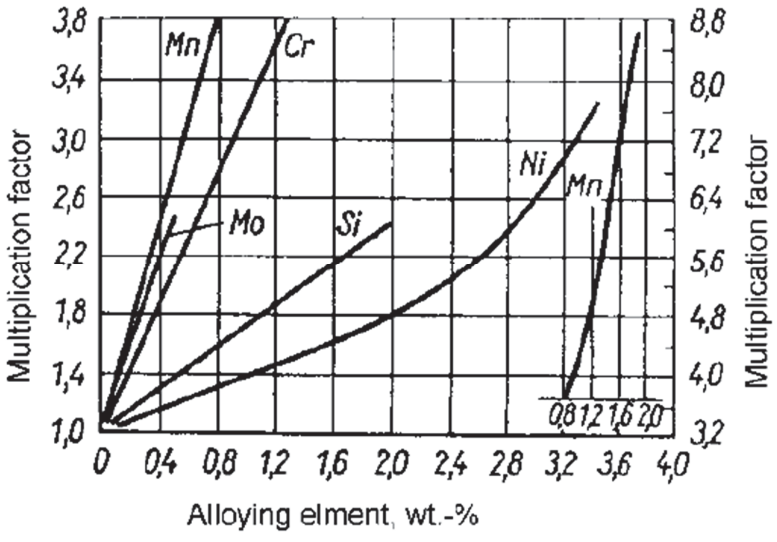
Slika 3. Fizikalna svojstva sinteriranog materijala u ovisnosti o gustoći [2]

Na slici 3. je prikazano kako za sinter materijala uslijed povećanje gustoće dolazi i do porasta svojstava materijala poput vlačne, zamorne čvrstoće, istezanja itd. Gustoća sinteriranih materijala ovisi o gustoći kompakta, odnosno o samom tlaku prešanja materijala. Primjenom najvećih tlakova kompaktiranja koja su podnošljiva u uvjetima masovne proizvodnje (600-650 N/ mm^2), mogu se ostvariti gustoće od 7,1-7,2 g/cm^3. Raspon gustoća može se povećati čak i do 7,3-7,4 g/cm^3 ukoliko se koristi tehnika toplog prešanja.

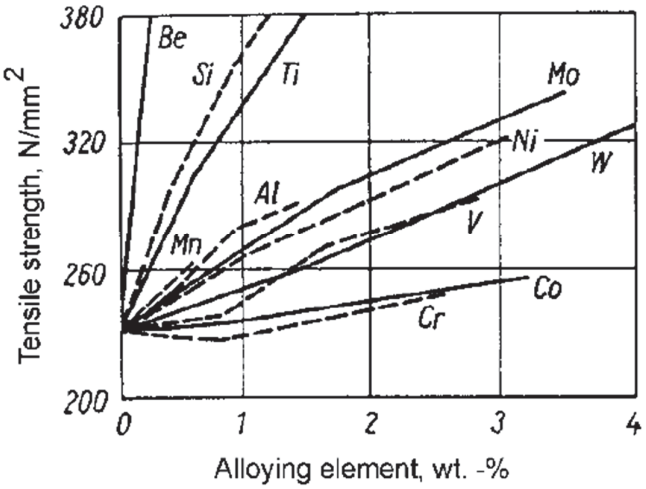
Uvjeti sinteriranja odlučuju o sljedećim čimbenicima:

1. Brzina i učinkovitost kompaktnog hladnog zavarivanja čestica praha,
2. Brzini homogenizacije legiranih elemenata,
3. Oksidaciji osjetljivih legirajućih elemenata.

U metalurgiji željeznog praha sinteriranje se najčešće vrši kontinuirano u pećima koje rade pri temperaturi od 1120°C do maksimalno 1150°C. Vrijeme sinteriranja provedeno na ovim temperaturama obično nije duže od 20 do 30 minuta iz razloga što duže sinteriranje daje samo neznatno poboljšana svojstva koja ne opravdavaju povećane troškove proizvodnje materijala. Pojava legirajućih elemenata u osnovnom metalu dovode do stvaranja raznih mikrostruktura i povećanje otpornosti materijala na deformacije. Legirajući elementi utječu na promjenu svojstva strukturnih dijelova, a neophodni su za očvršćenje samog materijala.

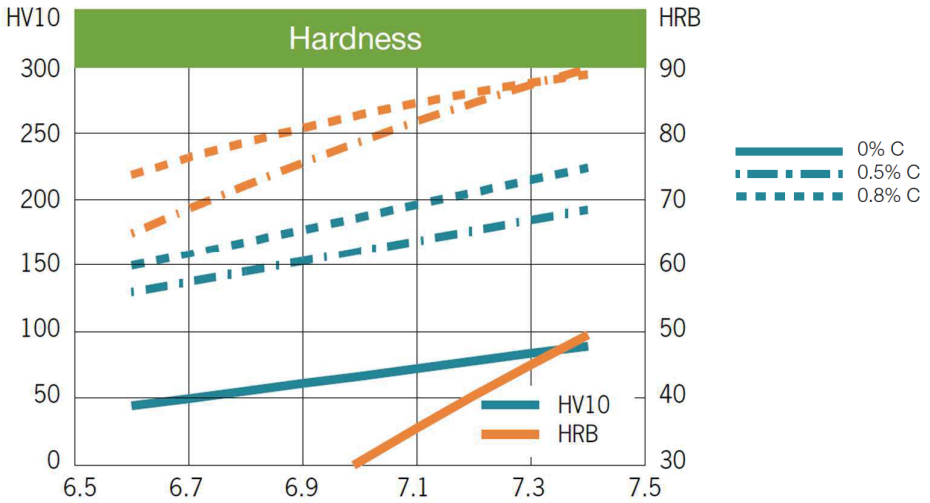


Slika 4. Legirajući elementi u sinteriranom čeliku [2]



Slika 5. Vlačna čvrstoća u ovisnosti o legirajućim elementima u sinteriranom čeliku [2]

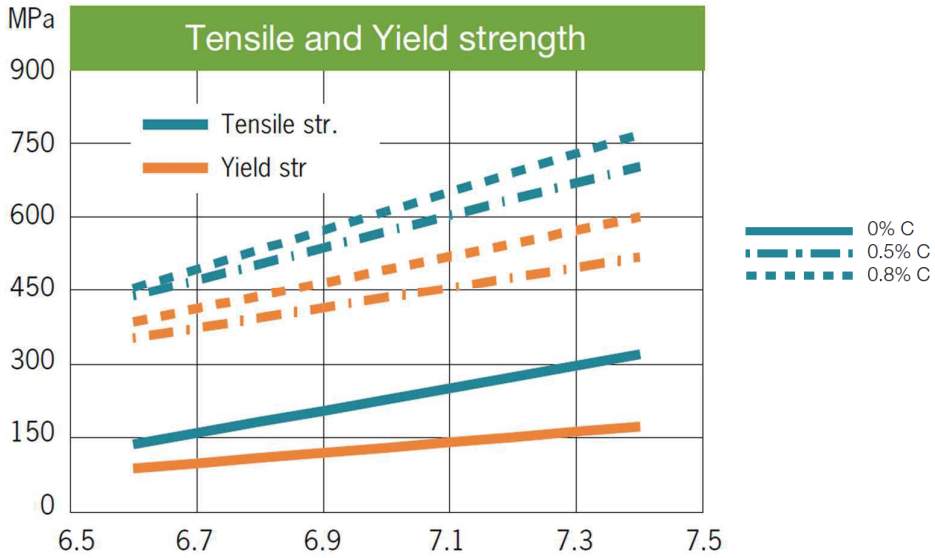
Za dobivanje konkretnog sinteriranog čelika tip Astaloy Mo+0,2C potrebni uvjeti za proizvodnju su: 0,8% amidnog voska, 0,6% maziva koje se odvija pri tlaku od 400-800 MPa. Koristi se konvencionalno i toplo kompaktiranje pri temperaturi od 1120°C u trajanju od 30 minuta. Na slikama 6.,7. i 8. dane su konkretne materijalne karakteristike navedenog materijala. Na slici 6. vidimo prikaz tvrdoće za sinterirani čelik Astaloy Mo u ovisnosti o različitim gustoćama materijala. Na dijagramu su prikazane krivulje sinteriranog čelika sa 0 %, 0,5% te 0,8 % ugljika. Na način da puna linija predstavlja sinterirani čelik Astaloy Mo sa 0 % udjela ugljika, debelo crtkana linija materijal s 0,5% ugljika, te sitno crtkana linija materijal s 0,8% udjela ugljika.



Slika 6. Prikaz tvrdoće za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1]

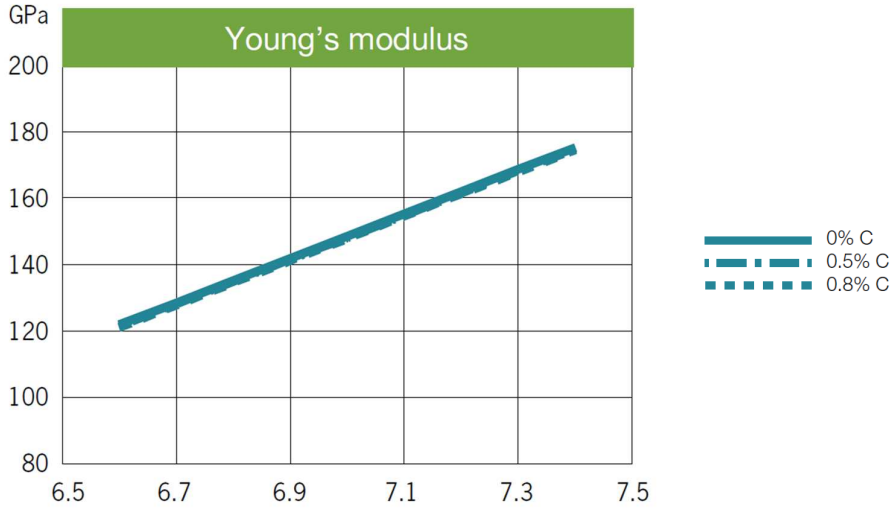
Dobivena svojstva za sinterirani čelik Astaloy Mo sa 0,2 % udjela ugljika dobivena su postupkom interpolacije prema navedenom dijagramu. Postupak interpolacije izvršen je za gustoću zadanog materijala g = 6,8 g/cm^3 te za udio ugljika od 0,2 % .

Na slici 7. prikazan je dijagram ovisnosti vlačne čvrstoće i granice tečenja o gustoći materijala. Prikazane su karakteristike za sinterirani čelik Astaloy Mo sa 0%, 0,5% te 0,8% udjela ugljika.



Slika 7. Vlačna čvrstoća i granica tečenja za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1]

Analogno prethodno prikazanim dijagramima na slici 6. i 7. isti postupak određivanja vrijedi i za modul elastičnosti za gustoću materijala g = 6,8 g/cm^3 te za udio ugljika od 0,2 % .



Slika 8. Youngov modu za Astaloy Mo+0,2C za različite gustoće materijala [1]

Karakteristike materijala Astaloy Mo+0,2C za gustoću g =6,8 g/cm^3 prikazne su u Tablici 2.

Tablica 2. Karakteristike materijala Astaloy Mo+0,2C (g =6,8 g/cm^3)

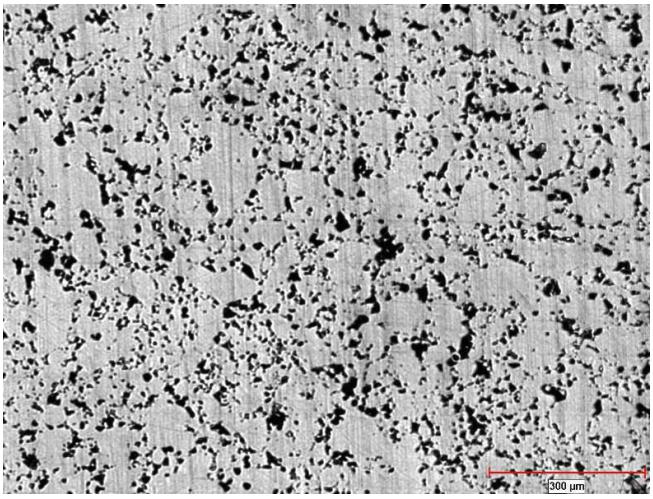
Youngov modul [GPa]	Granica tečenja [MPa]	Vlačna čvrstoća [MPa]
135,35	228,85	313,93

2.4. Metalografska istraživanja

Metalografija kao takva je znanstveno-istraživačka metoda koja se bavi proučavanjem i određivanjem strukture metala te odnosima njihovih konstituenata. Za opisivanje procesa deformiranja sinteriranih materijala utjecaj mikrostrukture je jedan od glavnih čimbenika. Metalografijom možemo proučavati vrste i morfologiju pora koje utječu na različita svojstva sinteriranih proizvoda. Kako bi metalografska analiza bila što kvalitetnije izvedena, odnosno kako bi rezultati pojedinih faza u mikrostrukturi promatranog materijala bili što točniji, potrebno je napraviti temeljitu pripremu uzoraka. Uzorci su višekratno brušeni postupno smanjujući hrapavost brusnih papira, da bi se u konačnoj fazi pripreme, uzorci polirali. Nakon temeljitog poliranja, površina uzorka postiže zrcalnu kvalitetu površine što je dovoljno za snimanje primarne mikrostrukture i evaluaciju morfologije uključina. Prilikom analiziranja mikrostrukture dobivene metalografskim ispitivanjem u obzir nisu uzeti nagriženi uzorci te je uvedena pretpostavka o homogenosti metalne matrice. Ova pretpostavka podrazumijeva kako se metalna matrica sastoji od dvije faze, metalne faze i pora, dok je inače u praksi normalna pojava udjela drugih konstituenata u mikrostrukturi matrice poput ferita, bainta itd.

Priprema uzorka može dovesti do promjena na njegovoj površini što može rezultirati krivim rezultatima o sastavu mikrostrukture. Prilikom takvih promjena može doći do djelomičnog zatvaranja pora uslijed plastične deformacije tijekom brušenja. Jedna od pojava je lom materijala oko pora, kao i zatvaranje pora krhotinama koje nastaju brušenjem ili pak može doći do zaobljavanja rubova pora. Iz tog se razloga materijali za metalografska istraživanja moraju temeljno pripremiti. Prilikom rezanja uzorka mora se primijeniti hlađenje vodom kako ne bi došlo do pojava krhotina. Uzorak se svakako mora impregnirati kako bi se pore zatvorile, što onda sprječava ulazak abraziva, vode ili sredstva za nagrizanje.

Na Slici 9. prikazana je mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C



Slika 9. Mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C

2.5. Mehanička svojstva sinteriranog čelika

Postupcima metalurgije praha postiže se ekvivalent minimalnih vrijednosti vlačne čvrstoće za različite materijale te se velikom prednošću smatra mogućnost da se ekvivalent čvrstoće može postići variranjem kemijskog sastava, karaktera čestica i tehnikama zgušnjavanja ili obrade.

Tvrdoća kao mehaničko svojstvo poput gustoće ima veliku važnost te ona daje sliku o mehaničkom ponašanju sinteriranih proizvoda. Vlačna čvrstoća sinteriranih proizvoda izravno ovise o porozitetu. Uslijed prisustva pora, vlačna čvrstoća sinteriranih materijala je nešto niža od kovanih materijala istog kemijskog sastava i strukture. Porozitet ima veći utjecaj na duktilnost nego na čvrstoću te stoga treba paziti o udjelu pora o materijalu. Udio pora od nekoliko postotaka može biti štetan za duktilnost, a kao još jedan od ključnih faktora navodi se i sam proces sinteriranja. Zamor materijala kod sinteriranih čelika ima značajnu ulogu te je u korelaciji sa porozitetom, a ispituje se nakon obrade površine, otvrdnjavanja ili nitriranja sinteriranih čelika. Iznad granice zamora dolazi do pojave mikropukotina i uključina koje kasnije vode do konačne pukotine. Kod sinteriranih materijala dolazi do pojave nepravilnih pora, oštrih rubova koje rezultiraju koncentracijom velikih naprezanja te time ubrzavaju širenje loma. Ponašanje sinteriranih materijala uglavnom će ovisiti o karakteristikama procesa otvrdnjavanja i raspodjeli veličine pora i njihovom obliku.

2.6. Poroznost

Na mehaničko ponašanje materijala značajan utjecaj ima udio, veličina, rasprostranjenost i morfologija pora. Općenito se poroznost u sinteriranim čelicima može podijeliti na dvije grane, primarnu i sekundarna poroznost. Primarna poroznost sastoji se od većih pora, prvenstveno zbog karakteristika kompaktiranja praha, što rezultira nepotpunim zgušnjavanjem tijekom sinteriranja. S druge strane, sekundarna poroznost sastoji se od mnogo manjih pora često uzrokovanih prijelaznom tekućom fazom jednog ili više legirajućih dodataka koji nastaju tijekom sinteriranja. Primjer legirajućeg elementa koji tvori prijelaznu tekuću fazu u sinteriranim čelicima je bakar, Cu. Nakon topljenja, čestice Cu iza sebe ostavljaju male, zaobljene "sekundarne" pore. Nikal, s druge strane, kao jedan od legirajućih elemenata, ostaje u čvrstom stanju tijekom postupka sinteriranja te pridonosi heterogenoj mikrostrukturi u kojoj je pretežno prisutan na površini pora.

3. Numeričko modeliranje elasto-plastičnog ponašanja materijala

3.1. Elasto-plastično ponašanje materijala

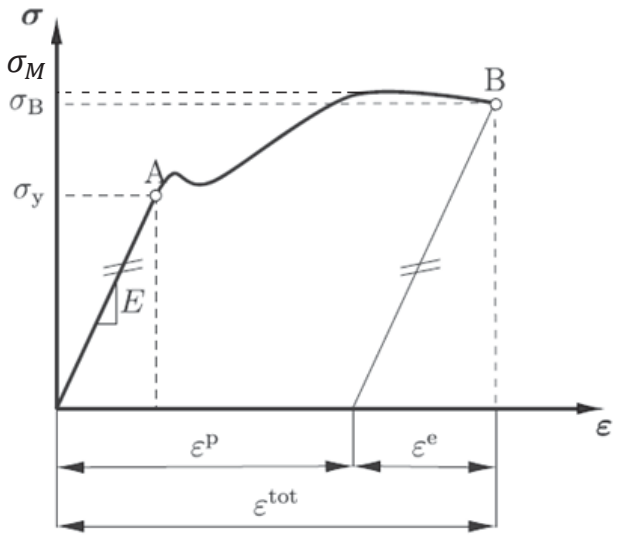
Elastičnost možemo pobliže opisati kao razmatranje gdje su u tijelu javljaju samo povrative deformacije, a kod potpunog rasterećenja tijelo se vraća u prvobitnu konfiguraciju. Veza između trenutnih naprezanja i deformacija je jednoznačno određena. Na tijelu se prilikom plastičnog deformiranja javljaju povrative i nepovrative deformacije te možemo reći kako se pojava plastičnosti u užem smislu odnosi na pojavu nepovrativih deformacija u tijelu nakon procesa rasterećenja.

Plastične i elastične deformacije tijela su skleronomne pojave, što znači da odziv materijala na opterećenje ne ovisi o vremenu *t*, odnosno o brzini deformiranja. Ako takva ovisnost i postoji, možemo ju zanemariti. Uz ovu početnu pretpostavku na području teorije plastičnosti ograničili smo se na male pomake i male deformacije.

Zadatak teorije plastičnosti je da eksperimentalne podatke o plastičnom ponašanju materijala formulira u oblik općih matematičkih jednadžbi i formula te isto tako pokušati dati odgovor zašto nastaje i kako nastaje plastično deformiranje materijala. Teorija plastičnosti daje osnovne jednadžbe veza između deformacija i naprezanja u obliku fizikalnih zakona. Da bi došlo do plastične deformacije mora biti zadovoljen uvjet tečenja u nekoj točki materijala.

Razlikujemo duktilne i krhke materijale. Kod duktilnih materijala do loma dolazi zbog pojave velikih plastičnih deformacija te je potrebno utrošiti puno energije da bi došlo do loma, dok za razliku krhki materijali pucaju uz pojavu vrlo malih plastičnih deformacija, ali ih odlikuje visoka vlačna čvrstoća. [4]

Često se mehanička, elastična i plastična svojstva materijala određuju pokusima rastezanja. Na osnovu tog pokusa dobiva se dijagram koji se općenito naziva dijagram deformiranja, odnosno u ovom slučaju dijagram rastezanja.



Slika 10. Dijagram ovisnosti naprezanja i deformacija [4]

Ako se sila *F* podjeli s početnom površinom poprečnog presjeka epruvete A_0, dobit će se tehničko ili inženjersko naprezanje σ_0. Stvarno naprezanje σ dobije se dijeljenjem sile *F* sa trenutnom površinom poprečnog presjeka epruvete *A*. Zbog Poissonove kontrakcije *A* je uvijek manji od A_0, stoga je stvarno naprezanje uvijek veće od inženjerskog. Dijagram započinje linearno – elastičnim dijelom u kojem su naprezanja i deformacije linearno ovisni preko Youngovog modula elastičnosti *E*. Veći modul elastičnosti u dijagramu bit će prikazan strmijim nagibom, što znači da će za isto istezanje biti potrebno veće naprezanje. Nakon razvlačenja epruvete iza točke A koja predstavlja granicu tečenja, počinje plastično tečenje materijala. Kako se materijal deformira nakon prelaska granice tečenja varira od materijala do materijala. U našem slučaju nakon granice tečenja dolazi do kontinuiranog povećanja naprezanja zbog očvršćenja materijala plastičnim deformiranjem. U ovom radu razmatrat će se izotropno očvršćenje materijala te smo se ograničili na stabilno ponašanje materijala i iz tog razloga se neće razmatrati omekšanje materijala do kojeg dolazi nakon dosezanje vlačne čvrstoće σ_M.

3.1.1. Osnove materijalnog elasto-plastičnog modela

Ukupna deformacija može se rastaviti na povrativu elastičnu deformaciju i nepovrativu ili trajnu plastičnu deformaciju, a ona za troosno stanje naprezanja glasi:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{p} . \tag{3.1}$$

Elastično deformiranje možemo formulirat na način da za svaku točku deformiranog tijela, komponente elastičnog tenzora deformacije ε_{ij}^{e} linearno ovise o komponentama tenzora naprezanja σ_{ij}^{e}. Navedeni odnos može se prikazati sljedećim izrazom:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}^{e} , \tag{3.2}$$

pri čemu je matrica elastičnosti opisana tenzorom četvrtog reda, dok su naprezanje i deformacija tenzori drugog reda. Većinu tehničkih materijala smatramo izotropnima, a broj koeficijenata matrice elastičnosti reduciramo na dva, modul elastičnosti *E* i modul smicanja *G* koji su međusobno povezani Poissonovim faktorom *ν,* sljedećom relacijom:

$$\frac{E}{G} = 2(1+\nu) . \tag{3.3}$$

Tenzor elastičnosti za linearni izotropni materijala jednak je:

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) , \tag{3.4}$$

gdje je δ_{ij} Kroneckerov simbol, dok su izrazi za Lameove konstatne dane izrazima:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} . \tag{3.5}$$

Veza naprezanja i deformacija za plastično područje deformiranja dana je izrazom:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} + \varepsilon_{kl}^{p}) , \tag{3.6}$$

gdje σ_{ij} predstavlja Cauchyev tenzor naprezanja, a ε_{kl} Green-Lagrangeov tenzor deformacija kojeg možemo rastaviti na sljedeći način:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{kl} + u_{lk}) . \tag{3.7}$$

Naprezanje možemo rastaviti na sferni i devijatorski dio. Elastičnim deformiranjem postižemo promjenu volumena deformiranog tijela, a u nekim slučajevima i promjenu oblika tijela, dok devijatorski dio u izrazu tenzora naprezanja označava isključivo promjenu oblika tijela te ga koristimo za opisivanje plastične deformacije:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{sf} + \sigma_{dev} = \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} + S_{ij} . \tag{3.8}$$

Kod jednoosnog naprezanja, dolaskom naprezanja do granice tečenja započinje plastično deformiranje tijela, a uvjet tečenja glasi:

$$|\sigma| = \sigma_Y , \tag{3.9}$$

gdje σ_Y označava granicu tečenja, dok prilikom troosnog naprezanja, uvjet tečenja možemo opisat skalarnom funkcijom:

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, \kappa) . \tag{3.10}$$

Iz izraza (2.10) vidimo kako funkcija tečenja ovisi o povijesti plastične deformacije definirane parametrom očvršćenja κ, naprezanju i plastičnoj deformaciji.

Pomoću invarijanti tenzora naprezanja možemo izvesti funkciju tečenja. Razlikujemo tri glavne invarijante naprezanja definirane na sljedeći način:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{kk} , \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}) , \\ I_3 &= \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{kl} + \frac{1}{6}\sigma_{ii}\sigma_{jj}\sigma_{kk} - \frac{1}{2}\sigma_{kk}\sigma_{ij}\sigma_{ij} . \end{aligned} \tag{3.11}$$

Kako je ranije definirano da devijatorski dio tenzora naprezanja opisuje plastično tečenje, njegove invarijante glase:

$$J_1 = S_{kk}\,,$$
$$J_2 = \frac{1}{2}(S_{ij}S_{ij} - S_{ii}S_{jj})\,,$$
$$J_3 = \frac{1}{3}\mathrm{S_{ij}S_{jk}S_{kl}} + \frac{1}{6}S_{ii}S_{jj}S_{kk} - \frac{1}{2}S_{kk}S_{ij}S_{ij}\,. \tag{3.12}$$

Kod izotropnih materijala funkcija tečenja ovisi o glavnim naprezanjima, ali ne i o njihovim pravcima $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$. Eksperimentima je dokazano kako plastično tečenje materijala ne ovisi o srednjem normalnom naprezanju σ_{ii} te se iz tog razloga prva invarijanta naprezanja gubi. Ovaj uvjet vrijedi samo za homogenizirane izotropne metale. Uzimajući u obzir kako funkcija tečenja ovisi o devijatorskom dijelu naprezanja, a zanemarujući prvu invarijantu dolazimo do izraza koji ovisi samo o drugoj i trećoj invarijanti naprezanja, a on glasi:

$$f(J_2, J_3) = 0\,. \tag{3.13}$$

U našem slučaju monotonog vlačnog opterećenja kada se materijal nalazi u plastičnom području deformiranja dolazi do pojave izotropnog očvršćenja. Ono se temelji na pretpostavkama da su svojstva materijala ista u svim smjerovima i da se Bauschingerov efekt može zanemariti. Na razmatranom slučaju nemamo pojavu kinematičkog očvršćenja iz razloga što se promatra monotono opterećenje materijala, tj. nema promjene smjera opterećenja, odnosno naprezanja, a samim tim i ne dolazi do pojave Bauschingerovog efekta. Primjenom navedenih pretpostavki dolazimo do širenja krivulje tečenja u jednakom iznosu u svim smjerovima, odnosno povećava se elastično područje s pojavom plastične deformacije.

3.2. 1D Plastično izotropno očvršćenje

Algoritmi za modeliranje elasto-plastičnosti koji se koriste u ovom radu ilustrirani su ovdje na primjeru 1D modela plastičnosti. Jednodimenzijska plastičnost korisna je kao uvod prema razumijevanju kompleksnijih tema, ali je također praktična za elemente koji se često koriste u računalnim analizama gdje se u obzir uzimaju samo male deformacije.

3.2.1. Izvod elasto-plastičnog tangentnog modula

Ukupna deformacija definirana je prema izrazu:

$$\varepsilon = \varepsilon^p + \varepsilon^e, \tag{3.14}$$

gdje ε^e predstavlja elastičnu deformaciju, dok sa ε^p *označavamo plastičnu deformaciju.*

Naprezanje je linearno elastično kada je uvjet tečenja $f < 0$ te se može računati prema sljedećem izrazu:

$$\sigma = E\varepsilon^e = E(\varepsilon - \varepsilon^p)\,. \tag{3.15}$$

Kinematičko očvršćenje se zanemaruje te se pretpostavlja pravilo toka:

$$\dot{\varepsilon}^p = \gamma sign(\sigma)\,. \tag{3.16}$$

Uvjet tečenja možemo definirati na sljedeći način:

$$f(\sigma) = |\sigma| - G(\alpha)\,, \tag{3.17}$$

gdje je *G(α)* funkcija granice tečenja koja uključuje vrstu izotropnog očvršćenja te je ono dano u ovisnosti o *α*.

Primjenjeni su uobičajeni Kuhn-Tuckerovi uvjeti ($\gamma \geq 0$, $f(\sigma) \leq 0$ te $\gamma f(\sigma)=0$). Ukoliko je $f(\sigma)=0$ uvjet konzistentnosti zahtijeva da je $\gamma \dot{f}(\sigma) = 0$.

Stoga, kada je $\gamma > 0$, $\dot{f} = 0$ tako da prema lančanom pravilu dobivamo izraz:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial G}\frac{\partial G}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0\,. \tag{3.18}$$

Implementacijom navedenih izraza u izraz (2.17) dobivamo sljedeću relaciju:

$$\dot{f} = sign(\alpha)\dot{\sigma} + (-1)\frac{\partial \sigma}{\partial \alpha}\dot{\alpha} = 0\,. \tag{3.19}$$

Podsjetimo se kako je $\dot{\alpha} = \gamma, \dot{\sigma} = E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon^p})$ te $\dot{\varepsilon} = \gamma sign(\sigma)$. Primjenom supstitucije u izraz (2.19) slijedi:

$$\dot{f} = sign(\sigma)E(\dot{\varepsilon} - \gamma sign(\sigma)) - \frac{\partial G}{\partial \alpha}\gamma = 0 \tag{3.20}$$

Kako je $(sign(\sigma))^2 = 1$ dobivamo izraz za γ:

$$\gamma = \frac{sign(\sigma)E\dot{\varepsilon}}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}}. \tag{3.21}$$

Iz gore navedenih rezultata možemo u konačnici doći do izraza za elasto-plastičan tangentni modul, $C_{ep} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$. Uzimajući u obzir kako je $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon}$ te koristeći izraze (2.15), (2.16) i (2.21) dobivamo:

$$\dot{\sigma} = E\left(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^P\right) = E\left(\dot{\varepsilon} - \gamma \,\mathrm{sign}\left(\sigma\right)\right) = E(\dot{\varepsilon} - \frac{\left(\mathrm{sign}\left(\sigma\right)\right)^2 E\dot{\varepsilon}}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}}). \tag{3.22}$$

Nakon skraćivanja i pojednostavljenja izraza prirast naprezanja glasi:

$$\dot{\sigma} = \left[E - \frac{E^2}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}} \right]\dot{\varepsilon} = \frac{E\frac{\partial G}{\partial \alpha}}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}}\dot{\varepsilon}. \tag{3.23}$$

Iz izraza (2.23) vidimo kako elasto-plastični modul možemo definirati na sljdeći način:

$$C_{ep} = \frac{E\frac{\partial G}{\partial \alpha}}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}}. \tag{3.24}$$

3.2.2. Izvod 1D plastičnih algoritamskih članova za slučaj izotropnog očvršćenja

U nastavku će se dati kratko razmatranje algoritamskih članova za 1D plastične probleme. Ukoliko je inkrement deformacije zadan, dobivamo novu ukupnu deformaciju ε. Pomoću ovih podataka računa se pokusni uvjet tečenja f_{n+1}^{trial}. Ako je $f_{n+1}^{trial} \leq 0$ imamo elastično deformiranje te je rješenje trivijalno. Ukoliko je $f_{n+1}^{trial} \leq 0$ imamo pojavu plastičnosti. Za računanje plastičnog inkrementa problem leži u tome da je potrebno naći $\sigma_{n+1}, \alpha_{n+1}$ koji zadovoljavaju uvjet da je $f(\sigma_{n+1}, \alpha_{n+1}) = 0$ te $\Delta\gamma > 0$.

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1} &= E\left(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n+1}^{p}\right) \\ &= E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n}^{p}) - E(\varepsilon_{n+1}^{p} - \varepsilon_{n}^{p}) \\ &= E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n}^{p}) - E\dot{\varepsilon}_{n+1}^{p} \\ &= \sigma_{n+1}^{trial} - E\Delta\gamma sign(\sigma_{n+1}). \end{aligned} \tag{3.25}$$

Pod pretpostavkom da se točna vrijednost $\Delta\gamma > 0$ može pronaći za trenutni plastični inkrement, svi se potrebni parametri izračunavaju prema sljedećim izrazima:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E sign(\sigma_{n+1}) \tag{3.26}$$

$$\varepsilon_{n+1}^{p} = \varepsilon_{n}^{p} + \Delta\gamma sign(\sigma_{n+1}) \tag{3.27}$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_{n+1} + \Delta\gamma \tag{3.28}$$

$$f_{n+1} \equiv \left|\sigma_{n+1}\right| - G(\sigma_{n+1}) = 0. \tag{3.29}$$

Sustav jednadžbi (2.26-2.29) se rješava na sljedeći način prema uvjetu stanja dobivenog pomoću početne pretpostavke o čistom elastičnom deformiranju (Slika 12.):

$$\left|\sigma_{n+1}\right| sign(\sigma_{n+1}) = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| sign(\sigma_{n+1}^{trial}) - \Delta\gamma E sign(\sigma_{n+1}), \tag{3.30}$$

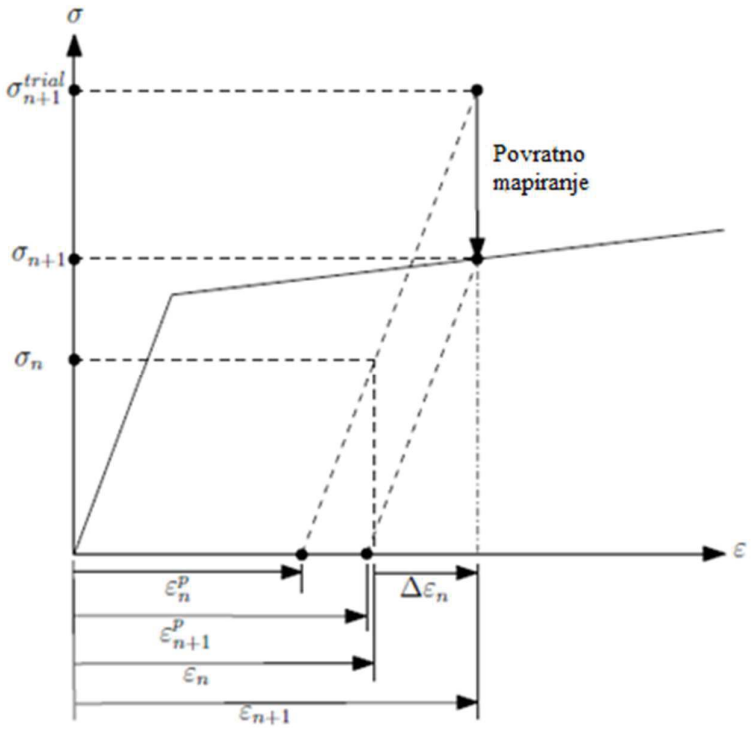
koji nakon sređivanja daje:

$$\left[\left|\sigma_{n+1}\right| + \Delta\gamma E\right] sign(\sigma_{n+1}) = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| sign(\sigma_{n+1}^{trial}). \tag{3.31}$$

Kako su vrijednosti $\Delta\gamma$ i E veće od nule da bi izraz (2.31) bio valjan moraju se zadovoljiti sljedeća dva uvjeta:

$$sign(\sigma_{n+1}) = sign(\sigma_{n+1}^{trial}) \tag{3.32}$$

$$\left|\sigma_{n+1}\right| + \Delta\gamma E = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|. \tag{3.33}$$



Slika 11. Povratno preslikavanje iz pokusnog elastičnog stanja

Preostaje odrediti parametar konzistentnosti $\Delta\gamma > 0$ iz diskrentnog uvjeta konzistentnosti (2.29). Upotrebom izraza (2.27) i (2.28) dobivamo:

$$\begin{aligned} f_{n+1} &= \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) \\ f_{n+1} &= \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) - G(\alpha_n) + G(\alpha_n) \\ f_{n+1} &= \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - G(\alpha_n) - \Delta\gamma E + G(\alpha_{n+1}) + G(\alpha_n) \\ f_{n+1} &= f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) + G(\alpha_n) = 0. \end{aligned} \tag{3.34}$$

Konačni oblik dobiven izrazom (2.34) je često nelinearna jednadžba u pogledu $\Delta\gamma$ te se mora riješiti iterativno, Newton-Raphson-ovom metodom.

Kada je poznata vrijednost $\Delta\gamma$ izraz (2.32) možemo uvrstiti u izraze (2.26-2.28) te dobivamo sljedeći sustav jednadžbi:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E sign(\sigma_{n+1}^{trial}),, \tag{3.35}$$

$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta\gamma sign(\sigma_{n+1}^{trial}), \tag{3.36}$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta\gamma. \tag{3.37}$$

Također, treba uzeti u razmatranje kako se izraz (2.35) može zapisati i na sljedeći način:

$$\sigma_{n+1} = \left[1 - \frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]\sigma_{n+1}^{trial}, \tag{3.38}$$

gdje drugi član izraza (2.38) predstavlja korekciju pokusnog naprezanja σ_{n+1}^{trial}.

3.2.3. Tangentni modul

Kako bi mogli sažeti potrebni algoritam moramo prvo izvesti konzistentni ili algoritamski tangetni modul. Konzistentni tangetni modul glasi:

$$C_{n+1}^{(k)} = \frac{\partial\sigma_{n+1}^{(k)}}{\partial\varepsilon_{n+1}^{(k)}}. \tag{3.39}$$

U sljedećem izvodu koeficijent *k* se izostavlja, gdje je iteracijska varijabla. Prvo je potrebno derivirati početno naprezanje iz početnog elastičnog probnog koraka:

$$\frac{\partial\sigma_{n+1}^{trial}}{\partial\varepsilon_{n+1}} = E. \tag{3.40}$$

U nastavku, iz izraza (2.21) upotrebom implicitne integracije po vremenu može se dobiti sljedeći izraz:

$$\frac{\gamma}{\dot{\varepsilon}} = \frac{sign(\sigma)E}{E + \frac{\partial G}{\partial\alpha}} \Rightarrow \frac{\alpha(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}} = \frac{sign(\sigma_{n+1}^{trial})E}{E + \frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}}. \tag{3.41}$$

Razmatranje koje dovodi do izraza (2.41) nije rigorozno te ne predstavlja standardni način izračuna, no međutim je puno jednostavnije te također vidimo kako je primjenjivo i na više dimenzije, 2D i 3D modele.

Stroži pristup opisan u [6] kreće od skalara uvjeta konzistentnosti. Ako upotrijebimo prvi redak iz izraza (2.34) te ga izjednačimo s nulom, reformulacijom jednadžbe dobivamo implicitnu jednadžbu s lančanim pravilom te rješavamo $\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}$ kako slijedi:

$$\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1} = 0 \tag{3.42}$$

$$\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}E + \frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}\frac{\partial\alpha_{n+1}}{\partial(\Delta\gamma)}\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}} = \frac{\partial\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}{\partial\varepsilon_{n+1}} \tag{3.43}$$

$$\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}E + \frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}(1)\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}} = sign(\sigma_{n+1}^{trial})E \tag{3.44}$$

$$\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}(E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}})=sign(\sigma_{n+1}^{trial})E \tag{3.45}$$

$$\frac{\partial(\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}=\frac{sign(\sigma_{n+1}^{trial})E}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}} \tag{3.46}$$

Pomoću gornjih izraza, diferenciranjem izraza (2.35) s obzirom na ε_{n+1} dobivamo:

$$\frac{\partial\sigma_{n+1}}{\partial\varepsilon_{n+1}}=\left[1-\frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]\frac{\partial\sigma_{n+1}^{trial}}{\partial\varepsilon_{n+1}}+\frac{\partial\left(\frac{-\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right)}{\partial\varepsilon_{n+1}}\partial\sigma_{n+1}^{trial}. \tag{3.47}$$

Nakon pojednostavljenja, korištenjem izraza (2.40) i (2.41) dobivamo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\left(\frac{-\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right)}{\partial\varepsilon_{n+1}}&=\frac{\partial(-\Delta\gamma)}{\partial\varepsilon_{n+1}}\frac{E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}+(-\Delta\gamma E)\left(\frac{\partial\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|^{-1}}{\partial\varepsilon_{n+1}}\right)\\&=\frac{-E^2}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}}\frac{sign(\sigma_{n+1}^{trial})}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}+(-\Delta\gamma E)\left(\frac{-1}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|^2}\right)sign(\sigma_{n+1}^{trial})E.\end{aligned} \tag{3.48}$$

Primjenom supstitucije izraza (2.48) u izraz (2.47) uz upotrebu izraza (2.41) dobivamo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_{n+1}}{\partial\varepsilon_{n+1}} &= \left[1-\frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]E-\frac{E^2 sign(\sigma_{n+1}^{trial})\sigma_{n+1}^{trial}}{(E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}+\frac{\Delta\gamma E^2 sign(\sigma_{n+1}^{trial})\sigma_{n+1}^{trial}}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|^2}\\ &= E-\frac{\Delta\gamma E^2}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}-\frac{E^2\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}{(E+\frac{\partial\sigma_{n+1}}{\partial\alpha_{n+1}})\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}+\frac{\Delta\gamma E^2\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|^2}\\ &= E-\frac{\Delta\gamma E^2}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}-\frac{E^2}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}}+\frac{\Delta\gamma E^2}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\\ &= \frac{E\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha_{n+1}}}\\ &= \frac{E\frac{\partial G}{\partial\alpha}}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha}}.\end{aligned} \tag{3.49}$$

Stoga, algoritamski tangentni modul za 1D slučaj ekvivalentan je elasto-plastičnom tangentnom modulu koji glasi:

$$C_{ep}=C_{n+1}^{(k)}=\frac{\partial\sigma_{n+1}^{(k)}}{\partial\varepsilon_{n+1}^{(k)}}=\frac{E\frac{\partial G}{\partial\alpha}}{E+\frac{\partial G}{\partial\alpha}}. \tag{3.50}$$

Uz sve gore navedeno možemo sažeti algoritam za 1D slučaj plastičnosti sa izotropnim očvršćenjem. Osnovni algoritamski pristup prikazan je u Tablici 3. Na osnovu ovog pristupa se dalje izvode algoritmi s različitim načinima očvršćenja, poput linearnog, eksponencijalnog i Ramberg-Osgood-ovog pristupa.

Tablica 3. Algoritam za 1D model plastičnosti sa izotropnim očvršćenjem

1. Pohrana poznatih vrijednosti $\{\varepsilon_n,\ \varepsilon_n^p, \alpha_n\}$
2. Definiranje inkrementa prirasta deformacije $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta\varepsilon_n$.
3. Izračun pokusnog elastičnog naprezanja, pokusne vrijednosti funkcije tečenja te provjera tečenja:

$$\sigma_{n+1}^{trial} = E\left(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p\right)$$
$$f_{n+1}^{trial} = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - G(\alpha_n)$$

Ukoliko je $f_{n+1}^{trial} \leq 0$ tada imamo elastičan inkrement opterećenja,

definirat $\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial}$,

definirat $C_{ep} = E$.

Ako je $f_{n+1}^{trial} > 0$ tada je inkrement opterećenja elasto-plastičan,

nastaviti na korak 4.

4. Elasto-plastičan inkrement

Izračunat $\Delta\gamma$ *k*oristeći

$$f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) + G(\alpha_n) = 0,$$
$$\sigma_{n+1} = \left[1 - \frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]\sigma_{n+1}^{trial}$$
$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta\gamma sign(\sigma_{n+1}^{trial})$$
$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta\gamma$$
$$C_{ep} = \frac{E\frac{\partial G}{\partial \alpha}}{E + \frac{\partial G}{\partial \alpha}}$$

Izlaz iz algoritma.

Pomoću različitih funkcija očvršćenja možemo definirati granicu tečenja $G(\alpha)$. Različiti pristupi opisivanja materijalnog očvršćenja omogućuju široku primjenu na različitim materijalnim modelima. Ovi algoritmi unapređuju varijable rješenja iz trenutnih vrijednosti u inkrementu *n* na vrijednosti dane inkrementom *n+1*. U nastavku će biti prikazani algoritmi sukladni problematici rada te će se dati uvid u algoritme za modele sa eksponencijalnim očvršćenjem te Ramberg-Osgood-ov model.

3.3. Model eksponecijalnog očvršćenja

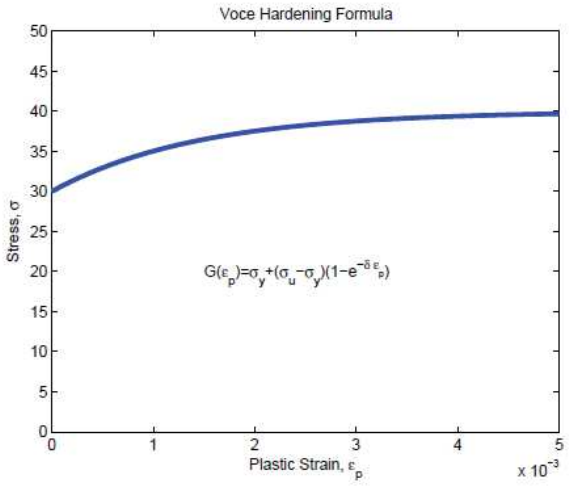
Eksponencijalni oblik očvršćenja predložio je Voce prema [7] koji pretpostavlja da očvršćenje na koncu dosegne maksimalno naprezanje. U ovom slučaju funkcija granice tečenja glasi:

$$G(\alpha) = \sigma_y + (\sigma_u - \sigma_y)(1 - e^{-\delta\alpha}), \tag{3.51}$$

gdje je $G(\alpha)$ funkcija granice tečenja u ovisnosti o koeficijentu α. σ_y predstavlja stvarno naprezanje, dok σ_u označava granicu tečenja te prema tome slijedi da je:

$$\frac{\partial G}{\partial \alpha} = (\sigma_u - \sigma_y)\delta e^{-\delta\alpha}. \tag{3.52}$$

Algoritam za model eksponencijalnog očvršćenja dan je u nastavku u Tablici 4. Za slučaj elasto-plastičnog inkrementa kako bi dobili točnu vrijednost $\Delta\gamma$ koristimo iterativnu Newton-Raphson-ovu metodu.



Slika 12. Model eksponencijalnog plastičnog očvršćenja (Voce) [7]

Tablica 4. Algoritam za 1D model plastičnosti sa eksponencijalnim izotropnim očvršćenjem

1. Pohrana poznatih vrijednosti $\{\varepsilon_n,\ \varepsilon_n^p, \alpha_n\}$
2. Definiranje inkrementa prirasta deformacije $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta\varepsilon_n$.
3. Izračun pokusnog elastičnog naprezanja, pokusne vrijednosti funkcije tečenja te provjera tečenja:

$$\sigma_{n+1}^{trial} = E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p)$$
$$\varepsilon_{n+1}^{p\ trial} = \varepsilon_n^p$$
$$\alpha_{n+1}^{trial} = \alpha_n$$
$$C = \sigma_u - \sigma_y$$
$$f_{n+1}^{trial} = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - \left(\sigma_y + C(1 - e^{-\delta\alpha_n})\right)$$

Ukoliko je $f_{n+1}^{trial} \leq 0$ tada imamo elastičan inkrement opterećenja,

definirati $\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial}$,

definirati $C_{ep} = E$.

Izlaz iz algoritma.

Ako je $f_{n+1}^{trial} > 0$ tada je inkrement opterećenja elasto-plastičan,

nastaviti na korak 4.

4. Elasto-plastičan inkrement

Izračunat $\Delta\gamma$ *k*oristeći Newton-Raphsonovu metodu (Tablica 5.)

$$f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) + G(\alpha_n) = 0,$$
$$\sigma_{n+1} = \left[1 - \frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]\sigma_{n+1}^{trial}$$
$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta\gamma sign = (\sigma_{n+1}^{trial})$$
$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta\gamma$$
$$C_{ep} = \frac{EC\delta_e^{-\delta_{n+1}}}{E + C\delta_e^{-\delta_{n+1}}}$$

Izlaz iz algoritma.

Tablica 5. Newton-Raphsonove iteracije za algoritam eksponencijalnog očvršćenja

1. Postavit $\Delta\gamma = 0$
2. Izračunat *R*, gdje je

   $$R = f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_n + \Delta\gamma) + G(\alpha_n)$$
   $$G(\alpha) = \sigma_y + C(1 - e^{-\delta\alpha})$$

3. Inicijaliziranje varijable

   Zadati *maxiter* (varijabla)

   Zadati *k* (broj iteracija)

   Zadati *tol* (greška)

   Zadati d_g

4. WHILE $|R| > tol$ i $k < maxiter$

   $$\frac{dR}{d\Delta\gamma} = -E - C\delta e^{-\delta(\alpha_n + \Delta\gamma)}$$
   $$d_g = -\left[\frac{dR}{d\Delta\gamma}\right]^{-1} R$$

   Ažurirat $\Delta\gamma = \Delta\gamma + d_g$

   Preračunat $R = f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_n + \Delta\gamma) + G(\alpha_n)$

   Ažurirat $k = k+1$

   END WHILE

5. Kraj Newton-Raphson iteracije

Abaqus nudi nekoliko modela za analizu plastičnosti metala. Razlikujemo one modele koji ovise o brzini promjene (eng. rate-dependent) te one koje o njoj ne ovise (eng. rate-independent). Također možemo birati između Misesove površine tečenja za izotropne materijale i Hill-ove površine popuštanja za anizotropne materijale, a isto tako za modele neovisne o brzini promjene možemo birati između izotropnog ili kinematičkog očvršćenja. U našem slučaju promatraju se rate-independent modeli s von Misesovim kriterijem tečenja i izotropnim očvršćenjem.

Inkrement deformacije, rastavljen na elastični i plastični dio možemo zapisati preko izraza:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{el} + d\varepsilon^{pl}. \tag{3.53}$$

Koristeći se standardnom definicijom korelacijskih veza, izraz (2.53) možemo zapisati u integriranom obliku:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl}. \tag{3.54}$$

Elastičnost je linearna i izotropna i, prema tome, može se zapisati kroz dva parametra materijala koji ovise o temperaturi. U svrhu ovog razvoja najprikladnije je odabrati parametre *K* te modul smicanje, *G*. Oni se izračunavaju direktno preko ovisnosti Youngova modula, *E* i Poissonovog faktora υ, kao:

$$K = \frac{E}{2(1+\nu)}, \tag{3.55}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}. \tag{3.56}$$

Plastičnost zahtijeva da materijal zadovoljava odnos jednoosnog naprezanja i plastične deformacija. Ako je materijal neovisan o brzini, ovo je uvjet prinosa:

$$q = \sigma^0, \tag{3.57}$$

gdje je $\sigma^0(\bar{e}^{pl}, \theta)$ granica tečenja definirana od strane korisnika u oisnosti o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji $\bar{e}^{pl}$ i temperaturi θ.

Nadalje, model neovisan o brzini (eng. rate-independent) i model ovisan o brzini (eng. rate dependent) daju opći jedoosni oblik prema izrazu:

$$q = \bar{\sigma}\left(\bar{e}^{pl}\right). \tag{3.58}$$

gdje za model neovisan o brzini definiramo $\bar{\sigma} = \sigma^0$.

3.4. Model Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja

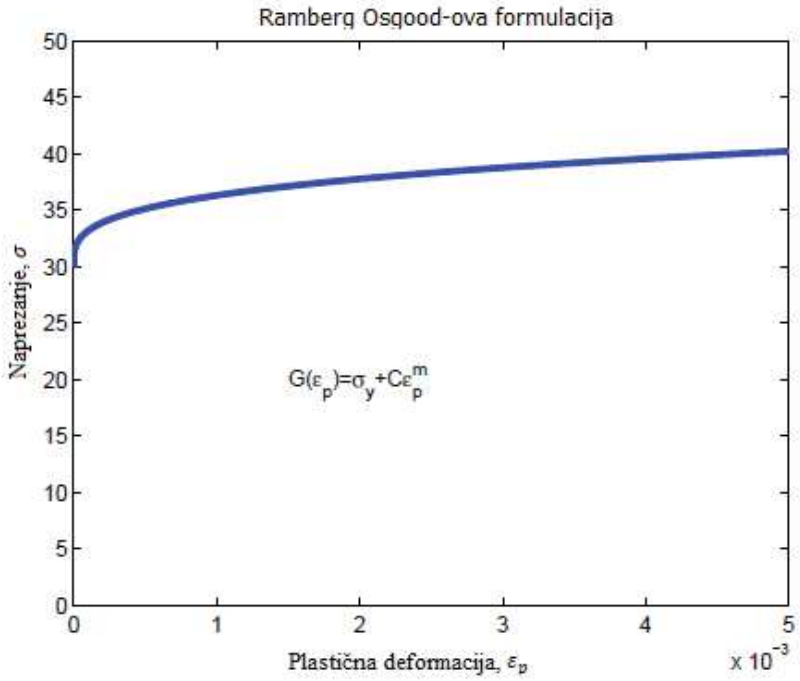
Ramberg-Osgood-ov materijalni model očvršćenja često se koristi za opisivanje ponašanja metala. Oblik ovdje korištene jednadžbe daju M. Kojic i K.J. Bathe u [8]. Funkcija granice tečenja definirana je kao:

$$G(\alpha) = \sigma_y + C\alpha^m, \tag{3.63}$$

te prema tome slijedi:

$$\frac{\partial G}{\partial \alpha} = mC\alpha^{m-1} \tag{3.64}$$

Algoritam za model eksponencijalnog očvršćenja dan je u nastavku u Tablici 6. Za slučaj elasto-plastičnog inkrementa kako bi dobili točnu vrijednost za $\Delta\gamma$ koristimo iterativnu Newton-Raphson-ovu metodu.



Slika 13. Model Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja [7]

Tablica 6. Algoritam za 1D model plastičnosti s Ramberg-Osgood-ovim izotropnim očvršćenjem

1. Pohrana poznatih vrijednosti $\{\varepsilon_n,\ \varepsilon_n^p, \alpha_n\}$
2. Definiranje inkrementa prirasta deformacije $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta\varepsilon_n$.
3. Izračun pokusnog elastičnog naprezanja, pokusne vrijednosti funkcije tečenja te provjera tečenja:

$$\sigma_{n+1}^{trial} = E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p)$$
$$\varepsilon_{n+1}^{p\ trial} = \varepsilon_n^p$$
$$\alpha_{n+1}^{trial} = \alpha_n$$
$$f_{n+1}^{trial} = \left|\sigma_{n+1}^{trial}\right| - \left(\sigma_y + C\alpha_n^m\right)$$

Ukoliko je $f_{n+1}^{trial} \leq 0$ tada imamo elastičan inkrement opterećenja,

Zadati $\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial}$, (vektor askijalnog naprezanja elementa)

Zadati $C_{ep} = E$ $(tangentni\ modul = modulu\ elastičnosti)$.

Ako je $f_{n+1}^{trial} > 0$ tada je inkrement opterećenja elasto-plastičan,

nastaviti na korak 4.

4. Elasto-plastičan inkrement

Izračunat $\Delta\gamma$ $k$oristeći Newton-Raphsonovu metodu (Tablica 7.)

$$f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_{n+1}) + G(\alpha_n) = 0,$$
$$\sigma_{n+1} = \left[1 - \frac{\Delta\gamma E}{\left|\sigma_{n+1}^{trial}\right|}\right]\sigma_{n+1}^{trial}$$
$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta\gamma sign(\sigma_{n+1}^{trial})$$
$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta\gamma$$
$$C_{ep} = \frac{EmC\alpha_{n+1}^{m-1}}{E + mC\alpha_{n+1}^{m-1}}$$

Izlaz iz algoritma.

Tablica 7. Newton-Raphsonove iteracije za algoritam Ramberg-Osgood-ovog očvršćenja

1. Postavit $\Delta\gamma = 0$
2. Izračunat *R*, gdje je

   $R = f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_n + \Delta\gamma) + G(\alpha_{n),}$

   $G(\alpha) = \sigma_y + C\alpha^m$
3. Inicijaliziranje varijable

   Zadati *maxiter* (varijabla)

   Zadati *k* (broj iteracija)

   Zadati *tol* (greška)

   Zadati d_g
4. WHILE $|R| > tol$ i $k < maxiter$

   $\frac{dR}{d\Delta\gamma} = -E - mC(\alpha_n + \Delta\gamma)^{m-1}$

   $d_g = -\left[\frac{dR}{d\Delta\gamma}\right]^{-1} R$

   Ažurirat $\Delta\gamma = \Delta\gamma + d_g$

   Preračunat $R = f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma E - G(\alpha_n + \Delta\gamma) + G(\alpha_n)$

   Ažurirat $k = k+1$

   END WHILE
5. Kraj Newton-Raphson iteracije

Izraz (3.63) je zapravo analogan dobro poznatoj Ramberg-Osgood-ovoj jednadžbi koja se koristi za materijale koji ukazuju na pojavu očvršćenja s pojavom plastičnih deformacija, no naravno postoji značajna razlika u ova dva pristupa. Zakon potencije (eng. *Power Law*) opisuje očvršćenje materijala u plastičnom području te odnos naprezanja i deformacija. The Ramberg-Osgoodova jednadžba, s druge strane, koristi se za materijale koji pokazuju eksponencijalnu vezu naprezanja i deformacija u linearno elastičnom i plastičnom području. Pretpostavlja se da čak i u linearnom elastičnom području postoje male trajne plastične deformacije no kako su obično beznačajne, zanemaruju se.

Ramberg-Osgoodova jednadžba prema [18] glasi:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^n}{F} = \varepsilon^e + \varepsilon^p, \tag{3.65}$$

gdje je *F* konstanta proporcionalnosti, a *n* eksponent deformacijskog očvršćenja.

Izraz se može zapisati u obliku:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K\left(\frac{\sigma}{E}\right)^n, \tag{3.66}$$

gdje je *K* modul deformacijskog kaljenja, a *n* eksponent deformacijskog očvršćenja.

Ukoliko definiramo novi parametar $\alpha = K(\sigma_0/E)^{n-1}$, gdje σ_0 predstavlja granicu tečenja, izraz (2.58) poprima sljedeći oblik:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha\frac{\sigma}{E}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{n-1}, \tag{3.67}$$

što je još oblik izraza Ramberg-Osgood pristupa korištenog u programskom paketu *Abaqus*. Postupak dobivanja koeficijenta očvršćenja *K* i eksponenta *n* se temelji na izradi krivulje ovisnosti naprezanja-deformacija (sigma-epsilon dijagram) u logaritamskom mjerilu. Možemo reći da je odstupanje krivulje od pravca σ=0 u dijagramu naprezanja i deformacija jednako koeficijentu *K* dok parametar *n* označava nagib pravca, tj. krivulje. Pri izradi Ramberg-Osgood-ovog modela materijala, potrebno je iskoristit podatke iz dijagrama nominalnog naprezanja i deformacija, pri čemu se u programskom paketu *Excel* unesu stvarna naprezanja pomoću kojih se onda izračunava deformacija pomoću izraza (3.67). Zatim se traži greška izračunatih deformacija od onih iz dijagrama nominalno naprezanje-deformacija te slijedi traženje minimalne vrijednosti greške deformacija, prilagođavanjem eksponenta očvršćenja *n* i pomaka granice tečenja σ_T.

3.5. Model plastičnosti

Modeli plastičnosti često se koriste u programima za analizu pomoću metode konačnih elemenata kako bi se uzelo u obzir nelinearno ponašanje materijala. Definiranje plastičnog modela je nužna za modeliranje ponašanja elemenata kada postoji mogućnost plastičnog ponašanja materijala. U ovom radu opisana je relevantna terminologiju koja pruža brojne izvode za plastične modele sa izotropnim očvršćenjem. Prikazani su algoritmi koji najbolje opisuju ponašanje materijala razrađenog u ovom diplomskom radu te način na koji su ti modeli implementirani u programe za provedbu numeričkih analiza korištenjem metode konačnih elemenata.

3.6. Izravna dinamička simulacija (DNS)

Pojam izravna numerička simulacija ili DNS odnosi se na vrlo detaljnu numeričku analizu bez potrebe za postupcima simulacije i homogenizacije s više skala ili definiranjem reprezentativnog volumenskog elementa (RVE). DNS metoda je postupak modeliranja i analize heterogene mikrostrukture materijala bez ikakvog pojednostavljenja ili homogenizacije. Razvoj industrije i računalnih programa omogućio je veliki napredak DNS metode. Kako bi ispitali složenu mikrostrukturu materijala i pružili nov uvid u mehaničko ponašanja sinteriranih materijala, računala koriste napredne mehaničke modele te uz sposobnost obrade ogromnih količina podataka omogućuju uvid u mehaničko ponašanje sinteriranih materijala. Napredak u računalstvu te sama mogućnost današnjih računala da procesuiraju i rješavaju kompleksne probleme u puno kraćem vremenu omogućuju inženjersku analizu mikroskopskih modela. Navedeni modeli diskretizirani su pomoću 2D ili 3D konačnih elemenata, a za njihovo opisivanje broj stupnjeva slobode gibanja doseže iznimno velike vrijednosti. Numeričku analizu može podijeliti na dvije razine: makroskopski i mikroskopski pristup. Makroskopski pristup pretpostavlja da su sinterirani materijali kontinuum sa homogeniziranim svojstvima materijala čije ponašanje opisujemo izotropnim konstitutivnim jednadžbama. Ovim pristupom globalno ponašanje mikrostrukture sinteriranog materijala predviđa se u uprosječenom smislu. Međutim, ovaj pristup ima ograničenja u opisivanju lokalnog ponašanja te on kao takav ne može dati točnu procjenu lokalnih naprezanja i pojavu zamora. Mikroskopski pristup radi na principu da se sinterirani materijal razmatra kao smjesa

različitih izotropnih ili anizotropnih materijala prilikom čega se zadavaju različita svojstva svakog pojedinog materijala. Najveća prednost ovoga pristupa je detaljan prikaz i mogućnost lokalnog opisivanja konstituenata, njihovog ponašanja te međusobne interakcije. Jedan od najčešće korištenih mikroskopskih pristupa je pomoću jedinične ćelije i reprezentativnog volumenskog elementa. Metoda jedinične ćelije smanjuje veličinu problema na jednu jediničnu ćeliju pomoću periodičnih graničnih uvjeta. Svakako treba napomenuti da je ovaj mikroskopski pristup još jedna metodologija homogenizacije budući da pretpostavlja identično stanje u periodičnoj raspodjeli ćelija. Mikroskopsko modeliranje koristimo za razumijevanje ponašanja sinteriranog materijala te predviđanja loma iz razloga što lom nastaje na mikroskopskoj, a nastavlja se na makroskopsku razinu.

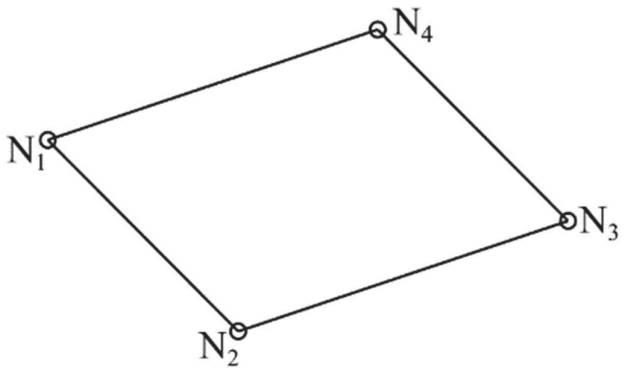
3.7. Reprezentativni volumenski elementi (RVE)

Reprezentativni volumenski element (RVE) predstavlja mali volumen materijala na mikroskopskoj razina koja je reprezentativan za čitav materijal. RVE prikazuje pomoću izravne dinamičke simulacije heterogeni medij preko ekvivalentnog homogenog medija sa prosječnim svojstvima heterogenog nelinearnog materijala. RVE predstavlja statistički reprezentativan uzorak materijala, što znači da daje jednak odziv bez obzira na veličinu i lokaciju unutar materijala koji se promatra te se odziv ne povećava s povećanjem veličine RVE-a. U tom slučaju procesom homogenizacije svojstva uzorka se uprosječuju te se dobivene vrijednosti onda koriste na višoj duljinskoj skali (npr. makroskali). U ovom radu koristit će se 2D RVE elementi koji će biti diskretizirani 2D konačnim elementima (CPE4). RVE je prvenstveno ograničen veličinom u smislu da povećanjem njegove veličine rezultira problemima s generiranjem mikrostrukture i kreiranjem mreže pojedinog RVE-a jer takav proces lako može premašiti određene računalne mogućnosti. U smislu generiranja prihvatljive mreža konačnih elemenata, udaljenost između pora također ima značajnu ulogu. Dva važna čimbenika u stvaranju RVE-a su ukupni broj, odnosno udio pora u promatranom uzorku te njihov položaj. Broj pora, odnosno njihov udio unutar promatranog uzorka smatra se statistički reprezentativnim ako je odziv sinteriranog čelika nepromijenjen kada se njihov broj povećava shodno konstantnom volumenskom udjelu. U ovom radu naglasak će biti odrediti najmanji mogući reprezentativni volumenski element koji će dovoljno dobro opisati ponašanje sinteriranog materijala na makro razini.

3.8. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata rješava probleme numeričkom metodom temeljnom na diskretizaciji kontinuuma. Diskretni model međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode zamjenjuje kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja tako da sam razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata. Po svojoj definiciji, MKE unosi trajnu grešku u rješenje problema proračunskog modela, a dužnost je analitičara da grešku kontrolira i drži unutar standardom propisanih veličina. Metoda konačnih elemenata se koristi prilikom analize složenih konstrukcijskih problema, prventstveno onih koje je teško ili gotovo nemoguće riješiti analitičkim metodama. Za svaki konačni element pomoću upotrebe interpolacijskih funkcija opisujemo polje pomaka, naprezanja i deformacija, a sami elementi su međusobno povezani čvorovima. Metoda konačnih elemenata funkcionira na način da se povećavanjem broja elemenata postupno približavamo točnom rješenju. Pojava kada se numerička rješenja dobivena metodom konačnih elemenata sve više približavaju vrijednostima koje točno opisuju zadani problem, uz povećanje broja konačnih elemenata, naziva se konvergencija rješenja. Ona ovisi o konačnim elementima i formulaciji same metode konačnih elemenata te u tom slučaju razlikujemo monotonu i nemonotonu konvergenciju rješenja. Slučaj monotone konvergencije rješenja imamo prilikom izračunavanja pomaka koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od točnih, a daljnjim usitnjavanjem mreže se stalno povećavaju i približavaju točnom rješenju. Kako bi to ostvarili, interpolacijske funkcije moraju moći opisati pomake krutog tijela i polje konstantnih deformacija, uz zadovoljavanje svih potrebnih uvjeta kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata. Ukoliko nisu ispunjeni svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata konvergencija je nemonotona. [1]

Kako se za problem diplomskog zadatka promatra ravninsko stanje deformacija za mrežu konačnih elemenata korišteni su dvodimenzijski kontinuumski konačni elementi s 4 čvora, CPE4. Pomoću ove vrste konačnih elemenata možemo opisati ravninsko stanje deformacija gdje nam svaki čvor konačnog elementa ima dva stupnja slobode gibanja i to dvije translacije. Za ravninsko stanje deformacija vrijedi: $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$.

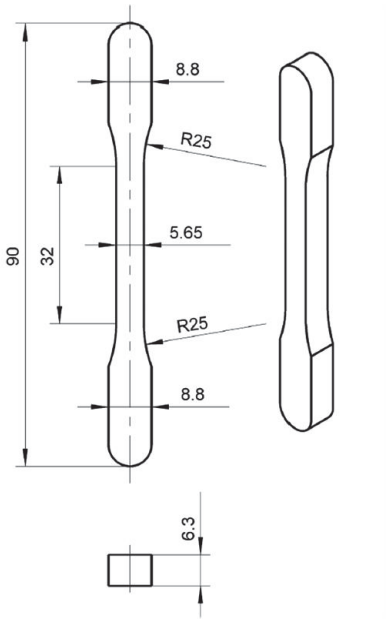


Slika 14. Linearni četverokutni konačni element CPE4

4. Eksperimentalno testiranje

4.1. Geometrija i mreža konačnih elemenata RVE modela

Prije početka provođenja eksperimentalnih ispitivanja, bilo je potrebno napraviti reprezentativni uzorak epruvete od sinteriranog materijala prema dimenzijama danim na slici 12.



Slika 15. Dimenzije uzorka epruvete

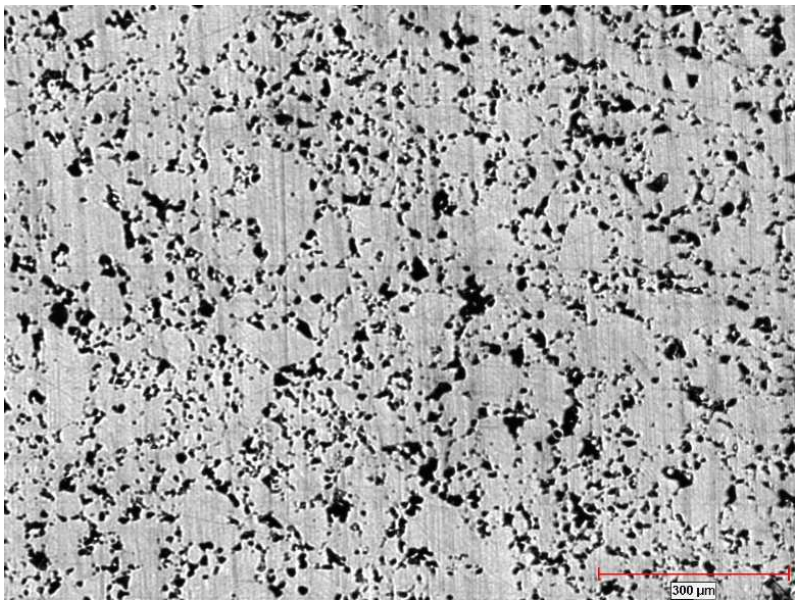
Mjerni dio uzorka epruvete iznosi 32 mm, dok rubni dijelovi služe za prihvat uzorka na stroju za provedbu vlačnog testa. Nominalna gustoća epruvete je g=6,8 g/cm^3, što je s dovoljnom točnošću potvrđeno i laboratorijskim mjerenjem.



Slika 16. Uzorak epruvete Astaloy Mo+0,2C (g=6,8 g/cm^3)

Konačni cilj provedbe numeričkih analiza je poklapanje eksperimentalnih podataka dobiveni vlačnim testom sa rezultatima dobivenima pomoću različitih numeričkih modela za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Uslijed okolnosti prouzročenih Corona virusom te zbog novonastale epidemiološke situacije, provedba eksperimenata za vrijeme izrade diplomskog rada nije bila moguća zbog otežavajućih okolnosti u smislu ograničavanja kretanja, rada pojednih institucija, dostupnosti materijala te komuniciranja sa vanjskim suradnicima. Zbog navedenih razloga bili smo primorani umjesto stvarnih eksperimentalnih rezultata koristiti numeričke rezultate dobivene pomoću modela faznih polja (eng. *Phase Field model*) za koji možemo s dovoljnom sigurnošću reći kako odgovora zadanom problema te može sa velikom točnošću opisati elasto-plastično ponašanje sinteriranog materijala Astaloy Mo+0,2C.

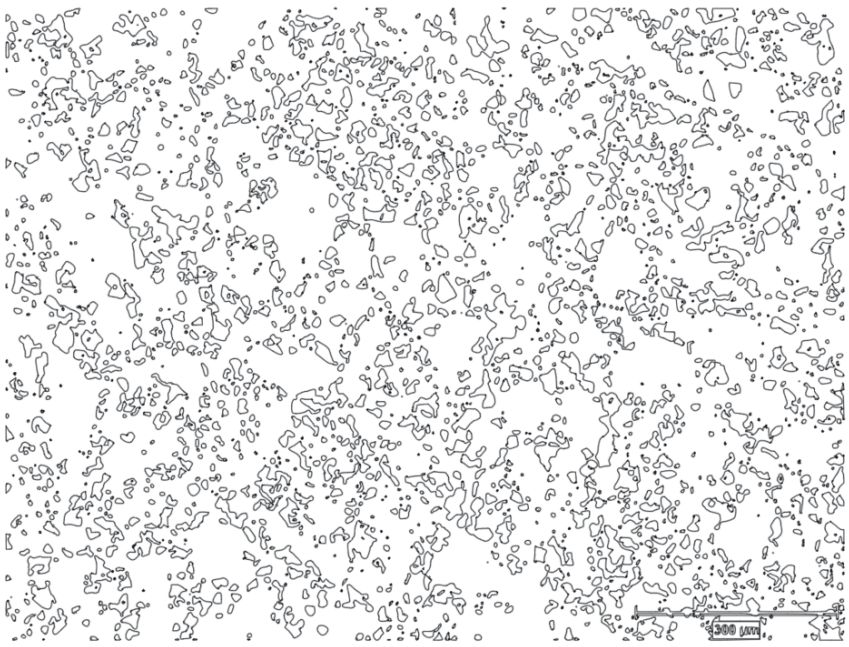
Iz slike 17. vidimo kako je mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C nepravilna. Na temelju dobivenih metalografskih snimki određena je prosječna poroznost u cijelom uzorku te su se na osnovu dobivenih rezultata dalje formirani potrebni RVE modeli za numeričke analize koji će statistički gledano točno opisati ponašanje materijala na mikro razini. Uzorci se uzimaju nasumično na različitim mjestima te se nad njima vrši analiza. U ovom diplomskom radu za opisivanje geometrije sinteriranog čelika koristit ćemo mikroskopske snimke diskretizirane pomoću metode konačnih elemenata.



Slika 17. Mikroskopska snimka sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C (g=6,8g/cm^3)

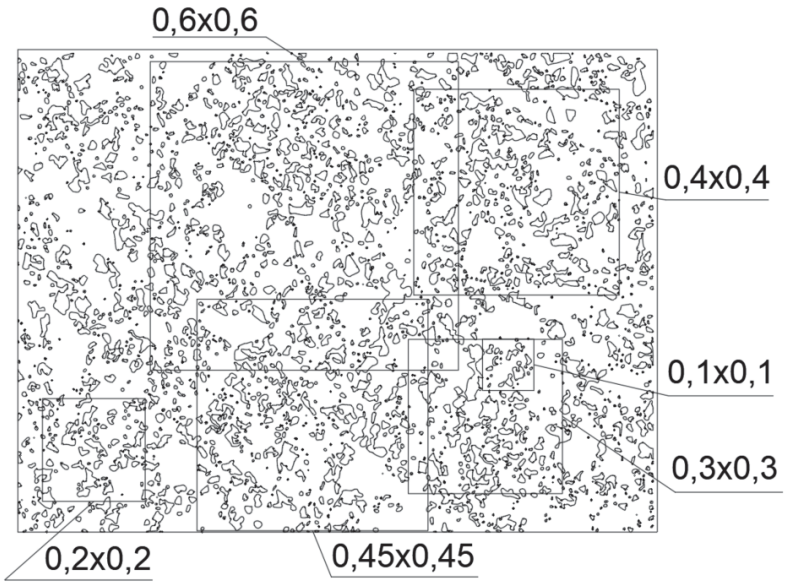
4.2. Primjena reprezentativnih volumenskih elemenata (RVE)

Za provođenje numeričke analize prvo što je potrebno jest definirati geometriju RVE – ova. U nastavku su prikazane različite veličine RVE-ova koji su korišteni za analizu te je dana njihova usporedba. Usporedbom različitih RVE-ova dolazimo do minimalne veličine RVE-a potrebne za opisivanje ponašanja na mikro razini. Napravljena je konvergencija rješenja referentnog RVE-a na način da se s povećanjem broja konačnih elemenata došlo do zadovoljavajuće mreže koja daje točne rezultate, a kod koje nemamo distordiranih konačnih elemenata nakon provedene numeričke analize. Definiranje geometrije provelo se na način da je obrađena slika poliranog uzorka (50 puta) Astaloy Mo+0,2 pomoću programskog paketa *QCAD*. Tako obrađena slika implementirana je u programski paket *AutoCAD* 2020 [14]. Prethodno je u poglavlju (2.9) detaljno prikazana važnost RVE-a i njegova uloga u opisivanju ponašanja mikrostrukture materijala. Svaki RVE model mora biti točno definiran. Kvadratnog je oblika te udio razlike poroznosti između modela može biti maksimalno do 5%. Pore ne smiju presijecati granice RVE-a te se one zamjenjuju zatvorenim krivuljama unutar modela.



Slika 18. Mikrostruktura sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C nakon obrade u programskom paketu *QCAD*

Prvi korak u generiranju RVE – ova jest upotreba jednog od programskih paketa koji imaju mogućnost pretvorbe slike, *jpg* formata u *dxf* koji se kasnije onda implementira u programski paket *AutoCAD*. U programskom paketu *AutoCAD* obrađuju se dobiveni modeli te dolazimo do reprezentativnih volumenski elemenata čiji se udio poroznosti najmanje razlikuje mijenjajući veličinu elementa.



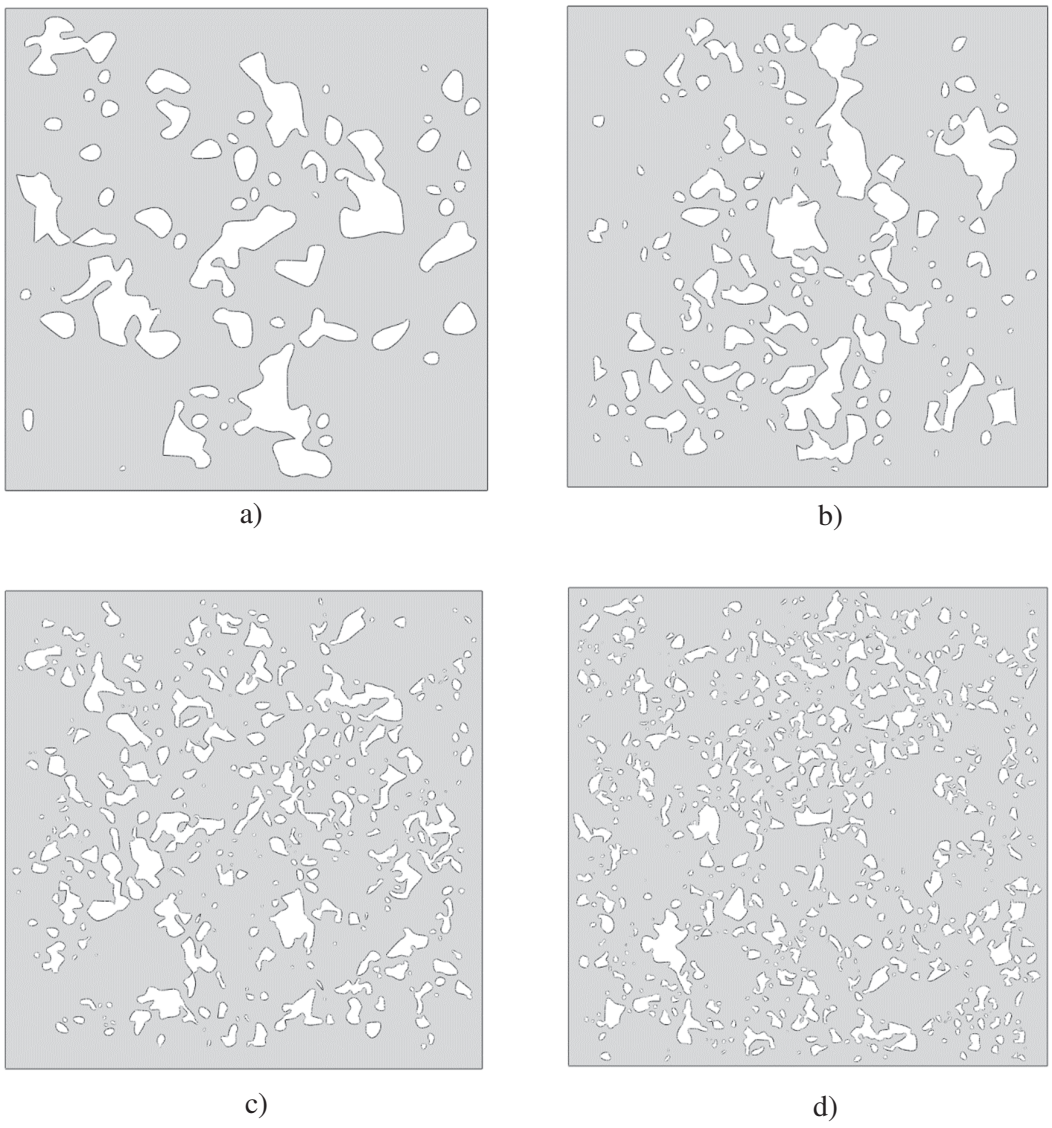
Slika 19. Raspored različitih veličina RVE-ova

Iz slike je jasno vidljivo da je ukupno definirano 6 različitih veličina za RVE, od kojih je svaki kvadratnog oblika. Ono što je bitno napomenuti, a vidljivo je i sa slike, jest činjenica da se neki RVE – ovi preklapaju. U programskom paketu *AutoCAD*, dimenzije RVE– ova su definirane u milimetrima, što naravno u stvarnosti nije slučaj, te je iz modele za primjenu u praksi potrebno skalirati prema mjerilu kako bi stvarni model odgovarao pripadajućem uzorku. Stvarne veličine RVE-ova kao i udio poroznosti pojedinog RVE-a prikazane su u tablici 8.

Tablica 8. Veličina i udio poroznosti RVE-ova

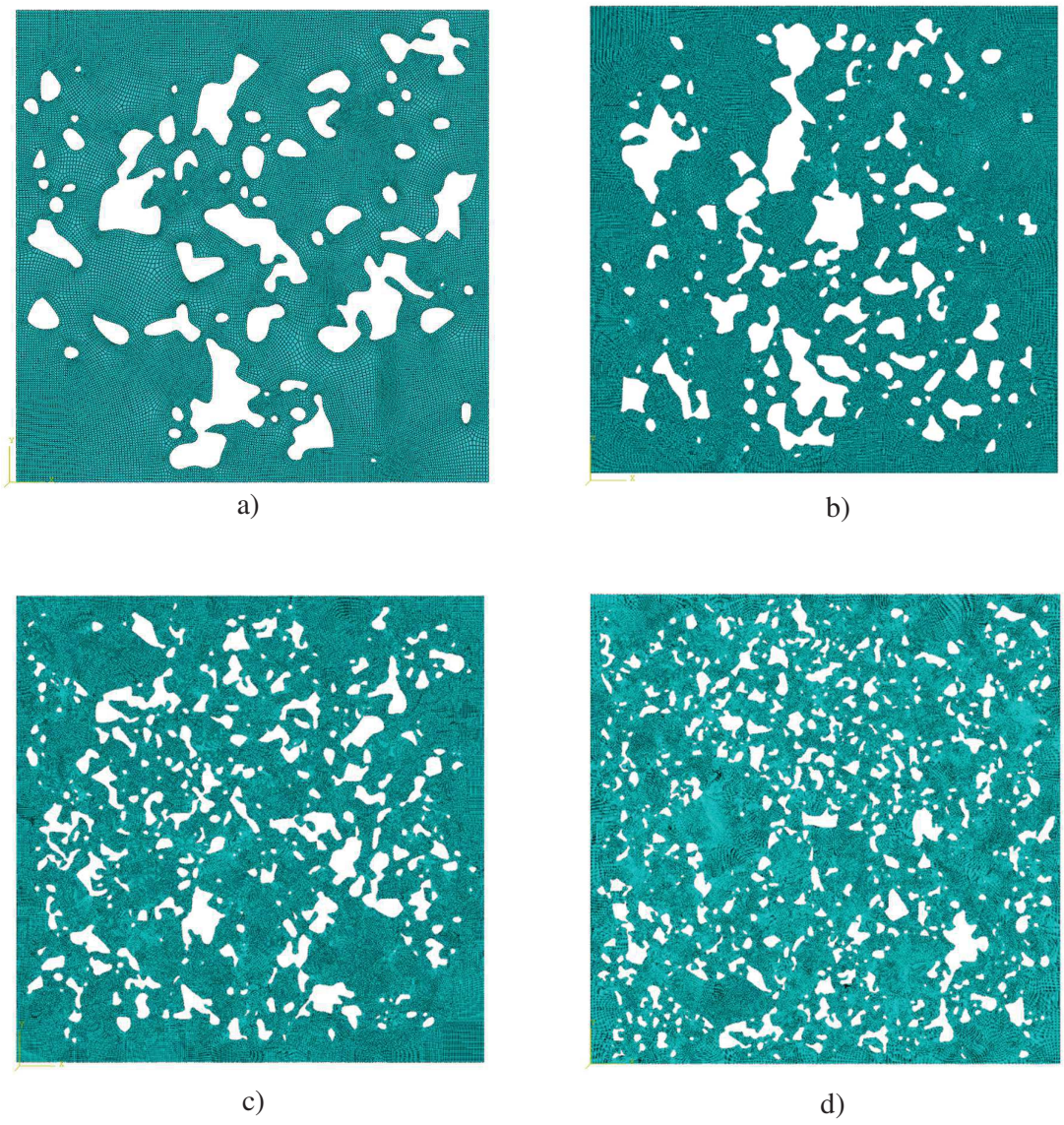
	Veličina RVE-a [mm/mm]	Udio poroznosti [%]	Ukupan udio poroznosti [%]
RVE 1	0,2x0,2	17,75	19,21
RVE 2	0,3x0,3	18,02	
RVE 3	0,45x0,45	17,77	
RVE 4	0,6x0,6	17,70	

Na slici 20. prikazan je konačni izgled odabranih RVE modela. Navedeni RVE modeli prikazani su u nastavku, tako da RVE 1 označava veličinu 0,2x0,2mm, RVE 2 0,3x0,3 mm, RVE 3 0,45x0,45 mm, RVE 4 0,6x0,6 mm. RVE modeli su odabrani na način da prikazuju statističko stanje udjela poroznosti unutar analiziranog uzorka dobivenog metalografskim ispitivanjem.



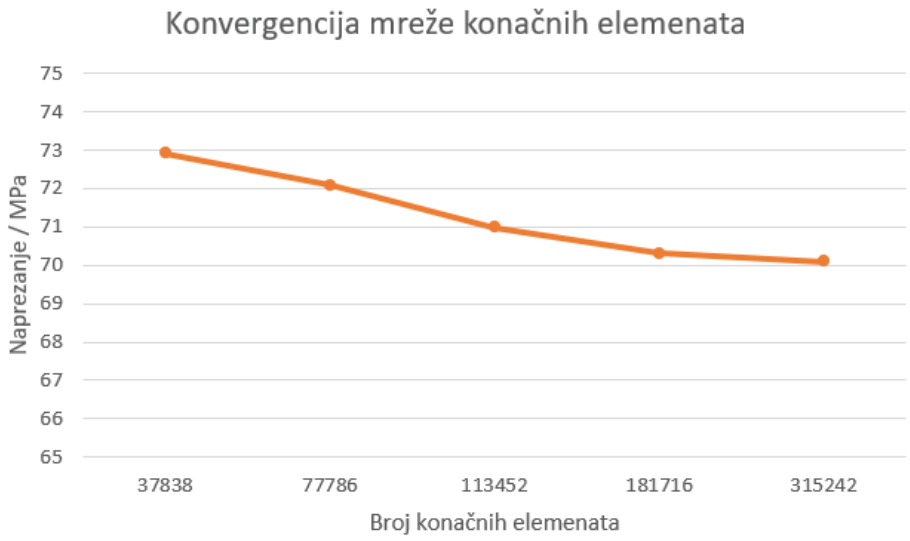
Slika 20. Konačni izgled RVE-a: a) RVE 1, b) RVE 2, c) RVE 3, d) RVE 4

Kako bi mogli dobiti minimalnu potrebnu veličinu RVE-a koji će odgovarati svojim odzivom i ponašanjem, homogeniziranom odzivu i elasto-plastičnom ponašanju uzorka na makro razini, potrebno je svaki pojedini RVE diskretizirati metodom konačnih elemenata. Diskretizacija RVE-a prikazana je na slici 21, a u nastavku je prikazana konvergencija mreže za RVE 3.



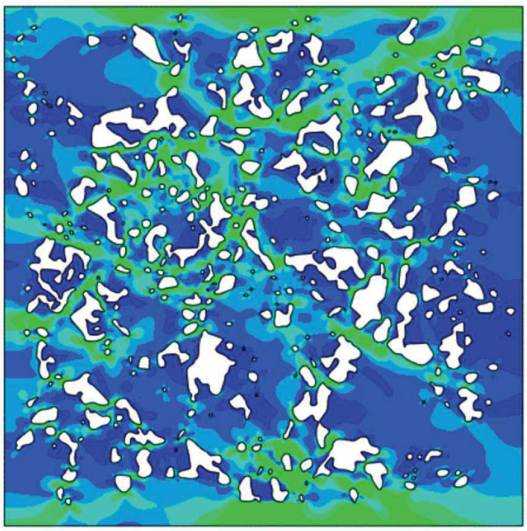
Slika 21. Konačni izgled RVE-a: a) RVE 1, b) RVE 2, c) RVE 3, d) RVE 4

Na slici 22. je prikazana konvergencija mreže konačnih elemenata za RVE 3. Iz slike je vidljivo kako je dovoljno dobra mreža za opisivanje problema, ona koja se sastoji od 181716 konačnih elemenata. Mreža se sastoji od velikog broja konačnih elemenata, no u ovom slučaju je to nužno iz razloga što imamo nepravilnu mikrostrukturu, odnosno unutar odabranog RVE modela imamo velik udio pora nepravilnog oblika s oštrim rubovima što od programskog paketa *Abaqus* iziskuje progušćivanje mreže u tim područjima. Upravo na tim mjestima unutar RVE modela se pojavljuje najveća koncentracija naprezanja koja će biti prikazana na slici 23. Korištenje gušće mreže, one od 315242 konačna elementa nije potrebno, jer za skoro duplo veći broj konačnih elemenata ne dolazi do značajne razlike u rezultatima von Misesovog naprezanja. Mreža sa velikim udjelom iziskuje velike računalne resurse, te produžuje trajanje numeričkih analiza, što za opisivanje zadanog problema želimo svesti na minimum.



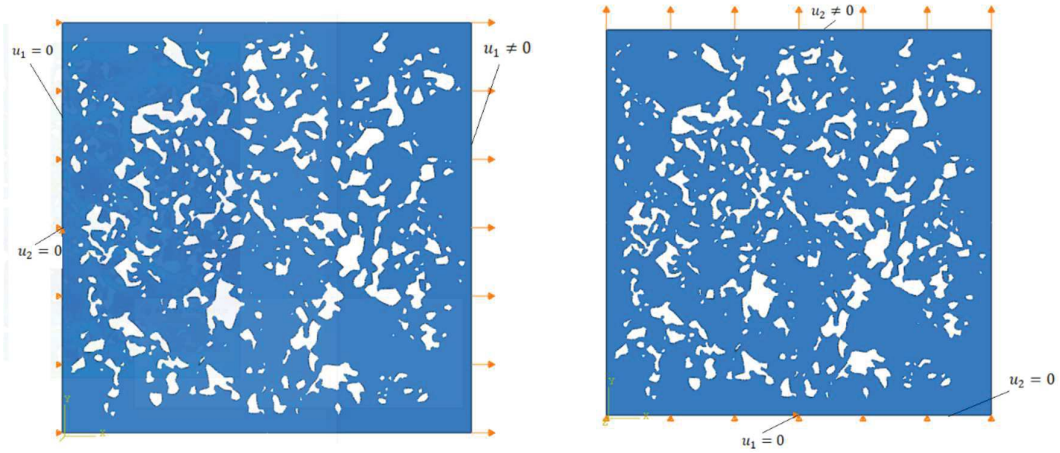
Slika 22. Konvergencija mreže k.e. za von Misesovo naprezanje na RVE-u 3

Na slici 23. prikazano je von Misesove naprezanje na RVE-u 3. Vidimo kako se na rubovima pora, koje su nepravilnog oblika javlja koncentracija naprezanja što je bilo i za očekivati.



Slika 23. Von Misesovo naprezanje za RVE 3

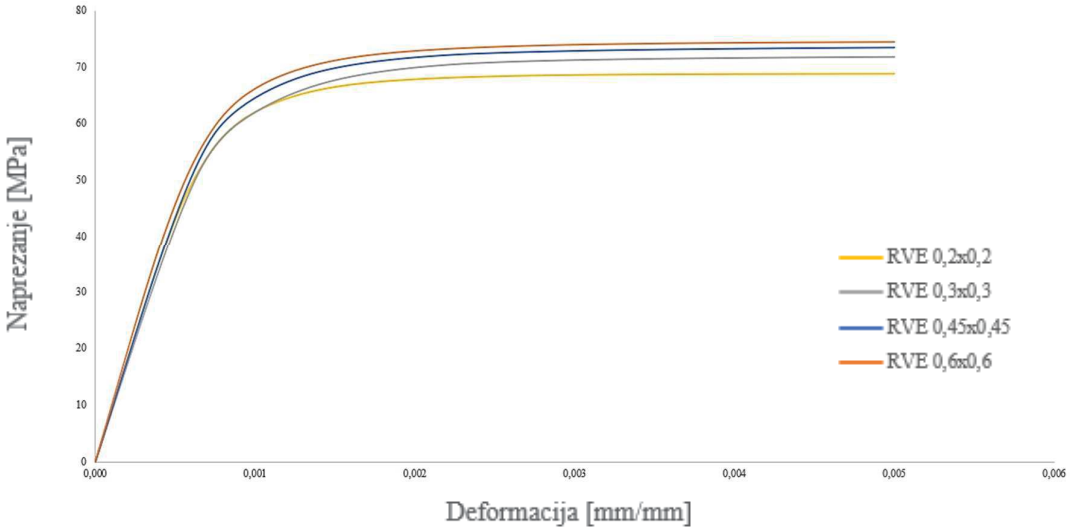
Provedenom numeričkom analizom na mikro razini analizirajući odziv pojedenog RVE modela dolazimo do zaključka kako ćemo za provedbu budućih analiza i ispisivanja rezultata koristiti RVE 3 (0,45x0,45) kao referentan RVE model. Iz slike 25. vidimo kako dolazi do konvergencije rješenja. Upotreba većih RVE modela nije potrebna iz razloga jer zahtijevaju puno gušću mrežu s većim brojem konačnih elemenata što uzrokuje duže vrijeme trajanja numeričke analize kao i potrebu za puno većim računalnim resursima. Izračun naprezanja za horizontalni smjer proveli smo na način da smo izračunali rezultantu reaktivnih sila na opterećenom rubu u smjeru osi *x* te smo zatim dobivenu vrijednost podijelili sa duljinom ruba na kojemu je narinuto opterećenje. Analogno je proveden postupak izračuna naprezanaja za vertikalni smjer. Referentni RVE odabran je prikazom uprosječenih naprezanja, na način da smo svaki pojedini RVE opteretili na vlak u horizontalnom i vertikalnom smjeru. Opterećenje RVE-a je nametnut kao pomak ruba RVE-a. Rubni uvjeti su definirani na način da se spriječi gibanje RVE-a kao krutog tijela u ravnini te su spriječeni pomaci u horizontalnom i vertikalnom smjeru. Na slici 24. prikazan je referentni RVE 3 sa zadanim rubnim uvjetima i opterećenjem u horizontalnom i vertikalnom smjeru.



a) b)

Slika 24. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja RVE-a: a)horizontalno, b)vertikalno

Na slici 25. je prikazan dijagram iz kojeg vidimo elasto-plastično ponašanje pojedinog RVE-a. Prema slici je vidljivo kako je za referentni RVE odabran RVE 3 veličine 0,45x0,45 mm na način da smo uprosječili von Misesova naprezanja dobivena opterećivanjem RVE-a u horizontalnom i vertikalnom smjeru, koje je prikazano u dijagramu na slici 25.



Slika 25. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za odabir referentnog RVE-a

5. Numerička analiza rezultata

5.1. Elastično područje

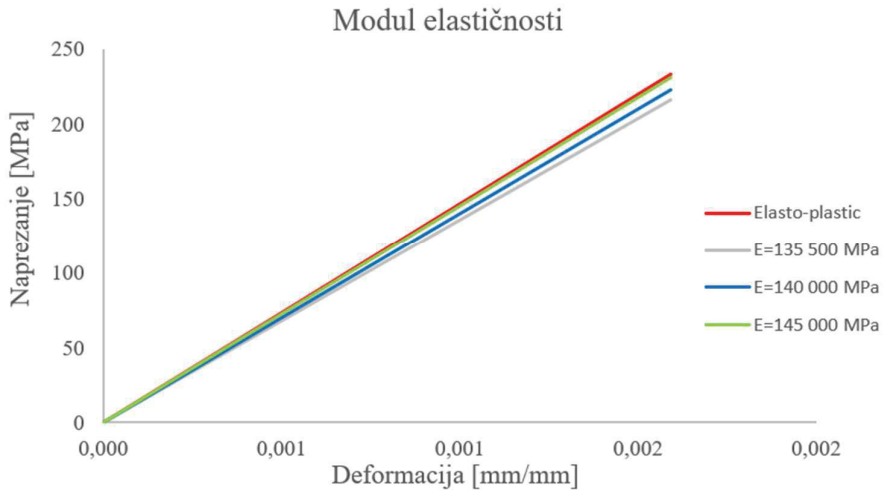
Prvi korak u provedbi numeričke analize je kalibriranje materijalnih svojstava numeričkih modela na makro razini. Navedena analiza je provedena na modelu koji predstavlja homogenizirano stanje naprezanja u jednoj točki središnjeg dijela epruvete. Na ovaj način dobili smo svojstva materijala za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja materijala na makro razini jer u središnjem dijelu epruvete vlada homogeno (konstantno) stanje naprezanja i deformacija. Parametri korišteni za provedbu numeričke analize dani su u tablici 9. prema [1] dobivenih interpolacijom za gustoću uzorka materijala g=6,8 g/cm^3.

Tablica 9. Parametri materijala Astaloy Mo+0,2C

Materijalni parametri				
E [GPa]	σ_T [MPa]	σ_M [MPa]	υ [−]	g [g/cm^3]
135,35	228,85	313,93	0,3	6,8

U tablici E je modul elastičnosti, σ_T definira granicu tečenja, σ_M vlačnu čvrstoću materijala, υ označava Poissonov faktor, dok smo sa g označili nominalnu gustoću materijala.

Na slici 26. je prikazan dijagram numeričke analize poklapanja elastičnog područja dobivenog pomoću modela faznih polja sa nominalnim materijalnim parametrima iz tablice 9.



Slika 26. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za modul elastičnosti na makro razini

Vidimo kako dolazi do odstupanja modula elastičnosti korištenog prema [1] i onog dobivenog metodom faznih polja te vidimo kako je zadovoljavajuće poklapanje dobiveno pomoću nešto veće vrijednosti za elastični modul. Iz tog razloga u nastavku je korištena vrijednost E=145 000 GPa.

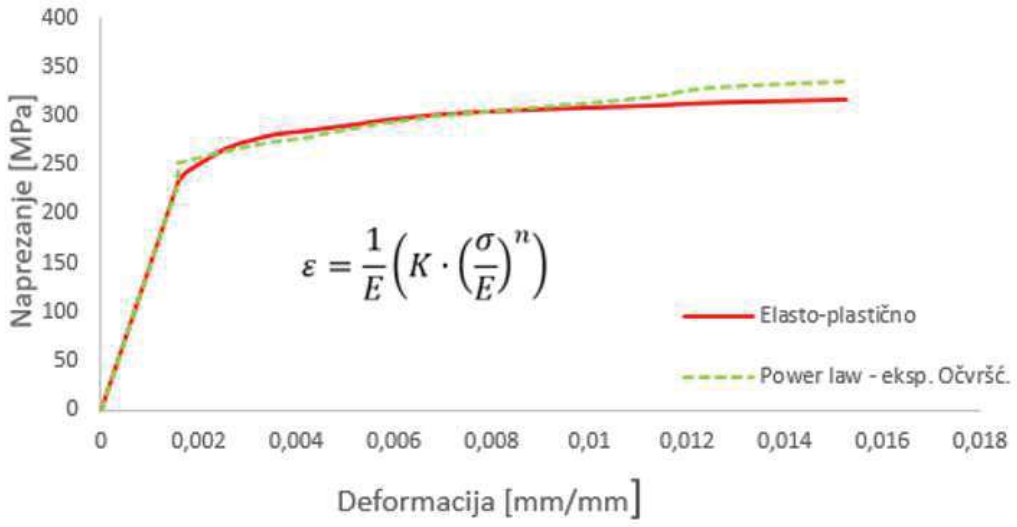
5.2. Numerički modeli za opisivanje elasto-plastičnog područja na makro razini

Nakon što smo dobili poklapanje elastičnog područja na makro razini, primjenom različitih elasto-plastičnih materijalnih modela poput *Power Law* modela (eksponencijalno očvršćenje), Ramberg-Osgood-a te nelinearnog izotropnog očvršćenja opisano je kompletno elasto-plastično ponašanje materijala.

U nastavku su dani rezultati prvo za *Power Law* model koji se temelji na eksponencijalnom očvršćenju. Kako bi dobili odgovarajuće poklapanje rezultata na makro razini bilo je potrebno pomoću programskog paketa *Matlab/Excel* provesti aproksimativno određivanje parametara koji odgovaraju izgledu σ-ε dijagrama dobivenog metodom faznih polja. Dijagram dobivenog numeričkog modela za navedeni *Power Law* model prikazan je na slici 27.

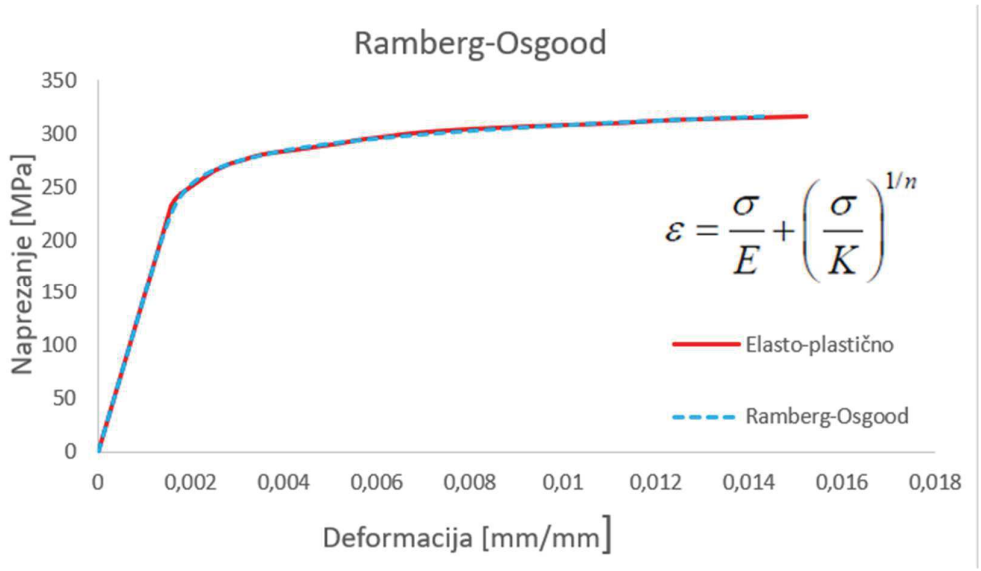
Parametri dobiveni prilagodbom krivulje eksponencijalnog očvršćenja temeljeni su na izrazu za deformaciju koju vidimo na slici 27, a oni iznose:

- K = 749,8699 ,
- n = 0,1892 .



Slika 27. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija numeričke analize Power Law pristupom na makro razini

Nakon što smo proveli prilagodbu krivulje von Misesovo naprezanje-deformacija pomoću navedenih parametara, izvršena je radi provjere ispravnosti dobivenih rezultata numerička analiza u programskom paketu *Abaqus*. Iz navedenog prikaza na slici 27. vidimo kako ne dolazi do savršenog poklapanja krivulja numeričkog modela i stvarnog elasto-plastičnog ponašanja materijala. Možemo uočiti kako je granica tečenja dobivena numeričkim modelom za *Power Law* nešto veća, te vidimo kako dolazi i do odstupanja rezultata von Misesovog naprezanja. Iz ovog razloga vidimo kako primijenjena metoda ne može u potpunosti dovoljno dobro opisati elasto-plastično ponašanje materijal. Uz spomenuti *Power Law* model korišten je numerički model prema Ramberg-Osgood-u te pristup nelinearnog izotropnog očvršćenja čiji su rezultati prikazani u nastavku. Na slici 28. vidimo prilagodbu numeričkog modela koji se temelji na Ramberg-Osgood-ovoj formulaciji. Odmah je vidljivo iz dobivenih rezultata kako je pristup prema Ramberg-Osgood-u puno više pogodniji i za opisivanje problematike ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Dobiveni rezultati korištenjem numeričkog modela na makro razini u potpunosti odgovaraju rezultatima dobivenih *Phase Field* metodom te ovu metodologiju ćemo u nastavku koristiti za analizu elasto-plastičnog ponašanja na mikro razini.

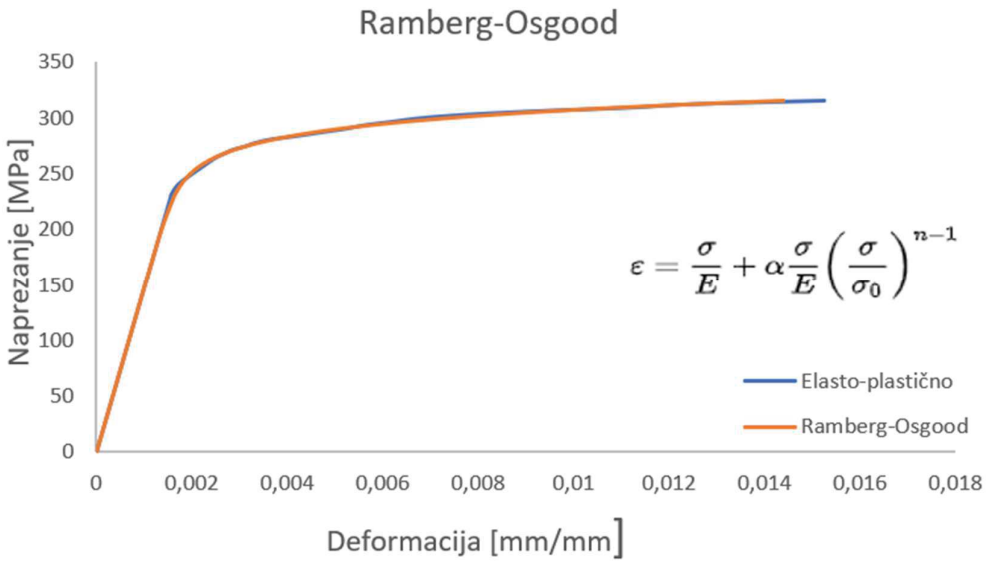


Slika 28. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini pomoću parametra *K* i *n*

Parametri za prilagodbu krivulje pomoću Ramberg-Osgood-ovog pristupa dobiveni su pomoću izraza prikazanog na slici 28., a oni iznose:

- K = 411,8418,
- n = 0,0604 .

Kako se u nekim akademskim člancima koriste različiti oblici jednadžbe Ramberg-Osgood modela, u nastavku je prikazana prilagodba krivulje koja odgovara rezultatima metoda faznih polja metode pomoću parametara α i *n*.



Slika 29. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini pomoću parametara α i *n*

Parametri dobiveni prilagodbom krivulje eksponencijalnog očvršćenja dobiveni su pomoću izraza prikazanog na slici 28., a oni iznose:

- α = 0,0493,
- n = 16,3735.

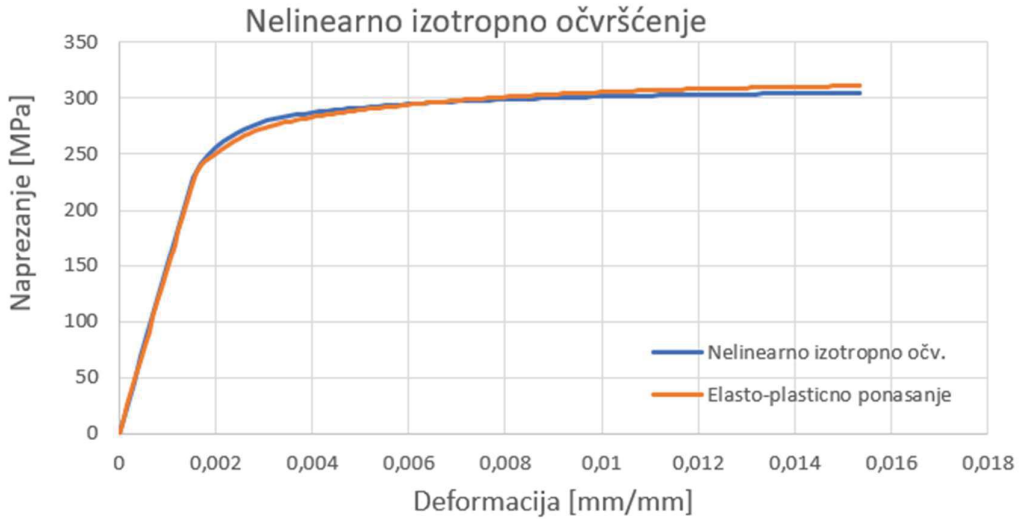
U nastavku je također radi boljeg razumijevanja problematike elasto-plastičnog ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C prikazan numerički model nelinearnog izotropnog očvršćenja. U odnosu na prethodna dva pristupa, ovaj pristup koristi značajno više parametara za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja materijala. Ova metodologija je dosta kompleksna jer koristi više različitih parametara za opisivanje izotropnog očvršćenja. Za ovu metodu također je provedena prilagodba krivulje koja odgovara elasto-plastičnom ponašanju materijala na makro razini pomoću parametara navedenih u tablici 10.

U tablici 10. prikazani su parametri korišteni za pristup nelinearnog izotropnog očvršćenja na makro razini numeričkog modeliranja.

Tablica 10. Parametri za numerički model nelinearnog izotropnog očvršćenja

Materijalni parametri								
E [GPa]	υ [−]	σ_T [MPa]	Q_∞ [−]	b [−]	C_1 [−]	γ_1 [−]	C_2 [−]	γ_2 [−]
135,35	0,3	228,85	35	6	6000	261	60000	2113,.5

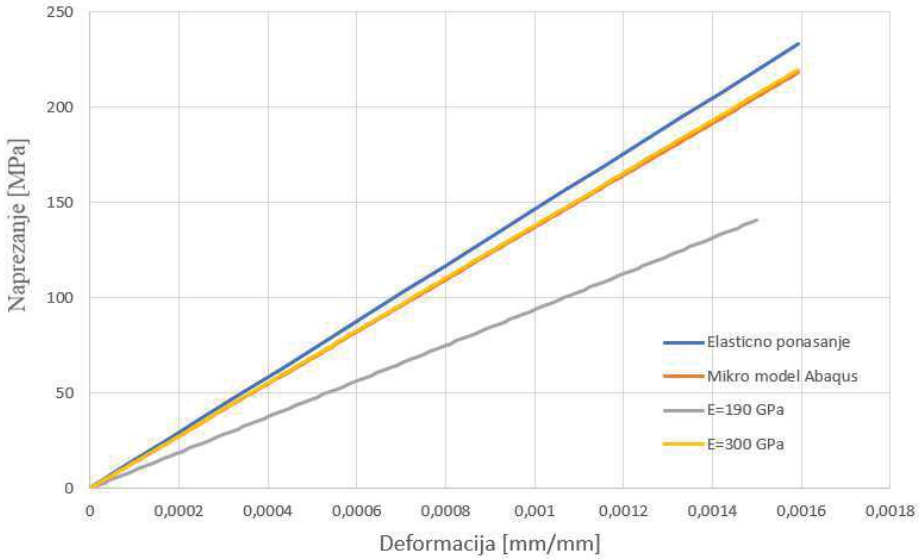
Na slici 30. je prikazan dijagram za pristup nelinearnog izotropnog očvršćenja te vidimo kako za navedeni pristup dobivamo dobro poklapanje rezultata navedene metodologije sa razultatima provedenih metodom faznih polja. Na temelju dobivenih rezultata možemo zaključiti kako je ova metoda uz Ramberg-Osgood pristup povoljna za opisivanje elasto plastičnog ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C.



Slika 30. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za pristup nelinearnog izotropnog očvršćenja na makro razini

5.3. Numerički modeli za opisivanje elasto-plastičnog područja na mikro razini

Cilj ovog poglavlja bit će postupkom modeliranja mikrostrukture RVE-a uz upotrebu rubnih uvjeta dobiti krivulju naprezanje-deformacija, odnosno σ-ε dijagram koji odgovara dijagramu na makro razini dobivenom pomoću metode faznih polja. Ovakva metodologija bi se mogla primjenjivati u praksi za kalibriranje materijalnih parametara pojedinih konstituenata u mikrostrukturi materijala na temelju eksperimentalnih rezultata dobivenih vlačnim pokusom. Kako se ovdje radi o RVE modelu na kojem se vrši numerička analiza, za očekivati je da iznos modula elastičnosti metalne matrice bude veći nego što je to kod ispitivanog makro uzorka. Za početne parametre modula elastičnosti uzete su vrijednosti dobivene pomoću numeričkih simulacija na makro razini, odnosno E=145 GPa, te je Poissonov faktor definiran sa υ=0,3.



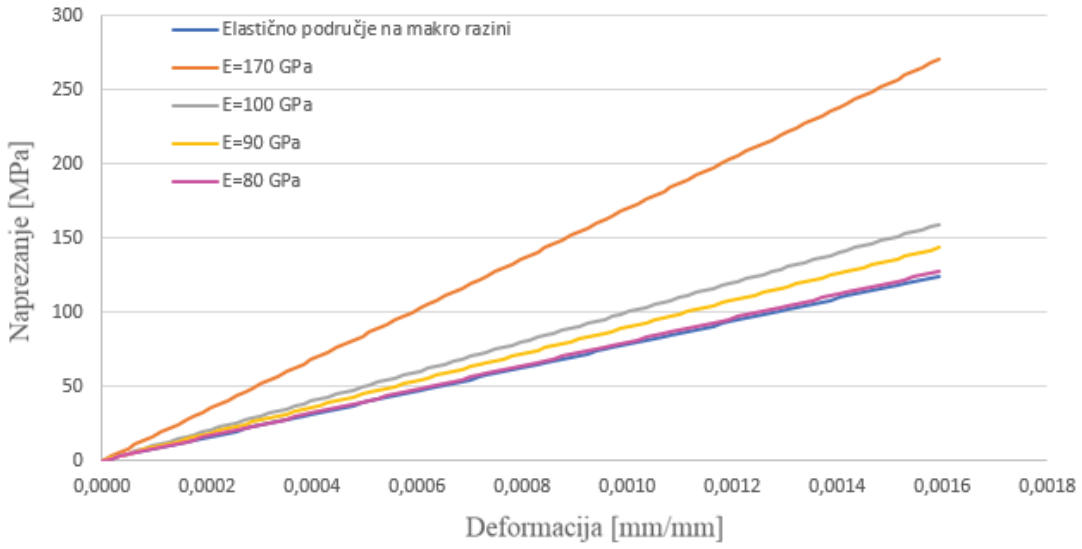
Slika 31. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za modul elastičnosti – mikro razina

Iz dijagrama sa slike 31. moguće je zaključiti kako je za dobivanje istog odziva u elastičnom području, na promatranom RVE-u je potrebna znatno veća vrijednost modula elastičnosti, E= 300 GPa. Ovakav rezultat ne možemo smatrati realnim. Na osnovu akademskih članaka, prethodno provedenih ispitivanja te po uzoru na radove [15] i [16] vidimo kako dobivene vrijednosti za modul elastičnosti metalne matrice koja se u stvarnosti sastoji od bainita i ferita ne odgovaraju vrijednostima koje bi bile realne na promatrani uzorak Astaloy Mo+0,2C s nominalnom gustoćom g=6,8 g/cm^3.

Ispitivanje je provedeno na uzorku s velikim udjelom poroznosti, gdje imamo prisustvo velikog broja pora, čiji su oblici nepravilni sa oštrim rubovima. Upravo zbog ovako velikog udjela pora u uzorku, parametri poput veličine, oblika i orijentacije pora imaju jako veliki utjecaj na elasto-plastično deformiranje RVE-a, te je stoga potrebno provesti puno detaljnije i opsežnije ispitivanja ponašanja uzoraka kako bi se definirala minimalna veličina RVE.a koja je vjerojatno veća od ove koja je upotrebljavana do sada. Treba naglasiti da je procijenjena gustoća materijala promatranog uzorka dobivena na temelju udjela poroznosti u materijalu bitno manja od one nominalne, što ukazuje na mogućnost da su homogenizirane vrijednosti materijalnih parametara za promatrani uzorak bitno drugačije od onih prosječnih koje vrijede za epruvetu.

Stoga je u nastavku proveden reverzibilan proces, dobivanja karakteristika materijala koji opisuju promatranu mikrostrukturu materijala Astaloy Mo+0,2C. Ovaj postupak temeljen je na dobivenim rezultatima provedenim na mikromehaničkoj analizi uzorka prema [15] i [16] pomoću kojih možemo sa relativnom sigurnošću pretpostaviti ponašanje materijala koji bi trebao odgovarati u početku navedenoj gustoći od g=6,8 g/cm^3.

Prvo je provedena numerička analiza na RVE-u na mikro razini za elastično područje gdje je pretpostavljen modul elastičnosti E=170 GPa po uzoru na dobivene rezultate iz [15] i [16]**.** Rezultati provedeni na mikro razini prikazani su na slici



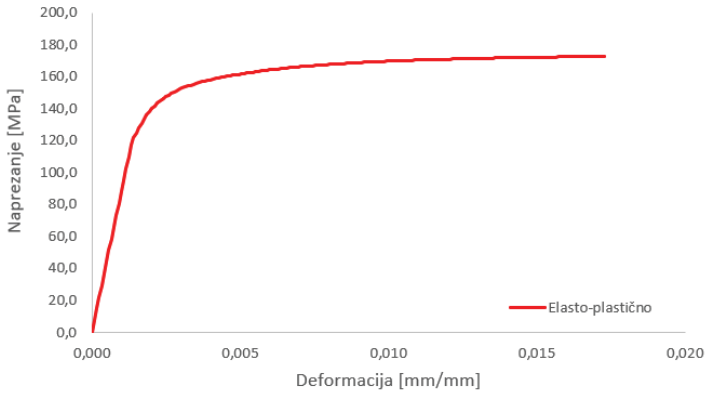
Slika 32. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za mikro razinu prema [15] i [16]

Na slici 32. prikazano je elastično područje, gdje vidimo kako za modul elastičnosti na mikro razini od E=170 GPa koja je provedena na RVE-u, odgovara izvršenoj numeričkoj analizi na makro razini modelu sa modulom elastičnosti od E=80 GPa. Iz dobivenih rezultata za makro razinu homogeniziranog materijala, radimo ekstrapolaciju materijalnih parametara prema [1]. Navedeni paramtri prikazani su u tablici 11.

Tablica 11. Ekstrapolirani parametri materijala Astaloy Mo+0,2C prema [1]

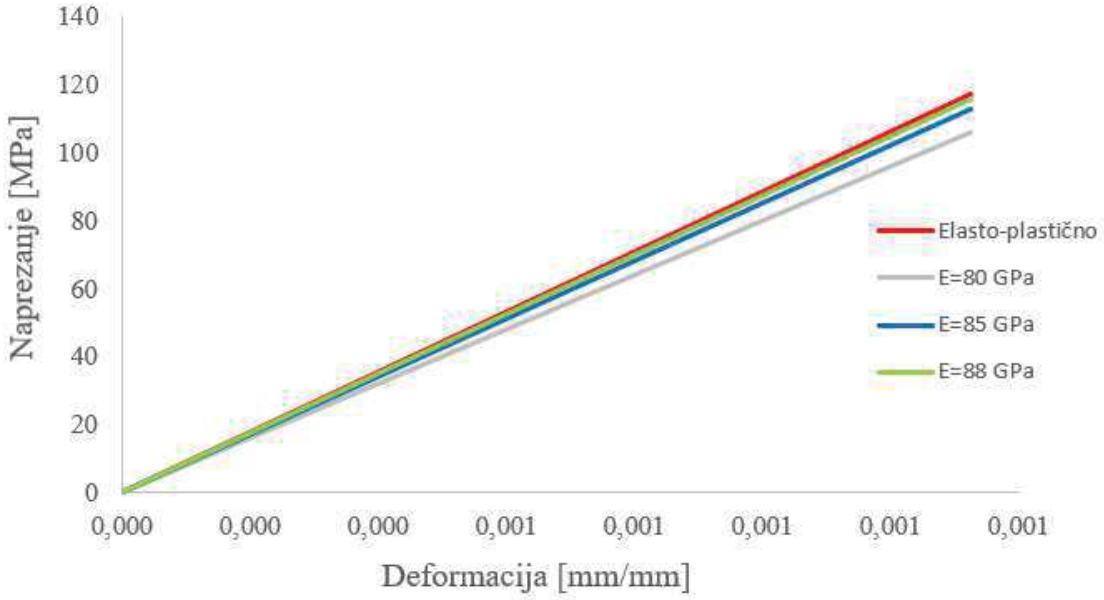
Materijalni parametri				
E [GPa]	σ_T [MPa]	σ_M [MPa]	υ [−]	g [g/cm^3]
80	106	124	0,3	6,25

Gore navedeni parametri se moraju uzeti sa oprezom, jer su dobiveni ekstrapolacijskom metodom koja u stvarnosti ne mora odgovarati stvarnim vrijednostima. Iz dobivenih rezultata vidimo kako je odstupanje od nominalnih ulaznih podataka koji odgovaraju gustoći materijala g=6,8 g/cm^3 korištenih za provedbu numeričkih analiza vrlo velike. Uzorak materijala dobivenog metalografskim ispitivanjem sadrži mnogo veći udio poroznosti nego što je to možda u stvarnosti te vidimo kako navedena gustoća od g=6,8 g/cm^3 zapravo nije točna za promatrani uzorak, nego bi onda za uzorak dobiven metalografskim ispitivanjem bila oko g=6,25 g/cm^3. Detaljnije objašnjene ovih odstupanja dana je u diskusiji na kraju diplomskog rada. Na slici 33. je prikazano elasto-plastično ponašanje materijala pomoću metode faznih polja za novo dobivena materijalna svojstva.



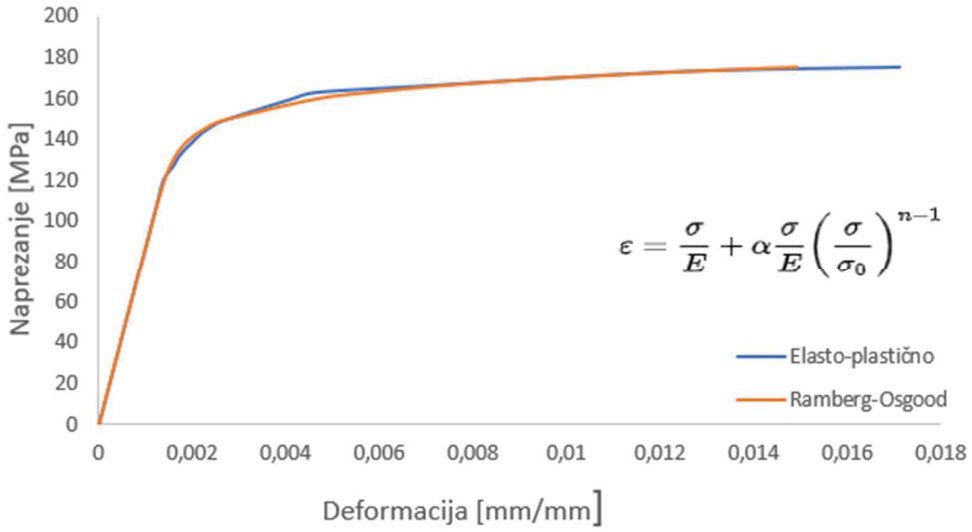
Slika 33. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za elasto-plastično ponašanje Astaloy Mo+0,2C (g=6,25 g/cm^3)

Nakon utvrđene nepravilnosti u elasto-plastičnom ponašanju uzorka provedena je analiza za novo dobivene parametre. Postupkom homogenizacije metalne matrice i pora, dobili smo svojstva materijala za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja materijala na makro razini. Prvi korak u provedbi numeričke analize je provjera matrice elastičnosti na makro razini. Analogno, već provedenom postupku provedena je numerička analiza na numeričkom modelu koji predstavlja stanje naprezanja epruvete na način da smo svojstva materijala homogenizirali u jednu točku uzorka središnjeg dijela epruvete i proveli elastičnu analizu naprezanja. Na slici 34. prikazana je poklapanje pravca elastičnosti homogeniziranog modela sa dobivenim rezultatima pomoću metode faznih polja za nova materijalna svojstva .



Slika 34. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za homogenizirani model numeričke analize provedene na makro razini za modul elastičnosti

Na slici 35. provedena je prilagodba numeričkog modela za Ramberg-Osgood-ov princip za korigirane parametre stanje materijala. Dobiveni rezultati na makro razini u potpunosti odgovaraju rezultatima dobivenih metodom faznih polja čime potvrđujemo ispravnost primijenjene metodologije za kalibriranje materijalnih parametara numeričkih modela elasto-plastičnog ponašanja materijala.



Slika 35. Dijagram von Misesovo naprezanje-deformacija za Ramberg-Osgood-ov pristup na makro razini za nove parametre materijala

6. ZAKLJUČAK

U uvodnom dijelu diplomskog rada predstavljena je teorijska osnova potrebna za razmatranje problematike zadatka diplomskog rada. Opisano je sve od postupka sinteriranja, metalurgije praha, preko materijalnih karakteristika zadanog sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Nakon teorijskih osnova, razrađeni su numerički modeli korišteni za računalno rješavanje elasto-plastičnog ponašanja materijala.

Na početku istraživanja glavni je cilj bio istražiti utjecaj poroznosti na mehanička svojstva sinteriranog čelika. Kako bi u budućnosti mogli vršiti ispitivanja i numeričke simulacije na stvarnim komponentama, prvo smo trebali pomoću odabranih numeričkih modela opisati elasto-plastično ponašanje dobivenog uzorka Astaloy Mo+0,2C. Rezultati dobiveni modelom faznih polja uspoređeni su sa rezultatima dobivenih pomoću numeričkih modela dostupnih u programskom paketu *Abaqus* na makro i mikro razini materijala. Prikazana je metodologija za određivanje reprezentativnog RVE-a, te vidimo kako se veličina RVE-a mora povećavati dok ne dođe do konvergencije naprezanja. Daljnje povećanje RVE-a se ne bi trebalo provodit jer ne daje značajnije razlike u rezultatima, dok se sa stajališta računalnih resursa situacija znatno pogoršava s povećanjem broja konačnih elemenata. Za veće modele su nam potrebni veći računalni resursi, a povećava se i trajanje simulacije. Kako bi se izbjegli cjeloviti, dugotrajni modeli i simulacije, uvode se upravo RVE modeli.

Budući da se tijekom istraživanja naišlo na mnoštvo tehničkih problema, posebno na eksperimentalnom dijelu i provedbi metalografskih ispitivanja, dobiveni su mnogi različiti zaključci za ovaj tip problematike elasto-plastičnog ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Zbog COVID-a se nisu proveli stvarni vlačni pokusi, nego je ponašanje materijala na makro razini dobiveno provedbom realističnih numeričkih simulacija temeljenih na metodi faznih polja. Rezultati dobiveni pomoću numeričkih modela ne odgovaraju stvarnom elasto-plastičnom ponašanju materijala te ih treba uzeti s oprezom u daljnjem razmatranju. Treba naglasiti da je procijenjena gustoća materijala promatranog uzorka dobivena na temelju udjela poroznosti u materijalu bitno manja od one nominalne, što ukazuje na mogućnost da su homogenizirane vrijednosti materijalnih parametara za promatrani uzorak bitno drugačije od onih prosječnih koje vrijede za epruvetu. Dobivene metalografske snimke sadrže znatno veći udio poroznosti, nego što bi to u realnosti trebalo biti. Ovdje u obzir treba uzeti i ljudski faktor prilikom same izrade materijala sinteriranog čelika, odnosno postupka sinteriranja i kompaktiranja te kasnije provedenih metalografskih ispitivanja. Nelogičnosti u dobivenim rezultatima potrebno je svakako detaljnije istražiti kroz daljnja ispitivanja i buduće projekte.

Zbog velikog udjela pora u uzorku, parametri poput veličine, oblika i orijentacije pora imaju jako veliki utjecaj na elasto-plastično deformiranje RVE-a, te je stoga potrebno provesti puno detaljnije i opsežnije ispitivanje ponašanja uzoraka kako bi se definirala minimalna veličina RVE.a koja je vjerojatno veća od ove koja je upotrebljavana do sada. Rezultati prikazuju kako je za numeričko modeliranje unutar elastičnog područja potreban čak modul elastičnosti E=300 GPa, što prema dosadašnjim istraživanjima ne može biti realno. Ovaj problem posljedica je upravo velikog udjela poroznosti promatrane mikrostrukture materijala. Kako bi detaljno ispitali utjecaj poroznosti te potvrdili ispravnost metodologije zasnovane na numeričkoj analizi RVE-a, potrebno je u budućim istraživanjima detaljno ispitat uzorak mikrostrukture te ako bude mogućnosti ponovno provesti metalografska ispitivanja, uzimajući ovaj put u obzir više različitih mjesta na epruveti. Provedena metalografska ispitivanja izvršena su na površini uzorka te su neposredno prije metalografske snimke polirana 50x. Uputa za budući rad bi bila da se promatra mikrostruktura i po debljini uzorka te se donese konkretan zaključak o udjelu poroznosti na samoj površini materijala kao i onoj unutar materijala.

Potrebno je i na navedenom uzorku detaljno provjerit i utjecaj veličina pora, njihove orijentacije i utjecaja na svojstva materijala.

Zaključno, provedena metodologija pokazala se ispravna te je možemo smatrati vjerodostojnom za opisivanje problema elasto-plastičnosti. Dobivene metalografske snimke, na osnovu kojih su dobiveni rezultati ne odgovaraju nominalnom stanju materijala ispitne epruvete, odnosno ne prikazuju vjerodostojno prosječnu mikrostrukturu ispitivanog materijala. Provedenom metodologijom utvrđeno je kako je promatrani uzorak znatno manje gustoće od one definirane na samom početku ispitivanja (g=6,8 g/cm^3). Vidimo kako dolazi do odstupanja u gotovo svim vrijednostima materijalnih parametara u odnosu na očekivane nominalne vrijednosti, od modula elastičnosti, granice tečenja pa sve do vlačne čvrstoće.

Za dobivanje materijalnih parametara metalne matrice bilo bi potrebno još jednom provesti kalibriranje koristeći isti postupak kao i na makro razini, ali uz prethodno točno definiranje stvarne minimalne veličine RVE-a za promatrani uzorak materijala. To u ovom radu nije provedeno zbog nedostatka vremena, ali je pokazan utjecaj topologije mikrostrukture materijala stvarnih uzoraka na rezultate numeričkih proračuna, i na potrebu za provedbom detaljnih metalografskih ispitivanja i numeričkih proračuna ukoliko se želi u numeričkim simulacijama točno modelirati utjecaj mikrostrukture materijala na ponašanje materijala na makro razini.

LITERATURA

[1] Höganäs Handbook for Sintered Components, Iron and steel powders for sintered components

[2] Höganäs Handbook for Sintered Components, Sintered Iron-based materials

[3] Slokar, Lj.: Metalurgija praha i sinter materijali, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Zagreb,2015.

[4] Pustaić, D., Cukor, I., Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, sažetak predavanja, elektroničko izdanje, dostupno na web stranicama Zavoda za tehničku mehaniku, Zagreb, 2009.

[5] D. L. Michelson, L. W. B. Charlotte, J. Robert, and C. Mt, "United States Patent 09] Date of Patent :," no. 19, pp. 1–6, 1998.

[6] J. C. Simo and T. J. R. Hughes. Computational Inelasticity. Springer-Verlag, New York, 1998.

[7] E. Voce. A practical strain hardening function. Metallurgia, 51(307):219–226, May 1955.

[8] M. Kojic and K. J. Bathe. Inelastic Analysis of Solids and Structures. Springer-Verlag,
New York, 2004.

[9] P. Demokritou, A Finite Element Approach for the Elastic-Plasti Behavior of a Steel Pipe Used to Transport Natural Gas, 2013.

[10] https://www.iwm.rwth-aachen.de/go/id/luxx/?lidx=1

[11] T. Tsutsui, Recent Technology of Powder Metallurgy and Applications, Hitachi Chemical Technical Report No. 54

[12] D. Broek: The Practical Use of Fracture Mechanics Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989, pp. 102-106

[13] Abaqus 6.14-5 documentation collection, Dassault Systemes, 2014

[14] Programski paket AutoCAD 2020

[15] Diplomski rad, Mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku, Matej Mlinarić, Zagreb, 2020.

[16] Diplomski rad, Modeliranje zamornog ponašanja sinteriranog čelika pri visokocikličkom zamoru uz razmatranje utjecaja mikrostrukture, Dario Stuhne, Zagreb, 2020.