Analiza naprezanja konstrukcije ovjesne jedrilice

Zuanović, Karla

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:526073

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Karla Zuanović

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj
Dr.sc. Lana Virag

Student:

Karla Zuanović

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojim mentorima izv.prof.dr.sc. Igoru Karšaju i dr.sc. Lani Virag te mag.ing. Ninu Horvatu na pruženoj stručnoj pomoći i savjetima tijekom izrade ovog rada.

Karla Zuanović

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Karla Zuanović** Mat. br.: 0035204228

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza naprezanja konstrukcije ovjesne jedrilice**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Stress analysis of a hang glider**

Opis zadatka:

Ovjesna jedrilica, popularno zvana zmaj, je laki upravljivi zrakoplov načinjen od tkanine i metalnog kostura, namijenjen jednomu ili dvojici letača. Polijeće obično s uzvisina, a za let koristi povoljna usponska strujanja, npr. topli zrak. Jedrilice služe uglavnom za rekreaciju i sport. Sportsko zmajarstvo sastoji se od preciznoga letenja ili duljinskih preleta.

U okviru ovog rada potrebno je provjeriti čvrstoću konstrukcije ovjesne jedrilice nakon montaže motora. Za zadano opterećenje težinom pilota, motora i konstrukcije te zadani materijalni model potrebno je napraviti analizu naprezanja u letu kao i pri slijetanju. Na osnovi rezultata treba procijeniti koja su kritična mjesta na kojima bi moglo doći do loma. Usporediti rezultate za različite materijale (aluminij, čelik, titan).

Dodatne informacije dostupne su prema potrebi.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Rok predaje rada:
1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj Dr.sc. Lana Virag

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

Sadržaj

Popis slika III

Popis tablica VI

Popis oznaka VII

Sažetak IX

Summary X

1. Uvod 1

2. Konstrukcija ovjesne jedrilice PULMA 2000 6

3. Analiza naprezanja konstrukcije u letu 9

3.1. Rubni uvjeti pomaka u letu 9

3.2. Opterećenje konstrukcije 10

3.2.1. Pojašnjenje funkcije *Coupling* 12

3.3. Mreža 16

3.4. Analitičko rješenje opterećenja konstrukcije 17

3.4.1. Analitičko rješenje – najnepovoljniji slučaj 17

3.4.2. Analitičko rješenje – analogno opciji *Coupling* 18

3.5. Numeričko rješenje dobiveno programskim paketom *Abaqus* za najnepovoljniji slučaj opterećenja 19

3.5.1 Naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja 19

3.5.2. Konvergencija naprezanja 21

3.5.3. Naprezanja nakon ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja 21

3.6. Numeričko rješenje dobiveno programskim paketom *Abaqus* uz primjenu opcije *Coupling* 23

3.6.1. Naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora 23

3.6.2. Naprezanja u konstrukciji nakon ugradnje motora 24

3.7. Naprezanja s uračunatom težinom konstrukcije 26

3.7.1. Pojašnjenje opcije *Gravity* 26

3.7.2. Rezultati analize naprezanja ovjesne jedrilice s dodanom težinom konstrukcije 28

3.8. Usporedba analiza naprezanja u letu za različite slučajeve 30

3.9. Pomaci konstrukcije 30

3.10. Zaključak analize naprezanja konstrukcije u letu 32

4. Analiza naprezanja konstrukcije pri slijetanju 33

4.1. Udarna opterećenja, [11] 33

4.2. Modeliranje udarnog opterećenja u *Abaqus*-u 34

4.2.1. Provjera konstrukcije na izvijanje 38

5. Optimiranje mase i materijala konstrukcije 40

5.1. Čelična konstrukcija 41

5.2. Konstrukcija od titana 43

6. Zaključak 46

Literatura 48

Prilozi 49

Popis slika

Slika 1. Moderna ovjesna jedrilica (zmaj), preuzeto iz [1] 1
Slika 2. Lilienthal-ova jedrilica, preuzeto iz [3] 2
Slika 3. Paresev, preuzeto iz [4] 2
Slika 4. Ovjesna jedrilica s motorom, [5] 4
Slika 5. Padobranska jedrilica, [6] 5
Slika 6. Jedrilica, [7] 5
Slika 7. Ovjesna jedrilica PULMA 2000, [8] 6
Slika 8. Pogled rešetkaste konstrukcije jedrilice u izometriji 6
Slika 9. Bokocrt rešetkaste konstrukcije jedrilice 7
Slika 10. Nacrt rešetkaste konstrukcije jedrilice 7
Slika 11. Numeriranje dijelova konstrukcije 8
Slika 12. Rubni uvjeti pomaka 9
Slika 13. Prikaz sila u najnepovoljnijem slučaju opterećenja 11
Slika 14. Realno opterećenje konstrukcije težinom pilota i motora 11
Slika 15. Primjer primjene funkcije Coupling 12
Slika 16. Greda opterećena silom F pomoću funkcije Coupling 13
Slika 17. Normalna naprezanja u gredi opterećenoj silom F pomoću funkcije Coupling, Deformacija je skalirana faktorom 4,07 13
Slika 18. Greda opterećena silama i momentima 13
Slika 19. Normalna naprezanja u gredi opterećenoj silama i momentima, Deformacija je skalirana faktorom 4,07 14
Slika 20. Proračunska shema konzole 14
Slika 21. Primjer grede sa silom izvan konstrukcije pomoću funkcije Coupling 15
Slika 22. Normalna naprezanja u konzoli sa silom izvan konstrukcije pomoću funkcije Coupling, Deformacija je skalirana faktorom 4,07 15
Slika 23. Normalna naprezanja u konzoli sa silom izvan konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 4,07 16
Slika 24. Mreža sa 110 konačnih elemenata 16
Slika 25. Proračunski model opterećenja cijevi broj 3 za najnepovoljniji slučaj 17
Slika 26. Proračunski model opterećenja cijevi broj 3 analogno opciji Coupling 18
Slika 27. Normalna naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja, Deformacija je skalirana faktorom 3,69 20

Slika 28. Tangencijalna naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja, Deformacija je skalirana faktorom 3,69 20
Slika 29. Grafički prikaz konvergencije naprezanja 21
Slika 30. Raspodjela normalnih naprezanja nakon ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj, Deformacija je skalirana faktorom 3,76 22
Slika 31. Normalna naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 20,79 23
Slika 32. Tangencijalna naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 20,79 24
Slika 33. Normalna naprezanja nakon ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 19,24 25
Slika 34. Tangencijalna naprezanja nakon ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 19,24 26
Slika 35. Postavljanje vlastite težine štapa opcijom Gravity 27
Slika 36. Naprezanja u štapu opterećenom vlastitom težinom pomoću opcije Gravity 27
Slika 37. Normalna naprezanja s dodanom težinom konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 18,95 29
Slika 38. Tangencijalna naprezanja s dodanom težinom konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 19,24 29
Slika 39. Nedeformirani i deformirani oblik konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 19,24 30
Slika 40. Pomaci u smjeru vertikalne osi za najnepovoljniji slučaj opterećenja Deformacija je skalirana faktorom 3,76 31
Slika 41. Pomaci u smjeru vertikalne osi prije ugradnje motora (Coupling), Deformacija je skalirana faktorom 20,79 31
Slika 42. Pomaci u smjeru vertikalne osi nakon ugradnje motora (Coupling), Deformacija je skalirana faktorom 19,24 32
Slika 43. Rubni uvjeti pri slijetanju 35
Slika 44. Raspodjela normalnih naprezanja pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55 36
Slika 45. Raspodjela tangencijalnih naprezanja pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55 36
Slika 46. Raspodjela naprezanja prema von Misesu pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55 37

Slika 47. Pomaci u vertikalnom smjeru pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55 ..37
Slika 48. Štap koji će se provjeravati na izvijanje.....38
Slika 49. Prikaz rezultata izvijanja za slučaj slijetanja.....39
Slika 50. Raspodjela naprezanja prema von Misesu za čeličnu konstrukciju s promjenom dimenzija cijevi 1,2 i 3, Deformacija je skalirana faktorom 6,76 42
Slika 51. Naprezanja u čeličnoj konstrukciji s promjenom dimenzija svih cijevi, Deformacija je skalirana faktorom 6,76.....42
Slika 52. Provjera čelične cijevi broj šest na izvijanje 43
Slika 53. Raspodjela naprezanja za konstrukciju od titana, Deformacija je skalirana faktorom 1,72 44
Slika 54. Provjera cijevi broj šest od titana na izvijanje 45

Popis tablica

Tablica 1. Dimenzije cijevi 8
Tablica 2. Mehanička svojstva aluminijeve legure 6061 T6, podaci preuzeti iz [9]..... 9
Tablica 3. Vrijednosti naprezanja za različit broj konačnih elemenata..... 21
Tablica 4. Usporedba analiza naprezanja u letu za različite slučajeve..... 30
Tablica 5. Mehanička svojstva čelika, titana i aluminija, podaci preuzeti iz [9] 40
Tablica 6. Naprezanja i pomaci za konstrukciju od čelika, titana ili aluminija 40
Tablica 7. Optimiranje jedrilice od čelika 41
Tablica 8. Optimiranje jedrilice od titana..... 44

Popis oznaka

Oznaka	Opis
A_S	površina poprečnog presjeka štapa
D	vanjski promjer cijevi
d	unutarnji promjer cijevi
F_{din}	dinamička sila
F_{kr}	kritična sila izvijanja u štapu
F_M	težina motora s gorivom
$F_{M.ud}$	sila težine motora pri udarnom opterećenju
F_P	težina pilota
F_{is}	čvorne sile
F_{stv}	stvarna sila u štapu
$F_{P,ud}$	sila težine pilota pri udarnom opterećenju
F_{st}	statička sila
G_S	vlastita težina štapa
g	ubrzanje Zemljine sile teže
$\mathbf{K}_g$	matrica geometrijske krutosti
k_d	faktor udara
k_f	krutost elastične konstrukcije
l	duljina
l_{ref}	udaljenost referentne točke
l_s	duljina štapa
M_{max}	maksimalni moment
M_{ref}	moment u odnosu na referentnu točku
m_G	masa goriva
m_M	masa motora
m_P	masa pilota
$\mathbf{N}$	matrica funkcija oblika
R_e	granica elastičnosti
S	faktor dinamičkog opterećenja
S_{ud}	faktor dinamičkog opterećenja pri udarnom opterećenju
S11	normalna naprezanja u *Abaqus*-u
S12	tangencijalna naprezanja u *Abaqus*-u

s	debljina stijenke
$\mathbf{q}$	vektor opterećenja
V_G	volumen spremnika goriva
V_S	volumen štapa
v	ukupna brzina
v_v	vertikalna komponenta brzina
W	moment otpora
w_{din}	dinamički progib
w_{st}	statički progib
α	kut slijetanja
λ	vlastita vrijednost
ρ_g	gustoća goriva
ρ_S	gustoća štapa
$\sigma_{max,A}$	maksimalno naprezanje za najnepovoljniji slučaj opterećenja dobiveno analitički
$\sigma_{max,A,C}$	maksimalno naprezanje za slučaj analogan opciji *Coupling* dobiveno analitički
$\sigma_{max,N,C}$	maksimalno naprezanje dobiveno *Abaqus*-om koristeći opciju *Coupling*
$\sigma_{max,N,C,M}$	maksimalno naprezanje dobiveno *Abaqus*-om koristeći opciju *Coupling* nakon ugradnje motora
$\sigma_{max,N,G}$	maksimalno naprezanje s dodanom težinom konstrukcije dobiveno *Abaqus*-om
$\sigma_{max,N,P}$	maksimalno naprezanja za najnepovoljniji slučaj opterećenja dobiveno *Abaqus*-om
$\sigma_{max,N,S}$	maksimalno naprezanje pri slijetanju dobiveno *Abaqus*-om

Sažetak

U radu je izvršena numerička analiza pojednostavljene aluminijske konstrukcije ovjesne jedrilice sastavljene od kruto vezanih cijevi.

Povijest zmajarstva, dijelovi uobičajene ovjesne jedrilice te princip po kojem leti su opisani u uvodnom prvom poglavlju. Navedena je i razlika između padobranskih jedrilica, ovjesnih jedrilica i jedrilica.

U drugom poglavlju prikazana je geometrija konstrukcije koja će se analizirati, napravljena prema uzoru na komercijalnu jedrilicu PULMA 2000.

Rezultati provedenih analiza naprezanja konstrukcije u letu prikazani su u trećem poglavlju. Uspoređeni su rezultati za slučaj najnepovoljnijeg opterećenja – oslanjanja pune težine pilota koncentrirane u jednoj točki na glavni okvir konstrukcije, i za slučaj raspodjele sile težine na više točaka pomoću opcije *Coupling* što bolje opisuje stvarno opterećenje. U oba slučaja pokazana su naprezanja prije i nakon ugradnje motora. Također je izvršena i analiza utjecaja mase motora i mase konstrukcije na naprezanja u konstrukciji.

Četvrto poglavlje obuhvaća analizu naprezanja konstrukcije pri slijetanju. Slijetanje je opisano kao udarno opterećenje na kotače u trenutku kada oni dodirnu tlo.

U petom poglavlju razmotrena je mogućnost izrade ovjesne jedrilice od čelika ili od titana. Prikazani su primjeri optimiranja dimenzija u tom slučaju te naprezanja koja se onda pojavljuju u konstrukciji.

Na kraju je dan zaključak na temelju provedenih analiza naprezanja.

Ključne riječi: konačni elementi, ovjesna jedrilica, analiza naprezanja, udarno opterećenje

Summary

This study focuses on a stress analysis of a simplified aluminium hang glider composed of rigidly connected tubes.

The introduction includes a brief history of hang gliding, parts of a common hang glider and its working principle. The difference between paragliding, hang gliding and gliding is pointed out.

The second chapter shows the geometry of the simplified aluminium structure which is to be analysed. It was made according to the commercial hang glider PULMA 2000.

In the third chapter a stress analysis during flight has been carried out. Comparison of results is shown for two cases, first one being the least favourable load case when the pilot's entire weight is concentrated in one point on the main aluminium frame, and the second one being closer to the real load case when the weight is distributed on several points by the *Coupling* option. In both cases, stress distributions are shown before and after installation of the motor. Additionally, the influence of mass of a mounted motor and the mass of the frame itself on the stresses is analysed.

Chapter four deals with the stress analysis during landing. Landing is described as an impact load on the wheels at the moment they touch the ground.

In the fifth chapter, a change of the used material is considered. Aluminium could be replaced with, e.g. steel or titanium. Examples of geometry optimization are set forth, and stress analyses are carried out for the given changes.

In the final part, a conclusion was made based on the conducted stress analyses.

Key words: finite elements, hang glider, stress analysis, impact load

1. Uvod

Zmajarstvo (eng. *hang gliding*) je zrakoplovni natjecateljski ili rekreativni sport u kojem pilot upravlja ovjesnom jedrilicom popularno zvanom zmaj, kakva je prikazana na slici 1. Moderne jedrilice najčešće su izrađene od okvira od aluminijevih legura ili raznih kompozita te sintetičke tkanine koja služi kao krilo. Pilot se nalazi na sjedalu koje je vezano na metalni okvir i upravlja letjelicom prebacujući vlastitu težinu u željenom smjeru. Rane jedrilice imale su prilično nizak omjer sile uzgona i sile otpora, ali u današnje vrijeme, s novim tehnologijama, moguće je letjeti i do nekoliko sati na visinama od par tisuća metara kao i izvoditi akrobacije.

Slika 1. Moderna ovjesna jedrilica (zmaj), preuzeto iz [1]

Prvi pokušaji letenja zmajem poznati su još iz davnih vremena (6. st) , međutim te naprave nisu bile nimalo sigurne za čovjeka, [2]. Značajniji tehnički napredak zabilježen je u 19. st. kada je njemački inženjer Otto Lilienthal konstruirao prvu upravljivu jedrilicu koja je letjela pomoću povoljnih usponskih strujanja, [3]. Njegov veliki pothvat prikazan je na slici 2.

Tijekom godina su mnogi inženjeri usavršavali ovjesne jedrilice. Valja istaknuti NASA-in eksperiment pod imenom Paresev (*Paraglider Research Vehicle*), prikazan na slici 3, koji je dao inspiraciju svim tim inženjerima. Paresev je NASA namjeravala koristiti kao pomoć pri slijetanju svemirskih kapsula. Variranjem krutosti okvira, materijala i dizajna samog krila uspjeli su postići spori let i ugodno slijetanje, upravo ono što su jedriličari i tražili, [4].

Slika 2. Lilienthal-ova jedrilica, preuzeto iz [3]

Slika 3. Paresev, preuzeto iz [4]

Ovjesna jedrilica obično se sastoji od dva dijela: tkanine, tj. krila, i metalnog okvira. Najčešće korištene tkanine su od poliesterske i kompozitne. Poliesterska jedra izrađena su vrlo preciznim tkanjem poliesterskih vlakana ojačanim poliesterskom smolom zbog povećanja krutosti što je bitno zbog održavanja aerodinamičnog oblika. Kompozitna jedra izrađena laminiranjem poliestera su manje izdržljiva od onih izrađenim tkanjem. Metalni okvir obično je trokutastog oblika, a na njega se dodatno ugrađuju kotači i ostala oprema.

Pilot može biti smještenu vreći koja je vezana na okvir u ležećem ili sjedećem položaju, što je slučaj za tip jedrilice PULMA 2000, koja je u fokusu ovog zadatka.

Obavezna sigurnosna oprema je padobran koji se ručno otvara u slučaju opasnosti i sigurno spušta i pilota i jedrilicu na zemlju. U današnje vrijeme ovaj sport je prilično siguran, za referencu u Engleskoj se prosječno na 116 000 letova dogodi jedna tragična nesreća što je rizik usporediv trčanju maratona, [2].

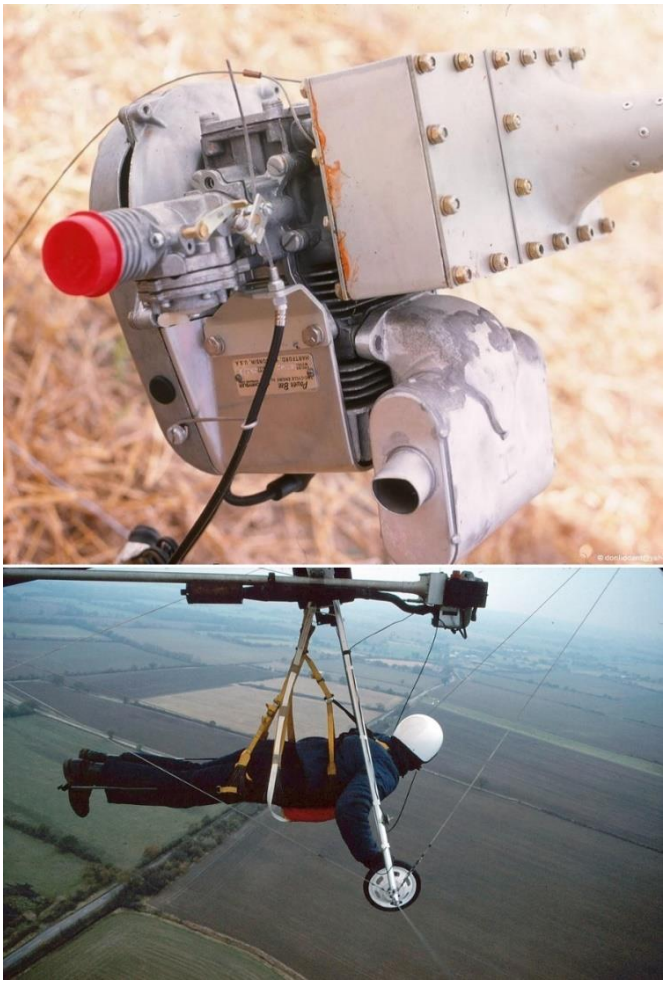
Polijetanje se može izvesti na više načina primjerice odgurivanjem nogama sa uzvisine, sustavima za vučenje sa tla, vučenjem avionom ili pogon jedrilice s motorom.

Jedrilica u letu je konstantno u padajućoj putanji te za postizanje dugog leta pilot mora tražiti usponska strujanja koja održavaju visinu letenja. Najčešći izvori takvih strujanja su vrući zrak i promjene strujanja uslijed naleta na uzvisinu. Topli zrak diže se u visinu u obliku valova sve dok ne naleti na oblak. Mjesta valova toplog zraka piloti mogu prepoznati prema ponašanju ptica .Kada pilot uđe u takvo područje vidjet će to i na variometru (indikatoru vertikalne brzine). Cilj je zadržati se u tom području kako bi se postigla visina letenja. Drugi način održavanje visine su usponska strujanja koja nastaju kada vjetar naleti na naglu uzvisinu te se preusmjeri vertikalno uvis.

Performanse današnjih jedrilica su prilično impresivne. Omjer jedrenja (eng. *glide ratio*) se definira kao udaljenost koju jedrilica može prijeći i za ovjesne jedrilice kreće se od 17:1 do 20:1 što znači da jedrilica može prijeći 17, odnosno 20 metara gubeći samo jedan metar visine. Moguće je dostići brzine do 140 km/h. Cijene ovjesnih jedrilica kreću se od 3 000 do 17 000 eura.

Zanimljivo je spomenuti i svjetske rekorde u profesionalnom zmajarstvu. Rekord u udaljenosti je čak 764 km, a rekord u nadmorskoj visini 11 800 m.

Ideja o ovjesnim jedrilicama dodatno pogonjenima motorom se rodila 1970-ih godina Najčešće se koristi dvotaktni motor s jednim cilindrom, snage oko 11 kW. Uparen sa propelerom može proizvesti oko 450 N sile uzgona. Na slici 4 prikazan je primjer takve jedrilice.



Slika 4. Ovjesna jedrilica s motorom, [5]

Na kraju je važno upozoriti na razliku između padobranskog jedrenja (eng. *paragliding*), zmajarstva (eng. *hang gliding*) i jedrenja (eng. *gliding*). Što se tiče strukture krila padobranske i ovjesne jedrilice imaju sličnu izvedbu s platnom (slika 5) dok jedrilice imaju potpuno kruta krila (slika 6). Najsporije su padobranske (25–60 km/h), zatim slijede zmajevi sa nešto većom brzinom, a jedrilice dostižu čak do 280 km/h. Omjer jedrenja za prve dvije navedene spomenut je već gore, dok jedrilice postižu znatno veće omjere (oko 60:1). Potreban prostor za slijetanje najmanji je kod padobranskih jedrilica, a najveći kod jedrilica koje ponekad zahtijevaju pravu pistu za slijetanje.

Slika 5. Padobranska jedrilica, [6]

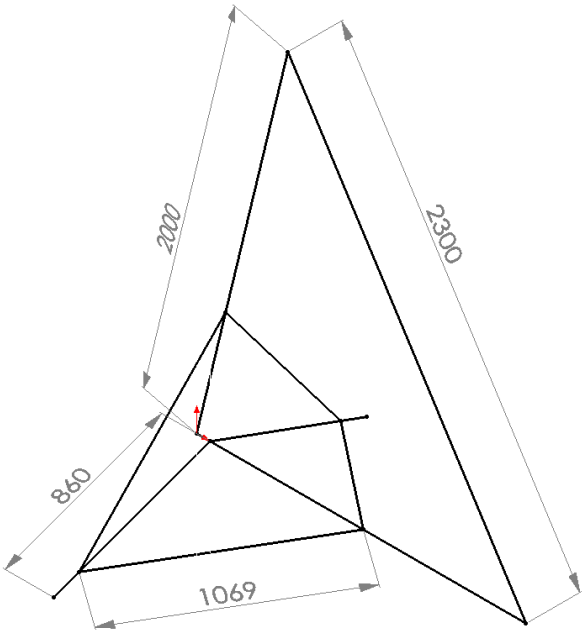
Slika 6. Jedrilica, [7]

2. Konstrukcija ovjesne jedrilice PULMA 2000

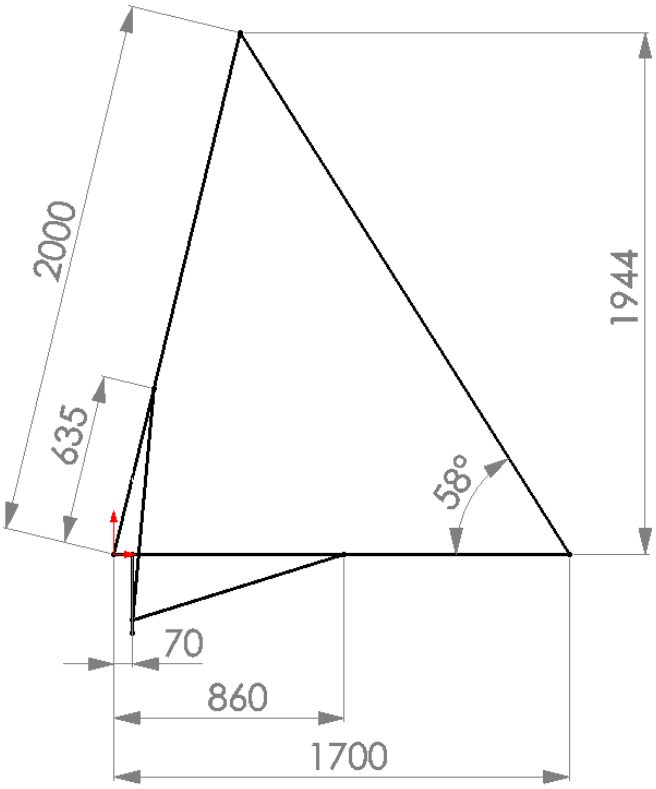
Prema nacrtima ovjesne jedrilice PULMA 2000 (slika 7) nacrtana je pojednostavljena geometrija namijenjena daljnjoj analizi. Konstrukcija je izvedena pomoću okruglih cijevi različitih dimenzija. Vijčani spojevi su aproksimirani čvrstom vezom te su sjedište pilota i konstrukcija na koju su vezani motor i spremnik za gorivo modelirani samo pomoću spojeva kojima se vežu na glavnu konstrukciju.

Slika 7. Ovjesna jedrilica PULMA 2000, [8]

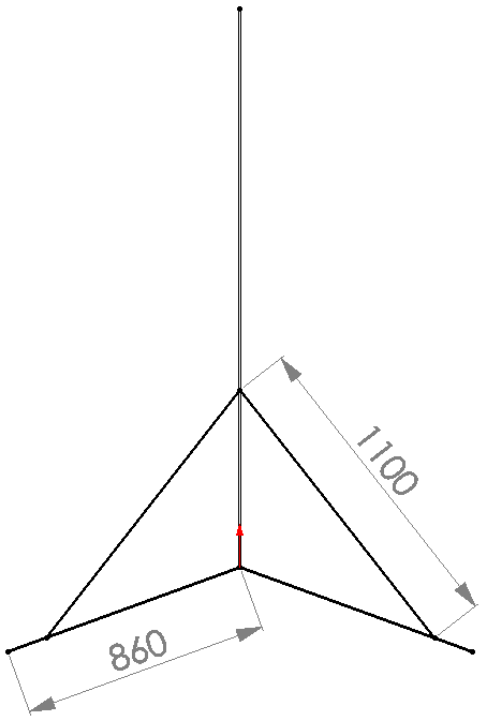
Izometrija, bokocrt i nacrt konstrukcije zmaja prikazani su na slikama (slika 8, slika 9, slika 10) te su dane okvirne dimenzije u milimetrima.



Slika 8. Pogled rešetkaste konstrukcije jedrilice u izometriji

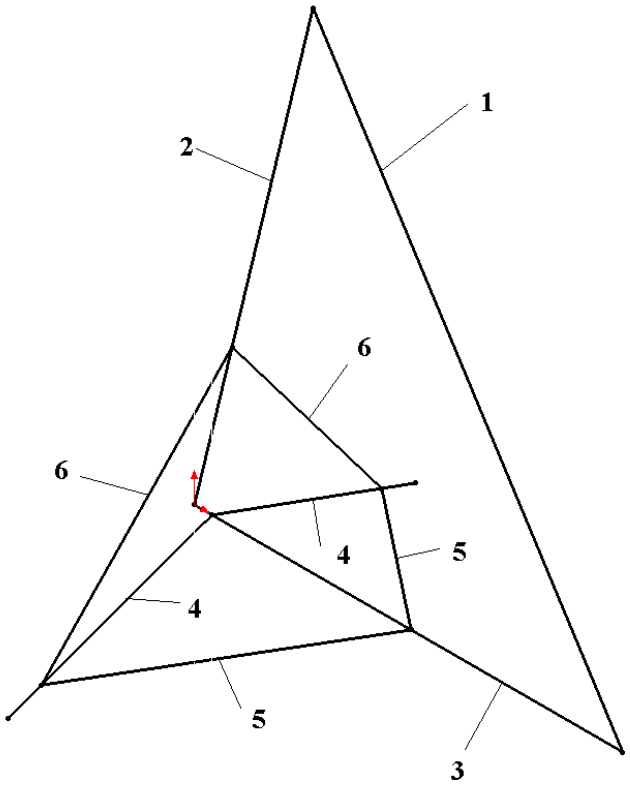


Slika 9. Bokocrt rešetkaste konstrukcije jedrilice



Slika 10. Nacrt rešetkaste konstrukcije jedrilice

Radi bolje preglednosti cijevi će nadalje biti oslovljavane brojevima kako je označeno na slici 11. Dimenzije svake cijevi dane su u tablici 1.



Slika 11. Numeriranje dijelova konstrukcije

Tablica 1. Dimenzije cijevi

Broj cijevi	**Količina**	**Duljina *l* [mm]**	**Vanjski promjer *D* [mm]**	**Debljina stjenke *s* [mm]**
1	1	2300	45	3
2	1	2000	45	3
3	1	1700	45	3
4	2	860	25	2
5	2	1069	25	2
6	2	1100	25	2

3. Analiza naprezanja konstrukcije u letu

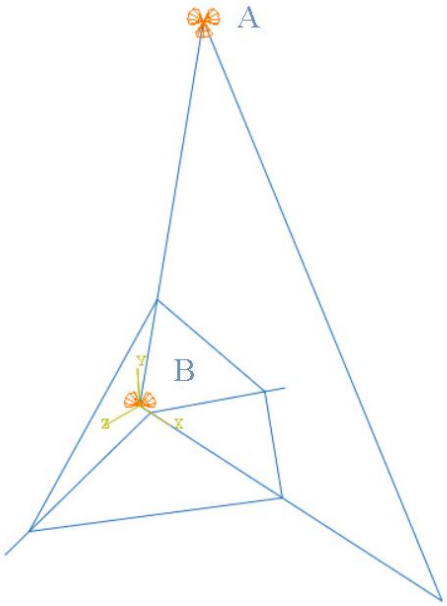
Za analizu naprezanja u konstrukciji korišten je programski paket *Abaqus Student Edition*. Prethodno prikazana geometrija nacrtana je u programu pomoću osnovnog oblika *Wire*.
Cijevi su izrađene od precipitacijski očvrsnute aluminijeve legure 6061 T6. Mehanička svojstva materijala prikazana su u tablici 2 te takva iskorištena i u programu.

Tablica 2. Mehanička svojstva aluminijeve legure 6061 T6, podaci preuzeti iz [9]

Gustoća [g/cm^3]	2,7
Modul elastičnosti [GPa]	68,9
Poissonov faktor [–]	0,33
Vlačna čvrstoća [MPa]	290
Granica elastičnosti [MPa]	240
Dinamička izdržljivost [MPa]	96,5

3.1. Rubni uvjeti pomaka u letu

Rubni uvjeti postavljeni su kao što je prikazano na slici 12. U osloncu A onemogućeni su pomaci u smjeru sve tri osi, jer je cijela konstrukcija ovješena u toj točki, a u osloncu B dozvoljen je pomak samo u smjeru osi *z* kako bi se izbjegli pomaci (odnosno rotacije) krutog tijela.



Slika 12. Rubni uvjeti pomaka

3.2. Opterećenje konstrukcije

Konstrukcija je pojednostavljeno opterećena s dvije koncentrirane sile – težinom pilota i težinom motora.

Koncentrirana sila od težine pilota F_P računa se prema izrazu:

$$F_\mathrm{P} = m_\mathrm{P} \cdot g \cdot S. \tag{3.1}$$

U jednadžbi (3.1) je uzeta prosječna masa pilota $m_\mathrm{P} = 70$ kg, ubrzanje Zemljine sile teže $g = 9{,}81$ m/s^2 te faktor dinamičkog opterećenja pri određenim uvjetima leta, npr. nagli zaokret ili udar vjetra $S = 5$.

Uvrštavanjem vrijednosti u izraz (3.1) dobiva se:

$$F_\mathrm{P} = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 5 = 3434 \text{ N}. \tag{3.2}$$

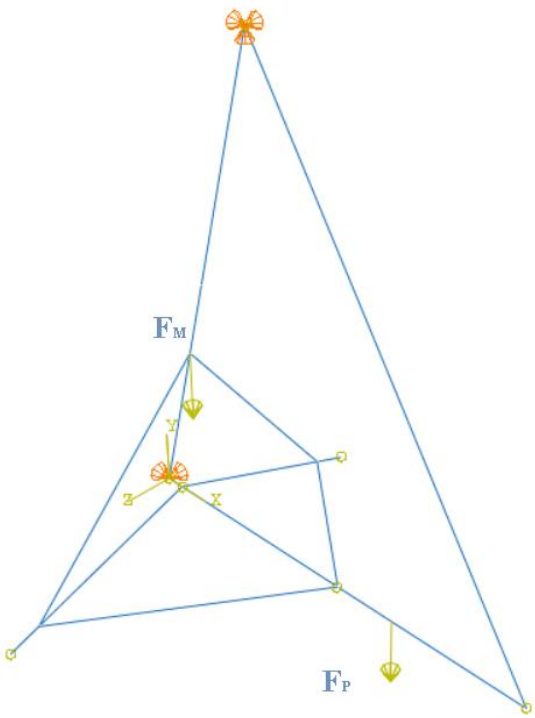
Koncentrirana sila od težine motora računa se prema izrazu:

$$F_\mathrm{M} = (m_\mathrm{M} + m_\mathrm{G}) \cdot g \cdot S. \tag{3.3}$$

Za motor Solo 210 je poznato da prazan ima masu $m_\mathrm{M} = 30$ kg te spremnik za gorivo volumena $V_\mathrm{G} = 5$ L. Za gustoću goriva $\rho_\mathrm{G} = 740$ kg/m^3, masa goriva iznosi $m_\mathrm{G} = 3{,}69$ kg. Prema tome, sila od težine punog spremnika je:

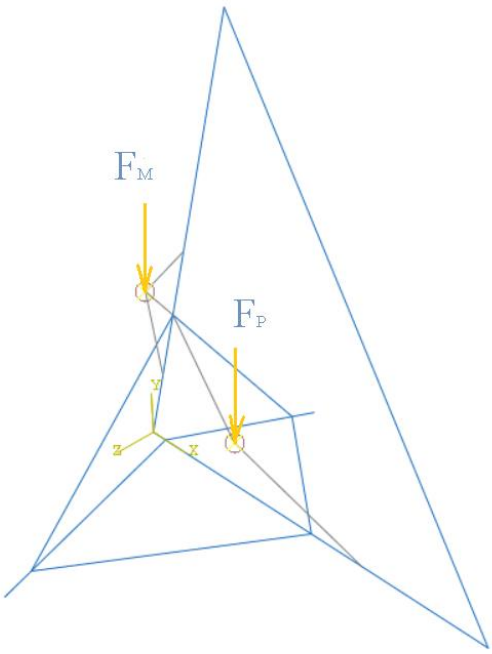
$$F_\mathrm{M} = (30 + 3{,}69) \cdot 9{,}81 \cdot 5 = 1653 \text{ N}. \tag{3.4}$$

Za najnepovoljniji slučaj uzet će se da opterećenje od pilota djeluje direktno na cijev tri, a od motora na cijev dva kako je prikazano na slici 13.



Slika 13. Prikaz sila u najnepovoljnijem slučaju opterećenja

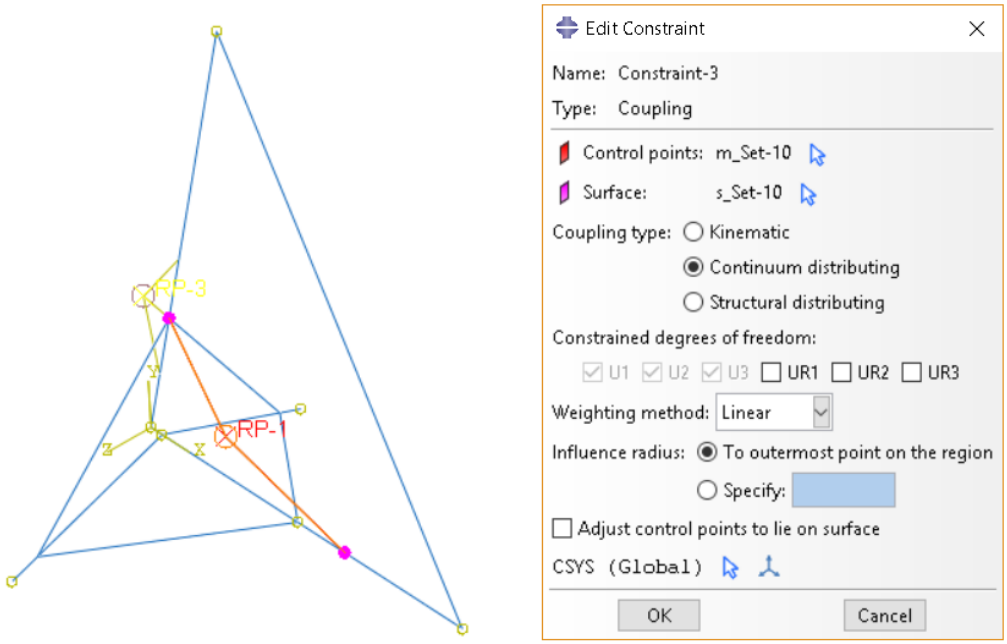
U drugom slučaju sile su postavljene izvan same konstrukcije u referentne točke (*Reference Points*) koje približno odgovaraju težištu pilota, odnosno motora. Te točke su zatim povezane s konstrukcijom opcijom *Create Constraint* iz modula *Interaction*. Prikaz opterećenja dan je na slici 14. Ovaj slučaj puno bolje opisuje stvarnu situaciju opterećenja.



Slika 14. Realno opterećenje konstrukcije težinom pilota i motora

3.2.1. Pojašnjenje funkcije *Coupling*

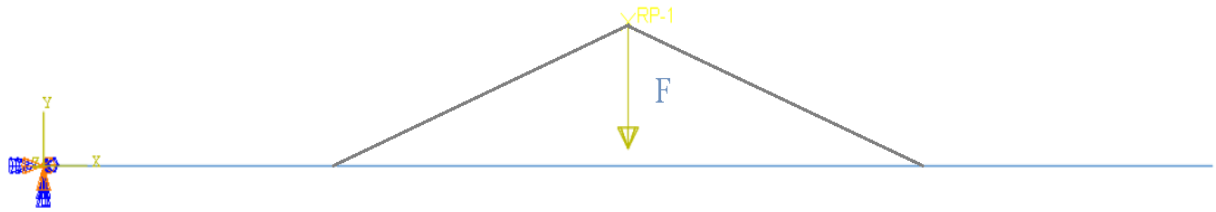
Iz izbornika *Create Constraint* izabrana je opcija *Coupling*. Ona omogućuje raspodjelu sile na više točaka. Tako je sila od težine motora raspoređena na tri mjesta, a sila od težine pilota na dva što se vidi iz slike 15 za težinu pilota (označeno crvenom bojom na slici).



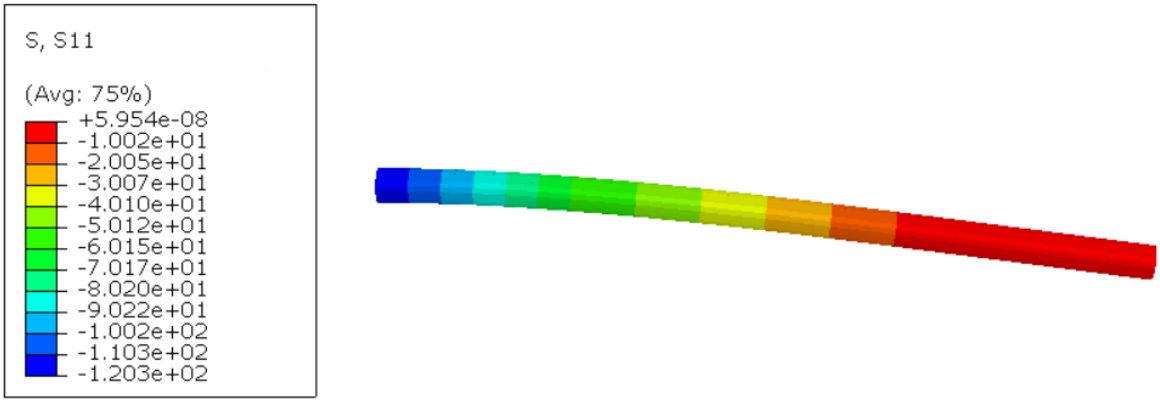
Slika 15. Primjer primjene funkcije *Coupling*

Raspodjela se temelji na jednostavnoj redukciji sile na točku, što će biti prikazano na primjeru konzole duljine l = 1000 mm poprečnog presjeka jednakog cijevima 1,2 i 3. Na slici 16 prikazana je konzola opterećena silom F = 1000 N koja je postavljena u referentnu točku na sredini (x_F = 500 mm). Referentna točka zatim je opcijom *Coupling* povezana s dva čvora (zamišljena interakcija u *Abaqus-u* je prikazana dvjema sivim linijama). Prvi čvor nalazi se na udaljenosti x_1 = 250 mm, a drugi na x_2 = 750 mm. Za tip veze (*Coupling Type*) odabran je *Continuum distributing* i kao *Weighting method – uniform* (može se vidjeti na slici 15).

Na taj način sila će se raspodijeliti s težinskim faktorom jedan na odabrana dva čvora, tj. u svakom čvoru bit će sila od 500 N te moment $M = 500 \cdot 250 = 125000$ Nmm. Normalna naprezanja u ovom slučaju prikazana su na slici 17.



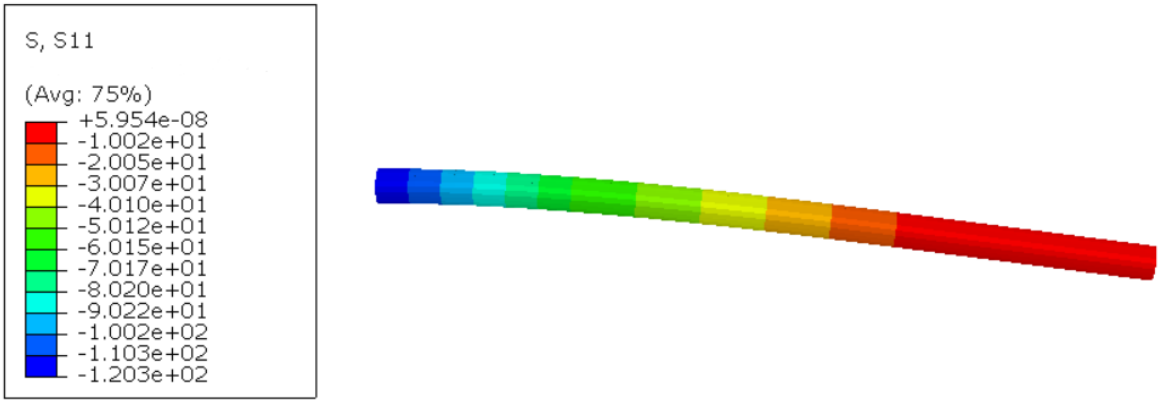
Slika 16. Greda opterećena silom *F* pomoću funkcije *Coupling*



Slika 17. Normalna naprezanja u gredi opterećenoj silom *F* pomoću funkcije *Coupling*, Deformacija je skalirana faktorom 4,07

Kako bi se provjerilo je li to uistinu tako, konzolu će se dalje opteretiti s dvije koncentrirane sile: F_1 = 500 N i F_2 = 500 N te sa dva suprotno usmjerena momenta: M_1 = 125000 Nmm i M_2=125000 Nmm na udaljenostima na kojima su bili čvorovi (x_1=250 mm i x_2=750 mm).Opterećenje je prikazano na slici 18, a naprezanja na slici 19.

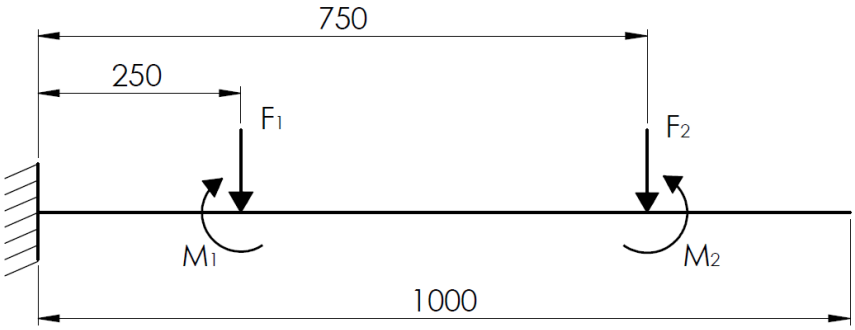
Slika 18. Greda opterećena silama i momentima



Slika 19. Normalna naprezanja u gredi opterećenoj silama i momentima, Deformacija je skalirana faktorom 4,07

Usporedbom slike 17 i slike 19 jasno se vidi da su naprezanja u konzoli jednaka.

Dobivena rješenja još će se usporediti s analitičkim proračunom prema slici 20.



Slika 20. Proračunska shema konzole

Opterećenje, geometrija i rubni pomaci isti su kao gore navedeni. Najveći moment javlja se na mjestu uklještenja i iznosi:

$$M_{\mathrm{uk,max}} = F_1 \cdot 250 + F_2 \cdot 750 + M_1 - M_2 = 500000 \text{ Nmm}. \tag{3.5}$$

Moment otpora na istom mjestu je:

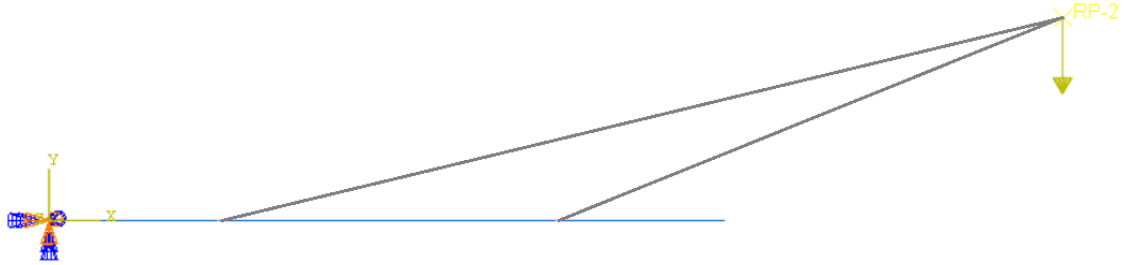
$$W = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{45^4 - 39^4}{45} = 3900 \text{ mm}^3. \tag{3.6}$$

Prema tome maksimalno naprezanje u konzoli iznosi:

$$\sigma_{\mathrm{k,max}} = \frac{M_{\mathrm{uk}}}{W} = \frac{500000}{3900} = 128{,}2 \text{ MPa}. \tag{3.7}$$

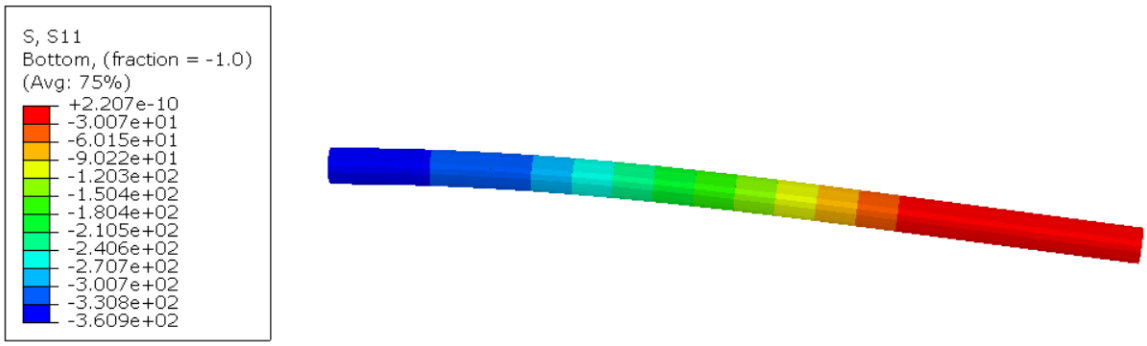
Jasno se vidi uspoređujući rezultat izraza (3.7) sa slike 17 i slike 18 da su razlike u naprezanjima u granicama tolerancije.

Također je provjereno vrijedi li ovakva raspodjela kada se sila ne nalazi iznad opterećene grede, već negdje izvan konstrukcije. Primjer je prikazan na slici 21. Sila je postavljena na 500 mm udaljenosti od slobodnog kraja konzole.



Slika 21. Primjer grede sa silom izvan konstrukcije pomoću funkcije *Coupling*

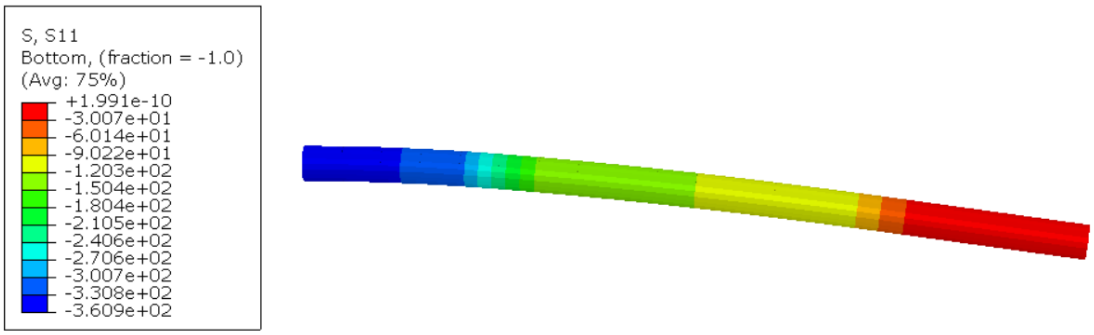
Sve vrijednosti sila i udaljenosti jednake su kao u prošlom primjeru. Sila je postavljena u *Refrence Point* te funkcijom *Coupling* postavljena u interakciju s konzolom na istim mjestima. Naprezanja u konzoli prikazana su na slici 22.



Slika 22. Normalna naprezanja u konzoli sa silom izvan konstrukcije pomoću funkcije *Coupling*, Deformacija je skalirana faktorom 4,07

Konzolu će se zatim opet opteretiti s dvije koncentrirane sile: F_1 = 500 N i F_2 = 500 N te sa dva suprotno usmjerena momenta: M_1 = -625 000 Nmm i M_2 = -325 000 Nmm, analogno kao i u prošlom primjeru . Rezultati analize naprezanja za ovaj slučaj su prikazani na slici 23.

Usporedbom slike 22 i slike 23 jasno se vidi da su naprezanja u konzoli jednaka.



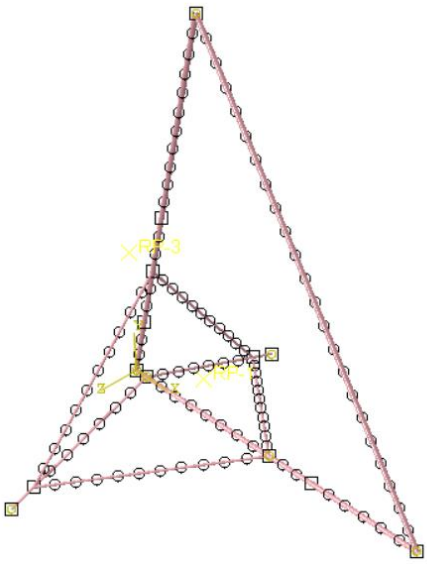
Slika 23. Normalna naprezanja u konzoli sa silom izvan konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 4,07

Može se zaključiti da funkcija *Coupling*, uz postavljene uvjete *Continuum Distributing* i *Weighting method – uniform*, raspoređuje silu s jednakim težinskim faktorom na odabrane točke te u svaku točku dodaje moment ovisno o udaljenosti od opterećenja, kako je i pretpostavljeno.

Kako težište pilota i motora nije jednako udaljeno od svih referentnih točaka na koje su vezani *Weighting method* će biti postavljen kao *Linear* koji silu preraspodjeljuje ovisno o udaljenosti od referentnih točaka. Prikaz postavljanja tih uvjeta u *Abaqus*-u je na slici 15.

3.3. Mreža

Nakon postavljanja opterećenja, rubnih uvjeta i interakcija, generirana je mreža. Za tip konačnih elemenata izabrani su prostorni gredni elementi B32 sa 3 čvora i kvadratnom interpolacijom jer može opisati i poprečne posmične deformacije. Na slici 24 prikazana je mreža sa 110 konačnih elemenata.



Slika 24. Mreža sa 110 konačnih elemenata

3.4. Analitičko rješenje opterećenja konstrukcije

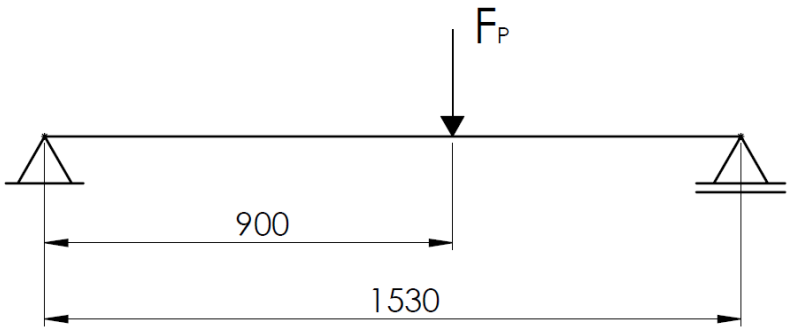
3.4.1. Analitičko rješenje – najnepovoljniji slučaj

Za najnepovoljniji slučaj uzet će se kao da cijela težina pilota djeluje u jednoj točki na cijevi broj tri.

Očekivano najveće naprezanje, prema analitičkom proračunu priloženom uz nacrte, trebalo bi se pojaviti na cijevi broj tri, na mjestu spoja sjedišta pilota.

Cijev je proračunata kao greda na dva oslonca duljine L = 1530 mm opterećena cijelom težinom pilota u točki spoja sa sjedištem. Iz tog razloga se analitičkim proračunom očekuju znatno veća naprezanja od stvarnih.

Proračunski model prikazan je na slici 25.



Slika 25. Proračunski model opterećenja cijevi broj 3 za najnepovoljniji slučaj

Najveći moment savijanja $M_{\max}$ javit će se upravo na mjestu gdje djeluje koncentrirana sila (x= 900 mm) te se računa prema izrazu:

$$M_{\max} = \frac{F_{\mathrm{p}} \cdot 900 \cdot (1530 - 900)}{1530}, \tag{3.8}$$

gdje je F_{p} = 3434 N koncentrirana sila od težine pilota.
Uvrštavanjem u izraz (3.8) dobiva se:

$$M_{\max} = \frac{3434 \cdot 900 \cdot (1530 - 900)}{1530} = 1\,272\,600 \text{ Nmm}. \tag{3.9}$$

Aksijalni moment tromosti I presjeka računa se prema izrazu:

$$I = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4), \tag{3.10}$$

gdje je D = 45 mm vanjski promjer cijevi, a d = 36 mm unutarnji promjer cijevi.

Uvrštavanjem u izraz (3.10) dobiva se:

$$I = \frac{\pi}{64} \cdot (45^4 - 39^4) = 87\,728\ \mathrm{mm}^4. \tag{3.11}$$

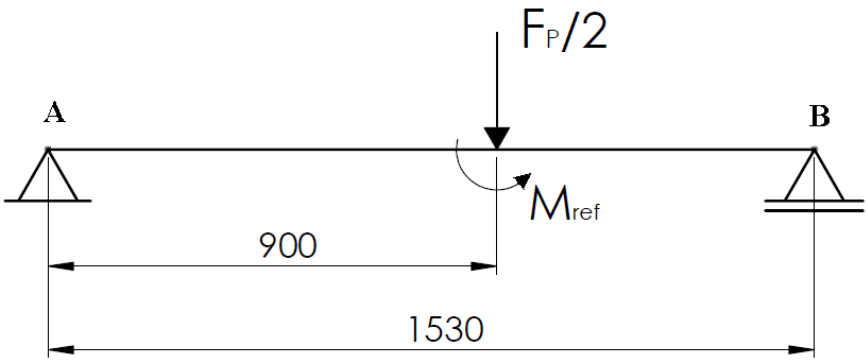
Najveće normalno naprezanje uslijed savijanja je na rubu presjeka z = 22,5 mm i računa se prema izrazu:

$$\sigma_{\mathrm{max,A}} = \frac{M_{\mathrm{max}}}{I} \cdot z = \frac{1\,272\,600}{87\,728} \cdot 22{,}5 = 326{,}4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{3.12}$$

$\sigma_{\mathrm{max,A}}$ označava maksimalno normalno naprezanje dobiveno analitičkim proračunom. Ovo naprezanje znatno prelazi granicu elastičnosti materijala, ali očito nije valjano radi uvođenja pretpostavki koje ne odgovaraju stvarnoj situaciji opterećenja i rubnih uvjeta.

3.4.2. Analitičko rješenje – analogno opciji *Coupling*

Analogno prema načinu rada opcije *Coupling* analitički proračun provest će se prema shemi na slici 26. Provest će se isto kao i u prethodnom slučaju za cijev broj tri jer se na njoj očekuju najveća naprezanja.



Slika 26. Proračunski model opterećenja cijevi broj 3 analogno opciji *Coupling*

Težina pilota će se približno jednoliko raspodijeliti kako je opisano u poglavlju 3.2.1. te će još biti dodan moment M_{ref} koji ovisi o udaljenosti od referentne točke u koju je postavljena sila težine pilota. On iznosi:

$$M_{\mathrm{ref}} = \frac{F_{\mathrm{P}}}{2} \cdot l_{\mathrm{ref}}, \tag{3.13}$$

gdje je l_{ref} = 310 mm i predstavlja udaljenost po osi cijevi broj tri od referentne točke do točke gdje je sjedište pilota vezano za cijev broj tri. Uvrštavajući u izraz (3.13) dobiva se da je iznos momenta M_{ref} = 532270 Nmm.

Najveći moment savijanja $M_{\max}$ javit će se na mjestu gdje djeluju sila F_P i moment M_{ref}.
Kako bi izračunali najveći moment kojim je greda opterećena, napraviti će se suma momenata oko točke A:

$$\sum M_A = 0, \tag{3.14}$$

pa slijedi

$$F_B = \frac{\frac{F_P}{2} \cdot 900 - M_{ref}}{1530} = \frac{\frac{3434}{2} \cdot 900 - 532270}{1530} = 662{,}11 \text{ N}, \tag{3.15}$$

gdje je F_B reakcija u osloncu u točki B. Reakcija u osloncu u točki A onda iznosi:

$$F_A = \frac{F_P}{2} - F_B = \frac{3434}{2} - 662{,}11 = 1054{,}89 \text{ N}. \tag{3.16}$$

Maksimalni moment izračunava se prema izrazu:

$$M_{\max} = F_A \cdot 900 - M_{ref}, \tag{3.17}$$

što nakon uvrštavanja podataka daje rezultat M_{max} = 417131 Nmm.
Prema izrazu (3.12), uz jednak iznos aksijalnog momenta tromosti i nepromijenjenih dimenzija najveće naprezanje je $\sigma_{max,A,C}$ = 107 N/mm^2.

Valja primijetiti da se naprezanje smanjilo u odnosu na rezultat u prošlome odlomku.
Potrebno je provesti numeričku analizu naprezanja konstrukcije u *Abaqus*-u kako bi se usporedili rezultati.

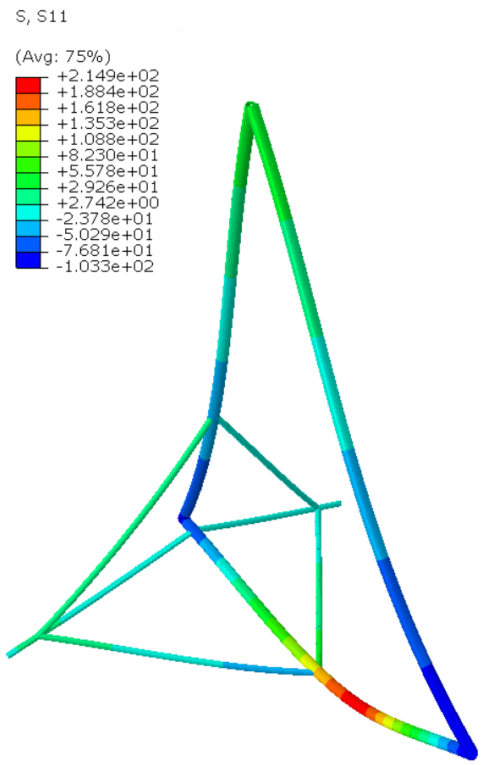
3.5. Numeričko rješenje dobiveno programskim paketom *Abaqus* za najnepovoljniji slučaj opterećenja

Najprije će se razmotriti slučaj u kojem težina pilota i motora djeluju direktno na konstrukciju kako je prikazano na slici 13. Pretpostavlja se da će ovaj slučaj opterećenja dati znatno veća naprezanja od stvarnih.

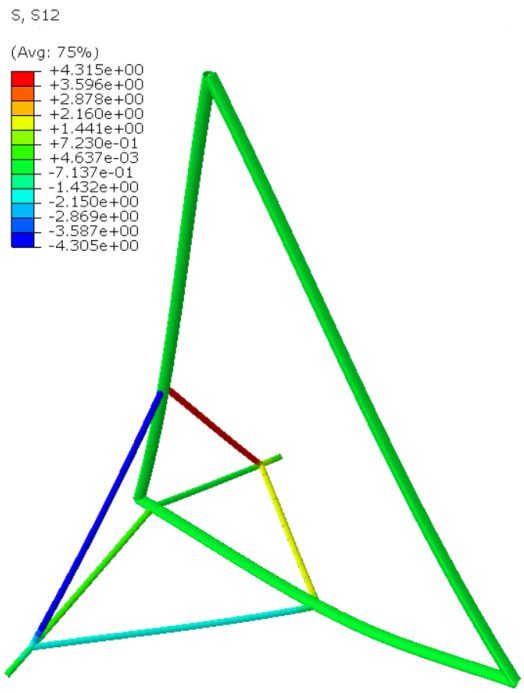
3.5.1 Naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja

Na slici 27 prikazana su normalna naprezanja σ_x odnosno u *Abaqus*-u *S11*. Najveće naprezanje pojavilo se u točki gdje djeluje koncentrirana težina pilota i iznosi $\sigma_{max,N,P} = 214{,}9$ N/mm^2. Naprezanja na mjestu gdje će se montirati motor zasada iznose 39 N/mm^2, pa će se promotriti kako se ona mijenjaju. Tangencijalna naprezanja *S12* prikazana su na slici 28. Maksimalno

tangencijalno naprezanje iznosi 4,32 N/mm^2 što je zanemarivo u usporedbi s normalnim naprezanjem.



Slika 27. Normalna naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja, Deformacija je skalirana faktorom 3,69



Slika 28. Tangencijalna naprezanja prije ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja, Deformacija je skalirana faktorom 3,69

3.5.2. Konvergencija naprezanja

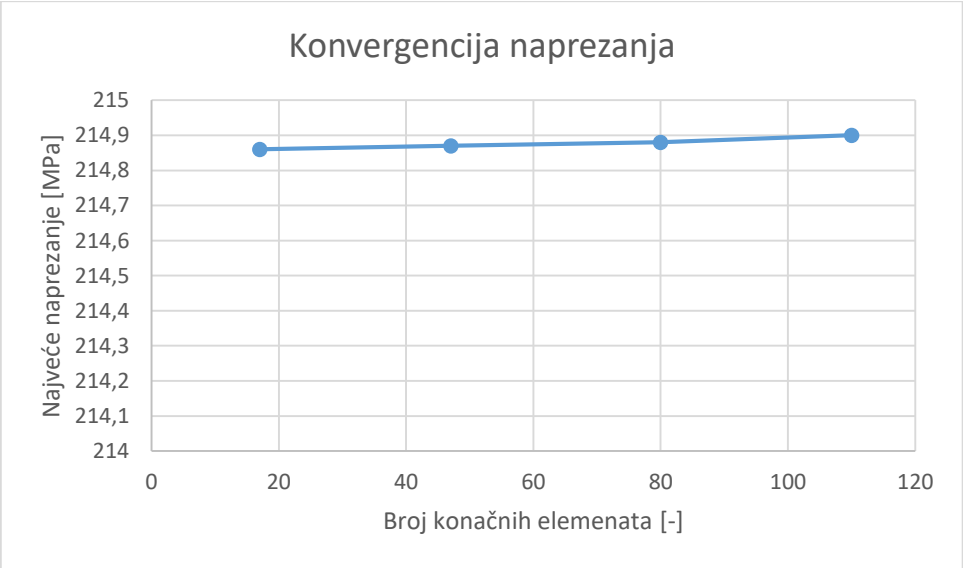
U svrhu provjere valjanosti dobivenih rezultata prikazat će se konvergencija normalnih naprezanja . Tako su generirane mreže za različit broj elemenata za slučaj opterećenja opisan u prošlom odlomku. U tablici 3 su prikazana naprezanja za više različitih mreža.

Tablica 3. Vrijednosti naprezanja za različit broj konačnih elemenata

Broj konačnih elemenata [–]	Najveće normalno naprezanje [MPa]
17	214,86
47	214,87
80	214,88
110	214,9

Konvergencija naprezanja prikazana je i grafički na Slika 29.

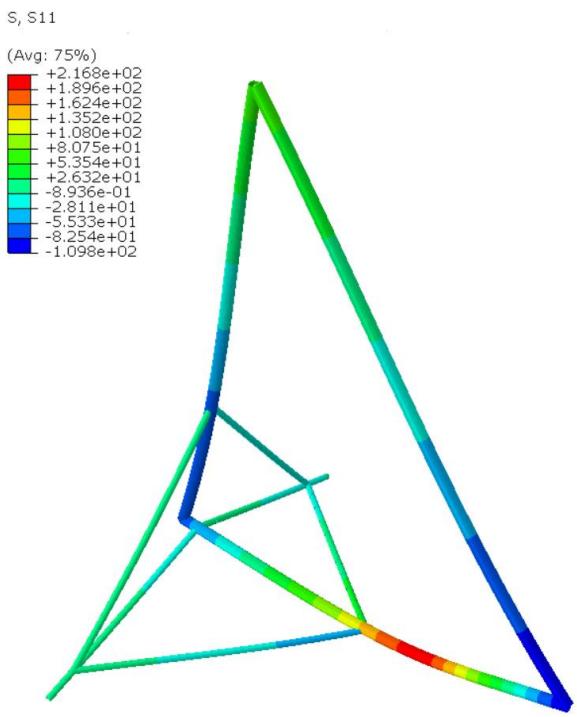
Iz slike 29 i tablice 3 može se vidjeti da naprezanje brzo konvergira i nema potrebe za korištenjem velikog broja konačnih elemenata.



Slika 29. Grafički prikaz konvergencije naprezanja

3.5.3. Naprezanja nakon ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj opterećenja

Nakon ugradnje motora raspodjela normalnih naprezanja prikazana je na slici 30. Vidi se da je maksimalno naprezanje jako malo poraslo te sada iznosi 216,8 N/mm^2. Međutim, naprezanja u točki gdje djeluje težina motora porasla su na 61 N/mm^2. Promjena tangencijalnih naprezanja zanemariva je, a i pomaci su ostali praktički nepromijenjeni.



Slika 30. Raspodjela normalnih naprezanja nakon ugradnje motora za najnepovoljniji slučaj, Deformacija je skalirana faktorom 3,76

Može se zaključiti da maksimalno naprezanje u konstrukciji nakon ugradnje motora ostaje približno jednako, ali se na mjestu dodane težine motora naprezanja povećavaju za oko 35 % te iznose 61 N/mm^2 što ne predstavlja opasnost prema čvrstoći materijala koja je 4 puta veća. Usprkos tome maksimalna naprezanja koja se kreću u redu veličine 200 N/mm^2 vrlo su blizu granice elastičnosti materijala. Naravno, treba opet napomenuti da su ta naprezanja veća od stvarnih zbog pretpostavke djelovanja težine u jednoj točki što u realnosti nije slučaj.

Usporedbom analitičkih i numeričkih rezultata može se zaključiti da je najveće normalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom manje od analitičkog rješenja.

$$\sigma_{\mathrm{max,A}} = 326{,}4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} > \sigma_{\mathrm{max,N,P}} = 214{,}9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm2}}. \tag{3.18}$$

U daljnjoj analizi naprezanja promatrat će se samo slučaj kada su težine raspodijeljene na više točaka pomoću opcije *Coupling* jer bolje aproksimira realnu situaciju.

3.6. Numeričko rješenje dobiveno programskim paketom *Abaqus* uz primjenu opcije *Coupling*

U ovom poglavlju razmatraju se naprezanja za slučaj opterećenja prikazan na slici 14.

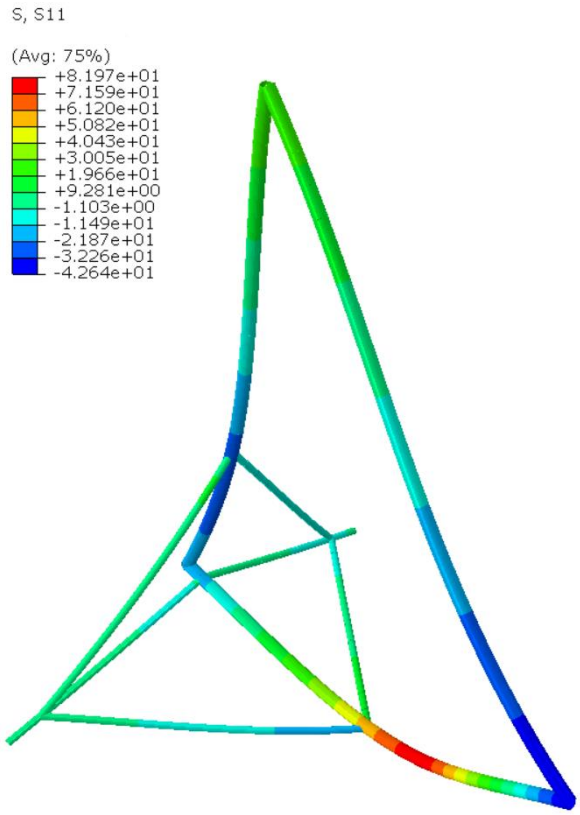
3.6.1. Naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora

Prvo će se provjeriti naprezanja u konstrukciji prije nego što se ugradi motor. Jedina sila koja djeluje u ovom slučaju je težina pilota jednako kao na slici 14.

Na slici 31 prikazana su normalna naprezanja u konstrukciji dobivena programskim paketom *Abaqus*.

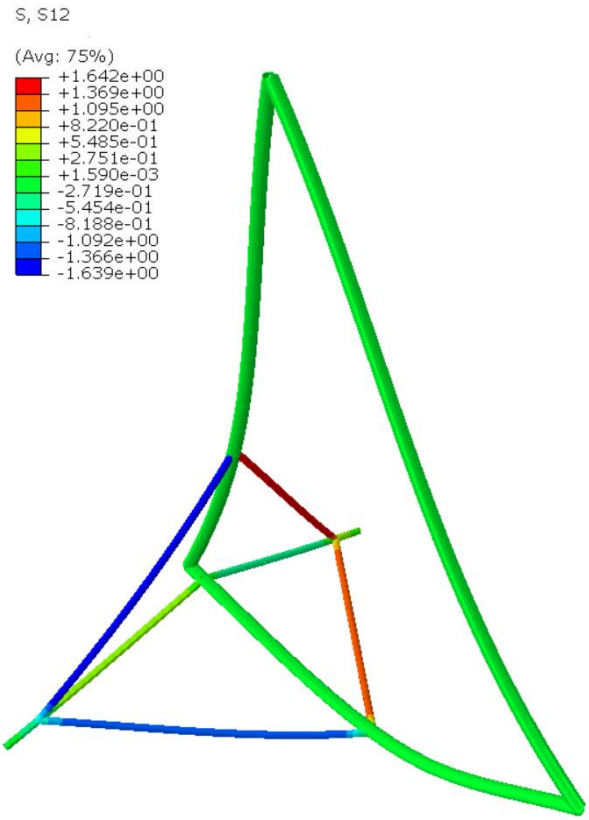
Najveće normalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom pojavilo se na očekivanom mjestu – na cijevi broj tri, tj. na spoju sa sjedištem pilota te iznosi $\sigma_{\mathrm{max,N,C}}$ = 81,97 N/mm^2.

Naprezanja u području spoja cijevi dva sa cijevima šest, tj. mjesta gdje se očekuju najveća naprezanja uslijed sile nakon ugradnje motora su 27 N/mm^2.



Slika 31. Normalna naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 20,79

Na slici 32 prikazana su tangencijalna naprezanja. Najveće tangencijalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom pojavilo se na cijevima četiri i šest te iznosi 1,64 N/mm^2 što je oko 80 puta manje u odnosu na normalna naprezanja pa se može zanemariti.



Slika 32. Tangencijalna naprezanja u konstrukciji prije ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 20,79

3.6.2. Naprezanja u konstrukciji nakon ugradnje motora

Na slici 33 prikazana su normalna naprezanja u konstrukciji nakon ugradnje motora dobivena programskim paketom *Abaqus*.

Najveće normalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom pojavilo se na očekivanom mjestu – na cijevi broj tri, tj. na spoju sa sjedištem pilota te iznosi $\sigma_{\mathrm{max,N,C,M}}$ = 83,95 N/mm^2. Na mjestu ugradnje motora naprezanja su porasla na 37 N/mm^2.

Na slici 34 prikazana su tangencijalna naprezanja. Najveće tangencijalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom pojavilo se na cijevima četiri i šest te iznosi 2,161 N/mm^2 što je oko 40 puta manje u odnosu na normalna naprezanja pa se može zanemariti.

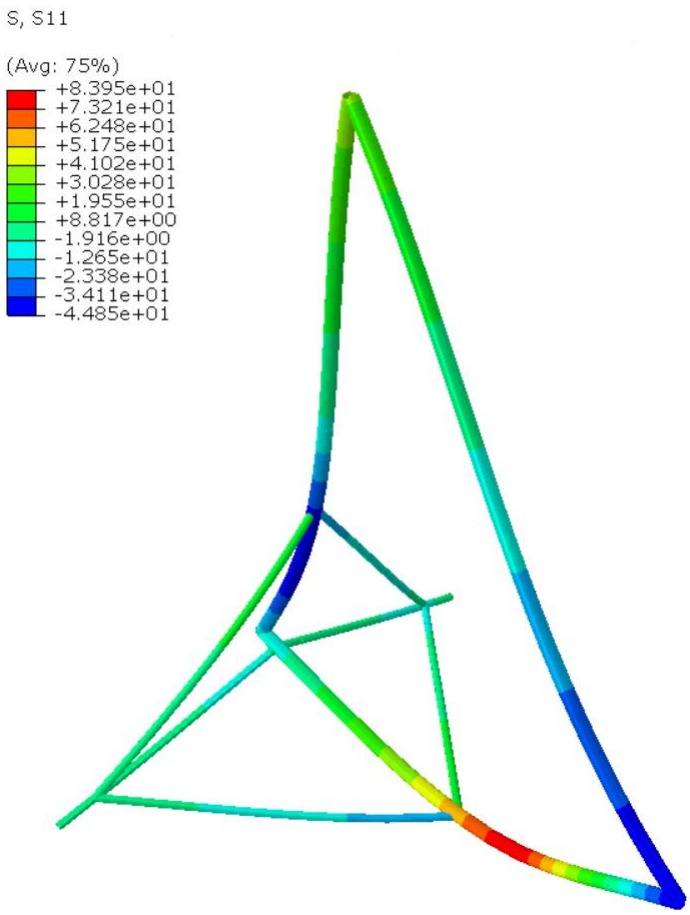
Usporedbom dobivenih rezultata da se zaključiti da ugradnja motora neće preopteretiti konstrukciju. Najveće normalno naprezanje porast će za 2%. Naprezanja u području spoja cijevi dva sa cijevima šest povećat će se za 27% i ostati u granicama dopuštenih naprezanja.

Usporedbom analitičkih i numeričkih rezultata može se zaključiti da je najveće normalno naprezanje dobiveno numeričkim proračunom manje od analitičkog rješenja:

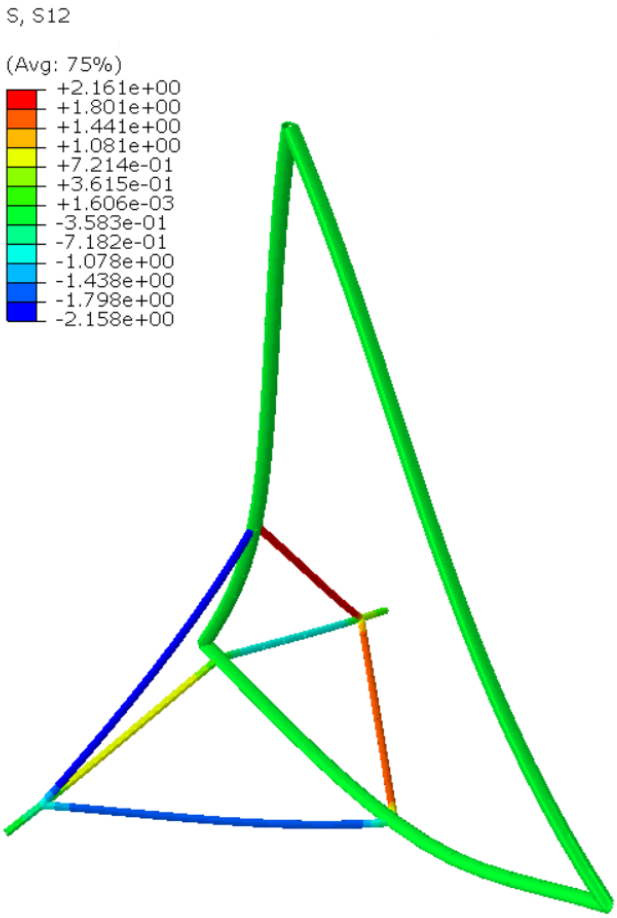
$$\sigma_{\mathrm{max,A,C}} = 107\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} > \sigma_{\mathrm{max,N,C}} = 81{,}97\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{3.19}$$

Ako još usporedimo numerički rezultat s težinom pilota smještenom u jednoj točki i numerički rezultat dobiven pomoću opcije *Coupling* može se zaključiti da je čak 3 puta manji:

$$\sigma_{\mathrm{max,N,P}} = 214{,}9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} > \sigma_{\mathrm{max,N,C}} = 81{,}97\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{3.20}$$



Slika 33. Normalna naprezanja nakon ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 19,24



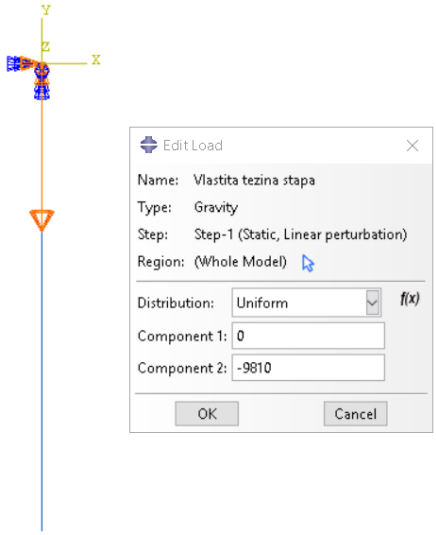
Slika 34. Tangencijalna naprezanja nakon ugradnje motora, Deformacija je skalirana faktorom 19,24

3.7. Naprezanja s uračunatom težinom konstrukcije

Također valja razmotriti smije li se zanemariti masa same konstrukcije. Iako je aluminij relativno lagan materijal, provjerit će se raspodjela naprezanja sa dodanom težinom konstrukcije. Težina je dodana u izborniku *Load – Gravity*. Prije analize naprezanja pokazat će se pojašnjenje opcije *Gravity*.

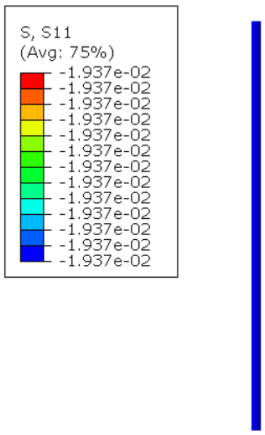
3.7.1. Pojašnjenje opcije *Gravity*

Za provjeru načina rada opcije *Gravity* prikazat će se jednostavan primjer vertikalnog štapa opterećenog vlastitom težinom. Štap duljine l_s = 500 mm i poprečnog presjeka A_S = 100 mm^2 ukliješten je na jednom kraju te se pruža u smjeru djelovanja gravitacije. Na slici 35 prikazano je postavljeno *Gravity* opterećenje u iznosu -9810 mm/s^2. Programski paket *Abaqus* silu postavlja u ishodište koordinatnog sustava ali pri odabiru opcija opterećenja jasno se vidi da ona djeluje raspodijeljena na cijeli element (*Region: Whole model*).



Slika 35. Postavljanje vlastite težine štapa opcijom *Gravity*

Naprezanja u tako opisanom slučaju i model opisanim jednim konačnim elementom prikazana su na slici 36.



Slika 36. Naprezanja u štapu opterećenom vlastitom težinom pomoću opcije *Gravity*

Za provjeru ista takva raspodjela naprezanja trebala bi se dobiti za slučaj djelovanja sila u čvorovima. Težina štapa G_S računa se prema izrazu:

$$G_s = \rho_S \cdot V_S \cdot g, \tag{3.21}$$

i iznosi 3,87495 N.

Sile u čvorovima računaju se prema izrazu iz [10] za određivanje čvornih sila $\mathbf{F}_{V_2}$ prilikom volumenskog opterećenja:

$$\mathbf{F}_{V_2} = \int_V \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{q} \cdot \mathrm{d}V, \tag{3.22}$$

gdje je **N** matrica funkcija oblika, a **q** vektor opterećenja, te se jednostavno može zaključiti da one iznose:

$$F_{1s} = F_{2s} = \frac{3{,}87495}{2} = 1{,}9375 \text{ N}. \tag{3.23}$$

Provedbom analize u *Abaqus-u* postavljajući koncentrirane sile u tom iznosu u oba čvora lako se zaključuje da su naprezanja istog iznosa kao i u prethodnom slučaju te se potvrđuje zadatak opcije *Gravity*.

3.7.2. Rezultati analize naprezanja ovjesne jedrilice s dodanom težinom konstrukcije

Dodavanje težine konstrukcije pokazano je za slučaj opterećenja kao u poglavlju 3.6.2.

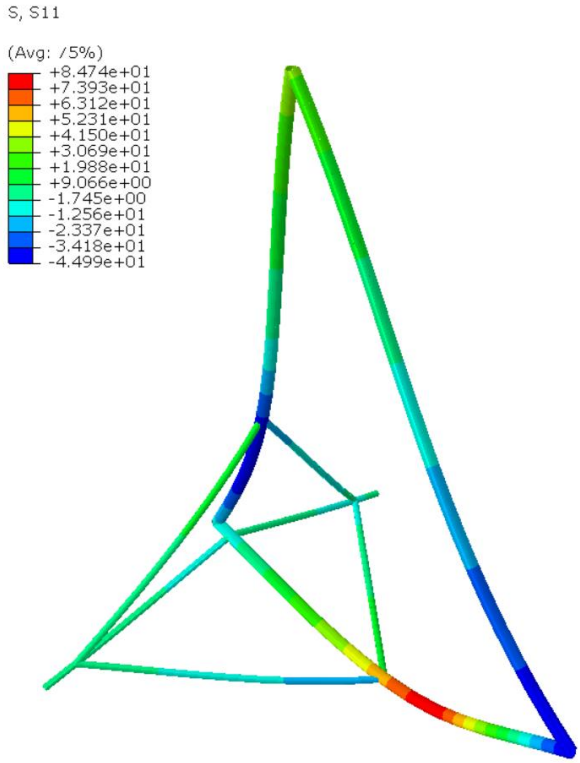
Na slici 37 prikazana su normalna naprezanja u konstrukciji s dodanom težinom.
Najveće normalno naprezanje pojavilo se na istom mjestu – na cijevi broj tri, tj. na spoju sa sjedištem pilota te iznosi $\sigma_{\text{max,N,G}}$ = 84,74 N/mm^2.
Uspoređujući taj rezultat s prethodnim zaključuje se:

$$\sigma_{\text{max,N,G}} = 84{,}74 \ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx \sigma_{\text{max,N,C,M}} = 83{,}95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \tag{3.24}$$

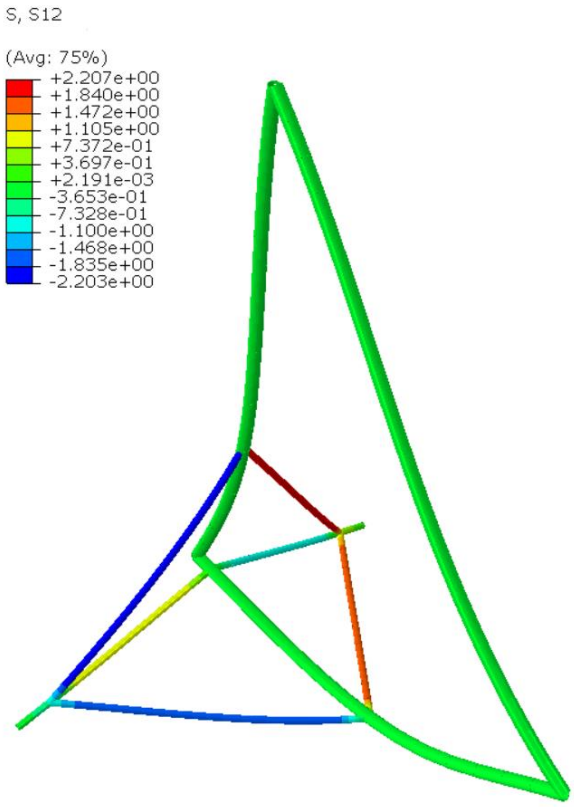
U daljnjim razmatranjima težina same konstrukcije može se zanemariti sa greškom manjom od 1 %.

Na slici 38 prikazana su tangencijalna naprezanja u konstrukciji s dodanom težinom.
Najveće tangencijalno naprezanje pojavilo se opet na cijevima četiri i šest te iznosi 2,207 N/mm^2 što je opet znatno manje u odnosu na normalna naprezanja pa se može zanemariti.

Zaključuje se da težina konstrukcije jako malo utječe na rezultate analize pa bi se mogla i zanemariti. Takav rezultat bio je i očekivan obzirom da je konstrukcija izrađena od aluminija, ali npr. za čeličnu konstrukciju ova pretpostavka možda ne bi vrijedila.



Slika 37. Normalna naprezanja s dodanom težinom konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 18,95



Slika 38. Tangencijalna naprezanja s dodanom težinom konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 19,24

3.8. Usporedba analiza naprezanja u letu za različite slučajeve

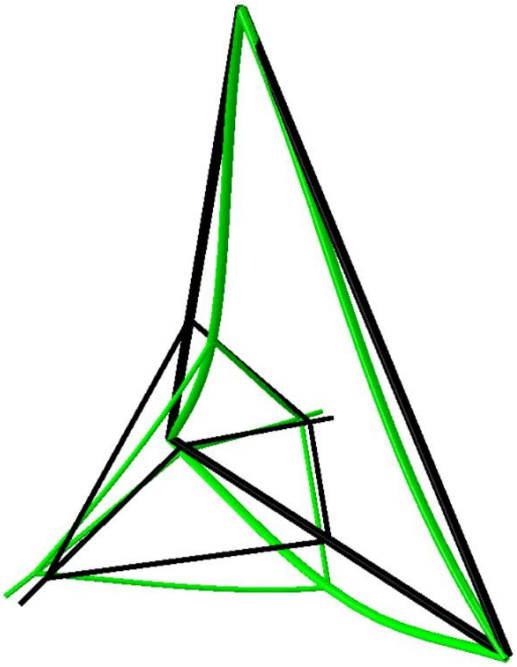
Tablica 4 prikazuje usporedbu maksimalnih normalnih naprezanja i naprezanja na mjestu ugradnje motora u konstrukciji za sve slučajeve iz prethodnih poglavlja. Slučaj s dodanom težinom konstrukcije izostavljen je iz tablice jer razlike u naprezanjima nisu značajne.

Tablica 4. Usporedba analiza naprezanja u letu za različite slučajeve

Slučaj opterećenja		**Maksimalno normalno naprezanje [N/mm^2]**	**Naprezanja na mjestu ugradnje motora [N/mm^2]**
Najnepovoljniji slučaj opterećenja	Prije ugradnje motora	214,9	39
	Poslije ugradnje motora	216,8	61
Slučaj opterećenja s opcijom *Coupling*	Prije ugradnje motora	81,97	27
	Poslije ugradnje motora	83,95	37

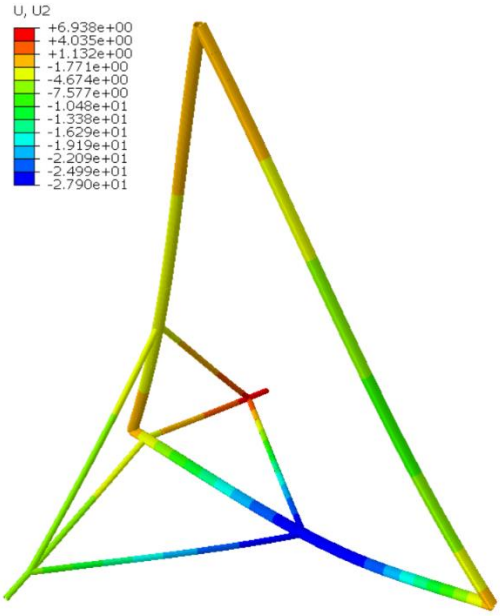
3.9. Pomaci konstrukcije

Bitna stavka u provjeri konstrukcije su i iznosi pomaka. Na slici 39 prikazana je nedeformirani (prikazan crnom bojom) i deformirani (prikazan zelenom bojom) oblik konstrukcije s uvećanjem radi bolje preglednosti.

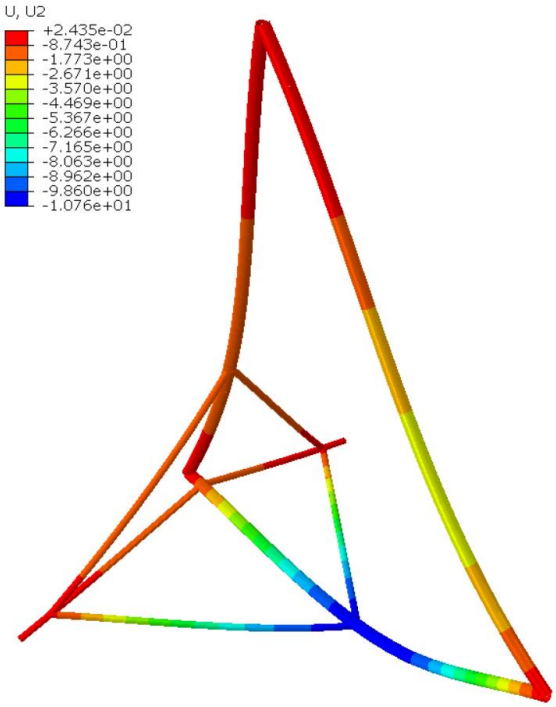


Slika 39. Nedeformirani i deformirani oblik konstrukcije, Deformacija je skalirana faktorom 19,24

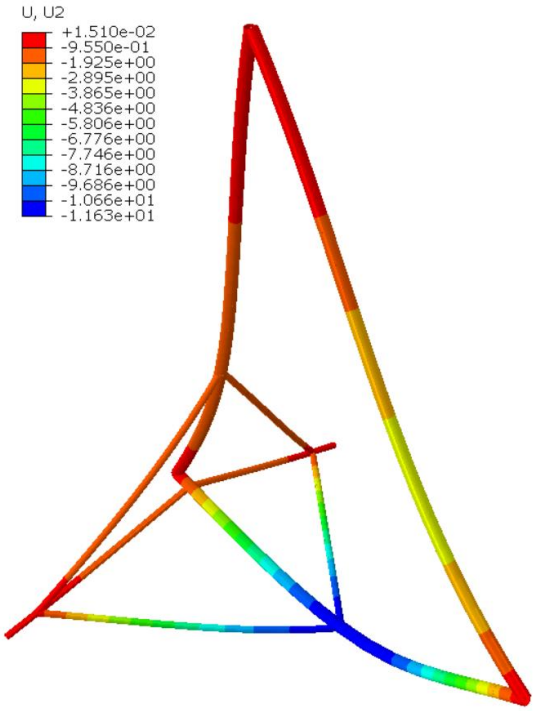
Na slici 40, slici 41 i slici 42 su prikazani pomaci u smjeru vertikalne osi za slučaj najnepovoljnijeg opterećenja te prije i nakon ugradnje motora za raspodjelu opterećenja opcijom *Coupling*. Pomaci u smjeru ostalih osi neće bit razmatrani jer sva opterećenja djeluju vertikalno pa su zanemarivi.



Slika 40. Pomaci u smjeru vertikalne osi za najnepovoljniji slučaj opterećenja Deformacija je skalirana faktorom 3,76



Slika 41. Pomaci u smjeru vertikalne osi prije ugradnje motora (*Coupling*), Deformacija je skalirana faktorom 20,79



Slika 42. Pomaci u smjeru vertikalne osi nakon ugradnje motora (*Coupling*), Deformacija je skalirana faktorom 19,24

Najveći pomak pojavljuje se na mjestu najvećeg naprezanja, odnosno na cijevi 3 na spoju sa sjedištem pilota.

Najveći pomak kod najnepovoljnijeg slučaja opterećenja iznosi 27,9 mm, kod slučaja s opcijom *Coupling* prije ugradnje motora pomak se smanjio na 10,76 mm, a nakon ugradnje motora iznosi 11,63 mm.

3.10. Zaključak analize naprezanja konstrukcije u letu

Uspoređujući rezultate s granicom elastičnosti R_e = 240 MPa, zaključuje se da bi bilo moguće bolje optimirati konstrukciju, bilo to obzirom na masu ili materijal.

Prema slici 37 vidi se da se naprezanja viša od 40 MPa pojavljuju samo na cijevi tri. Obzirom da bi onda faktor sigurnosti u većini konstrukcije iznosio S = 6, valjalo bi razmotriti potencijalno smanjivanje dimenzija.

Unatoč tome treba uzeti u obzir da je u ovom proračunu konstrukcija pojednostavljena te još nisu promatrana dinamička naprezanja koja se javljaju npr. kod slijetanja što će biti prikazano u idućem poglavlju.

4. Analiza naprezanja konstrukcije pri slijetanju

4.1. Udarna opterećenja, [11]

Udarno opterećenje je svako opterećenje koje počinje naglo djelovati na konstrukciju ili ako se naglo promijeni opterećenje koje već djeluje na konstrukciju. Iz tog razloga slijetanje ovjesne jedrilice proračunavat će se kao da na nju djeluje udarno opterećenje.
Približan proračun takvog opterećenja ne uzima u obzir valove naprezanja niti naprezanja neposredno uz mjesto udara, ali je zadovoljavajući.

Ako je poznata brzina *v* kojom udarno tijelo mase *m* udara u elastično tijelo, zakon očuvanja energije može se opisati izrazom:

$$\frac{mv^2}{2} + mgw_{\mathrm{din}} = \frac{1}{2}F_{\mathrm{din}}w_{\mathrm{din}}, \tag{4.1}$$

gdje je w_{din} dinamički progib na mjestu udara, a F_{din} dinamička sila. Kada progib dostigne najveću vrijednost, dinamička sila također postiže svoj maksimum i iznosi

$$F_{\mathrm{din}} = k_{\mathrm{f}}w_{\mathrm{din}}, \tag{4.2}$$

gdje je k_f krutost elastične konstrukcije, ekvivalentna krutosti opruge. Statička sila, tj. težina udarnog tijela dana je izrazom

$$F_{\mathrm{st}} = mg = k_{\mathrm{f}}w_{\mathrm{st}}, \tag{4.3}$$

gdje je w_{st} statički progib na mjestu udara. Kada izraze (4.1) i (4.2) uvrstimo u (4.3), rješavanjem kvadratne jednadžbe dobivamo izraz koji pokazuje omjer dinamičkog i statičkog progiba, a naziva se dinamički faktor ili faktor udara k_d:

$$k_{\mathrm{d}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{{v_{\mathrm{v}}}^2}{gw_{\mathrm{st}}}}. \tag{4.4}$$

Kada nam je poznat dinamički faktor, možemo poznavajući statičke veličine odrediti dinamičke. U primjeni izraza (4.4) treba biti oprezan s predznacima ovisno o smjeru udara.

Za ovaj slučaj potrebni podaci za izračun faktora udara k_d odredit će se na sljedeći način. Brzina u izrazu (4.4) predstavlja vertikalnu komponentu brzine kojom ovjesna jedrilica udari u tlo prilikom slijetanja. Ukupna brzina pri opasnom slijetanju može iznositi i do 50 km/h što

odgovara 14 m/s. Kut između jedrilice pri slijetanju i tla relativno je mali i iskustveno iznosi otprilike α=10° jer se najbolje slijetanje postiže za što horizontalniji položaj. U letu taj kut iznosi 3,36° za *glide ratio* 1:17, ali tijekom slijetanja se smanjuje sila uzgona te se kut malo poveća. Vertikalna komponenta brzine tako iznosi:

$$v_{\mathrm{v}} = v \cdot \sin 10° = 2{,}43 \text{ m/s}. \tag{4.5}$$

Za statički progib uzet će se najveći progib dobivenim prethodnim analizama koji iznosi 11,63 mm za slučaj naprezanja nakon ugradnje motora s težinom raspodijeljenom pomoću opcije *Coupling*.

Progib ovisi o puno faktora, a ponajviše o tome na kakvu podlogu se slijeće. Uobičajeno je slijetati na travnate površine što uzrokuje puno manji progib nego slijetanje na betonsku pistu. Iz tog razloga će odabrani podatak za statički progib biti zadovoljavajuć.

Kada se takvi podaci uvrste u izraz (4.5) dobije se:

$$k_{\mathrm{d}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2{,}43^2}{9{,}81 \cdot 0{,}01163}} = 8{,}2. \tag{4.6}$$

Kako bi bili na strani sigurnosti uzet će se faktor udara k_{d} = 10.

Prema tome će se sile težine motora i pilota korigirati faktorom udara s tim da faktor dinamičkog opterećenja (S) više neće biti 5 već će se uzeti vrijednost S_{ud}=1,5 jer se veliki utjecaj vjetra i sličnih opterećenja pri slijetanju znatno smanjuje. Tako sile iznose:

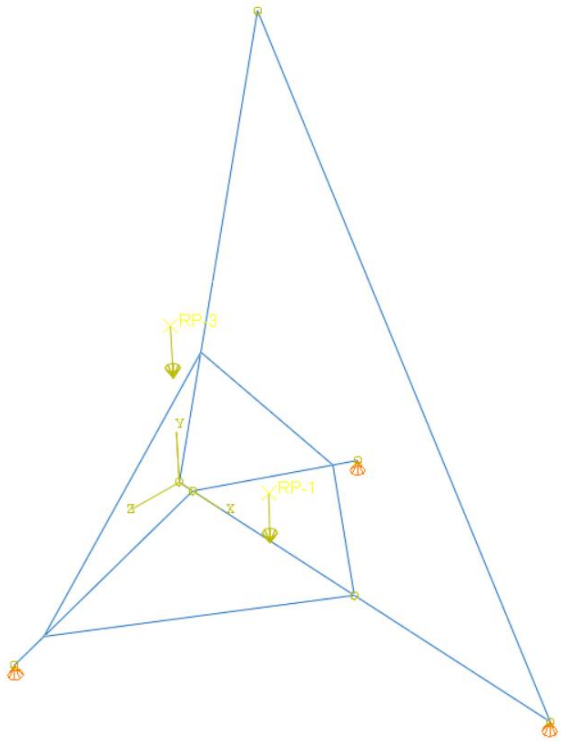
$$F_{\mathrm{P,ud}} = m_{\mathrm{P}} \cdot g \cdot S_{\mathrm{ud}} \cdot k_{\mathrm{d}} = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 10 = 10300\ N, \tag{4.7}$$

$$F_{\mathrm{M,ud}} = (m_{\mathrm{M}} + m_{\mathrm{G}}) \cdot g \cdot S_{\mathrm{ud}} \cdot k_{\mathrm{d}} = (30 + 3{,}69) \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 10 = 4957\ N, \tag{4.8}$$

gdje $F_{\mathrm{P,ud}}$ označava silu od težine pilota pri udarnom opterećenju, a $F_{\mathrm{M,ud}}$ silu od težine motora pri udarnom opterećenju.

4.2. Modeliranje udarnog opterećenja u *Abaqus*-u

Pri slijetanju kotači dotiču tlo te preuzimaju cijelo opterećenje. To će u *Abaqus*-u biti modelirano kao postavljanje rubnih uvjeta tako da bude zabranjen pomak kotača u vertikalnom smjeru kako je prikazano na slici 43.



Slika 43. Rubni uvjeti pri slijetanju

Raspodjela normalnih naprezanja pri slijetanju prikazana je na slici 44. Može se vidjeti da su naprezanja znatno porasla kako je i očekivano. Maksimalno normalno naprezanje povećalo se na 275 N/mm^2 što je oko 3 puta veće od maksimalnih naprezanja pri letu:

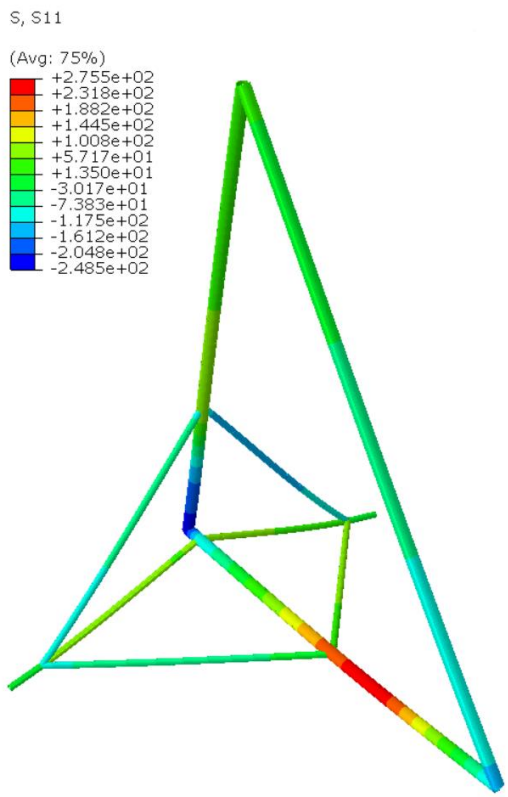
$$\sigma_{\mathrm{max,N,S}} = 275\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} > \sigma_{\mathrm{max,N,C}} = 84{,}74\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \qquad (4.9)$$

Raspodjela tangencijalnih naprezanja pri slijetanju prikazana je na slici 45. Maksimalno tangencijalno naprezanje također se znatno povećalo na vrijednost 33 MPa što je 15 puta veće od naprezanja u letu. Najveća tangencijalna naprezanja javljaju se na cijevima broj pet.

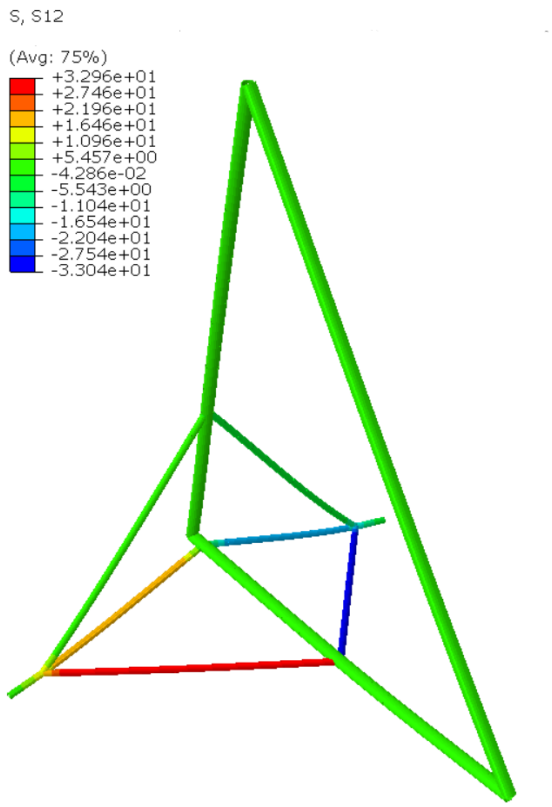
Obzirom da se za ovaj slučaj pokazalo da se tangencijalna naprezanja ne mogu zanemariti, na slici 46 je prikazano ekvivalentno naprezanje prema von Misesu.

Sa slike se mogu uočiti kritična mjesta na konstrukciji – područje na cijevi broj tri gdje je spoj sa sjedištem pilota i područje spoja cijevi broj jedan i broj tri.

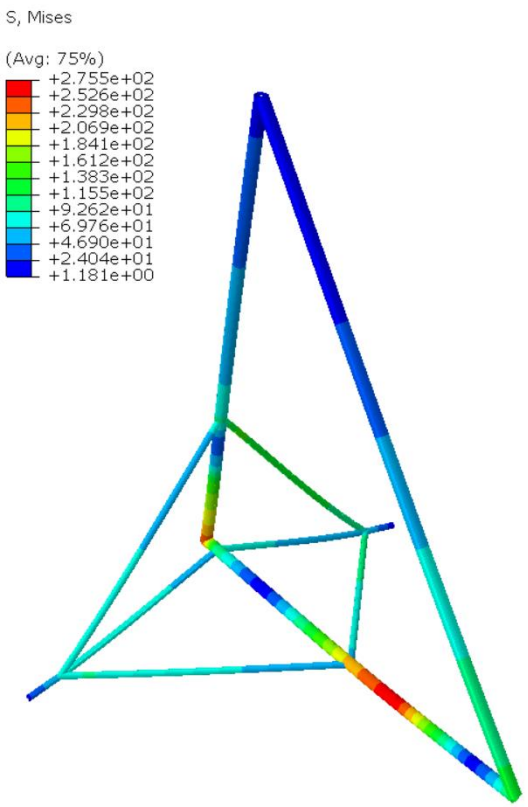
Maksimalno naprezanje pri slijetanju od 275 MPa vrlo je blizu vlačne čvrstoće materijala koja iznosi 290 MPa. Bilo je i za očekivati da konstrukcija nije predimenzionirana kako je zaključeno iz analize naprezanja u letu prikazanih u poglavlju 3.7.



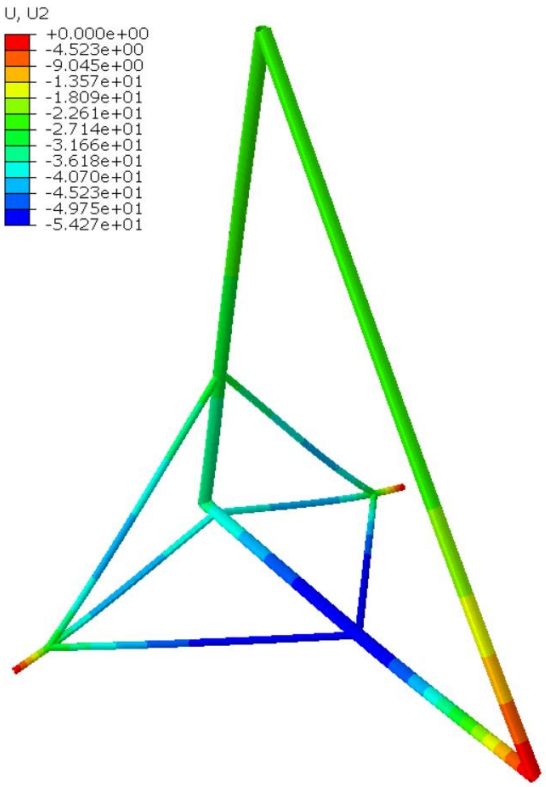
Slika 44. Raspodjela normalnih naprezanja pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55



Slika 45. Raspodjela tangencijalnih naprezanja pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55



Slika 46. Raspodjela naprezanja prema von Misesu pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55



Slika 47. Pomaci u vertikalnom smjeru pri slijetanju, Deformacija je skalirana faktorom 0,55

Pomaci pri slijetanju prikazani su na slici 47. Vidi se značajan porast vrijednosti maksimalnog pomaka koji iznosi čak 54,3 mm u usporedbi s pomakom od 11,63 mm dobivenim za konstrukciju u letu.

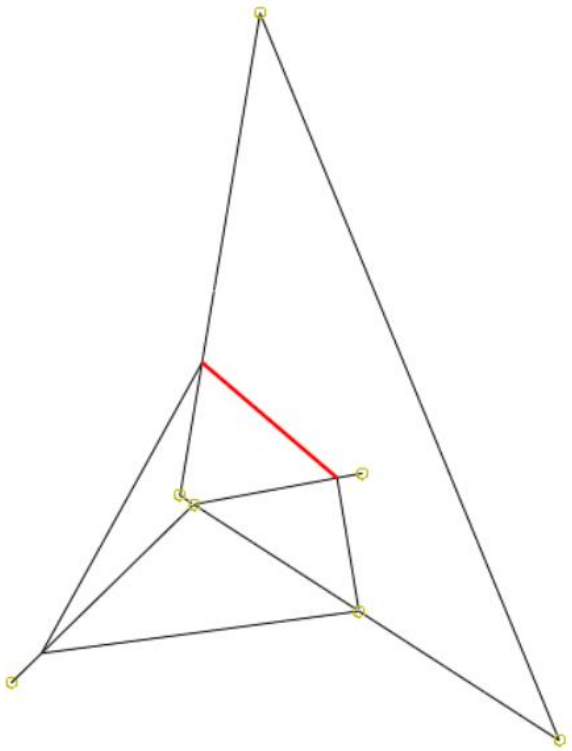
4.2.1. Provjera konstrukcije na izvijanje

Jednadžba kojom se rješava problem stabilnosti u metodi konačnih elemenata glasi:

$$\left(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{K_g}\right)\mathbf{v} = 0, \tag{4.10}$$

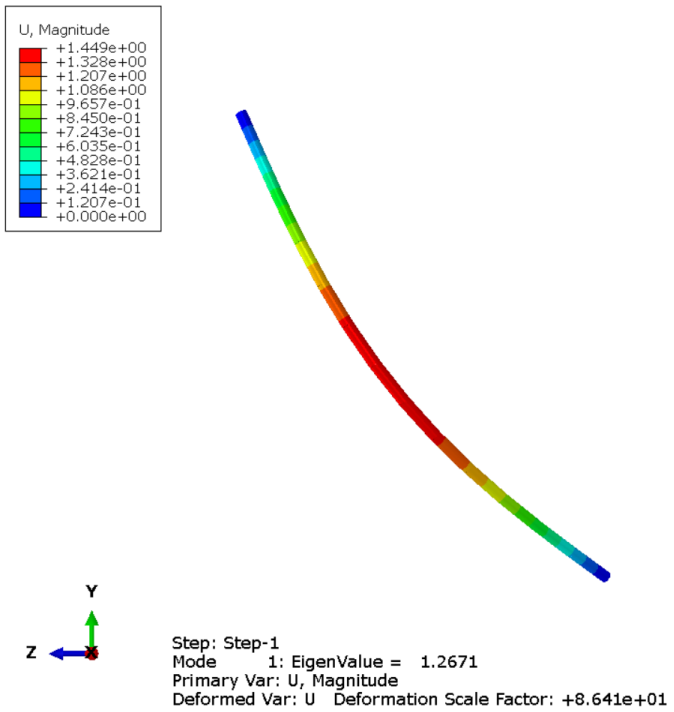
gdje je **K** matrica krutosti, $\mathbf{K_g}$ matrica geometrijske krutosti, λ vlastite vrijednosti te matrice, a **v** vektor pomaka. Kada se u izraz (4.10) uvedu rubni uvjeti, matrica postaje nesingularna te joj možemo odrediti determinantu. Sustav ima netrivijalno rješenje ako je determinanta izraza u zagradi jednaka nuli.

Za dijelove konstrukcije koji su opterećeni potpuno tlačno potrebno je provjeriti je li došlo do izvijanja. Najveće vrijednosti potpunog tlačnog naprezanja javljaju se na štapu broj šest pa će on služiti za provjeru, prikazan je na slici 48. Ostali štapovi nisu u cijelosti opterećeni tlačno.



Slika 48. Štap koji će se provjeravati na izvijanje

Štap je izdvojen iz cijele konstrukcije, nacrtan u *Abaqus*-u te su mu u modulu *Load* u oba kraja postavljeni rubni uvjeti koji predstavljaju njegove pomake dobivene statičkom analizom u cijeloj konstrukciji. U modulu *Step* odabire se *Linear perturbation – Buckle* Rezultat analize prikazan je na slici 49.



Slika 49. Prikaz rezultata izvijanja za slučaj slijetanja

Iz slike 49 se može vidjeti da *EigenValue* iznosi 1,2671 što predstavlja omjer kritične sile izvijanja i stvarne sile u štapu:

$$\frac{F_{\mathrm{kr}}}{F_{\mathrm{stv}}} = 1{,}2671. \tag{4.11}$$

Iz izraza (4.11) zaključuje se da u štapu neće doći do izvijanja jer će stvarna sila biti manja od kritične. Sigurnost na izvijanje iznosi 1,2671 što znači da je konstrukcija dimenzionirana blizu izvijanja, ali nema opasnosti.

Iz cijele analize naprezanja konstrukcije prilikom slijetanja zaključuje se da je aluminijska konstrukcija dobro optimirana za uvjete u kojima se koristi. To je bilo i za očekivati obzirom da izrada bilo kakvih letjelica iziskuje visoku preciznost i nema ih smisla predimenzionirati jer će im se povećati masa što naravno za let nije poželjno.

5. Optimiranje mase i materijala konstrukcije

U ovom poglavlju razmotrit će se mogućnost izrade ovjesne jedrilice od čelika ili titana u usporedbi sa zadanom aluminijskom izvedbom.

Za početak će dimenzije svih cijevi biti ostavljene jednake kao zadane. Svi rubni uvjeti ostat će isti, te će se promatrati usporedba maksimalnog ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu i maksimalnog pomaka u smjeru vertikalne osi za slučaj slijetanja pošto je to najveće naprezanje koje konstrukcija mora izdržati.

Mehanička svojstva materijala usporedno su prikazana u tablici 5.

Tablica 5. Mehanička svojstva čelika, titana i aluminija, podaci preuzeti iz [9]

Svojstvo	Čelik	Titan	Aluminij
Gustoća [g/cm^3]	8	4,43	2,7
Modul elastičnosti [GPa]	200	114	68,9
Poissonov faktor [–]	0,3	0,34	0,33
Vlačna čvrstoća [MPa]	420	950	290
Granica elastičnosti [MPa]	350	880	240

U tablici 6 su prikazani rezultati. Maksimalna naprezanja ostala su gotovo ista promjenom materijala što je i trebalo biti jer ovise o geometriji konstrukcije. Iz tablice 5 očito je da čelik i titan mogu podnijeti veća naprezanja od aluminija te se korištenjem njih u izradi ovjesne jedrilice dimenzije cijevi mogu potencijalno smanjiti. Iz tablice 6 se također vidi da se maksimalni pomak povećava smanjenjem modula elastičnosti te tako čelična konstrukcija ima najmanji progib cijevi broj tri.

Tablica 6. Naprezanja i pomaci za konstrukciju od čelika, titana ili aluminija

Materijal konstrukcije	Maksimalno naprezanje prema von Misesu [N/mm^2]	Maksimalni pomak [mm]
Čelik	275,4	18,7
Titan	275,5	32,85
Aluminij	275,5	54,3

5.1. Čelična konstrukcija

Izrada letjelica od čelika prvenstveno se izbjegava zbog velike specifične težine materijala u odnosu na npr. aluminij. Budući da je konstrukcija ovjesne jedrilice vrlo jednostavna i da je masa iskorištenog materijala relativno mala, težina same konstrukcije nema veliki utjecaj na naprezanja. Iz tog razloga izrada jedrilice od čelika ne može se u potpunosti izbaciti kao opcija. Budući da čelik može podnijeti veća opterećenja od aluminija, dimenzije cijevi moguće je smanjiti.

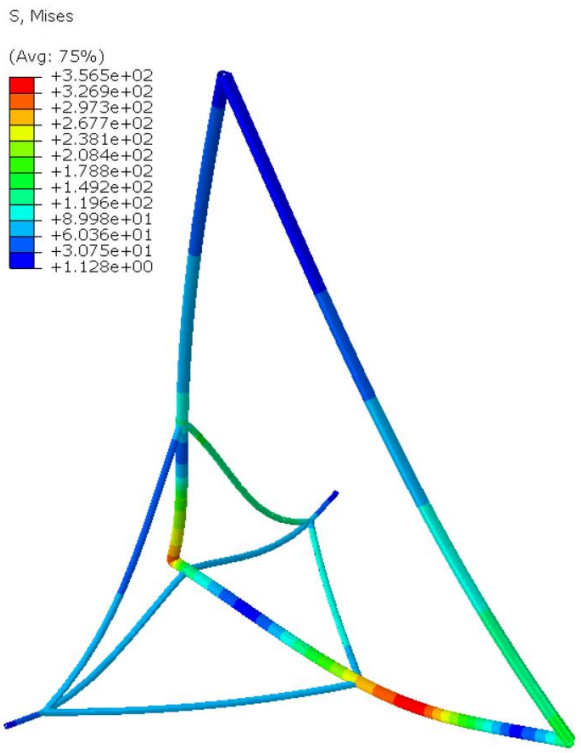
U tablici 7 su navedene različite dimenzije cijevi te njihovi aksijalni momenti tromosti presjeka (izračunavaju se iz izraza(3.11)) prema kojima je zatim procijenjeno naprezanje kako se ne bi morala provoditi analiza za svaki slučaj. Maksimalno naprezanje će se procijeniti prema rezultatima dobivenim za zadatkom zadane dimenzije cijevi – vanjski promjer 45 mm i debljina stijenke 3 mm. Prvo će se razmotriti promjena dimenzija za okvir sastavljen od cijevi jedan, dva i tri jer se na cijevi tri nalazi najveće naprezanje. Dimenzije cijevi uzete su iz [12].

Tablica 7. Optimiranje jedrilice od čelika

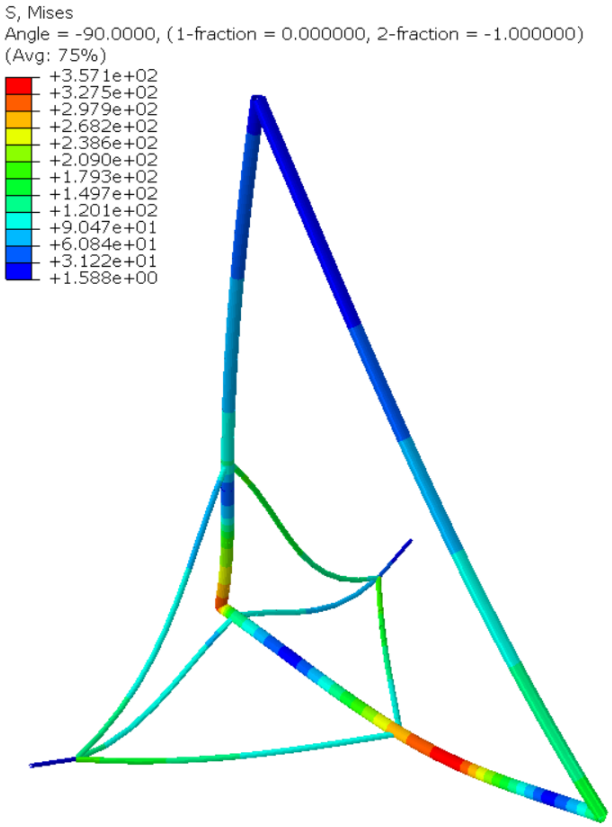
Vanjski promjer cijevi [mm]	Debljina stijenke [mm]	Aksijalni moment tromosti [mm^4]	Procijenjeno maksimalno naprezanje [N/mm^2]
45	3	87728	275,4
48,3	2,6	97765	250
44,5	2,6	75395	300
42,4	2,6	64644	350
38	2,6	45538	400

Kada bi se za okvir od cijevi jedan, dva i tri uzele cijevi koje imaju vanjski promjer 42,4 mm i debljinu stijenke 2,6 mm, maksimalno naprezanje pri slijetanju doseglo bi približno vrijednost granice elastičnosti materijala. Raspodjela naprezanja prema von Misesu dobivena programskim paketom *Abaqus* prikazana je na slici 50.

Također je moguće smanjiti dimenzije cijevi broj četiri, pet i šest. Umjesto zadanih dimenzija uzet će se cijevi vanjskog promjera 20 mm i debljine stijenke 2 mm. Raspodjela naprezanja prema von Misesu za taj slučaj dana je na slici 51.



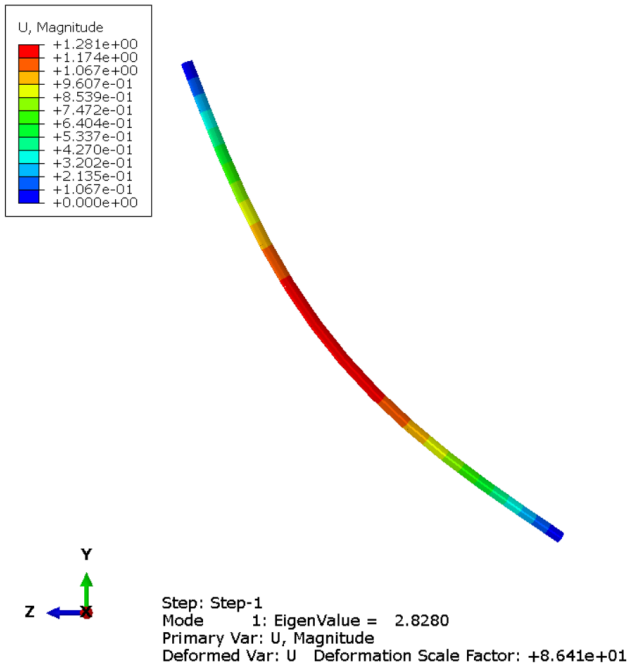
Slika 50. Raspodjela naprezanja prema von Misesu za čeličnu konstrukciju s promjenom dimenzija cijevi 1,2 i 3, Deformacija je skalirana faktorom 6,76



Slika 51. Naprezanja u čeličnoj konstrukciji s promjenom dimenzija svih cijevi, Deformacija je skalirana faktorom 6,76

Naprezanja u cijevima četiri, pet i šest doseći će naprezanja od oko 200 N/mm^2 što je prihvatljivo.

Za smanjene dimenzije cijevi šest, trebalo bi ju provjeriti na izvijanje kako je napravljeno i u poglavlju 4.2.1. Rezultat je prikazan na slici 52.



Slika 52. Provjera čelične cijevi broj šest na izvijanje

Sigurnost na izvijanje iznosi 2,828 što znači da konstrukcija nije u opasnosti od izvijanja. Konstrukcija od čelika izvediva je te ne nailazi na tipične probleme primjene tog materijala u zrakoplovstvu zbog lagane konstrukcije.

5.2. Konstrukcija od titana

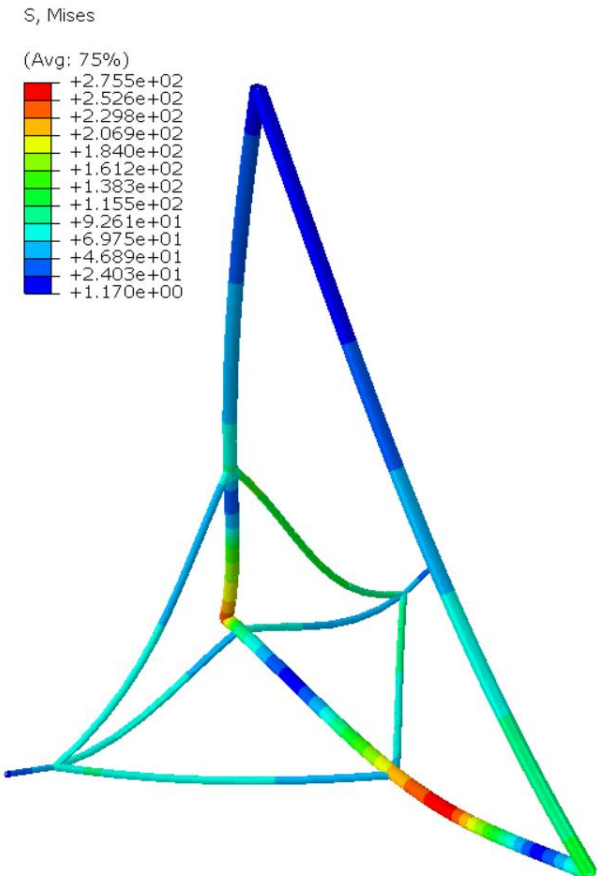
Uporaba titana za izradu letjelica postala je jako česta. S najvećom čvrstoćom od sva tri promatrana materijala teško mu je konkurirati. Kako ima manju gustoću od čelika, konstrukcije izrađene od titana bit će lakše.

U tablici 8 prikazano je nekoliko opcija promjena dimenzija cijevi glavnog okvira po uzoru na tablicu 7. Dimenzije su proizvoljno odabrane zbog nedostupnih podataka za standardne cijevi od titana.

Tablica 8. Optimiranje jedrilice od titana

Vanjski promjer cijevi [mm]	Debljina stijenke [mm]	Aksijalni moment tromosti [mm^4]	Procijenjeno maksimalno naprezanje [N/mm^2]
45	3	87728	275,4
40	2,5	52001	400
35	2,5	33900	600
30	2,5	20586	800

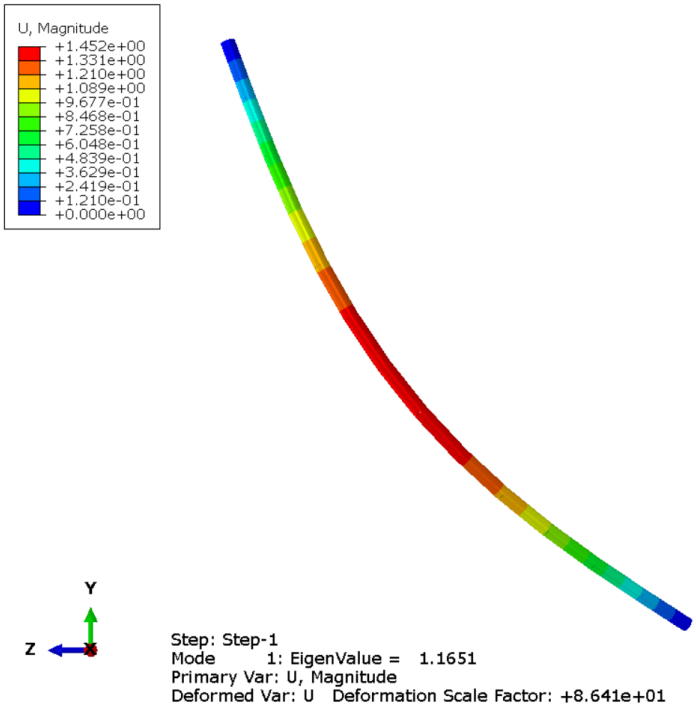
Na slici 53 je prikazana raspodjela naprezanja prema von Misesu za vanjski promjer cijevi 35 mm i debljinu stijenke 2,5 mm. Najveće naprezanje doseže vrijednost od 551 N/mm^2. Usprkos mogućnosti daljnjeg približavanja granici elastičnosti (880 N/mm^2), smanjivanje dimenzija dovodi u pitanje krutost konstrukcije.



Slika 53. Raspodjela naprezanja za konstrukciju od titana, Deformacija je skalirana faktorom 1,72

Također, kao i u slučaju sa čelikom moglo bi se razmotriti smanjenje dimenzija cijevi četiri, pet i šest. Proje toga provedena je provjera izvijanja cijevi broj šest kako je opisano u poglavlju 4.2.1. i rezultat je prikazan na slici 54. Sigurnost na izvijanje iznosi 1,165 pa ispod te vrijednosti

ne bi trebali ići. Provedbom analize nakon smanjenja dimenzija cijevi potvrdilo se i očekivano da sa tako malim promjerima cijevi narušavamo krutost konstrukcije, dolazi do opasnosti od izvijanja te pomaci postaju preveliki.



Slika 54. Provjera cijevi broj šest od titana na izvijanje

Konstrukcija jedrilice od titana također je izvediva. Moguće je značajno smanjiti i dimenzije cijevi glavnog okvira za čak oko 20%. Trošak izrade konstrukcije će naravno porasti zbog cijene titana.

Iz razmatranja optimizacije mase i materijala konstrukcije da se zaključiti daje aluminijska jedrilica dobro projektirana te izmjena dimenzija nije potrebna. Cijevi glavnog okvira moraju ostati jednakih dimenzija, a smanjivanje dimenzija ostalih cijevi uzrokuje prevelike deformacije te opasnost od izvijanja. Moguće ju je izraditi i od čelika i od titana, te su takvi primjeri dani ranije u poglavlju.

6. Zaključak

U radu je provedena numerička analiza aluminijske konstrukcije ovjesne jedrilice Pulma 2000. U svrhu olakšavanja proračuna, konstrukcija je modelirana kao 3D rešetkasta konstrukcija. Svi spojevi uzeti su kao čvrste veze. Opterećenja koja djeluju na konstrukciju su sila težine pilota i motora.

Prilikom numeričke analize koristio se programski paket *Abaqus* koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Za diskretizaciju konstrukcije korišteni su gredni elementi B32 s kvadratnom interpolacijom.

Analiza naprezanja prvo se provela za konstrukciju u letu. Na početku se razmotrio najnepovoljniji slučaj opterećenja – kada sile djeluju direktno na cijevi glavnog okvira. Maksimalna naprezanja tada se kreću u rasponu od oko 200 N/mm^2 i pojavljuju se na cijevi broj tri na mjestu spoja sjedišta pilota. Razmatranjem slučajeva prije i poslije ugradnje motora dolazi se do zaključka da se naprezanja bitno ne mijenjaju. Dolazi do malog povećanja naprezanja u području gdje se ugrađuje motor, ali su ona i dalje u granicama dopuštenih.

Ono što je uzeto za najnepovoljniji slučaj opterećenja ne prikazuje stvarno opterećenje konstrukcije. Bolja aproksimacija provela se korištenjem opcije *Coupling* u *Abaqus*-u kojom su opterećenja raspodijeljena na više točaka na konstrukciji. Takvim modelom moguće je realnije opisati stanje naprezanja u konstrukciji. Ponovno je provedena analiza prije i nakon ugradnje motora. Ovoga puta naprezanja su se pokazala i više nego duplo manja s iznosom od 80 N/mm^2. Sada se razmotrio i slučaj kada se uzme u obzir sama težina konstrukcije te je pokazano da naprezanja porastu tek za 1%. Zaključuje se da su naprezanja kod konstrukcije u letu tri puta manja od granice elastičnosti.

Zatim je provedena analiza naprezanja pri slijetanju. Taj slučaj promatran je kao udarno opterećenje na kotače. Iz izračunatog progiba i iskustvene brzine slijetanja, procijenjen je faktor udara k_d i pomoću njega izračunate sile od težine pilota i motora pri udarnom opterećenju. Kako pri slijetanju kotači dotiču tlo i preuzimaju cijelo opterećenje, u *Abaqus*-u je to modelirano ograničavanjem pomaka u vertikalnom smjeru na ta tri mjesta gdje se nalaze kotači. Maksimalno naprezanje povećalo se na 275 N/mm^2 što je sada već jako blizu vrijednosti vlačne čvrstoće materijala. Cijev broj šest, kao u potpunosti tlačno opterećena, provjerena je na izvijanje te je pokazano da opasnosti nema.

Daljnje optimiranje aluminijske konstrukcije nije potrebno, kako je vidljivo iz svih prethodnih rezultata i ona zadovoljava sve ispitivane faktore. Najveća naprezanja kreću se oko granice elastičnosti.

U zadnjem poglavlju razmotrila se mogućnost izrade letjelice od čelika ili titana. Iako se čelik uobičajeno izbjegava koristiti u svrhu izrade letjelica zbog velike gustoće, u ovom slučaju to nema velik utjecaj jer se konstrukcija sastoji od vrlo malo elemenata i sama po sebi je lagana. Ukoliko bi se koristio čelik, dimenzije cijevi mogle bi se nešto smanjiti jer je čvrstoća čelika naravno veća od one aluminija. Izradom jedrilice od titana dimenzije cijevi glavnog okvira mogle bi biti znatno smanjene (za oko 20%) pošto titan ima najveću čvrstoću od sva tri razmatrana materijala. Mijenjanje dimenzija cijevi broj četiri, pet i šest kod čelične konstrukcije je moguće, ali kod konstrukcije od titana, isto kao i kod aluminijske, krutost se narušava i pojavljuje se opasnost od izvijanja.

Literatura

[1] http://www.vsvojvodine.org/foto_zmajarstvo.html; 28.11.2018.

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Hang_gliding; 28.11.2018.

[3] https://en.wikipedia.org/wiki/Otto_Lilienthal; 28.11.2018.

[4] https://www.nasa.gov/centers/armstrong/history/where_are_they_now/Parasev_1-A.html; 29.11.2018.

[5] http://www.wikiwand.com/en/Powered_hang_glider; 29.11.2018.

[6] http://www.flybgd.com/en/paragliders/paraglider-tandem-dual-22-0-0.html; 29.11.2018.

[7] http://www.flybgd.com/en/paragliders/paraglider-tandem-dual-22-0-0.html; 29.11.2018.

[8] http://www.appulma.org/pulma-2000.html, 10.12.2019.

[9] Filetin, T.: Svojstva i primjena materijala, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.

[10] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Tehnička knjiga Zagreb, 2004.

[11] Alfirević, I.: Nauka o čvrstoći II , Golden marketing, Zagreb, 1999.

[12] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Sajema d.o.o., Zagreb, 2009.

Prilozi

1. CD-R disc