

Analiza utjecajnih parametara na intenzivnost hlađenja epruvete strujom dušika

Jalušić, Boris

Master's thesis / Diplomski rad

2009

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:289190>

Rights / Prava: [In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

Boris Jalušić

Zagreb, 2009.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

Voditelj rada:
Prof. dr. sc. Zdravko Virag

Boris Jalušić

Zagreb, 2009.

Izjava

Izjavljujem pod punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam diplomski rad izradio samostalno, isključivo znanjem stečenim na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, uz pomoć prof. dr. sc. Zdravka Viraga kojem se ovim putem zahvaljujem, te literaturom navedenom u popisu referenci. Također se zahvaljujem dipl. ing. Severinu Krizmaniću i dr. sc. Darku Landeku na njihovoj nesebičnoj pomoći i naputcima prilikom izrade ovog projekta.

U Zagrebu, 2009.

SADRŽAJ:

POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	III
POPIS OZNAKA	IV
1. UVOD	1
1.1. TOPLINSKA OBRADA (KALJENJE)	1
1.2. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA	12
2. OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE FLUIDA.....	15
2.1. OPĆI OBLIK ZAKONA OČUVANJA	15
2.2. ZAKON OČUVANJA MASE (JEDNADŽBA KONTINUITETA)	16
2.3. ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA.....	17
2.4. ZAKON OČUVANJA ENERGIJE	18
2.5. KONSTITUTIVNE (DOPUNSKE) JEDNADŽBE	20
2.6. SKUP OSNOVNIH JEDNADŽBI DINAMIKE FLUIDA	21
3. ZRAČENJE I MODELIRANJE ZRAČENJA	23
3.1. OPĆENITO O ZRAČENJU I OSNOVNI ZAKONI ZRAČENJA	23
3.2. MODEL OBUHVATNOG TIJELA	31
4. METODA KONAČNIH VOLUMENA	34
4.1. UVOD.....	34
4.2. DISKRETIZACIJA OPĆEG ZAKONA OČUVANJA	35
4.3. SIMPLE ALGORITAM	39
4.4. DISCRETE ORDINATES (DO) MODEL ZRAČENJA (FLUENT)	44
5. NUMERIČKA SIMULACIJA GAŠENJA	52
5.1. OPIS PROBLEMA I PROVEDENOG EKSPERIMENTA.....	52
5.2. OPIS NUMERIČKIH SIMULACIJA.....	54
6. PRIKAZ I DISKUSIJA REZULTATA	68
6.1. OSNOVNA SIMULACIJA	68
6.2. UTJECAJ BRZINE STRUJANJA IZ SAPNICE	71
6.3. UTJECAJ PROMJERA SAPNICE	73
6.4. UTJECAJ TLAKA U KOMORI	75
6.5. UTJECAJ UDALJENOSTI SAPNICE O ČELA UZORKA.....	77
6.6. UTJECAJ PROTOKA IZ SAPNICE	78
7. ZAKLJUČAK	81
LITERATURA.....	82

Popis slika

Slika 1.1 Dijagramski prikaz općenitog postupka toplinske obrade	1
Slika 1.2 Područje optimalnih temperatura austenitizacije za kaljenje ugljičnih čelika	2
Slika 1.3 Dio dijagram Fe-FeC ₃ i Uptonov dijagram	3
Slika 1.4 Burnsov dijagram	5
Slika 1.5 Faze gašenja u sredstvu podložnom Leidenfrostovom fenomenu	6
Slika 1.6 Utjecaj odabira plina na brzine ohlađivanja	8
Slika 1.7 TTT-dijagram kontinuiranog ohlađivanja	8
Slika 1.8 Krivulja raspodjele tvrdoće dobivena metodom Jominy	9
Slika 1.9 TTS dijagram za čelik Ck45 (Č1531) uz polaznu normalizacijski žarenu mikrostrukturu	11
Slika 1.10 Utjecaj polaznog stanja čelika Ck45 (Č1531) na A ₃ temperaturu pri ugrijavanju različitim brzinama	11
Slika 1.11 Određivanje efektivne dubine kaljenja	12
Slika 1.12 Neki primjeri primjene računalne dinamike fluida	13
Slika 3.1 Ohlađivanje zagrijane krutine zračenjem	23
Slika 3.2 Raspodjela intenziteta zračenja za zadanu temperaturu	24
Slika 3.3 Spektar elektromagnetskog zračenja	24
Slika 3.4 Definicija refleksije, apsorpcije i propusnosti	25
Slika 3.5 Uz definiciju crnog tijela	27
Slika 3.6 Uz zračenje realnih površina	29
Slika 3.7 Uz Kirchhoffov stavak	30
Slika 3.8 Model obuhvatnog tijela	31
Slika 3.9 Energijska bilanca obuhvaćenog tijela	32
Slika 4.1 Prikaz standardnih oznaka čvorova i stranica	34
Slika 4.2 Mreža konačnih volumena	35
Slika 4.3 Shema centralne diferencije	37
Slika 4.4 Upwind shema diferencije	38
Slika 4.5 Raspodjela tlaka po čvorovima	40
Slika 4.6 Mreža prema Harlowu i Welchu	41
Slika 4.7 Proces prijenosa topline zračenjem	46
Slika 4.8 Polarni koordinatni sustav	47
Slika 4.9 Kutna diskretizacija na 2D strukturiranoj mreži	48
Slika 4.10 Kutna diskretizacija na 2D nestrukturiranoj mreži	48
Slika 4.11 Kutna diskretizacija na 3D mreži	49
Slika 4.12 Primjer dijeljenja kontrolnog kuta ("pixelation")	49
Slika 4.13 Postavke DO modela zračenja	50
Slika 4.14 Izmjena toplinskog toka zračenjem na neprozirnom zidu (DO)	50
Slika 5.1 Uzorak (Jominy epruveta)	52
Slika 5.2 Prikaz aparature eksperimenta	53
Slika 5.3 Dijagram parametara procesa prilikom zagrijavanja i hlađenja	53
Slika 5.4 Dimenzije problema gašenja	54
Slika 5.5 Dimenzije problema gašenja (uvećano)	54
Slika 5.6 Mreža korištena za numeričku simulaciju gašenja	55
Slika 5.7 Mreža korištena za numeričku simulaciju gašenja (uvećano)	55
Slika 5.8 Ovisnost ρ dušika o temperaturi (plin)	56
Slika 5.9 Ovisnost c_p dušika o temperaturi	57
Slika 5.10 Ovisnost λ dušika o temperaturi	57

Slika 5.11 Ovisnost c_p uzorka o temperaturi (literatura)	58
Slika 5.12 Ovisnost c_p uzorka o temperaturi.....	58
Slika 5.13 Ovisnost λ uzorka o temperaturi (literatura).....	59
Slika 5.14 Ovisnost λ uzorka o temperaturi	59
Slika 5.15 Ovisnost c_p keramike o temperaturi.....	60
Slika 5.16 Ovisnost λ keramike o temperaturi	60
Slika 5.17 Prikaz geometrije prostora između uzorka i keramike	62
Slika 5.18 Prikaz različitih područja proračuna s pripadnim imenima	63
Slika 5.19 Početna raspodjela temperature po uzorku.....	64
Slika 5.20 Prikaz početnih kontura temperatura uvećano (stacionarna simulacija).....	65
Slika 5.21 Prikaz dobivenih kontura temperatura (stacionarna simulacija)	65
Slika 5.22 Prikaz dobivenih kontura temperatura uvećano (stacionarna simulacija).....	66
Slika 5.23 Prikaz dobivenih kontura brzina (stacionarna simulacija)	66
Slika 5.24 Prikaz dobivenih strujnih funkcija (stacionarna simulacija)	67
Slika 6.1 Usporedba mjerenih temperatura na poziciji termoelemenata	68
Slika 6.2 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji termoelemenata	69
Slika 6.3 Promjena temperatura po poprečnom presjeku uzorka različito udaljenim od čela..	70
Slika 6.4 Promjena toplinskog toka na čelu uzorka	71
Slika 6.5 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (brzina).....	72
Slika 6.6 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (brzina).....	72
Slika 6.7 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (brzina).....	73
Slika 6.8 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (promjer)	74
Slika 6.9 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (promjer)	74
Slika 6.10 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (promjer)	75
Slika 6.11 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (tlak).....	76
Slika 6.12 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (tlak).....	76
Slika 6.13 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (tlak).....	77
Slika 6.14 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE (udaljenost).....	78
Slika 6.15 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (protok).....	79
Slika 6.16 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (protok).....	79
Slika 6.17 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (protok).....	80

Popis tablica

Tablica 1.1 Tehnički plinovi i njihova toplinska svojstva	7
Tablica 2.1 Koeficijenti difuzije i izvorski članovi za jednadžbe očuvanja	22

Popis oznaka

T ,	K	-	Temperatura
t ,	s	-	Vrijeme
ϑ_a ,	$^{\circ}\text{C}$	-	Temperatura austenitizacije
A ,		-	Austenit
F ,		-	Ferit
P ,		-	Perlit
M ,		-	Martenzit
ϑ_i ,	$^{\circ}\text{C}$	-	Temperatura minimalnog trajanja inkubacije
t_i ,	s	-	Vrijeme trajanja inkubacije
v_{hl} ,	m/s	-	Brzina ohlađivanja
v_{kg} ,	m/s	-	Gornja kritična brzina ohlađivanja
v_{kd} ,	m/s	-	Donja kritična brzina ohlađivanja
R_{ht} ,	mm	-	Efektivna dubina kaljenja
Ar ,		-	Argon
N_2 ,		-	Dušik
He ,		-	Helij
H_2 ,		-	Vodik
ρ ,	kg/m^3	-	Gustoća
φ ,		-	Fizikalno svojstvo
f_i ,	m/s^2	-	Specifične masene sile
V_M ,	m^3	-	Materijalni volumen
σ_i ,	N/m^2	-	Vektor naprezanja
σ_{ji} ,	N/m^2	-	Tenzor naprezanja
v_i ,	m/s	-	Brzina u smjeru i -te osi
u ,	J/kg	-	Specifična unutarnja energija
k ,	J/kg	-	Specifična kinetička energija
p ,	Pa	-	Tlak
c_v ,	J/kgK	-	Specifični toplinski kapacitet pri $v=\text{konst.}$
c_p ,	J/kgK	-	Specifični toplinski kapacitet pri $p=\text{konst.}$
R ,	J/kgK	-	Individualna plinska konstanta
R_m ,	J/kmolK	-	Opća (molarna) plinska konstanta (8314)
λ ,	W/mK	-	Koeficijent toplinske vodljivosti
α ,	W/m ² K	-	Koeficijent prijelaza topline
δ_{ij} ,		-	Jedinični tenzor
Σ_{ji} ,	N/m^2	-	Tenzor viskoznih naprezanja
μ ,	Pas	-	Dinamička viskoznost
μ_v ,	Pas	-	Volumenska viskoznost
D_{ji} ,	1/s	-	Tenzor brzine deformacije
λ_t ,		-	Faktor trenja

T_z ,	K	-	Temperatura zagrijane krutine
T_s ,	K	-	Temperatura stijenke
ν ,	Hz	-	Frekvencija vala
c ,	m/s	-	Brzina vala
G ,		-	Dozračena energija
G_r ,		-	Reflektirana energija
G_d ,		-	Propuštena energija
G_a ,		-	Apsorbirana energija
r ,		-	Faktor refleksije
d ,		-	Faktor dijatermije (propusnosti)
a ,		-	Faktor apsorpcije
h ,	Js	-	Planckova konstanta
k ,	J/K	-	Boltzmannova konstanta
c_0 ,	m/s	-	Brzina svjetlosti u vakuumu
I_λ ,	W/m ³	-	Intenzitet vlastitog emitiranog zračenja
E_λ ,	W/m ²	-	Vlastito emitirano zračenje realne površine
E_c ,	W/m ²	-	Vlastito emitirano zračenje crnog tijela
ε ,		-	Faktor emisivnosti realne površine
φ ,	rad	-	Kut
A_1 ,	m ²	-	Površina vanjske površine
A_2 ,	m ²	-	Površina unutarnje površine
T_{s1} ,	K	-	Površinska temperatura vanjske površine
T_{s2} ,	K	-	Površinska temperatura unutarnje površine
ε_1 ,		-	Faktor emisije vanjske površine
ε_2 ,		-	Faktor emisije unutarnje površine
r_1 ,		-	Faktor refleksije vanjske površine
r_2 ,		-	Faktor refleksije unutarnje površine
a_1 ,		-	Faktor apsorpcije vanjske površine
a_2 ,		-	Faktor apsorpcije unutarnje površine
ω ,		-	Geometrijski faktor modela obuhvatnog tijela
K ,	W/m ²	-	Svjetloća površine
Φ_{12z} ,	W	-	Izmijenjeni toplinski tok zračenjem
a_λ ,		-	Spektralni faktor apsorpcije
$\vec{r}$,		-	Vektor položaja (pozicije)
$\vec{s}$,		-	Vektor smjera
$\vec{s}'$,		-	Vektor smjera raspršenja
s ,	m	-	Duljina puta
n ,		-	Indeks loma
σ ,	W/(m ² K ⁴)	-	Stefan – Boltzmannova konstanta
σ_s ,		-	Faktor raspršenja
Ω' ,		-	Diskretni kut DO modela zračenja

N_{ϕ} ,		-	Broj kutnih diskretizacija po kutu ϕ
N_{θ} ,		-	Broj kutnih diskretizacija po kutu θ
$N_{\phi p}$,		-	Broj površina diskretizacije po kutu ϕ
$N_{\theta p}$,		-	Broj površina diskretizacije po kutu θ
f_d ,		-	Difuzni udio
T_w ,		-	Temperatura zida
ε_w ,		-	Faktor emisije zida
Re ,		-	Reynoldsova značajka
f ,	Hz	-	Frekvencija
u ,	m/s	-	Brzina u x smjeru
v ,	m/s	-	Brzina u y smjeru
α ,		-	Koeficijent udaljenosti shema diferencije
a^u ,		-	Koeficijenti za brzine u x smjeru
a^v ,		-	Koeficijenti za brzine u y smjeru
u_{nb} ,	m/s	-	Brzine u x smjeru na stranicama KV
v_{nb} ,	m/s	-	Brzine u y smjeru na stranicama KV
p^* ,	Pa	-	Trenutna vrijednost tlaka
p' ,	Pa	-	Vrijednost korekcije tlaka
u^* ,	m/s	-	Trenutna vrijednost brzine u x smjeru
u' ,	m/s	-	Vrijednost korekcije brzine u x smjeru
v^* ,	m/s	-	Trenutna vrijednost brzine u y smjeru
v' ,	m/s	-	Vrijednost korekcije brzine u y smjeru
a_p ,		-	Koeficijenti za korekciju tlaka
R_m ,	kg/s	-	Maseni rezidual
α_u ,		-	Faktor podrelaksacije brzine u
α_v ,		-	Faktor podrelaksacije brzine v
α_p ,		-	Faktor podrelaksacije tlaka
L ,	m	-	Duljina cijevi
D ,	m	-	Promjer cijevi
ν ,	m ² /s	-	Kinematička viskoznost
D ,	kg/s	-	Difuzijska vodljivost
F ,	kg/s	-	Jačina konvekcije
Pe ,		-	Pecletov broj

Sažetak

U ovom diplomskom radu napravljena je numerička simulacija gašenja Jominy uzorka smještenog u zatvorenu komoru i hlađenog mlazom dušika koji struji preko jednog čela uzorka. Simulacija je izvršena pomoću računalnog paketa FLUENT, a obuhvaća istovremeno računanje polja temperature u uzorku, okolnom dušiku i keramičkoj izolaciji, te polja brzine i tlaka u okolnom dušiku. Mreže konačnih volumena za potrebe simulacije napravljene su u predprocesoru Gambit a broj volumena je bio oko 45000. Preliminarnim analizama je zaključeno da u ovom problemu izmjena topline zračenjem igra značajnu ulogu, te je u matematičkom modelu korišten DO (Discrete Ordinates) model zračenja. Za postavljanje početnih uvjeta iskorištena su mjerenja temperature u tri točke uzorka, a za potrebe ocjene točnosti simulacije su dobiveni rezultati uspoređeni s mjerenjima tijekom vremena trajanja procesa hlađenja.

Iz dobivenih rezultata slijedi da su u uređaju ostvareni uvjeti jednodimenzijskog hlađenja uzorka (temperature su jednolike po poprečnom presjeku uzorka, osim u dijelu koji se u ispitivanju odbacuje). Udaljenost mlaznice od čela uzorka ne utječe na brzinu ohlađivanja uzorka. Brzina ohlađivanja samog čela ne zavisi od povećanja brzine mlaza dušika, promjera mlaznice i tlaka u komori, no povećanjem ovih parametara povećava se brzina ohlađivanja u unutrašnjosti uzorka. Tako se na primjer u sredini uzorka u vremenu $t=100\text{s}$, brzina ohlađivanja poveća od 1,09 K/s na 1,31 K/s pri promjeni protoka od 0,0565 l/s na 0,7854 l/s. Isto tako se pri promjeni tlaka u komori od 1 bar na 5 bar brzina ohlađivanja poveća od 1,09 K/s na 1,29 K/s.

1. UVOD

1.1. TOPLINSKA OBRADA (KALJENJE)

Toplinska obradba je postupak u kojem se predmet namjerno podvrgava temperaturno-vremenskim ciklusima kako bi se postigla željena mikrostruktura a time i željena (mehanička, fizička, kemijska) svojstva.

Iz definicije se zaključuje:

- temeljni su parametri postupaka toplinske obradbe:

- temperatura, T (K), ϑ ($^{\circ}\text{C}$)
- trajanje (vrijeme), t (s, min, h)

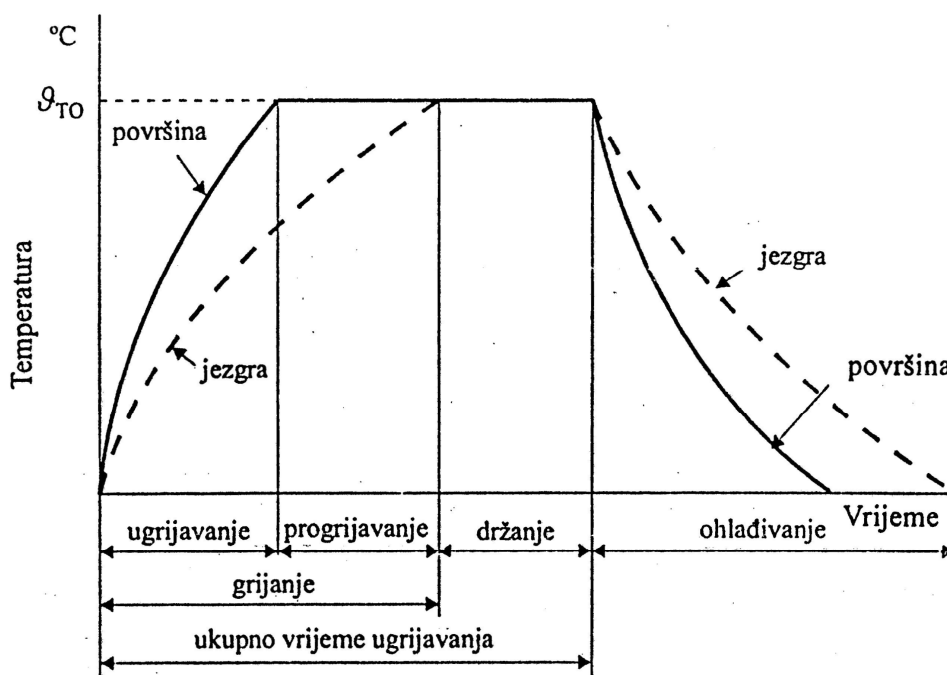
- trajanje nije beskonačno za razliku od pretpostavke pri snimanju ravnotežnih Fe-Fe₃C dijagrama, kada se pretpostavilo da je brzina ohlađivanja veoma mala ($v_{\text{ohl}} < 0$), tj. trajanje ohlađivanja ekstremno dugačko ($t < \infty$)

- svojstva materijala proizlaze iz njegove mikrostrukture

Iz spomenutih osnovnih parametara postupaka toplinske obradbe, temperature T (K), ϑ ($^{\circ}\text{C}$) i trajanja t (s, min, h) izvodi se parametar

$$v = \frac{dT}{dt} \quad (1.1)$$

koji se naziva brzinom ohlađivanja odnosno grijanja.



Slika 1.1 Dijagramski prikaz općenitog postupka toplinske obrade

Kaljenje čelika je toplinska obradba koja se sastoji od ugrijavanja na temperaturu austenitizacije i naglog hlađenja (gašenja) pri čemu od austenita (mikrostrukturne faze s rešetkom γ -željeza) nastaje martenzit (mikrostrukturna faza s prostorno centriranom tetragonskom rešetkom).

Kaljenje čelika fizikalno se temelji na:

- sposobnosti rešetke γ -željeza da otopi udjele ugljika veće od rešetke α -željeza (teoretski 2,03 %C na 1147 °C) i tako nastane austenit
- sposobnosti pothlađivanja austenita, tj. zadržavanja ugljika u čvrstoj otopini do znatno nižih temperatura od temperature A_1 tj. sve do temperature pretvorbe u martenzit (M_s temperatura)

Austenit je jedina faza iz koje u čeliku može nastati **martenzit**, te stoga veličina austenitnog zrna, te udio i raspored ugljika otopljen u austenitu značajno određuju veličinu zrna i mehanička svojstva martenzita (tvrdoću, čvrstoću, žilavost). Treba napomenuti da je austenitizacija difuzijski proces koji se događa iznad A_1 temperature. Stoga pri ugrijavanju čelika na temperaturu austenitizacije treba paziti da temperatura ne bude previsoka i trajanje držanja na temperaturi austenitizacije predugo.

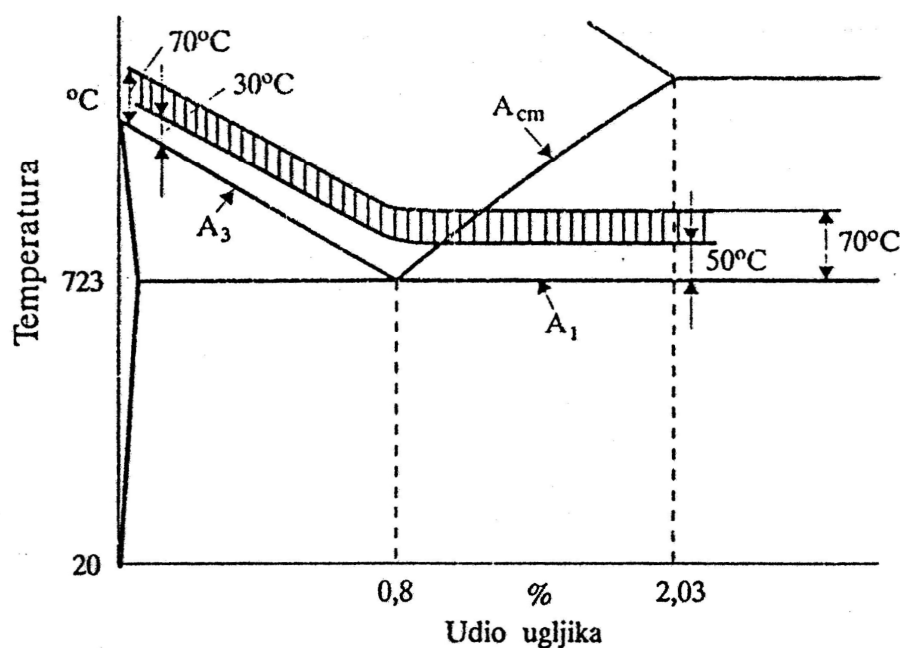
a) Optimalna temperatura austenitizacije podutektoidnih čelika (%C < 0,8) iznosi:

$$g_a = A_3 + (30 \dots 70^\circ \text{C}) \quad (1.2)$$

b) Optimalna temperatura austenitizacije nadeutektoidnih čelika $0,8 < \%C < 2,03$ iznosi:

$$g_a = A_1 + (50 \dots 70^\circ \text{C}) \quad (1.3)$$

Upravo to područje prikazano je na slici 1.2.



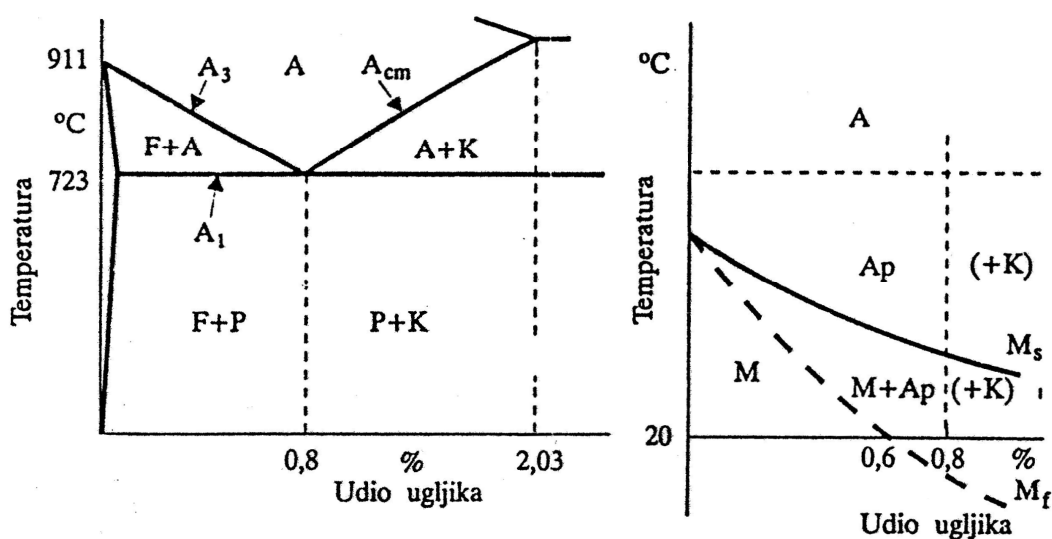
Slika 1.2 Područje optimalnih temperatura austenitizacije za kaljenje ugljičnih čelika

Iz navedenih činjenica mogu se postaviti osnovni uvjeti zakaljivosti čelika:

1. Postojanje mikrostrukturne pretvorbe ferita (F) u austenit (A) i obrnuto, (čelici bez ove pretvorbe ne mogu se zakaliti, npr. visokolegirani feritni ili austenitni nehrđajući čelici)
2. Čelik mora sadržavati (dogovorno) najmanje 0,35 % C da bi dovoljan broj kristalnih rešetki γ -željeza otopio atom ugljika
3. Čelik treba ugrijati u austenitno područje dijagrama stanja (monofazno ili dvofazno), tj. na optimalnu temperatura austenitizacije
4. Austenitizirani čelik treba dovoljno intenzivno hladiti kako bi se spriječila difuzija ugljikovih atoma iz austenitne rešetke i ostvarilo prisilno zadržavanje atoma ugljika u novonastaloj kristalnoj rešetci martenzita

Za praktičnu provedbu toplinske obradbe ugljičnih čelika koriste se podaci iz Fe-Fe₃C i Uptonova dijagrama (slika 1.3), pri čemu treba imati na umu sljedeće:

- **Fe-Fe₃C** dijagram daje podatke potrebne za ugrijavanje (temperature austenitizacije), i to za slučaj ne prebrzog ugrijavanja. Za tehničku praksu podaci su dovoljno točni i za ohlađivanje, ali samo do onih brzina hlađenja koje se ostvaruju sporim hlađenjem u peći
- **Uptonov** dijagram daje podatke potrebne za gašenje (M_s i M_f) i vrijedi samo za slučaj vrlo brzog hlađenja (za slučaj ugljičnih čelika samo u slučaju gašenja u vodi)



Slika 1.3 Dio dijagram Fe-Fe₃C i Uptonov dijagram

Krivulja koja spaja temperature početka γ/α transformacije u slučaju vrlo brzog hlađenja ("gašenja") različitih Fe-C legura (ugljičnih čelika) označena je oznakom " M_s " ("Martensite Start"), tj. kao početak stvaranja martenzita (novi strukturni oblik, nepoznat iz metastabilnog Fe-Fe₃C dijagrama; M-faza).

Dakle, dovoljno povišenje brzina ohlađivanja austenita potisnulo je krivulje A_3 , A_1 i A_{cm} metastabilnog Fe-Fe₃C dijagrama u jednu jedinstvenu krivulju M_s .

Prema tome, ako se čelik austenitne mikrostrukture dovoljno brzo ohlađuje, austenit će ostati postojan sve do pripadnog presjecišta Fe-C legure (čelika) s krivuljom M_s , i tek će se onda početi transformirati u martenzit. Takav austenit, postojan između A_3 i M_s (odnosno između A_{cm} i M_s) temperatura naziva se pothlađeni austenit (A_p).

Karakteristika transformacije pothlađenog austenita u martenzit (A_p/M) jest, da se ona odvija u određenom temperaturnom rasponu. Zbog toga treba u dijagramu ucrtati i krivulju završetka stvaranja martenzita (M_f - Martensite Finish).

Na taj se način dobije tzv. Uptonov dijagram (konačni nešto pojednostavnjeni oblik), za koji treba znati-da vrijedi samo za vrlo brzo hlađenje (a ne za ugrižavanje ili sporo hlađenje). Vrlo brzo hlađenje za ugljične čelike je (tj. za metastabilne Fe-C legure bez legirajućih dodataka) ono, koje se ostvaruje ohlađivanjem austenitiziranog čelika u vodi.

Značenje pojedinih polja u Uptonovom dijagramu je sljedeće:

faze: A_p - pothlađeni austenit
 M - martenzit
 K - karbid (Fe_3C)

Ugljični čelici s manje od oko 0,6 %C gašenjem dosižu temperaturu završetka pretvorbe martenzita (M_f temperaturu) pri temperaturi višoj od 20 °C, što znači, da se on kaljenjem transformira u 100 %-tni martenzit. Ugljični čelici s 0,6 do 0,8 %C gašenjem u sredstvu temperature 20 °C (npr. u vodi sobne temperature) ne dosižu temperaturu završetka stvaranja martenzita, pa mu se kaljena mikrostruktura (na 20 °C) sastoji od sljedećih faza:

M - martenzita i
 A_z - zaostalog austenita

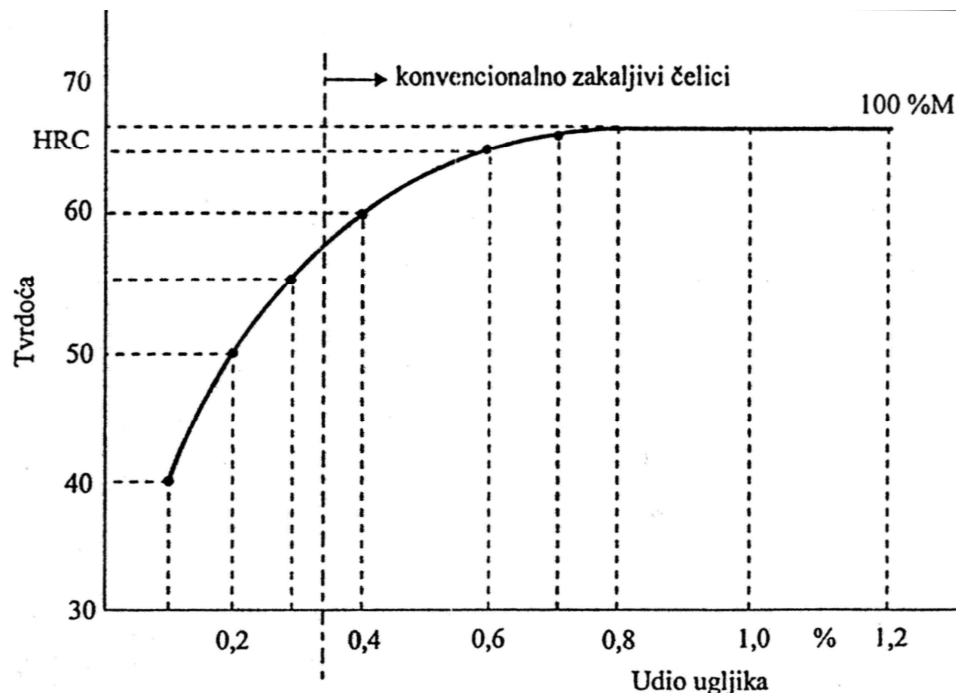
Prisutni pothlađeni austenit pri sobnoj temperaturi naziva se zaostali austenit (A_z).

Ugljični čelici s više od 0,8 %C sastoji se u takvom slučaju (gašenjem do temperature 20 °C) od faza:

$M + A_z + K(Fe_3C)$.

Sekundarni cementit (željezni karbid) Fe_3C prisutan je u gašenim nadeutektoidnim legurama ako je austenitizacija bila samo djelomična, između temperatura A_1 i A_{cm} . Ako je izvedena potpuna austenitizacija (iznad temperature A_{cm} onda se nakon nadkritičnog gašenja postiže mikrostruktura bez karbida, tj. ona se sastoji od martenzita i zaostalog austenita, ($M+A_z$).

Postizive tvrdoće gašenja ovise o sadržaju ugljika u čeliku i to o onom dijelu koji se otopio u austenitu, a ne i o onom, koji je ostao neotopljenim u karbidima. Tvrdoće gašenja mogu se očitati iz **Burnsova** dijagrama (slika 1.4).



Slika 1.4 Burnsov dijagram

Za praćenje kontinuiranog ohlađivanja austenitiziranog čelika u realnim uvjetima (u vodi, ulju ili na zraku) primjenjuje se tzv. **kontinuirani TTT-dijagram** (Time Temperature Transformation = vrijeme, temperatura, pretvorba). TTT dijagram vrijedi samo za jedan čelik i to onaj s kojim je snimljen (tj. čelik poznatog kemijskog sastava i temperature austenitizacije). TTT dijagram pokazuje transformacijska zbivanja u zadanom čeliku ako se čelik ohlađuje iz područja austenita različitim "brzinama hlađenja".

Polja u kontinuiranom TTT-dijagramu predstavljaju:

- F - pretvorbu austenita u ferit
- P - pretvorbu austenita u perlit
- B - pretvorbu austenita u bainit
- M - pretvorbu austenita u martenzit

Mjerilo apscise TTT-dijagrama je logaritmičko, jer prikazuje mikrostrukturne pretvorbe u vrlo kratkim i u vrlo dugim trajanjima. U kontinuirani TTT-dijagram ucrtavaju se različite krivulje ohlađivanja. Nakon ohlađivanja nekom krivuljom ohlađivanja u mikrostrukтури čelika postoje sve one faze kroz čija "polja" je prošla promatrana krivulja. Od ucrtanih krivulja ohlađivanja za kaljenje čelika posebno je važna ona koja osigurava da se 100 % austenita transformira u 100 % martenzita, tj. *gornja kritična krivulja gašenja*. Iz gornje kritične krivulje gašenja, približno se može izračunati *gornja kritična brzina gašenja* (v_{kg} , K/s, °C/s), tj. ona koja još upravo osigurava da se 100 % austenita transformira u 100 % martenzita:

$$v_{kg} = \frac{g_A - g_i}{t_{i,min}} \quad (1.4)$$

U jednadžbi (1.4) ϑ_A odnosi se na temperaturu austenitizacije, ϑ_i na temperaturu na kojoj je trajanje inkubacije pothlađenog austenita minimalno, a $t_{i,min}$ na minimalno trajanje inkubacije pothlađenog austenita.

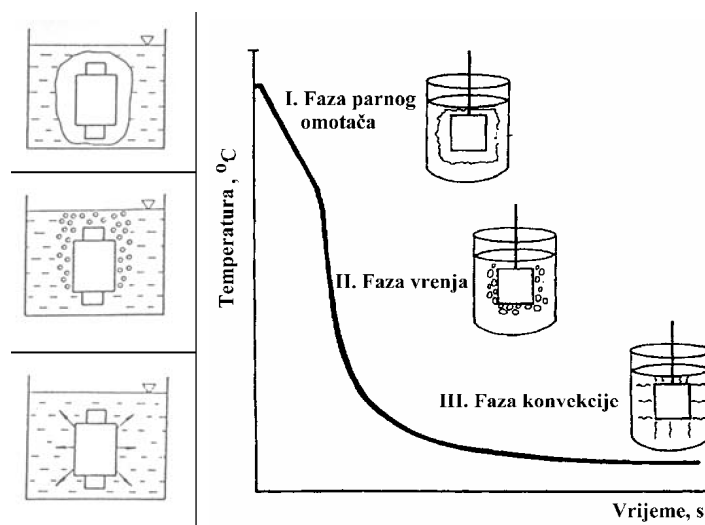
Ovisno o izračunatoj gornjoj kritičnoj brzini gašenja odabire se sredstvo za gašenje (ohlađivanje). Svako sredstvo za gašenje hladi obradak sebi svojstvenom srednjom brzinom ohlađivanja (ν_{hl} , K/s, °C/s).

Sredstva za gašenje uobičajeno korištena u toplinskoj obradi čelika mogu se prema svojim fizikalnim svojstvima podijeliti na sljedeće tri skupine:

- 1) sredstva s vrelištem ispod temperature austenitizacije čelika (sredstva podložna Leidenfrostovom fenomenu, tj. stvaranju parnog filma oko obratka na početku gašenja)
 - voda
 - vodene otopine anorganskih ili organskih tvari (npr. otopine polimera)
 - ulje za kaljenje
 - emulzije (otopine ulja i vode)
- 2) sredstva s vrelištem iznad temperature austenitizacije čelika (sredstva koja ne podliježu Leidenfrostovom fenomenu)
 - rastaljene soli
 - rastaljeni metali
- 3) tehnički plinovi i vakuum (sredstva koja ne podliježu Leidenfrostovom fenomenu)
 - zrak (mirni, komprimirani)
 - inertni plinovi: dušik, helij, argon
 - fluidizirane čestice

Faze gašenja u sredstvu podložnom Leidenfrostovom fenomenu:

- faza parnog omotača - nastaje na početku gašenja kad se oko obratka stvara parni omotač koji sprječava odvođenje topline
- faza vrenja - nastaje kad dolazi do raskidanja parnog omotača i postizanja najvećeg odvođenja topline iz obratka
- faza hlađenja konvekcijom - nastaje na završetku gašenja kad se vrijednost temperature obratka spusti do temperature vrelišta sredstva za gašenje



Slika 1.5 Faze gašenja u sredstvu podložnom Leidenfrostovom fenomenu

Uspoređujući tekućine i plinove kao sredstva za gašenje može se zaključiti da postoji temeljna razlika, a ona je u načinu izmjene topline. Prilikom korištenja tehničkih plinova kao sredstva gašenja način izmjene topline je samo konvektivan pa je koeficijent prijelaza topline α manje-više jednolik te su razlike između gradijenata temperature na gašenoj površini manji. Ako se za sredstvo gašenja koriste tekućine koeficijent prijelaza topline α više nije uniforman nego uvelike ovisi o kojoj fazi gašenja se radi, također kod gašenja tekućinama postoje veće razlike gradijenata temperature na gašenoj površini zbog istovremenog postojanja različitih faza ohlađivanja.

Prednosti korištenja tehničkih plinova kao sredstva gašenja:

- sigurnost
- ekološka prihvatljivost
- uniformna tvrdoća
- čista i sjajna gašena površina
- kontrola dinamike ohlađivanja
- ekonomičnost (cijena)

Nedostaci korištenja tehničkih plinova kao sredstva gašenja:

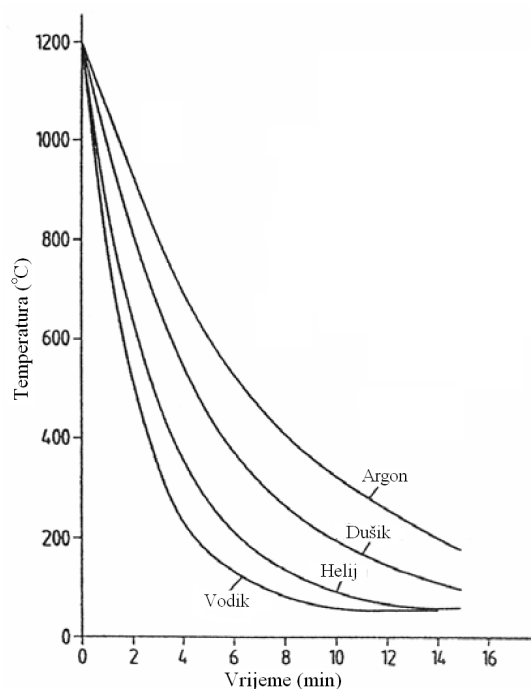
- ograničena brzina ohlađivanja (jačina gašenja)
- potreba za specijalnom visokotlačnom komorom (visoki investicijski troškovi)
- visoka razina buke

Najčešći tehnički plinovi koji se koriste za gašenje u visokotlačnim vakuumskim komorama su argon (Ar), dušik (N_2), helij (He) i vodik (H_2). Njihova toplinska svojstva poboljšavaju se u suprotnosti s njihovom gustoćom, tj. što je plin lakši specifični toplinski kapacitet c_p i toplinska vodljivost λ su mu veći kako je to prikazano u tablici 1.1.

Kemijski simbol	Ar	N_2	He	H_2
Gustoća plina pri 15°C i tlaku 1 bar (kg/m^3)	1,6687	1,170	0,167	0,0841
Specifični toplinski kapacitet c_p (kJ/kgK)	0,5024	1,041	5,1931	14,3
Toplinska vodljivost λ (W/mK)	$177 \cdot 10^{-4}$	$259 \cdot 10^{-4}$	$1500 \cdot 10^{-4}$	$1869 \cdot 10^{-4}$

Tablica 1.1 Tehnički plinovi i njihova toplinska svojstva

Najgore karakteristike hlađenja posjeduje argon te se stoga jako rijetko koristi. Idealni plin za gašenje bio bi vodik ali je on eksplozivan kad dođe u kontakt s kisikom te se zbog tog razloga ne koristi. Druga dva plina (dušik i helij) potpuno su inertni i ekološki povoljni. Što se tiče cijene po jedinici volumena helij je najskuplji pa se on koristi samo kad je dostupan uređaj za njegovo recikliranje.

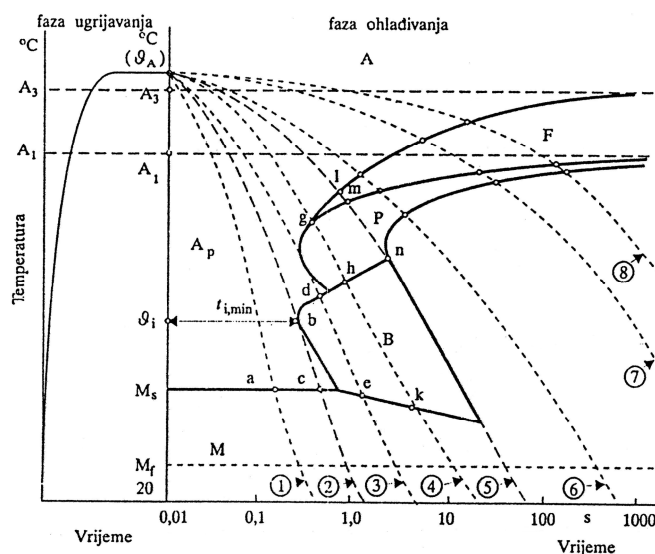


Slika 1.6 Utjecaj odabira plina na brzine ohlađivanja

Jedan od zahtijeva kod propisivanja sredstva za gašenje određene vrste čelika je izbor onog sredstva koje će ohlađivati predmet srednjom brzinom ohlađivanja većom ili jednakom gornjoj kritičnoj brzini gašenja, tj. $v_{hl} > v_{kg}$.

Osim spomenute gornje kritične krivulje gašenja, važna je i tzv. *donja kritična krivulja gašenja* ili *ohlađivanja* iz koje se na analogan način kao kod računanja v_{kg} , može izračunati *donja kritična brzina ohlađivanja* (v_{kd} , K/s, °C/s). Donja kritična krivulja ohlađivanja predstavlja ono najintenzivnije ohlađivanje kojim se u mikrostrukturi čelika još ne postiže niti najmanji udjel martenzita.

Na (slici 1.7) prikazan je primjer TTT-dijagrama kontinuiranog ohlađivanja čelika s različitim krivuljama ohlađivanja.



Slika 1.7 TTT-dijagram kontinuiranog ohlađivanja

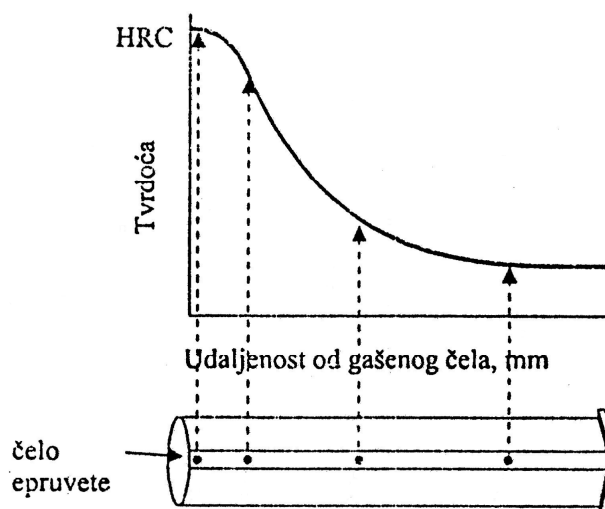
Osnovna je svrha kaljenja čelika postizanje najveće moguće tvrdoće (ovisno o udjelu ugljika u čeliku) i što jednoličnijeg prokaljenja (tj. što jednoličnije tvrdoće po presjeku). *Prokaljenost* je stanje ostvareno nakon kaljenja, a određuju ga oblik i dimenzije predmeta, intenzivnost gašenja i prokaljivost primjenjenog čelika. Dobra prokaljenost preduvjet je za postizanje zahtijevanih mehaničkih svojstava ujednačenog iznosa po cijelom predmetu. Prokaljenost zadanog čelika će biti bolja ako je predmet manjih dimenzija i ako je primijenjeno intenzivnije gašenje.

Prokaljivost je sposobnost čelika da nakon kaljenja poprimi što jednoličniju tvrdoću po presjeku predmeta. Ako se usporede valjci jednakih promjera od dva različita čelika kaljeni na isti način, iz njihovih TTT dijagrama vidi se daje bolje prokaljiv onaj koji ima dulje minimalno trajanje inkubacije pothlađenog austenita. Na trajanje inkubacije pothlađenog austenita ($t_{i,min}$) najutjecajnije djeluje udio ugljika (C) i legirajućih elemenata (Mn, Mo, Cr, V, Si, Ni) u čeliku, a slabiji je utjecaj veličine i jednoličnosti austenitnog zrna. Prokaljivost nekog čelika može se brzo i jednostavno utvrditi normiranom i općeprihvaćenom metodom Jominy (prema normi DIN 50191).

Ispitivanje prokaljivosti metodom Jominy

Metoda Jominy osniva se na pokusu s jednom epruvetom. Cilindrična se epruveta promjera 25 mm i dužine 100 mm nakon austenitizacije u zaštitnoj atmosferi gasi vodom s čela u posebnom uređaju. Pri tome se brzina ohlađivanja smanjuje od čela prema suprotnoj strani epruvete, čime se postiže cijeli raspon brzina ohlađivanja od najvećih do najmanjih (pa prema tome i nastalih mikrostruktura i tvrdoća).

Nakon ohlađenja ispituje se tvrdoća metodom Rockwell C ili Vickers po brušenim izvodnicama epruvete na propisanim udaljenostima od gašenog čela. Iz dobivenih vrijednosti konstruira se tzv. "Jominy-krivulja" koja predstavlja tijek tvrdoća ovisno o udaljenostima od čela epruvete. Budući da je brzina ohlađivanja na čelu Jominy epruvete najveća postiže se mikrostruktura martenzita s najvišom tvrdoćom. Smanjenjem brzine ohlađivanja od čela prema suprotnoj strani epruvete sve je manje martenzita u mikrostrukturi, pa je tvrdoća sve niža. Gornji dio epruvete (u držaču naprave za ohlađivanje) ohlađuje se vrlo sporo, što rezultira nastankom feritno-perlitne mikrostrukture niske tvrdoće. Karakteristična krivulja raspodjele tvrdoće s obzirom na udaljenost od čela epruvete pokazana je na slici 1.8.



Slika 1.8 Krivulja raspodjele tvrdoće dobivena metodom Jominy

Indukcijsko kaljenje

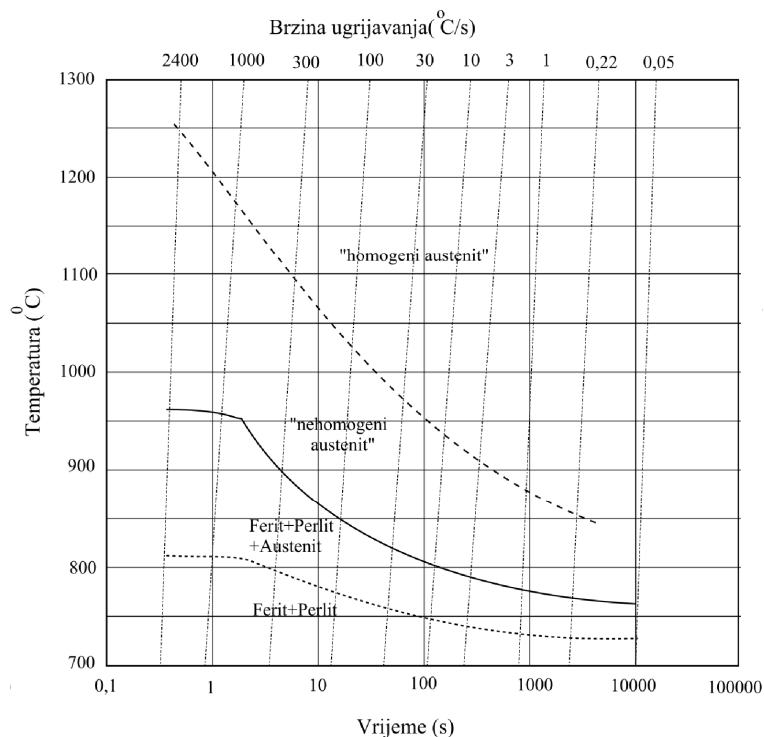
Indukcijsko kaljenje je postupak lokalne površinske toplinske obradbe čelika i željeznih ljevova sastavljen od ugrijavanja i gašenja. Lokalno ugrijavanje površinskog sloja na temperaturu austenitizacije ostvaruje se u induktoru elektromagnetskom indukcijom. Gašenje se ostvaruje potapanjem u bazen za gašenje ili prskanjem mlazovima sredstva za gašenje. Indukcijskim kaljenjem nastaje površinski sloj povećane otpornosti na trošenje, kontaktne pritiske i povišene dinamičke izdržljivosti. Pri tome nema promjena u jezgri i ne dolazi do značajnijih promjena dimenzija obratka.

Ugrijavanje

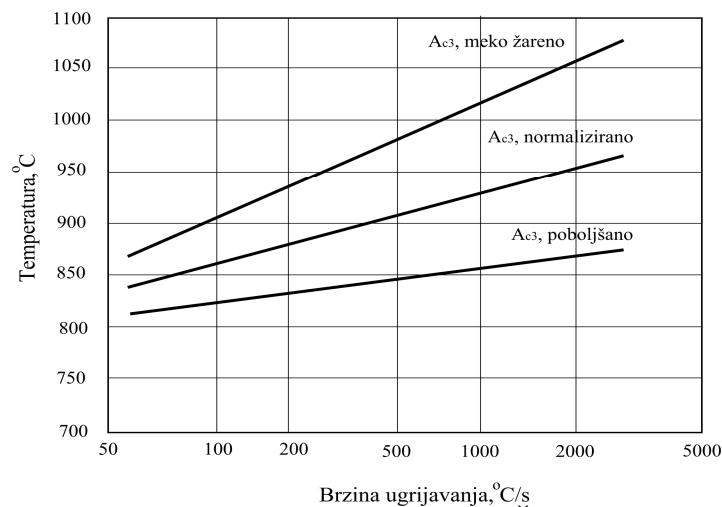
Prolaskom izmjenične struje kroz zavojke induktora oko njih nastaje elektromagnetsko polje. Ono inducira napon u okolišnim predmetima, a u vodljivim materijalima poteku vrtložne struje. Inducirane vrtložne struje u obratku raspodjeljuju se uz površinu obratka uglavnom zbog tzv. "elektromagnetskog površinskog efekta" (tj. pojave potiskivanja visokofrekventne struje u površinski sloj električki vodljivog materijala) u sloju debljine jednakom trostrukoj efektivnoj dubini prodiranja struje). Vrtložne struje stvaraju toplinu u obratku ovisno o jačini magnetskog polja. Iz navedenog proizlazi da je osnovna značajka indukcijskog ugrijavanja nastanak topline neposredno u obratku. Kod konvencionalnih postupaka ugrijavanja na površinu obratka se dovodi toplinski tok od 0,5 do 20 W/cm², a pri indukcijskom kaljenju on iznosi od 10 000 do 30 000 W/cm².

Mikrostrukturne pretvorbe tijekom austenitizacije brzim zagrijavanjem mogu se pratiti uz pomoć dijagrama otapanja faza pri brzom ugrijavanju za konkretni čelik (tzv. "Time Temperature Solubility", odnosno "Zeit Temperature Austenitisierung" dijagrami). Na slici 1.9 prikazan je shematski prikaz TTS dijagrama podeutektoidnog čelika (koji se i najčešće indukcijski kale) polazne mikrostrukture sastavljene od ferita i perlita. U dijagram su ucrtani pravci srednjih brzina ugrijavanja iznad 700 °C, krivulje promjene karakterističnih temperatura početka (A_1) i završetka austenitne pretvorbe (A_3), te krivulje temperatura homogenizacije austenita (A_{ch}). Zbog skraćenja vremena austenitizacije uslijed brzog zagrijavanja dolazi porasta vrijednosti A_1 i A_3 temperatura u odnosu na one pri klasičnom (sporijem) ugrijavanju (npr. u pećima) i do pojave tzv. nehomogenog austenita neposredno iznad A_3 temperature.

Pri određivanju vrijednosti temperature austenitizacije treba naglasiti da je ona značajno uvjetovana polaznom mikrostrukturom čelika. Poboľšano stanje čelika zahtijeva manje temperature austenitizacije od normalizacijski Źarenog ili meko Źarenog stanja (slika 1.10).



Slika 1.9 TTS dijagram za čelik Ck45 (Č1531) uz polaznu normalizacijski žarenu mikrostrukturu

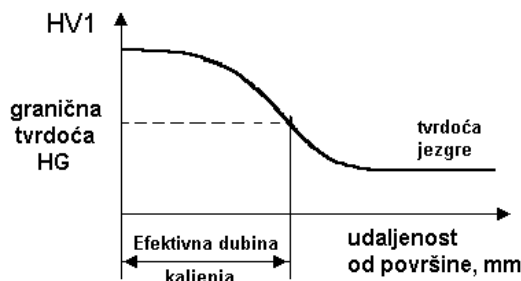


Slika 1.10 Utjecaj polaznog stanja čelika Ck45 (Č1531) na A_3 temperaturu pri ugrijavanju različitim brzinama

Gašenje

Gašenje površine obratka slijedi odmah nakon ugrijavanja, najčešće prskanjem mlazovima u prskalici. Mikrostrukturne promjene pri gašenju mogu se pratiti u kontinuiranom TTT dijagramu promatranog čelika. Prskalica se izrađuje kao samostojeća ili integrirana s induktorom. Konstrukcijom prskalice, izborom sredstva za gašenje (voda, vodena otopina polimera) i parametrima gašenja treba ostvariti zakaljivanje površinskog sloja na propisanu dubinu kaljenja.

Nakon indukcijskog kaljenja postiže se karakterističan raspored tvrdoće po rubnom sloju (slika 1.11) iz kojeg se određuje tzv. efektivna dubina kaljenja (R_{ht} , mm). Efektivna dubina kaljena definira se prema normi DIN 50190 kao udaljenost od površine obratka do mjesta gdje se postiže granična tvrdoća. Vrijednost granične tvrdoće (HV1) odgovara vrijednosti 80% minimalne površinske tvrdoće.



Slika 1.11 Određivanje efektivne dubine kaljenja

Temperatura i trajanje austenitizacije mogu se odrediti uz pomoć TTS dijagrama konkretnog čelika, ali to nije uvijek jednoznačan postupak zbog niza utjecajnih čimbenika. Jedan od najznačajnijih čimbenika je pretpostavljena srednja brzina ugrijavanja od 700 °C do temperature austenitizacije. Određivanje temperature i trajanja austenitizacije, kao i parametara gašenja rubnog sloja u klasičnoj pripremi postupka indukcijskog kaljenja provodili su se pomoću niza pokusnih serija od po nekoliko obratka koji nakon kaljenja treba metalografski analizirati. U suvremenoj pripremi ovog postupka sve više se primjenjuju složena matematička modeliranja i računalne simulacije uz relativno mali broj ispitnih uzoraka.

1.2. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Računalna dinamika fluida (eng. Computational Fluid Dynamics) analiza je problema strujanja fluida, prijelaza topline i drugih sličnih pojava numeričkom simulacijom rađenom na računalu. Ima široko područje primjene u industriji kao i izvan nje.

Primjenjuje se u rješavanju problema:

- aerodinamike letjelica i vozila
- hidrodinamika brodova
- elektrana (izgaranje u motorima i plinske turbine)
- turbostrojeva (strujanje unutar rotacijskih dijelova)
- kemijskog inženjerstva (miješanje i razdvajanje, kalupljenje polimera)
- unutarnje i vanjske okoline zgrada (udari vjetra, zagrijavanje, ventilacija)
- hidrologije i oceanografije (tokovi rijeka, estuariji, oceani)
- meteorologije (predviđanje vremena)
- biomedicinskog inženjerstva (strujanje krvi kroz arterije i vene)

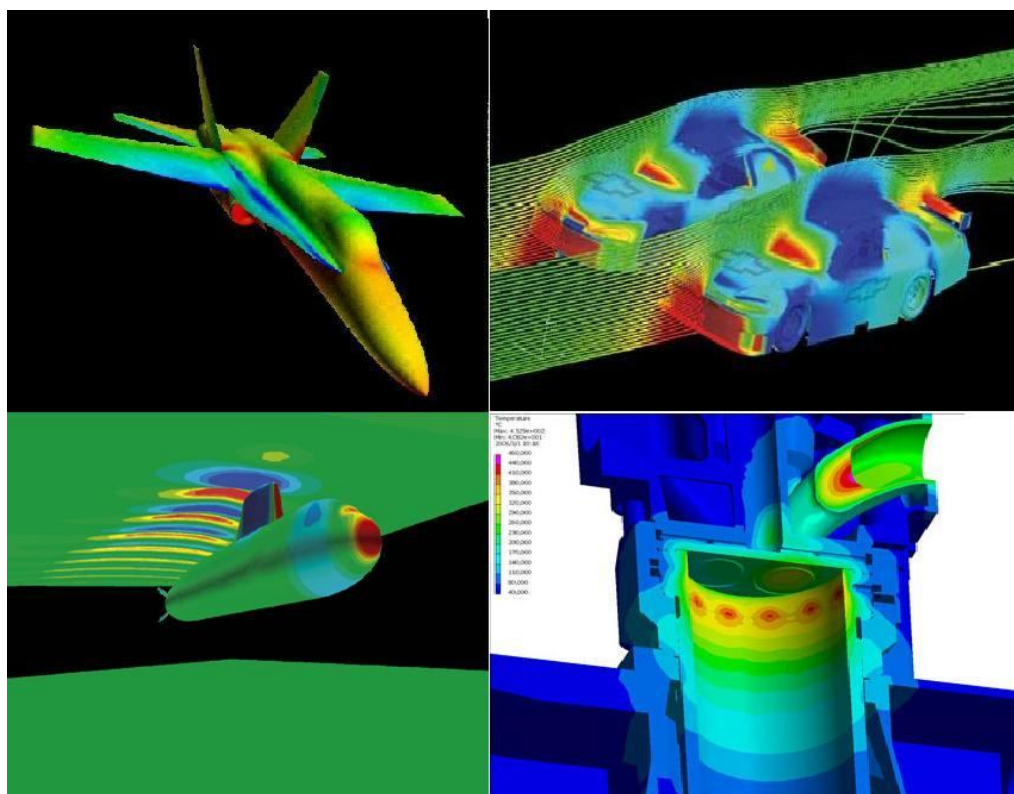
Postoji nekoliko prednosti računalne dinamike fluida u odnosu na eksperimentalne pristupe rješavanju problema fluida:

- znatno smanjenje troškova i vremena projektiranja
- mogućnost proučavanja velikih sustava
- mogućnost proučavanja pod opasnim uvjetima i uvjetima preopterećenosti
- smanjena potrošnja energije
- mogućnost prikazivanja kompletne i detaljne slike strujanja

Neki od nedostataka računalne dinamike fluida su:

- ograničenje na probleme za koje postoji pouzdan matematički model
- kod traženja ograničenog broja parametara može biti i skuplji od eksperimenta

Kod složenih problema potrebno je kombinirati rješenja dobivena računalnom analizom s eksperimentom.



Slika 1.12 Neki primjeri primjene računalne dinamike fluida

Današnji programski paketi za rješavanje problema strujanja fluida sastoje se od tri glavna elementa: predprocesora, procesora i postprocesora.

Predprocesiranje se sastoji od definiranja geometrije područja proračuna (domene), stvaranja geometrijske mreže (podjela područja proračuna na veliki broj podpodručja koja se ne preklapaju, tzv. konačnih volumena), biranja fizičkog ili kemijskog problema koji se modelira, definiranja svojstva fluida, definiranja rubnih uvjeta na rubovima domene. Rješenje strujanja dano je u čvoru svakog konačnog volumena. Općenito, što je veći broj ćelija odnosno konačnih volumena to je veća točnost rješenja. Optimalne mreže često nisu

jednolike, to jest gušće su na mjestima gdje dolazi do velikih promjena fizikalnih veličine a rijetke na mjestima gdje je ta promjena mala. Više od 50% vremena u izradi projekta utroši se na definiranju područja proračuna i izradi odgovarajuće mreže.

Procesor je naziv za numerički rješavač kojim se rješavaju algebarske jednačbe koje opisuju promatrani problem. Postoje tri najčešće primjenjive tehnike numeričkog rješavanja, to su: metoda konačnih volumena, metoda konačnih elemenata i spektralne metode. Numeričke metode koje su osnova rješavača temelje se na slijedećim koracima:

- aproksimacija nepoznate varijable fizikalnog procesa srednjom vrijednosti neke jednostavne funkcije
- diskretizacija zamjenom aproksimiranih vrijednosti u osnovne jednačbe strujanja
- rješavanje algebarskih jednačbi

Glavna razlika među tehnikama numeričkog rješavanja povezana je s aproksimacijom nepoznate varijable i njezinom kasnijom diskretizacijom.

Metoda konačnih volumena je originalno nastala kao posebna formulacija metode konačnih razlika. Ovom metodom promjena nepoznate varijable strujanja φ opisuju se vrijednostima varijable u toj i/ili susjednim točkama. Najzastupljenija je u rješavanja problema strujanja fluida i implementirana je u rješavač. Osnovna razlika ove metode naspram ostalih je da su osnovne jednačbe strujanja integrirane po svim konačnim volumenima unutar područja proračuna, tako da se rezultirajuće algebarske jednačbe također odnose na pojedini konačni volumen.

Metoda konačnih elemenata koristi jednostavne funkcije oblika (razlikuju se od elementa do elementa) kojima se opisuje raspodjela tražene varijable φ po elementu. Te funkcije aproksimativne su i ne opisuju realnu raspodjelu varijable po elementu te se njihovim uvođenjem uvodi i određena greška koja se mjeri rezidualima. Funkcije oblika sa uvrštenim zadanim koordinatama zamijene se s promjenama tražene varijable u osnovnim jednačbama koje opisuju strujanje i dobije se opet sustav algebarskih jednačbi koji je rješiv.

Spektralne metode zamjenjuju nepoznate vrijednosti φ srednjim vrijednostima izraženim preko razvoja u Taylorov red ili Chebyshevim polinomima. Za razliku od metode konačnih razlika i elemenata promjene se ne opisuju samo lokalno već su one valjane na cijelom proračunskom području.

Postprocesor služi kao krajnji alat kojim se prikazuju dobiveni rezultati tj. rješenja. Današnji paketi opremljeni su s velikim brojem alata za prikazivanje podataka pa je moguće prikazati geometrijsku domenu i mrežu, rezultate u vektorskom prikazu ili pomoću kontura u 2D ili 3D.

2. OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE FLUIDA

Da bi se izvele osnovne jednačbe dinamike fluida koristit će se sljedeće relacije:

Gaussov teorem:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dV = \int_{S_M(t)} \varphi n_j dS \quad (2.1)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV \quad (2.2)$$

Raspis materijalne derivacije fizikalnog svojstva:

$$\rho \frac{D\varphi}{Dt} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

U relacijama (2.1), (2.2) i (2.3) ρ označava gustoću fluida, a φ masenu gustoću fizikalnog svojstva.

2.1. OPĆI OBLIK ZAKONA OČUVANJA

Opći oblik ovog zakona za materijalni volumen (volumen koji se tijekom gibanja sastoji stalno od jednih te istih čestica) može se prikazati sljedećom jednačbom:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS + \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.4)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva φ unutar materijalnog volumena može se prikazati kao zbroj površinskih i volumenskih izvora ili ponora. Površinske izvore/ponore predstavlja prvi integral desne strane dok volumenske predstavlja drugi integral desne strane jednačbe. U jednačbi (2.4) n_j označava vektor normale na površinu S_M .

Površinski izvori/ponori mogu se raspisati malo drugačije uvođenjem koeficijenta difuzije Γ i primjenom relacije (2.1)

$$\int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS = \int_{S_M(t)} \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j dS = \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dV \quad (2.5)$$

Raspisivanjem lijeve strane jednačbe (2.4) korištenjem (2.2) i (2.3) dobiva se:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \left[\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \right] dV \quad (2.6)$$

Uvrštavanjem izraza (2.5) i (2.6) u (2.4) opći zakon očuvanja prelazi u oblik:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] dV = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.7)$$

Primjenom (2.1) na drugi integral u izrazu (2.7) može se dobiti:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{S_M(t)} \left[\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] n_j dS = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.8)$$

Izraz (2.8) predstavlja integralni oblik općeg zakona očuvanja, prvi član odgovara lokalnoj promjeni fizikalnog svojstva φ , drugi član predstavlja promjenu zbog konvekcije i difuzije, a član na desnoj strani je izvorski član.

Ako se promatra diferencijalno mali materijalni volumen (tj. $\lim_{V_M(t)} V_M(t) \rightarrow dV_{M(t)}$) dobije se diferencijalni oblik zakona:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi \quad (2.9)$$

2.2. ZAKON OČUVANJA MASE (JEDNADŽBA KONTINUITETA)

Zakon očuvanja mase materijalnog volumena glasi: Brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka je nuli. Matematički zapisano:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho dV = 0 \quad (2.10)$$

Materijalni volumen koji odgovara volumenu čestice fluida promjenjiv je pa je stoga i diferencijal dV promjenjiv, vrijedi:

$$\frac{1}{dV} \frac{D(dV)}{Dt} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

Raspisivanjem (2.10) pomoću relacije (2.2) te uvrštavanjem (2.11) dobiva se:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho dV = \int_{V_M(t)} \left(\frac{D\rho}{Dt} dV + \rho \frac{D(dV)}{Dt} \right) = \int_{V_M(t)} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) dV = 0 \quad (2.12)$$

U graničnom slučaju kada se materijalni volumen smanji na česticu fluida izraz (2.12) prelazi u oblik:

$$\left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) dV_M = 0 \quad (2.13)$$

Iz izraza (2.13) vidi se da zbroj članova u zagradi treba biti jednak nuli da bi relacija vrijedila:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.14)$$

Sažimanjem izraza (1.14) dobiva se diferencijalni oblik zakona očuvanja mase:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.15)$$

2.3. ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA

Zakon očuvanja količine gibanja za materijalni volumen glasi: Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen.

U strujanju fluida u polju masene sile f_i materijalni volumen V_M odijeljen je od okolnog fluida materijalnom površinom S_M . Na svaku česticu fluida djeluje elementarna masena sila $\rho f_i dV$, a na svaki djelić površine S_M elementarna površinska sila $\sigma_i dS$, pri čemu je vektor naprezanja σ_i definiran s pomoću tenzora naprezanja relacijom $\sigma_i = n_j \sigma_{ji}$. Količina gibanja čestice fluida je $\rho v_i dV$.

Matematički zapis zakona:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho v_i dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} \sigma_i dS = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} n_j \sigma_{ji} dS \quad (2.16)$$

Primjenom relacije (2.2) na lijevu stranu jednačbe i prikazom površinskih sila preko volumenskog integrala pomoću relacije (2.1) dobiva se izraz:

$$\int_{V_M(t)} \rho \frac{Dv_i}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} dV \quad (2.17)$$

U graničnom slučaju kada se materijalni volumen smanji na česticu fluida izraz (2.17) prelazi u diferencijalni oblik:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.18)$$

Ako se izraz (2.18) pomnoži s volumenom čestice fluida, dobije se drugi Newtonov zakon za gibanje čestice fluida, u kojem je lijeva strana jednačbe jednaka umnošku mase čestice fluida i njena ubrzanja (materijalna derivacija brzine), a desna strana je jednaka zbroju masenih i površinskih sila koje djeluju na česticu fluida.

Drugačijim zapisom materijalne derivacije brzine na lijevoj strani jednačbe pomoću (1.3) dobiva se diferencijalni zapis zakona količine gibanja:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.19)$$

2.4. ZAKON OČUVANJA ENERGIJE

Zakon očuvanja energije za materijalni volumen glasi: Brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena.

Ako se sa u označi specifična unutarnja energija čestice fluida, tada je zbroj kinetičke i unutarnje energije čestice fluida mase $dm = \rho dV$ jednak:

$$\rho dV \frac{v^2}{2} + \rho dV u = \rho \left(\frac{v^2}{2} + u \right) dV \quad (2.20)$$

Energija materijalnog volumena jednaka je zbroju (integralu) energija svih čestica unutra materijalnog volumena, a brzina promjene te energije označuje se materijalnom derivacijom toga integrala. Brzina promjene energije u materijalnom volumenu:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \left(\frac{v^2}{2} + u \right) dV = \frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho e dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{De}{Dt} dV \quad (2.21)$$

Za zbroj specifične kinetičke i unutarnje energije uvedena je oznaka e .

Snaga masenih sila na česticu fluida izražava se skalarnim produktom masene sile na česticu fluida $\rho f_i dV$ i njene brzine v_i , a ukupna snaga masenih sila u materijalnom volumenu jednaka je integralu tih elementarnih snaga unutar materijalnog volumena $\int_{V_M(t)} \rho f_i v_i dV$.

Vanjske površinske sile djeluju po materijalnoj površini S_M , a definirane su vektorom naprezanja σ_i , koji je jednak skalarnom umnošku jediničnog vektora normalne n_j na materijalnu površinu i tenzora naprezanja σ_{ji} u točki materijalne površine $\sigma_i = n_j \sigma_{ji}$. Snaga elementarne sile dobije se skalarnim množenjem elementarne površinske sile $\sigma_i dS$ s vektorom brzine v_i pomicanja materijalne površine (jednaka brzini strujanja fluida). Ukupna snaga površinskih sila dobije se integriranjem elementarnih snaga po čitavoj materijalnoj površini:

$$\int_{S_M(t)} \sigma_i v_i dS = \int_{S_M(t)} n_j \sigma_{ji} v_i dS = \int_{V_M(t)} \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV \quad (2.22)$$

Treći uzrok promjeni energije materijalnog volumena je izmjena topline kroz materijalnu površinu. Ako se s q_i označi vektor površinske gustoće toplinskog toka, onda je toplinski tok kroz elementarni dio materijalne površine razmjern normalnoj komponenti tog vektora i elementarnoj površini dS . Ukupna snaga toplinskog toka jednaka je integralu tih elementarnih tokova kroz cijelu materijalnu površinu:

$$- \int_{S_M(t)} q_i n_i dS = - \int_{V_M(t)} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (2.23)$$

Toplinski tok se uzima s negativnim predznakom jer pozitivna normalna komponenta vektora površinske gustoće toplinskog toka označuje odvođenje topline iz materijalnog volumena što znači smanjenje ukupne energije materijalnog volumena.

Korištenjem (2.21), (2.22) i (2.23) te izraza za snagu masenih sila dobiva se matematički zapis zakona očuvanja energije:

$$\int_{V_M(t)} \rho \frac{De}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i v_i dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV - \int_{V_M(t)} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (2.24)$$

Sažimanjem materijalnog volumena na česticu fluida i dijeljenjem izraza (2.24) s volumenom čestice fluida dobije se diferencijalni oblik:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho f_i v_i + \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.25)$$

Raspisivanjem materijalne derivacije na lijevoj strani pomoću (2.3) dobije se diferencijalni oblik zakona očuvanja energije:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j e)}{\partial x_j} = \rho f_i v_i + \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

Često se umjesto energijske jednačbe (2.26) koristi temperaturna jednačba koja se dobije oduzimanjem jednačbe mehaničke energije (skalarni umnožak jednačbe količine gibanja s vektorom brzine) i energijske jednačbe i ima oblik:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j T)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_v} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_v} \sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (2.27)$$

2.5. KONSTITUTIVNE (DOPUNSKE) JEDNADŽBE

Odnosi za savršeni plin

Za toplinsko i kalorički savršeni plin vrijede dvije jednačbe stanja.

Toplinska jednačba stanja:

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (2.28)$$

Kalorička jednačba stanja:

$$u = c_v T \quad (2.29)$$

Fourierov zakon toplinske vodljivosti

Fourierov zakon uspostavlja linearnu vezu između vektora površinske gustoće toplinskog toka i gradijenta temperature, koja uz pretpostavku izotropnosti materijala poprima oblik:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.30)$$

U izrazu (2.30) λ označava toplinsku provodnost fluida, pozitivna je veličina i funkcija je lokalnog termodinamičkog stanja. Predznak minus na desnoj strani jednačbe označuje da će toplina spontano prelaziti s mjesta više temperature na mjesto niže temperature, tj. u smjeru suprotnom gradijentu temperature. To pokazuje da su vektori toplinskog toka i gradijenta temperature suprotno usmjereni kolinearni vektori.

Newtonov zakon viskoznosti

Newtonov zakon viskoznosti uspostavlja linearnu vezu između simetričnog tenzora naprežanja i tenzora brzine deformacije. Tenzor naprežanja se može prikazati u obliku:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} \quad (2.31)$$

δ_{ji} označava jedinični tenzor, a Σ_{ji} simetrični tenzor viskoznih naprežanja, koji se uz pretpostavku izotropnosti modelira izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} = 2\mu D_{ji} + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) D_{kk} \delta_{ji} \quad (2.32)$$

U izrazu (2.32) μ označava dinamičku viskoznost, μ_v volumensku viskoznost, a D_{ji} tenzor brzine deformacije.

Utjecaj volumenske viskoznosti je značajan u strujanjima s značajnim gradijentima gustoće fluida (eksplozije, udarni valovi). Volumenska viskoznost jednoatomnih plinova jednaka je nuli, a u strujanjima gdje je brzina promjene volumena čestica fluida (odnosno gustoće fluida) mala koeficijent volumenske viskoznosti se može zanemariti. Za takav slučaj tenzor viskoznih naprežanja dan je izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = 2\mu D_{ji} \quad (2.33)$$

2.6. SKUP OSNOVNIH JEDNADŽBI DINAMIKE FLUIDA*Jednadžba kontinuiteta*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.34)$$

Jednadžba količine gibanja

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \Sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

$$\Sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} = 2\mu D_{ji} + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) D_{kk} \delta_{ji} \quad (2.36)$$

Energijska jednađba

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{v^2}{2} + u \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho v_j \left(\frac{v^2}{2} + u \right) \right] = \rho f_i v_i - \frac{\partial (p v_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial (\Sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.37)$$

Temperaturna jednađba

$$\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j T)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_v} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_v} \left[-p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (2.38)$$

Toplinska jednađba stanja

$$p = \rho R T \quad (2.39)$$

Kalorička jednađba stanja

$$u = c_v T \quad (2.40)$$

Sve jednađbe očuvanja mogu se prikazati pomoću općeg zakona očuvanja (2.9) koji je još naziva i općom konvekcijsko-difuzijskom jednađbom. U općem obliku zakona očuvanja pojavljuje se nestacionarni član, konvektivni član, difuzijski član i izvorski član u kojem se nalazi sve ono što ne pripada prethodnim članovima. U tablici 2.1 prikazani su koeficijenti difuzije i izvorni članovi za pojedine jednađbe očuvanja.

	φ	Γ	S_φ	Broj jednađbe
Jednađba kontinuiteta	1	0	0	(2.34)
Jednađba količine gibanja	v_i	μ	$\rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ji}$	(2.35)
Temperaturna jednađba	T	$\frac{\lambda}{c_v}$	$\frac{1}{c_v} \left[-p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right]$	(2.38)

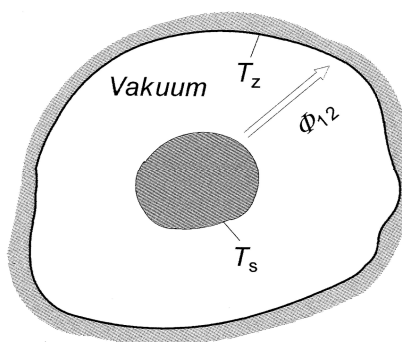
Tablica 2.1 Koeficijenti difuzije i izvorski članovi za jednađbe očuvanja

Jednađba količine gibanja je vektorska jednađba te se može razložiti na 3 skalarne jednađbe, dok su jednađba kontinuiteta, energijska jednađba, toplinska jednađba stanja i kalorička jednađba stanja skalarne jednađbe. Navedeni sustav jednađbi sustav je od 7 jednađbi u kojima se pojavljuje 7 nepoznatih polja (ρ, v_j, p, u, T). Uz zadane početne i rubne uvjete, ovaj sustav jednoznačno opisuje problem strujanja newtonskog savršenog plina. Zbog nelinearnost jednađbi teško se nalazi analitičko rješenje sustava jednađbi, te se za njegovo rješavanje primjenjuje računalna dinamika fluida te njezine numeričke metode. Procesor računalnog programa je za simulaciju problema zadanog eksperimentom [5] rješavao gornji sustav jednađbi (jednađbu kontinuiteta, jednađbu količine gibanja u dva smjera (osnosimetričan problem), temperaturnu (energijsku) jednađbu te transportne jednađbe zračenja definirane korištenim DO modelom opisane u poglavlju 4.4.

3. ZRAČENJE I MODELIRANJE ZRAČENJA

3.1. OPĆENITO O ZRAČENJU I OSNOVNI ZAKONI ZRAČENJA

Dok izmjena topline konvekcijom i kondukcijom nužno počiva na postojanju temperaturnog gradijenta unutar tvari to kod zračenja nije slučaj. Pri izmjeni topline zračenjem ne treba postojanje materije kao posrednika, nego se izmjena topline zračenjem može zbivati i u vakuumu. Ako se postavi unutar neke evakuirane šupljine neko kruto tijelo zagrijano na temperaturu $T_s > T_z$ (slika 3.1) tada će se tijekom vremena temperatura tijela T_s smanjivati a temperatura T_z rasti dok se ne postigne međusobna toplinska ravnoteža.



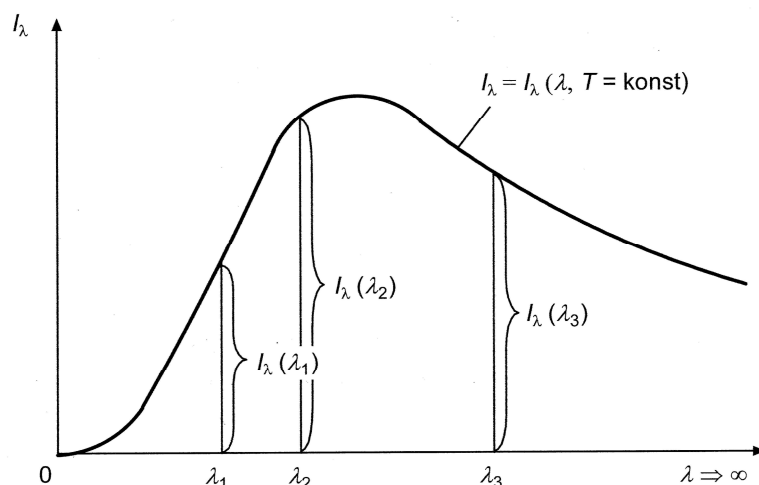
Slika 3.1 Ohlađivanje zagrijane krutine zračenjem

Svako tijelo zagrijano na temperaturu veću od nule emitira elektromagnetske valove koji nastaju zbog titranja oko jezgre atoma. Nadalje, svako tijelo emitira ili apsorbira energiju u nedjeljivima dijelovima energije, a ti se dijelovi energije nazivaju *fotoni* ili *svjetlosni kvanti*. Budući da su svjetlosni kvanti male energijske veličine, prenesenu energiju zračenjem može se tretirati kao kontinuirani spektar elektromagnetskih valova. Za širenje takvih elektromagnetskih valova nije potreban nikakav materijalni posrednik, pa se oni mogu širiti i u potpunom vakuumu. Svaki val ima svoju brzinu c , valnu duljinu λ i frekvenciju ν , a povezane su donjom jednačbom.

$$c = \lambda \nu \quad (3.1)$$

Brzina širenja vala ovisi o mediju kroz koji se val širi, ali frekvencija vala je neovisna o vrsti medija i ona je konstantna. Stoga se iz jednačbe (3.1) može vidjeti da će se valna duljina mijenjati ovisno o širenju vala. U vakuumu brzina širenja vala odgovara brzini širenja svjetlosti i iznosi $2,998 \cdot 10^8$ m/s.

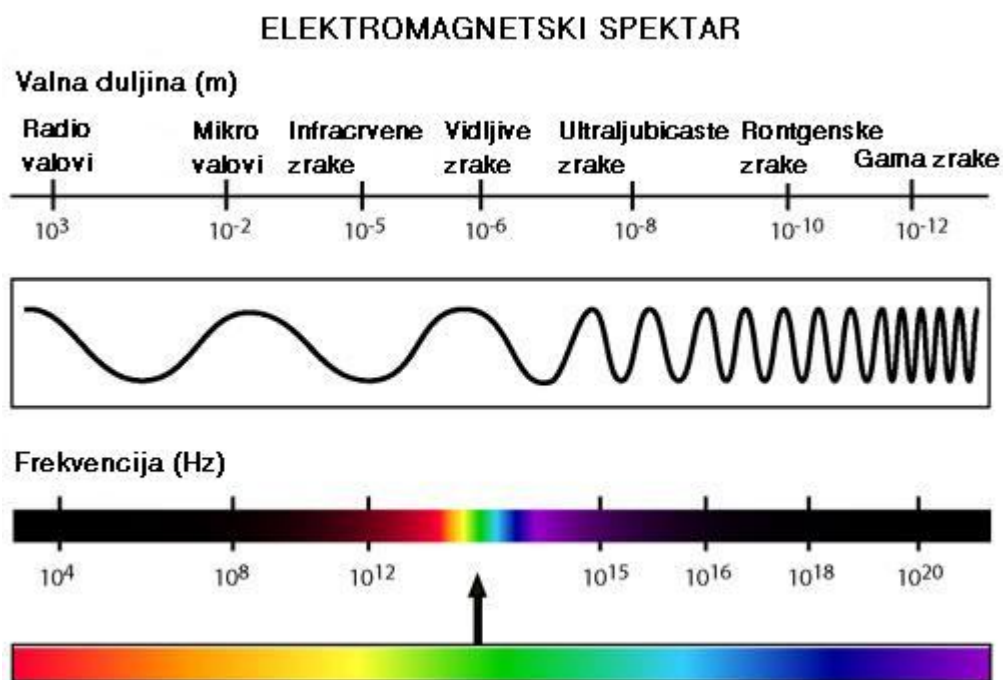
Općenito, tijelo pri zračenju zrači na cjelokupnom spektru valnih duljina, tj. na valnim duljinama $0 \leq \lambda \leq +\infty$. Sveukupna prenesena energija neće se jednoliko raspodijeliti na sve valne duljine. Slika 3.2 prikazuje jednu takvu moguću raspodjelu.



Slika 3.2 Raspodjela intenziteta zračenja za zadanu temperaturu

Sa slike je vidljivo da je intenzitet zračenja na uskom pojasu oko valne duljine λ_1 jednak $I(\lambda_1)$, na uskom pojasu oko valne duljine λ_2 jednak $I(\lambda_2)$ odnosno na uskom pojasu oko valne duljine λ_3 intenzitet zračenja je $I(\lambda_3)$, te su ti intenziteti međusobno različiti.

Spektar elektromagnetskog zračenja može se podijeliti na područja s obzirom na kojim se valnim duljinama ili njihovim uskim intervalima pretežito javljaju pojedina zračenja što je kvalitativno prikazano na slici 3.3.



Slika 3.3 Spektar elektromagnetskog zračenja

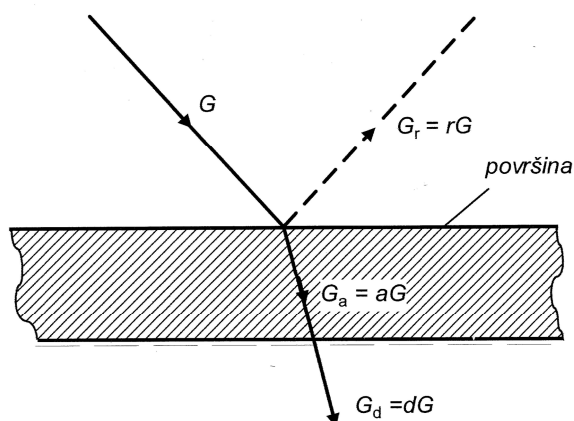
Kako prikazuje slika 3.3 u kratkovalna zračenja spadaju gama zrake, Rontgenske zrake i ultraljubičaste (UV) zrake i ta su kratkovalna zračenja pretežito interes fizičara koji se bave visokim energijama, dok su dugovalna zračenja i radio valovi interes poglavito elektroinženjera. Središnji dio spektra koji na gornjoj slici nije prikazan a aproksimativno se proteže od 0,1 do 100 μm i djelomično obuhvaća ultraljubičasto, sveukupno vidljivo i infracrveno zračenje naziva se *toplinskim zračenjem* i ono je dominantno na izmjenju topline. Od sveukupnog spektra naše oko registrira samo područje valnih duljina od 0,4 do 0,7 μm . Unutar vidljivog spektra najveću valnu duljinu ima crvena a najmanju ljubičasta boja.

Sveukupno zračenje koje dolazi s površine nekog tijela zove se svjetloća površine. Svjetloća površine sastoji se od reflektiranog, propuštenog i vlastitog emitiranog zračenja. Vlastito emitirano zračenje kapljeviti i kruti tijela tretira se kao površinski fenomen. U gotovo svim krutinama i kapljevinama emitirano zračenje od strane unutrašnjih molekula biva snažno apsorbirano od susjednih im molekulama, pa prema tome vlastito emitirano zračenje kapljevine i krutine potiče od molekula koje se nalaze aproksimativno na 1 μm ispod površine. No kod višeatomnih plinova to ne vrijedi kao i kod poluprozirnih krutina kao što su staklo i kristali soli, kod njih se zračenje tretira kao volumenski fenomen.

Svjetloća površine ovisi o različitim uvjetima: o intenzitetu stvarnih izvora zračenja, o propusnosti tvari za te zrake, o svojstvima površine tijela s obzirom na refleksiju zraka i o onim čimbenicima koji utječu na vlastito emitirano zračenje. Dok svjetloća površine ovisi o svim tim čimbenicima vlastito emitirano zračenje neovisno je o vanjskim uvjetima. O tome govori Prevostov stavak: "Vlastito emitirano zračenje nekog prostornog elementa neovisno je o svojstvima njegova okoliša". (hladnije tijelo razlikuje se od toplijeg po tome što emitira manje zračenja)

Refleksija, apsorpcija i propusnost

Ako se nekom tijelu dozračuje energija G tada se dio $G_r = rG$ od površine tijela reflektira, dio $G_a = aG$ kroz površinu u tijelo apsorbira, dok se preostali dio $G_d = dG$ kroz tijelo propusti kako je to prikazano na slici 3.4.



Slika 3.4 Definicija refleksije, apsorpcije i propusnosti

Na osnovu zakona o održanju energije te slike 3.4 može se napisati jednačba

$$G = rG + aG + dG \quad (3.2)$$

koja nakon skraćivanja s G prelazi u donji oblik.

$$r + a + d = 1 \quad (3.3)$$

U jednačbi (3.3) broj r kaže koliki se dio sveukupne dozračene energije od površine reflektira te se naziva faktorom refleksije. Broj a govori o tome koliki se dio sveukupne dozračene energije apsorbira te se naziva faktorom apsorpcije, dok broj d govori o tome koliko se dio sveukupne dozračene energije kroz tijelo propusti i naziva se faktor propusnosti ili diatermije. Za inženjerske primjene praktički sva tijela su nepropusna za prispjelo zračenje pa za njih vrijedi $G_d = dG = 0$, pa je i to razlog da se kod takvih tijela apsorpciju i refleksiju tretira kao površinski fenomen.

Faktor refleksije r ovisi o vrsti tijela, svojstvima njegove površine, ali i o vrsti medija koji graniči s površinom tijela. Apsorpcijski faktor a ovisi o prirodi stijenke, njezinoj temperaturi, valnoj duljini upadnog zračenja λ , ali ne ovisi o intenzitetu dozračene energije. Realne površine imaju vrijednost apsorpcijskog i refleksijskog faktora između 0 i 1.

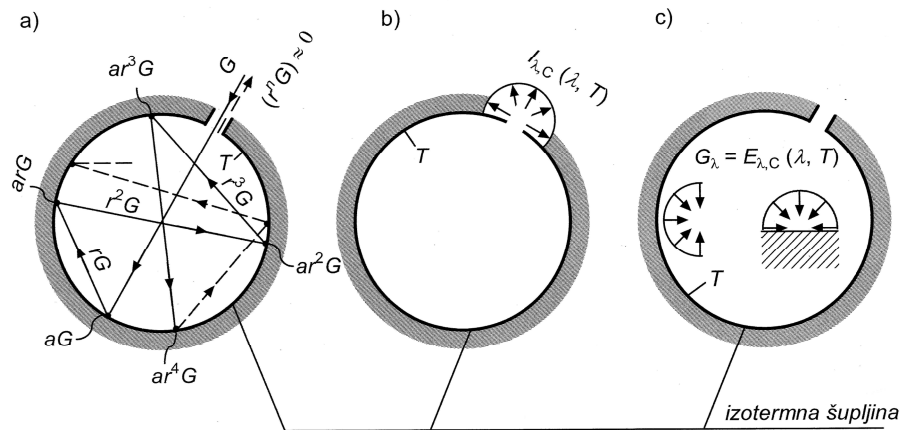
Mogu se uvesti dva idealizirana tijela, crno tijelo koje potpuno apsorbira svu dozračenu energiju i za njega je $a=1$ a time i $r=0$ te idealno zrcalno tijelo čija površina u potpunosti reflektira svu dozračenu energiju ili bijelo tijelo. Za površinu takvog tijela $r=1$ odnosno $a=0$.

Crno tijelo

Kod opisivanja karakteristika zračenja površina realnih tijela uvodi se koncept crnog tijela kojemu se pridružuju sljedeća svojstva:

- potpuno apsorbira sva upadna zračenja svih valnih duljina i svih smjerova
- za zadanu temperaturu i valni duljinu nijedna površina ne može emitirati više zračenja nego površina crnog tijela
- intenzitet zračenja crnog tijela funkcija je valne duljine i njegove temperature ali je neovisan o pravcu pa je crno tijelo difuzni emiter

Crno tijelo kao savršeni apsorber i emiter etalon je za komparaciju zračenja ostalih realnih tijela. Samo nekoliko supstancija u prirodi (crni ugljik, karborandum, crno zlato) približavaju se sa svojim svojstvima crnom tijelu. Takvo tijelo može predstavljati jedna šupljina čija unutrašnja površina ima jednoliku temperaturu T , izotermna šupljina kako je to prikazano na slici 3.5.



Slika 3.5 Uz definiciju crnog tijela

Takva šupljina odnosno njezin otvor mora udovoljiti navedenim kriterijima crnog tijela, pa da bi reflektirano zračenje kroz otvor težilo nuli mora se unutar šupljine odigrati što je moguće veći broj refleksija a time i apsorpcija upadnog zračenja. Na slici 3.5. a) prikazano je što se dogodi kad neka upadna zraka intenziteta G kroz otvor šupljine padne na površinu izotermne šupljine, dio aG će se apsorbirati, a preostali dio rG reflektirati i pogoditi površinu šupljine na drugom mjestu. Sa slike je vidljivo da se s povećanjem broj refleksija i apsorpcija zrake unutar šupljine opada intenzitet reflektirane zrake natrag kroz otvor šupljine te kad bi broj refleksija n težio u ∞ , tada bi vrijednost reflektiranog zračenja kroz otvor šupljine $(r)^n G \Rightarrow 0$. Što je manji otvor prema šupljini to će broj refleksija unutar šupljine biti veći pa je time intenzitet reflektirane zrake natrag kroz otvor šupljine sveden na nulu, pa u tom slučaju intenzitet zračenja koje napušta otvor šupljine ovisi samo o temperaturi površine šupljine i korespondira zračenju crnog tijela za zadanu temperaturu. Pošto je zračenje crnog tijela difuzno tada je i spektralni intenzitet zračenja šupljine $I_{\lambda,c}(\lambda, T)$ koji napušta otvor šupljine neovisan o pravcu što je prikazano na slici 3.5 b). Zračenje unutar šupljine mora biti istog oblika kao i zračenje koje izlazi iz otvora šupljine. Prema tome svaka mala površina unutar šupljine osjeća zračenje za koje je $G_\lambda = E_{\lambda,c}(\lambda, T)$ kako je to prikazano na slici 3.5 c). Svaka površina unutar šupljine ne difuzno ozračena, bez obzira na njenu orijentaciju unutra šupljine.

Planckova raspodjela intenziteta zračenja

Intenzitet vlastitog emitiranog zračenja crnog tijela $I_{\lambda,c}(\lambda, T)$ izražen u W/m^3 izražen je Planckovom jednadžbom kako slijedi:

$$I_{\lambda,c} = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 [\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} \quad (3.4)$$

U jednadžbi (3.4) $h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ i $k = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ nazivaju se Planckova i Boltzmannova konstanta, dok veličine $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ i T predstavljaju brzinu svjetlosti u vakuumu odnosno termodinamičku temperaturu crnog tijela izraženu u K.

Pošto je zračenje crnog tijela difuzno da bi se dobila Planckova raspodjela potrebno je intenzitet vlastitog emitiranog zračenja $I_{\lambda,c}$ s neke elementarne površine crnog tijela dA svesti u čitav poluprstor, pa se prema [3] može pokazati da vrijedi:

$$E_{\lambda,c}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,c} = \frac{\pi 2hc_0^2}{\lambda^5 [\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (3.5)$$

U jednadžbi (3.5) $C_1 = 2\pi hc_0^2 = 3,742 \cdot 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4/\text{m}^2$ i $C_2 = hc_0/k = 1,439 \cdot 10^4 \mu\text{mK}$ nazivaju se prva i druga konstanta zračenja. Iz gornje jednadžbe vidljivo je da se emitirano zračenje kontinuirano mijenja u ovisnosti valne duljine λ , te da za svaku valnu duljinu magnituda emitiranog zračenja raste s porastom temperature.

Stefan - Boltzmannov zakon

Prema prije usvojenom konceptu crnog tijela i modelu izotermne plohe, crno tijelo apsorbira a time i emitira zračenje na svim valnim duljinama, pa da bi se dobilo jednadžbu vlastitog emitiranog zračenja crnog tijela potrebno je integrirati Planckovu spektralnu raspodjelu emitiranog zračenja nad cjelim spektrom valnih duljina.

$$E_c = \int_{\lambda=0}^{\lambda \rightarrow \infty} E_{\lambda,c} d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\lambda \rightarrow \infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} d\lambda = \sigma T^4 \quad (3.6)$$

U jednadžbi (3.6) $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ i naziva se Stefan - Boltzmannova konstanta, dok veličina T označuje termodinamičku temperaturu crnog tijela. Veličina E_c , W/m^2 označuje vlastito emitirano zračenje crnog tijela tj. gustoću vlastitog emitiranog zračenja koju neko crno tijelo emitira u jednu polutku prostora. Prema gornjoj jednadžbi vidljivo je da vlastito emitirano zračenje crnog tijela raste s četvrtom potencijom termodinamičke temperature crnog tijela. Za praktičniji način računanja jednadžba (3.6) može se pisati u obliku

$$E_c = C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (3.7)$$

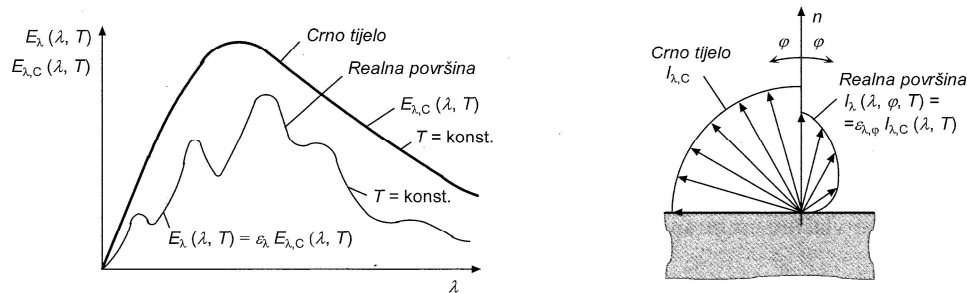
gdje je

$$C_c = 100^4 \sigma = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 (100\text{K})^4) \quad (3.8)$$

Zračenje realnih površina

Emitivno svojstvo realne površine opisuje se pomoću emisijskog faktora ε koji se definira kao omjer vlastitog emitiranog zračenja realne površine i vlastitog emitiranog zračenja crnog tijela pri toj temperaturi. Spektralno zračenje realne površine razlikuje se od Planckove distribucije. Također, dok je spektralna raspodjela intenziteta zračenja crnog tijela po kutu φ difuzna, spektralna raspodjela intenziteta zračenja realne površine može biti drugačija od difuzne. Jedna od raspodjela spektralnog zračenja

$E_\lambda(\lambda, T)$ realne površine i crnog tijela $E_{\lambda,c}(\lambda, T)$ za istu temperaturu dana je na slici 3.6. Također je na slici 3.6 dan primjer raspodjele spektralnog intenziteta zračenja crnog tijela i realne površine.



Slika 3.6 Uz zračenje realnih površina

Sveukupni emisijski faktor predstavlja uprosječenu vrijednost nad svim valnim duljinama i smjerovima i definira se kao

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_c(T)} \quad (3.9)$$

Vrijednost emisijskog faktora realne površine uvijek je manja od jedinice tj. vrijednost sveukupnog emisijskog faktora realne površine leži u intervalu $0 < \varepsilon(T) < 1$. Ako je poznat sveukupni emisijski faktor može se iz jednadžbe (3.9) izračunati vlastito emitirano zračenje realne površine

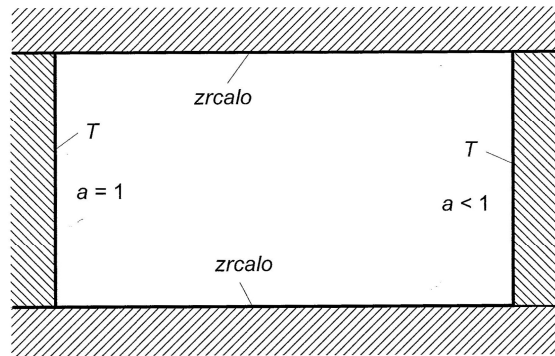
$$E(T) = \varepsilon(T) E_c(T) = \varepsilon(T) \sigma T^4 = \varepsilon(T) C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (3.10)$$

Jednadžba (3.10) predstavlja Stefan - Boltzmannov zakon za realne površine.

Kirchhoffov stavak

Između apsorpcijskog i emisijskog faktora kao svojstava površine postoji uska povezanost koja se može dokazati sljedećim razmatranjem.

Ako se pretpostavi da postoje dvije međusobno suprotne stijenke iste površinske temperature T (slika 3.7) od kojih se lijeva ponaša kao crno tijelo ($a = 1$), dok je druga realna površina ($a < 1$). Stijenke su međusobno povezane idealnim zrcalima ($r = 1$), pa zrcala i površine stijenki, uz navedene temperature uvjete čine adijabatski sustav.



Slika 3.7 Uz Kirchhoffov stavak

Zbog pretpostavljene jednakosti temperatura između stijenki nema izmijenjenog toplinskog toga zračenjem, ali zračenje energije ipak postoji, budući da se s površina jedne na drugu stijenku odašilju njihove ukupne svjetloće. Svjetloća površine crne stijenke sastoji se samo od njezinog vlastitog emitiranog zračenja $E_c(T)$, dok se svjetloća površine realne površine sastoji od vlastitog emitiranog $E(T)$ i reflektiranog zračenja $rE_c(T)$. Iz jednadžbe (3.3) uz $d = 0$ slijedi da je $r = 1 - a$ pa se reflektirano zračenje može izraziti kao $(1 - a)E_c(T)$. Crno tijelo apsorbira cjelokupnu prispjelu svjetloću površine $E(T) + (1 - a)E_c(T)$, dok realna površina apsorbira samo dio prispjele svjetloće crnog tijela $aE_c(T)$. Zorniji prikaz dan je donjom tablicom.

	<i>Emitirano zračenje</i>	<i>Apsorbirano zračenje</i>
<i>Crno tijelo</i>	$E_c(T)$	$E(T) + (1 - a)E_c(T)$
<i>Realna površina</i>	$E(T)$	$aE_c(T)$

Da bi bila ispunjena toplinska ravnoteža mora apsorbirano zračenje bilo crnog tijela bilo realne površine biti jednako njihovom emitiranom zračenju pošto se obje površine na istoj temperaturi T . Iz jednakosti emitiranog i apsorbiranog zračenja realne površine dobiva se veza

$$E(T) = a(T, T)E_c(T) \quad (3.11)$$

tj. da bilo koje tijelo pri nekoj nepromijenjenoj temperaturi emitira toliko vlastitog zračenja koliko zračenja apsorbira od drugog crnog tijela iste temperature.

Usporede li se jednadžbe (3.10) i (3.11) dobiva se jednakost

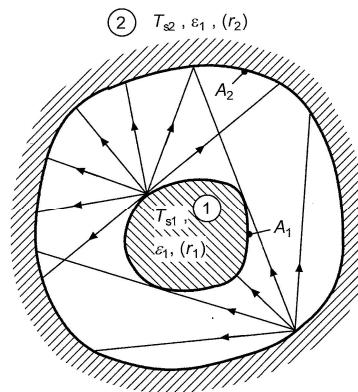
$$a(T, T) = \varepsilon(T) \quad (3.12)$$

odnosno vrijedi da je za svako tijelo koje je u ravnoteži sa zračenjem emisijski faktor jednak njegovom apsorpcijskom faktoru ($a = \varepsilon$). Gornja jednadžba upravo predstavlja Kirchhoffov stavak a odnosi se na poluprostorne vrijednosti apsorpcijskog i emisijskog faktora.

3.2. MODEL OBUHVATNOG TIJELA

U većini problema u interakciji postoje dva ili više tijela različitih temperatura koja međusobno izmjenjuju toplinu zračenjem. Pri tome ne zrači samo toplije tijelo hladnijem nego također i hladnije tijelo toplijem te je toplinski tok jednak razlici apsorbiranih udjela takvih zračenja i usmjeren je od tijela više temperature k tijelu niže temperature. Matematički opis izmjene topline zračenjem vrlo je kompliciran i za sasvim općeniti smještaj tijela u prostoru do eksplicitnog rješenja nije moguće niti doći.

U ovom diplomskom radu potrebno je simulirati zračenje između dva koaksijalna cilindra različitog promjera pa će stoga ovdje biti prikazana izmjena topline zračenjem modela obuhvatnog tijela.



Slika 3.8 Model obuhvatnog tijela

Na slici 3.8. prikazano je tijelo 1, koje ima površinu vanjske plohe A_1 , emisijski faktor ϵ_1 i površinsku temperaturu T_{s1} , obuhvaćeno tijelo 2 koje ima površinu unutrašnje plohe A_2 , emisijski faktor ϵ_2 i površinsku temperaturu T_{s2} .

Zahtjevi na geometriju obuhvaćenog tijela:

- s bilo kojeg elementa površine tijela 1 sveukupna svjetloća površine mora pogađati površinu tijela 2 tj. površina 1 mora biti ispupčena ili ravna
- s bilo kojeg elementa površine tijela 2 mora se vidjeti cjelokupni obris tijela 1 tj. površina tijela 2 na sebi ne smije imati primjetne izbočine ili udubljenja

Sa ovako definiranim zahtjevima na geometrije obuhvatnog i obuhvaćenog tijela sa slike 3.8 vidljivo je da sveukupna svjetloća površine tijela 2 ne pogađa površinu tijela 1, nego samo ω -ti dio njene svjetloće, a preostali $(1-\omega)$ -ti dio pogađa samu sebe. Faktor ω je čisti geometrijski faktor (vidni faktor), neovisan je o toplinskom stanju tijela, emisijskim faktorima i vrijednost mu se kreće unutar intervala $0 < \omega < 1$.

Da bi se odredio toplinski tok koji izmjenjuju dva tijela potrebno je prvo napisati jednadžbe za njihove svjetloće površine. Svjetloća površine tijela 1 sastoji se od vlastitog emitiranog i od dijela nadolazeće svjetloće površine tijela 2 reflektiranog zračenja

$$A_1 K_1 = A_1 E_1 + r_1 \omega A_2 K_2 \quad (3.13)$$

dok se svjetloća površine površine tijela 2 sastoji iz vlastitog emitiranog zračenja, reflektiranog zračenja od ukupno nadolazeće svjetloće površine tijela 1, ali i od reflektiranog zračenja one svjetloće koja je došla od vlastite površine A_2

$$A_2 K_2 = A_2 E_2 + r_2 A_1 K_1 + r_2 (1 - \omega) A_2 K_2 \quad (3.14)$$

Ako se u jednadžbe (3.13) i (3.14) za refleksijske faktore stavi da je $r_1 = 1 - \varepsilon_1$ i $r_2 = 1 - \varepsilon_2$ one prelaze u oblik

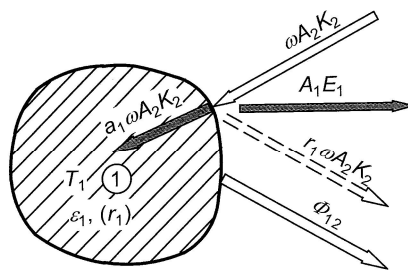
$$A_1 K_1 = A_1 E_1 + (1 - \varepsilon_1) \omega A_2 K_2 \quad (3.15)$$

$$A_2 K_2 = A_2 E_2 + (1 - \varepsilon_2) A_1 K_1 + (1 - \varepsilon_2)(1 - \omega) A_2 K_2 \quad (3.16)$$

Jednadžba za toplinski tok dobije se postavljanjem I. stavka termodinamike na tijelo 1 te on prema slici 3.8 glasi:

$$\Phi_{12z} = A_1 E_1 - a_1 \omega A_2 K_2 \quad (3.17)$$

Izmijenjeni toplinski tog zračenjem Φ_{12z} jednak je vlastitom emitiranom zračenju umanjenom za apsorbirano zračenje kroz njegovu površinu.



Slika 3.9 Energijska bilanca obuhvaćenog tijela

Pomoću jednadžbi (3.15) i (3.16) može se dobiti izraz za svjetloću površine 2

$$K_2 = \frac{\frac{A_1}{A_2} E_1 (1 - \varepsilon_2) + E_2}{\varepsilon_2 + \omega \varepsilon_1 (1 - \varepsilon_2)} \quad (3.18)$$

Uvrštavanjem izraza (3.18) u (3.17) dobiva se

$$\Phi_{12z} = A_1 E_1 - a_1 \omega A_2 \frac{\frac{A_1}{A_2} E_1 (1 - \varepsilon_2) + E_2}{\varepsilon_2 + \omega \varepsilon_1 (1 - \varepsilon_2)} \quad (3.19)$$

U jednadžbi (3.19) ω označava čisti geometrijski faktor neovisan o svojstvima i toplinskim stanjima tijela te ga je najlakše odrediti uz pretpostavku toplinske ravnoteže crnog obuhvatnog i crnog obuhvaćenog tijela te za takav slučaj prema [3] on je jednak

$$\omega = \frac{A_1}{A_2} \quad (3.20)$$

Uvrštavanjem (3.20) u (3.19) te korištenjem relacije (3.12) dobiva se konačan izraz za toplinski tok izmijenjen zračenjem kod modela obuhvatnog tijela

$$\Phi_{12z} = A_1 \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \omega \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \left[\left(\frac{T_{s1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{s2}}{100} \right)^4 \right] \quad (3.21)$$

4. METODA KONAČNIH VOLUMENA

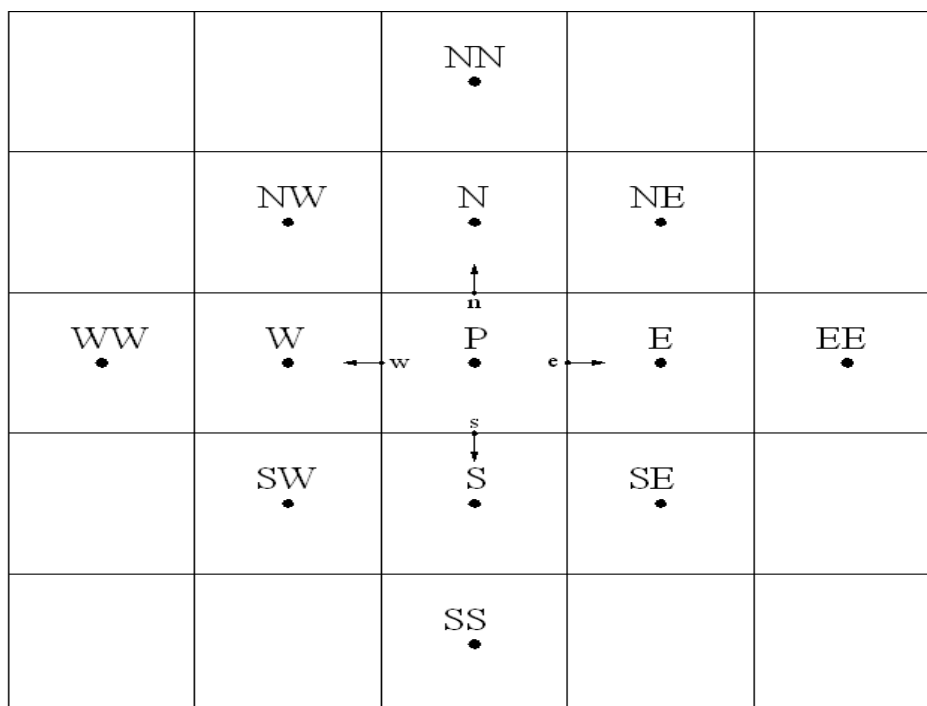
4.1. UVOD

Metoda konačnih volumena najzastupljenija je metoda rješavanja problema strujanja fluida. Temelji se na diskretizaciji domene (proračunskog područja) u konačan broj konačnih volumena koji se međusobno ne preklapaju. Čvor u kojem se računaju vrijednosti fizikalnog svojstva trebao bi se nalaziti u težištu svakog pojedinog volumena, stranica treba presijecati spojnicu susjednih čvorova u sredini, a spojnica sjeći stranicu u sredini. Ispunjavanje ovih zahtjeva povećava točnost interpolacije. Protok kroz granicu dvaju susjednih konačnih volumena mora biti definiran istim izrazom (samo različitog predznaka) da bi bilo ispunjeno svojstvo konzervativnosti. Polazi se od integralne forme zakona očuvanja, budući da se rješava integralna forma implicitno su zadovoljene bilance fizikalnih svojstava na razini konačnog volumena te domene u cjelini.

Mogući načini formiranja računalne mreže konačnih volumena su:

- najprije se napravi mreža konačnih volumena te se čvorovi smjeste u njihova središta (uobičajen način)
- najprije se definiraju čvorovi te se mreža konačnih volumena kreira naknadno tako da stranica konačnog volumena leži na sredini između dva čvora

Metoda konačnih volumena ne postavlja ograničenja na oblik konačnog volumena te većina komercijalnih programa računalne dinamike fluida podupire mogućnost upotrebe različitih tipova konačnih volumena. Na slici 4.1 prikazana je jedna strukturirana mreža sa standardnim oznakama čvorova i stranica konačnog volumena prema stranama svijeta.

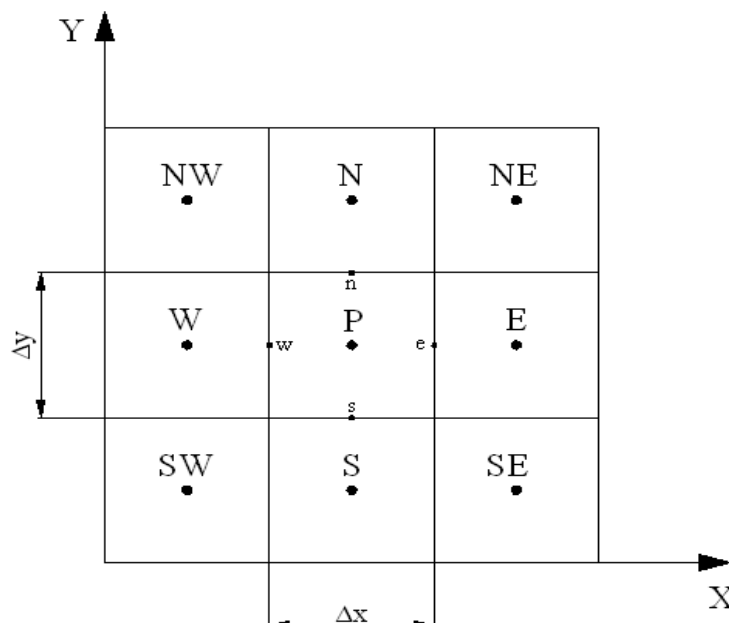


Slika 4.1 Prikaz standardnih oznaka čvorova i stranica

4.2. DISKRETIZACIJA OPĆEG ZAKONA OČUVANJA

Metoda konačnih volumena temelji se na diferencijalnom obliku općeg zakona očuvanja prikazanom jednažbom (2.9).

Ako se promotri 2D domena diskretizirana s pravokutnom mrežom (slika 4.2) na kojoj se fizikalno svojstvo mijenja s prostornim i vremenskom koordinatom može se pokazati kako se opći zakon očuvanja koji je opisan parcijalnom diferencijalnom jednažbom (2.9) uz uvođenje određenih aproksimacija može prikazati algebarskom jednažbom.



Slika 4.2 Mreža konačnih volumena

Ako fizikalno svojstvo označimo s φ u starom vremenskom trenutku ono će imati oznaku φ^o , a u novom φ^n . Brzinu u smjeru osi x označimo s u , a u smjeru y s v . Raspisivanjem općeg zakona očuvanja po prostornim koordinatama dobije se:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = S_\varphi \quad (4.1)$$

Iz izraza (4.1) potrebno je dobiti integralni oblik jednažbe za konačni volumen s čvorom P u njegovom težištu. Interpolacijom vrijednosti fizikalnog svojstva u čvoru P s pomoću susjednih čvorova na stranicama konačnog volumena, integriranjem po prostornim i vremenskoj koordinati te raspisivanjem integrala kojih je to moguće dobije se:

$$\int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \left[(\rho\varphi_P)^n - (\rho\varphi_P)^o \right] dx dy + \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} \left(\rho u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \Big|_w^e dy dt + \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta t} \left(\rho v \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \Big|_s^n dx dt = \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} S_\varphi dx dy dt \quad (4.2)$$

Da bi se riješili integrali u jednadžbi (4.2) moraju se uvesti određene aproksimacije pomoću srednjih vrijednosti funkcija. Prema definiciji srednja vrijednost neke funkcije f dana je izrazom:

$$\int_0^{\Delta x} f(x) dx = \bar{f} \Delta x \quad (4.3)$$

Usvajanjem slijedećih oznaka za aproksimacije i pravila može se izvesti konačna jednadžba po konačnom volumenu s nepoznatim vrijednostima φ , $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ u točkama e , w , s i n na granicama konačnog volumena.

- srednja vrijednost po površini $\Delta x \Delta y$
- srednja vrijednost po $\Delta x \Delta y \Delta t$
- ^ srednja vrijednost po $\Delta x \Delta t$ ili $\Delta y \Delta t$

$$\begin{aligned} \square u \varphi &= \hat{u} \hat{\varphi} \\ \left(\square u \varphi \right)_e &= u_e \varphi_e \\ \left(\square \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_e &= \Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ako se uzme još da su gustoća ρ i koeficijenti difuzije Γ konstantne vrijednosti dobiva se slijedeći izraz:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y &+ \left[\rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \right] \Delta y - \left[\rho u_w \varphi_w - \Gamma_w \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_w \right] \Delta y + \\ &+ \left[\rho v_n \varphi_n - \Gamma_n \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_n \right] \Delta x - \left[\rho v_s \varphi_s - \Gamma_s \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_s \right] \Delta x = \tilde{S}_\varphi \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (4.5)$$

U izrazu (4.5) članovi s uglatim zagradama označavaju protok fizikalnog svojstva kroz stranicu konačnog volumena koji se označava s J i može se napisati u ovom obliku:

$$J_e = \left[\rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \right] \Delta y \quad (4.6)$$

Izraz (4.6) označava protok fizikalnog svojstva kroz stranicu na kojoj se nalazi točka e i može se napisati kraće pomoću masenog protoka tj. jačine konvekcije F i difuzijske vodljivosti D kako slijedi:

$$J_e = F_e \varphi_e - D_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \quad (4.7)$$

Analogno vrijedi i za ostale stranice.

Općenito Pecletov broj definira se kao odnos masenog protoka i difuzijske vodljivosti:

$$Pe = \frac{F}{D} = \frac{\rho v^n \Delta A}{\Gamma \frac{\Delta A}{s}} = \frac{\rho v^n s}{\Gamma} \quad (4.8)$$

gdje je v^n projekcija vektora brzine u smjeru vanjske normale na stranicu konačnog volumena, s udaljenost središta stranice konačnog volumena od čvorova konačnog volumena, a ΔA površina stranice konačnog volumena.

Jednadžba (4.5) se može pomoću (4.7) kraće zapisati:

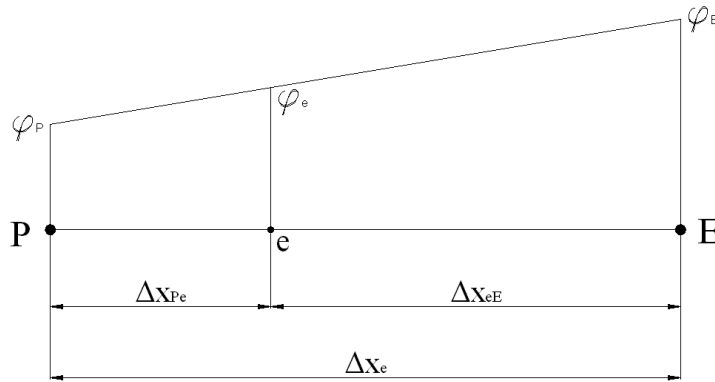
$$\rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y + J_e - J_w + J_n - J_s = \tilde{S}_\varphi \Delta x \Delta y \quad (4.9)$$

Primjenom određene sheme diferencije potrebno je definirati vrijednosti φ i derivacija $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ na granicama konačnih volumena s pomoću čvornih vrijednosti. Nelinearni izvorski članovi $\tilde{S}_\varphi$ se lineariziraju u obliku:

$$\tilde{S}_\varphi = A\varphi_p + B \quad (4.10)$$

Često primjenjivane sheme za određivanje tih vrijednosti su shema centralne diferencije i uzvodna (upwind) shema.

Shema centralne diferencije



Slika 4.3 Shema centralne diferencije

$$\varphi_e = \frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} \varphi_P + \frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} \varphi_E \quad (4.11)$$

uz $\frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} = \alpha$ i $\frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} = (1-\alpha)$ slijedi:

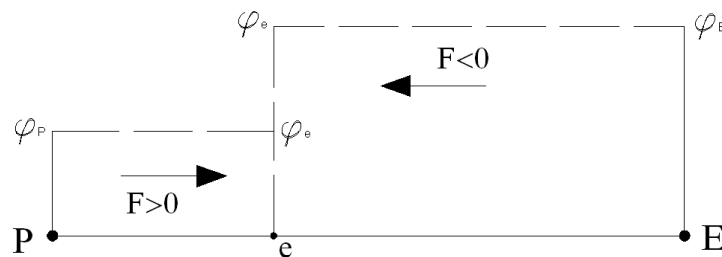
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \alpha \varphi_P + (1-\alpha) \varphi_E \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e &= \varphi_E - \varphi_P \end{aligned} \quad (4.12)$$

Kad je $\alpha = 0.5$ točka e na jednakoj je udaljenosti od čvorova P i E i tada su vrijednosti na granicama konačnog volumena definirane na slijedeći način:

$$\varphi_e = \frac{1}{2}(\varphi_P + \varphi_E) \quad (4.13)$$

Schema centralne diferencije je drugog reda točnosti ali može unijeti numeričku nestabilnost u rezultate.

Uzvodna (upwind) shema diferencije



Slika 4.4 Upwind shema diferencije

$$\varphi_e = \varphi_P \text{ za } F > 0, \quad \varphi_e = \varphi_E \text{ za } F < 0 \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e = \varphi_E - \varphi_P \quad (4.14)$$

Uzvodna shema diferencije prvog je reda točnosti pa stoga unosi dodatnu netočnost u vidu lažne numeričke difuzije.

Postoje i sheme višeg reda koje uzimaju u obzir veći broj računalnih točaka (linear upwind shema, "quick" shema) pa su stoga i točnije, ali vrijeme rješavanja s tim shemama se produljuje.

4.3. SIMPLE ALGORITAM

Pri rješavanju nekog problema strujanja cilj je dobivanje rješenja za cjelokupno polje strujanja. U općem slučaju nije poznato polje brzine strujanja, a isto vrijedi i za polje tlaka. SIMPLE algoritam naziv je za algoritam koji iz jednadžbe kontinuiteta i jednadžbi količine gibanja dolazi do rješenja tih dvaju polja.

SIMPLE algoritam će se pokazati na 2D laminarnom stacionarnom strujanju. Jednadžbe za takvo strujanje glase:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)\end{aligned}\tag{4.15}$$

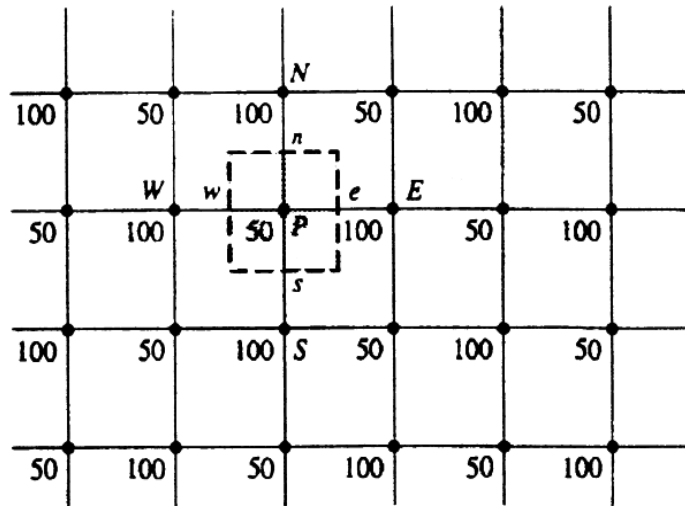
Pri rješavanju sustava jednadžbi (4.15) nailazi se na slijedeće probleme:

- konvektivni članovi u jednadžbama količine gibanja sadrže nelinearne članove
- najsloženiji problem predstavlja tlak koji se pojavljuje u obje jednadžbe količine gibanja, a ne pojavljuje se u jednadžbi kontinuiteta iz koje bi ga trebalo izračunati

U općem slučaju ne poznaje se unaprijed gradijent tlaka, ako se radi o stlačivom strujanju jednadžba kontinuiteta bi se mogla upotrijebiti kako transportna jednadžba za gustoću, a energijska jednadžba kao transportna za temperaturu, tada bi se tlak mogao odrediti pomoću jednadžbe stanja $p = p(\rho, T)$. To nije slučaj kod nestlačivog strujanja jer je gustoća konstantna i ne pojavljuje se u jednadžbi kontinuiteta. U tom slučaju tlak i brzine međusobno su vezani u jednadžbama i predstavljaju ograničenje za dobivanje rješenje.

Problemi s nelinearnosti članova te povezanosti tlaka i brzina u jednadžbama (4.15) rješavaju se primjenom iterativnog postupka. Jedan od takvih postupaka je i SIMPLE algoritam koji su razvili Patankar i Spalding 1972. [2]. Na početku se pretpostavljaju početne vrijednosti polja tlaka i brzina. U iterativnom postupku se te pretpostavljene vrijednosti korigiraju sve dok se ne zadovolje zadani uvjeti konvergencije.

Potrebno je provesti analizu o poziciji čvorova u kojima će se bilježiti brzine, a u kojima tlak. To se može provesti na jednostavnom primjeru. Mjerne točke za tlak i brzine stavimo u čvorove svakog konačnog volumena na mreži. Pretpostavimo sada da smo nekako dobili krajnje neregularnu raspodjelu tlaka sa vrijednostima prikazanim na slici 4.5.



Slika 4.5 Raspodjela tlaka po čvorovima

Ako se napišu izrazi za gradijente tlaka za označeni konačni volumen s pomoću interpoliranih vrijednostima tlakova u čvorovima na sredini stranica konačnog volumena dobije se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\Delta x} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2}\right)}{\Delta x}$$

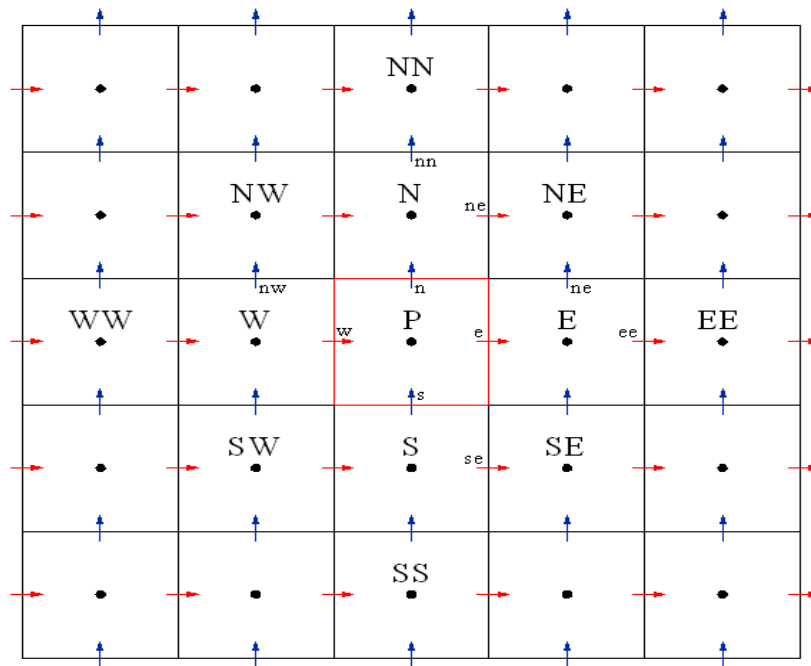
$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_W}{2\Delta x} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_n - p_s}{\Delta y} = \frac{\left(\frac{p_N + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_S}{2}\right)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_N - p_S}{2\Delta y} \quad (4.17)$$

Površina označenog konačnog volumena jednaka je $\Delta x \Delta y$.

U jednadžbama (4.16) i (4.17) uopće se ne pojavljuje tlak u čvoru P. Ako se u jednadžbe ubace odgovarajuće vrijednosti tlaka u čvorovima jasno je vidljivo da su svi gradijenti tlaka jednaki nuli. Kao rezultat toga ovakva raspodjela tlaka dala bi nam i nulte vrijednosti gradijenata u jednadžbama količine gibanja što nije fizikalno pošto je sa slike vidljivo da postoji razlika tlakova. Lijek za to je mreža koju su predložili Harlow i Welch [2], oni su mjerne točke za skalarne vrijednosti (tlak, gustoća, temperatura) postavili u čvorove koji su u težištu konačnog volumena, a čvorove za mjerenje brzina na središtu stranica konačnih volumena.



Slika 4.6 Mreža prema Harlowu i Welch

U čvorovima označenim s crvenim strelicama pamti se brzina u , a u čvorovima označenim s plavim strelicama brzina v . Površina označenog crvenog konačnog volumena također je jednaka je $\Delta x \Delta y$.

Na slici 4.6 konačni volumeni za brzinu razlikuju se od onoga za tlak (crveni), konačni volumen za brzinu u u središtu ima crvenu strelicu, a konačni volumen za brzinu v plavu strelicu. Ako sad napišemo izraze za gradijente tlaka npr. za konačni volumen za brzinu u oni glase:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_P}{\Delta x} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\Delta y} \quad (4.19)$$

Uz pomoć mreže konačnih volumena na slici 4.6 mogu se sada napisati jednadžbe količine gibanja za čvorove e , w , n i s u malo drukčijem obliku.

$$\begin{aligned} a_p^u u_e &= \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} - (p_E - p_P) \Delta y \\ a_p^u u_w &= \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} - (p_P - p_W) \Delta y \\ a_p^v v_s &= \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} - (p_P - p_S) \Delta x \\ a_p^v v_n &= \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} - (p_N - p_P) \Delta x \end{aligned} \quad (4.20)$$

U sustavu jednađbi (4.20) $\sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb}$ označava sumu četiri susjedne brzine u smjeru brzine u pomnožene određenim koeficijentima. Analogno vrijedi i za $\sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb}$.

Kako je već napisano SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algoritam započinje pretpostavljanjem vrijednostima brzina i tlaka koje možemo označiti sa zvjezdicom. Tada možemo zapisati jednađbe za tlak i brzinu pomoću pretpostavljenih (trenutnih) vrijednosti i korekcija označenih s crticom.

$$\begin{aligned} p &= p^* + p' \\ u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad (4.21)$$

Promotrimo li zadnju jednađbu sustava jednađbi (4.20) i u nju uvrstimo trenutne vrijednosti brzina i tlakova dobiva se:

$$a_p^v (v_n - v'_n) = \sum_{nb} a_{nb}^v \cdot (v_{nb} - v'_{nb}) - \left[(p_N - p_P) - (p'_N - p'_P) \right] \Delta x \quad (4.22)$$

Ako od ove jednađbe oduzmemo zadnju jednađbu sustava (4.20) dobije se izraz koji definira korekciju brzine v'_n :

$$v'_n = -\frac{\Delta x}{a_p^v} (p'_N - p'_P) \quad (4.23)$$

Analogno:

$$\begin{aligned} v'_s &= -\frac{\Delta x}{a_p^v} (p'_P - p'_S) \\ u'_e &= -\frac{\Delta y}{a_p^u} (p'_E - p'_P) \\ u'_w &= -\frac{\Delta y}{a_p^u} (p'_P - p'_W) \end{aligned}$$

Jednađba kontinuiteta za konačni volumen označen na slici 4.6 crvenom bojom glasi:

$$\rho u_e \Delta y - \rho u_w \Delta y + \rho v_n \Delta x - \rho v_s \Delta x = 0 \quad (4.24)$$

Kraće se ona može zapisati pomoću masenih protoka (jačina konvekcija) u obliku:

$$F_e + F_w + F_n + F_s = 0 \quad (4.25)$$

Uvrštavanjem jednadžbi za tlak i brzina pomoću zbroja njihovih trenutnih vrijednosti i vrijednosti njihovih korekcija i uvrštavanjem izraza za korekciju brzina dobiva se jednadžba za korekciju tlaka slijedećeg oblika:

$$p'_p \left(\frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{ue}} + \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{uw}} + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vn}} + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vs}} \right) = \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{ue}} p'_E + \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{uw}} p'_W + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vn}} p'_N + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vs}} p'_S - (F_e^* - F_w^* + F_n^* - F_s^*) \quad (4.26)$$

Jednadžba za korekciju tlaka može se prikazati i u skraćenom obliku:

$$a_p p'_p = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b^* \quad (4.27)$$

gdje je:

$$b^* = -(F_e^* - F_w^* + F_n^* - F_s^*)$$

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb}$$

Kriterij po kojem se jasno vidi da li numerički postupak konvergira ili divergira je maseni rezidual ili kriterij odstupanja od jednadžbe kontinuiteta. Definiran je slijedećim izrazom:

$$R_m = \sum_{sviKV} |b^*| \quad (4.28)$$

U komercijalnim paketima računalne dinamike fluida on se obično prikazuje normiran s masenim protokom na ulazu u domenu proračuna pa tada govorimo o normiranom masenom rezidualu. Proračun se vrši sve dok se njegova vrijednost ne spusti ispod unaprijed zadane vrijednosti od strane korisnika. Postoje i drugi reziduali koji prikazuju odstupanje od jednadžbi količine gibanja, jednadžbe za ε i k kod turbulentnog strujanja, ali njih ovdje nećemo prikazati.

SIMPLE ALGORITAM

- I. pretpostavi polje brzine i tlaka
- II. izračunaj koeficijente a^u i riješi jednadžbu količine gibanja za x smjer $\Rightarrow u^*$
- III. izračunaj koeficijente a^v i riješi jednadžbu količine gibanja za y smjer $\Rightarrow v^*$
- IV. izračunaj jednadžbe za podrelaksaciju brzina (promjena unutar trenutne iteracije)
- V. izračunaj a_p i b^* i riješi jednadžbu za korekciju tlaka $\Rightarrow p'$
- VI. izračunaj jednadžbu za podrelaksaciju tlaka
- VII. korigiraj brzine $u = u^* + u'$, $v = v^* + v'$
- VIII. provjeri rezidualne (ako su ispod zadane vrijednosti prekini iterativni postupak, u protivnom vrati se na točku II.)

Jednadžbe za podrelaksaciju brzina:

$$\begin{aligned} u &= u + \alpha_u (u - u^*) \\ v &= v + \alpha_v (v - v^*) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Jednadžba za podrelaksaciju tlaka:

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.30)$$

Faktori podrelaksacija brzina α_u , α_v vrijednosti su između 0 i 1 dok se za faktor podrelaksacije tlaka α_p uzima vrijednost 0.3.

Faktori podrelaksacije služe tome da se tlak i brzine ne korigiraju odmah za cijelu vrijednost korekcije jer bi se u tom slučaju moglo dogoditi da postupak postane nestabilan.

4.4. DISCRETE ORDINATES (DO) MODEL ZRAČENJA (FLUENT)

Fluent omogućava odabir između 5 različitih modela zračenja s ili bez prisustva medija i to su:

- Discrete Transfer Radiation Model (DTRM)
- P-1 Radiation Model
- Rosseland Radiation Model
- Surface to Surface (S2S) Radiation Model
- Discrete Ordinates (DO) Radiation Model

Za simulaciju problema zračenja odabran je DO model pa će se prikazati njegove prednosti, ograničenja te jednadžbe.

Prednosti i ograničenja DO modela zračenja

DO modelom zračenja može se računati velik raspon problema zračenja od običnog problema zračenja između površina do prisutstva zračenja u problemima izgaranja. Također omogućava izračunavanje izmjene topline zračenjem polu-prozirnih zidova. Na trajanje izračuna problema direktno se može utjecati brojem korištenih kutnih diskretizacija. Trenutna implementacija ograničena je na ili sivu radijaciju ili ne-sivu radijaciju koja se računa pomoću "gray-band" modela. Rješavanje problema zračenja s finom kutnom diskretizacijom u pravilu je jako zahtjevno za procesor računala. Ne-siva implementacija u programu Fluent koristi se kad prisutni medij posjeduje spektralni faktor apsorpcije a_λ koji varira kroz spektar. Kao primjer medija koji posjeduje takav a_λ može se spomenuti staklo. Trenutnom se implementacijom ne može modelirati ponašanje plinova kao što su ugljični dioksid i vodena para, koji apsorbiraju i emitiraju energiju samo pri određenim valnim duljinama. Modeliranje ne-sive radijacije je još uvijek područje u razvoju, doduše neki znanstvenici su koristili "gray-band" model da bi simulirali ponašanje plinova pretpostavivši pritom da je faktor apsorpcije konstantan unutar pojedinog pojasa valnih duljina.

Ne-siva implementacija u programu Fluent kompatibilna je sa svim modelima koje koristi i siva implementacija DO modela zračenja. Tako je moguće u račun uključiti rasipanje, anizotropiju, polu-prozirni medij, čak i partikularne efekte tj. taloženje čestica. Ne-siva implementacija modela pretpostavlja konstantan koeficijent apsorpcije kroz svaki pojas valnih duljina. Implementacija dopušta zadavanje faktora spektralne emisivnosti na zidovima. Za emisivnost se pretpostavlja da je konstantna unutar svakog pojasa valnih duljina.

Teorija i jednadžbe DO modela zračenja

DO model zračenja rješava transportnu jednadžbu zračenja za konačan broj određenih kuteva, od kojih je svaki određen svojim vektorom smjera u globalnom kartezijском sustavu. Broj kuteva definiran je od strane korisnika, s povećanjem broja kuteva naravno raste i vrijeme izračuna.

U programu Fluent dostupne su dvije implementacije DO modela zračenja:

- nespregnuta (uncoupled)
- energijski spregnuta (energy coupled)

Nespregnuta implementacija je dosljedna prirodi i koristi konzervativnu varijantu DO modela koja se naziva shemom konačnih volumena, te njegovo proširenje na nestrukturirane mreže. U nespregnutom obliku jednadžbe za energiju i intenzitet zračenja rješavaju se jedna po jedna.

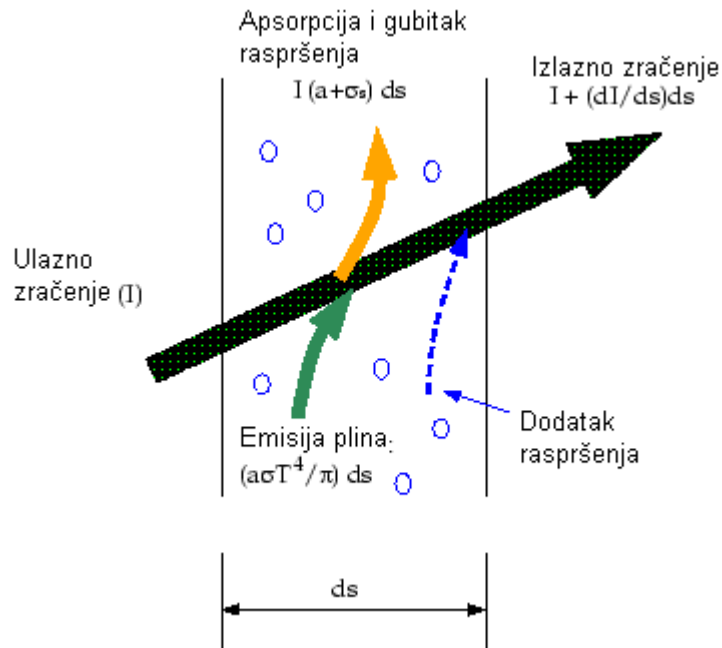
S druge strane u spregnutoj implementaciji DO modela koja se još naziva i COMET jednadžbe energije i intenziteta zračenja rješavaju se za jedan volumen simultano. Prednost korištenja spregnute implementacije je ta da ubrzava računanje zračenja kod medija s velikom optičkom debljinom (neprozirnošću) i/ili visokim faktorom raspršivanja.

U svrhu pojašnjenja jednadžbe koju rješava DO modela zračenja potrebno je prvo prikazati transportnu jednadžbu zračenja za apsorbirajući, emitirajući i raspršujući medij na poziciji $\vec{r}$ za smjer $\vec{s}$

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} + (a + \sigma_s) \cdot I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \cdot \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega' \quad (4.31)$$

U jednadžbi (4.31) $\vec{r}$ označava vektor položaja, $\vec{s}$ vektor smjera, $\vec{s}'$ vektor smjera raspršenja, s dužinu puta, a faktor apsorpcije, n indeks loma, σ_s faktor raspršenja, σ Stefan - Boltzmannovu konstantu ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$), $I(\vec{r}, \vec{s})$ intenzitet zračenja, T lokalnu temperaturu, Φ faznu funkciju a Ω' određeni kut.

$(a + \sigma_s) \cdot s$ naziva se optička debljina odnosno neprozirnost medija. Indeks loma n važan je pri računanju zračenja u polu-prozirnom mediju. Na slici 4.7 prikazan je proces prijenosa topline zračenjem.



Slika 4.7 Proces prijenosa topline zračenjem

DO model zračenja izračunava transportnu jednadžbu zračenja u smjeru $\vec{s}$ kao funkciju polja, pa se prema tome jednadžba (4.31) može zapisati kako slijedi:

$$\nabla \cdot (I(\vec{r}, \vec{s}) \vec{s}) + (a + \sigma_s) \cdot I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \cdot \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega' \quad (4.32)$$

Fluent također omogućava modeliranje ne-sive radijacije koristeći "gray-band" model. Transportna jednadžba za spektralni intenzitet zračenja $I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})$ može se napisati kao

$$\nabla \cdot (I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) \vec{s}) + (a_\lambda + \sigma_s) \cdot I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) = a_\lambda n^2 I_{b\lambda} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \cdot \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega' \quad (4.33)$$

U gornjoj jednadžbi λ odnosi se na valnu duljinu, a_λ faktor spektralne apsorpcije a $I_{b\lambda}$ intenzitet zračenja crnog tijela dan Planckovom funkcijom. Faktor raspršenja, faza raspršenja i indeks loma n pretpostavljaju se neovisni o valnoj duljini.

Ne-siva implementacija modela dijeli spektar zračenja na N pojaseva valnih duljina koji moraju biti dodirni ili jednaki omjerom. Intervali valnih duljina zadaju se od strane korisnika. Transportna jednadžba zračenja integrira se preko svakog intervala valnih duljina što rezultira transportnom jednadžbom za $I_\lambda \Delta\lambda$, intenzitet zračenja sadržan unutar pojasa valnih duljina $\Delta\lambda$. Ponašanje u svakom pojasu valnih duljina pretpostavlja se kao sivo. Intenzitet zračenja crnog tijela $I_{b\lambda}$ u pojasu valnih duljina po jedinici kuta može se napisati kao

$$I_{b\lambda} = [F(0 \rightarrow n\lambda_2 T) - F(0 \rightarrow n\lambda_1 T)] n^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (4.34)$$

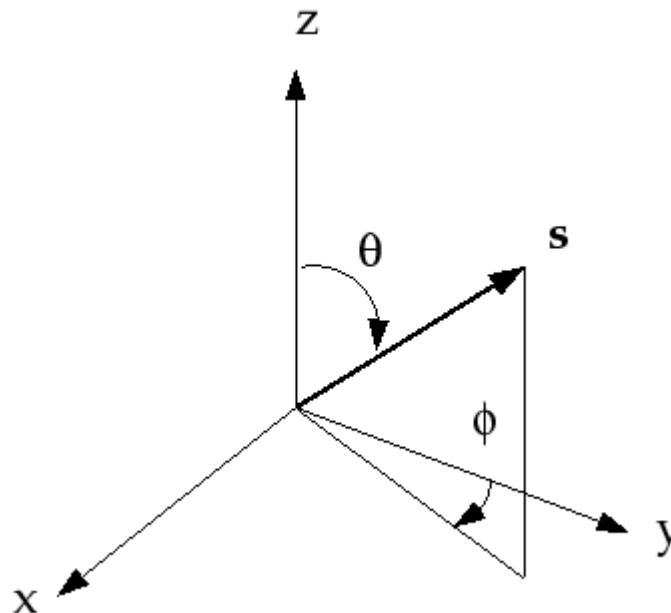
U jednadžbi (4.34) $F(0 \rightarrow n\lambda T)$ označava dio energije zračenja crnog tijela emitiranog u intervalu valnih duljina od 0 do λ pri temperaturi T u mediju indeksa loma n . λ_2 i λ_1 su granice intervala pojasa valnih duljina.

Cjelokupni intenzitet zračenja $I(\vec{r}, \vec{s})$ u svakom smjeru $\vec{s}$ i na svakoj poziciji $\vec{r}$ izračunava se preko donje jednadžbe sumiranjem preko svih pojasa valnih duljina.

$$I(\vec{r}, \vec{s}) = \sum_k I_{\lambda_k}(\vec{r}, \vec{s}) \Delta\lambda_k \quad (4.35)$$

Kutna diskretizacija i podjela kontrolnih kuteva ("pixelation")

Svaki oktant 4π kutnog prostora pri bilo kojem prostornom položaju diskretiziran je u $N_\theta \times N_\phi$ kuteva raspona ω_i zvanih kontrolni kutevi. Kutevi θ i ϕ polarni su i azimutski kut i mjere se s obzirom na globalni kartezijski sustav kako je to prikazano na slici 4.8.



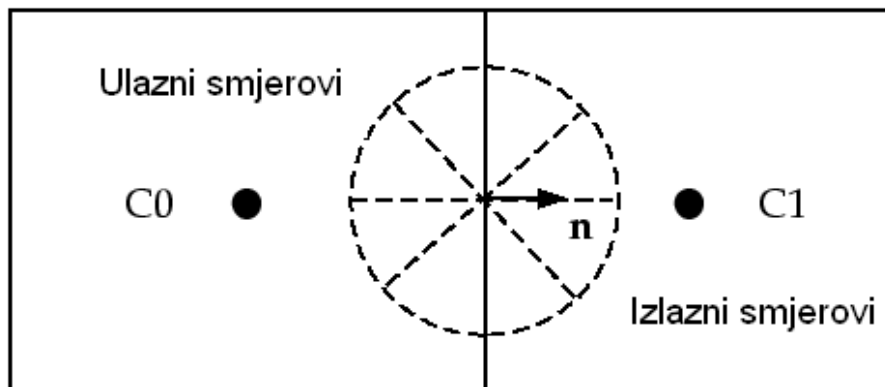
Slika 4.8 Polarni koordinatni sustav

θ i ϕ označavaju veličine kontrolnih kuteva dok su $\Delta\theta$ i $\Delta\phi$ konstantne vrijednosti. U dvodimenzijским izračunima rješavaju se samo 4 oktanta zbog simetrije te je tada maksimalni broj smjerova $4N_\theta N_\phi$. U trodimenzijским problemima broj smjerova za koji se rješavaju transportne jednadžbe jest $8N_\theta N_\phi$. U slučaju ne-sivog DO modela $4N_\theta N_\phi$ ili $8N_\theta N_\phi$ rješava se za svaki interval valnih duljina.

Početne vrijednosti koje se nude u programu Fluent za kutnu diskretizaciju su $N_\theta = N_\phi = 2$ i one su dovoljne za većinu praktičnih problema, ali se opet to smatra dosta grubom pretpostavkom. Povećavši N_θ i N_ϕ na vrijednosti od 3 do 5 dobivaju se puno pouzdaniji rezultati. Finija kutna diskretizacija doprinosi lakšem rješavanju problema zračenja kod manjih geometrijskih oblika ili kod postojanja velikih prostornih razlika u temperaturi. Također se finijom kutnom diskretizacijom utječe

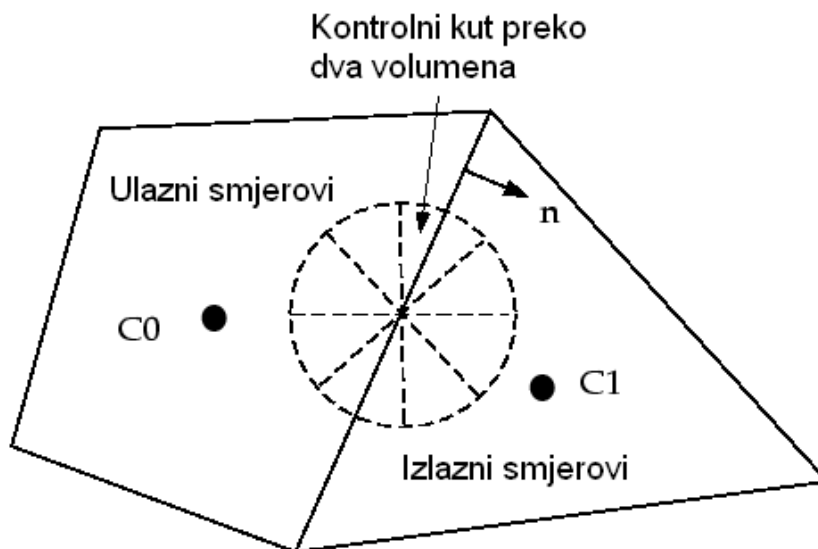
uvelike na vrijeme računanja problema. Što se finija kutna diskretizacija upotrijebi to je problem zahtjevniji za procesor računala.

Pri korištenju kartezijskih (strukturiranih) mreža konačnih volumena moguće je poravnati globalnu kutnu diskretizaciju s površinom (licem) kontrolnog volumena kako je to prikazan na slici 4.9.



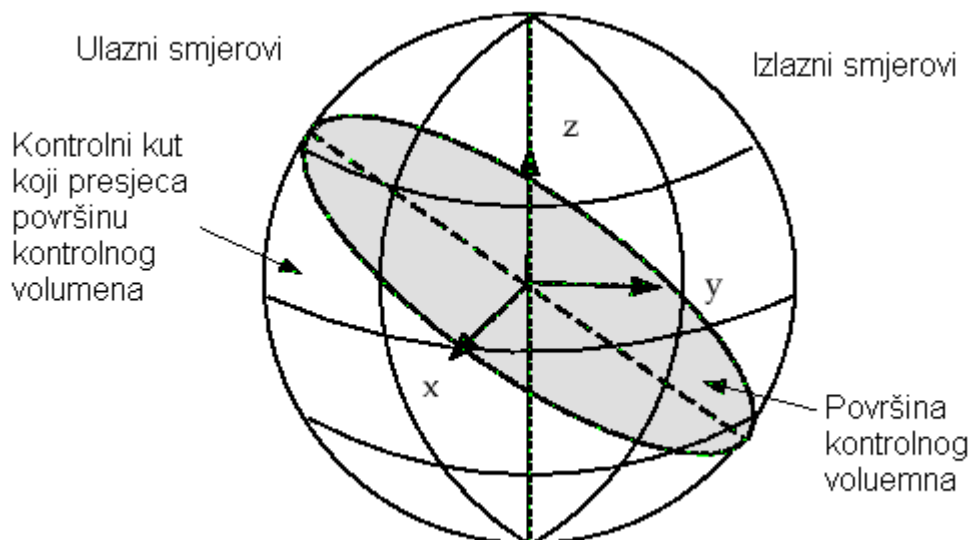
Slika 4.9 Kutna diskretizacija na 2D strukturiranoj mreži

Za općenite nestrukturirane mreže površina (lice) kontrolnog volumena u pravilu se ne poklapa s globalnom kutnom diskretizacijom (slika 4.10), te iz toga proizlazi problem da se jedan kut prostire preko dva kontrolna volumena.



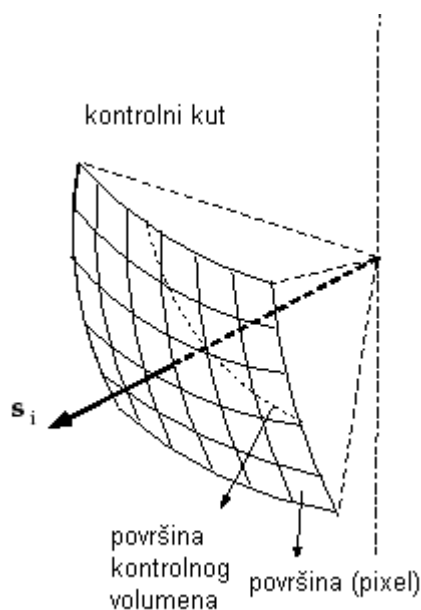
Slika 4.10 Kutna diskretizacija na 2D nestrukturiranoj mreži

U osnovi, kontrolni kutevi mogu presijecati površinu kontrolnog volumena tako djelomično ulaze a djelomično izlaze s površine kontrolnog volumena kako je to prikazano na slici 4.11.



Slika 4.11 Kutna diskretizacija na 3D mreži

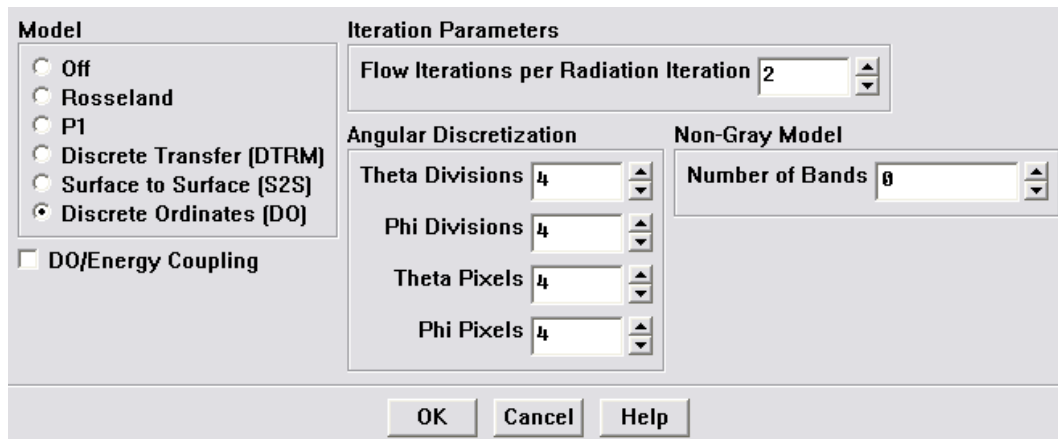
Površina kontrolnog volumena presijeca sferu i pritom ju dijeli na dva područja pri proizvoljnom kutu. Površina presjeka je veliki krug vidljiv gore na slici. Pojave prikazane na slikama 4.10 i 4.11 rješavaju se dijeljenjem kontrolnog kuta koji presijeca površinu kontrolnog volumena na određen broj površina ("pixelation"). Svaki kontrolni kut koji se proteže preko više kontrolnih volumena dijeli se na $N_{\theta p} \times N_{\phi p}$ površina kako je to prikazano na slici 4.12.



Slika 4.12 Primjer dijeljenja kontrolnog kuta ("pixelation")

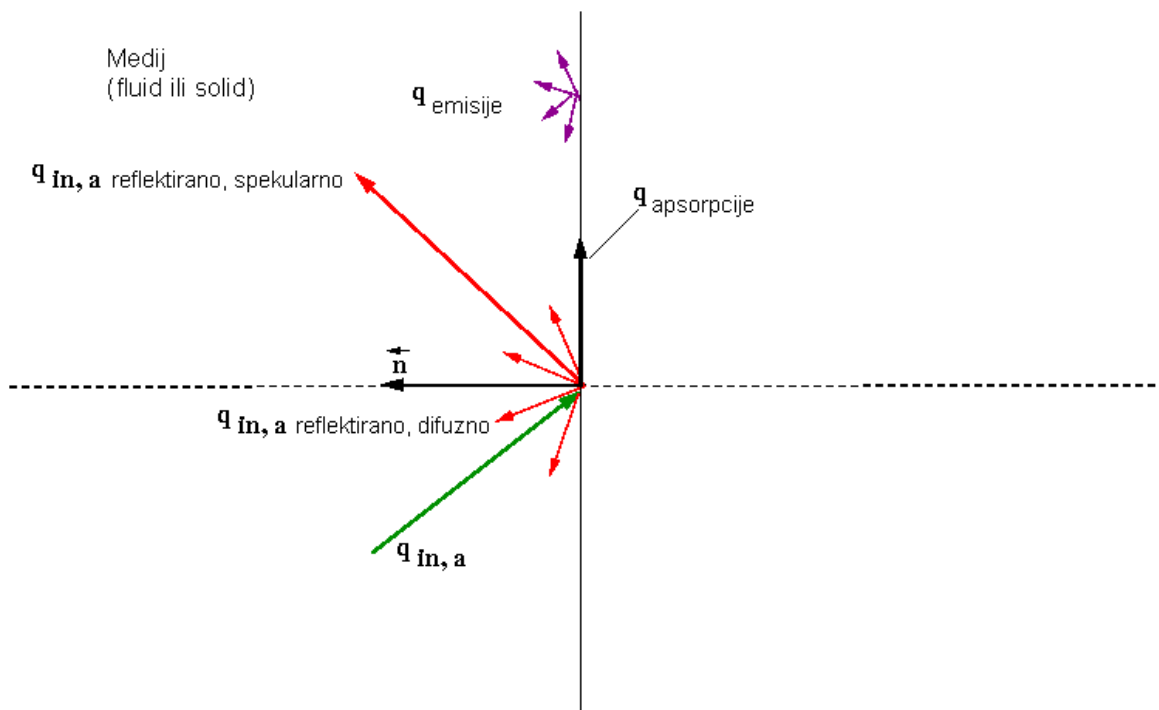
Energija u svakoj od $N_{\theta p} \times N_{\phi p}$ površina tretira se kao ulazna ili izlazna na površini kontrolnog volumena. Fluent omogućava korisniku odabir broja razdjelnih površina (pixela). Za probleme sivog difuznog zračenja početne postavke $N_{\theta p} = N_{\phi p} = 1$ su obično dovoljne. Kod problema s rubnim uvjetima simetrije, periodičkim rubnim

uvjetima, spekularnim efektima ili polu transparentnim granicama preporuča se da se koristi veći broj razdjelnih površina tj. $N_{\theta p} = N_{\phi p} = 3$. Također potrebno je imati na umu da povećanjem broja površina povećava se i vrijeme trajanja izračuna. U ovom diplomskom radu korištene su postavke DO modela zračenja prema slici 4.13.



Slika 4.13 Postavke DO modela zračenja

Svi zidovi u numeričkoj simulaciji smatrani su neprozirnim (opaque) sa svim početnim faktorima koje Fluent koristi pa će ovdje biti prikazano kako se toplinski tok zračenja tretira na takvom zidu. Neprozirni zidovi tretiraju se kao sivi ako se računa siva radijacija kao u ovom slučaju. Na slici 4.14. prikazan je shematski prikaz izmjene toplinskog toka zračenjem na neprozirnom zidu.



Slika 4.14 Izmjena toplinskog toka zračenjem na neprozirnom zidu (DO)

Na slici 4.14 prikazano je ulazno zračenje $q_{in,a}$ na neproziran zid. Dio energije zračenja se od zida reflektira difuzno i spekularno, ovisno o difuznom udjelu f_d na strani a zida. Dio ulaznog zračenja se apsorbira na površini zida dok se dio se emitira od površine neprozirnog zida. Količina ulaznog zračenja koje se apsorbira i emitira ovisi o faktoru emisivnosti površine te difuznom udjelu. Dio zračenja koji se reflektira od površine zida može se reflektirati difuzno ili spekularno ovisno opet o zadanom difuznom udjelu na toj površini zida. Ako je $q_{in,a}$ količina ulaznog zračenja na neproziran zid tada Fluent izračunava sljedeće veličine:

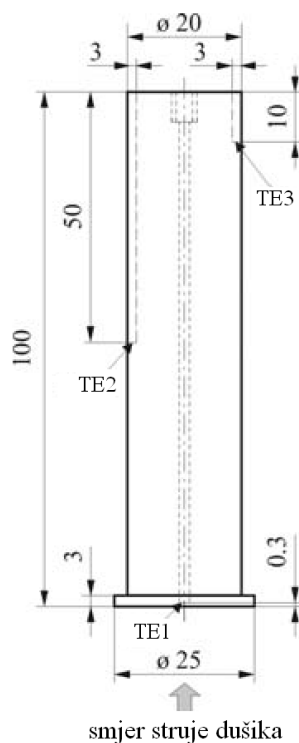
- emisija s površine zida $q_{emisije} = n^2 \varepsilon_w \sigma T_w^4$
- difuzivno reflektirana energija $q_{in,a \text{ reflektirano}} = f_d (1 - \varepsilon_w) q_{in,a}$
- spekularno reflektirana energija $q_{in,a \text{ spekularno}} = (1 - f_d) q_{in,a}$
- apsorpcija na površini zida $q_{apsorpcije} = f_d \varepsilon_w q_{in,a}$

U gornjim izrazima f_d označava difuzni udio, n indeks loma medija, ε_w faktor emisivnosti zida, σ Stefan – Boltzmannovu konstantu, a T_w temperaturu zida. Za faktor apsorpcije na zidu uzima onaj jednak faktoru emisivnosti. Za potpuno difuzni zid vrijedi $f_d = 1$ to jest nema spekularno reflektirane energije, u suprotnom slučaju za potpuno spekularni zid $f_d = 0$ nema difuzno reflektirane energije.

5. NUMERIČKA SIMULACIJA GAŠENJA

5.1. OPIS PROBLEMA I PROVEDENOG EKSPERIMENTA

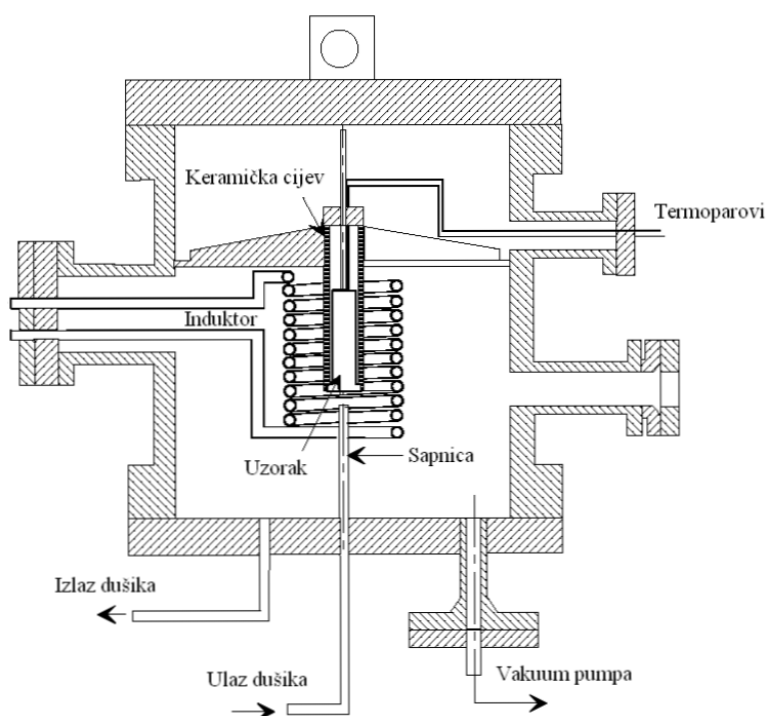
Zadatak diplomskog zadatka je bio napraviti numeričku simulaciju gašenja Jominy uzorka s čela mlazom dušika, a dobivene rezultate usporediti s rezultatima eksperimenta iz [5]. Svi podaci koji su bili potrebni za numeričku simulaciju te mjereni podaci uzeti su iz članka [5]. Dimenzije uzorka te smjer struje dušika prikazani su na slici 5.1. Sve dimenzije na slikama vezanima uz eksperiment dane su u milimetrima.



Slika 5.1 Uzorak (Jominy epruveta)

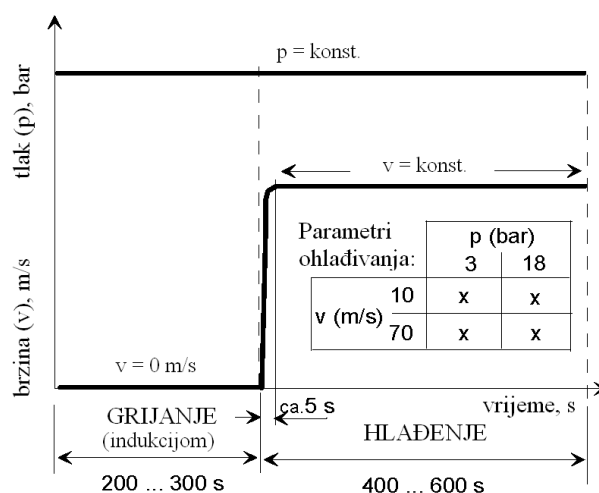
Na gornjoj slici 5.1 prikazana su mjesta (TE1, TE2, TE3) gdje su bila postavljena 3 termoelementa kojima se mjerila trenutna temperatura uzorka. Termoelement 1 postavljen je na sredini čela gašenog uzorka na dubini od 0,3 mm, termoelement 2 na sredini uzorka (50 mm udaljen od gašenog čela) na dubini od 3 mm, dok je termoelement 3 bio postavljen na udaljenosti 90 mm od gašenog čela također na dubini od 3 mm. Prema [5] materijali uzorka su bili konstrukcijski čelik EN-42CrMo4 te alatni čelik EN-90MnCrV8. U sklopu ovog diplomskog rada simulacija je bila provedena samo za navedeni alatni čelik.

Gašenje Jominy uzorka provedeno je u visokotlačnoj vakuumskoj komori, za zagrijavanje uzorka korišten je induktor cilindričnog oblika. Oko uzorka je radi toplinske izolacije postavljena keramička cijev (Al_2O_3). Induktor je postavljen oko uzorka i keramičke izolacije. Uzorak je pričvršćen s gornje strane na cilindrični držač koji je spojen na gornji dio komore. Sapnica kroz koju se dovodi dušik za gašenje bila je promjera 6 mm. Na gornji dio izolacijske keramičke cijevi postavljen je čelični poklopac koji je onemogućavao ulaz dušika u uski prostor između uzorka i keramike. Udaljenost sapnice od gašenog čela bila je 47 mm. Prikaz izgleda komore i postavljene aparature unutar komore dan je na slici 5.2.



Slika 5.2 Prikaz aparature eksperimenta

Uzorak je induksijski grijan na temperaturu austenitizacije u vremenu od 3 do 5 minuta, te je zatim hlađen dušikom iz sapnice oko 10 minuta. Temperatura austenitizacije za alatni čelik EN-90MnCrV8 je između 790 i 820°C. Tijekom cijelog vremena provedbe eksperimenta (grijanja i hlađenja) tlak unutar komore održavan je konstantnim kako je to prikazano na slici 5.3. Eksperiment je proveden pri tlakovima od 3 do 18 bar i pri strujanju dušika iz sapnice brzinama od 10 do 70 m/s. Temperatura dušika je u svim slučajevima gašenja bila 19°C. U sklopu ovog diplomskog rada za referentni slučaj gašenja se uzima onaj pri tlaku u komori od 3 bar i brzini strujanja dušika iz sapnice od 10 m/s, pri promjeru sapnice 6 mm i njenoj udaljenosti od čela od 47 mm. Analiza utjecaja pojedinih parametara (brzine strujanja dušika iz sapnice, tlaka u komori, udaljenost sapnice od čela epruvete, promjera sapnice) se vršila variranjem vrijednosti u odnosu na ove referentne vrijednosti. Za svaki parametar se uzimala jedna vrijednost iznad i jedna ispod referentne vrijednosti.



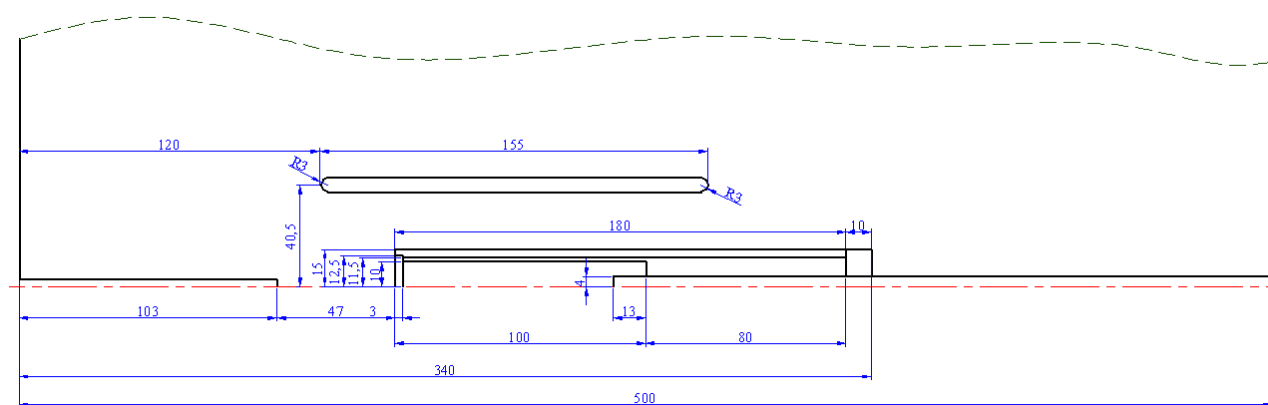
Slika 5.3 Dijagram parametara procesa prilikom zagrijavanja i hlađenja

5.2. OPIS NUMERIČKIH SIMULACIJA

Geometrija problema i diskretizacija područja proračuna

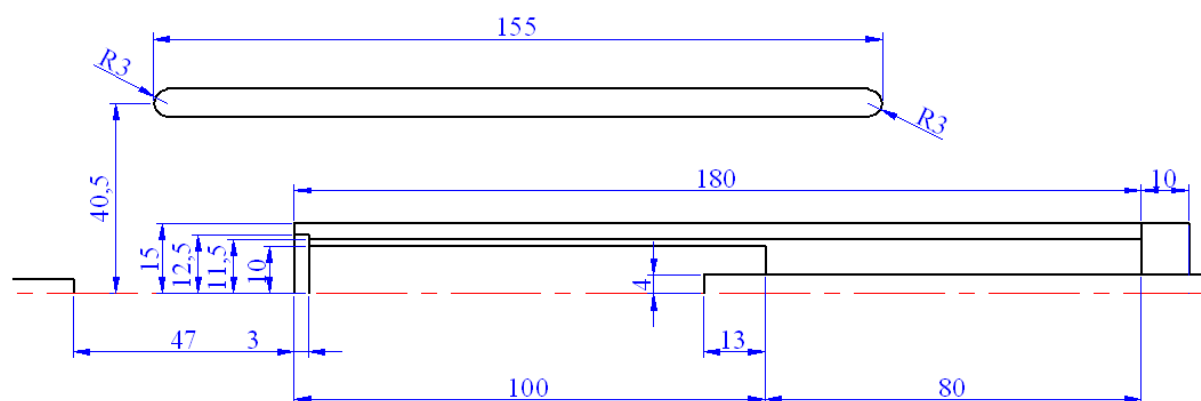
Mreže konačnih volumena koje su poslužile za numeričko rješavanje problema gašenja uzorka izrađene su u računalnom programu Gambit koji služi kao predprocesor za računalni program Fluent. S obzirom da je problem promatran kao osnosimetričan mreže su bile dvodimenzijske. Kod modeliranja osnosimetričnih problema u programu Fluent postoji jedno ograničenje, a to je da za os simetrije uvijek treba biti odabrana x os, pa je to napravljeno i ovdje.

Mreže su kreirane uzimajući dimenzije komore i aparature prema [5], a dane su na slici 5.4. S obzirom da su unutarnje dimenzije komore dosta veće od dimenzija samog uzorka i keramike crtež prikazuje samo detalj, a vrijednost promjera komore iznosi 392,4 mm, dok je visina komore 500 mm.



Slika 5.4 Dimenzije problema gašenja

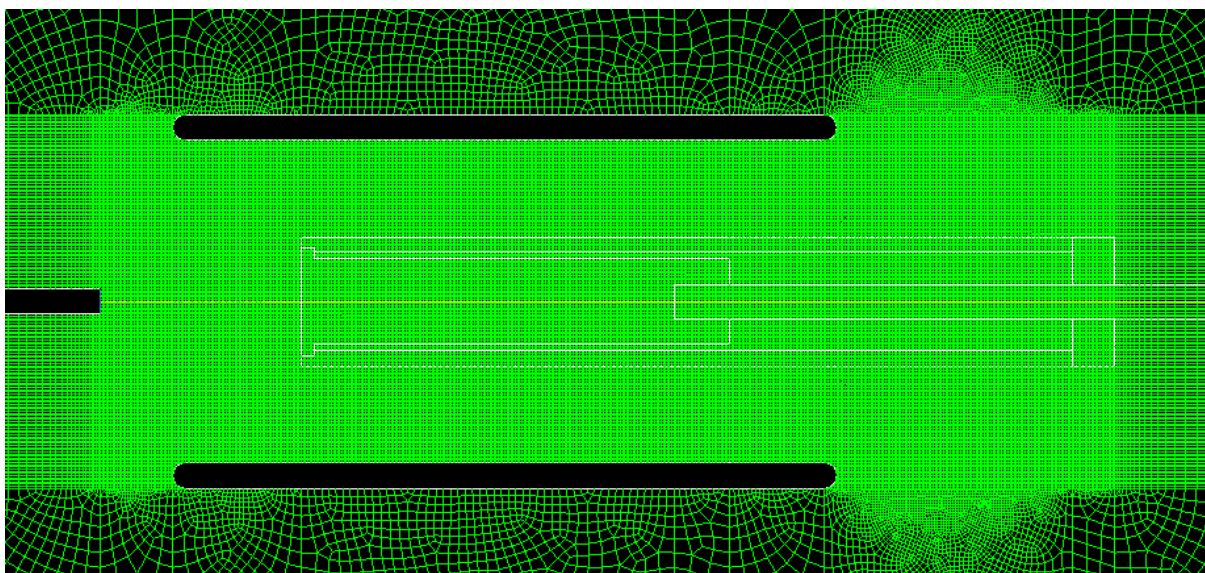
Radi bolje vidljivosti važnijih dimenzija oko uzorka i keramike na slici 5.5 prikazan je uvećani dio tog područja. Na slikama je vidljivo kakav je oblik pretpostavljen za induktor, tj. za njega nije crtan svaki zavoj posebno. Na slikama 5.4 i 5.5 os crvene boje je os simetrije problema.



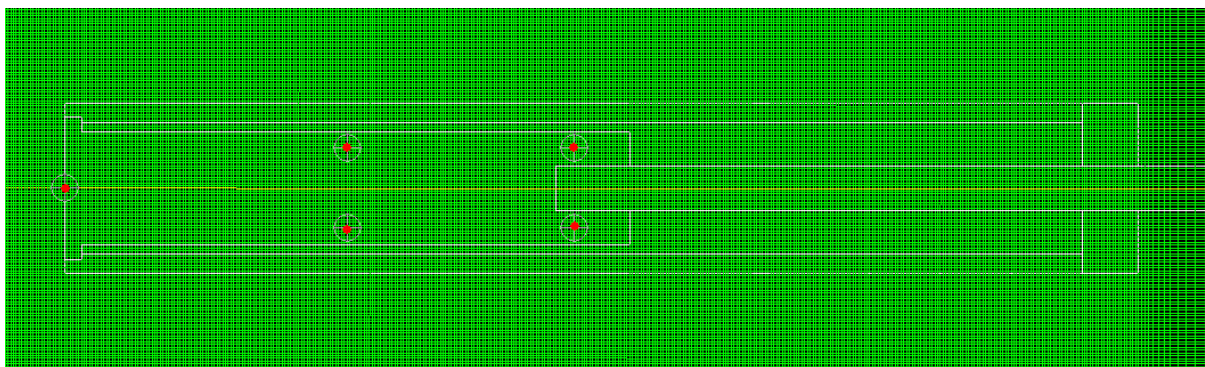
Slika 5.5 Dimenzije problema gašenja (uvećano)

Prema dimenzijama sa slika 5.4 i 5.5 kreirane su mreže konačnih volumena koje su poslužile za rješavanje problema gašenja i one su dane na slikama 5.6 i 5.7. Na slici 5.7

također su prikazane točke u kojima se provodilo mjerenje temperature (točke u kojima su postavljeni termoelementi TE1, TE2 i TE3). Cijelo područje proračuna nije prikazano jer ono nije od velike važnosti. Veliki gradijenti brzine i temperature javljaju se u uskom području oko uzorka te je dan prikaz mreže samo za to područje. Veličina konačnog volumena u području uzorka i keramike do induktora je bila 0,5 mm da bi se što točnije obuhvatile promjene polja brzine i temperature. Ukupni broj konačnih volumena je bio oko 45000.



Slika 5.6 Mreža korištena za numeričku simulaciju gašenja



Slika 5.7 Mreža korištena za numeričku simulaciju gašenja (uvećano)

Fizikalna svojstva čelika, dušika i keramike korištena u simulaciji

Većina svojstava zadana su ovisno o temperaturi iz poznatih mjerenih podataka pa ih najbolje dati prikazane u dijagramima.

DRŽAČ i POKLOPAC

$$\rho = 8030 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 502,48 \text{ J/kgK}$$

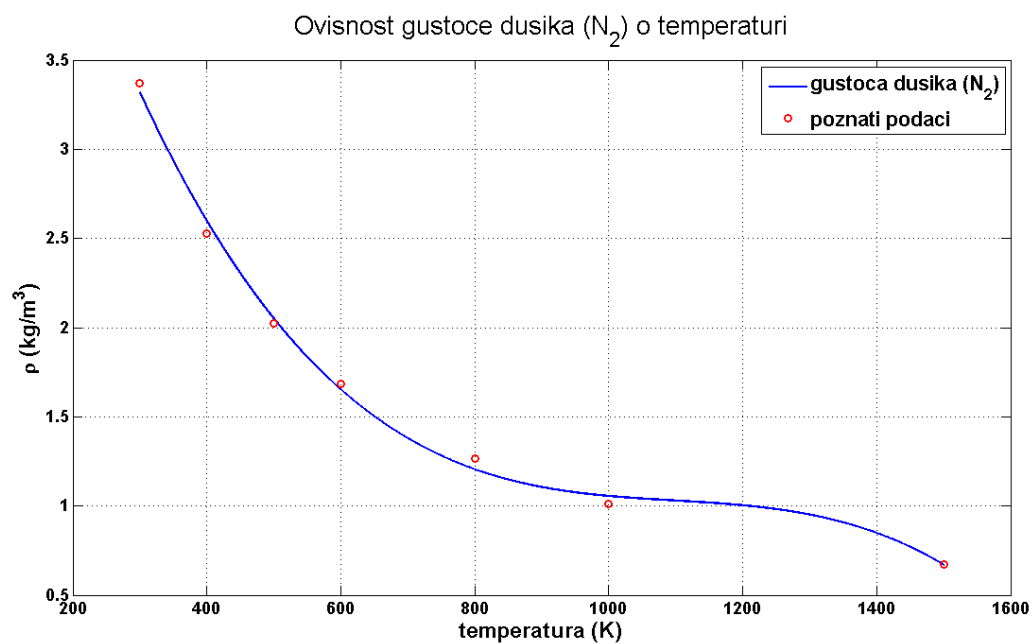
$$\lambda = 16,27 \text{ W/mK}$$

DUŠIK

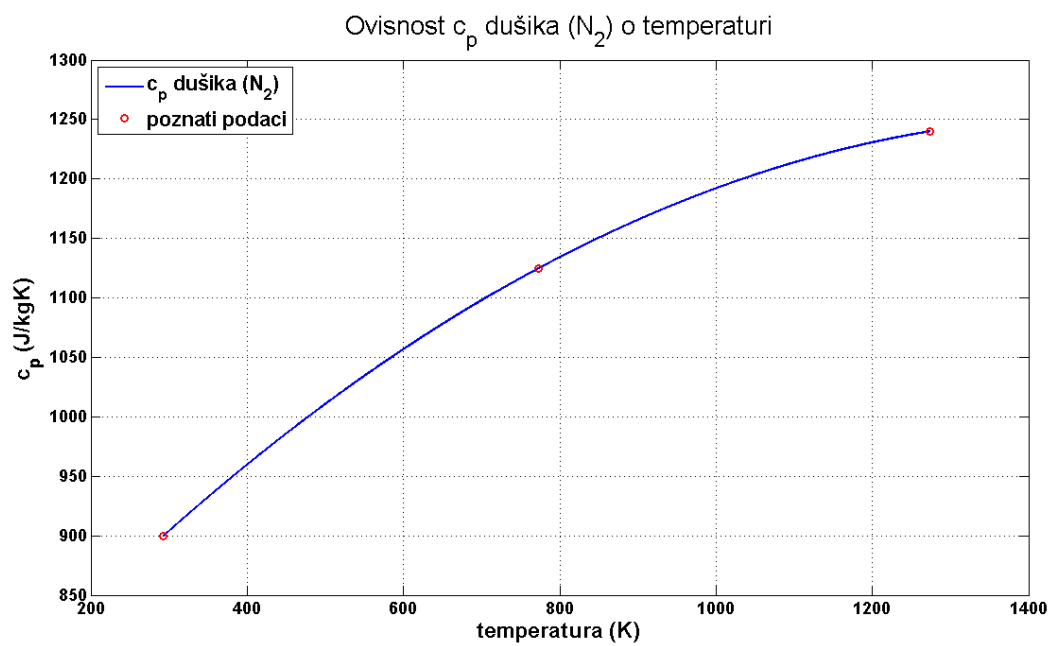
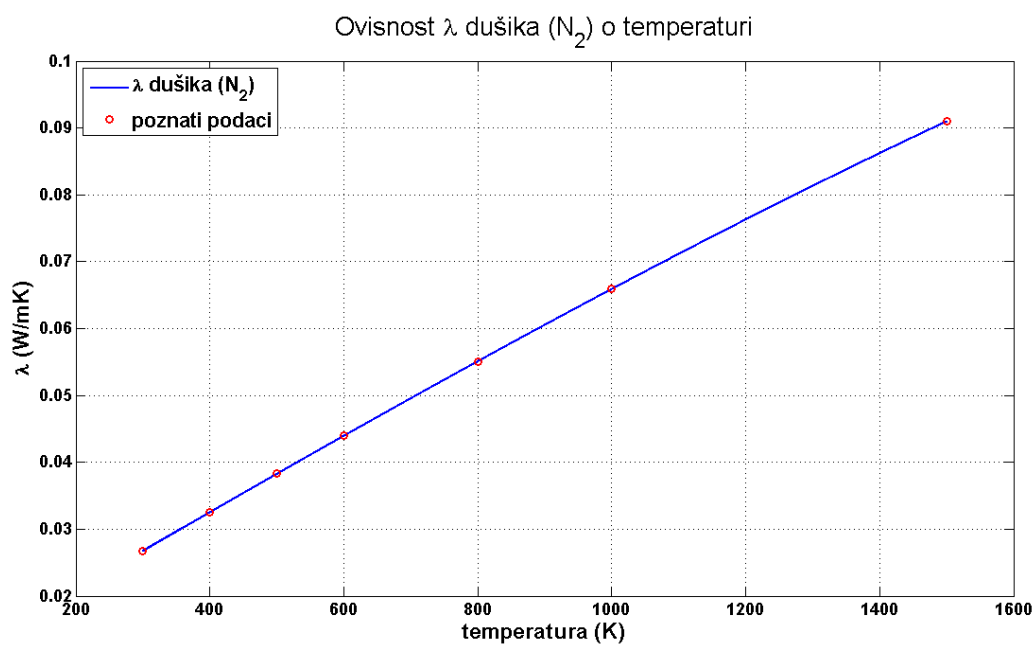
$$\rho = 1,138 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{krutina - između uzorka i keramike})$$

$$\mu = 1,663 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms} \quad (\text{plin})$$

Dušik se smatra potpuno proziran kod modela zračenja (koeficijenti raspršenja te apsorpcije jednaki su nuli).



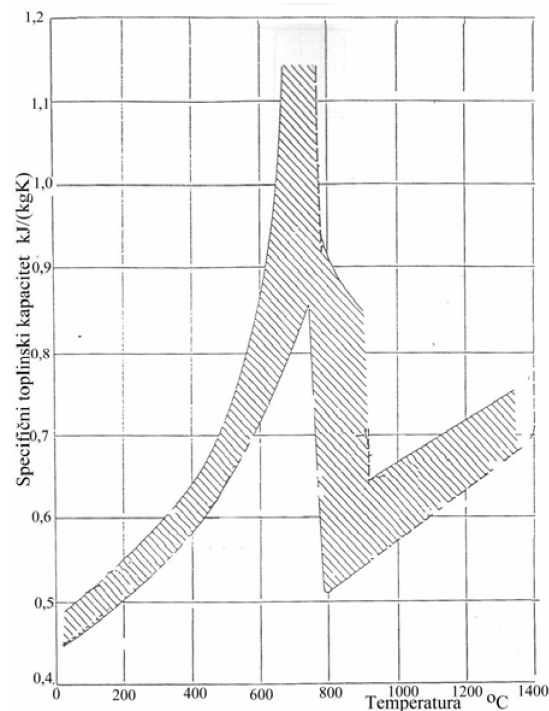
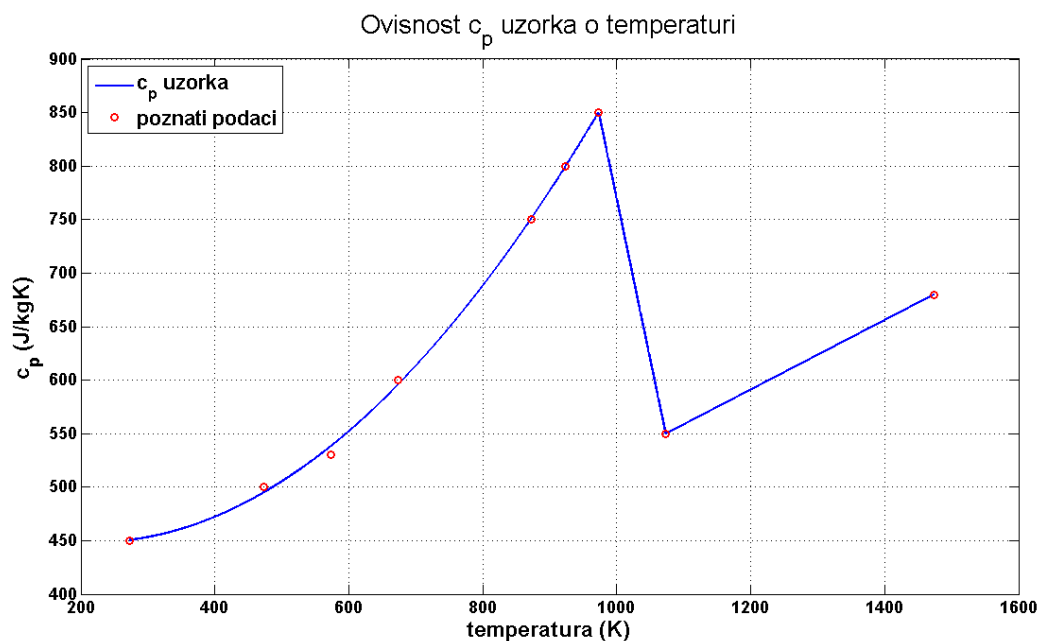
Slika 5.8 Ovisnost ρ dušika o temperaturi (plin)

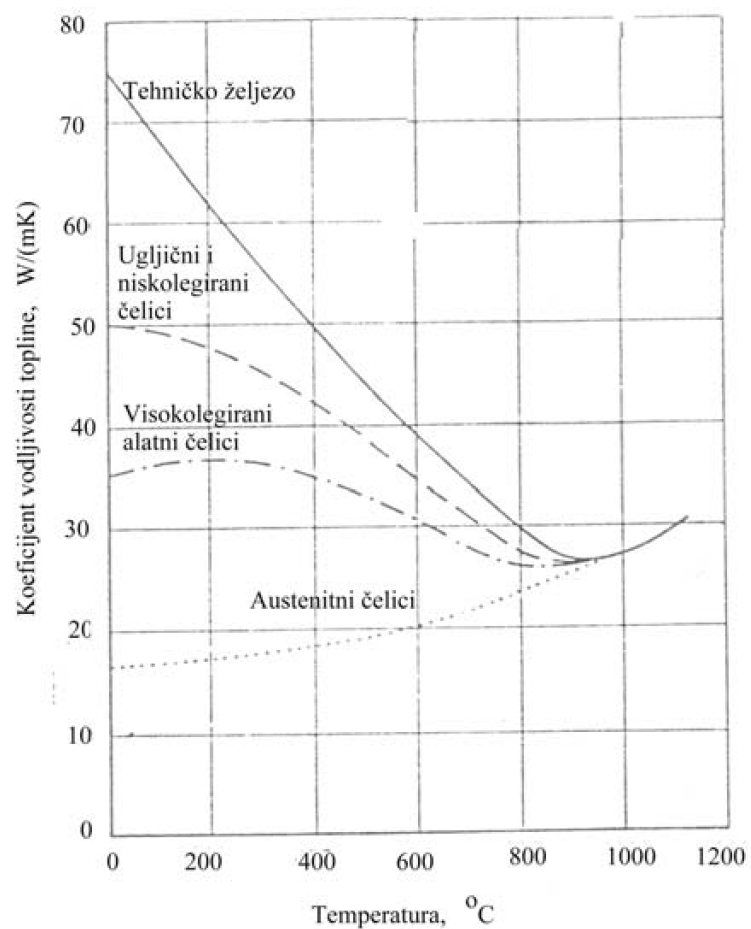
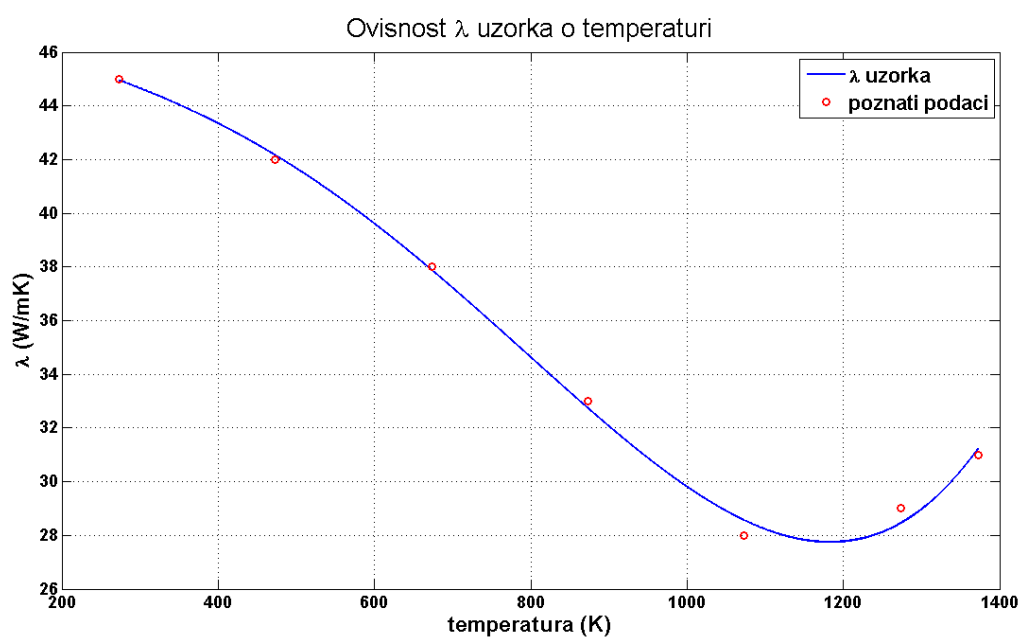
Slika 5.9 Ovisnost c_p dušika o temperaturiSlika 5.10 Ovisnost λ dušika o temperaturi

MATERIJAL UZORKA

$$\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$$

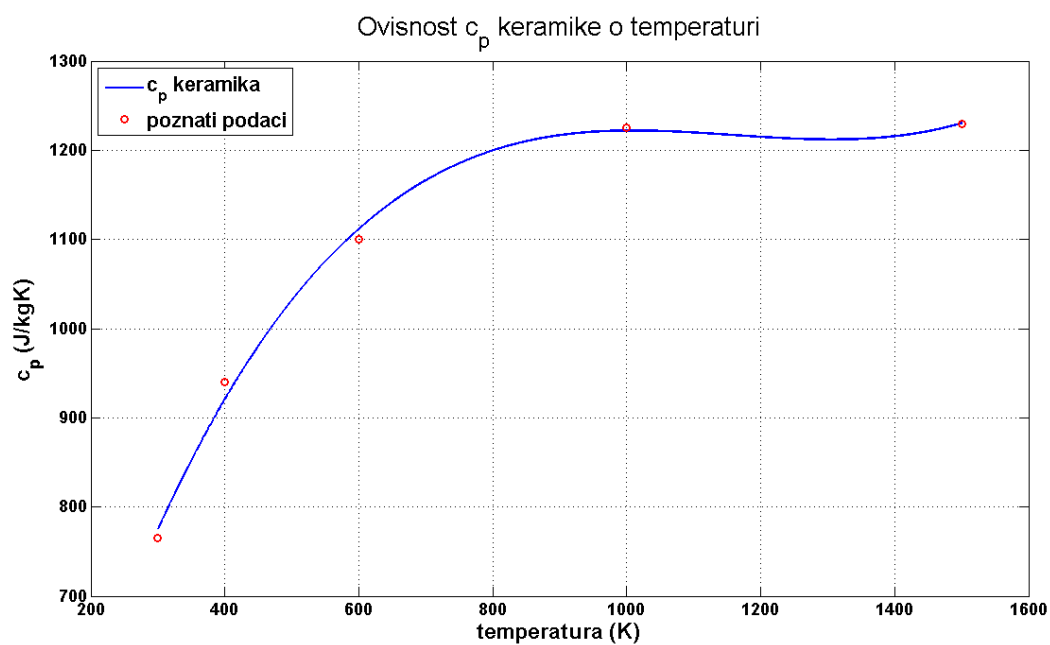
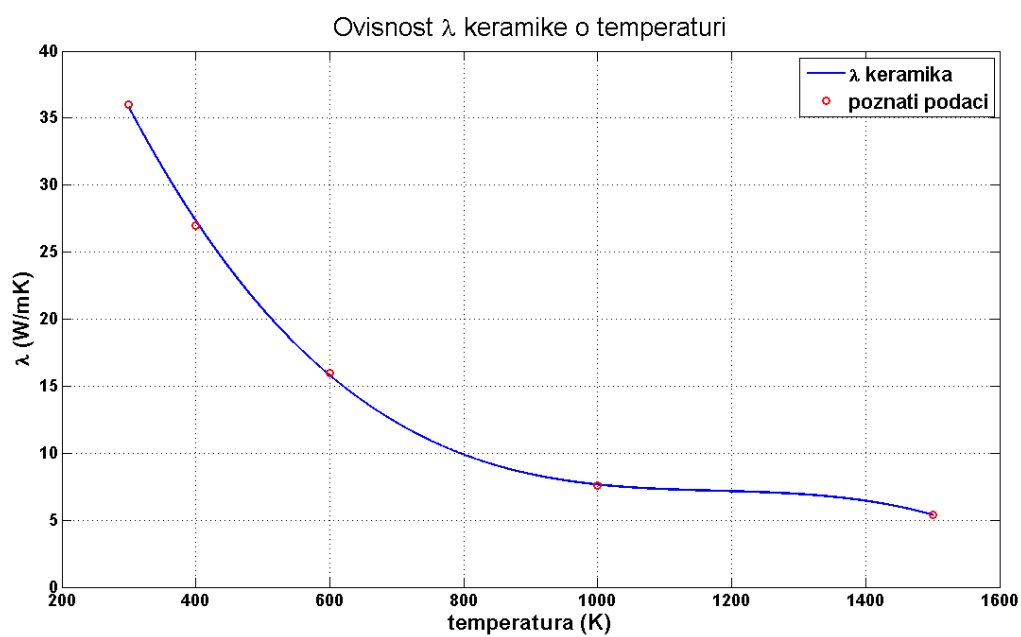
U svrhu definiranja c_p i λ uzorka uzeti su iz literature dijagrami (5.11 i 5.13) koji pokazuju ponašanja navedenih fizikalnih veličina različitih čelika ovisno o temperaturi. Prema tim dijagramima aproksimacijom za alatni čelik 90MnCrV8 dobiveni su dijagrami 5.12 i 5.14 na kojima su prikazane ovisnosti c_p i λ uzorka korištene u numeričkoj simulaciji.

Slika 5.11 Ovisnost c_p uzorka o temperaturi (literatura)Slika 5.12 Ovisnost c_p uzorka o temperaturi

Slika 5.13 Ovisnost λ uzorka o temperaturi (literatura)Slika 5.14 Ovisnost λ uzorka o temperaturi

KERAMIKA

$$\rho = 3970 \text{ kg/m}^3$$

Slika 5.15 Ovisnost c_p keramike o temperaturiSlika 5.16 Ovisnost λ keramike o temperaturi

Odabrani matematički model

Za potrebe numeričke simulacije potrebno je definirati razinu matematičkog modela. Ovdje će se simultano računati polje temperature u uzorku, keramici i dušiku, te polje brzine i tlaka u dušiku. S obzirom na veličinu komore i ulazni protok dušika, može se zaključiti da će brzine strujanja u komori biti male, pa se pretpostavlja da će strujanje u komori biti laminarno. S obzirom da će u komori postojati značajan gradijent temperature, treba uzeti u obzir i uzgonske sile koje će uzrokovati strujanje dušika (uzima se u obzir promjena gustoće dušika s temperaturom i utjecaj gravitacije). Načelno govoreći uzgonske sile će imati utjecaja na strujanje dušika u uskom prostoru između uzorka i keramičke izolacije (područje zračnosti), no u nastavku ćemo pokazati da će konvekcija (koja je posljedica gibanja dušika uslijed razlika temperatura) u području zračnosti zanemariva u odnosu na kondukciju, pa će se u tom području smatrati da dušik miruje.

Korelacijska funkcija koja definira prijelaz topline sa stijenke na fluid zatvoren u području između dva koaksijalna cilindra je prema [9] definirana sljedećom funkcijom

$$Nu_{\delta} = c(Ra_{\delta})^n \left(\frac{H}{\delta} \right)^m \quad (5.1)$$

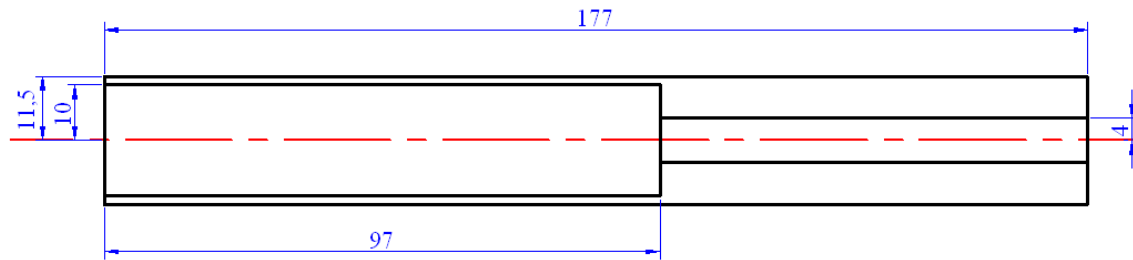
U jednadžbi (5.1) Nu_{δ} odnosi se na Nusseltov broj, Ra_{δ} na Rayleighov broj, H na visinu zatvorenog prostora, δ na udaljenost između dviju stijenki (u promatranom slučaju između uzorka i keramike), dok su c , n i m parametri koje se odabiru ovisno o dobivenoj vrijednosti Ra_{δ} . Dakle, potrebno je bilo odrediti Ra_{δ} koji je definiran sljedećom relacijom

$$Ra_{\delta} = Gr_{\delta} Pr = \frac{g\beta(T_u - T_k)\delta^3}{\nu^2} Pr \quad (5.2)$$

U gornjoj relaciji Gr_{δ} odnosi se na Grashofov broj, Pr na Prandtlov broj za dušik, T_u na temperaturu uzorka, T_k na temperaturu keramike, g na ubrzanje sile teže, ν na kinematičku viskoznost dušika, a β na koeficijent toplinskog širenja koji je za idealne plinove jednak $\beta = \frac{1}{T}$. Prandtlov broj definiran je relacijom

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (5.3)$$

u kojoj je μ dinamička viskoznost dušika, c_p specifični toplinski kapacitet dušika, a λ koeficijent vodljivosti topline dušika.



Slika 5.17 Prikaz geometrije prostora između uzorka i keramike

Za svojstva dušika, temperature i parametre definirane geometrijom uzete su vrijednosti:

$$\begin{aligned}
 \rho &= 1,138 \text{ kg/m}^3 \\
 c_p &= 1040,67 \text{ J/kgK} \\
 \lambda &= 0,0242 \text{ W/mK} \\
 \mu &= 1,663 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms} \\
 \nu &= 1,4613 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \\
 H &= 97 \text{ mm} = 0,097 \text{ m} \\
 \delta &= 1,5 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\
 g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \\
 T_u - T_k &= 150 \text{ K} \\
 \beta &= \frac{1}{1000 \text{ K}}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Ako se vrijednosti (5.4) uvrste u jednačbe (5.3) i (5.2) dobivaju se vrijednosti bezdimenzijskih parametara

$$\begin{aligned}
 Pr &= 0,71514 \\
 Ra_\delta &= 23,257
 \end{aligned}$$

Za $Ra_\delta < 2000$ prema tablici iz [9] odabiru se koeficijenti $c = 1$, $n = m = 0$. Ako se ti koeficijenti i dobiveni bezdimenzijski brojevi ubace u relaciju (5.1) dobiva se

$$\begin{aligned}
 Nu_\delta &= (23,257)^0 \left(\frac{0,097}{0,0015} \right)^0 \\
 Nu_\delta &= 1
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Nusseltov broj omjer je između konvektivnog prijelaza topline i konduktivnog prijelaza topline i definiran je kao

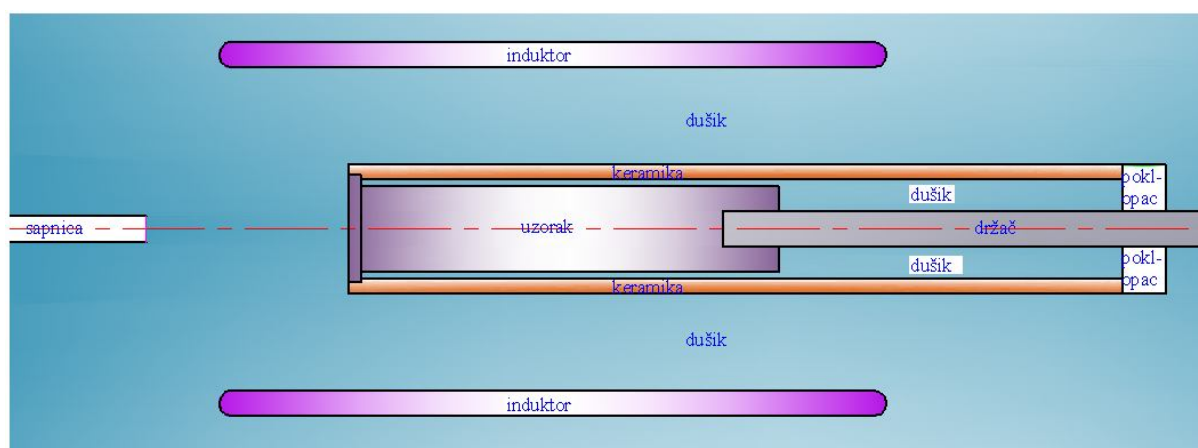
$$Nu_\delta = \frac{\alpha \delta}{\lambda} \tag{5.6}$$

U jednadžbi (5.6) α se odnosi na koeficijent prijelaza topline. Dobivena vrijednost $Nu_0 = 1$ pokazuje da su konvekcija i kondukcija približno iste magnitude što je karakteristika laminarnog strujanja. S obzirom da se između stijenki uzorka i keramike najveći dio topline izmjenjuje zračenjem može se zaključiti da se izmjena topline konvekcijom između uzorka i keramike može zanemariti tj. pretpostaviti mirovanje dušika. Upravo zbog tog razloga dušik između uzorka i keramike modeliran je kao nepomičan (toplinski vodljiva krutina). Strujanje dušika u prostoru izvan keramike se računa.

Preliminarne analize problema, provedene u okviru semestralnog projekta ukazale su na činjenicu da zbog visokih temperatura nije moguće zanemariti izmjenu topline zračenjem. U matematičkom modelu je uzet DO model zračenja (opisan u poglavlju 4.4), koji je standardno ponuđen u računalnom programu Fluent.

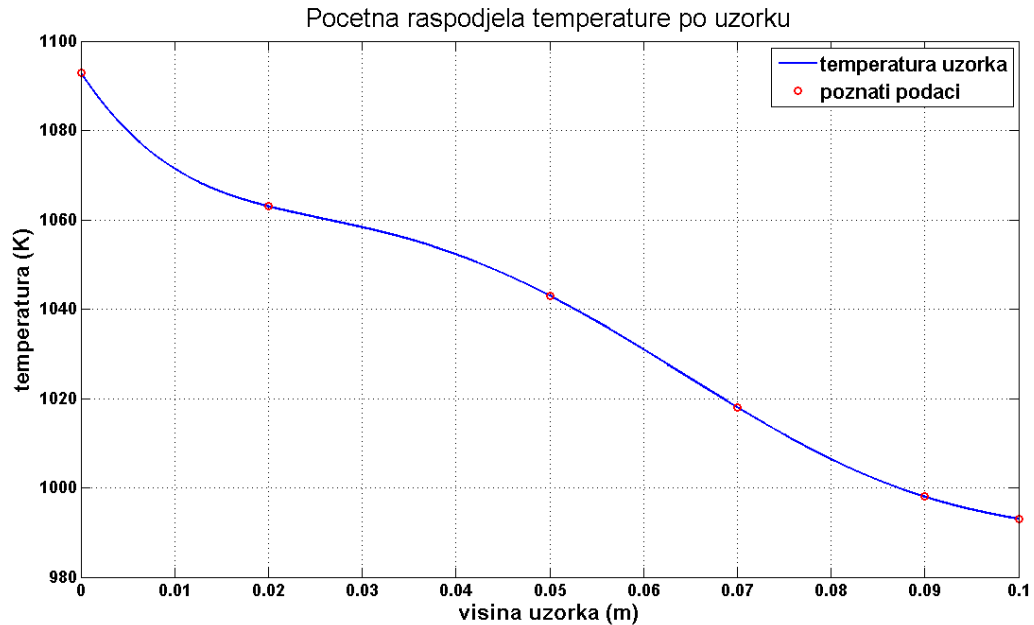
Početni i rubni uvjeti

Radi lakšeg objašnjavanja rubnih i početnih uvjeta te svojstava medija korištenih u numeričkoj simulaciji na slici 5.18 prikazana su različitim bojom područja proračuna s pripadnim imenima. U numeričkoj simulaciji područja keramike, uzorka, držača i poklopca definirana su kao krutine. Područje između keramike i uzorka (zatvoreno područje) u kojem je dušik bio miran pretpostavljeno je radi lakšeg simuliranja problema kao krutina sa svojstvima dušika, dok je područje izvan keramike u kojem je bilo potrebno računati strujanje fluida tretirano kao plin. Rubni uvjeti su zadani nepromočivom stijenkama, osim osi simetrije, ulazne granice (izlazni presjek sapnice kroz koju dušik ulazi u komoru) i izlazne granice (bočno postavljen izlaz uz stijenku na donjem rubu komore – na slici je to lijeva stana).



Slika 5.18 Prikaz različitih područja proračuna s pripadnim imenima

Simulacijom se promatralo samo gašenje (hlađenje) Jominy uzorka pa je za početne uvjete bilo potrebno zadati raspodjelu temperature koja je dobivena nakon induktivnog grijanja uzorka i keramike. Temperatura uzorka mjerena je već spomenutim termoelementima postavljenima u tri točke na uzorku. Grijanjem induktorom nije postignuta jednolika raspodjela početne temperature po visini uzorka pa je bilo potrebno tu raspodjelu aproksimirati nekim polinomom. Na slici 5.19 prikazana je korištena početna raspodjela temperature po uzorku, pri čemu su za potrebe definiranja polinoma osim tri mjerene temperature procijenjene temperature u još tri točke.



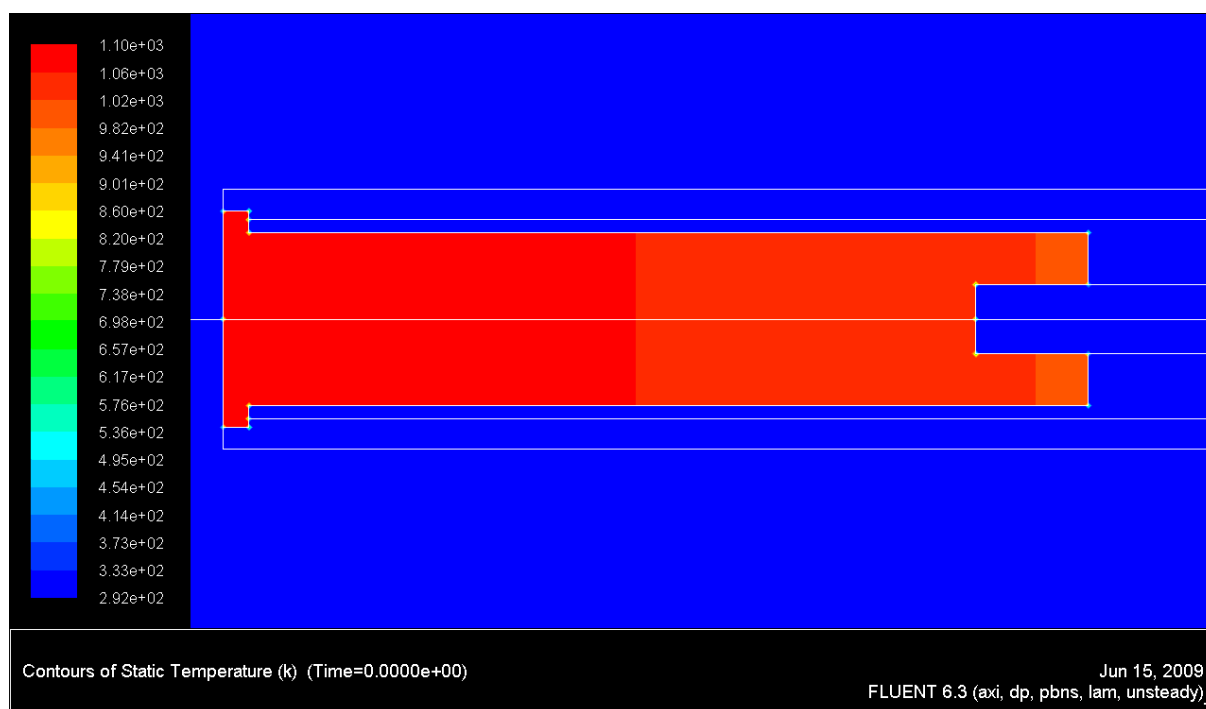
Slika 5.19 Početna raspodjela temperature po uzorku

Prikazana početna raspodjela temperature na slici 5.19 pokazuje samo kako je bio progrijan uzorak, ali ne i početnu raspodjelu temperature keramike te dušika. Također ni početne raspodjele temperature po držaču i poklopcu nisu bile poznate pa je i njih bilo potrebno odrediti. Da bi se dobila početna raspodjela temperature u čitavom području proračuna bilo je potrebno riješiti stacionarni problem prirodne konvekcije i zračenja za cijeli model koristeći početnu temperaturu uzorka kao rubni uvjet, što je prikazano na slici 5.20. Tako dobiveno stacionarno rješenje, prikazano je na slikama 5.21 do 5.24, a koristi se kao početni uvjet za simulaciju nestacionarnog procesa gašenja.

Pri dobivanju spomenutog početnog rješenja korišteni su sljedeći rubni uvjeti:

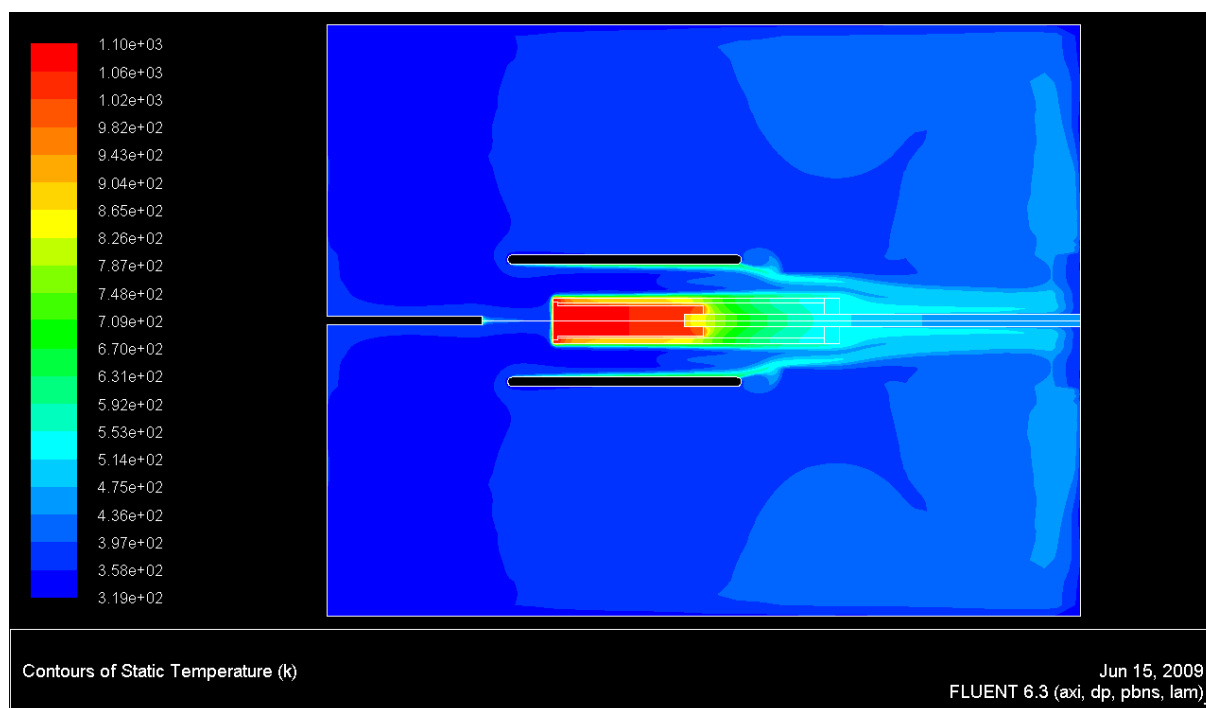
- Na zidovima peći uzeti su rubni uvjeti konvekcije tj. $\alpha = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$ te vanjska temperatura od 292 K (za debljinu stijenke zidova uzeta je vrijednosti od 15 mm)
- Na zidovima induktora zadan je adijabatski rubni uvjet. Potrebno je također spomenuti da je između uzorka i držača uzeta u obzir zračnost od 1,5 mm te je u tom području za medij uzet zrak
- Na svim ostalim stijenkama je uzet „unutrašnji“ (coupled) rubni uvjet po kojemu je toplinski tok koji dolazi na stijenku jednak onome koji s nje odlazi
- Kroz ulazni i izlaznu granicu nije bilo strujanja dušika

Isti rubni uvjeti koriste se u simulaciji nestacionarnog procesa gašenja, s tim da površina induktora postaje izotermička površina (induktor se hladi vodom temperature 292 K), a kroz ulaznu i izlaznu površinu struji dušik zadanim protokom.

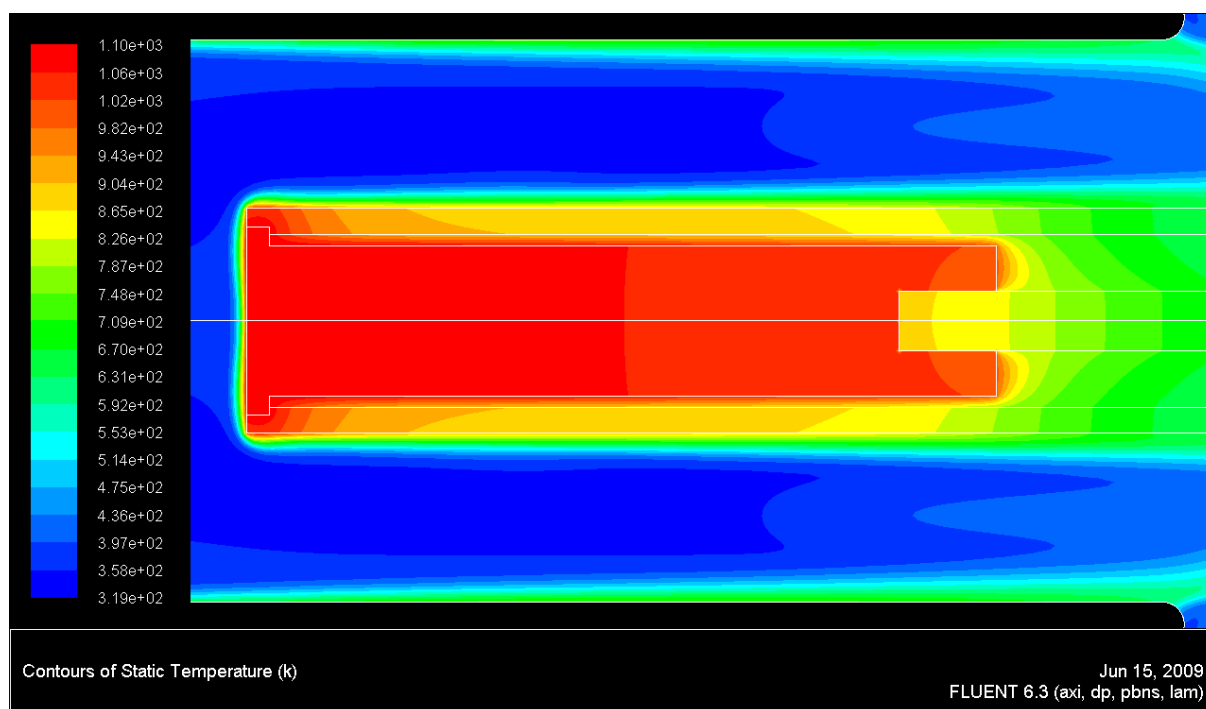


Slika 5.20 Prikaz početnih kontura temperatura uvećano (stacionarna simulacija)

Na slici 5.21 prikazana je krajnja raspodjela temperatura dobivena stacionarnom simulacijom prirodne konvekcije i zračenja i upravo ta raspodjela uzet će se kao početna raspodjela temperatura progrijanog sustava kao početni uvjet za nestacionarnu simulaciju gašenja uzorka dušikom s čela.

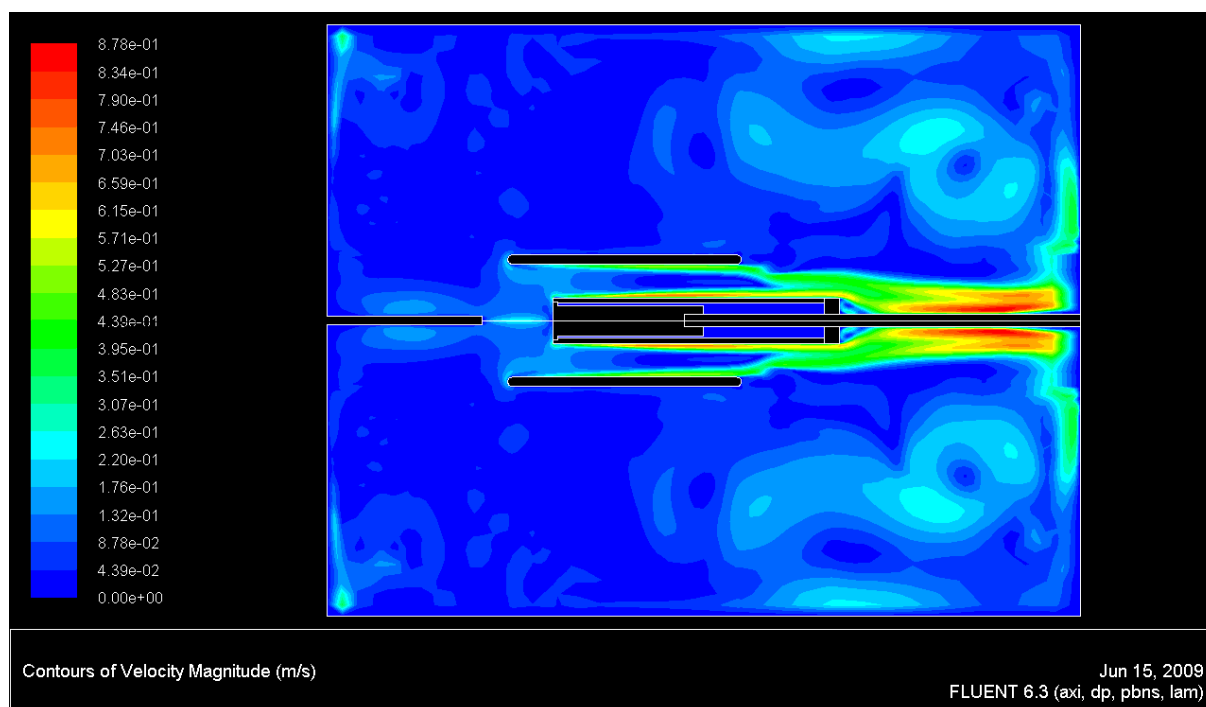


Slika 5.21 Prikaz dobivenih kontura temperatura (stacionarna simulacija)



Slika 5.22 Prikaz dobivenih kontura temperatura uvećano (stacionarna simulacija)

Na slikama 5.23 i 5.24 prikazane su konture brzine i strujnice dobivene stacionarnom simulacijom prirodne konvekcije i zračenja.



Slika 5.23 Prikaz dobivenih kontura brzina (stacionarna simulacija)



Slika 5.24 Prikaz dobivenih strujnih funkcija (stacionarna simulacija)

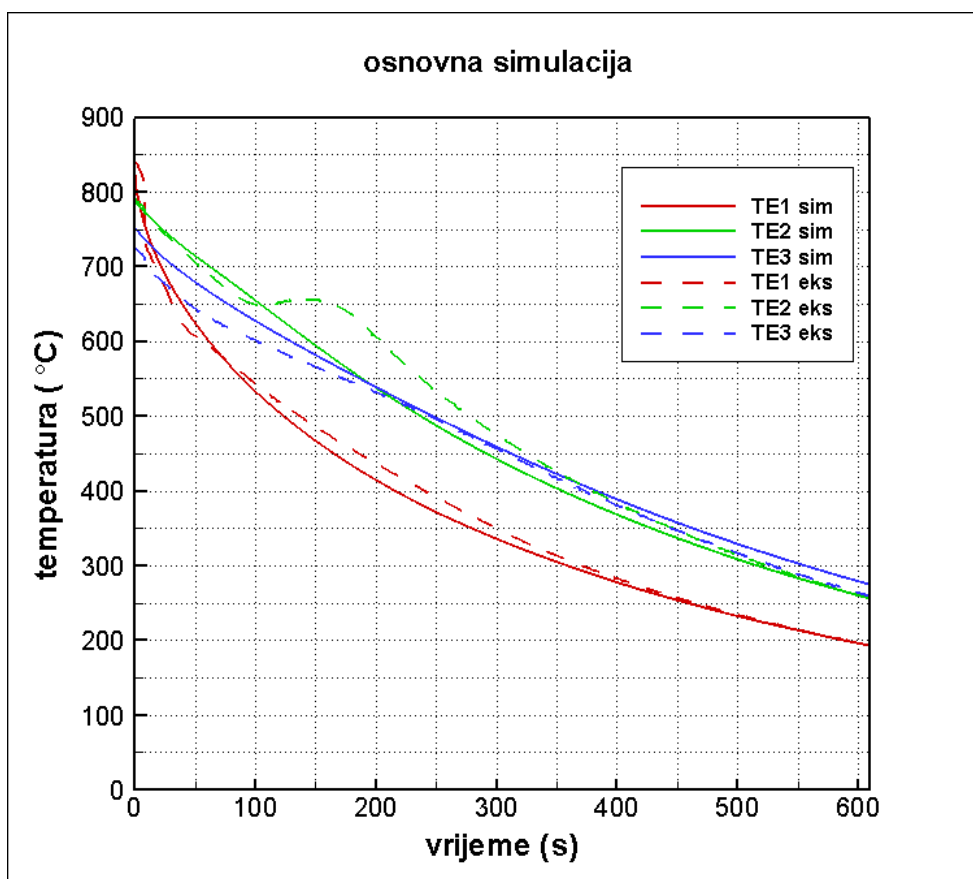
Prije početka nestacionarne simulacije gašenja svi zidovi uzorka na kojima su definirane konstantne vrijednosti temperatura u stacionarnoj simulaciji potrebno je prebaciti na rubni uvjet coupled (što jednostavno znači nemogućnost akumulacije energije, tj. kontinuitet toplinskog toka). Za referentnu točku tlaka u komori odabrana je sredina komore te je u njoj zadan tlak od 3 bar. Akceleracija gravitacije je uzeta iznosom od $9,81 \text{ m/s}^2$ i zadana je da djeluje u suprotnom smjeru osi x . Maksimalna brzina strujanja dušika na izlazu iz sapnice iznosila je 10 m/s , iz toga se može zaključiti da je maksimalni Reynoldsov broj na bazi promjera sapnice jednak $Re_D \approx 4000$. Brzine strujanja dušika uz čelo uzorka su puno manje od 10 m/s (manji Re) pa je strujanje tretirano kao laminarno tj. za numeričku simulaciju odabran je laminarni viskozni model. Tokom simulacije bilježile su se temperature u tri točke gdje su bili postavljeni termoelementi, temperatura i toplinski tok na čelu uzorka. Također su se bilježili toplinski tokovi na pojedinim zidovima uzorka te temperature po promjeru i visini uzorka pomoću kojih su crtani dijagrami brzina ohlađivanja.

6. PRIKAZ I DISKUSIJA REZULTATA

U ovom dijelu prikazat će se dijagrami promjene temperatura u tri točke u kojima su bili postavljeni termoelementi. Na svakom dijagramu uspoređene su vrijednosti dobivene eksperimentom prema [5] i vrijednosti dobivene numeričkom simulacijom. S obzirom da su eksperimentalno mjereni podaci temperature bili dani u °C rezultati temperature dobivenih numeričkom simulacijom gašenja također su prebačeni u te jedinice. Dijagrami promjene temperatura i brzine ohlađivanja u točkama termoelemenata (TE1, TE2 i TE3) prikazani su u ovisnosti o vremenu i to za referentne vrijednosti parametara. U nastavku su prikazani analogni dijagrami za različite brzine strujanja dušika iz sapnice, promjer sapnice, tlak u komori te udaljenosti sapnice od čela uzorka.

6.1. OSNOVNA SIMULACIJA

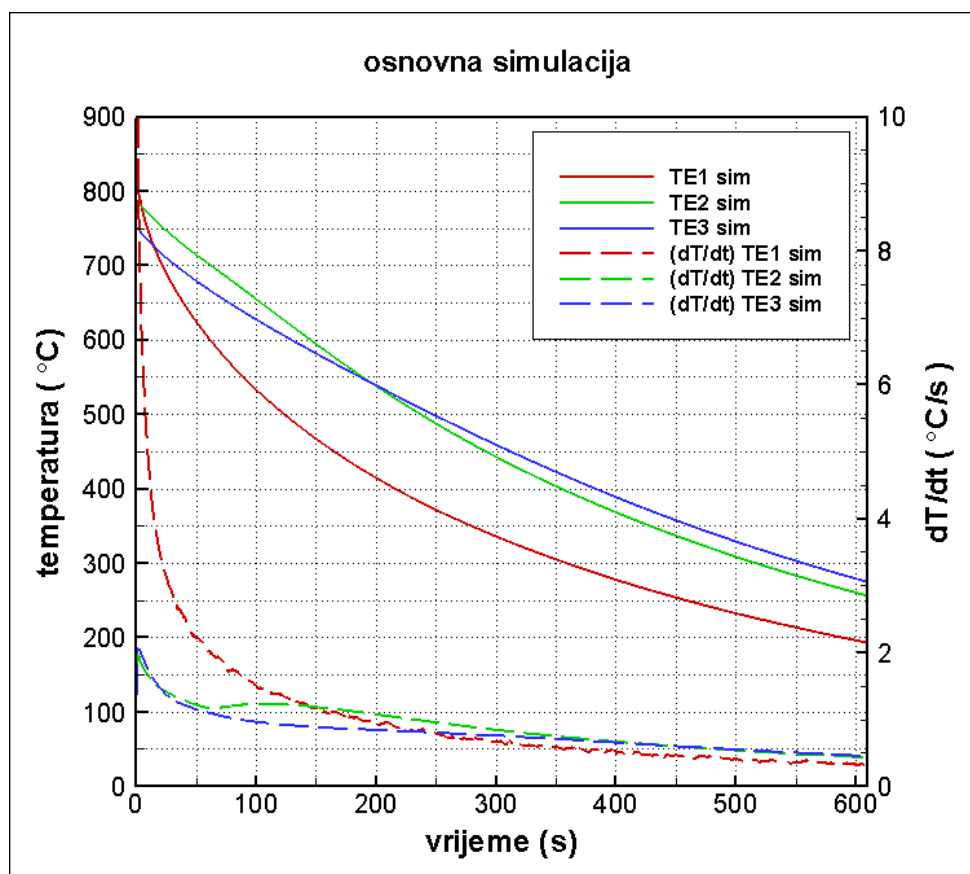
Osnovna simulacija jest ona u kojoj brzina strujanja iz sapnice iznosi 10 m/s, promjer sapnice 6 mm, tlak u komori 3 bar i sapnica je udaljena od čela uzorka 47 mm (referentne vrijednosti parametara). To je ujedno i jedina kombinacija parametara za koju su dostupna mjerenja. Ova mjerenja će poslužiti za procjenu točnosti numeričke simulacije.



Slika 6.1 Usporedba mjerenih temperatura na poziciji termoelemenata

Na slici 6.1 prikazane su promjene temperatura u tri točke u kojima su bili postavljeni termoelementi. Crtkane linije predstavljaju izmjerenu promjenu temperatura. Usporedbom rezultata eksperimenta te simulacije može se zaključiti da je najmanje odstupanje rezultata simulacije od eksperimenta na poziciji termoelementa 1 te da se intenzivnost hlađenja na

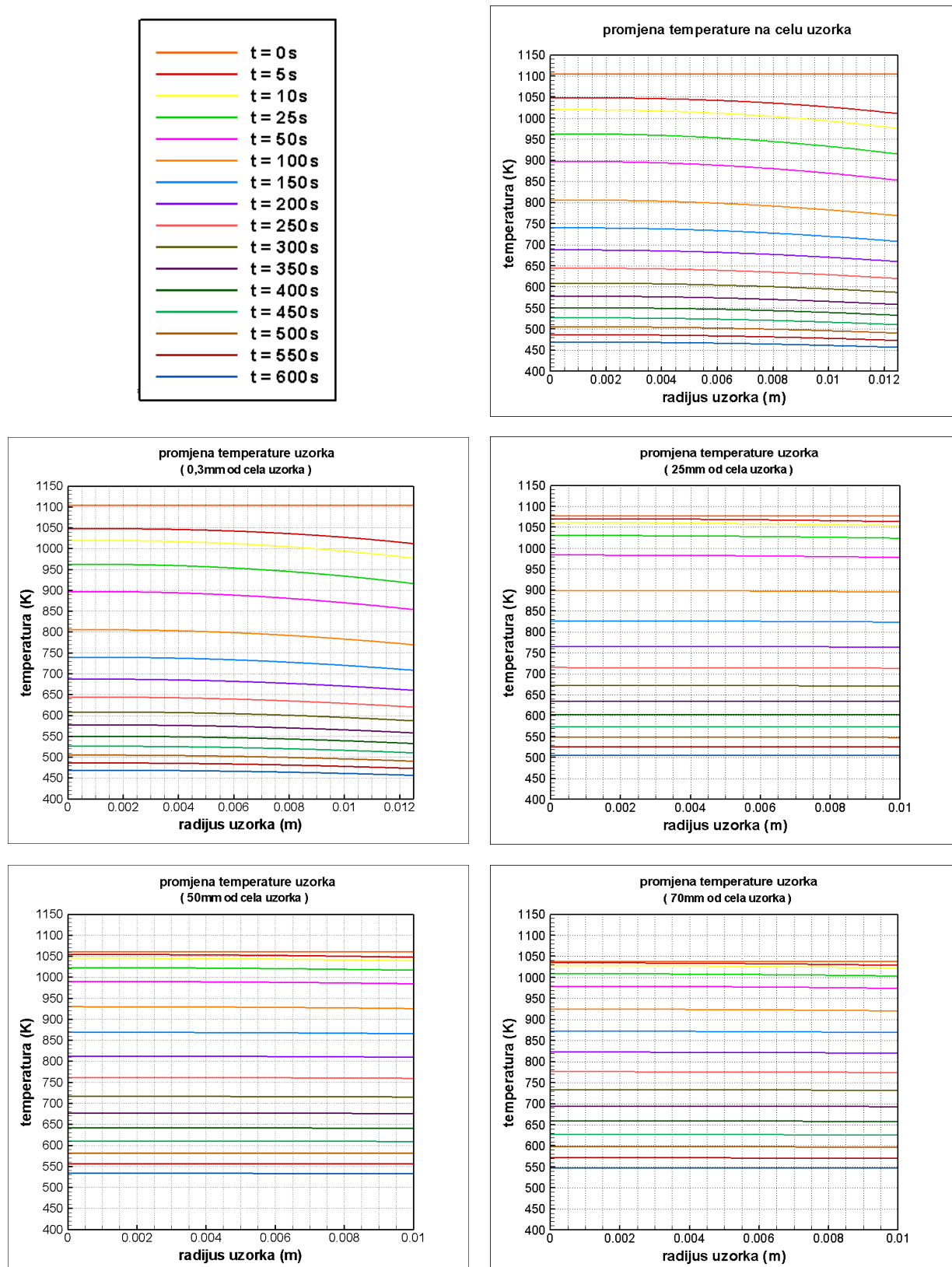
čelu prilično dobro poklapa sa eksperimentom. Kod termoelemenata 2 i 3 javljaju se malo veća odstupanja od eksperimentalnih mjerenja, ali se na kraju procesa gašenja (nakon 600s) krivulje dobro poklapaju. Odstupanje krivulja vremenske promjene temperatura dobivenih simulacijom od onih dobivenih eksperimentalno na pozicijama triju termoelementa (TE1, TE2 i TE3) iznosi do 16 K za termoelement TE1, dok je za termoelement TE2 i TE3 odstupanje unutar 30 K tijekom većine vremena gašenja.



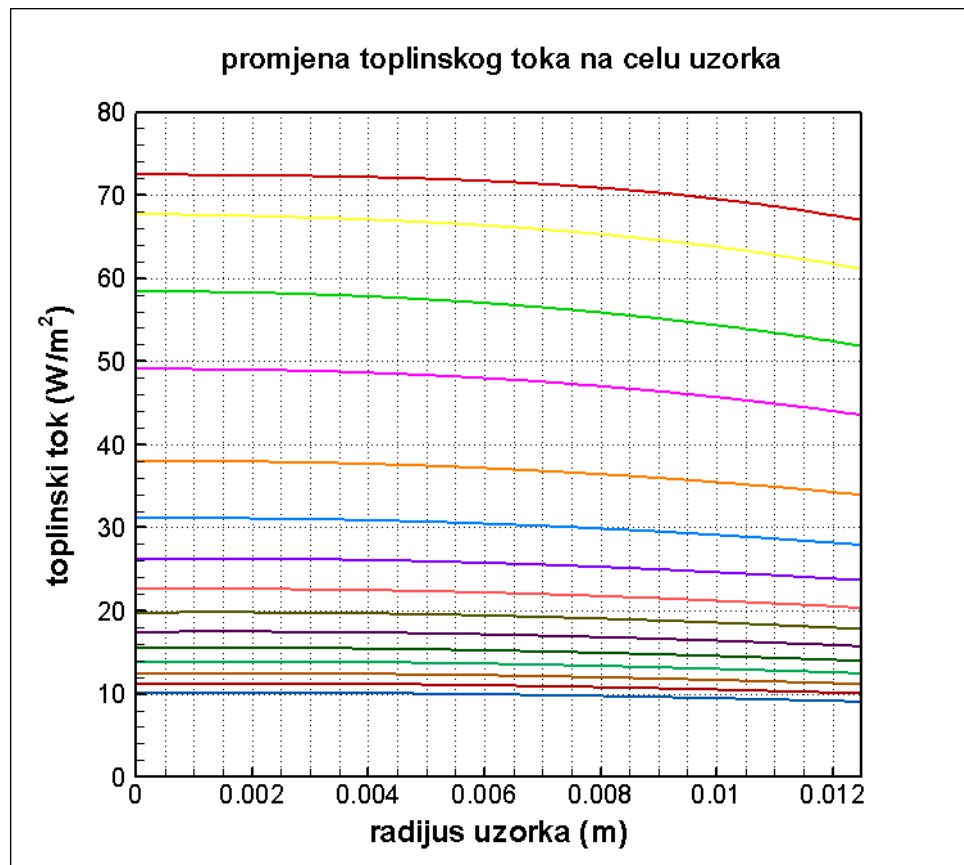
Slika 6.2 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji termoelemenata

Na slici 6.2 prikazane su osim već prije prikazanih promjena temperatura u tri točke (tri pozicije termoelemenata) prikazane i pripadajuće brzine ohlađivanja. Iz slike je vidljivo da je brzina ohlađivanja na početku gašenja najveća na i to na termoelementu TE1 (blizina čela) dok je na ostala dva termoelementa više od pet puta manja. S povećavanjem vremena gašenja brzine ohlađivanja se sve više izjednačuju što je logično jer se temperatura uzorka smanjuje.

Slika 6.3 prikazuje profile temperature po poprečnim presjecima uzorka u različitim vremenskim trenucima. Može se uočiti da je raspodjela temperature po čelu uzorka relativno nejednolika, zbog različite intenzivnosti hlađenja čela i zbog toga što se rub uzorka hladi bočno u direktnom kontaktu s keramikom. Slika 6.4 prikazuje izračunati specifični toplinski tok po čelu uzorka, iz koje se vidi neravnomjernost hlađenja. Udaljavanjem od čela profil temperature postaje jednolik po presjeku, što znači da je keramička izolacija osigurala uvjete jednodimenzijskog provođenja topline u uzorku. Neravnomjernost profila temperature pri čelu uzorka nije bitna za metodu ispitivanja tvrdoće, jer se ionako dio uzorka uz čelo odbacuje.



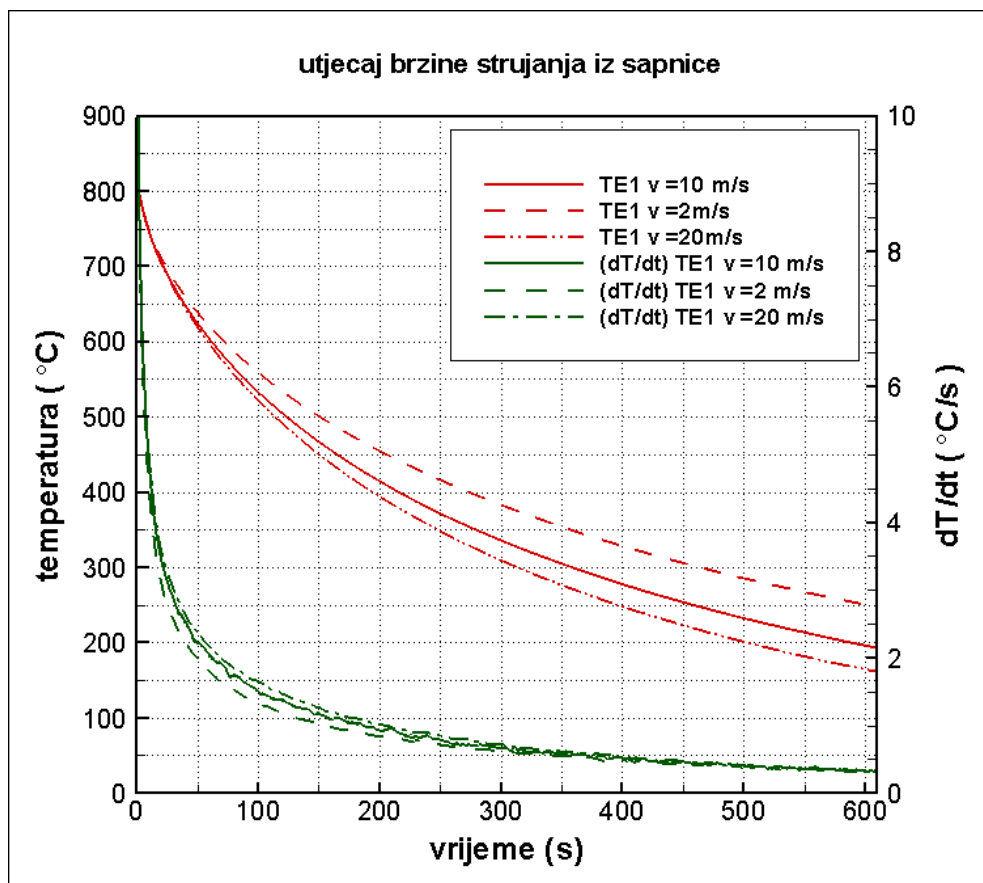
Slika 6.3 Promjena temperatura po poprečnom presjeku uzorka različito udaljenim od čela



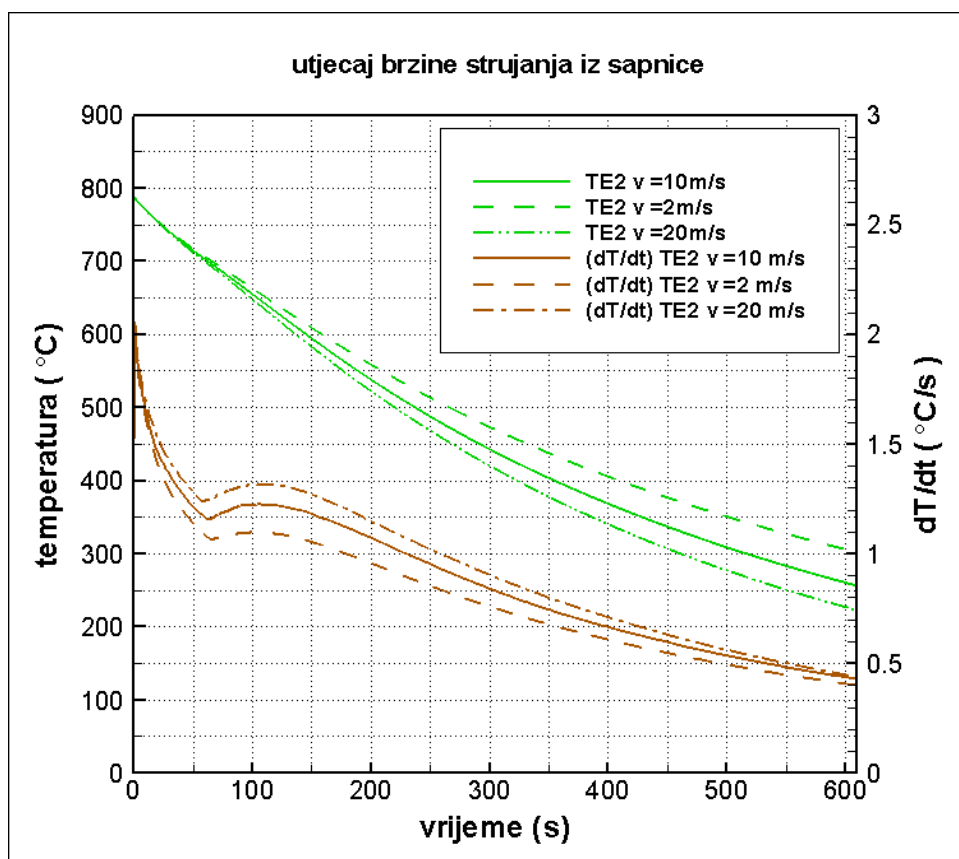
Slika 6.4 Promjena toplinskog toka na čelu uzorka

6.2. UTJECAJ BRZINE STRUJANJA IZ SAPNICE

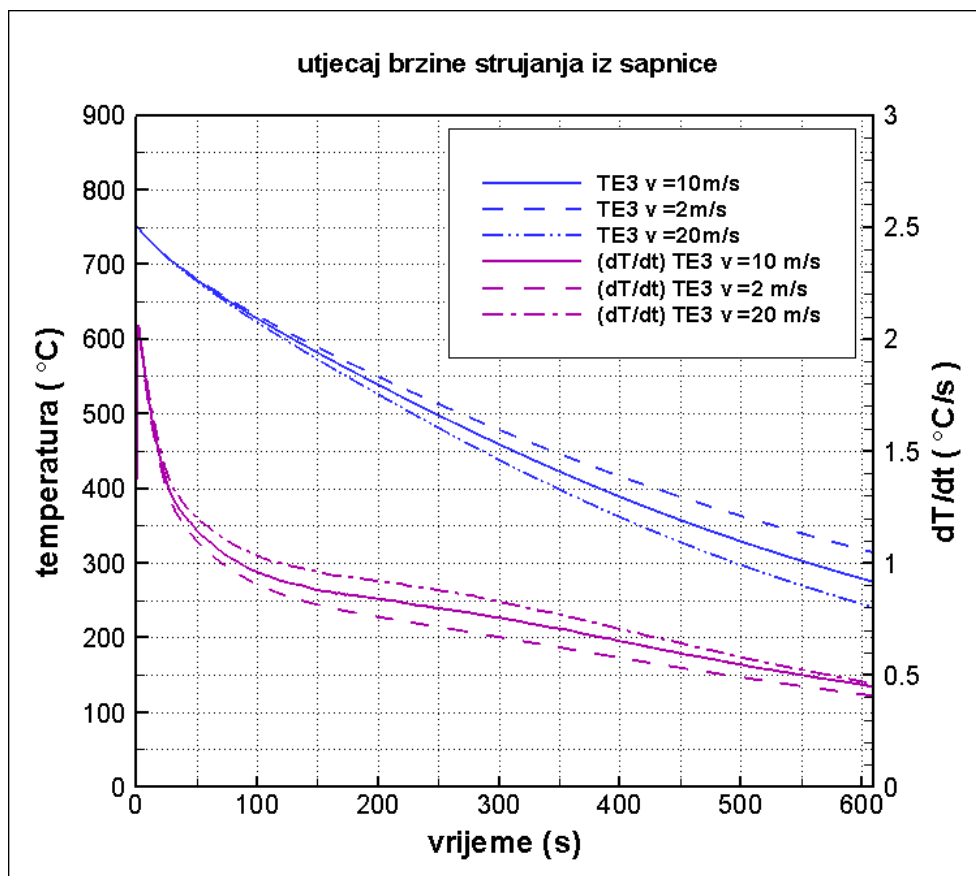
Numeričke simulacije provedene su sa referentnom brzinom strujanja iz sapnice od 10 m/s, jednom manjom brzinom (2 m/s), te jednom većom brzinom (20 m/s). Sve tri simulacije provedene su pri tlaku u komori od 3 bara, udaljenosti sapnice od čela uzorka od 47 mm te promjeru sapnice od 6 mm. Dijagrami s vremenskim promjenama temperatura i brzina ohlađivanja u poziciji termoelemenata će radi preglednosti biti prikazani za svaki termoelement posebno. Sa dijagrama 6.5 do 6.7 vidljiv je utjecaj brzine strujanja iz sapnice na problem gašenja, povećanjem brzine strujanja iz sapnice postiže se brže hlađenje te su brzine ohlađivanja veće što je iskustveno bilo i za očekivati. Iz slika je vidljivo da promjena brzine dušika praktički nema utjecaja na početnu brzinu ohlađivanja, što je fizikalno jasno, nego se efekt promjene brzine očituje tijekom vremena gašenja. Najveće razlike u brzini gašenja se postižu u vremenskom intervalu od 50 do 200 s. Efekt promjene brzine dušika se bolje vidi kroz vremensku promjenu temperature, gdje se efekt promjene brzine hlađenja akumulira. Tako bi nakon 600 s temperatura na poziciji TE1 pri brzini hlađenja od 2 m/s bila oko 250 °C, a pri brzini 20 m/s oko 160 °C. Temperatura na poziciji TE2 nakon 600 s gašenja iznosila je 300 °C pri brzini hlađenja od 2 m/s, dok je pri brzini hlađenja od 20 m/s iznosila 220 °C. Temperatura na poziciji TE3 nakon 600 s gašenja iznosila je 310 °C pri brzini hlađenja od 2 m/s, dok je pri brzini hlađenja od 20 m/s iznosila 245 °C. Iz animacije procesa hlađenja uzorka, vidi se da se on hladi s oba kraja, tako da se u jednom trenutku na poziciji termoelementa TE2 pojavljuje lokalni maksimum u brzini ohlađivanja.



Slika 6.5 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (brzina)



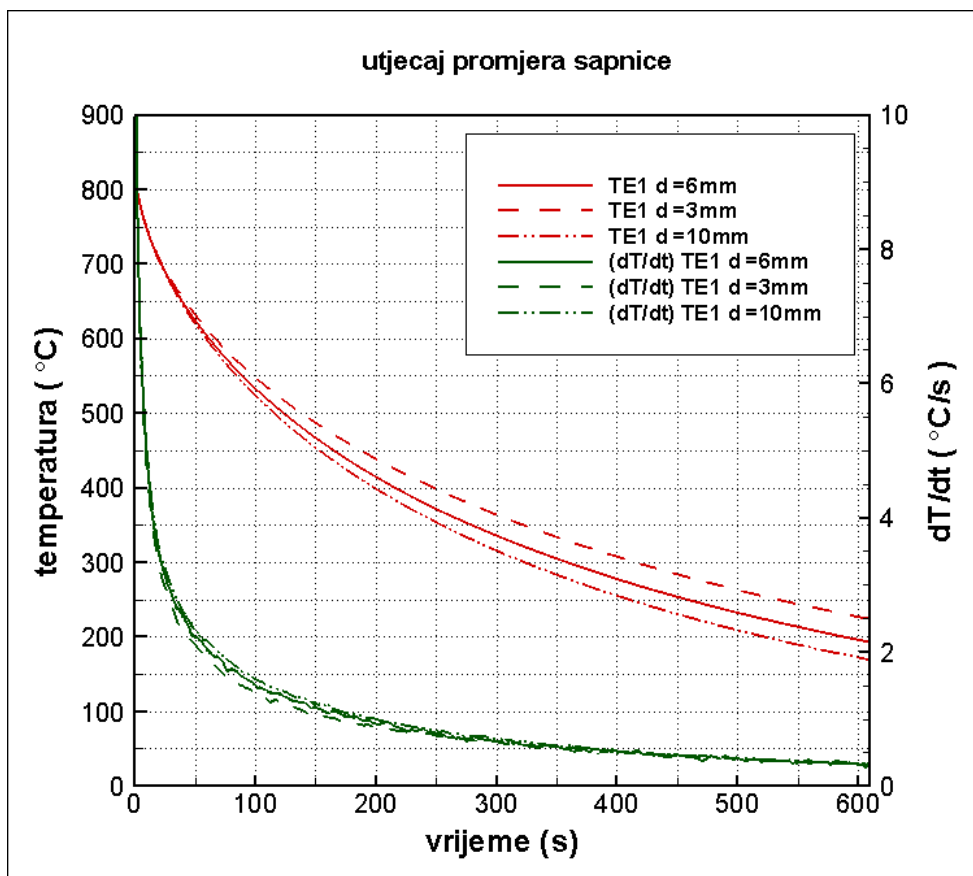
Slika 6.6 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (brzina)



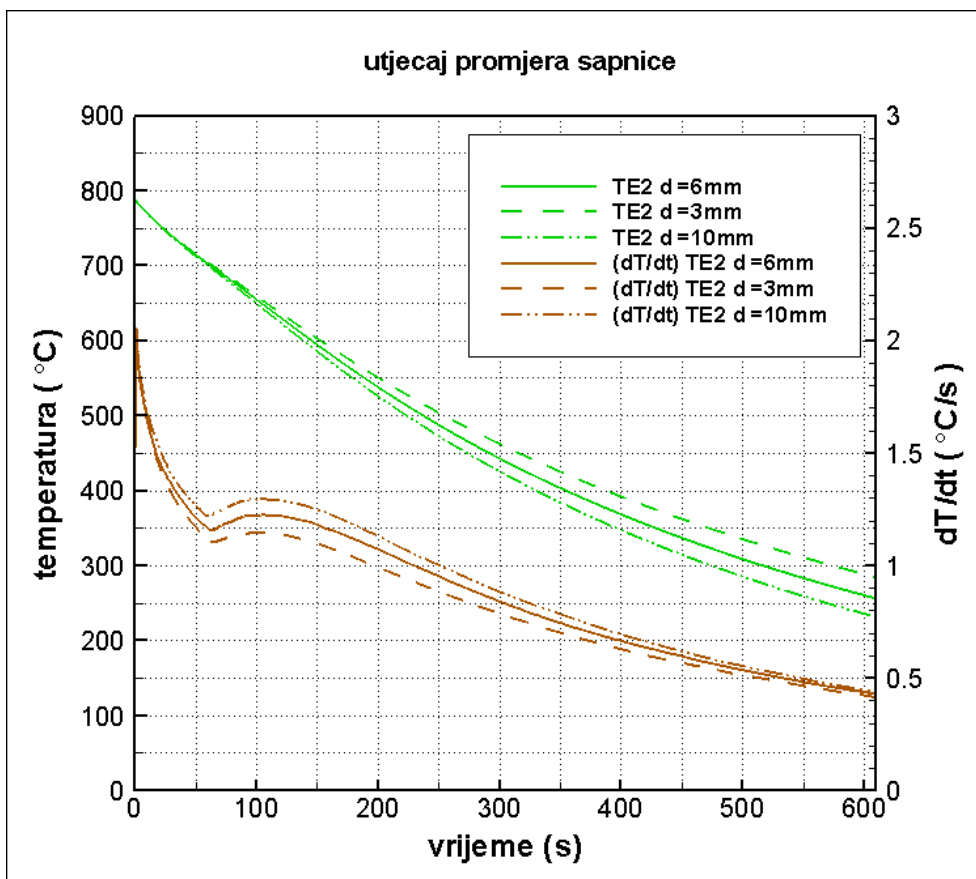
Slika 6.7 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (brzina)

6.3. UTJECAJ PROMJERA SAPNICE

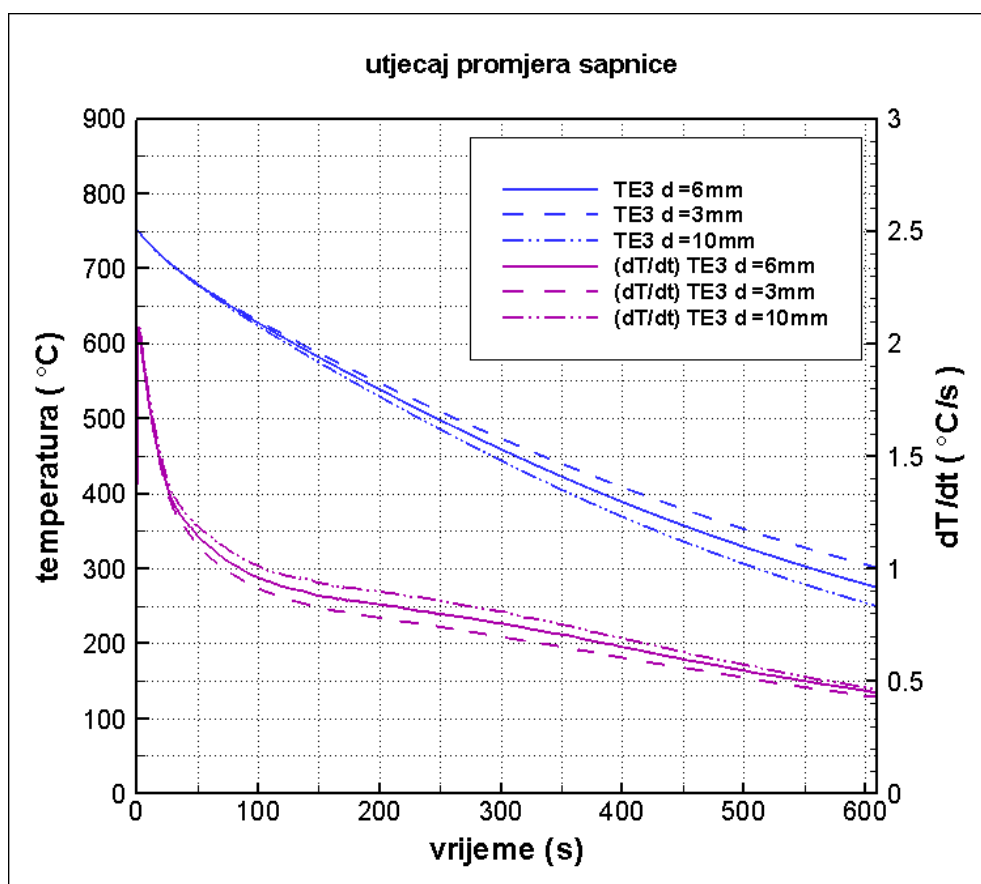
Numeričke simulacije provedene su s osnovnim promjerom sapnice od 6 mm, jednim manjim promjerom (3 mm), te jednim većim promjerom (10 mm). Sve takve simulacije provedene su pri tlaku u komori od 3 bara, brzini strujanja iz sapnice od 10 m/s, te udaljenosti sapnice od čela uzorka od 47 mm. Dijagrami s vremenskim promjenama temperatura i brzina ohlađivanja u poziciji termoelemenata će radi preglednosti biti prikazani za svaki termoelement posebno. Sa dijagrama 6.8 do 6.10 vidljiv je utjecaj promjera sapnice na problem gašenja, a on je jednak kao i kod povećanja brzine strujanja iz sapnice. Većim promjerom sapnice postiže se brže hlađenje te su brzine ohlađivanja veće, dok se manjim promjerom sapnice postižu manje brzine ohlađivanja. Iz slika je vidljivo da promjena promjera sapnice također nema utjecaja na početnu brzinu ohlađivanja, nego se efekt promjene brzine očituje tijekom vremena gašenja. Najveće razlike u brzini gašenja se postižu u vremenskom intervalu od 50 do 200 s. Efekt promjene promjera sapnice se bolje vidi kroz vremensku promjenu temperature kao i u slučaju povećanja brzine dušika. Tako je nakon 600 s temperatura na poziciji TE1 pri promjeru sapnice od 3 mm bila oko 230 °C, a pri promjeru sapnice 10 mm oko 160 °C. Temperatura na poziciji TE2 nakon 600 s gašenja iznosila je 290 °C pri promjeru sapnice od 3 mm, dok je pri promjeru sapnice od 10 mm iznosila 235 °C. Temperatura na poziciji TE3 nakon 600 s gašenja iznosila je 300 °C pri promjeru sapnice od 3 mm, dok je pri promjeru sapnice od 10 mm iznosila 250 °C.



Slika 6.8 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (promjer)



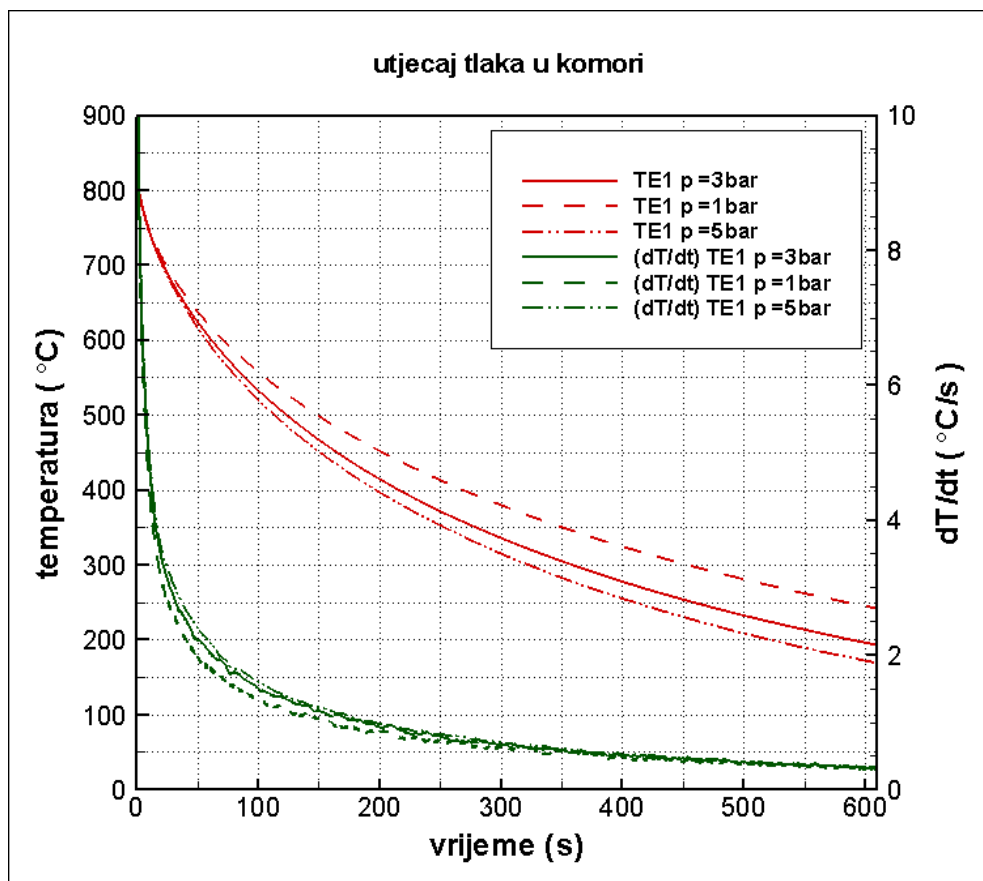
Slika 6.9 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (promjer)



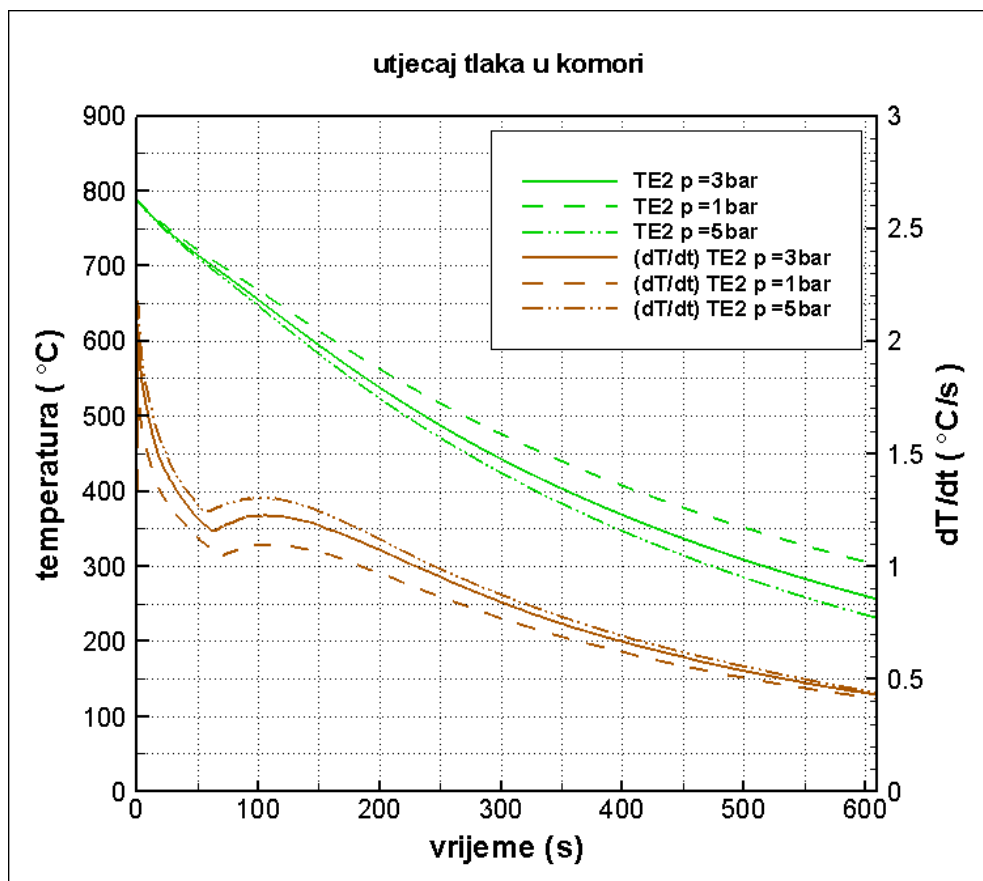
Slika 6.10 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (promjer)

6.4. UTJECAJ TLAKA U KOMORI

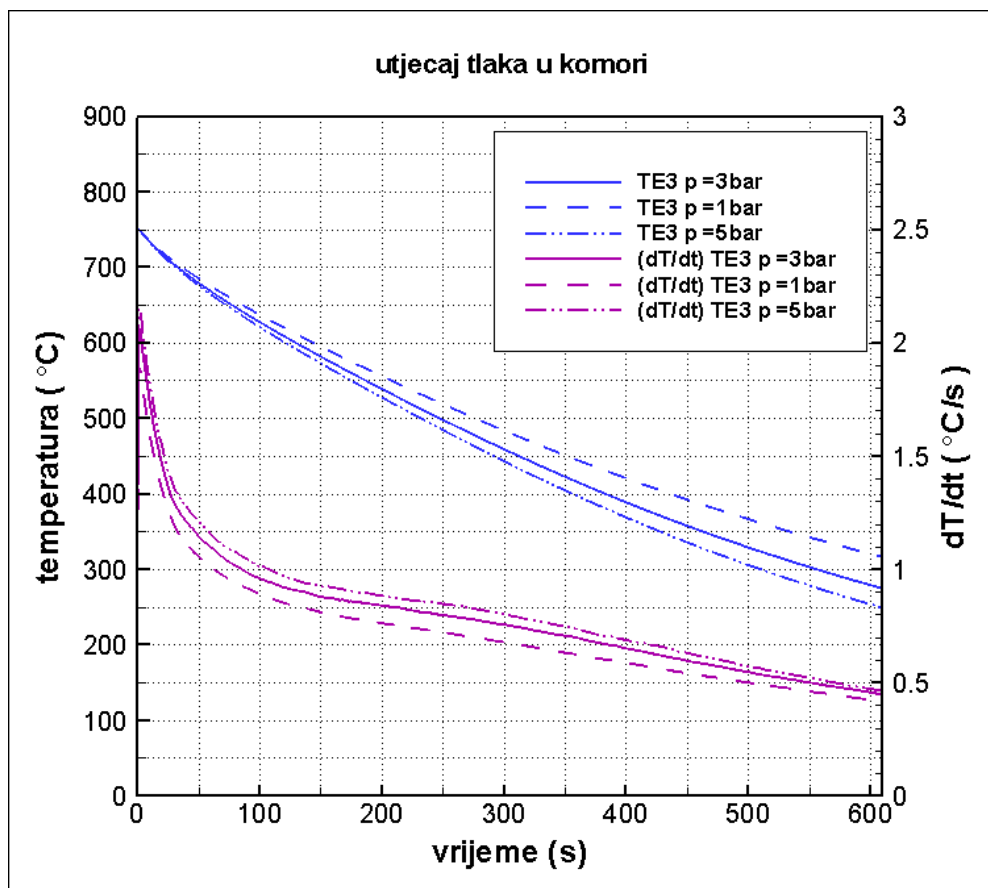
Numeričke simulacije provedene su s osnovnim tlakom u komori od 3 bara, pri jednom manjem tlaku (1 bar), te jednom većem tlaku (5 bar). Sve takve simulacije provedene su s sapnicom promjera 6 mm, pri udaljenosti sapnice od čela uzorka od 47 mm, te brzini strujanja iz sapnice od 10 m/s. Dijagrami s vremenskim promjenama temperatura i brzina ohlađivanja u poziciji termoelemenata će radi preglednosti biti prikazani za svaki termoelement posebno. Sa dijagrama 6.11 do 6.13 vidljiv je utjecaj tlaka u komori na problem gašenja, povećanjem tlaka u komori postiže se brže hlađenje te su brzine ohlađivanja veće što je iskustveno bilo i za očekivati. Iz slika je vidljivo da promjena tlaka u komori također nema utjecaja na početnu brzinu ohlađivanja, nego se efekt promjene brzine očituje tijekom vremena gašenja. Najveće razlike u brzini gašenja se postižu i u ovom slučaju u vremenskom intervalu od 50 do 200 s. Efekt promjene tlaka u komori se bolje vidi kroz vremensku promjenu temperature kao i u slučaju povećanja brzine dušika te povećanja promjera sapnice. Tako je nakon 600 s temperatura na poziciji TE1 pri tlaku 1 bar bila oko 250 °C, a pri tlaku 5 bar oko 180 °C. Temperatura na poziciji TE2 nakon 600 s gašenja iznosila je 300 °C pri tlaku od 1 bar, dok je pri tlaku od 5 bar iznosila 240 °C. Temperatura na poziciji TE3 nakon 600 s gašenja iznosila je 320 °C pri tlaku od 1 bar, dok je pri tlaku od 5 bar iznosila 250 °C.



Slika 6.11 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (tlak)



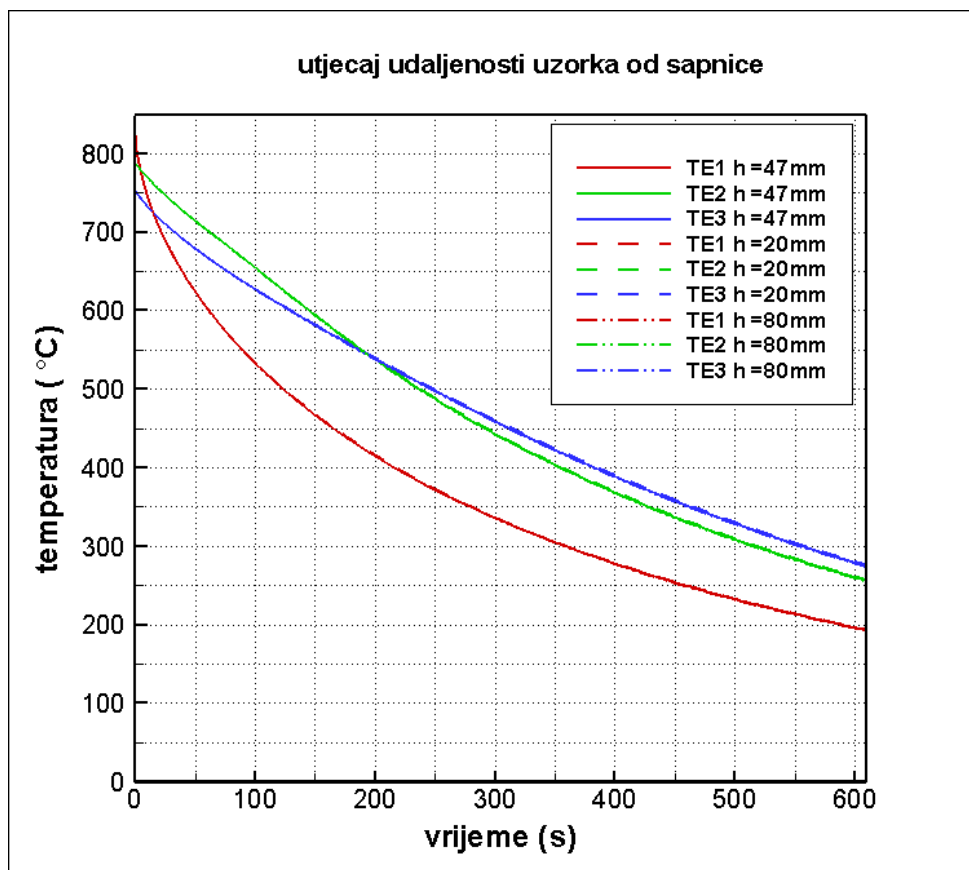
Slika 6.12 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (tlak)



Slika 6.13 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (tlak)

6.5. UTJECAJ UDALJENOSTI SAPNICE O ČELA UZORKA

Numeričke simulacije provedene su s osnovnom udaljenosti sapnice od čela uzorka od 47 mm, pri jednoj manjoj udaljenosti (20 mm), te jednoj većoj udaljenosti (80 mm). Sve takve simulacije provedene su s sapnicom promjera 6 mm, pri tlaku u komori od 3 bara, te brzini strujanja iz sapnice od 10 m/s. Dijagram s vremenskim promjenama temperatura u poziciji termoelemenata prikazan je na slici 6.14. Sa dijagrama je vidljivo da je utjecaj udaljenosti uzorka od sapnice zanemariv, tj. brzina strujanja iz sapnice je prevelika da bi se osjetio utjecaj udaljenosti sapnice od čela uzorka na numeričko rješenje. Na dijagramu nisu nacrtane brzine ohlađivanja iz razloga jer su one identične onima dobivenima osnovnom simulacijom prikazanim na slici 6.2.

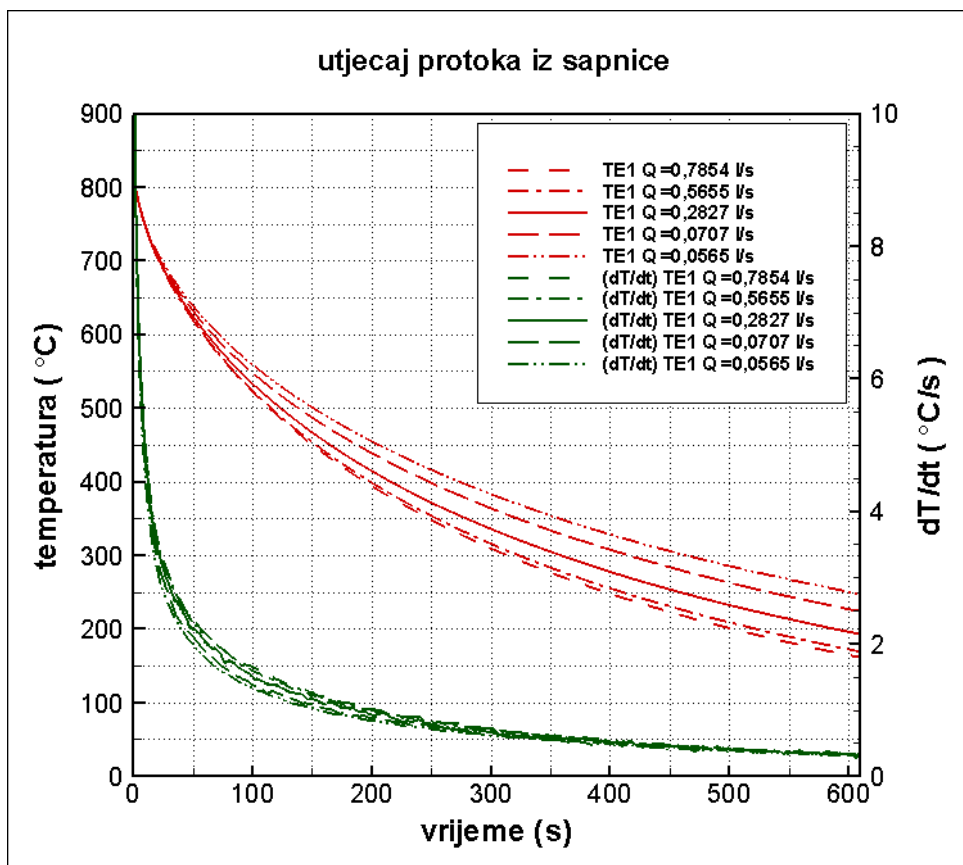


Slika 6.14 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE (udaljenost)

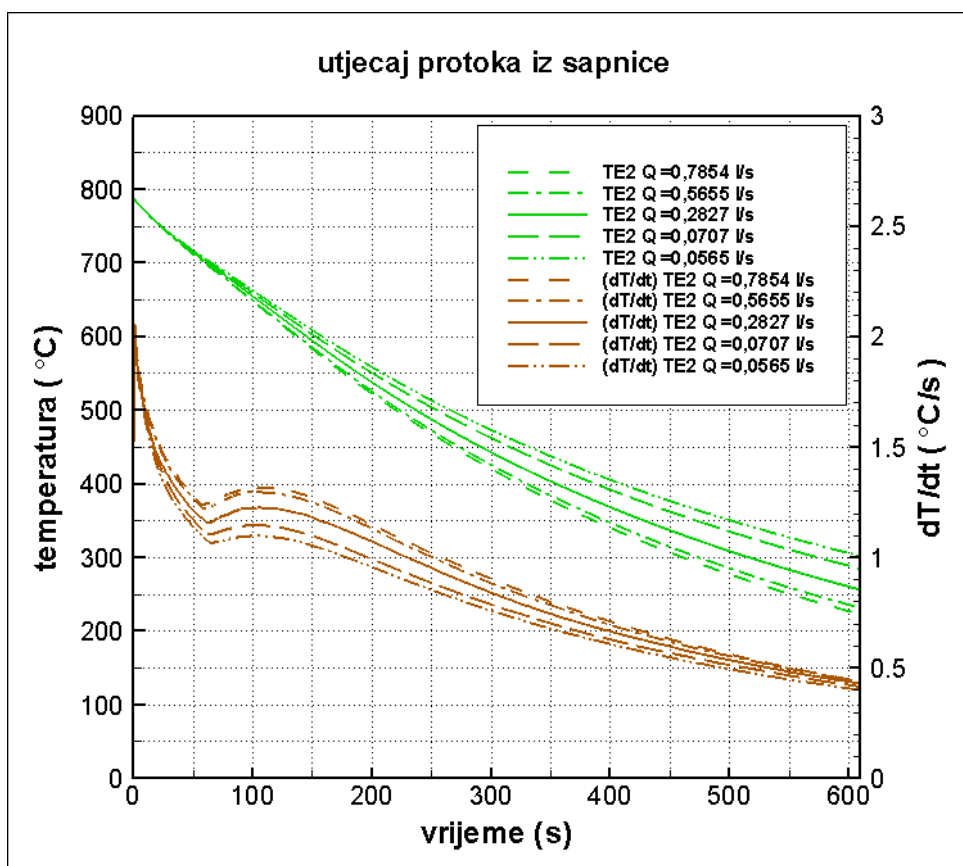
6.6. UTJECAJ PROTOKA IZ SAPNICE

Numeričke simulacije provedene su s tri različite brzine strujanja iz sapnice te tri različita promjera sapnice, ako se ta dva parametra ujedine može se prikazati i utjecaj protoka dušika iz sapnice na problem gašenja.

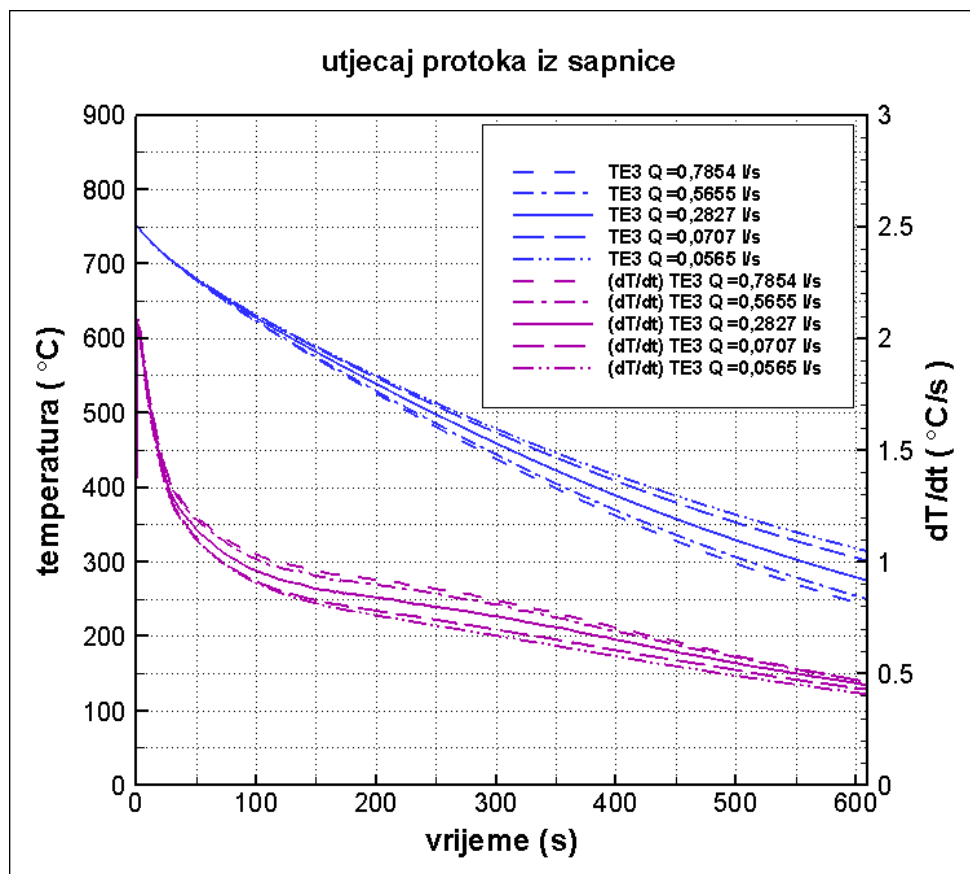
Svih pet simulacija provedeno je pri udaljenosti sapnice od čela uzorka od 47 mm i tlaku u komori od 3 bara. Dijagrami s vremenskim promjenama temperatura i brzina ohlađivanja u poziciji termoelemenata će radi preglednosti biti prikazani za svaki termoelement posebno. Sa dijagrama 6.15 do 6.17 vidljiv je utjecaj protoka iz sapnice na problem gašenja, povećanjem protoka postiže se brže hlađenje te su brzine ohlađivanja veće što je bilo i za očekivati pošto je protok izveden od dvije veličine za koje je potvrđeno ranije da imaju isti utjecaj. Najveće razlike u brzini gašenja se postižu i u ovom slučaju u vremenskom intervalu od 50 do 200 s. Nakon 600 s temperatura na poziciji TE1 pri protoku 0,0565 l/s bila je oko 250 °C, a pri protoku od 0,7854 l/s oko 160 °C. Temperatura na poziciji TE2 nakon 600 s gašenja iznosila je 300 °C pri protoku od 0,0565 l/s, dok je pri protoku od 0,7854 l/s iznosila 220 °C. Temperatura na poziciji TE3 nakon 600 s gašenja iznosila je 320 °C pri protoku od 0,0565 l/s, dok je pri protoku od 0,7854 l/s iznosila 245 °C.



Slika 6.15 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE1 (protok)



Slika 6.16 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE2 (protok)



Slika 6.17 Promjena temperatura i brzina ohlađivanja na poziciji TE3 (protok)

7. ZAKLJUČAK

U radu je numerički simuliran nestacionarni proces gašenja Jominy uzorka mlazom dušika. Rezultati numeričke simulacije su prvo uspoređeni s ograničenim brojem rezultata dobivenim eksperimentom. Mjereni rezultati su također poslužili za procjenu početnog polja temperature u uzorku. Nakon toga je izvršena analiza utjecaja:

- brzine struje dušika,
- promjera sapnice kroz koju struji dušik,
- udaljenosti mlaznice od čela uzorka i
- tlaka dušika u komori

na brzinu ohlađivanja uzorka.

Iz analize provedenih numeričkih simulacija može se zaključiti sljedeće:

- 1) Odstupanje krivulja vremenske promjene temperatura dobivenih simulacijom od onih dobivenih eksperimentalno na pozicijama triju termoelementa (TE1, TE2 i TE3) je najmanje za prvi termoelement (najbliže gašenom čelu) i iznosi do 16 K, dok je za drugi i treći termoelement odstupanje unutar 30 K tijekom većine vremena gašenja.
- 2) Profili temperature u poprečnim presjecima na udaljenosti $x=0,3$ mm od čela uzorka pa do kraja uzorka (ispitno područje uzorka) su vrlo ravnomjerni (dakle vrijede uvjeti jednodimenzijskog provođenja topline, što znači da je keramika dovoljno dobar izolator). Izuzetak u smislu neravnomjernosti polja temperature čini samo čelo uzorka i neposredni okoliš čela, koji se i tako u ispitivanjima tvrdoće odbacuje.
- 3) Povećanjem brzine strujanja dušika iz sapnice, i povećanjem promjera sapnice (tj. povećanjem protoka dušika) dolazi do povećanja brzine ohlađivanja uzorka, pri čemu brzina ohlađivanja samog čela ostaje praktički nepromijenjena. Promjenom protoka od 0,0565 l/s na 0,7854 l/s brzina ohlađivanja na poziciji TE1 u $t=100$ s se povećala od 1,33 K/s na 1,65 K/s. U istom vremenskom trenutku brzina ohlađivanja na poziciji TE2 se povećala od 1,09 K/s na 1,31 K/s, a na poziciji TE3 od 0,91 K/s na 1,03 K/s.
- 4) Povećanjem tlaka u komori, također se povećava brzina ohlađivanja, što je za očekivati jer se povećava maseni protok dušika. Promjenom tlaka od 1 bar na 5 bar brzina ohlađivanja na poziciji TE1 u $t=100$ s se povećala od 1,37 K/s na 1,60 K/s. U istom vremenskom trenutku brzina ohlađivanja na poziciji TE2 se povećala od 1,09 K/s na 1,29 K/s, a na poziciji TE3 od 0,88 K/s na 1,02 K/s.
- 5) Promjena udaljenosti sapnice od čela uzorka nema gotovo nikakav utjecaj na brzinu ohlađivanja.

Provedenim simulacijama nije dobivena „grba“ u profilu temperature na poziciji termoelementa TE2. Razlog pojavi grbe može biti oslobađanje topline uslijed promjene strukture čelika, što u usvojenom matematičkom modelu nije uzeto u obzir. U nastavku rada bi se to također moglo modelirati, što bi vjerojatno dovelo do još točnijih rezultata.

Literatura

- [1] Stupnišek, M., Cajner, F., "Osnove Toplinske Obradbe Metala", Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, Zagreb, 2001.
- [2] Versteeg, H. K., Malalasekera, W., "An Intoduction To Computational Fluid Dynamics", Longman Scientific & Technical, 1995.
- [3] Galović, A., "Termodinamika II", Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, 2003., Zagreb
- [4] Anderson, J.D., "Computation Fluid Dynamics – The Basis With Application", McGraw - Hill, 1995
- [5] Landek, D., Liščić, B., Filetin, T., Lubben, T, Lisjak, D., "Hardenability Testing And Simulation Of High Pressure Gas Quenched Steels", str 1-7
- [6] Virag, Z., Materijali Za Pripremanje Ispita Iz Kolegija Mehanika Fluida 2, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje
- [7] Filetin, T., Cajner, F., Španiček, Đ., Grilec, K., Materijali Za Pripremanje Ispita Iz Kolegija Materijali 2, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje
- [8] Jalušić, B., "Analiza polja brzine iza prepreke iz tehničkog tekstila" - Završni Rad, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, Zagreb, 2008.
- [9] Necati Ozisik, M., "Heat Transfer : A Basic Approach", McGraw-Hill, 1984.
- [10] FLUENT, CFD Analysis Software Documentation,
web-stranica: <http://cfd.mae.wvu.edu/~wade/fluent/index.htm>