Numeričko istraživanje utjecaja bočnih stijenki bazena na otpor broda

Štefok, Mislav

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:057298

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mislav Štefok

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor: Student:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing. Mislav Štefok

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojoj mentorici i profesorici Nastii Degiuli te njenim asistentima i Andrei Farkasu i Ivani Martić na pruženoj moralnoj i stručnoj potpori i pomoći pri izradi diplomskog rada. Zahvaljujem se svim svojim kolegama na potpori i suradnji tijekom cijeloga studija. Također zahvaljujem se svojim roditeljima, bratu i ostaloj obitelji na potpori tijekom studija i pisanja ovog rada, te se zahvaljujem svojoj djevojci Sari kao i svim prijateljima na moralnoj potpori i razumijevanju tijekom pisanja ovoga rada.

Mislav Štefok

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Mislav Štefok** Mat. br.: 0035203049

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko istraživanje utjecaja bočnih stijenki bazena na otpor broda**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical investigation into the blockage effect on ship resistance**

Opis zadatka:

Prilikom provođenja modelskih ispitivanja pokusa otpora u bazenu manjih dimenzija moguća je pojava utjecaja bočnih stijenki bazena na izmjerene vrijednosti. Otpor izmjeren u bazenu s ograničenom vodenom površinom u horizontalnom smjeru razlikuje se od otpora izmjerenoga u bazenu s neograničenom vodenom površinom. Pojava utjecaja bočnih stijenki bazena na otpor broda posebice je važna prilikom određivanja otpora višetrupnih brodova zbog njihove veće širine.
U diplomskom radu potrebno je, primjenom programskoga paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati pokus otpora jednotrupnoga broda i katamarana u ograničenoj i neograničenoj vodi. Analizom rezultata potrebno je odrediti utjecaj bočnih stijenki bazena na vrijednost ukupnoga otpora broda.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije pokusa otpora u ograničenoj vodi.
2. Dati teorijsku osnovu utjecaja bočnih stijenki bazena na rezultate mjerenja otpora broda.
3. Dati matematičku osnovu numeričkih simulacija viskoznoga strujanja fluida.
4. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznoga strujanja fluida.
5. Opisati računalni model za numeričku simulaciju pokusa otpora broda.
6. Izvršiti numeričku simulaciju pokusa otpora jednotrupnoga broda i katamarana u neograničenoj i ograničenoj vodi primjenom programskoga paketa za računalnu dinamiku fluida.
7. Usporediti numerički dobivene rezultate hidrodinamičkih značajki s eksperimentalnim rezultatima.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.
U radu koristiti programski paket STAR-CCM+.
U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:
24. rujna 2020.

Zadatak zadao:
Nastia Degiuli
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Datum predaje rada:
26. studenoga 2020.

Predviđeni datumi obrane:
30.11. – 4.12.2020.

Predsjednica Povjerenstva:
Nastia Degiuli
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA III
POPIS TABLICA V
POPIS OZNAKA VI
SAŽETAK IX
SUMMARY X
1. UVOD 1
1.1. Pregled dosadašnjih istraživanja 2
2. OTPOR BRODA 4
2.1. Raščlana otpora 4
2.2. Otpor valova 6
2.3. Interferencija valova 7
2.4. Otpor broda u ograničenoj vodi 8
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA 10
3.1. Matematički model 11
3.2. Osnovne jednadžbe dinamike fluida 12
3.3. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe 13
3.4. Modeli turbulencije 14
3.5. *k-ω* SST model turbulencije 15
3.6. Metoda konačnih volumena 16
3.7. Diskretizacija proračunske domene 17
3.8. Modeliranje graničnog sloja 19
3.9. Zidne funkcije 19
3.10. Model slobodne površine - metoda udjela fluida u volumenu 21
3.11. Postupak verifikacije rezultata numeričke simulacije 23
3.12. Postupak validacije rezultata numeričke simulacije 25
4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA OTPORA U NEOGRANIČENOJ I OGRANIČENOJ VODI 26
4.1. Geometrijske značajke modela 27
4.2. Izrada domene 28
4.3. Rubni uvjeti 30
4.4. Diskretizacija domene 32
4.5. Definiranje fizikalnog modela 45
5. REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA 48
5.1. Rezultati ukupnog otpora broda 49
5.2. Verifikacija 50
5.3. Raspodjela parametra y^+ 52
5.4. Validacija rezultata 53
5.5. Pojava interferencije između trupova katamarana u neograničenoj vodi 54
5.6. Utjecaj stijenki domene na strujanje fluida oko modela broda 55
6. ZAKLJUČAK 65

LITERATURA 66

POPIS SLIKA

Slika 1. Raščlana ukupnog otpora broda [2] 6
Slika 2. Sustav Kelvinovih valova [20] 7
Slika 3. Shematski prikaz rješavanja numeričke simulacije [22] 10
Slika 4. Vremensko osrednjavanje [22] 14
Slika 5. Dio diskretiziranog područja domene [22] 17
Slika 6. Heksaedarska ćelija [23] 18
Slika 7. Granični sloj uz ravnu ploču [22] 19
Slika 8. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [27] 21
Slika 9. Prikaz dvofaznog fluida u mreži kontrolnih volumena [23] 23
Slika 10. Osnovne dimenzije jednotrupne Wigley-e forme 26
Slika 11. Glavne značajke modela katamarana 28
Slika 12. Domena za numeričku simulaciju viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za neograničenu vodu 29
Slika 13. Domena za numeričku simulaciju viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za ograničenu vodu 30
Slika 14. Postavljeni rubni uvjeti u numeričkoj simulaciji viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za neograničenu vodu 31
Slika 15. Postavljeni rubni uvjeti u numeričkim simulacijama viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za ograničenu vodu 32
Slika 16. Gruba mreža jednotrupnog Wigley-evog modela 35
Slika 17. Srednja mreža jednotrupnog Wigley-evog modela 35
Slika 18. Fina mreža jednotrupnog Wigley-evog modela 36
Slika 19. Volumetrijsko profinjenje oko pramca i krme za jednotrupni Wigley-ev model 37
Slika 20. Fino volumetrijsko profinjenje slobodne površine 38
Slika 21. Tri sloja volumetrijskih profinjenja slobodne površine 38
Slika 22. Profinjenje na slobodnoj površini za finu mrežu jednotrupnog Wigley-evog modela 39
Slika 23. Profinjenja oko trupa broda 40
Slika 24. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja uz trup jednotrupnog Wigley-evog modela 41
Slika 25. Volumetrijsko profinjenje između trupova za K2 katamaran 42
Slika 26. Profinjenje na slobodnoj površini za K2 katamaran 42
Slika 27. Diskretizacija graničnog sloja na bočnoj granici domene 43
Slika 28 Profinjenje uz bočnu granicu domene u ograničenoj vodi 44
Slika 29. Diskretizirana bočna granica domene u ograničenoj vodi 44
Slika 30. Odabrani fizikalni model unutar numeričke simulacije 46
Slika 31. Postavke VOF valova 47
Slika 32. Prikaz slobodne površine oko jednotrupnog Wigley-evog modela 48
Slika 33. Prikaz strujnica oko jednotrupnog Wigley-evog modela 49
Slika 34. Raspodjela parametra y^+ duž oplakane površine modela broda 52
Slika 35. Raspodjela parametra y^+ na bočnoj granici domene u ograničenoj vodi 53
Slika 36. Ovisnost faktora interferencije o udaljenosti između trupova katamarana 55
Slika 37. Tangencijalna naprezanja na oplakanoj površini katamaranske konfiguracije K2 u neograničenoj (gore) i ograničenoj vodi (dolje) 56
Slika 38. Slika valova jednotrupnog Wigley-evog modela u neograničenoj vodi 57
Slika 39. Slika valova jednotrupnog Wigley-evog modela u ograničenoj vodi 57
Slika 40. Slika valova katamarana K1 u neograničenoj vodi 58

Slika 41. Slika valova katamarana K1 u ograničenoj vodi 58
Slika 42. Slika valova katamarana K2 u neograničenoj vodi..... 59
Slika 43. Slika valova katamarana K2 u ograničenoj vodi 59
Slika 44. Slika valova katamarana K3 u neograničenoj vodi..... 60
Slika 45. Slika valova Katamarana K3 u ograničenoj vodi..... 60
Slika 46. Elevacije valova u ravnini *y*=0,9m za katamaran K3 za neograničenu i ograničenu vodu 61
Slika 47. Elevacije valova u ravnini *y*=0,6m za katamaran K3 za neograničenu i ograničenu vodu 61
Slika 48. Hidrodinamički tlak duž oplakane površine broda za katamaran K2, neograničena (gore), ograničena voda (dolje) 62
Slika 49. Porast ukupnog otpora u ovisnosti o omjeru širine tanka i širine modela 63
Slika 50. Porast ukupnog otpora u ovisnosti o udaljenosti između trupova katamarana 64

POPIS TABLICA

Tablica 1. Geometrijske značajke modela Wigley-eve forme 27
Tablica 2. Geometrijske značajke katamarana 27
Tablica 3. Postavke diskretizacije 34
Tablica 4. Veličine osnovnih dimenzija geometrijskih mreža 34
Tablica 5. Broj ćelija geometrijskih mreža 45
Tablica 6. Numerički dobivene vrijednosti ukupnog otpora broda 50
Tablica 7. Vremenski koraci za vremensku verifikaciju mreže 50
Tablica 8. Verifikacija vremenskog koraka za jednotrupni Wigley-ev model 51
Tablica 9. Verifikacija vremenskog koraka za katamaransku konfiguraciju K2 51
Tablica 10. Verifikacija geometrijske mreže za jednotrupni Wigley-ev model 51
Tablica 11. Verifikacija geometrijske mreže za katamaransku konfiguraciju K2 52
Tablica 12. Procjena nesigurnosti ukupnog otpora dobivenog numeričkim simulacijama 52
Tablica 13. Validacija rezultata za neograničenu vodu 54
Tablica 14. Porast ukupnog otpora za jedan trup i različite konfiguracije katamarana u ograničenoj vodi 63

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m^2	površina poprečnog presjeka modela
B	m	širina broda
B_{UK}	m	ukupna širina broda
B_{tank}	m	širina bazena
C_B	/	koeficijent punoće
C_F	/	koeficijent otpora trenja
C_P	/	prizmatični koeficijent
C_T	/	koeficijent ukupnog otpora
C_{T_EKSP}	/	koeficijent ukupnog otpora dobiven iz eksperimentalnih podataka
C_{T_RDF}	/	koeficijent ukupnog otpora dobiven iz numeričke simulacije
$C_{T_\text{RDF_LIT}}$	/	koeficijent ukupnog otpora preuzet iz literature
Fn	/	Froudeov broj
f_i	m/s^2	vektor masene sile
F_s	/	faktor nesigurnosti
g	m/s^2	gravitacijska konstanta
h_{tank}	m	dubina bazena
$\overline{k}$	m^2/s^2	kinetička energija turbulencije
L	m	duljina broda
N_i	/	broj ćelija
IF	/	faktor interferencije
p	Pa	tlak
p'	Pa	pulsirajuća vrijednost tlaka
$\overline{p}$	Pa	osrednjena vrijednost tlaka
RD	/	odstupanje rješenja
Rn	/	Reynoldsov broj
R_i	/	omjer konvergencije
r_i	/	omjer profinjenja mreže kontrolnih volumena
R_F	N	otpor trenja
R_P	N	otpor tlaka
R_{PV}	N	viskozni otpor tlaka
R_T	N	ukupni otpor
R_V	N	viskozni otpor
R_W	N	otpor valova
$R_{T,C}$	N	ukupni otpor katamarana

$R_{T,MH}$	N	ukupni otpor jednotrupa
R_T^{Unrest}	N	ukupni otpor broda u neograničenoj vodi
R_T^{Rest}	N	ukupni otpor broda u ograničenoj vodi
s	m	udaljenost između trupova katamarana
S	m^2	oplakana površina
$\hat{S}_i$	/	vrijednost fizikalne veličine dobivene numeričkim simulacijama
S_φ	/	jakost izvora ili ponora razmatranog fizikalnog svojstva
T	m	gaz broda
T_{tank}	m	dubina bazena
$\overline{U_G}$	/	nesigurnost mreže
u^+	/	bezdimenzijska brzina
$\overline{U_{SN}}$	/	ukupna nesigurnost numeričke simulacije
$\overline{U_T}$	/	nesigurnost vremenskog koraka
U_τ	m/s	brzina trenja
v	m/s	brzina
v_i	m/s	vektor brzine
$\overline{v_i}$	m/s	osrednjena vrijednost brzine
v_i'	m/s	pulsirajuća vrijednost brzine
y	m	udaljenost od stijenke
y^+	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
V	m^3	kontrolni volumen
V_i	m^3	volumen *i*-tog fluida u kontrolnom volumenu
α_i	/	volumni udio fluida
ΔR_T		pad otpora broda uslijed ograničenja stijenki
Δt	s	vremenski korak
δ_{ij}	/	Kroneckov simbol
δ^*_{RE}	/	greška dobivena metodom Richardsonove ekstrapolacije
δv	m/s	korekcija brzine zbog utjecaja stijenki
$\varepsilon_{i,21}$	/	razlika rješenja između srednje i fine mreže
$\varepsilon_{i,32}$	/	razlika rješenja između grube i srednje mreže
φ	/	razmatrano fizikalno svojstvo
σ_{ij}	Pa	tenzor naprezanja
κ	/	Von Karmanova konstanta
λ	/	koeficijent geometrijske sličnosti ili mjerilo sličnosti
ρ	kg/m^3	gustoća fluida
ν	m^2/s	koeficijent kinematičke viskoznosti
μ	Pas	koeficijent dinamičke viskoznosti

μ_t	Pas	turbulentna viskoznost
τ_0	Pa	tangencijalno naprezanje
τ_w	Pa	tangencijalno naprezanje na oplakanoj površini broda
ω	1/s	specifična brzina disipacije turbulentne kinetičke energije

SAŽETAK

Prilikom provedbe pokusa otpora broda u bazenu manjih dimenzija, moguća je pojava utjecaja bočnih stijenki na izmjerene vrijednosti. Utjecaj stijenki postaje sve izraženiji povećanjem brzine i dimenzije modela broda te je stoga potrebno korigirati izmjerenu silu otpora broda. Numeričke simulacije strujanja fluida oko trupa broda za jednotrupni Wigley-ev model te tri katamaranske konfiguracije s Wigley-evim modelom broda u neograničenoj i ograničenoj vodi provedene su primjenom komercijalnog programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Ispitivanja su provedena s ciljem određivanja utjecaja bočnih stijenki bazena na ukupni otpor broda. Proračunska domena diskretizirana je metodom konačnih volumena te su definirani rubni uvjeti i fizikalni model. Detaljno je prikazan matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama (RANS). U numeričkim simulacijama je primijenjen *k-ω* SST model turbulencije. Za praćenje i određivanje položaja slobodne površine primijenjena je metoda udjela volumena u fluidu (eng. "*Volume of Fluid-VOF"*). Za modeliranje strujanja u blizini stijenke primijenjene su zidne funkcije. Proveden je postupak verifikacije za gustoću geometrijske mreže i vremenski koraka za jednotrupni Wigley-ev model i katamaranske konfiguracije u neograničenoj i ograničenoj vodi. Dobiveni numerički rezultati validirani su s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi. Određen je utjecaj razmaka između trupova katamarana na ukupni otpor preko faktora interferencije. Konačno, provedena je analiza utjecaja stijenki bazena na ukupni otpor, sliku valova, hidrodinamički tlak i tangencijalna naprezanja.

Ključne riječi: Računalna dinamika fluida (RDF), RANS, *k-ω* SST model turbulencije, VOF, utjecaj stijenki, faktor interferencije

SUMMARY

When carrying out the resistance test in small towing tank the blockage effect may occur. Influence of the blockage effect becomes more and more pronounced with the increased of the ship speed and model dimension. Therefore it is necessary to correct dimension value of total resistance. Numerical simulations of flow round the ship hull for Wigley monohull and three catamaran configuration with Wigley model in unrestricted and restricted water are preformed using the commercial software package for Computational Fluid Dynamics STAR-CCM+. The investigations are performed with the aim of determining the blockage effect on ship resistance. Computational domain is discretized by the finite volume method and boundary conditions and physical model are defined. Mathematical model based on the Reyolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations is presented in detail. The k-ω SST turbulence model is applied in numerical simulations, the volume of fluid method is used for tracking and locating the free surface. Wall functions are applied for modelling the flow near the wall. The verification study regarding grid size and time step for Wigley monohull and three catamaran configurations in unrestriced and restricted water is carried out. The obtained numerical results are validated with the experimental available in the literature. The influence of separation between demihulls on total resistance by means of interference factor is determined. Finally, the analysis of blockage effect on total resistance, wave pattern, hydrodynamic pressure and wallocl shear stresses is carried out.

Key words: Computational Fluid Dynamics, RANS, k-ω SST turbulence model, VOF, blockage effect, interference factor

1. UVOD

Otpor broda je složena pojava koju je nemoguće matematički opisati u potpunosti te se za određivanje sile otpora broda primjenjuju eksperimentalne metode, empirijsko-statističke metode, teorijski proračuni za neke specijalne slučajeve i numeričke metode. Otpor broda se proračunava s ciljem određivanja najpovoljnijeg oblika trupa broda. Određivanje ukupnog otpora broda bitan je čimbenik pri projektiranju broda, kako bi projektant odredio zahtijevanu snagu motora [1]. Prilikom modelskih ispitivanja otpora broda u bazenu, izmjerena vrijednost otpora modela broda ovisi o brzini modela, formi modela, temperaturi vode u bazenu, ali i dubini i širini bazena za ispitivanje. Zbog ograničene širine i dubine kod bazena manjih dimenzija, moguća je pojava utjecaja stijenki bazena na strujanje oko modela. Izmjerena vrijednost otpora u bazenu s ograničenom širinom i dubinom razlikuje se od otpora izmjerenog u neograničenoj vodi. Utjecaj stijenki bazena (eng. „*blockage effect*“) očituje se kroz pojavu refleksije valova te povećanje brzine strujanja između trupa i stijenke bazena. Brzina strujanja u vodi s ograničenim stijenkama naglo raste te dolazi do pada tlaka prema principu Bernoullijeve jednadžbe. Za ispravak rezultata izmjerenih u bazenu gdje postoji utjecaj stijenki koristi se korekcija (eng. „*blockage correction*“). Pomoću korekcije, rezultati mjerenja se svode na vrijednosti koji odgovaraju uvjetima neograničene vode [2]. Pojava utjecaja bočnih stijenki bazena posebno je važna prilikom određivanja otpora katamarana, s obzirom na njihovu povećanu širinu. Katamarani u posljednjih nekoliko desetljeća dobivaju sve veću komercijalnu upotrebu u prijevozu putnika i automobila jer razvijaju velike brzine. Prilikom određivanja otpora katamarana, pokus otpora potrebno je provesti u bazenu za eksperimentalna ispitivanja dovoljne širine ili je potrebno kroz korekciju rezultata uzeti u obzir utjecaj stijenki bazena na strujanje oko modela broda [3]. Problematika u određivanju otpora katamarana leži i u interferenciji valova između dva trupa.

U ovom radu ispitan je utjecaj bočnih stijenki bazena na iznos ukupnog otpora numeričkim pristupom primjenom komercijalnog programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Provedene su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela Wigley-eve forme broda, za slučaj ograničene i neograničene vode, za jedan trup i nekoliko katamaranskih konfiguracija, kako bi se ispitao utjecaj bočnih stijenki bazena. Širina bazena je modelirana prema dimenzijama bazena na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu koji je u fazi opremanja u okviru projekta Opremanje Regionalnog centra za laboratorijska istraživanja u hidromehanici (ORCHID). Dobiveni numerički rezultati su validirani s eksperimentalnim rezultatima pokusa otpora broda u neograničenoj vodi dostupnim u literaturi.

1.1. Pregled dosadašnjih istraživanja

U ovom poglavlju dan je pregled dosadašnjih istraživanja vezanih uz viskozno strujanje fluida oko trupa broda u neograničenoj i ograničenoj vodi, kao i uz pojavu interferencije između trupova katamarana. Također je dan pregled istraživanja vezanih uz primjenu računalne dinamike fluida (RDF) u brodskoj hidrodinamici.

U radu Taylana [4] istražen je utjecaj plitke vode na uron pramca. Autor je primijenio ranije definirane teorije i empirijske formule za procjenu utjecaja plitke vode na trim i uron broda u vodi ograničene dubine te je dobivene rezultate usporedio s podacima dostupnim u sličnim radovima kao i s rezultatima ispitivanja broda u naravi. Zong et al. [5] su proveli optimizaciju trimaranske forme broda s ciljem minimalizacije otpora. Optimizacija je provedena pomoću RDF-a i MIGA (eng. „*Multi-Island Genetic Algorithm*“). U radu Insel et al. [6] je istražen otpor broda i hidrodinamičke značajke simetričnih deplasmanskih i poludeplasmanskih katamaranskih formi broda pomoću eksperimentalnih ispitivanja. Eksperiment je proveden za nekoliko različitih Froudeovih brojeva u rasponu od 0,2 do 1 te je varirana udaljenost između trupova. Zaključeno je kako viskozna interferencija uvelike utječe na otpor katamaranskih formi te je pokazan utjecaj međusobne udaljenosti trupova na ukupni otpor katamarana. Haase et al. [7] su pomoću RDF-a istražili utjecaj razmaka između trupova katamarana na otpor katamarana. Numeričke simulacije s ciljem analize utjecaja razmaka između trupova provedene su za katamaran u naravi, dok su numeričke simulacije u okviru studija verifikacije i validacije rezultata provedene za model katamarana. U radu Sahoo et al. [8] provedene su numeričke simulacije viskoznog strujanja fluida oko asimetričnih katamaranskih i trimaranskih formi za različite položaje trupova u uzdužnom smjeru s ciljem određivanja optimalne forme broda s minimalnim otporom katamarana odnosno trimarana. Farkas et al. [9] su proveli istraživanje pojave valne i viskozne interferencije između trupova katamarana. Provedene su numeričke simulacije sa slobodnom površinom i numeričke simulacije udvojenog modela primjenom RDF-a za jednotrupni model i nekoliko katamaranskih konfiguracija te je pokazan utjecaj viskozne interferencije trupova na ukupni otpor katamarana. U radu [10] Sian et al. su pomoću RDF-a proučavali međusobni utjecaj dva plovila u neposrednoj blizini, koji se gibaju paralelno u vodi ograničenih dimenzija. Rezultati su pokazali utjecaj međusobne udaljenost dva plovila na iznose trima i urona broda. S obzirom da je utjecaj ograničene vode u horizontalnom i vertikalnom smjeru na hidrodinamičke značajke broda značajan, provedena su brojna numerička istraživanja. Terziev et al. [11] su pomoću RDF-a analizirali viskozno strujanje fluida oko trupa broda u vodi ograničene dubine. Cilj ovoga istraživanja bio je odrediti utjecaj

horizontalnog i vertikalnog ograničenja vode na iznose trima i urona broda. Rezultati su uspoređeni s empirijskim formulama te je postignuto dobro slaganje rezultata. Srinakaew et al. [3] su proveli numeričko istraživanje utjecaja stijenki na strujanje fluida oko katamarana. Ispitivanje je bilo usredotočeno na predviđanje ukupnog otpora i značajki brzih katamarana te je korištena RDF temeljena na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama (RANS). Rezultati su pokazali porast iznosa ukupnog otpora katamarana smanjenjem dimenzija proračunske domene, te je također utvrđeno da se povećanjem brzine katamarana povećava utjecaj stijenki na ukupni otpor broda. U radu [12] provedene su numeričke simulacije primjenom RDF-a s ciljem određivanja otpora modela broda kao i broda u naravi u ograničenoj vodi. Simulacije su provedene za tri različita gaza te za asimetrični kanal u kojemu, osim ograničenja dna, postoji i ograničenje širine. Guo et al. [13] su numerički primjenom RDF-a i eksperimentalno ispitali utjecaj stijenki bazena na slobodnu površinu oko broda. Došli su do zaključka da se utjecaj stijenki povećava s povećanjem Froudeovog broja. Naz et al. [14] su pomoću RDF-a istražili hidrodinamičke značajke brzih katamaranskih i trimaranskih formi pri različitim brzinama, gdje su varirajući dubinu vode ostvarili značajan porast otpora u plitkoj vodi u odnosu na duboku. U radu [15] komponente otpora broda određene su pomoću RDF-a te su uspoređene s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja. Autori su također ispitali utjecaj mjerila na faktor forme provođenjem numeričke simulacije udvojenog modela. Yuan et al. [16] su proučavali međusobni utjecaj dva broda koji plove usporedno na maloj udaljenosti Rankineovom panelnom metodom. Souto-Iglesias et al. [17] su proveli eksperimentalno istraživanje utjecaja međusobnog razmaka trupova komercijalnih katamaranskih formi na ukupni otpor broda. Također su istražili utjecaj fiksnog trima i urona tijekom ispitivanja na dobivene rezultate. Noblesse et al. [18] su analizirali sliku valova oko različitih jednotrupnih i katamaranskih brodova primjenom RDF-a. Autori su također pokazali analitičke izraze za izračun Kelvinovog kuta te su došli do zaključka da se valovi najveće amplitude pojavljuju kod katamarana s najvećom udaljenošću između trupova. U radu [19] analizirana je plovidba broda kroz zaleđeno more. Istraživanje je provedeno pomoću RDF-a i DEM-a (eng. „*Discrete Element Method*“), te je istražen utjecaj brzine broda, koncentracije leda, debljine leda i polumjera ledene sante na otpor broda. Dobiveni rezultati validirani su s eksperimentalnim podacima i pokazano je zadovoljavajuće slaganje rezultata.

2. OTPOR BRODA

Otpor broda je sila kojom se tekućina suprotstavlja gibanju broda. Prilikom gibanja tijela na slobodnoj površini vode, ukupni otpor R_T ovisi o: geometriji tijela, brzini gibanja tijela *v*, svojstvima fluida, odnosno gustoći fluida ρ i dinamičkoj viskoznosti fluida μ i ubrzanju zemljine sile teže *g*. Koeficijent ukupnog otpora C_T je bezdimenzijska veličina ovisna o geometriji broda, Reynoldsovom i Froudeovom broju, te se koeficijent ukupnog otpora prikazuje na sljedeći način:

$$C_T = \frac{R_T}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} \tag{1}$$

gdje je *S* oplakana površina broda.

Reynoldsov broj je bezdimenzijska veličina definirana omjerom viskoznih i inercijskih sila te glasi:

$$Rn = \frac{vL}{\nu} \tag{2}$$

gdje je ν koeficijent kinematičke viskoznosti fluida, a *L* duljina broda.

Froudeov broj je bezdimenzijska veličina koja predstavlja omjer između inercijskih i gravitacijskih sila [2] kako slijedi:

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}} \tag{3}$$

2.1. Raščlana otpora

Otpor broda rezultat je tangencijalnih i normalnih naprezanja uslijed strujanja vode oko trupa broda. Na infinitezimalnom elementu površine uronjenog dijela trupa u proizvoljnoj točki djeluje vektor ukupnog naprezanja, koji se može raščlaniti na vektor tangencijalnog naprezanja i normalnog naprezanja. Pod pretpostavkom da su tangencijalna naprezanja i hidrodinamički tlakovi poznati za svaku točku na oplakanoj površini trupa, ukupni otpor glasi:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1)\mathrm{d}S + \int_S p\cos(p, x_1)\mathrm{d}S \tag{4}$$

gdje prvi član s desne strane jednadžbe predstavlja otpor trenja R_F, a drugi član predstavlja otpor tlaka R_P. Ova podjela je moguća jedino ako fluid djeluje kontinuiranom raspodjelom površinskih sila.

Nadalje, ukupni otpor je moguće podijeliti s obzirom na dva dominantna područja oko trupa:

- područje s dominantnim utjecajem viskoznosti, u što spadaju granični sloj i hidrodinamički trag,
- potencijalno strujanje gdje se zanemaruje utjecaj viskoznosti. U potencijalnom strujanju otpor postoji samo ako se uslijed gibanja tijela na slobodnoj površini generiraju valovi.

S obzirom na navedena dva područja strujanja fluida, ukupni otpor broda može se podijeliti na otpor uslijed viskoznih učinaka i otpor uslijed generiranja valova na slobodnoj površini te ukupni otpor tada glasi:

$$R_T = R_V + R_W \quad \textbf{(5)}$$

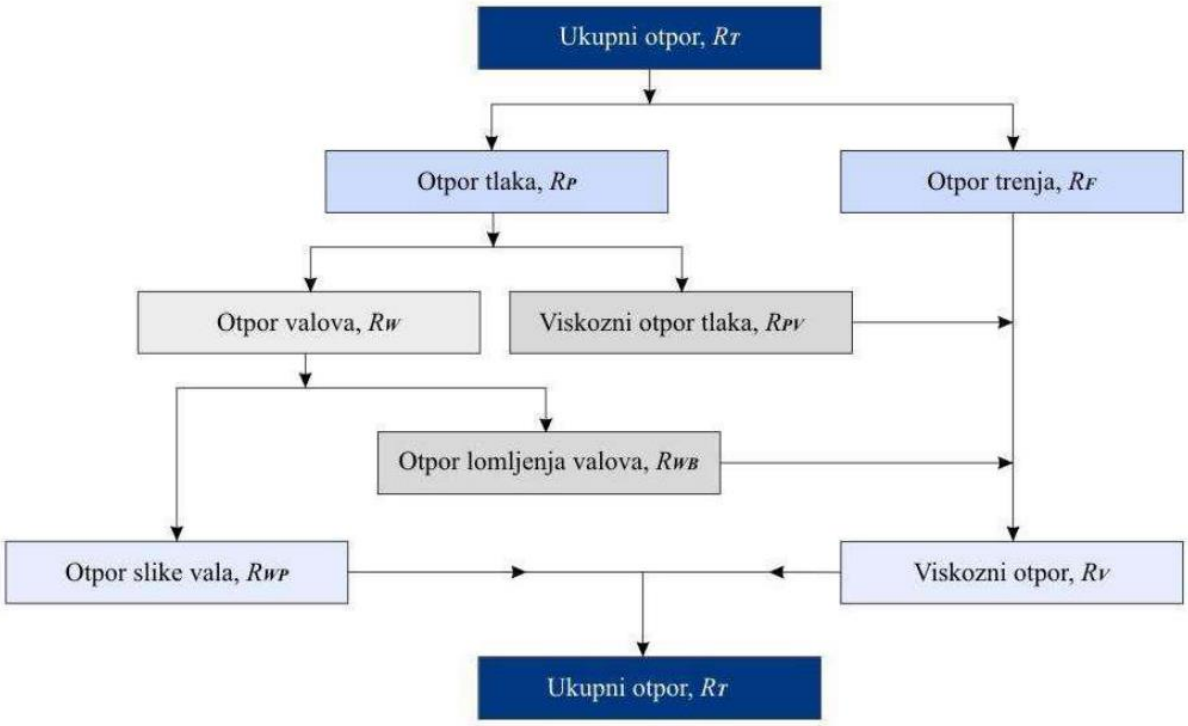
gdje je R_V viskozni otpor, a R_W otpor valova. Pod pretpostavkom da su otpor valova i viskozni otpor međusobno nezavisni viskozni otpor postaje funkcija Reynoldsovog broja, a otpor valova Froudeovog broja. Viskozni otpor može se podijeliti na otpor trenja, koji je posljedica tangencijalnih naprezanja između fluida i broda, R_F, i na viskozni otpor tlaka, R_{PV}, koji se još naziva otpor forme, a posljedica je promjene tlaka duž trupa broda uslijed viskoznih pojava unutar graničnog sloja. Viskozni otpor tada glasi:

$$R_V = R_F + R_{PV} \quad \textbf{(6)}$$

Pri generiranju valova na slobodnoj površini, događa se promjena hidrodinamičkog tlaka duž trupa broda, stoga je moguće zaključiti da se otpor tlaka sastoji od otpora valova i viskoznog otpora tlaka [2]:

$$R_P = R_W + R_{PV} \quad \textbf{(7)}$$

Na slici 1. dan je shematski prikaz raščlane ukupnog otpora broda.

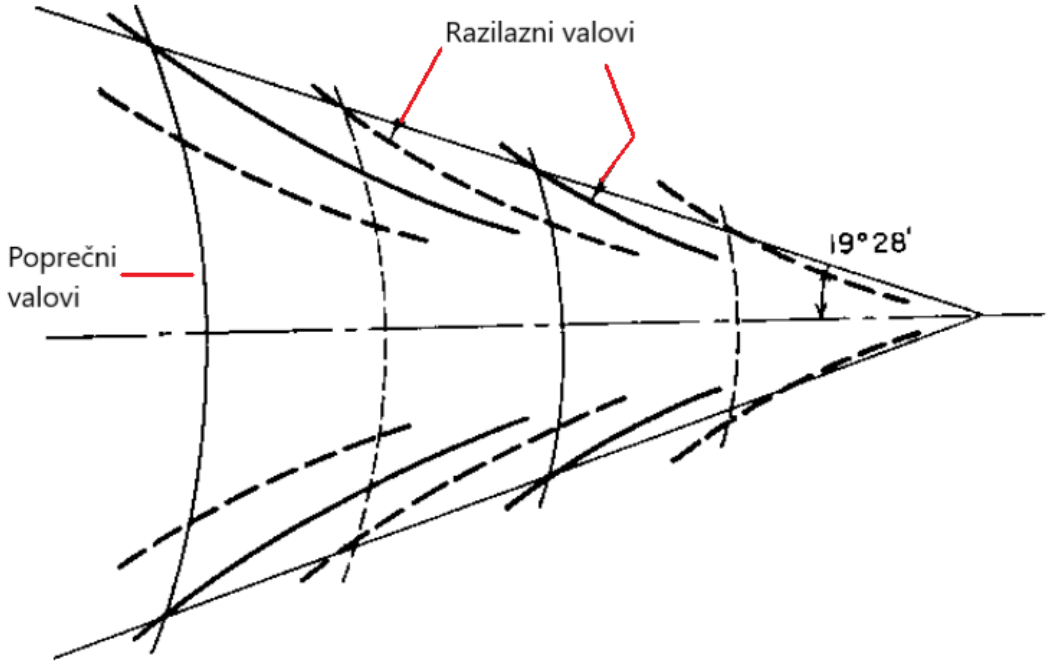


Slika 1. Raščlana ukupnog otpora broda [2]

2.2. Otpor valova

Rezultat promjene tlaka u blizini slobodne površine vode izaziva deformaciju slobodne površine te nastaju valovi. Nastali valovi uzrokuju promjenu u raspodjeli tlakova duž oplakane površine broda. Za pojavu i učinke valova značajna veličina je Froudeov broj, koji sadrži gravitacijske sile koje bitno utječu na nastanak valova [20]. Otpor valova R_W se može podijeliti na otpor slike vala R_{WP} te otpor lomljenja vala R_{WB}. Otpor slike vala predstavlja dio energije potreban za stvaranje valova te čini najveći udio u otporu valova. Otpor lomljenja valova izraženiji je kod punijih formi brodova s tupim oblikom pramca. Kod takvih oblika formi, lomljenjem pramčanog vala nastaju vrtlozi te se dodatno troši kinetička energija i povećava se ukupni otpor broda. Gubitak energije u vrtložnom tragu povezan je s viskoznim pojavama i ovisi o Reynoldsovom broju, dok generiranje pramčanog vala ovisi o gravitacijskim silama. Otpor lomljenja valova je ovisan i o Reynoldsovom i o Froudeovom broju. Valne sustave je moguće podijeliti na primarne i sekundarne. Primarni sustavi valova nastaju u skladu s Bernoullijevom jednadžbom i ne mogu se održati zbog svojstava viskoznosti i inercije realne tekućine, dok sekundarni valni sustavi interferiraju u rezultirajući valni sustav. Sekundarni valni sustav se može podijeliti na: pramčani sustav valova, sustav pramčanog ramena, sustav krmenog ramena i krmeni sustav valova. Lord Kelvin matematički je dokazao da točka s

određenim tlakom pri gibanju na slobodnoj površini stvara sustav razilaznih i poprečnih valova te da kut koji zatvaraju točke sjecišta poprečnih i razilaznih valova iznosi oko 19°28' te se naziva Kelvinov kut [2], slika 2. Kasnija istraživanja su pokazala da taj kut ne prelazi iznos između $18° - 20°$.



Slika 2. Sustav Kelvinovih valova [20]

2.3. Interferencija valova

Interferencija valova predstavlja uzajamno djelovanje valova te je izraženija kod katamaranskih i višetrupnih brodova, gdje svaki od trupova generira zaseban valni sustav, koji međusobno interferira te tako utječe na otpor broda. Otpor uslijed interferencije valova se može podijeliti na dvije komponente, otpor uslijed viskozne i valne interferencije. Viskozna interferencija se javlja zbog asimetričnog strujanja fluida oko trupova te utječe na stvaranje i izgled graničnog sloja. Također doprinosi stvaranju vrtloga u području između trupova katamarana. Valna interferencija nastaje uslijed međusobnog odnosa sustava valova te može biti pozitivna i negativna. Kod pozitivne interferencije valova dva vala međusobno interferiraju stvarajući val manje amplitude, što utječe pozitivno na otpor broda.

Otpor interferencije je definiran kao razlika ukupnog otpora katamarana i dvostrukog otpora jednotrupnog broda te se može definirati pomoću faktora interferencije *IF* (eng. „*interference factor*“), odnosno omjera otpora interferencije i dvostrukog otpora jednog trupa kako slijedi:

$$IF = \frac{R_{T,C} - 2R_{T,MH}}{2R_{T,MH}} \quad \textbf{(8)}$$

gdje je $R_{T,C}$ je ukupni otpor katamarana, a $R_{T,MH}$ ukupni otpor jednog trupa. Viskozna interferencija uvelike ovisi o međusobnoj udaljenosti trupova katamarana te se smanjuje s povećanjem razmaka između trupova [9].

2.4. Otpor broda u ograničenoj vodi

Ograničenim vodama smatraju se plovne vode koje su ograničene u širini u tolikoj mjeri da utječu na strujanje, brzinu, upravljivost, otpor broda i druge hidronamičke značajke u odnosu na neograničenu vodu. U ograničenoj vodi razlikuju se tri područja brzina: podkritično, kritično i nadkritično područje. U podkritičnom području brzina, brod smanjuje slobodan presjek kanala te se u skladu s Bernoullijevom jednadžbom povećava brzina strujanja fluida, a smanjuje tlak na oplakanoj površini broda. Povećanje brzine uzrokuje povećanje otpora trenja. Otpor valova također raste zbog utjecaja bočnih stijenki, kao i zbog interferencije valnog sustava broda s valovima reflektiranim od bočnih stijenki. Ukupni otpor za podkritično područje brzina je veći nego u neograničenoj vodi. U kritičnom području brzina, strujanje vode između bokova broda i stijenke je otežano uslijed smanjenog presjeka kanala te otpor broda u kritičnom području raste. U području nadkritičnih brzina, brzina dostrujavanja fluida na brod se smanjuje te nestaju poprečni valovi. Ukupni otpor broda se posljedično smanjuje te može biti i manji od otpora u vodi s neograničenom širinom [2].

Prema ITTC-u (*International Towing Tank Conference*), utjecaj stijenki bazena na strujanje fluida definiran je na sljedeći način:

- brzina strujanja fluida u ograničenoj vodi između stijenki i trupa broda je veća od brzine strujanja fluida u neograničenoj vodi,
- hidrodinamički trag mijenja svoj oblik,
- rubni uvjeti bočnih stijenki ili dna utječu na sliku vala.

Korekciju uslijed utjecaja stijenki je nužno uvesti u slučaju kada je:

$$B_{\text{mod}} < \frac{B_{\text{tank}}}{10} \div \frac{B_{\text{tank}}}{15} \quad \textbf{(9)}$$

gdje je B_{mod} širina modela, a B_{tank} širina bazena, ili u slučaju kada je

$$T_{\text{mod}} < \frac{h_{\text{tank}}}{10} \div \frac{h_{\text{tank}}}{20} \quad \textbf{(10)}$$

gdje je T_{mod} gaz broda, a h_{tank} dubina bazena.

ITTC preporuča Connovu metodu za određivanje korekcije utjecaja stijenki, kako slijedi:

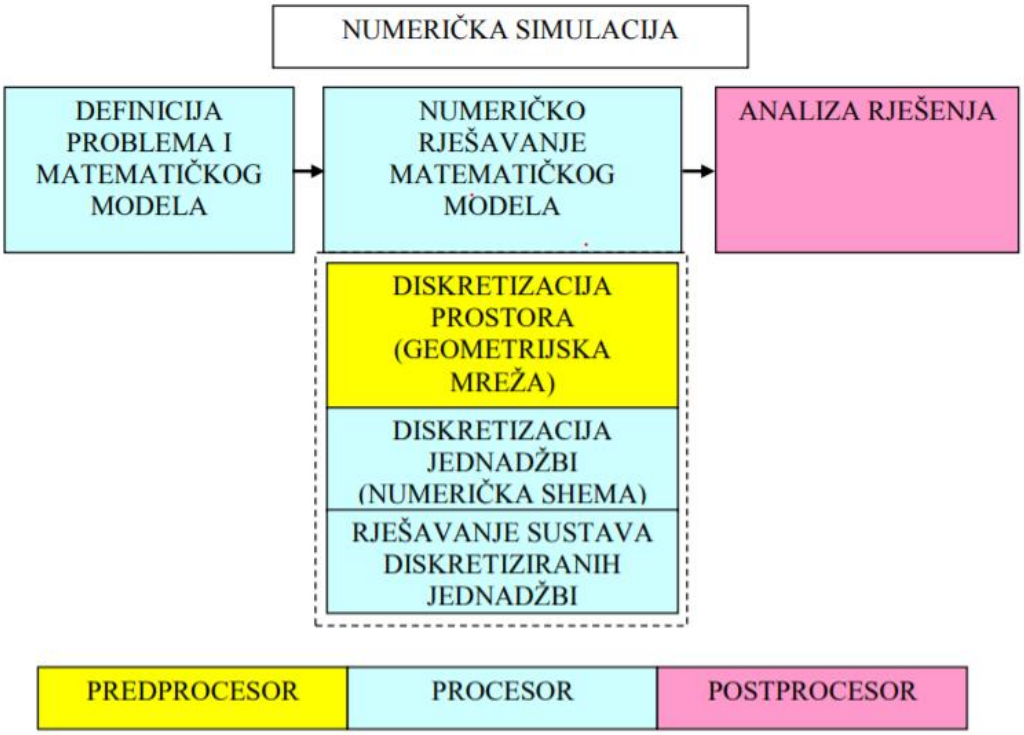
$$\left(\frac{v_1}{v}\right)^3 \frac{Fn^2}{2} - \left(1 - \frac{a}{bh} + \frac{Fn^2}{2}\right)\frac{v_1}{v} + 1 = 0 \qquad \textbf{(11)}$$

gdje je $v_1 = v + \delta v$, v je brzina modela, δv je korekcija brzine zbog utjecaja stijenki, $Fn = \frac{v}{\sqrt{gh}}$ je Froudeov broj ovisan o dubini bazena, $a = B_{\text{mod}} \cdot T_{\text{mod}}$ je površina poprečnog presjeka modela, *b* je širina bazena i *h* je dubina bazena [21].

3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Mehanika fluida je teorijsko eksperimentalna grana znanosti. Većina problema vezanih uz strujanje fluida je opisana parcijalnim diferencijalnim jednadžbama, koja nemaju opće analitičko rješenje. Teorijski pristup temelji se na analitičkom rješavanju matematičkih modela strujanja fluida. Dodatni uvid u neku pojavu moguće je postići eksperimentalnim pristupom. Eksperimentalni pristup je povezan s teorijskim pristupom jer se svaka metoda mjerenja temelji na unazad definiranoj teoriji.

Računalna dinamika fluida je grana mehanike fluida koja koristi numeričke metode i algoritme za rješavanje i analizu problema vezanih uz strujanje fluida.



Slika 3. Shematski prikaz rješavanja numeričke simulacije [22]

Na slici 3. je prikazan postupak provođenja numeričke simulacije. Svaka numerička simulacija započinje definiranjem problema te odabirom odgovarajućeg matematičkog modela koji se sastoji od sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Sljedeći korak je numeričko rješavanje postavljenog matematičkog modela. Numeričko rješavanje se odvija u nekoliko koraka. Prvo se diskretizira proračunska domena koja predstavlja područje proračuna. Proračunska domena se podjeli na određeni broj manjih volumena, kojima se dodjeli jedan ili više čvorova u kojima

se računaju vrijednosti fizikalnih veličina. Tako diskretizirana proračunska domena naziva se geometrijskom mrežom. Sljedeći korak je diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednadžbi matematičkog modela, gdje je potrebno definirati specifične rubne uvjete. U ovom radu diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednadžbi provedena je metodom konačnih volumena. Posljednji korak je rješavanje diskretiziranih jednadžbi što se provodi iterativnim postupkom. Nakon provedene numeričke simulacije slijedi analiza dobivenog rješenja. Pod analizom se podrazumijeva prikaz skalarnih, vektorskih i tenzorskih polja, kao i integraciju protoka, sile i momenta te dijagramske prikaze željenih veličina [22].

3.1. Matematički model

Numerička simulacija se temelji na matematičkom modelu, koji predstavlja matematički zapis fizikalnog modela. Fizikalni model objedinjuje niz pretpostavki kojima se aproksimira pojava iz stvarnog svijeta:

- fluid je kontinuum,
- fluid je homogen i izotropan,
- fluid je jednokomponentnan ili višekomponentan,
- jednofazan ili višefazan fluid,
- strujanje fluida može biti jednodimenzijsko (1D), dvodimenzijsko (2D) ili trodimenzijsko (3D),
- stacionarano ili nestacionarano strujanje fluida,
- neviskozano, laminarno ili turbulentno strujanje fluida.

Pod pretpostavkom da je fluid kontinuum podrazumijeva se da u potpunosti ispunjava prostor te zadržava fizikalna svojstva i za slučaj infinitezimalno malog volumena. Fluid je homogen ako su sva fizikalna svojstva jednaka u svim točkama fluida, a izotropan ako su sva fizikalna svojstva jednaka u svim smjerovima. Nadalje, fluid može biti jednokomponentan ili višekomponentan te jednofazan ili višefazan. Veoma je važno pri modeliranju nekog problema iz stvarnog svijeta voditi računa o vrsti strujanja fluida. Strujanje fluida može biti jednodimenzijsko (1D), dvodimenzijsko (2D) ili trodimenzijsko (3D). U ovisnosti o vremenu strujanje može biti stacionarno ili nestacionarno. Posljednja pretpostavka opisuje oblik strujanja. U prirodi se najčešće pojavljuje turbulentno strujanje, koje ima obilježja nestacionarnog strujanja sa slučajnim pulsacijama fizikalnih veličina, dok se laminarno strujanje pojavljuje veoma rijetko samo kod niskih vrijednosti Reynoldsovog broja [22].

3.2. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Dinamika fluida je grana znanosti koja opisuje strujanje fluida. Osnovne jednadžbe dinamike fluida izvode se iz osnovnih zakona fizike:

- zakon očuvanja mase (jednadžba kontinuiteta),
- zakon očuvanja količine gibanja (jednadžba količine gibanja),
- zakon očuvanja energije (energetska jednadžba kao poseban izraz prvog zakona termodinamike).

Svi navedeni zakoni definirani su za materijalni volumen koji s vremenom mijenja svoj položaj i oblik, ali se stalno sastoji od jednih te istih čestica.

Zakon očuvanja mase glasi da je brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka nuli. Za stlačivi fluid ona glasi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0 \qquad \textbf{(12)}$$

gdje je v_i vektor brzine.

Za nestlačivo strujanje fluida jednadžba kontinuiteta prelazi u oblik:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \textbf{(13)}$$

Zakon očuvanja količine gibanja ili jednadžba količine gibanja govori kako za određeni materijalni volumen vrijedi da je brzina promjene količine gibanja jednaka sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen. Jednadžba količine gibanja se još naziva i Eulerova jednadžba te njen matematički zapis glasi:

$$\rho \frac{\mathrm{D}v_i}{\mathrm{D}t} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \qquad \textbf{(14)}$$

gdje je $\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}$ matematički operator materijalne derivacije, σ_{ij} tenzor naprezanja, a f_i gustoća masenih sila. Obzirom da u jednadžbama (13) i (14) broj nepoznanica premašuje broj jednadžbi potrebno je uvesti dodatne jednadžbe. Iz tog razloga uvode se konstitutivne jednadžbe koje opisuju zakone posebnih ponašanja fluida te glase:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \qquad \textbf{(15)}$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \qquad \textbf{(16)}$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \qquad \textbf{(17)}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad \textbf{(18)}$$

gdje je δ_{ij} kroneckerov simbol, Σ_{ij} devijatski dio tenzora naprezanja, p tlak, D_{ij} tenzor brzine naprezanja, a μ dinamička koeficijent viskoznosti.

Uvrštenjem konstitutivnih jednadžbi u Eulerovu jednadžbu te uz pretpostavku nestlačivosti fluida, izvode se Navier-Stokesove jednadžbe koje glase:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p + \frac{2}{3}\mu D_{kk} \right) + 2\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu D_{ij} \right) \quad \textbf{(19)}$$

Uz pretpostavku da je koeficijent dinamičke viskoznosti μ konstantan, jednadžba (19) poprima oblik:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad \textbf{(20)}$$

gdje je ν koeficijent kinematičke viskoznosti [22].

3.3. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe

U nestlačivom turbulentnom strujanju, uz zanemarenje utjecaja masenih sila, Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe se izvode na način da se umjesto trenutnih vrijednosti brzine i tlaka u Navier-Stokesovim jednadžbama uvrsti zbroj osrednjenih i pulsirajućih komponenti brzine i tlaka na sljedeći način:

$$v_i = \overline{v_i} + v_i' \quad \textbf{(21)}$$

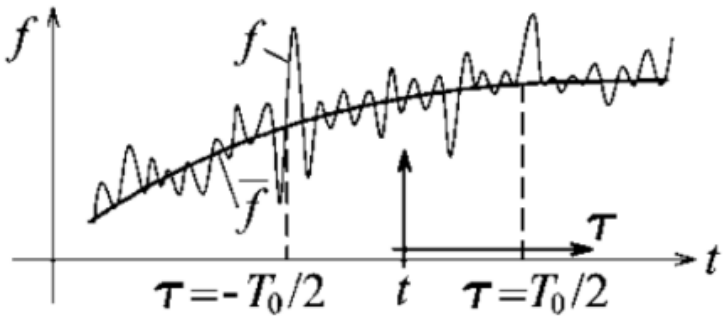
$$p = \overline{p} + p' \quad \textbf{(22)}$$

pri čemu su $\overline{v_i}$ i $\overline{p}$ vremenski osrednjene vrijednosti, a v_i' i p' pulsirajuće vrijednosti komponente brzine i polja tlaka.

Uvrštenjem jednadžbe (21) u jednadžbu kontinuiteta dobije se:

$$\frac{\partial\left(\overline{v_j} + v_j' \right)}{\partial x_i} = 0 \quad \textbf{(23)}$$

Metodom superpozicije jednadžbu (23) moguće je razdvojiti na jednadžbu kontinuiteta za osrednjeno i pulsirajuće strujanje. Ako je *f* neka veličina u turbulentnom strujanju, ona se može prikazati zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela, što je prikazano na slici 4.



Slika 4. Vremensko osrednjavanje [22]

Jednadžba kontinuiteta za pulsirajuće strujanje neće se razmatrati te jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje poprima oblik:

$$\frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} = 0 \qquad \textbf{(24)}$$

Uvrštenjem jednadžbi (21) i (22) u (20) te vremenskim osrednjavanjem dobivaju se Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe koje imaju oblik:

$$\rho \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial t} + \rho \overline{v_j} \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} - \rho \overline{v_i' v_j'} \right) \qquad \textbf{(25)}$$

gdje se član $\rho \overline{v_i' v_j'}$ naziva Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja. Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja se javlja kao posljedica nelinearnosti Navier-Stokesovih jednadžbi te se sastoji samo od pulsirajućih vrijednosti brzina i tlaka. On predstavlja utjecaj turbulencije na difuziju količine gibanja. Turbulentna difuzija predstavlja prijenos količine gibanja zbog miješanja čestica fluida [22].

3.4. Modeli turbulencije

Turbulentno strujanje je najčešći oblik strujanja u prirodi te ga obilježava nestacionarnost s visokim udjelom vrtloga. Do turbulentnog strujanja dolazi kod povećanja Reynoldsovog broja, koji predstavlja omjer inercijskih i viskoznih sila.

Reynoldsovim osrednjavanjem prikazano je turbulentno strujanje vremenskim osrednjenim poljima brzine i tlaka. To je moguće jedino ako je poznat određeni broj veza između brzine i

tlaka, što je zadatak modela turbulencije. Modeli turbulencije se koriste za izjednačavanje broja nepoznanica i jednadžbi. Modele turbulencije je moguće podijeliti s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba na modele prvog, drugog i trećeg reda. Prema hipotezi Boussinesqa u modelima prvog reda modelira se dvojna korelacija brzina, odnosno Reynoldosv tenzor turbulentnog naprezanja u obliku:

$$-\rho\overline{v_i' v_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial\overline{v_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{v_j}}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\rho\bar{k}\delta_{ij} \tag{26}$$

gdje je μ_t dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti, a $\bar{k}$ specifična energija turbulencije. Specifična energija turbulencije predstavlja kinetičku energiju pulsirajućeg dijela strujanja te glasi:

$$\bar{k} = \frac{\overline{v_i' v_i'}}{2} \tag{27}$$

Nadalje, uvrštavanjem Boussinesqove hipoteze u Reynoldsove jednadžbe dobivamo:

$$\frac{\partial\rho\overline{v_i}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho\overline{v_i}\,\overline{v_i}\right)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\left(\overline{p}+\frac{2}{3}\rho\bar{k}\right)}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left(\mu+\mu_t\right)\frac{\partial\overline{v_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{v_j}}{\partial x_i}\right) \tag{28}$$

gdje član $\overline{p}+\frac{2}{3}\rho\bar{k}$ predstavlja efektivni tlak, a član $\mu+\mu_t$ efektivnu viskoznost. Dobivena jednadžba se razlikuje od Reynoldsove jednadžbe jer se umjesto osrednjenih veličina pojavljuju efektivni tlak i efektivna viskoznost. Nadalje, javlja se problem nepoznatog polja turbulentne viskoznosti μ_t. Turbulentna viskoznost modelira se uvođenjem dodatnih transportnih jednadžbi, što ovisi o modelu turbulencije. Modeli turbulencije se razlikuju po broju dodatnih jednadžbi kojima se rješava problem turbulentne viskoznosti. U ovom radu je korišten model $k-\omega$ SST koji koristi dvije transportne jednadžbe za rješavanje turbulentne viskoznosti [22].

3.5. *k-ω* SST model turbulencije

k-ω model turbulencije rješava dvije dodatne transportne jednadžbe, jednu za turbulentnu energiju *k* te drugu za specifičnu brzinu disipacije *ω*. Postoje dva slična modela turbulencije *k-ω*, standardni i SST (eng. „*Shear Stress Transport"*). Prednost SST modela nad standardnim je drugačiji opis graničnog sloja. Naime SST model podalje od stijenke gdje dominiraju viskozne sile pri visokim Reynoldsovim brojevima koristi *k-ε* model turbulencije. *k-ε* model turbulencije je model koji rješava dvije dodatne transportne jednadžbe, jednu za turbulentnu energiju *k* te drugu za brzinu disipacije energije turbulencije *ε*. Nedostatak standardnog *k-ω*

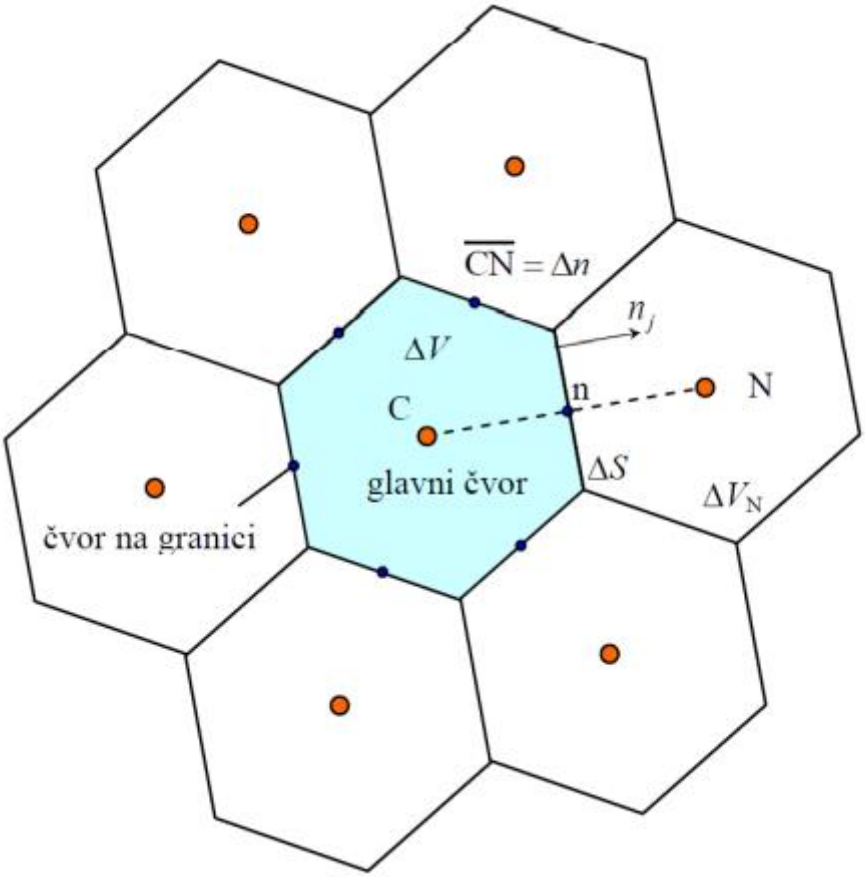
modela turbulencije je velika osjetljivost na iznos specifične brzine disipacije, dok je nedostatak *k-ε* modela turbulencije taj što daje lošije rezultate u slučaju suprotnog gradijenta. Spajanjem navedena dva modela turbulencije se eliminiraju nedostaci oba te se razvija *k-ω* SST model turbulencije. Velika osjetljivost na iznos specifične brzine disipacije kod *k-ω* modela turbulencije riješena je tako da se transportna jednadžba za brzinu disipacije kinetičke energije turbulencije iz standardnog *k-ε* modela pretvori u transportnu jednadžbu specifične brzine disipacije pomoću supstitucijske varijable [23].

3.6. Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena je numerička metoda za rješavanje diferencijalnih jednadžbi. Metoda diskretizira proračunsku domenu na konačan broj kontrolnih volumena te se za svaki konačni volumen primjenjuju integralne jednadžbe u diskretnom zapisu. Diskretizacija se sastoji od diskretizacije domene proračuna i diskretizacije jednadžbi matematičkog modela. Diskretizacija jednadžbi matematičkog modela se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportne jednadžbe po konačnim volumenima. Prema slici 5. integral transportne jednadžbe glasi:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Delta V}\rho v_j\varphi \mathrm{d}V = -\int_{\sum\Delta S}(\rho v_j\varphi - \Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial x_j})n_j\,\mathrm{d}S + \int_{\Delta V}S_\varphi \mathrm{d}V \qquad \textbf{(29)}$$

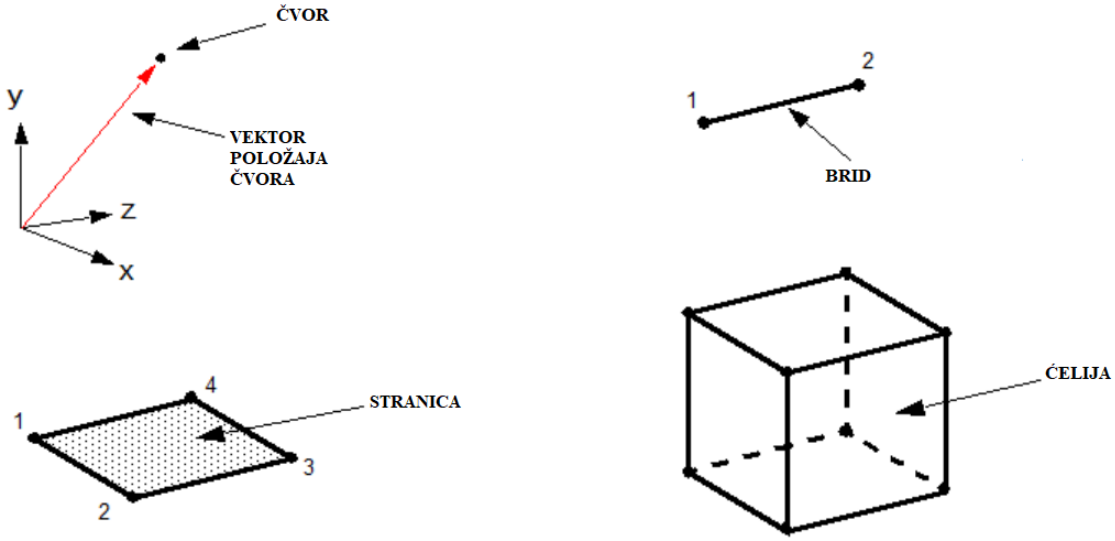
Gdje prvi član predstavlja brzinu promjene sadržaja razmatranog fizikalnog svojstva φ unutar konačnog volumena *dV*, drugi član predstavlja konvecijski i difuzijski protok sadržaja kroz granice konačnog volumena, a zadnji član predstavlja izvor razmatranog fizikalnog svojstva φ. Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena jednaka je brzini protoka tog fizikalnog svojstva kroz granice konačnog volumena i brzini nastajanja tog fizikalnog svojstva iz izvora [22].



Slika 5. Dio diskretiziranog područja domene [22]

3.7. Diskretizacija proračunske domene

Proračunska domena prostorno je i vremenski diskretizirana. Diskretizacijom prostorne domene generiraju se konačni volumeni, koji se međusobno dodiruju te u potpunosti ispunjuju područje proračuna, a da se međusobno ne preklapaju [24]. Skup konačnih volumena se naziva geometrijska mreža, a osnovni element geometrijske mreže se naziva ćelija (eng. *„cell“*). Ćelija se sastoji od stranica, bridova i čvorova. Čvor (eng. *„vertex“*) je točka u prostoru definirana usmjerenim vektorom te se koristi za definiranje rubova i stranica. Dva spojena čvora sačinjavaju brid ćelije (eng. *„feature curve“*). Kombinacijom čvorova nastaje površina nazvana stranica ćelije (eng. *„face“*). Za trodimenzijsku ćeliju potrebne su najmanje četiri stranice ćelije, te ćelija može imati opći poliedarski oblik, ali najčešći korišteni oblik je heksaedar koji je prikazan na slici 6. [23].



Slika 6. Heksaedarska ćelija [23]

Geometrijska mreža može biti strukturirana ili nestrukturirana. Strukturirana geometrijska mreža se sastoji od stupaca i redaka konačnih volumena, pri čemu se u svakom retku i stupcu nalazi jednaki broj konačnih volumena, a položaj svakog čvora opisan je parom indeksa. Kod nestrukturiranih geometrijskih mreža ne postoji numeriranje čvorova, što komplicira metodu, ali prednost nestrukturiranih mreža je mogućnost lokalnog profinjenja mreže, što nije moguće kod pravilnih strukturiranih mreža [22].

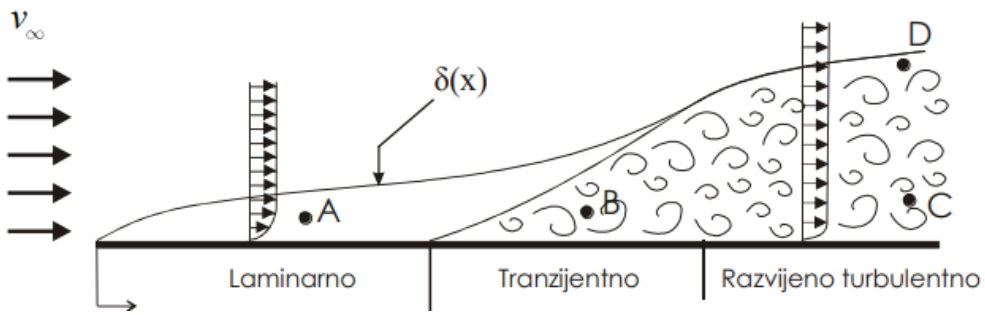
Diskretizirana geometrijska mreža mora zadovoljiti sljedeće kriterije [24]: čvor se može pojaviti samo jednom u stranici, a stranica se može pojaviti samo jednom u ćeliji te unutarnju stranicu mogu dijeliti samo dvije ćelije. Granična stranica može pripadati samo jednoj ćeliji i jednoj graničnoj zoni, a dvije ćelije mogu dijeliti samo jednu stranicu. Kada se sve stranice jedne ćelije rastave u bridove, svaki se brid smije pojaviti u samo dvije stranice promatrane ćelije. Sve stranice i ćelije moraju biti konveksne, sve ćelije moraju biti geometrijski zatvorene, granice domene moraju biti geometrijski zatvorene, a za sve unutarnje stranice skalarni produkt normale i vektora mora biti pozitivan.

Pri vremenskoj diskretizaciji, vremenski period rješavanja nestacionarnog strujanja dijeli se na konačan broj jednakih ili promjenjivih vremenskih koraka Δt. Pomoću takve podjele definirane su vremenske točke u kojima se računaju vrijednosti određenih varijabli.

Nestacionarni problemi se rješavaju tako da se kreće od poznatog rješenja $t = t_0$ te se rješenje određuju u novom vremenskom trenutku $t = t_0 + \Delta t$ [24].

3.8. Modeliranje graničnog sloja

Granični sloj je područje strujanja viskoznog fluida uz neposrednu površinu opstrujavanog tijela u kojem se događa najveći dio pojava vezanih uz viskoznost. Unutar graničnog sloja pojavljuju se tri vrste strujanja ovisno o Reynoldosovom broju: laminarno, tranzijentno i turbulentno, kao što je prikazano na slici 7. Na samom početku strujanja uz ravnu ploču razvija se laminarni granični sloj, koji pri određenom Reynoldsovom broju postaje nestabilan te strujanje pri određenom Reynoldsovom broju postaje potpuno turbulentno. Mehanizam prelaska iz laminarnog u turbulentno strujanje je vrlo složen i događa se postupno.



Slika 7. Granični sloj uz ravnu ploču [22]

Granični sloj uvelike utječe na brzinu strujanja fluida. Na samoj stijenci tijela koje opstrujava fluid, brzina strujanja je jednaka nuli odnosno brzini gibanja tijela, dok se na određenoj udaljenosti od stijenke brzina asimptotski približava brzini vanjskog, potencijalnog strujanja. Brzina se mijenja u smjeru normale te se debljina graničnog sloja definira kao debljina pri kojoj se uspostavlja 99% brzine vanjskog strujanja [25].

3.9. Zidne funkcije

Unutar graničnog sloja, u neposrednoj blizini stijenke, brzina strujanja se znatno mijenja u smjeru normale. Kako bi se pravilno opisala brzina u odnosu na udaljenost od stijenke u ovom radu su korištene zidne funkcije na bočnim granicama domene u numeričkim simulacijama u ograničenoj vodi. Pod pretpostavkom da je strujanje u neposrednoj brzini stijenke paralelno sa stjenkom, komponenta brzine okomita na stijenku zanemarivo je mala, a ukupno tangencijalno

naprezanje je konstantno u smjeru okomitom na stijenku. Ako se komponentna brzine paralelna sa stijenkom označi sa $\bar{u}$, a koordinata okomita na stijenku sa *y*, jednadžba količine gibanja za smjer strujanja glasi:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu+\mu_t\right)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right]=\frac{\partial \tau}{\partial y}=0 \qquad \textbf{(30)}$$

pri čemu je τ tangencijalno naprezanje jednako tangencijalnom naprezanju na stijenci τ_w. Također se da zaključiti da je u neposrednoj blizini stijenke, gdje su turbulentne pulsacije prigušene, turbulentna viskoznost μ_t zanemariva što u tom području rezultira linearnim profilom brzine koji glasi:

$$\bar{u}=\frac{\tau}{\mu}y \qquad \textbf{(31)}$$

Jednadžbu (31) moguće je zapisati u bezdimenzijskom obliku:

$$u^+=y^+ \qquad \textbf{(32)}$$

gdje su bezdimenzijska brzina i bezdimenzijska udaljenost od stijenke definirani izrazima:

$$u^+=\frac{\bar{u}}{u_\tau} \qquad \textbf{(33)}$$

$$y^+=\frac{\rho\mu_\tau y}{\mu} \qquad \textbf{(34)}$$

$$\mu_\tau=\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \qquad \textbf{(35)}$$

gdje je μ_τ brzina trenja.

Na slici 8. je prikazan profil brzine u turbulentnom graničnom sloju, odnosno odnos bezdimenzijske brzine u^+ i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke y^+. Granični sloj se može podijeliti na dva sloja: unutarnji i vanjski. Unutarnji se sastoji još od tri podsloja: linearnog podsloja (eng. *linear sublayer*), prijelaznog sloja i turbulentnog (logaritamskog) područja. Za linearni podsloj vrijedi linearan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke:

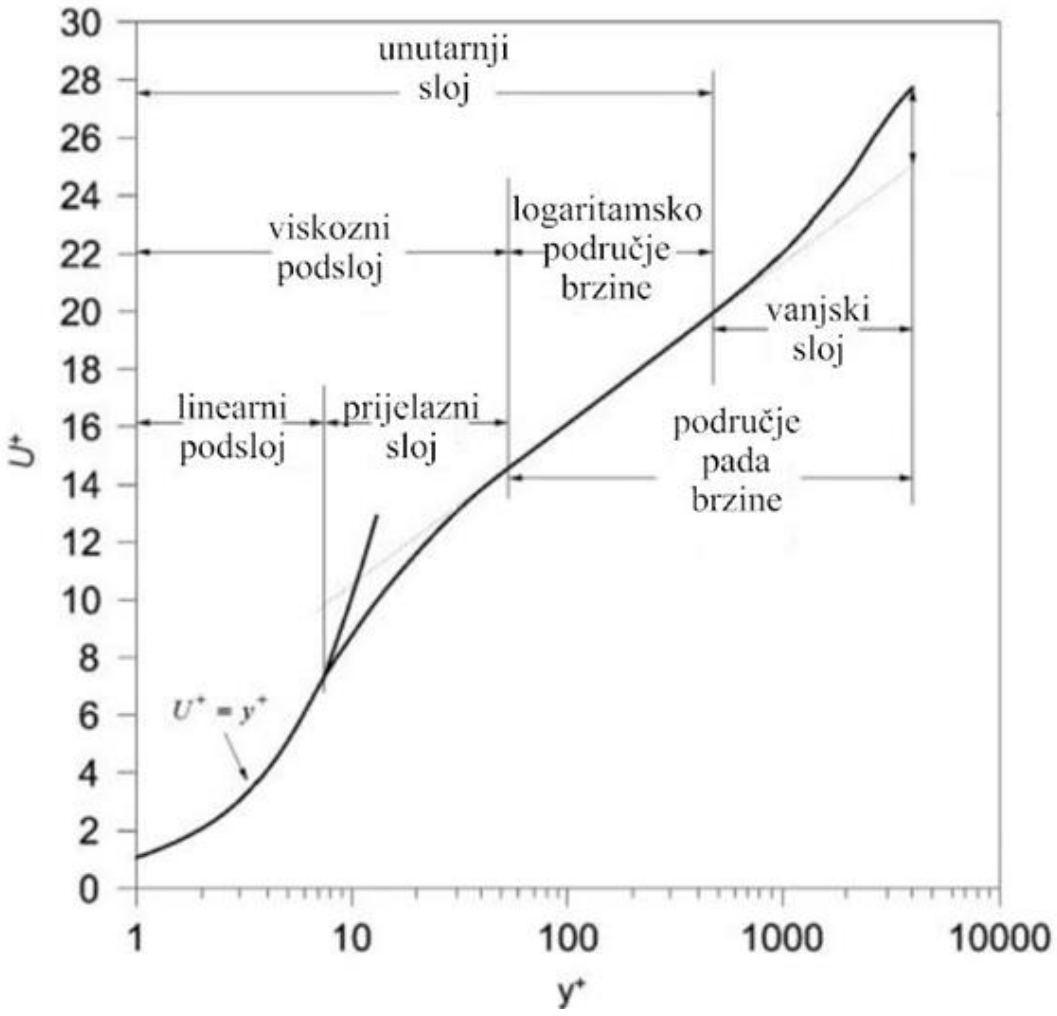
$$y^+=u^+ \qquad \textbf{(36)}$$

U prijelaznom području prestaje linearan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke te ne vrijedi definirani model turbulencije.

Za turbulentno (logaritamsko) područje profila brzine u kojem dominira turbulentna viskoznost u graničnom sloju vrijedi:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad \textbf{(37)}$$

gdje je κ von Karmanova konstanta, a B konstanta integracije.



Slika 8. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [27]

Ukoliko se primjenjuju zidne funkcije važno je vrijednost y^+ držati u granicama $30 < y^+ < 300,$ kako bi se izbjegao prijelazni sloj u kojem ne vrijedi model turbulencije. Važno je napomenuti da su gradijenti brzina unutar graničnog sloja znatno veći nego u slobodnoj struji te je potrebno koristiti finu prostornu diskretizaciju da bi se pojave u tom području dobro opisale [27].

3.10. Model slobodne površine - metoda udjela fluida u volumenu

Slobodna površina predstavlja granicu između dva fluida različitih svojstava. Kako bi se opisale pojave koje se događaju na slobodnoj površini, potrebno je definirati numerički model za praćenje i određivanje položaja slobodne površine. U ovom radu je korištena metoda udjela fluida u volumenu (eng. „*Volume of fluid-VOF"*). Metoda udjela fluida u volumenu se koristi za modeliranje višefaznog strujanja, to jest za simuliranje strujanja fluida koji se ne miješaju. Metoda se temelji na volumnom udjelu pojedinih faza u promatranom kontrolnom volumenu. Pretpostavke modela su da se fluidi ne miješaju i da na slobodnoj površini obje faze imaju istu brzinu, tlak i temperaturu. Volumni udio pojedinog fluida unutar kontrolnog volumena definira se pomoću parametra α_i:

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \tag{38}$$

pri čemu je V kontrolni volumen, a V_i volumen *i*-tog fluida u kontrolnom volumenu. Na temelju volumnog udjela α_i moguće je definirati tri faze:

- $\alpha_i = 0$ nema *i*-tog fluida,
- $\alpha_i = 1$ kontrolni volumen je pun *i*-tog fluida,
- $0 < \alpha_i < 1$ kontrolni volumen se nalazi na granici između dva fluida.

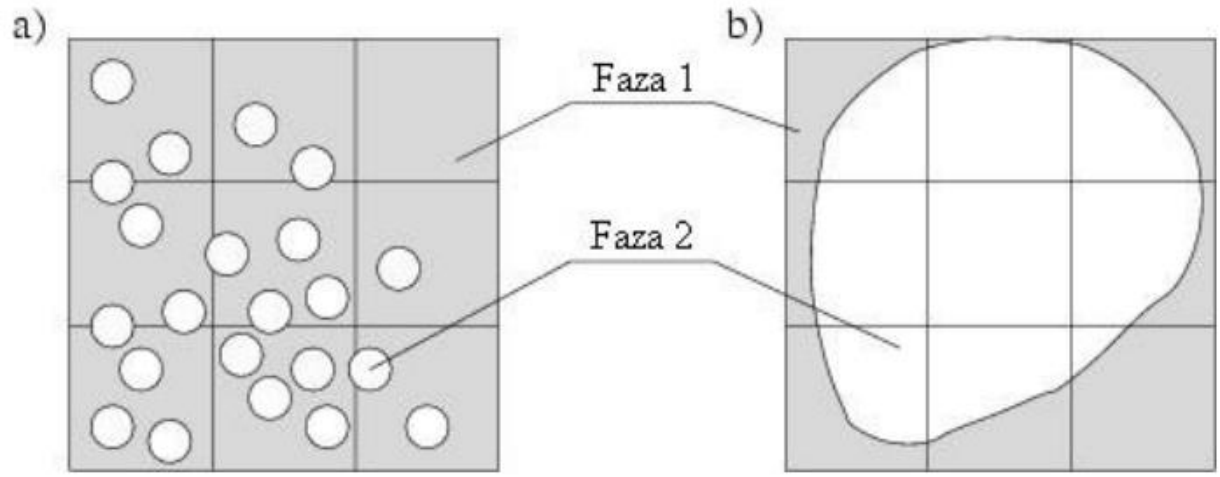
Ovisno o tome u kojoj se fazi nalazi fluid on mijenja svoja svojstva. Jednadžbe kojima se računaju osnovna svojstva fluida glase:

$$\rho = \sum_i \rho_i \alpha_i \tag{39}$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \alpha_i \tag{40}$$

pri čemu je ρ_i gustoća, a μ_i dinamički koeficijent viskoznosti pojedine faze fluida [23].

Na slici 9. je prikazan udio fluida u kontrolnom volumenu te je moguće uočiti neadekvatnu mrežu kontrolnih volumena za dvofazno strujanje fluida (a) i mrežu kontrolnih volumena za dvofazni model strujanja gdje obje faze zauzimaju velik dio proračunske domene što omogućuje primjenu metode udjela fluida u volumenu (b).



Slika 9. Prikaz dvofaznog fluida u mreži kontrolnih volumena [23]

.

3.11. Postupak verifikacije rezultata numeričke simulacije

Kako bi se ocijenio utjecaj prostorne i vremenske diskretizacije na numeričke rezultate potrebno je provesti postupak verifikacije. Verifikacija se provodi s ciljem procjene nesigurnosti rezultata numeričke simulacije. Za provedbu verifikacije rezultata numeričke simulacije potrebno je odrediti razlike u vrijednostima odabranih fizikalnih veličina dobivenih primjenom različitih gustoća mreža i različitog vremenskog koraka. U ovom radu provedena je studija konvergencija za tri različite gustoće mreže te tri različita vremenska koraka. Obzirom na omjer konvergencije R_i postoje tri tipa konvergencije [28]:

- $0 < R_i < 1$ - monotona konvergencija,
- $-1 < R_i < 0$ - oscilatorna konvergencija,
- $|R_i| > 1$ - divergencija.

Omjer konvergencije je definiran kao omjer razlike rješenja dobivenih srednjom i grubom mrežom i razlike rješenja dobivenih finom i srednjom mrežom:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \tag{41}$$

gdje su $\varepsilon_{i,21}$ i $\varepsilon_{i,32}$ navedene razlike u rješenjima, kako slijedi:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \tag{42}$$

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \tag{43}$$

gdje $\hat{S}_{i,1}$, $\hat{S}_{i,2}$ i $\hat{S}_{i,3}$ odgovaraju rješenjima za finu, srednju i grubu mrežu.

Nesigurnost numeričke simulacije se računa ovisno o vrsti konvergencije. Ukupna nesigurnost numeričke simulacije $\overline{U_{SN}}$ se računa prema izrazu [29]:

$$\overline{U_{SN}} = \sqrt{\overline{U_T}^2 + \overline{U_G}^2} \tag{44}$$

gdje je $\overline{U_T}$ nesigurnost vremenskog koraka, a $\overline{U_G}$ nesigurnost gustoće mreže. Za slučaj monotone konvergencije koristi se metoda Richardsonove ekstrapolacije za izračun pogrešaka i nesigurnosti numeričke simulacije. Nesigurnost se procjenjuje pomoću faktora sigurnosti F_S i parametra δ_{RE}^{*} kako slijedi [29]:

$$U_i = F_S \left| \delta_{RE}^{*} \right| \tag{45}$$

gdje faktor sigurnosti iznosi $F_S = 1,25$, a parametar δ_{RE}^{*} se određuje iz izraza:

$$\delta_{RE}^{*} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \tag{46}$$

gdje je r_i omjer profinjenja koji se računa prema izrazu:

$$r_i = \sqrt[3]{\frac{N_i}{N_{i+1}}} \tag{47}$$

gdje je N_i broj ćelija mreže, a p_i je red točnosti:

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln\left(r_i\right)} \tag{48}$$

U slučaju oscilatorne konvergencije nesigurnost U_i moguće je odrediti pomoću izraza [29]:

$$U_i = \frac{S_U - S_L}{2} \tag{49}$$

gdje je S_U gornja, a S_L donja vrijednost rezultata numeričke simulacije.

Za slučaj divergencije, nesigurnost U_i se računa prema izrazu [29]:

$$U_i = \left| S_U - S_L \right| \tag{50}$$

Nesigurnost gustoće mreže $\overline{U_G}$ i nesigurnost vremenskog koraka $\overline{U_T}$ se računaju kao omjer nesigurnosti U_i i rezultata dobivenog finom mrežom $\hat{S}_{i,1}$ kako slijedi:

$$\overline{U_G} = \frac{U_i}{\hat{S}_{G,1}} \cdot 100\% \tag{51}$$

$$\overline{U_T} = \frac{U_i}{\hat{S}_{T,1}} \cdot 100\% \quad \textbf{(52)}$$

3.12. Postupak validacije rezultata numeričke simulacije

Validacija numeričke simulacije je postupak procjene točnosti rješenja numeričke simulacije. Validacijom se utvrđuje koliko točno matematički model opisuje neku pojavu. U ovom radu, rješenja numeričkih simulacija uspoređena su s eksperimentalnim rezultatima i numeričkim rezultatima dostupnim u literaturi. Kako bi se procijenila točnost rezultata numeričkih simulacija isti su uspoređeni s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja. Odstupanje od rezultata eksperimentalnih ispitivanja definirano je relativnom devijacijom kako slijedi:

$$RD = \frac{\varphi_{EKSP} - \varphi_{RDF}}{\varphi_{EKSP}} \cdot 100\% \quad \textbf{(53)}$$

gdje je φ_{RDF} rezultat dobiven numeričkom simulacijom, a φ_{EKSP} rezultat eksperimentalnih ispitivanja.

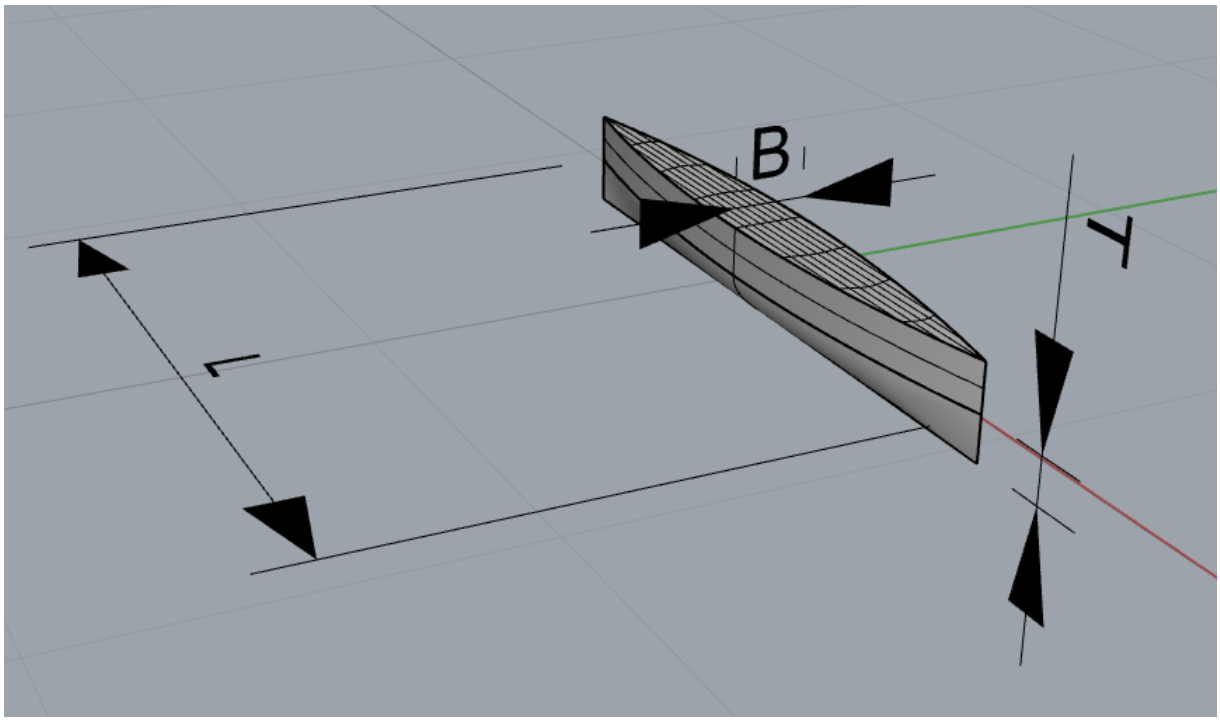
4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA OTPORA U NEOGRANIČENOJ I OGRANIČENOJ VODI

Numeričke simulacije viskoznog strujanja fluida oko trupa broda u neograničenoj i ograničenoj vodi provedene su pomoću programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Numeričke simulacije provedene su za parabolične jednotrupne i katamaranske Wigley-jeve forme. Specifičnost Wigley-eve forme je njena derivabilnost i integrabilnost. Matematički opis Wigley-eve forme dan je sljedećom analitičkom jednadžbom:

$$y(x,z) = \pm\frac{B}{2}\left[1-\left(\frac{x}{L/2}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{z}{T}\right)^2\right] \quad \textbf{(54)}$$

gdje su L duljina, B širina i T gaz [30].

Glavne izmjere jednotrupne Wigley-eve forme generirane u programskom paketu Rhinoceros prikazane su na slici 10.



Slika 10. Osnovne dimenzije jednotrupne Wigley-e forme

Ishodište koordinatnog sustava broda nalazi se u simetralnoj ravnini broda, na polovini duljine i na zadanom gazu broda. Pozitivan smjer osi x desnokretnog koordinatnog sustava je prema pramcu, a osi z prema gore.

4.1. Geometrijske značajke modela

Numeričke simulacije pokusa otpora provedene su za jednotrupnu Wigley-evu formu i za tri konfiguracije katamarana s različitim udaljenostima između trupova, za Froudeov broj 0,35. Geometrijske značajke modela Wigley-eve forme prikazane su u tablici 1.

Tablica 1. Geometrijske značajke modela Wigley-eve forme

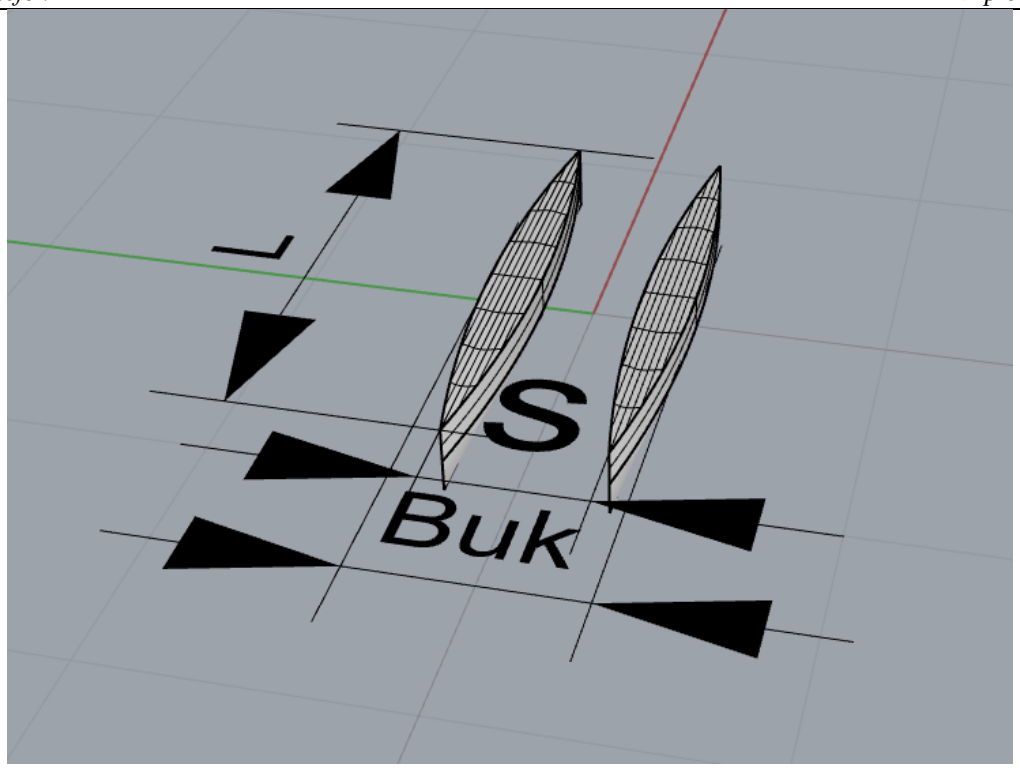
L, m	1,8
B, m	0,18
T, m	0,11
L/B	10
B/T	1,64
S, m^2	0,482
C_B	0,444
C_P	0,666

U tablici 2. su prikazane različite konfiguracije katamarana za koje su provedene numeričke simulacije. Katamaranima je varirana udaljenost između trupova, kako bi se ispitao utjecaj bočnih stijenki bazena na strujanje oko trupa broda.

Tablica 2. Geometrijske značajke katamarana

Naziv konfiguracije katamarana	*S/L*	Ukupna širina, B_{UK} , m
K1	0,2	0,54
K2	0,3	0,72
K3	0,4	0,9

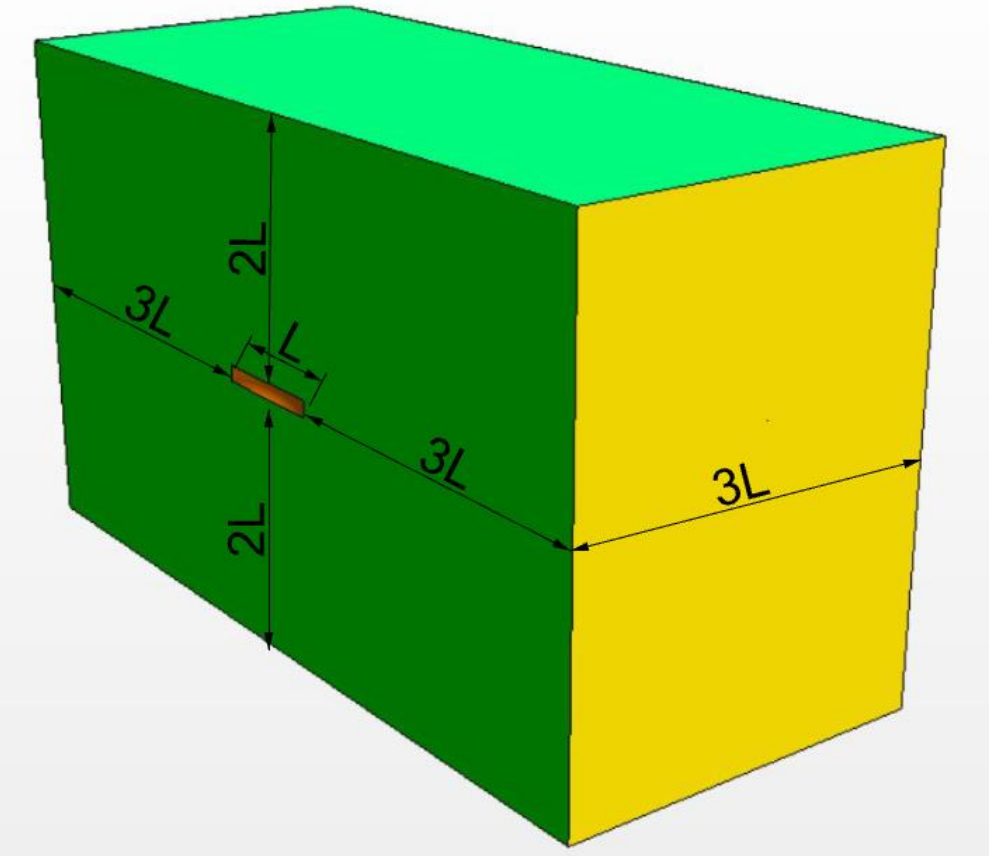
Na slici 11. su prikazane glavne značajke modela katamarana generiranog u programskom paketu Rhinoceros.



Slika 11. Glavne značajke modela katamarana

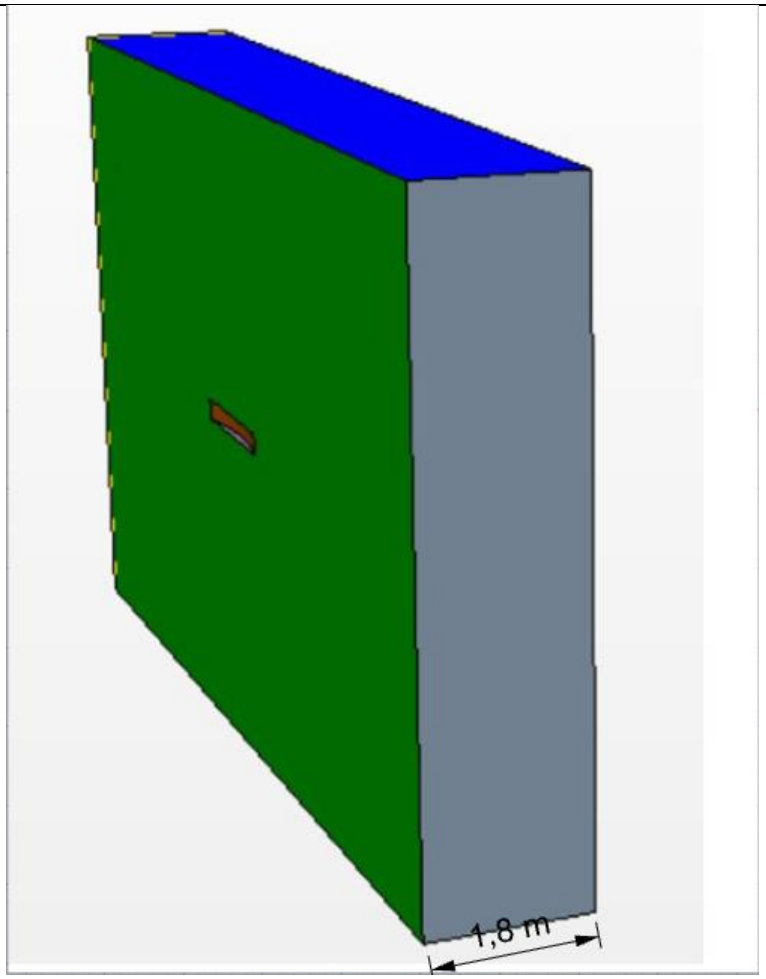
4.2. Izrada domene

S ciljem provođenja numeričkih simulacija pokusa otpora za model broda, generirana je proračunska domena u obliku kvadra, što omogućuje definiranje različitih rubnih uvjeta na graničnim površinama domene. Nakon generiranja kvadra potrebno je od kvadra oduzeti model Wigley-a operacijom „*Boolean*“. S obzirom da su se u ovom radu provodile numeričke simulacije viskoznog strujanja fluida oko modela broda u neograničenoj i u ograničenoj vodi, generirane su dvije različite domene. Prema preporukama iz [26] odabrane su dimenzije domene za neograničenu vodu prikazane na slici 12.



Slika 12. Domena za numeričku simulaciju viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za neograničenu vodu

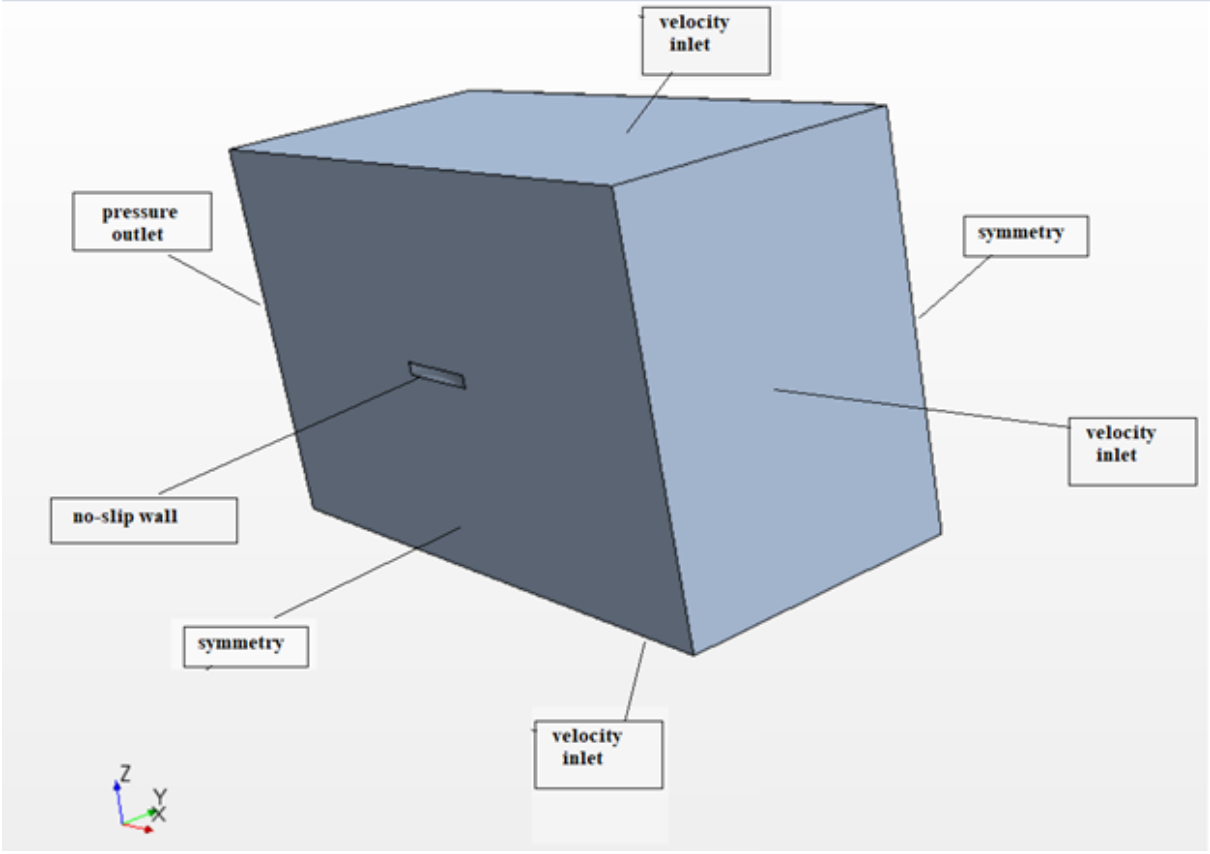
U slučaju provođenja numeričke simulacije viskoznog strujanja fluida oko trupa broda za ograničenu vodu, širina domene je manja, dok su preostale dimenzije ostale iste. Širina domene je odabrana prema bazenu za ispitivanja u brodskoj hidrodinamici na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu. Obzirom da je zbog simetričnosti forme broda generirana samo polovina proračunske domene, širina domene iznosi je 1,8 metar, što odgovara polovini širine bazena, slika 13.



Slika 13. Domena za numeričku simulaciju viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za ograničenu vodu

4.3. Rubni uvjeti

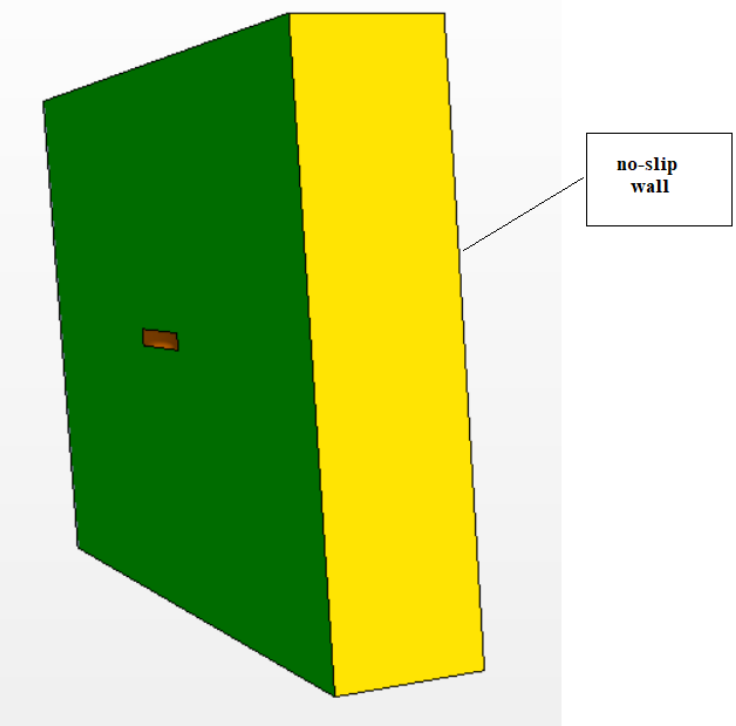
Prije diskretizacije proračunske domene, potrebno je zadati rubne uvjete na svakoj graničnoj površini domene, kao i na trupu broda. Rubne uvjete je važno postaviti kako bi sustav diskretiziranih jednadžbi bio rješiv. Rubne uvjete moguće je podijeliti na: ulaznu granicu, izlaznu granicu, zid i ravninu simetrije [22]. S obzirom da su u ovom radu provedene numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela jednotrupne i katamaranske Wigley-eve forme za ograničenu i neograničenu vodu, primijenjeni su i različiti rubni uvjeti u ovisnosti o ograničenosti vode. Za neograničenu vodu rubni uvjeti su definirani prema [26], slika 14.



Slika 14. Postavljeni rubni uvjeti u numeričkoj simulaciji viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za neograničenu vodu

S obzirom na simetričnost modela broda, korišten je rubni uvjet simetrije na simetralnoj ravnini. Uvjet simetrije se koristi jer znatno smanjuje proračunsko vrijeme numeričke simulacije. Na ulaznoj granici domene u ravnini *yz* te na gornjoj i donjoj granici u ravnini *xz* je postavljen rubni uvjet ulazne brzine strujanja (eng. „*velocity inlet*“), koji definira vektor brzine strujanja. Na izlaznoj granici je definirana vrijednost izlaznog tlaka (eng. *„pressure outlet“*). Na trupu broda je primijenjen rubni uvjet nepromočivosti zida (eng. *„no-slip wall“*). Rubni uvjet zida predstavlja nepropusnu površinu, koja ne dozvoljava strujanje fluida kroz nju. Na toj površini fluid se giba istom brzinom kao i površina, a s obzirom da brod miruje, dok fluid nastrujava na njega, brzina fluida na trupu broda jednaka je nuli [26].

U numeričkim simulacijama viskoznog strujanja fluida oko trupa broda za ograničenu vodu, na bočnoj strani domene u ravnini *xz* uveden je rubni uvjet nepromočivosti, dok su ostali rubni uvjeti ostali isti. Ovaj rubni uvjet je uveden zbog ispitivanja utjecaja bočnih stijenki na viskozno strujanje fluida oko trupa broda, slika 15.



Slika 15. Postavljeni rubni uvjeti u numeričkim simulacijama viskoznog strujanja oko jednotrupnog Wigley-evog modela za ograničenu vodu

U ovom radu je model broda tijekom numeričkih simulacija bio fiksiran. Za validaciju rezultata numeričkih proračuna, položaj modela tijekom simulacija određen je tako da odgovara dinamičkim vrijednostima trima i urona izmjerenim tijekom eksperimenta.

4.4. Diskretizacija domene

Kao što je već napomenuto u poglavlju 3.7, prostorna domena je diskretizirana konačnim volumenima. U ovom radu, diskretizacija proračunske domene je provedena unutra programskog paketa STAR-CCM+ pomoću alata automatske diskretizacije domene (eng. „*automated mesh*“). Prema preporukama iz [26], za diskretizaciju su odabrani sljedeći alati za automatsku diskretizaciju domene:

- alat za rediskretizaciju površina (eng. „*Surface Remesher*“),
- automatsko popravljanje površina (eng. „*Automatic Surface Repair*“),
- alat za odsijecanje suvišnih površina (eng. „*Trimmed Cell Mesher*“),
- alat za diskretizaciju prizama u graničnom sloju (eng. „*Prism Layer Mesher*“).

Alat za rediskretizaciju površina se koristi kako bi se poboljšala kvaliteta površina generiranih ćelija geometrijske mreže. Alat rediskretizira površine čiji rubovi izlaze iz zadane duljine [26].

Alat za automatsko popravljanje površina omogućuje automatsko ispravljanje geometrijskih grešaka nastalih rediskretizacijom površina. Osnovno svojstvo alata je da kontrolira spojene ili razdvojene površine ćelija te ih ili spaja ili određene briše.

Alat za odsijecanje suvišnih površina pruža kompaktnu i efikasnu metodu za stvaranje kvalitetne mreže za jednostavne i složene probleme diskretizacije geometrijske mreže [26]. Osnovne karakteristike alata su:

- koristi heksaedarske ćelije pri diskretizaciji prostorne domene,
- profinjenja su temeljena na osnovnoj veličini ćelije geometrijske mreže
- ne ovisi o kvaliteti diskretizirane površine,
- poravnava se s definiranim koordinatnim sustavom.

Alat za diskretizaciju prizama u graničnom sloju se koristi za generiranje ortogonalnih prizmatičnih ćelija u neposrednoj blizini zida, kako bi se što bolje opisao granični sloj koji nastaje u neposrednoj blizini stijenke broda [26]. Osnovna svojstva ovog alata su:

- ukupna debljina prizama u graničnom sloju,
- broj slojeva,
- faktor rastezanja,
- funkcija koja opisuje rastezanje slojeva.

Nakon odabira modela diskretizacije potrebno je odabrati postavke diskretizacije. Postavke su odabrane prema preporukama iz [26] te su prikazane u tablici 3. Osnovna postavka koja se definira na početku je osnovna veličina površine stranice ćelije (eng. „*base size*“) te se većina ostalih postavki definira u odnosu na nju.

S ciljem provođenja studije verifikacije izrađene su tri mreže s različitim brojem ćelija, ali jednako definiranim profinjenjima. Kako bi se generirale tri međusobno usporedive mreže različite gustoće, a s obzirom da je većina postavki definirana u relativnom odnosu s osnovnom veličinom ćelije, varirana je osnovna veličina ćelije s ciljem profinjenja mreže, što je prikazano u tablici 4. Faktor profinjenja iznosi $\sqrt{2}$. Tri geometrijske mreže konačnih volumena su diskretizirane na način da svaka finija geometrijska mreža ima približno dvostruko veći broj konačnih volumena od prethodne.

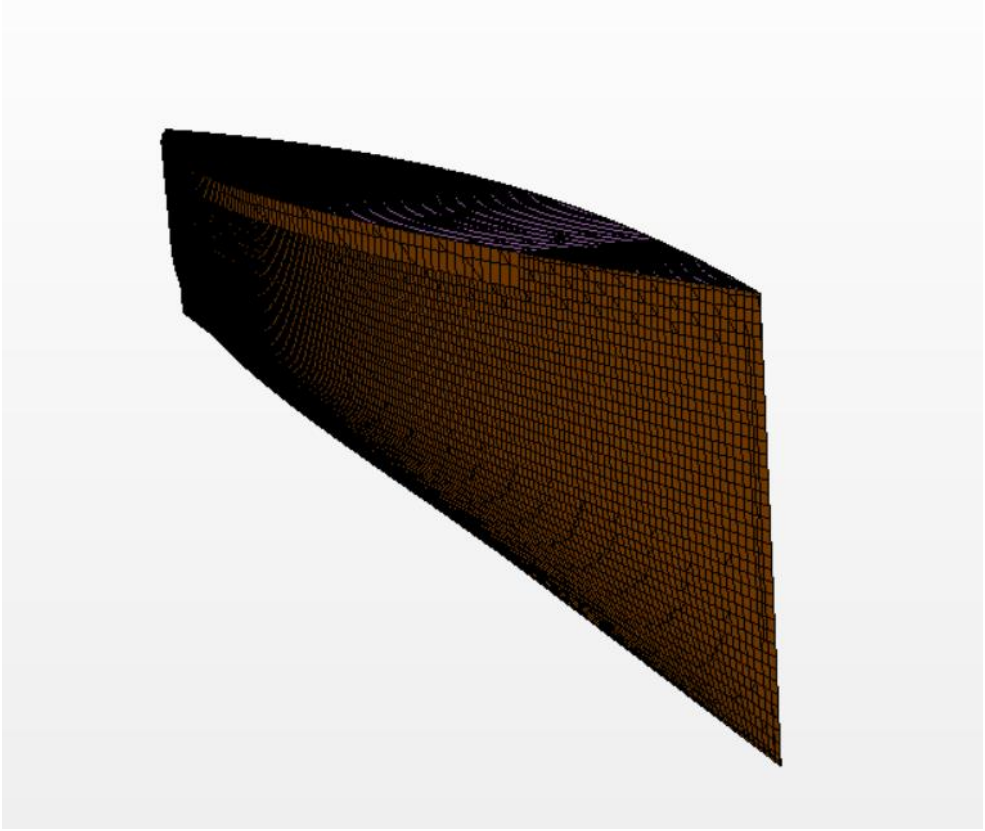
Tablica 3. Postavke diskretizacije

Postavka	Svojstvo postavke	Vrijednost
Osnovna veličina	Vrijednost osnovne veličine	0,05 m
Ciljanja veličina površine	Postotak osnovne veličine	50%
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25%
Maksimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	1600%
Stopa rasta volumena	Zadana stopa rasta	sporo
Automatsko popravljanje površine	Minimalna neposredna blizina	0,001
Zakrivljenost površine	Broj točaka u krugu	36
Broj slojeva prizmi	Broj slojeva u graničnom sloju	20
Faktor rastezanja	Koeficijent povećanja slojeva u prizmi	1,3
Ukupna debljina	Ukupna debljina graničnog sloja	0,01259 m

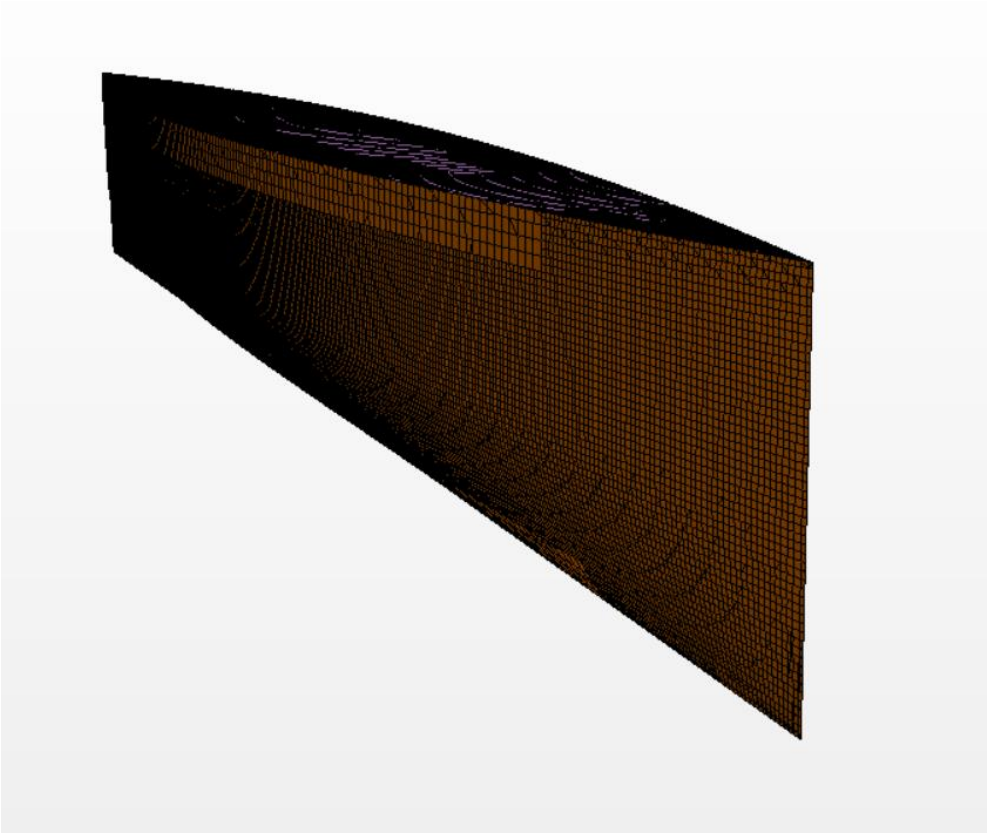
Tablica 4. Veličine osnovnih dimenzija geometrijskih mreža

Gustoća mreže	Gruba	Srednja	Fina
Osnovna veličina ćelije	0,05 m	0,035 m	0,025 m

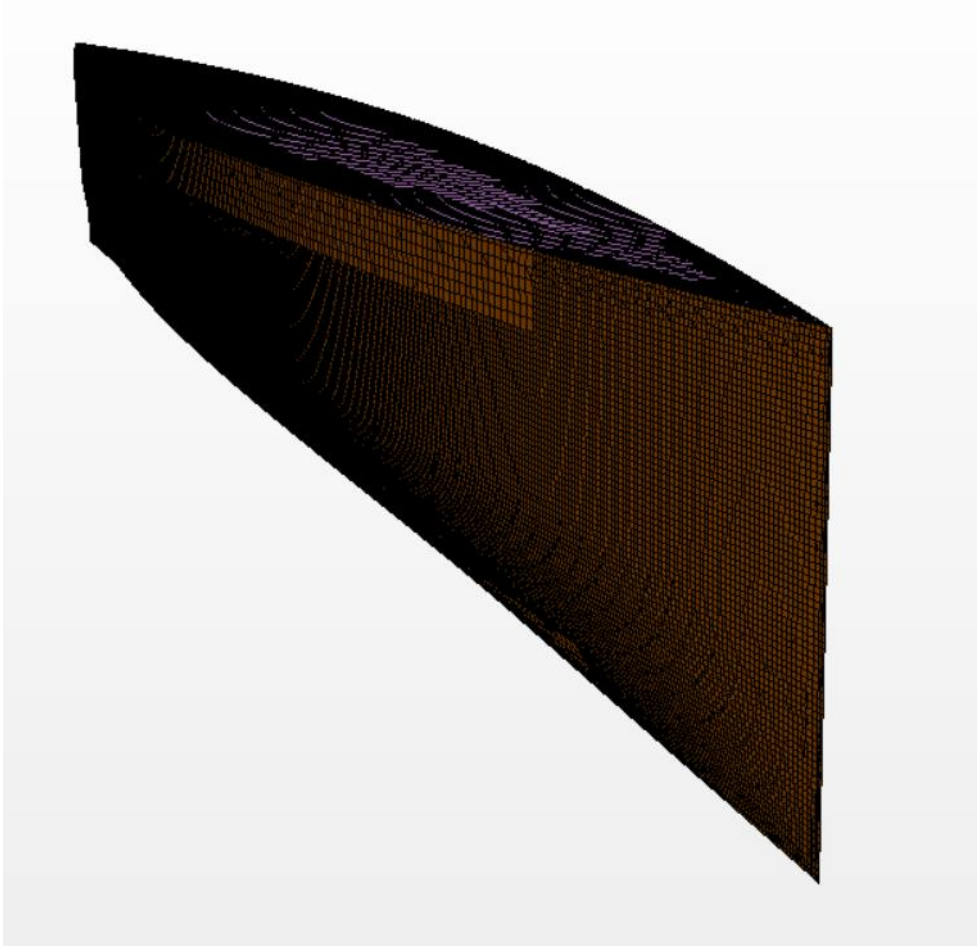
Na slikama 16., 17. i 18. je prikazan pramčani dio trupa Wigley-evog modela, diskretiziran grubom, srednjom i finom mrežom.



Slika 16. Gruba mreža jednotrupnog Wigley-evog modela



Slika 17. Srednja mreža jednotrupnog Wigley-evog modela



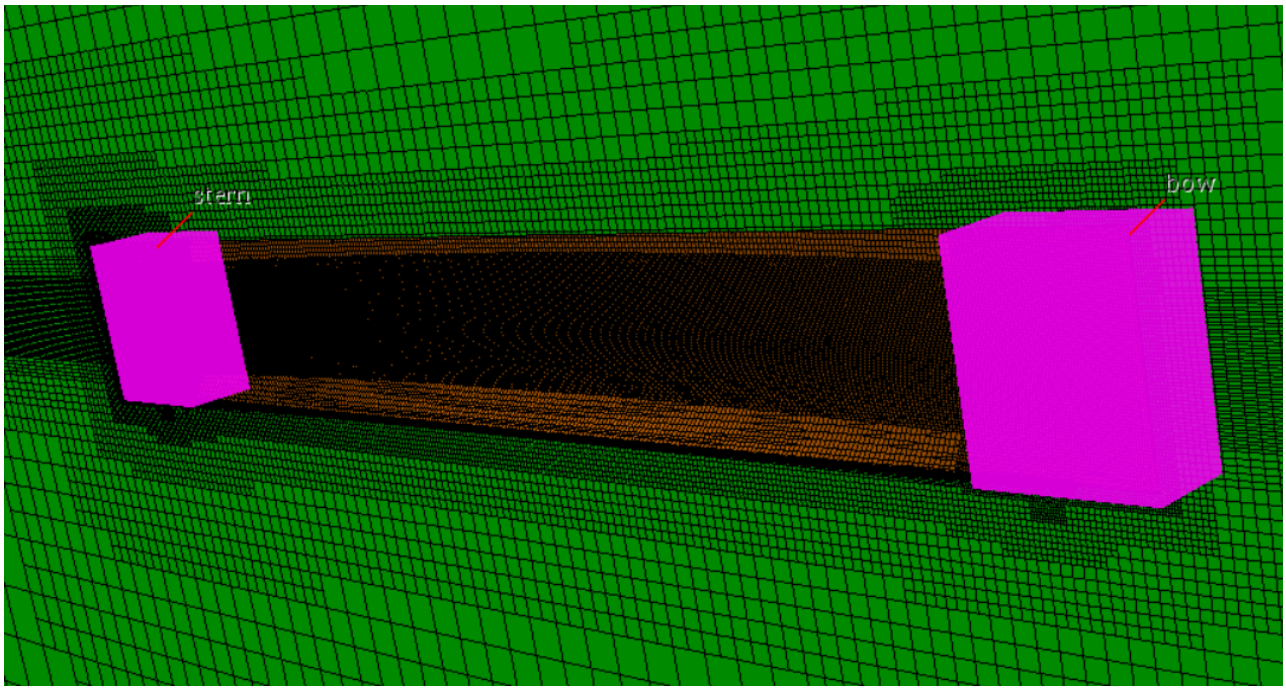
Slika 18. Fina mreža jednotrupnog Wigley-evog modela

Kako bi se ostvarili pouzdani rezultati numeričke simulacije potrebno je adekvatno diskretizirati proračunsku domenu. U području gdje fluid struji u jednome smjeru s malim gradijentom brzine, dovoljna je gruba diskretizacija mreže, dok je u području gdje dolazi do velikih promjena brzine, kao što su: Kelvinov kut valova, slobodna površina, područje vrtloga, područje odvajanja strujanja, potrebno lokalno profiniti mrežu [26]. Uz prethodno definirane postavke, određena su sljedeća lokalna profinjenja:

- pramac i krma,
- slobodna površina,
- Kelvinov kut (eng. „*Wake*“),
- područje oko trupa modela broda.

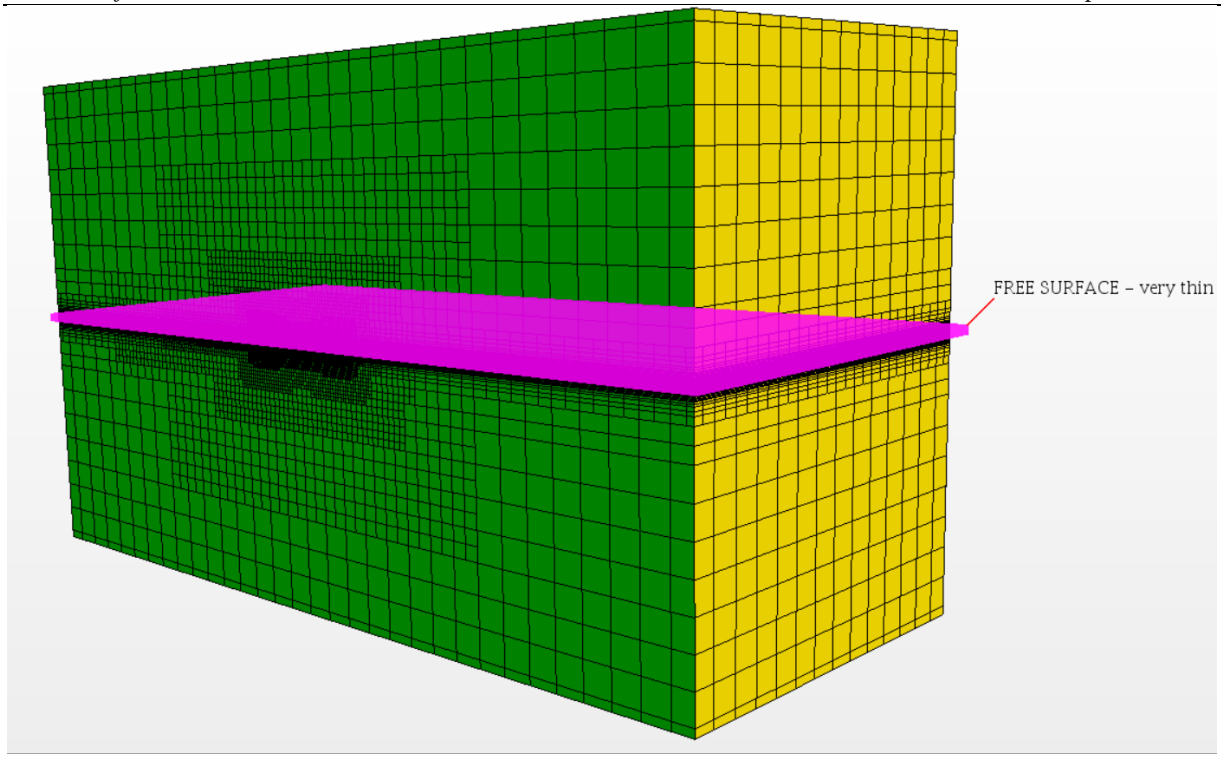
Zbog naglih prijelaza forme u području pramca i krme broda korišteno je volumetrijsko profinjenje oblika kvadra. S obzirom na simetričnost Wigley-eve forme u odnosu na os *y,*

volumetrijsko profinjenje oko pramca i krme je jednako te veličina ćelije iznosi 12,5% osnovne veličine ćelije, što je prikazano na slici 19.

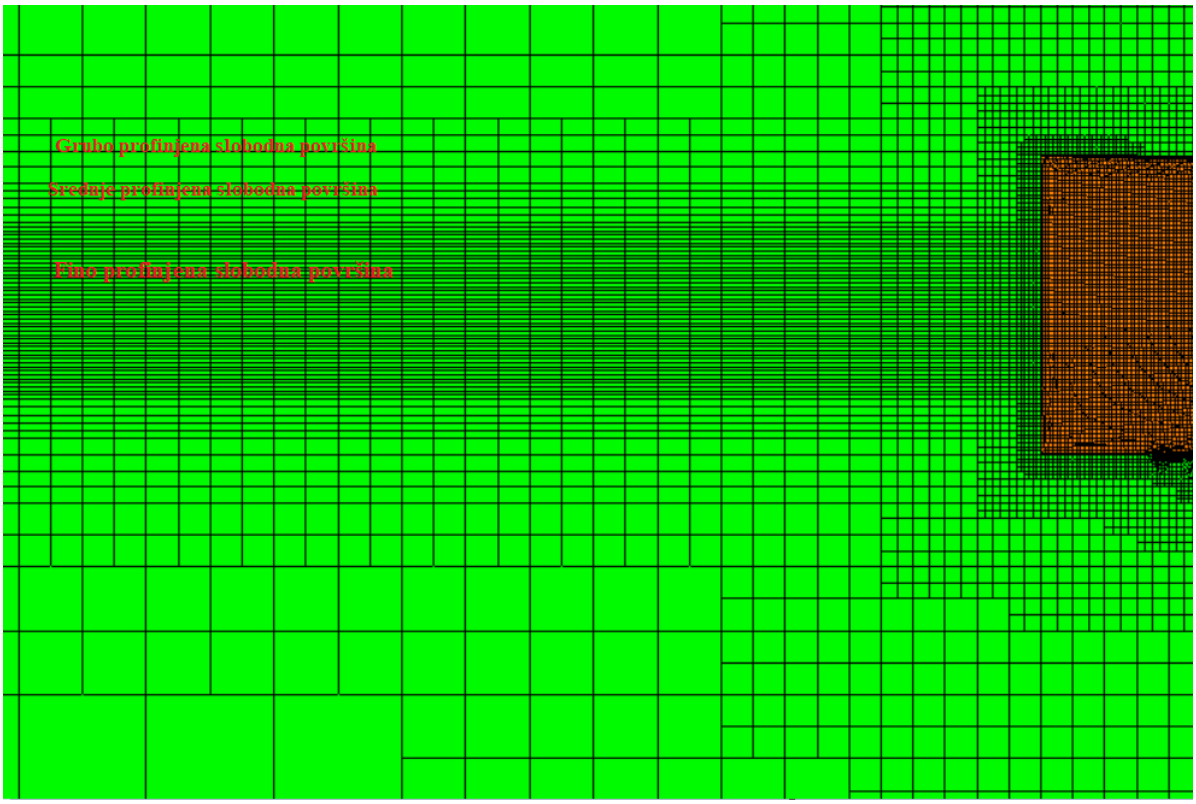


Slika 19. Volumetrijsko profinjenje oko pramca i krme za jednotrupni Wigley-ev model

Veoma je važna diskretizacija područja gdje se očekuje slobodna površina. Prilikom diskretizacije slobodne površine korištena su volumetrijska profinjenja oblika kvadra koja se protežu cijelom domenom u *xy* ravnini, što je prikazano na slici 20. Napravljena su tri volumetrijska profinjenja slobodne površine različitih visina i različitih gustoća mreže, što je prikazano sa slici 21. Veličina ćelije grubog profinjenja u smjeru osi *z* iznosi 50%, srednjeg profinjenja 25%, a finog profinjenja 12,5% osnovne veličine ćelije. Postepeni prijelaz s fine na grublju mrežu je postignut profinjenjima različitih gustoća.

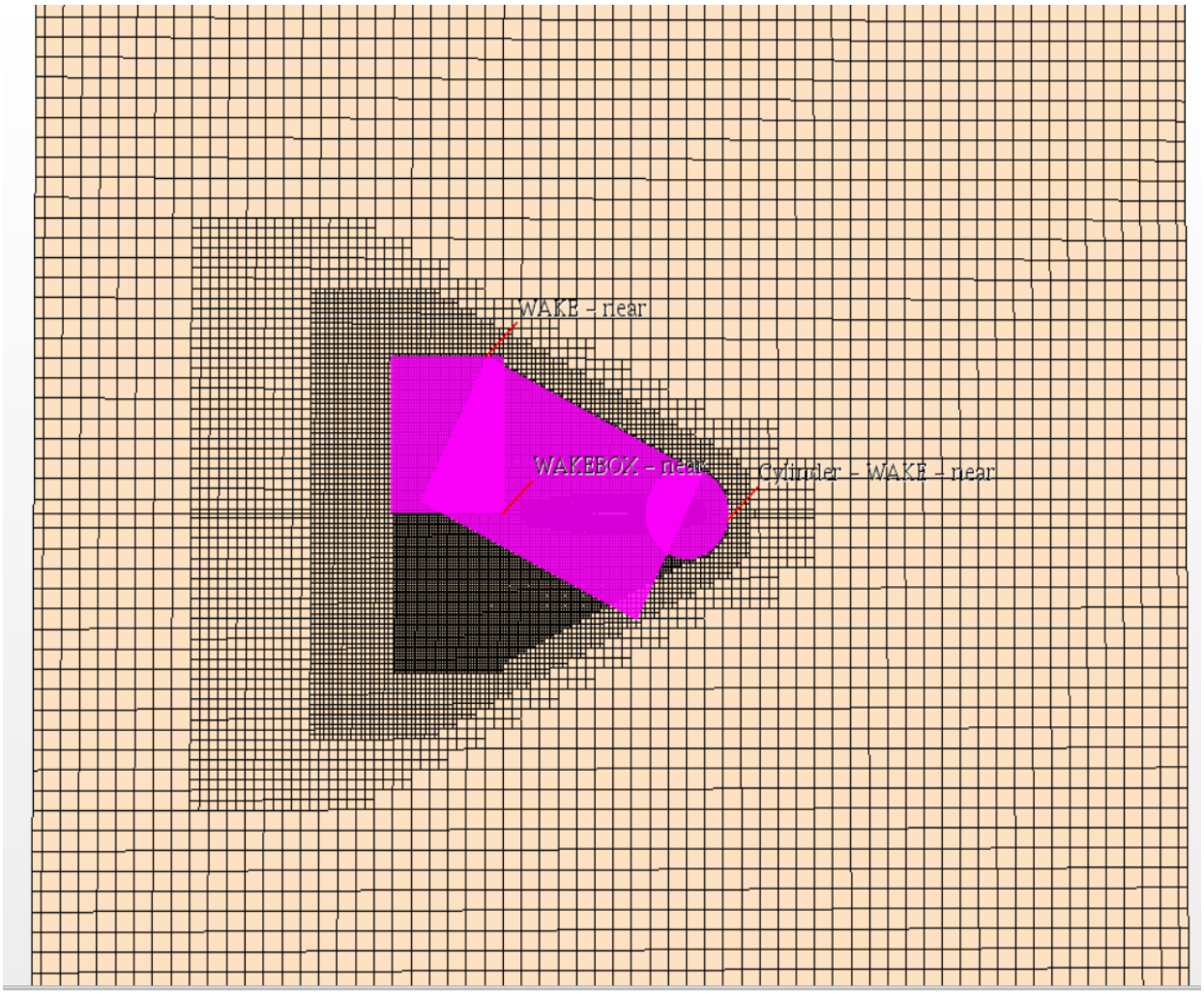


Slika 20. Fino volumetrijsko profinjenje slobodne površine



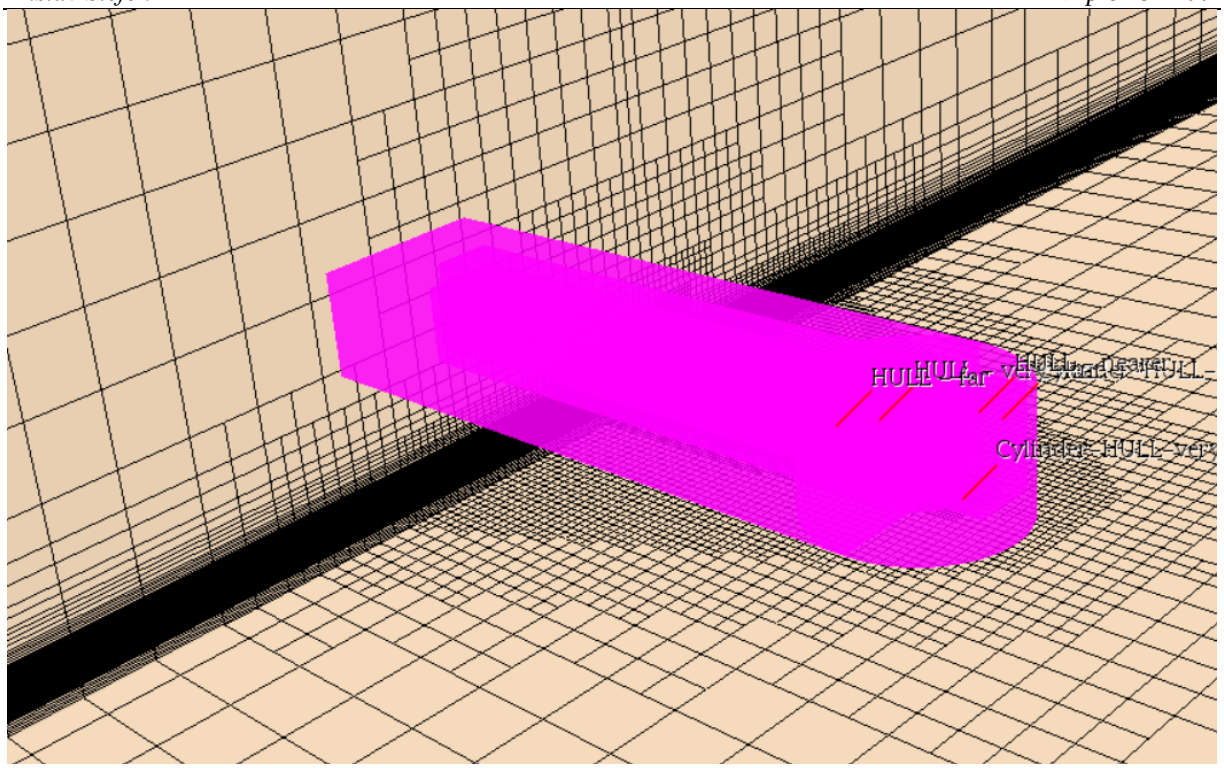
Slika 21. Tri sloja volumetrijskih profinjenja slobodne površine

Kako bi se što bolje obuhvatio Kelvinov kut, izrađena su tri volumetrijska profinjenja u obliku valjka i kvadra s različitih gustoćama oko trupa modela broda. Navedena profinjenja se koriste s ciljem dobivanja slike sustava brodskih valova, što je opisano u poglavlju 2.2. Na slici 22. je prikazano fino volumetrijsko profinjenje sastavljeno od valjka i dva kvadra, od kojih se jedan nalazi u lokalnom koordinatnom sustavu zarotiranom za 30° u odnosu na os *x*.



Slika 22. Profinjenje na slobodnoj površini za finu mrežu jednotrupnog Wigley-evog modela

U području uz trup broda, nastaju veliki gradijenti brzina te ga je potrebno dodatno profiniti. Volumetrijska profinjenja korištena za profinjenje područja oko trupa broda sastavljena su od kvadra i valjka te su prikazana na slici 23.

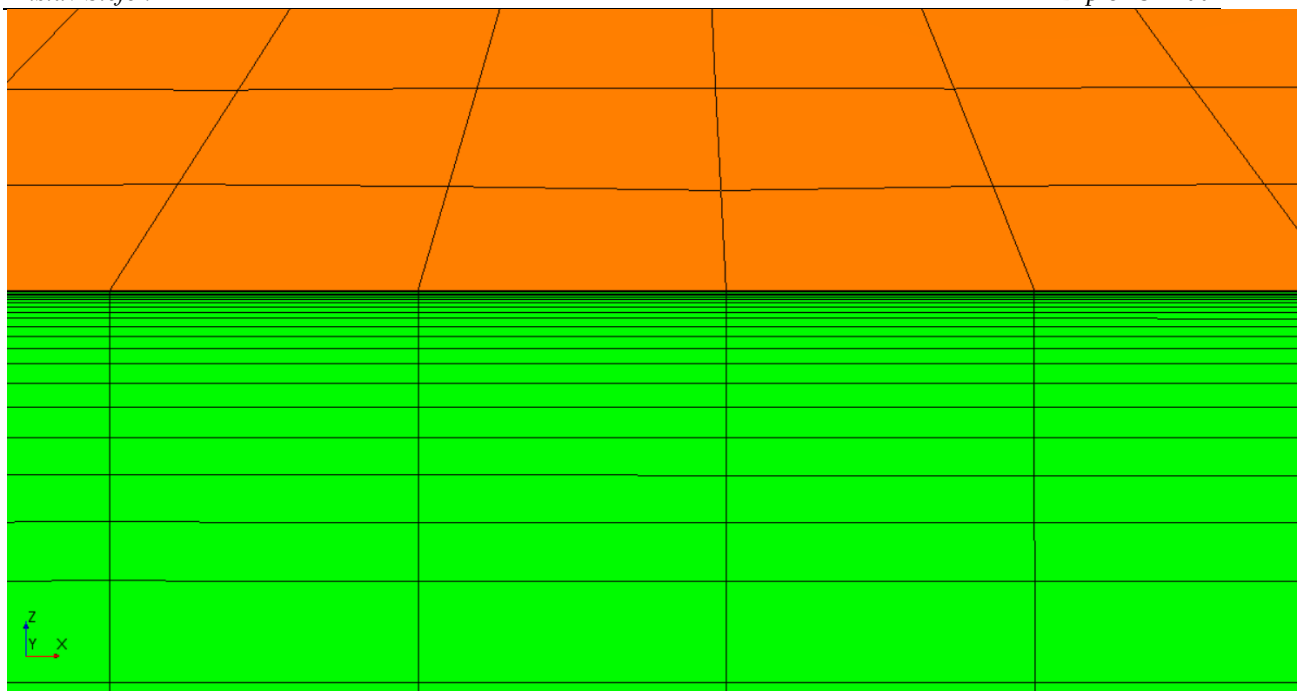


Slika 23. Profinjenja oko trupa broda

Za diskretizaciju graničnog sloja korišten je alat za diskretizaciju prizama, kao što je prethodno navedeno. Kako bi se ispunio uvjet $y^+ < 1$, primjenjen je izraz za određivanje udaljenosti od stijenke čvora prve ćelije uz stijenku prema [31] kako slijedi:

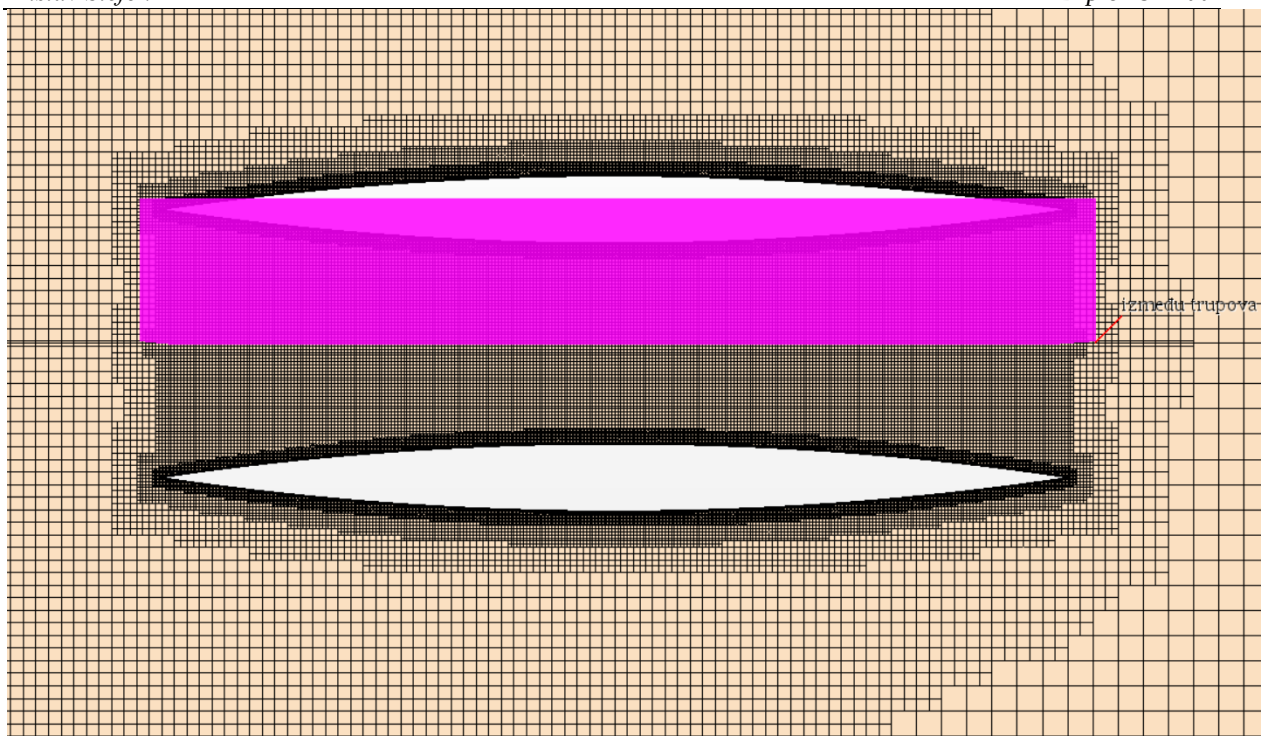
$$y^+ = 0{,}172\left(\frac{y}{L}\right)Rn^{0{,}9} \qquad \textbf{(55)}$$

gdje je y polovina visine prve ćelije u graničnom sloju uz stijenku. Također, bitno je voditi računa o tome da posljednja ćelija u graničnom sloju bude manja od prve susjedne ćelije koja se ne nalazi u graničnom sloju. S obzirom da je prva ćelija u graničnom sloju veoma mala, te kako ne bih došlo do velike razlike u veličini između posljednje ćelije graničnog sloja i prve susjedne ćelije, korišteno je 20 slojeva prizama u graničnom sloju. Na temelju ovih uvjeta određena je debljina graničnog sloja, koja predstavlja zbroj svih debljina slojeva prizama graničnog sloja te faktor rastezanja, koji predstavlja omjer koliko je visina idućeg sloja veća od prethodnog, a iznosi 1,3. Na slici 24. je prikazana diskretizacija graničnog sloja uz trup broda.

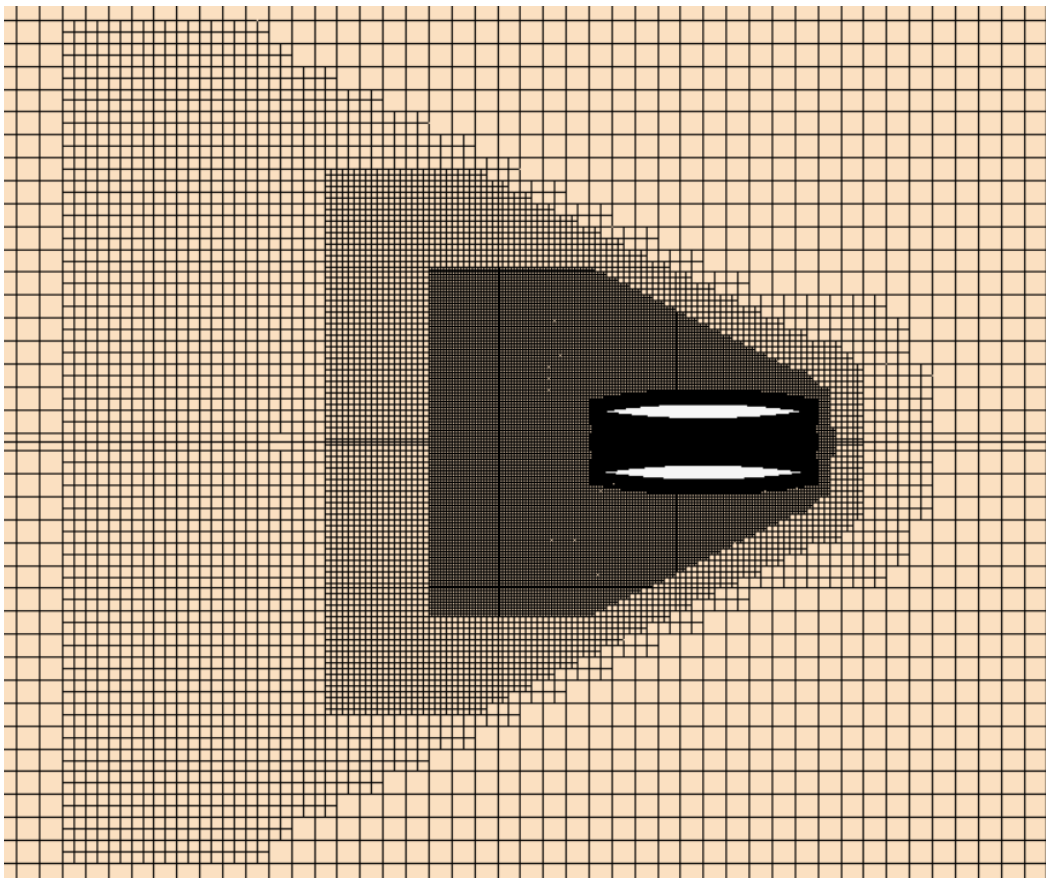


Slika 24. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja uz trup jednotrupnog Wigley-evog modela

Diskretizacija proračunske domene za slučaj katamaranskih konfiguracija Wigley-eve forme provedena je na sličan način kao i u slučaju jednotrupne forme, uz promjenu položaja volumetrijskih profinjenja. Također, definirano je dodatno volumetrijsko profinjenje u obliku kvadra, koje se nalazi između trupova katamarana, kako bi se opisala kompleksna pojava interferencije u tom području. Veličina ćelije u volumetrijskom profinjenju između trupova iznosi 25% osnovne veličine ćelije, što je prikazano na slici 25. Na slici 26. prikazano je profinjenje Kelvinovog kuta za katamaransku konfiguraciju K2.



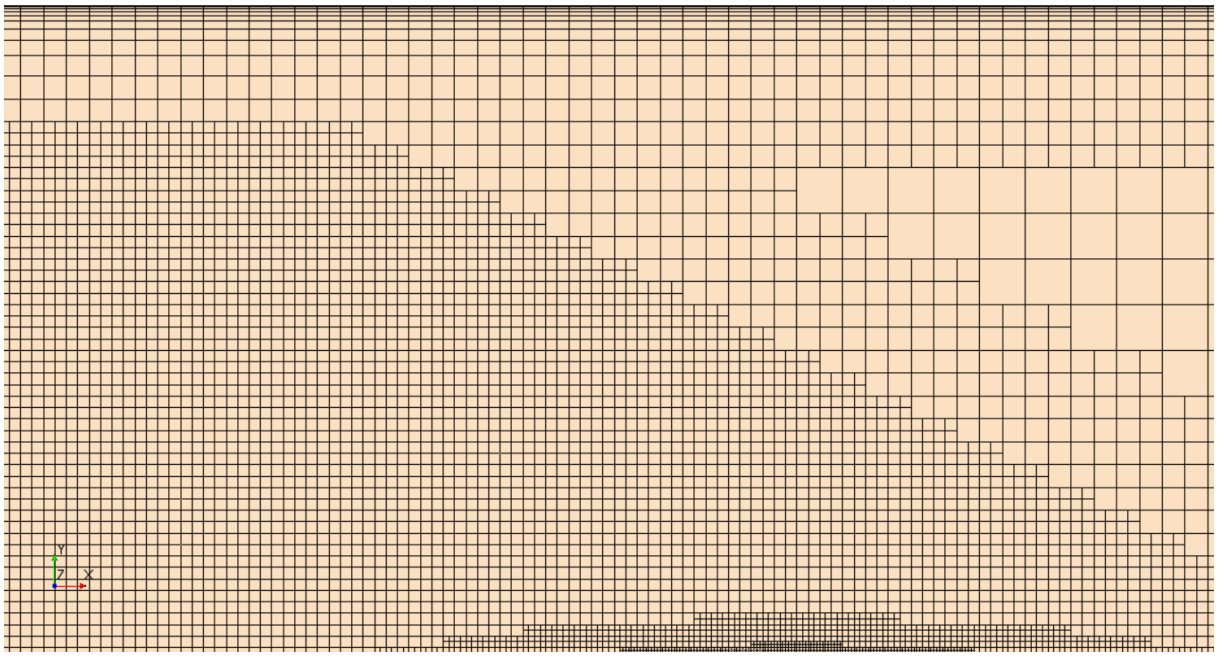
Slika 25. Volumetrijsko profinjenje između trupova za K2 katamaran



Slika 26. Profinjenje na slobodnoj površini za K2 katamaran

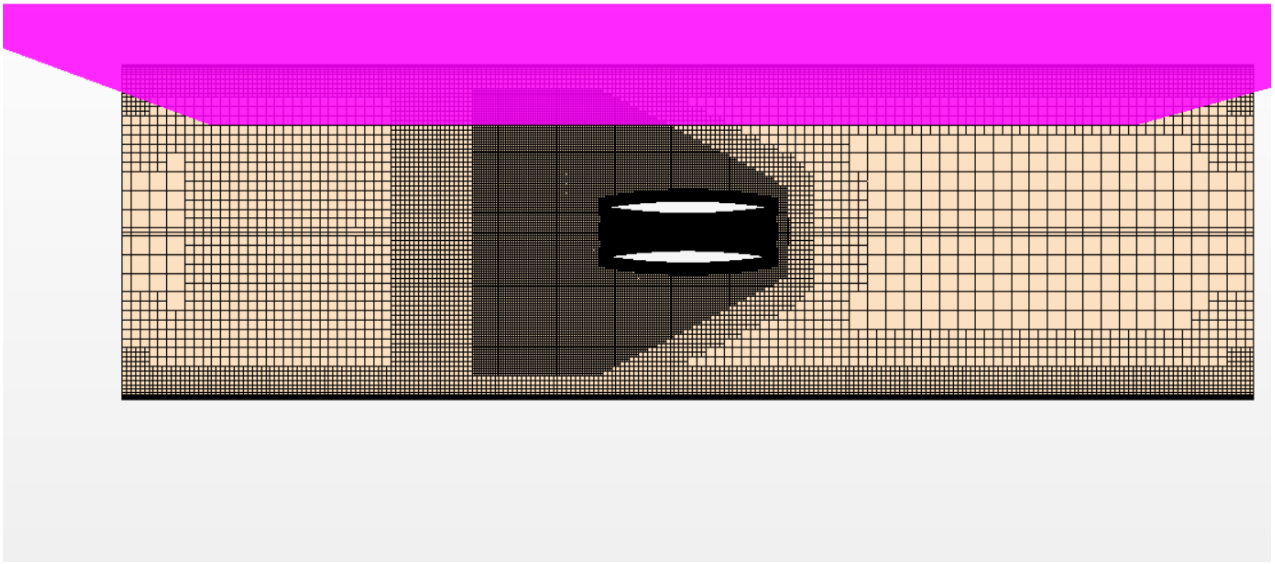
Prilikom diskretizacije katamaranskih konfiguracija i jednotrupne Wigley-eve forme u ograničenoj vodi, granični sloj diskretiziran je i na bočnoj granici domene. S obzirom da se u viskoznom strujanju fluida u ograničenoj vodi bočna granica domene smatra krutom stijenkom, uz nju se formira granični sloj te su uvedena dodatna profinjenja za viskozno strujanje fluida u ograničenoj vodi:

- diskretiziran je granični sloj na bočnoj granici domene uz zadovoljenje uvjeta $30 < y^+ < 300$, koji se sastoji od 8 slojeva s faktorom rastezanja 1,3, što je prikazano na slici 27.



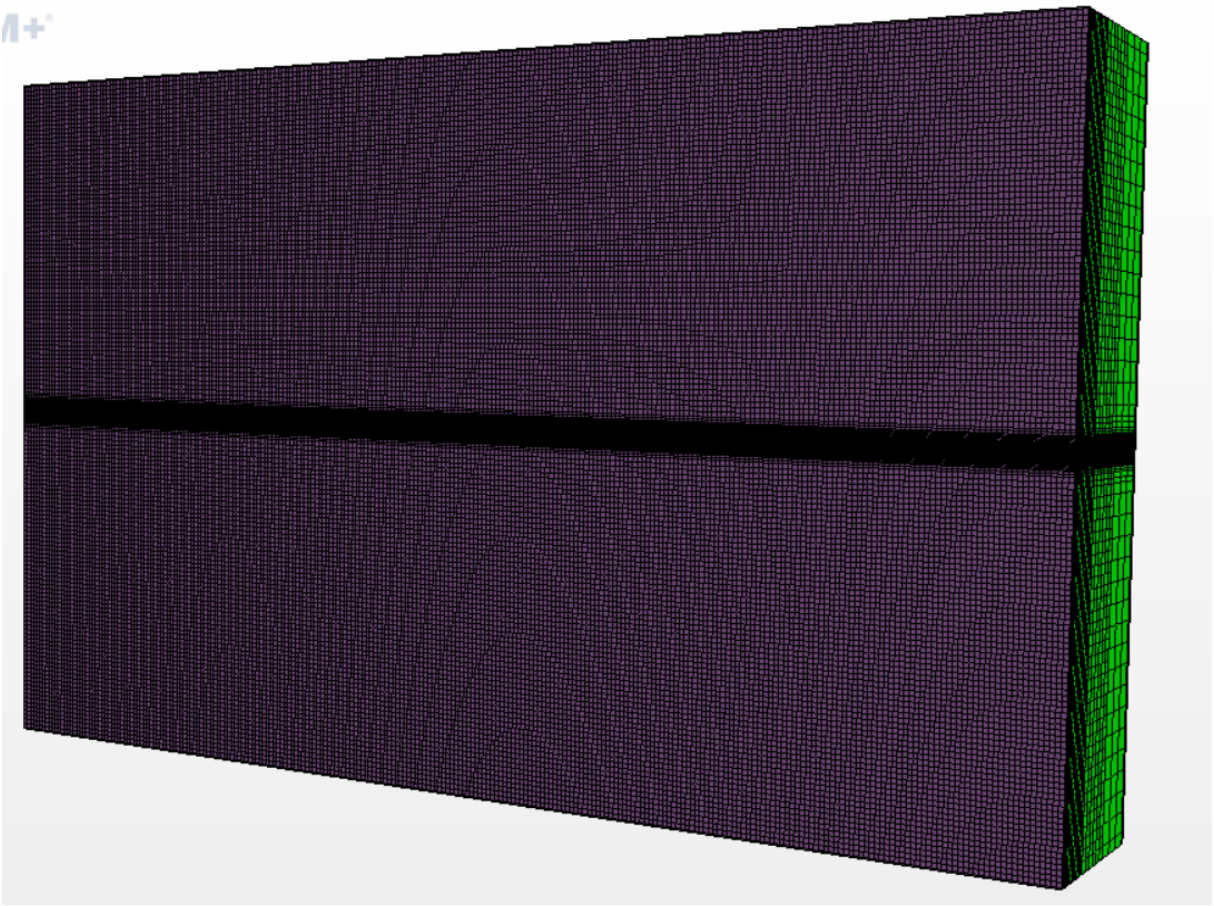
Slika 27. Diskretizacija graničnog sloja na bočnoj granici domene

- Područje oko bočne granice domene je dodatno profinjeno, kako bi prijelaz s graničnog sloja bio postepen i kako bi se što bolje opisala refleksija valova od bočne granice domene. Veličina ćelija iznosi 200% osnovne veličine ćelije, što je prikazano na slici 28.



Slika 28 Profinjenje uz bočnu granicu domene u ograničenoj vodi

Na slici 29. je prikazana diskretizirana bočna granica domene.



Slika 29. Diskretizirana bočna granica domene u ograničenoj vodi

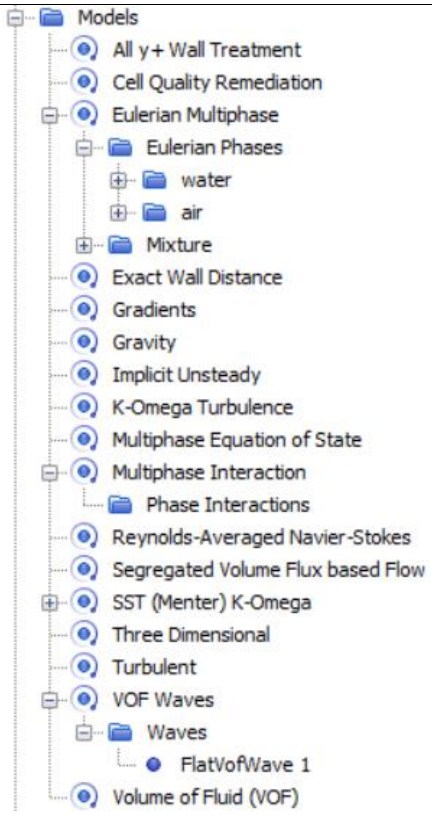
U tablici 5. je prikazan broj ćelija geometrijskih mreža za neograničenu i ograničenu vodu.

Tablica 5. Broj ćelija geometrijskih mreža

Gustoća mreže	gruba	srednja	fina
Broj ćelija za neograničenu vodu			
Jedan trup	479314	935440	1918870
Katamaranska konfiguracija K2	849536	1758250	3575466
Katamaranska konfiguracija K1	/	/	3350369
Katamaranska konfiguracija K3	/	/	3813967
Broj ćelija za ograničenu vodu			
Jedan trup	632422	1225417	2509897
Katamaranska konfiguracija K2	989906	2071802	4152105
Katamaranska konfiguracija K1	/	/	3908322
Katamaranska konfiguracija K3	/	/	4357752

4.5. Definiranje fizikalnog modela

Nakon diskretizacije domene, potrebno je definirati fizikalni model koji opisuje viskozno strujanje fluida oko modela broda. Unutar programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+, fizikalni model je odabran prema [26] te je prikazan na slici 30.

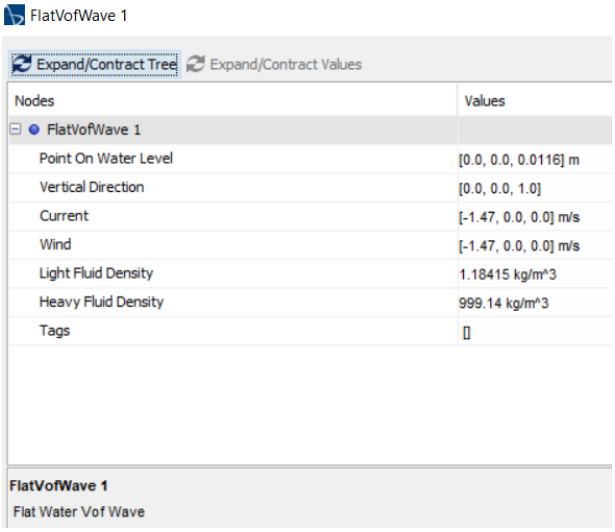


Slika 30. Odabrani fizikalni model unutar numeričke simulacije

Neka od svojstava fizikalnog modela su već ranije opisana te je u nastavku dan pregled preostalih svojstava:

- S ciljem istraživanja nestacionarnih pojava, numerička simulacija provedena je s fizikalnim modelom za nestacionarno strujanje te je korišten nestacionarni implicitni rješavač (eng. „*Implicit Unsteady*“). Njegova primarna zadaća je kontrola promjena svojstava za svaki vremenski korak, dok mu je sekundarna zadaća kontrola vremenskog koraka [23].
- Za provjeru vrijednosti y^+ korišten je rješavač zidne turbulencije (eng „*All* y^+ *Wall Treatment*“). Model provjerava vrijednost y^+ te na temelju njegove vrijednosti koristi odgovarajuće jednadžbe, ovisno o tome odgovara li y^+ linearnom podsloju ili logaritamskom području brzina. Za računanje udaljenosti od stijenke koristi se model točno određene udaljenosti (eng. „*Exact Wall Distance*“) [23].
- Model popravljanja kvalitete ćelija (eng. „*Cell Quality Remediation*“) se koristi kako bi se smanjio utjecaj loše oblikovanih dijelova mreže. Model sam prepoznaje loše oblikovane konačne volumene te ih preoblikuje ili uklanja [23].

- Model odvojenog strujanja fluida (eng „*Segregated Flow*“) koristi odvojeni rješavač koji rješava svaku momentnu jednadžbu zasebno koristeći se algoritmom SIMPLE, koji je detaljnije objašnjen u [22]. Unutar odvojenog rješavača nalaze se dva dodatna rješavača: rješavač brzina i rješavač tlaka, koji rješavaju jednadžbe strujanja fluida za svaku komponentu brzine i tlaka zasebno. Ovaj model je najprikladniji za rješavanje nestlačivog strujanja [23].
- Model VOF valova (eng „*VOF Waves*“) se koristi za matematičko modeliranje površinskih gravitacijskih valova na granici između dva fluida. U ovom radu su korišteni ravni VOF valovi (eng „*Flat VOF Waves*“) koji predstavljaju mirnu razinu vode. Za njihovo definiranje potrebno je zadati brzinu strujanja i gustoću vode i zraka, kao i razinu vode [23], slika 31.



Slika 31. Postavke VOF valova

- Eulerov multifazni model (eng. „*Eulerian Multiphase*“) se koristi za definiranje dvije faze fluida, odnosno vode i zraka, koje se koriste pri definiranju slobodne površine [23].

Nadalje, veoma je važno voditi računa o refleksiji valova, koja može znatno utjecati na rezultate. Refleksija valova može nastati uslijed odbijanja valova o granice domene ili zbog naglog prijelaza između grube i finije mreže konačnih volumena. Potonje se sprječava odabirom spore stope rasta volumena, dok se refleksija valova o granice domene sprječava prigušenjem VOF valova (eng. „*VOF wave damping*“), također je definirana duljina prigušenja (eng. „*wave damping lenght*“) koja iznosi jednu duljinu broda, odnosno 1,8m [26]. Prigušenje u numeričkim simulacijama definirano je na ulaznoj, izlaznoj i bočnoj granici domene u neograničenoj vodi, dok je u ograničenoj vodi postavljeno na ulaznoj i izlaznoj granici domene.

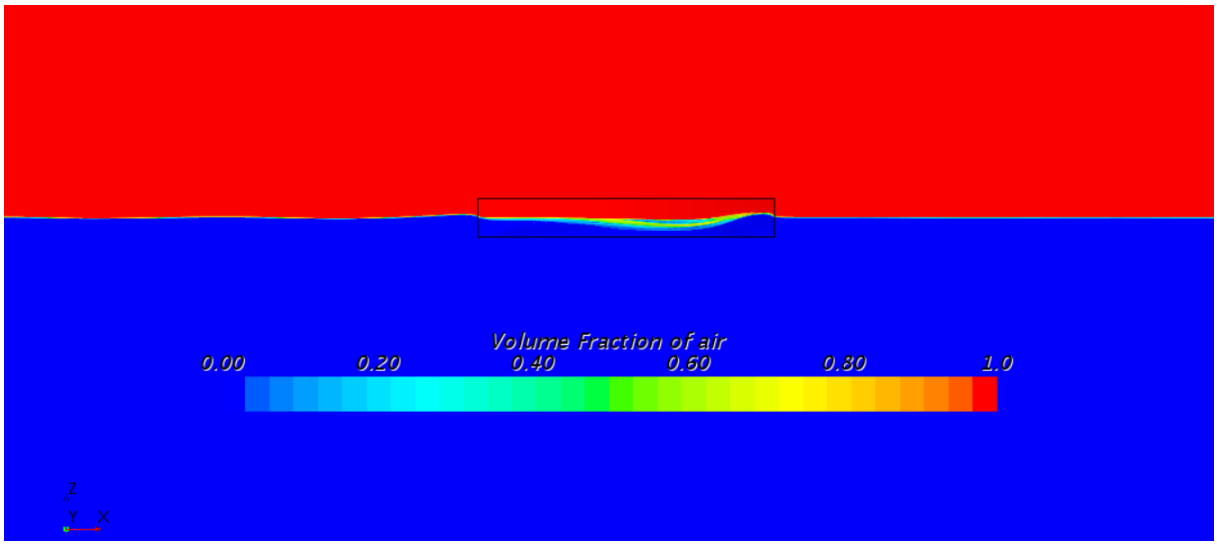
5. REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA

U ovom poglavlju dan je pregled rezultata numeričkih simulacija strujanja viskoznog fluida oko modela Wigley-eve forme za različite konfiguracije katamarana kao i za jedan trup. Rezultati su prikazani u obliku:

- sile ukupnog otpora broda,
- sile otpora trenja i sile otpora tlaka,
- slike valova,
- slike strujnica,
- prikaza slobodne površine,
- raspodjele parametra y^+.

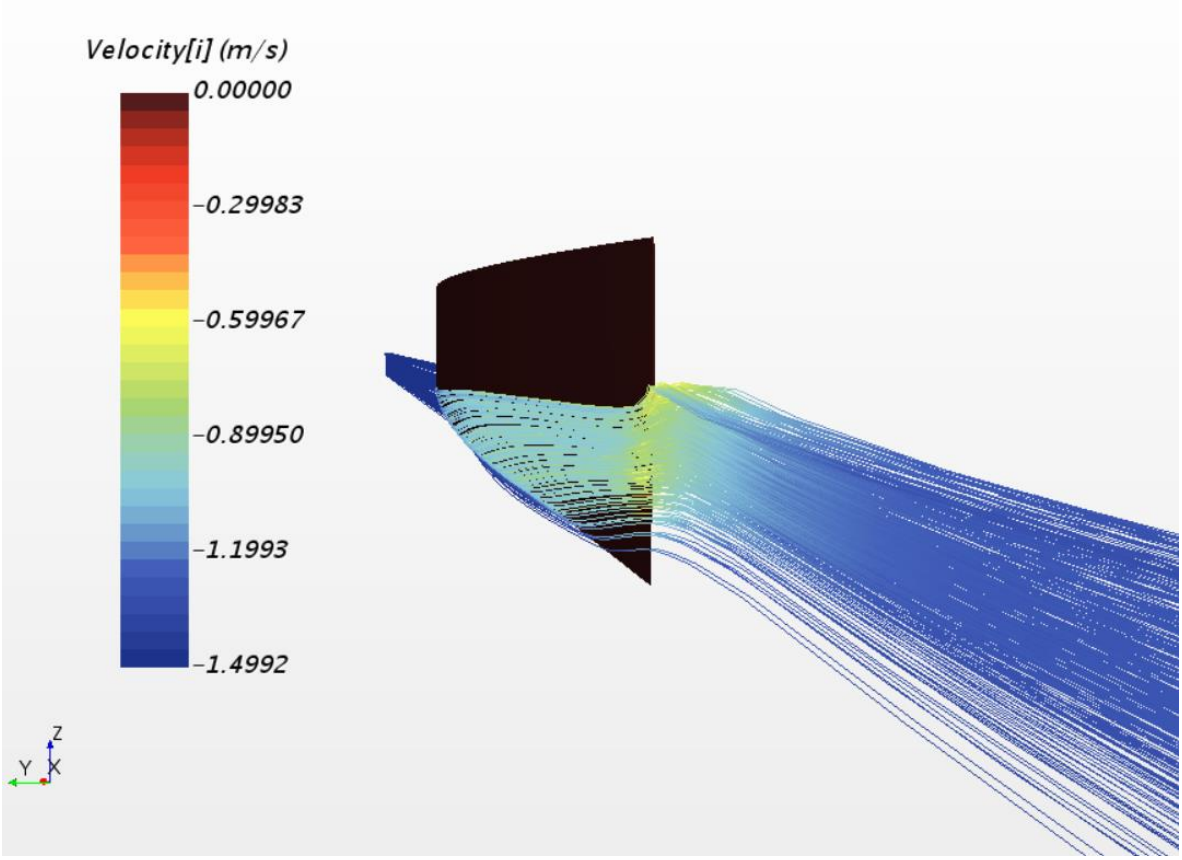
Također je ispitan utjecaj načina diskretizacije mreže, kao i vremenskog koraka na rezultate numeričke simulacije te su rezultati validirani s eksperimentalnim i numeričkim rezultatima dostupnim u literaturi. Jedan od važnijih pokazatelja stabilnosti numeričkog proračuna je konvergencija rješenja.

Za praćenje i određivanje položaja slobodne površine primijenjen je fizikalni model udjela fluida u volumena, što je detaljno objašnjeno u poglavlju 3.10. Prikaz slobodne površine u ravnini simetrije dan je na slici 32., gdje vrijednost 1 znači da je volumen ispunjen samo zrakom, a 0 da je ispunjen samo vodom.



Slika 32. Prikaz slobodne površine oko jednotrupnog Wigley-evog modela

Strujnice su zamišljene krivulje u fluidu koji se giba, kojima se u svakoj točki smjer tangente poklapa sa smjerom vektora brzine. Pomoću njih se predočuje smjer gibanja fluida u nekoj točki [25]. Na slici 33. su prikazane strujnice oko jednotrupnog Wigley-evog modela.



Slika 33. Prikaz strujnica oko jednotrupnog Wigley-evog modela

5.1. Rezultati ukupnog otpora broda

Ukupni otpor broda proračunat je pomoću programskog paketa STAR-CCM+. Prema poglavlju 2.1, ukupni otpor predstavlja zbroj tangencijalnih naprezanja i tlakova na oplakanoj površini. Numerički dobivena vrijednost sile je udvostručena zbog uvjeta simetrije na simetralnoj ravnini. U tablici 6. su prikazane vrijednosti ukupnog otpora broda za različite konfiguracije modela Wigley-eve forme za neograničenu i ograničenu vodu.

Tablica 6. Numerički dobivene vrijednosti ukupnog otpora broda

Gustoća mreže	gruba	srednja	fina
Ukupni otpor broda u neograničenoj vodi, N			
Jedan trup	2,762	2,742	2,744
Katamaranska konfiguracija K2	5,322	5,294	5,286
Katamaranska konfiguracija K1	/	/	6,002
Katamaranska konfiguracija K3	/	/	5,282
Ukupni otpor broda u ograničenoj vodi, N			
Jedan trup	2,825	2,818	2,806
Katamaranska konfiguracija K2	5,439	5,454	5,480
Katamaranska konfiguracija K1	/	/	6,176
Katamaranska konfiguracija K3	/	/	5,612

5.2. Verifikacija

Prema postupku objašnjenom u poglavlju 3.11, provedena je studija verifikacije s ciljem odabira odgovarajuće mreže konačnih volumena i odgovarajućeg vremenskog koraka, kao i za procjenu numeričke nesigurnosti dobivenih rezultata. Studija verifikacije provedena je za jedan trup i katamaransku konfiguraciju K2 u neograničenoj i ograničenoj vodi. Za studiju verifikacije potrebna su najmanje tri rješenja dobivena pomoću tri različite geometrijske mreže, odnosno tri različita vremenska koraka. Verifikacija vremenskog koraka je provedena korištenjem fine geometrijske mreže s vremenskim koracima prema tablici 7.

Tablica 7. Vremenski koraci za vremensku verifikaciju mreže

Vremenski korak	*T*/50	*T*/100	*T*/200
Iznos vremenskog koraka	0,03*s*	0,015*s*	0,0075*s*

Veličina *T* predstavlja vrijeme potrebno da fluidu prijeđe duljinu broda i definirana je izrazom:

$$T = \frac{L}{v} \tag{56}$$

gdje je *L* duljina broda, a *v* brzina nastrujavanja fluida.

U tablici 8. su prikazana rješenja dobivena u postupku verifikacije vremenskog koraka za jednotrupni Wigley-ev model te je vidljivo kako je dobivena divergencija rješenja i za neograničenu i ograničenu vodu.

Tablica 8. Verifikacija vremenskog koraka za jednotrupni Wigley-ev model

	$\varepsilon_{i,32}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	R_i	Vrsta konvergencije
neograničena	0,1018	0,0160	6,363	divergencija
ograničena	0,0848	0,0396	2,141	divergencija

U tablici 9. su prikazana rješenja dobivena u postupku verifikacije vremenskog koraka za katamaransku konfiguraciju K2 te je vidljivo kako je dobivena divergencija rješenja i za neograničenu i ograničenu vodu.

Tablica 9. Verifikacija vremenskog koraka za katamaransku konfiguraciju K2

	$\varepsilon_{i,32}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	R_i	Vrsta konvergencije
neograničena	0,2316	-0,0218	-10,624	divergencija
ograničena	0,176	-0,0468	-3,761	divergencija

Za verifikaciju geometrijske mreže korištene su tri mreže različite gustoće konačnih volumena. Sve tri numeričke simulacije provedenu su s finim vremenskim korakom koji iznosi *T*/200.

U tablici 10. su prikazana rješenja dobivena u postupku verifikacije mreže za jednotrupni Wigley-ev model te je vidljivo kako je dobivena oscilatorna konvergencija za neograničenu vodu i konvergencija za ograničenu vodu.

Tablica 10. Verifikacija geometrijske mreže za jednotrupni Wigley-ev model

	$\varepsilon_{i,32}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	R_i	Vrsta konvergencije
neograničena	-0,0026	0,0186	-0,09	oscilatorna konvergencija
ograničena	0,012	0,007	1,818	divergencija

U tablici 11. su prikazana rješenja dobivena u postupku verifikacije mreže za katamaransku konfiguraciju K2 te je vidljivo kako je dobivena konvergencija rješenja za neograničenu vodu i divergencija rješenja za ograničenu vodu.

Tablica 11. Verifikacija geometrijske mreže za katamaransku konfiguraciju K2

	$\varepsilon_{i,32}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	R_i	Vrsta konvergencije
neograničena	0,0082	0,0280	0,2929	konvergencija
ograničena	0,1682	-0,0154	1,688	divergencija

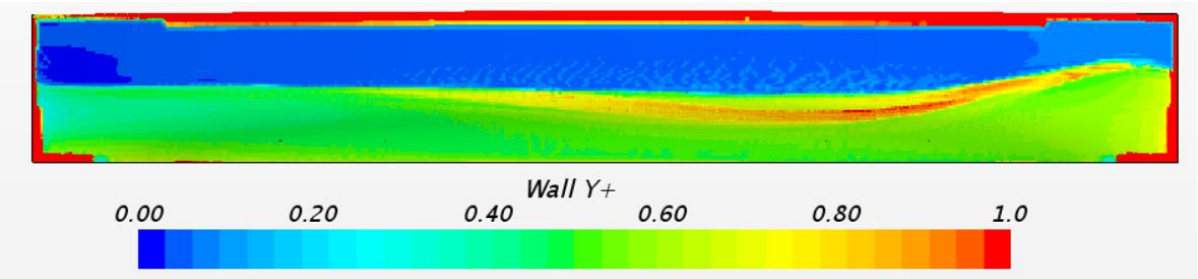
Tablica 12. Procjena nesigurnosti ukupnog otpora dobivenog numeričkim simulacijama

	$\overline{U_T}$	$\overline{U_G}$	$\overline{U_{SN}}$
Jedan trup u neograničenoj vodi	4,294 %	0,373 %	4,310 %
Jedan trup u ograničenoj vodi	4,420 %	0,663%	4,469 %
Katamaran K2 u neograničenoj vodi	4,382 %	0,080 %	4,382 %
Katamaran K2 u ograničenoj vodi	3,212 %	0,755 %	3,299 %

Numerička nesigurnost procjenjuje se na temelju vrste konvergencije, što je detaljno objašnjeno u poglavlju 3.11. U tablici 12. je prikazana nesigurnost ukupnog otpora dobivenog numeričkim simulacijama za jedan trup i katamaransku konfiguraciju K2 za neograničenu i ograničenu vodu. Vrijednost ukupne nesigurnosti numeričkih simulacija iznosi između 3,2% i 4,3%.

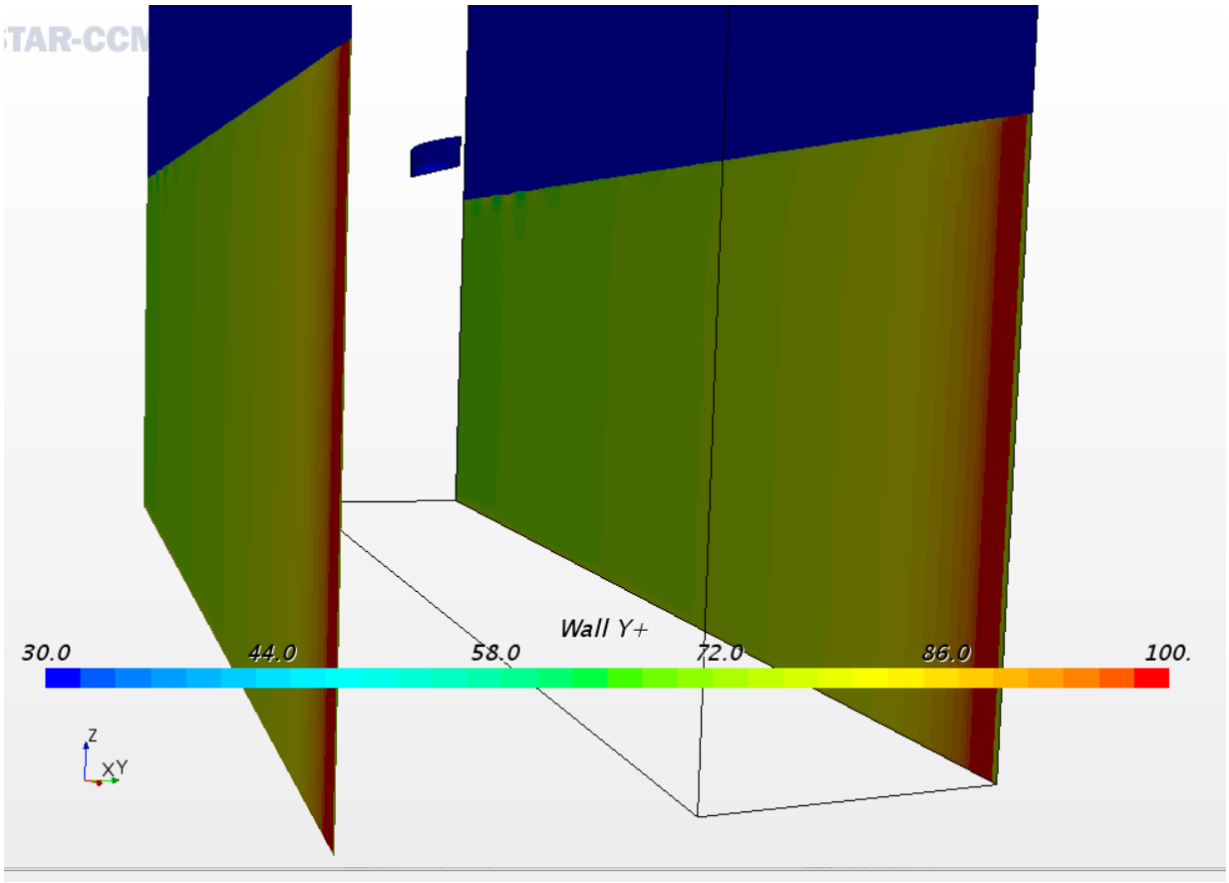
5.3. Raspodjela parametra y^+

Parametar y^+ potrebno je provjeriti tijekom numeričkih simulacija kako bi se izbjegao prijelazni sloj u kojem ne vrijedi model turbulencije, što je detaljno opisano u poglavlju 3.9. Na slici 34. je prikazano kako je navedeni uvjet $y^+ < 1$ zadovoljen po cijeloj oplakanoj površini, osim na oštrim prijelazima pramca i krme.



Slika 34. Raspodjela parametra y^+ duž oplakane površine modela broda

U numeričkim simulacijama viskoznog strujanja fluida oko modela broda u ograničenoj vodi, granični sloj je također diskretiziran na bočnoj granici domene i to na način da se zadovolji uvjet $30 < y^+ < 300$. Na slici 35. je prikazana raspodjela y^+ duž bočne granice domene.



Slika 35. Raspodjela parametra y^+ na bočnoj granici domene u ograničenoj vodi

5.4. Validacija rezultata

Rezultati numeričke simulacije uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi [6] za jedan trup i katamaranske konfiguracije Wigley-eve forme u neograničenoj vodi. Isto tako, dobiveni numerički rezultati su uspoređeni s numeričkim rezultatima iz [15], koji su također dobiveni primjenom programskog paketa STAR-CCM+. Za postupak validacije uspoređen je koeficijent ukupnog otpora broda definiran izrazom (1) te su rezultati prikazani u tablici 13.

Tablica 13. Validacija rezultata za neograničenu vodu

Koeficijent ukupnog otpora broda, C_T					
	$C_{T_\mathrm{RDF}} \cdot 10^3$	$C_{T_\mathrm{EKSP}} \cdot 10^3$	*RD*, %	$C_{T_\mathrm{RDF_LIT}} \cdot 10^3$ [15]	*RD*, %
Jedan trup	5,291	5,495	3,71	5,47	3,22
Katamaranska konfiguracija K2	5,100	5,38	5,20	5,2	1,92
Katamaranska konfiguracija K1	5,8	5,68	-2,17	/	/
Katamaranska konfiguracija K3	5,08	5,267	3,39	/	/

Relativna devijacija prikazana u tablici 13. definirana je kao :

$$RD = \frac{C_{T_\mathrm{EKSP}} - C_{T_\mathrm{RDF}}}{C_{T_EKSP}} \cdot 100\% \quad \textbf{(57)}$$

odnosno:

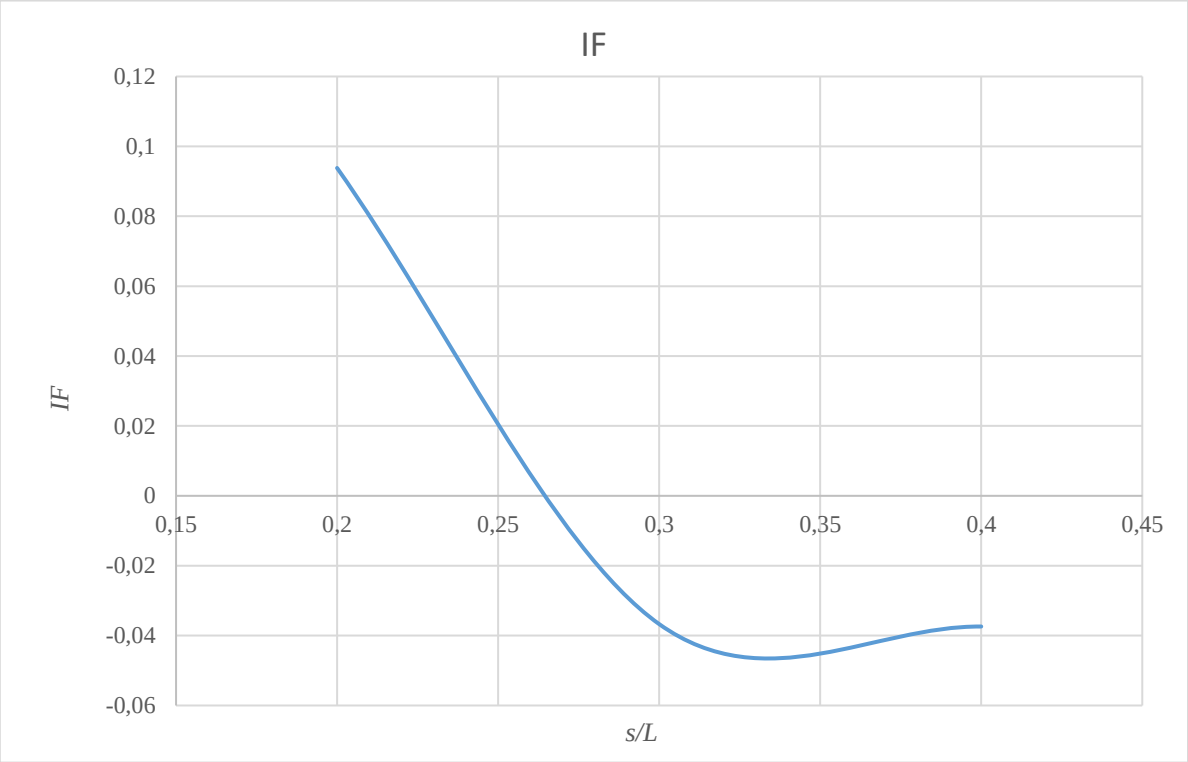
$$RD = \frac{C_{T_\mathrm{RDF_LIT}} - C_{T\ -\mathrm{RDF}}}{C_{T_\mathrm{RDF_LIT}}} \cdot 100\% \quad \textbf{(58)}$$

Relativna devijacija numeričkih rezultata od eksperimentalnih podataka kod jednotrupnog Wigley-evog modela iznosi manje od 4%, dok su odstupanja od numeričkih rezultata [15] nešto manja. Relativna devijacija numeričkih rezultata od eksperimentalnih podataka kod katamaranske konfiguracije K2 je nešto veća u odnosu na onu dobivenu za jedan trup te iznosi oko 5%, dok su odstupanja u odnosu na podatke iz [15] do 2%. Relativna devijacija rezultata za katamaranski konfiguracije K1 i K3 iznosi oko 2,2% za K1 i 3,4% za K3.

5.5. Pojava interferencije između trupova katamarana u neograničenoj vodi

Viskozna interferencija se javlja zbog asimetričnog strujanja fluida oko trupova katamarana te se utjecaj viskozne interferencije smanjuje s povećanjem udaljenosti između trupova. Valna

interferencija nastaje međudjelovanjem sustava valova dva trupa. Glavni pokazatelj interferencije je faktor interferencije *IF*, koji je definiran u poglavlju 2.3. Na slici 36. je prikazan dijagram ovisnosti faktora interferencije o udaljenosti između trupova katamarana.

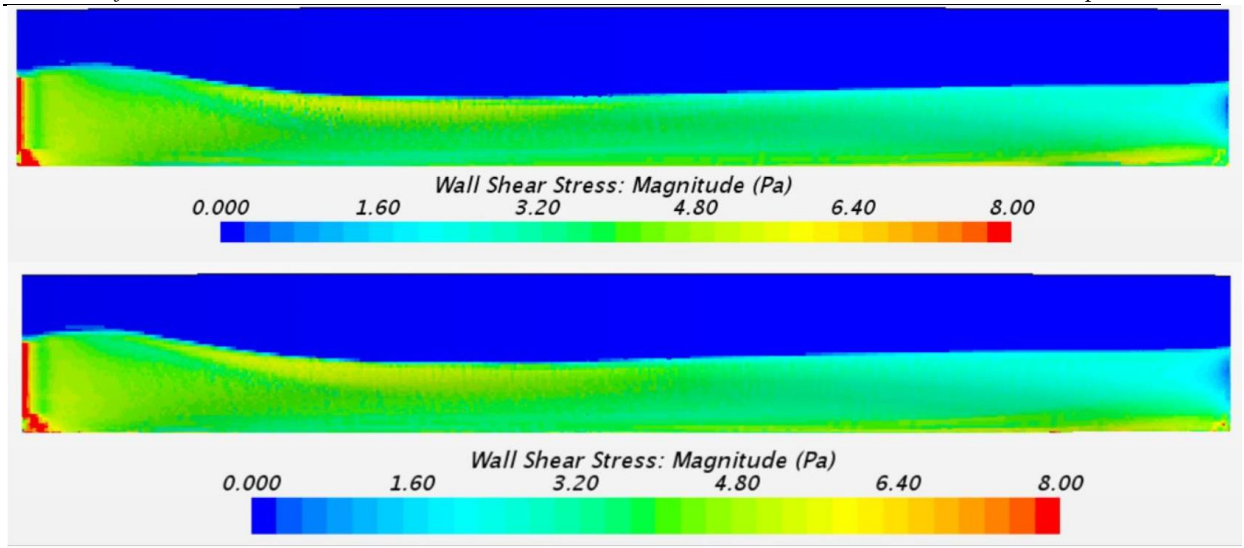


Slika 36. Ovisnost faktora interferencije o udaljenosti između trupova katamarana

Na temelju faktora interferencije ispitan je utjecaj razmaka između trupova katamarana na ukupni otpor. Na slici je vidljivo da je interferencija negativna za slučaj konfiguracije katamarana K1. Drugim riječima, kod katamarana K1 je uslijed utjecaja interferencije došlo do povećanja otpora katamarana u odnosu na dvostruku vrijednost otpora jednog trupa. Kod katamarana K2 i K3 je uslijed međudjelovanja trupova došlo do pozitivne interferencije te se otpor katamarana smanjio u odnosu na dvostruku vrijednost otpora jednog trupa.

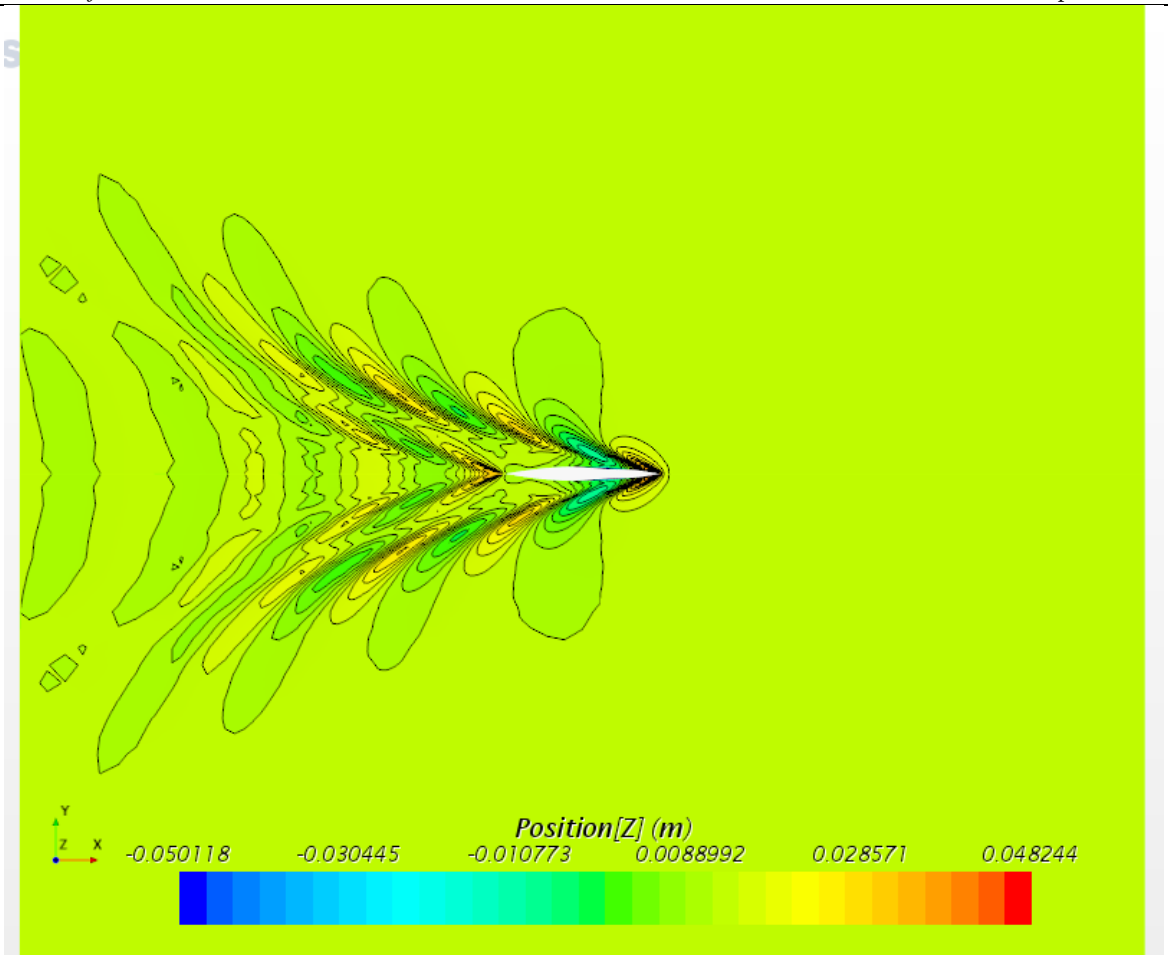
5.6. Utjecaj stijenki domene na strujanje fluida oko modela broda

Utjecaj stijenki domene na otpor broda je višestruk. Prilikom strujanja fluida oko trupa broda u ograničenoj vodi doći će do porasta tangencijalnih naprezanja na oplakanoj površini broda, slika 37. Porastom tangencijalnih naprezanja doći će i do porasta otpora trenja.

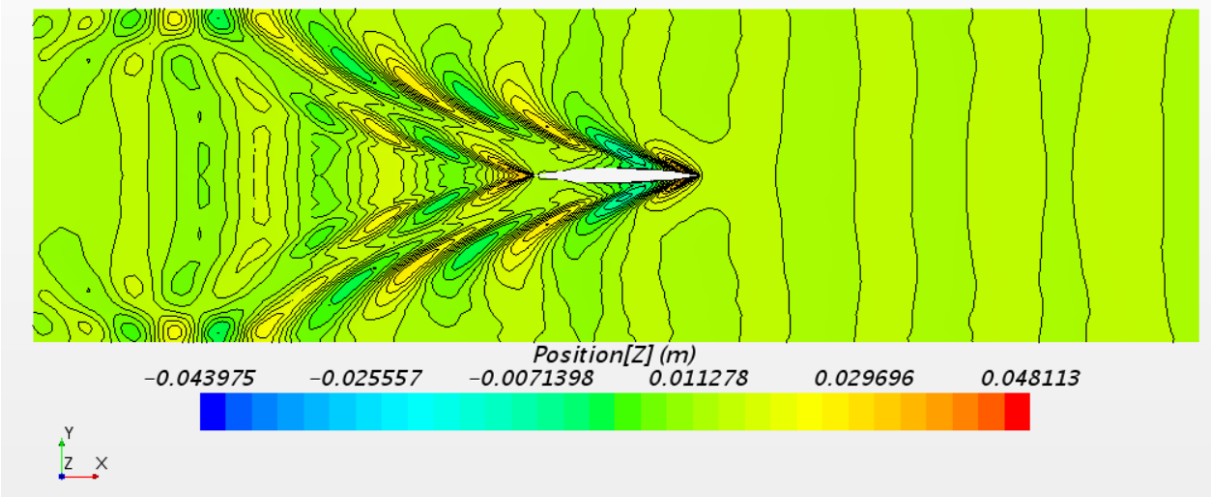


Slika 37. Tangencijalna naprezanja na oplakanoj površini katamaranske konfiguracije K2 u neograničenoj (gore) i ograničenoj vodi (dolje)

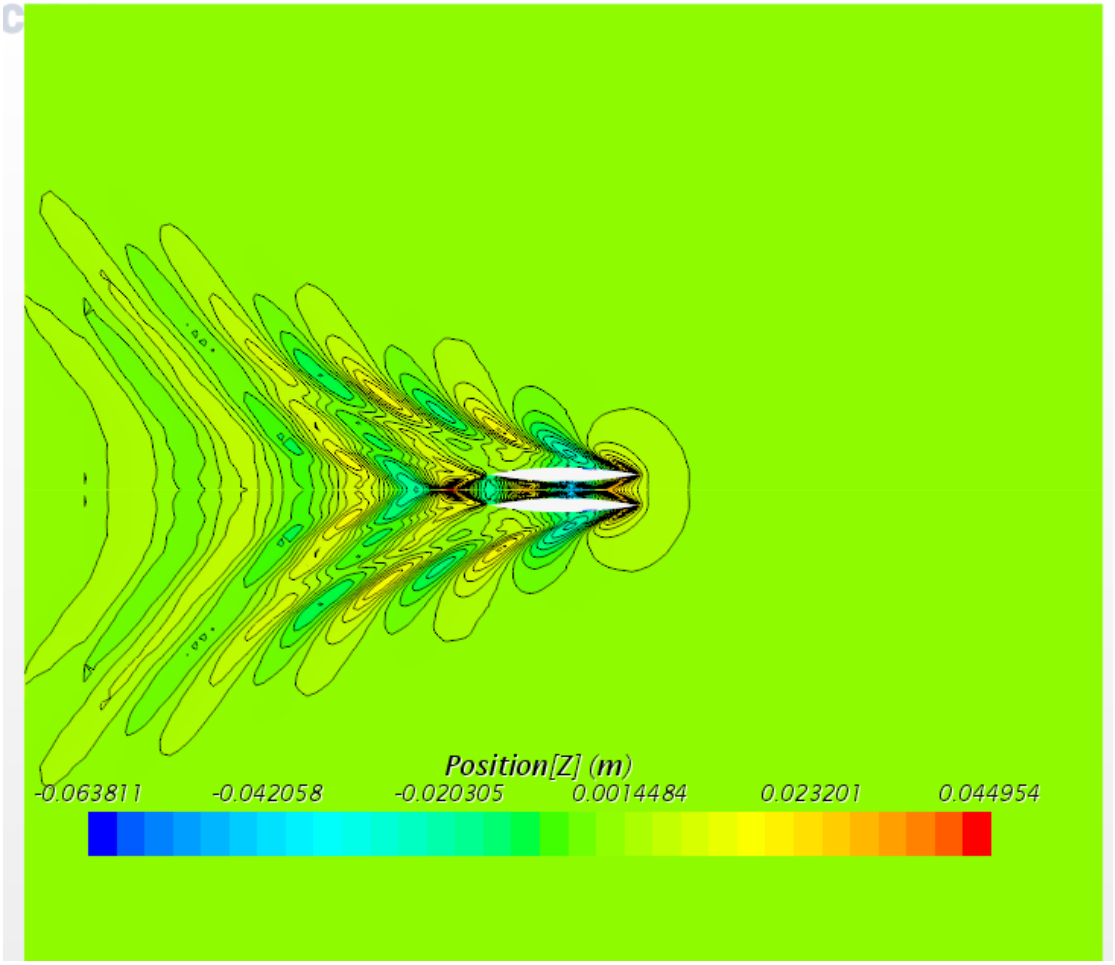
U numeričkim simulacijama pokusa otpora modela broda u ograničenoj vodi, pojavljuje se valna interferencija koju je moguće uočiti na slikama valova za različite konfiguracije katamarana u neograničenoj i ograničenoj vodi, slike 38. – 45., odnosno na prikazima valnih elevacija, slika 46. – 47. Također je uočljiva pojava vrtloga viskozne prirode između trupa broda i stijenke bazena, što je posljedica viskozne interferencije te kako hidrodinamički trag mijenja svoj oblik. Moguće je zaključiti kako najveći utjecaj bočnih stijenki pokazuje slika valova oko katamarana K3, koji ima najveću širinu.



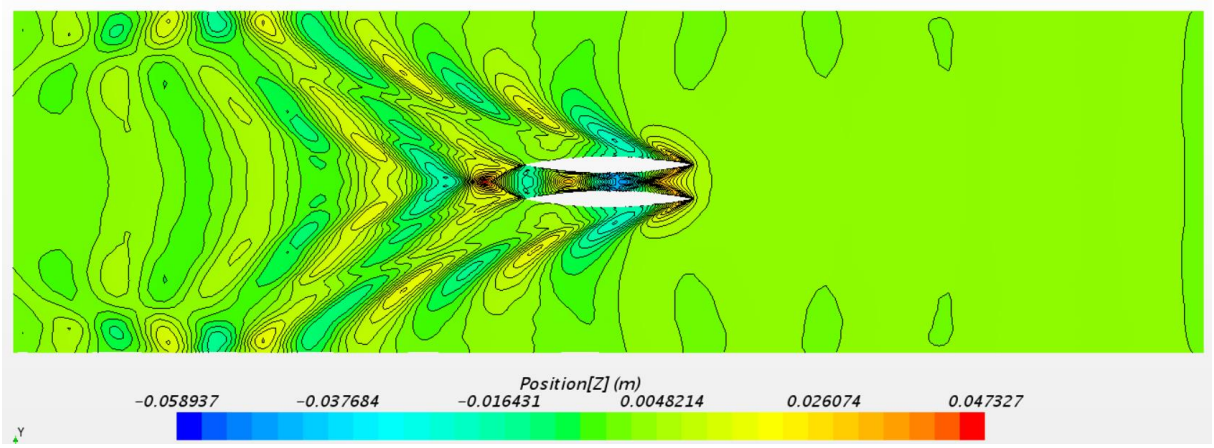
Slika 38. Slika valova jednotrupnog Wigley-evog modela u neograničenoj vodi



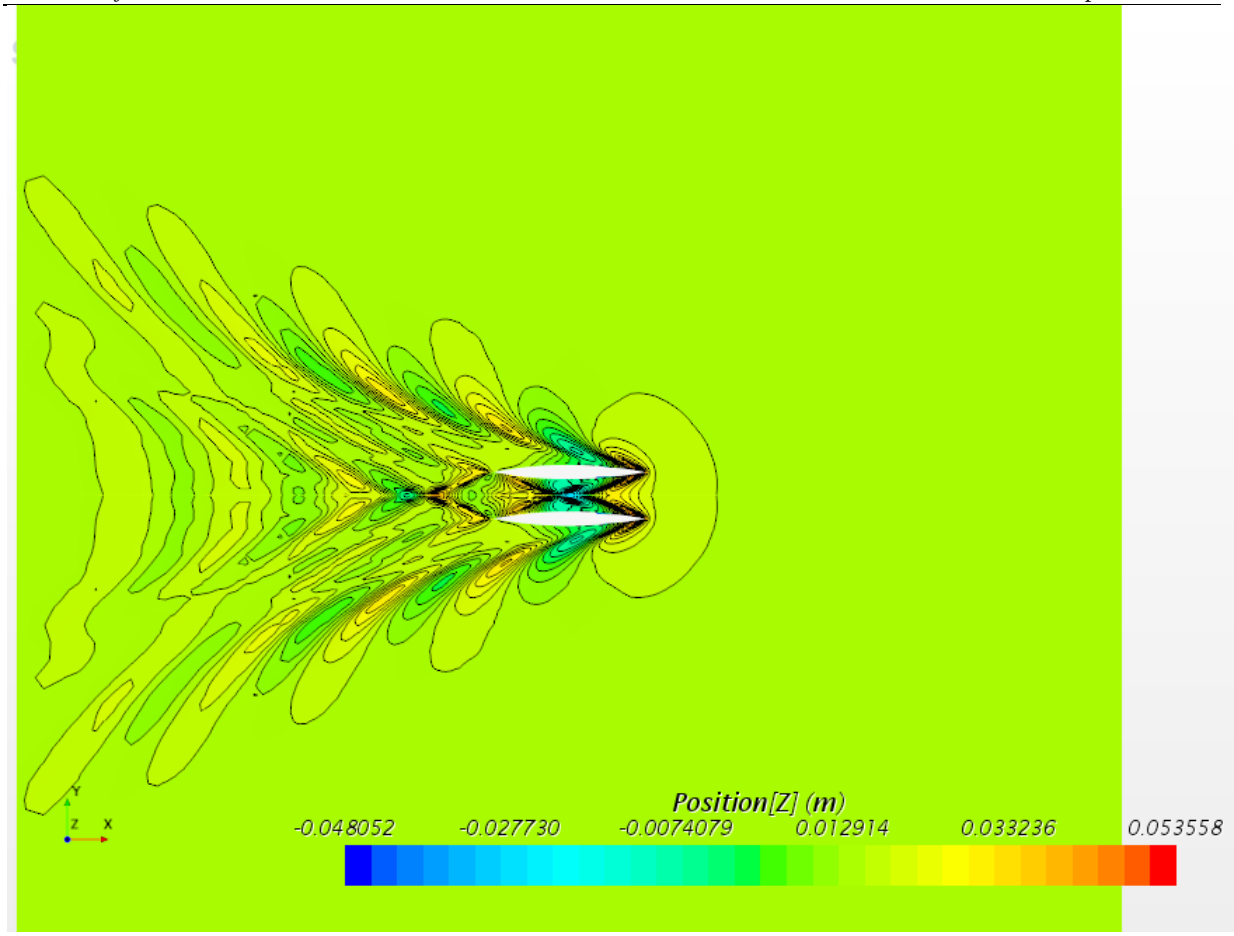
Slika 39. Slika valova jednotrupnog Wigley-evog modela u ograničenoj vodi



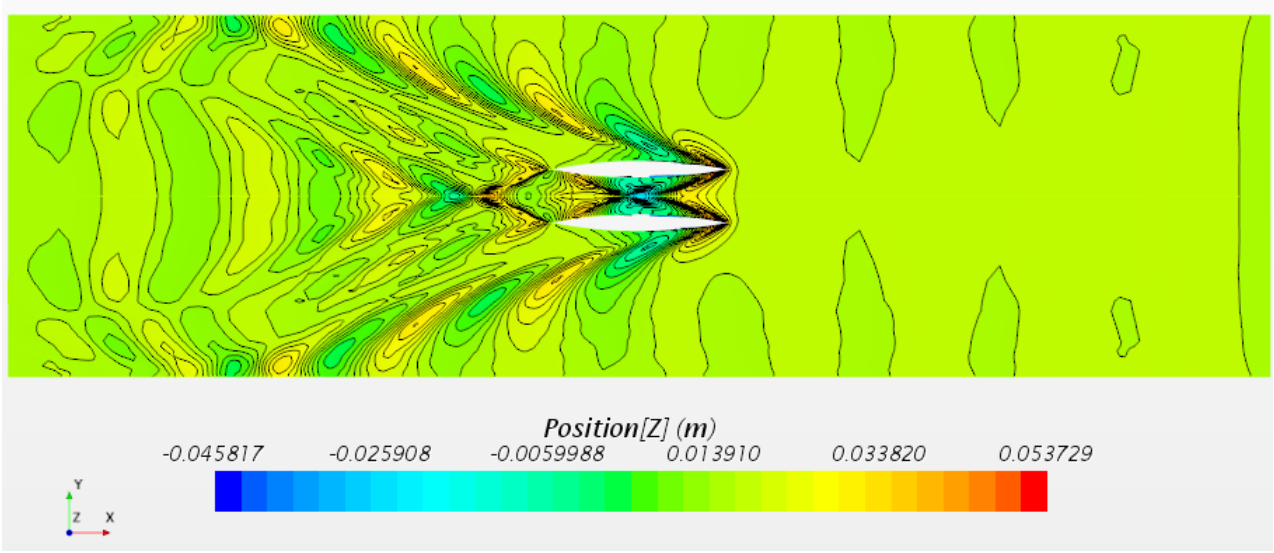
Slika 40. Slika valova katamarana K1 u neograničenoj vodi



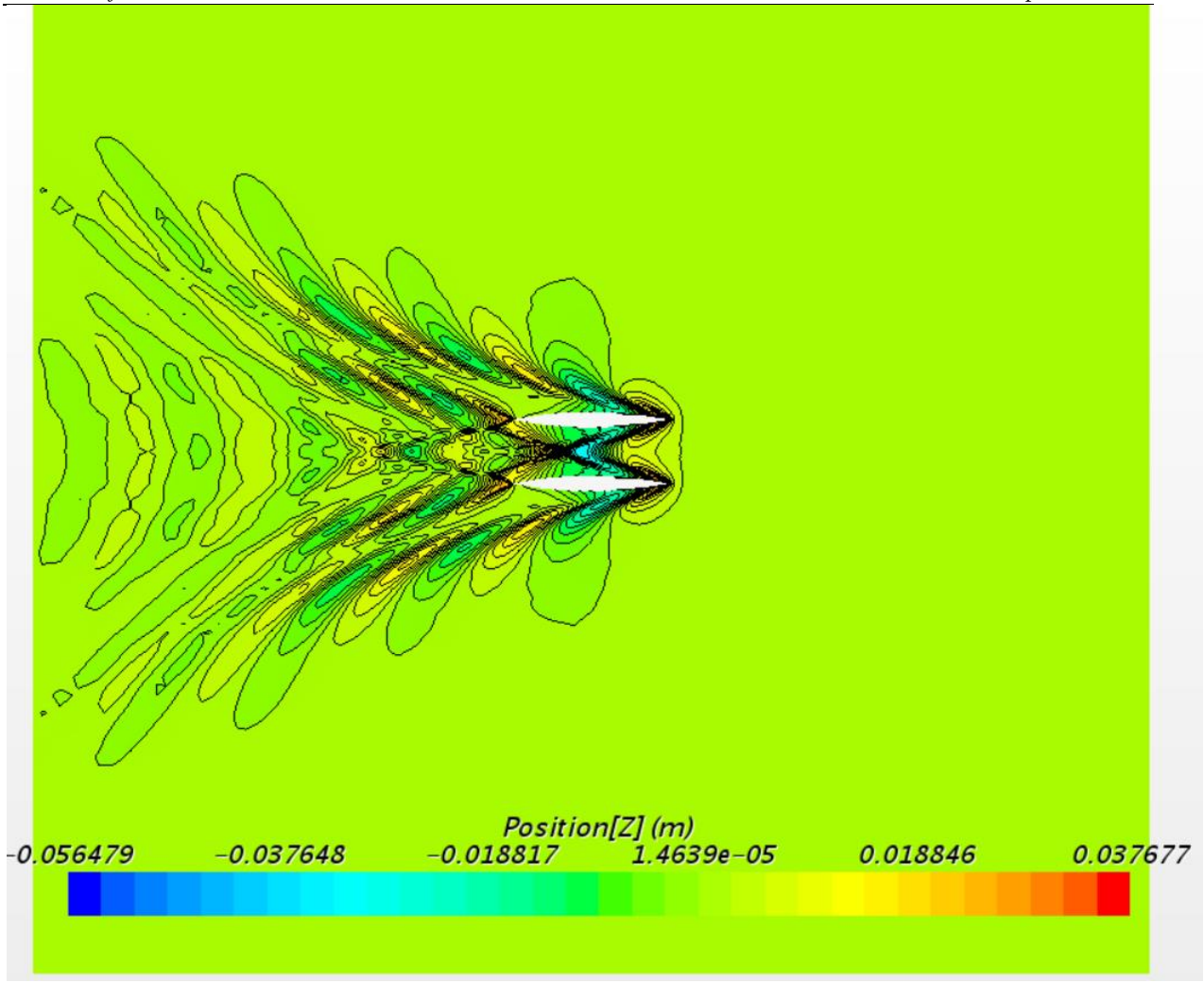
Slika 41. Slika valova katamarana K1 u ograničenoj vodi



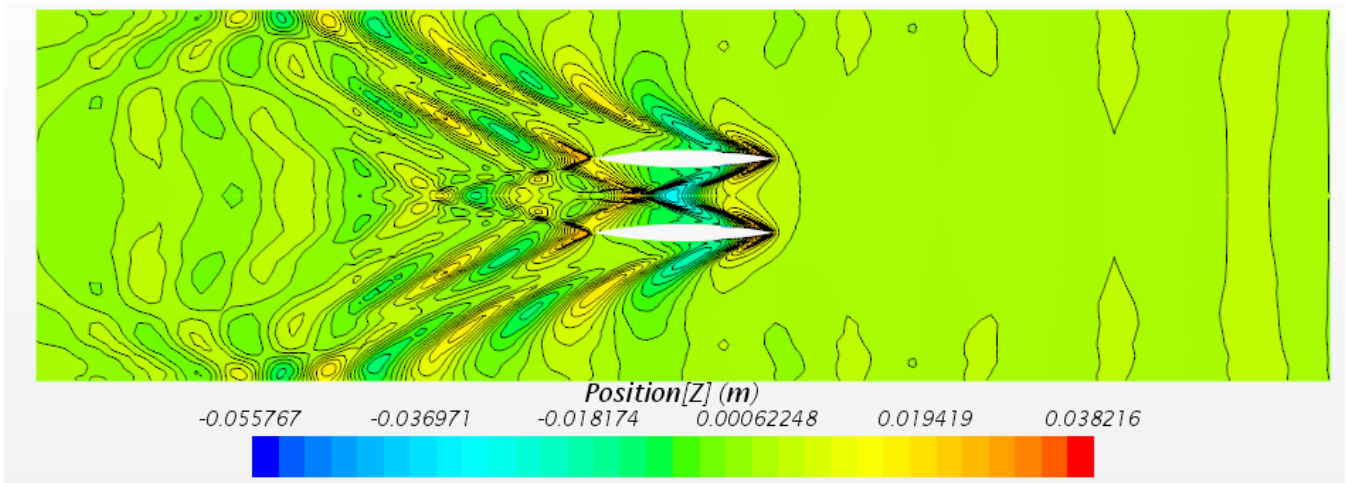
Slika 42. Slika valova katamarana K2 u neograničenoj vodi



Slika 43. Slika valova katamarana K2 u ograničenoj vodi

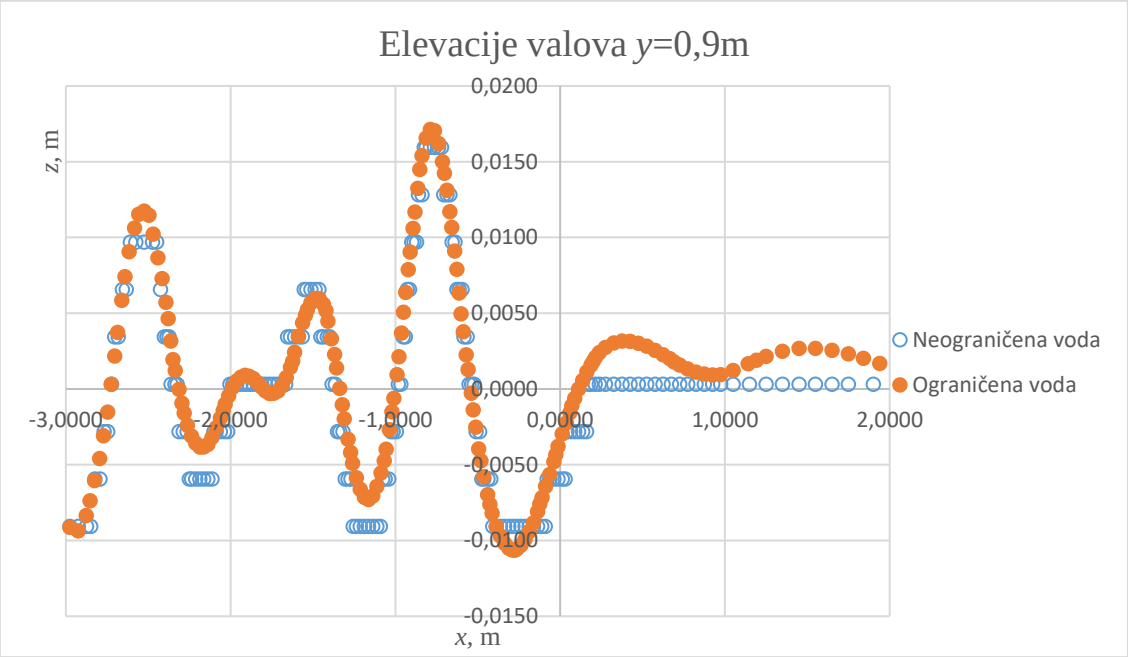


Slika 44. Slika valova katamarana K3 u neograničenoj vodi

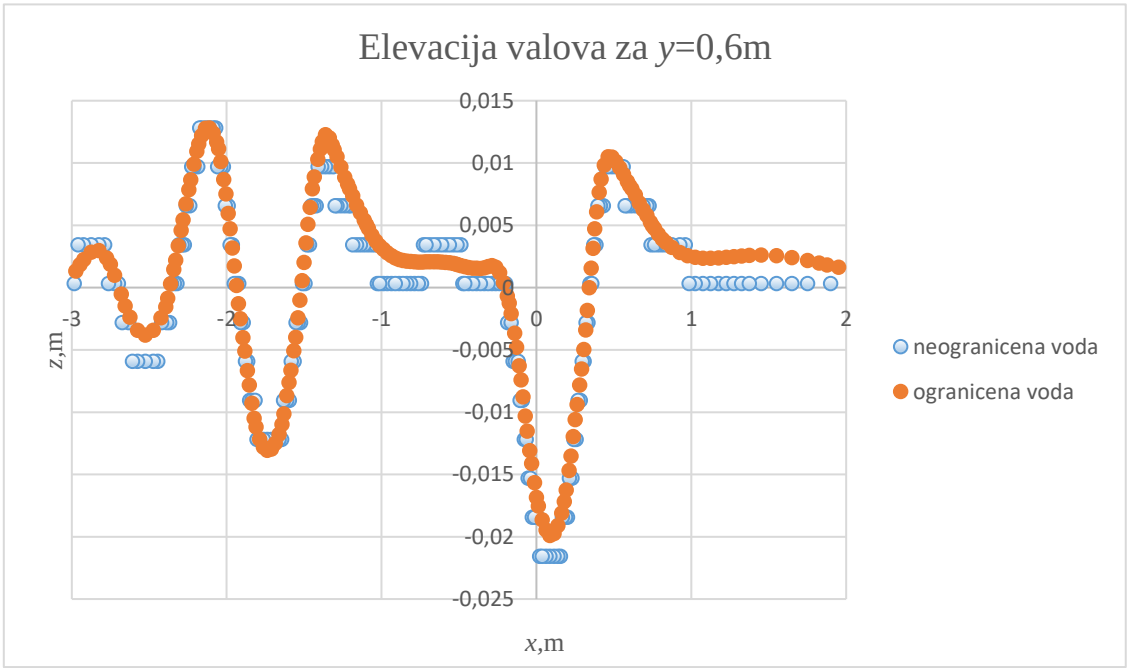


Slika 45. Slika valova Katamarana K3 u ograničenoj vodi

Osim promjene slike valova, uslijed utjecaja bočnih stijenki povećala se i elevacija valova posebice oko pramčanog dijela, što je posljedica interferencije valova reflektiranih od bočne stijenke i brodskog valnog sustava. Na slikama 46. i 47. su prikazane elevacije valova na uzdužnim presjecima udaljenim za 0,9m i 0,6m od simetralne ravnine katamarana K3 u neograničenoj i ograničenoj vodi.

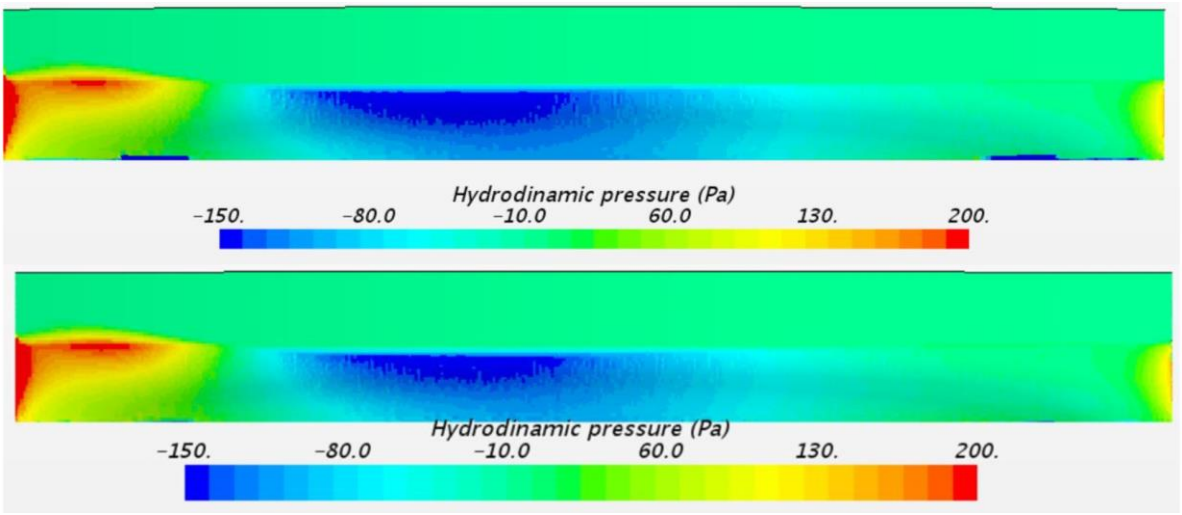


Slika 46. Elevacije valova u ravnini *y*=0,9m za katamaran K3 za neograničenu i ograničenu vodu



Slika 47. Elevacije valova u ravnini *y*=0,6m za katamaran K3 za neograničenu i ograničenu vodu

Na slici 48. prikazana je raspodjela hidrodinamičkog tlaka po oplakanoj površini vanjske strane trupa katamarana K2. Na pramčanom i krmenom dijelu trupa katamarana u neograničenoj vodi javlja se pretlak, a na središnjem djelu podtlak. Zbog utjecaja bočnih stijenki mijenja se raspored tlakova duž oplakane površine. Pretlak na pramčanom i krmenom dijelu katamarana se povećao, dok se podtlak na središnjem dijelu trupa katamarana smanjio.



Slika 48. Hidrodinamički tlak duž oplakane površine broda za katamaran K2, neograničena (gore), ograničena voda (dolje)

Zbog utjecaja stijenki, ukupni otpor raste jer se povećanjem tangencijalnih naprezanja povećava otpora trenja. Također se povećava i otpor valova zbog povećanja elevacije valova, kao i zbog interferencije valnog sustava broda s valovima reflektiranim od bočne stijenke.

U tablici 14. je prikazana postotna promjena vrijednosti ukupnog otpora broda u ovisnosti o omjeru širine domene i širine modela broda. Iz dobivenih rezultata moguće je zaključiti da je najveći porast otpora kod katamaranske konfiguracije s najvećom širinom.

Veličina ΔR_T određen je kao:

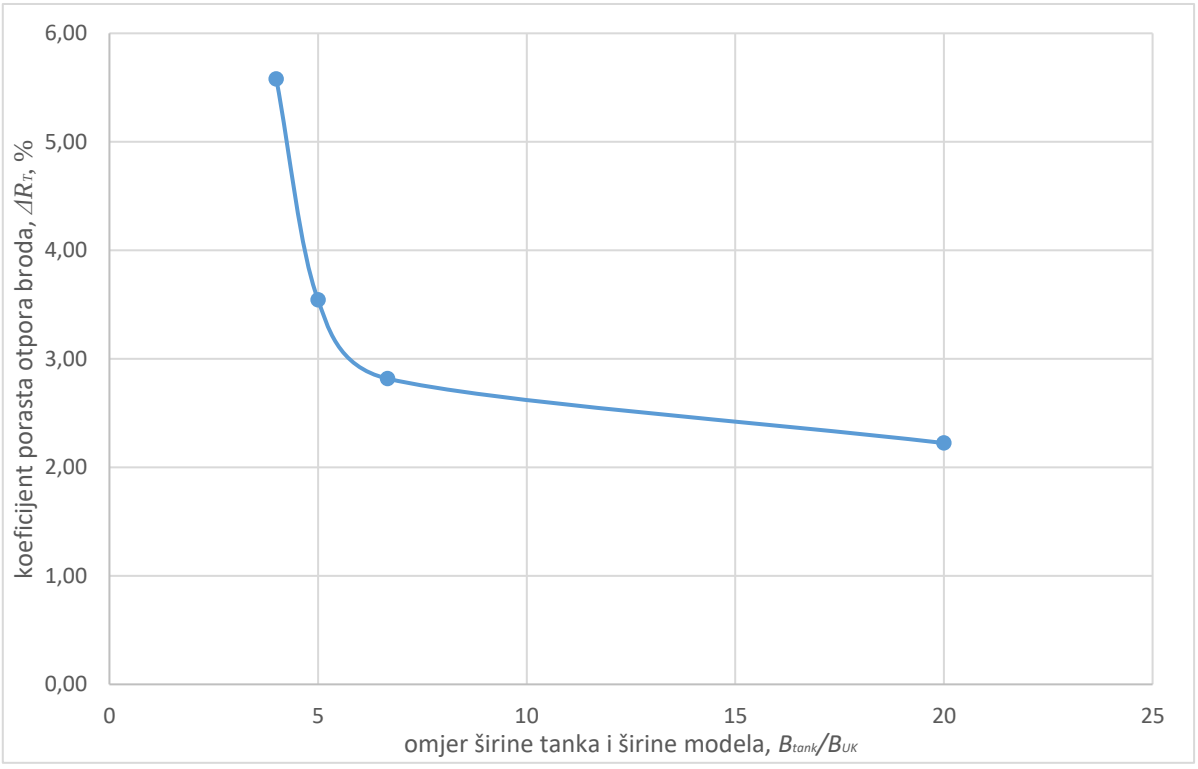
$$\Delta R_T = \frac{R_T^{\text{Rest}} - R_T^{\text{Unrest}}}{R_T^{\text{Rest}}} \cdot 100\% \qquad \textbf{(59)}$$

gdje je R_T^{Rest} iznos ukupnog otpora u ograničenoj vodi, a R_T^{Unrest} iznos ukupnog otpora u neograničenoj vodi.

Tablica 14. Porast ukupnog otpora za jedan trup i različite konfiguracije katamarana u ograničenoj vodi

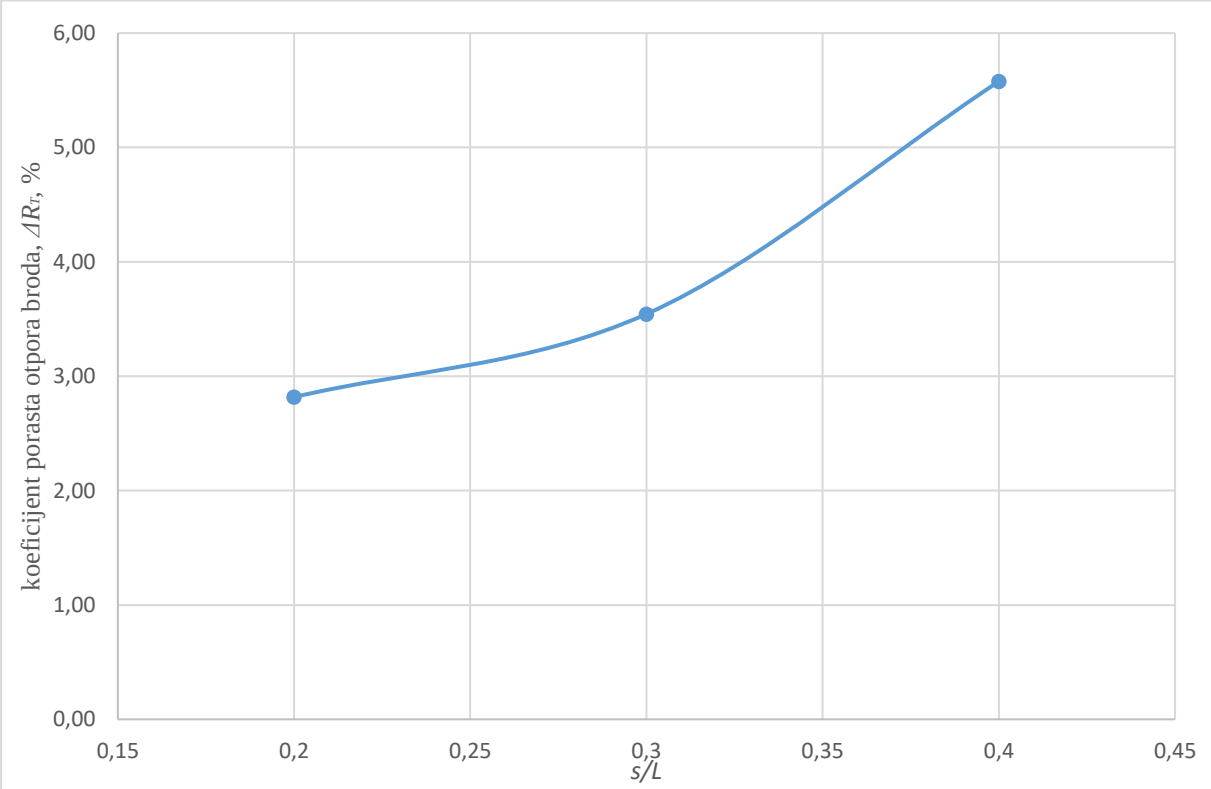
Konfiguracija Wigley-a	$\frac{B_{\text{tank}}}{B_{UK}}$	ΔR_T
Jedan trup	20	2,22%
Katamaran K1	6,667	2,82%
Katamaran K2	5	3,54%
Katamaran K3	4	5,58%

Na slici 49. prikazan je porast ukupnog otpora u ovisnosti o omjeru širine tanka i širine modela. Iz grafa je vidljivo da utjecaj stijenki na otpor broda najviše dolazi do izražaja kod omjera $\frac{B_{\text{tank}}}{B_{UK}} < 10$.



Slika 49. Porast ukupnog otpora u ovisnosti o omjeru širine tanka i širine modela

Na slici 50. je prikazan porast ukupnog otpora broda u ograničenoj vodi za katamarane s različitim udaljenostima između trupova. Moguće je zaključiti da je kod katamarana s najvećom udaljenošću između trupova došlo do najvećeg porasta ukupnog otpora uslijed utjecaja stijenki.



Slika 50. Porast ukupnog otpora u ovisnosti o udaljenosti između trupova katamarana

6. ZAKLJUČAK

Utjecaj bočnih stijenki na ukupni otpor broda ispitan je numerički primjenom komercijalnog programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Numeričke simulacije pokusa otpora provedene su za jednotrupni Wigley-ev model te za tri katamaranske konfiguracije s različitim udaljenostima između trupova u neograničenoj i ograničenoj vodi. Unutar programskog paketa, proračunska domena diskretizirana je konačnim volumenima te su definirani rubni uvjeti i fizikalni model. U radu je dan pregled dosadašnjih istraživanja vezanih za problematiku određivanja otpora broda u ograničenoj vodi, kao i matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama (RANS). Turbulencija je modelirana korištenjem k-ω SST modela turbulencije, a za opis gibanja dvofaznog fluida korištena je metoda udjela volumena u fluidu (VOF). Numerički dobiveni rezultati koeficijenta ukupnog otpora modela broda uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi te je postignuto slaganje rezultata unutar 5%. Postupak verifikacije je proveden za jednotrupni Wigley-ev model i katamaranske konfiguracije K2 u neograničenoj i ograničenoj domeni te je proračunata numerička nesigurnost. Dobiveni rezultati pokazuju kako se ukupni otpor broda povećava u ograničenoj vodi u odnosu na neograničenu. Ograničenje bočnih stijenki domene ima utjecaj na sliku valova te uzorkuje povećanje valne elevacije između trupa broda i stijenke. Otpor trenja se povećava uslijed povećanja tangencijalnih naprezanja na oplakanoj površini broda. Također, zbog utjecaja bočnih stijenki mijenja se raspored tlaka duž oplakane površine. Pretlak na pramčanom i krmenom dijelu katamarana se povećao, dok se podtlak na središnjem dijelu trupa katamarana smanjio. Moguće je zaključiti da je kod katamarana s najvećom udaljenošću između trupova došlo do najvećeg porasta ukupnog otpora uslijed utjecaja stijenki te da s povećanjem udaljenosti između trupova ukupni otpor raste. Na temelju faktora interferencije ispitan je utjecaj razmaka između trupova katamarana na ukupni otpor. Postignuta je negativna interferencija za slučaj konfiguracije katamarana K1, kod kojeg je došlo do povećanja otpora u odnosu na dvostruki otpor jednog trupa. S druge strane, pozitivna interferencija je postignuta kod katamarana K2 i K3 kod kojih je došlo do smanjenja otpora u odnosu na dvostruki otpor jednog trupa.

LITERATURA

[1] Degiuli, N.: *Brod-otpor broda*, Hrvatska tehnička enciklopedija, 2016.

[2] Degiuli, N., *Otpor i propulzija broda*, podloge za nastavu, http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=821.

[3] Srinakaew, S., Hudson, D. A.: *Blockage effects on resistance prediction of high-speed catamarans*, Journal of Research and Applications in Mechanical Engineering, 2019., 7, pp. 23-32.

[4] Taylan, M.: *Behavior of ship in Shallow and Restricted Waters*, Mathematical and Computational Applications, 2001., 6, pp. 1-11.

[5] Zong, Z., Hong Z., Wang Y., Hefazi H.: *Hull form optimization of trimaran using self-blending method*, Applied Ocean Research, 2018., 80, pp. 240-247.

[6] Inslel, M., Molland, A. F.: *An investigation into the resistance components of high speed displacement catamarans*, Royal institut of Naval Architeture, 1992., 134, pp. 1-20.

[7] Haase, M., Zurcher, K., Davidson, G., Binns, J., Thomas, G., Bose N: *Novel CFD-based full-scale resistance prediction for large medium-speed catamarans*, Ocean Engineering, 2016., 111, pp. 198-208.

[8] Sahoo, P., K., Doctors, L., J., Pretlove, L.: *CFD Prediction of the Wave Resistance of Catamaran with Staggered Demi-Hulls*, International Conference in Marine Hydrodynamics, 2006., pp. 867-879.

[9] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Numerical investigation into the interaction of resistance components for a series 60 catamaran*, Ocean Engineering, 2017., 146, pp. 151-169.

[10] Sian, A. Y., Ahmed, Y. M., Maimun, A.: *Simultaneous Ship-to-Ship Interaction and Bank Effect on Vessel in Restricted Water*, 4th International Conference on Ship Manoeuviring in Shallow and Confined Water, 2016.

[11] Terziev, M., Tezdogan, T., Oguz, E., Gourlay T., Demirel, Y. K., Incecik A.: *Numerical investigation of the behaviour and performance of ship advancing through restricted shallow waters*, Journal of Fluids and Structures, 2018., 76, pp. 185-215.

[12] Tezdogan, T., Incecik, A., Turan, O.: *A numerical investigation of the squat and resistance of ships advancing through a canal using CFD*, Journal of Marine Science and Techology, 2015., 21, pp. 1-17.

[13] Guo, C., Xu, P., Wang, C., Kan, Z.: *Numerical and Experimental Study of Blockage Effect Correction Method in Towing Tank*, China Ocean Engineering, 2019., Vol. 33, No. 5, pp. 522-536.

[14] Naz, N., Karim, M.: *Investigation of Hydrodynamic Characteristic of High Speed Multihull Vessels including Shallow Water Effect*, Procedia Engineering, 2017., 194. pp. 51-58.

[15] Srinakaew, S., Hudson, D. A., Tauton, D. J.: *Numerical study of resistance and form factor of high-speed catamarans*, Journal of Research and Applications in Mechanical Engineering, 2019., 7, pp. 11-22.

[16] Yuan, Z., Incecik, A.: *Numerical study on the hydrodynamic interaction between two ships arranged side by side*, International Conference on Maritime Technology, 2014.

[17] Souto-Iglesias, A., Fernandez-Gutierrez, D., Perez-Rojas, L.: *Experimental assessment of interference resistance for a Series 60 catamaran in free and fixed trim-sinkage conditions*, Ocean Engineering, 2012., 53, pp. 38-47.

[18] Noblesse, F., Zhang, C., He, Y., Yang, C., Li, W., *Observations and computations of narrow Kelvin ship wakes*, Journal of Ocean Engineering and Science, 2016., 1, pp. 52-65.

[19] Huang, L., Tuhkuri, J., Igrec, B., Li, M., Stagonas, D., Toffoli, A., Cardiff, P., Thomas, G.: *Ship resistance when operating in floating ice floes: Combined CFD&DEM approach*, Marine Structures, 2020., 74, pp. 22-45.

[20] Radan, D., *Uvod u hidrodinamiku broda*, Interna skripta, Sveučilište u Dubrovniku, 2004.

[21] ITTC, Recommended Procedures and Guidelines., Resistance & Propulsion of the ship, 2016.

[22] Džijan, I., Virag, Z., *Računalna dinamika fluida*, Interna skripta, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.

[23] STAR-CCM+ , User Guide.

[24] Turković Ž., *Metoda kontrolnih volumena na domenama promjenjivog oblika*, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2005.

[25] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=820.

[26] STAR-CCM+, Tutorials/Tutorial Guide/Motion/ Marine Resistance Prediction: KCS Hull with a Rudder.

[27] Demirel, Y. K., Khorasanchia, M., Turan, O., Incecika, A.: *CFD model for friction resistance prediction of antifouling coatings*, Ocean Engineering, 2014., 89, pp. 21-31.

[28] ITTC, Recommended Procedures and Guidelines, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures*, 2011.

[29] Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W i Paterson, E. G.: *Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations – Part 1: Methodology and Procedures*, Journal of fluids Engineering, 2001., 123(4), pp. 793-803.

[30] Grubišić I., *Geometrija broda*, digitalni udžbenik, https://www.fsb.unizg.hr/geometrija.broda/

[31] Rui, D., De-bo, H., Guang-Li, Z., Hua-wi, S.: *Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code Fluend*, Journal of Ship Mechanics, 2013., 17(6), pp. 616-624.