Analiza uzgona kombinacije tijelo-noseća površina

Zrnić, Dino

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:689023

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Dino Zrnić

Zagreb, 2016.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Analiza uzgona kombinacije tijelo - noseća površina

Mentor:
izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:
Dino Zrnić

Zagreb, 2016.

Ovom prilikom bih se htio zahvaliti izv. prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na stručnoj pomoći i savjetima.

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, ožujak 2016. Dino Zrnić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum 25 -02- 2016	Prilog
Klasa: 602-04/16-6/13	
Ur.broj: 15-1703-16-157	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Dino Zrnić** Mat. br.: 0035191374

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza uzgona kombinacije tijelo – noseća površina**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Lift analysis for the body – lifting surface arrangement**

Opis zadatka:

Aerodinamičke značajke noseće površine u kombinaciji tijelo – noseća površina uslijed aerodinamičke interferencije drugačije su od značajki izolirane noseće površine.

U modeliranju optjecanja, a time i za aerodinamičku analizu, jedan od pristupa je primjena metode singulariteta koja koristi polje brzina vrtloga, izvora ili dipola raspodijeljenih u ograničenom području u polju optjecanja, uobičajeno na promatranom objektu. Primjenom izvora za opis polja brzina tijela te vrtloga za opis polja brzina noseće površine moguće je modelirati kombinaciju tijelo – noseća površina. Za noseću površinu, metoda noseće linije s diskretizacijom po rasponu krila predstavlja najjednostavniji model.

U završnom radu potrebno je:

- napraviti računalnu implementaciju u MATLAB-u metode koja bi kombinirala izvore i dipole za tijelo i vrtložne niti za noseću površinu (primjenom modela noseće linije) s ciljem određivanja koeficijenta aerodinamičke sile uzgona kombinacije tijelo – noseća površina;
- usporediti rezultate razmatrane metode s drugim dostupnim rezultatima;
- napraviti analizu aerodinamičke sile uzgona za odabranu kombinaciju tijelo – noseća površina varijacijom pojedinih elemenata geometrije, poput npr. kuta strijele noseće površine.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
25. studenog 2015.

Rok predaje rada:
1. rok: 25. veljače 2016.
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.
3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:
Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Sadržaj

Sadržaj **v**

Popis slika **vii**

Popis tablica **viii**

Popis oznaka **ix**

Sažetak **xii**

Summary **xiii**

1. Uvod **1**

2. Teorija **2**

2.1. Dipol-Izvor-Vrtlog (DIV) metoda 2

2.1.1. Π vrtlozi 2

2.1.2. Izvori i dipoli 5

2.1.3. Određivanje induciranih brzina od izvora i dipola 6

2.2. Utjecaj kombinacije krilo-tijelo 8

2.2.1. Određivanje normala 8

2.2.2. Rubni uvijeti i određivanje intenziteta Π vrtolga, izvora i dipola . 9

2.2.3. Koeficijent normalne sile 11

3. Rezultati **14**

3.1. Opis programa 14

3.2. Prikaz rezultata 15

3.2.1. Usporedba konfiguracije cilindrično tijelo-krilo 16

3.2.2. Usporedba AGARD krila 19

3.2.3. Usporedba AGARD kombinacije tijelo-krilo 20

3.2.4. Prikaz rezultata za različitu geometriju 27

4. Zaključak **28**

Literatura **30**

Popis slika

2.1 Utjecaj vrtloga na kontrolnu točku 3
2.2 Raspodjela vrtloga na krilu 4
2.3 Prikaz tijela sa komponentama poremećaja brzine 6
2.4 Rubni uvijeti na tijelu 8
2.5 Rubni uvijeti na krilu 9
2.6 Prikaz cilindričnih koordinata na tijelu i njihovih brzina 13

3.1 Konvergencija riješenja za gradijent koeficijenta normalne sile. 16
3.2 Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu uz prisutnost tijela . . . 17
3.3 Prikaz izoliranog krila na VID modelu 18
3.4 Prikaz izoliranog ekvivalentnog krila na DIV modelu 18
3.5 Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu 19
3.6 Kombinacija krilo-tijelo za DIV metodu. 21
3.7 Kombinacija za krilo-tijelo za VID metodu [2]. 22
3.8 Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu pri utjecaju tijela. 23
3.9 Usporedba rezultata izvora DIV i VID metode. 24
3.10 Usporedba rezultata dipola DIV i VID metode. 25
3.11 Rezultati koeficijenta normalne sile DIV metode u odnosu na VID metodu, eksperimentalne podatke zračnog tunela te k-ϵ metode. 26
3.12 Raspodjela lokalnog koeficijenta uzgona za različite kutove strijele 27

Popis tablica

3.1 Tablica svih programa 15
3.2 Geometrija modela 20

Popis oznaka

$\mathbf{A}$	matrica uplivnih koeficijenata izvora, [m/s] . . . 10
$\mathbf{a}_{j,i}$	brzina inducirana jediničnim intenzitetom izvora na i-tom segmentu u j-toj kontrolnoj točki, [m/s] . . . 7
$\mathbf{d}_{j,i}$	brzina inducirana jediničnim intenzitetom dipola na i-tom segmentu u j-toj kontrolnoj točki, [m/s] . . . 7
α_∞	napadni kut neporemećene struje, [rad] . . . 5
A	vitkost krila, [m/s] . . . 12
$\mathbf{B}$	matrica uplivnih koeficijenata Π vrtloga, [m/s] . . . 10
$\vec{b}$	vektor jediničnog intenziteta Π vrtloga, [m/s] . . . 4
$\vec{b}_{jk}$	jedinični intenzitet vrtloga i-tog segmenta u j-toj kontrolnoj točki, [m/s] . . . 4
C_j	kontrolna točka na j-tom segmentu, [-] . . . 4
C_l	koeficijent uzgona, [-] . . . 11
$C_{L\alpha}$	gradijent normalne sile , [-] . . . 12
C_p	koeficijent tlaka, [-] . . . 12
$\mathbf{D}$	matrica uplivnih koeficijenata dipola, [m/s] . . . 10
$\hat{\phi}$	potencijal pormećaja, [m^2/s] . . . 5
$\mathbf{G}$	matrica izvora, [m^3/s] . . . 10
G_i	intenzitet jediničnih izvora na i-tom segmentu, [m^3/s] . . . 5
$\mathbf{H}$	matrica dipola, [m^3/s] . . . 10
H_i	intenzitet jediničnih dipola na i-tom segmentu, [m^3/s] . . . 5
$\mathbf{L}_x$	matrica transformacije za kut ϑ, [-] . . . 7
Ma_∞	Machov broj neporemećene struje, [-] . . . 5

m	broj segmenata na krilu, [-]	4
$\vec{n}_j$	vektor normale u kontrolnoj točki, [m]	9
N	broj kontrolnih točaka na tijelu, [-]	9
$\vec{n}_x$	vektor normale u smjeru x-osi, [m]	2
$\vec{n}_z$	vektor normale u smjeru z-osi, [m]	3
P_∞	tlak neporemećene struje zraka, [Pa]	12
p	tlak, [Pa]	12
r_1	skalar udaljenosti od točke A do kontrolne točke C_j, [m]	3
r_2	skalar udaljenosti od točke B do kontrolne točke C_j, [m]	2
r	radijus tijela, [m]	5
$\vec{r}_1$	vektor udaljenosti od točke A do kontrolne točke C_j, [m]	2
$\vec{r}_2$	vektor udaljenosti od točke B do kontrolne točke C_j, [m]	3
S_{ref}	referentna površina tijela, [m^2]	12
S	referentna površina krila, [m^2]	11
$\hat{u}$	potencijal pormećaja u pravcu osi x, [m^2/s]	5
$\vec{V}_0$	inducirana brzina središnjeg Π vrtloga, [m/s]	3
$\mathbf{V}$	vektor neporemećenih brzina proiciranih na normalu u C_j, [m/s]	10
$\vec{V}_1$	inducirana brzina A vrtloga, [m/s]	2
$\vec{V}_2$	inducirana brzina B vrtloga, [m/s]	3
$\vec{V}_\infty$	neporemećena brzina zraka, [m/s]	10
$\hat{v}$	potencijal pormećaja u pravcu osi y, [m^2/s]	5
$\vec{V}_{ind}$	inducirana brzina i j-toj kontrolnoj točki, [m/s]	4
$\vec{w}$	ukupna inducirana brzina vrtloga, [m/s]	3
$\hat{w}$	potencijal pormećaja u pravcu osi z, [m^2/s]	5
Π	intenzitet vrtloga [-]	2
Γ	intenzitet cirkulacije vrtloga, [m^3/s]	2
γ	omjer specifičnih toplina pri stalnom tlaku i stalnom volumenu, [-]	12
$\mathbf{\Gamma}$	matrica intenziteta otkovičastih vrtloga, [m^2/s]	10
Γ_i	intenzitet cirkulacije vrtolga na i-tom segmentu, [m^2/s]	4
ρ	gustoća neporemećena struje zraka, [kg/m^2]	11
ξ_i	mjesto i-tog linijski izvor ili dipola, [m]	5

Kratice

DIV Dipoli-izvor-vrtlozi 1

Sažetak

Cilj završnog rada je dobiti raspodjelu cirkulacije na krilu, intenzitet izvora i dipola na tijelu te uz pomoć njih dobiti koeficijent ukupne normalne sile kombinacije tijelo-noseća površina. Razvijena metoda oslanja se na dvije različite metode: Weissinger metodu noseće linije za krilo i metoda izvora i dipola za tijelo. Strujanje fluida oko simetričnog krila modelira se Π vrtlozima, dok strujanje oko tijela modelira se linijskim izvorima i dipolima. Zbrajanjem sa potencijalnim strujanjem iz beskonačnosti i postavljanjem rubnih uvjeta nepropusnosti površine dobivamo matematički model nazvan dipol-izvor-vrtlog (DIV). Kombinaciju dobivamo postavljajući matematički model tako da uzimamo utjecaj vrtloga na kontrolne točke krila i tijela te utjecaj tijela na kontrolne točke krila i tijela. S rasporedom brzina na kontrolnim točkama na tijelu i krilu, iz Bernoullijeve jednađžbe može se odrediti raspored tlakova, a iz njih raspored koeficijenta uzgona za određene napadne kutove. Model DIV, izrađen u programskom paketu MATLAB, ograničen je na kombinaciju trapeznog krila simetričnog profila bez dihedrala i osnosimetričnog tijela pod malim napadnim kutom. Rezultati modela DIV uspoređeni su sa dostupnim eksperimentalnim rezultatima i rezultatima drugih numeričkih modela. U radu je analiziran i utjecaj kuta strijele krila na uzgon kombinacije.

Ključne riječi: model noseće linije, model izvora i dipola, kombinacija tijelo-noseća površina, utjecaj kuta strijele krila

Summary

The main aim of the dissertation is to obtain distribution od circulation on the wing, the intensity of sources and dipoles on the body, and with the help of them gain coefficient of the total normal force of combination wing-body. The developed method relies on two different methods: Weissinger method for wing and the method of sources and dipoles for the body. Fluid flow around symmetrical wings simulate Π vortexes, while flow around body simulate inline sources and dipoles. Summing up with the potential flow from infinity, and setting boundary conditions of impermeability surfaces we are getting a mathematical model called dipoles-sources-vortices (DIV). We are gaining combination by setting mathematical metod so that we take influence of the vortex at checkpoints on wings and body, and influence of body at the checkpoint on wings and body. With velocity distribution at the control points on the body and wing, from Bernoulli equation can be determined distribution of pressures, and from them distribution of coefficient of lift for certain angles of attack. Model DIV developed in program package Matlab, is limited to a combination of trapezoidal profile symmetrical wings without dihedral and axisymetrical body at a low angle of attack. Results DIV models are compared with available experimental results and the results of other numerical models. This dissertation analyzes the influence of angle of the arrow wings to lift combination.

Keywords: model of supporting line, model of sources and dipoles, combination wing-body, influence of angle of arrow

1 Uvod

Utjecaj tijela zrakoplova na raspored koeficijenta uzgona duž krila je značajan, on se mijenja sa samom geometrijom kako krila tako i tijela. Stoga postavlja se pitanje na koji način tijelo utječe i koji sve parametri stvaraju navedenu promjenu. U sljedećim poglavljima pokušat ćemo odgovoriti na ova pitanja.

Rad je podjeljen u tri dijela:

- teorijska formulacija problema modela dipoli-izvori-vrtlozi (DIV) (2. Teorija),
- opis programa dipoli-izvori-vrtlozi (DIV) (3.1. Opis programa),
- usporedba rezultata sa postojećim pouzdanim modelima te eksperimentalnim podacima (3.2. Prikaz rezultata),
- prikaz rezultata različite geometije (3.2.4. Prikaz rezultata za različitu geometrije).

U teorijskoj formulaciji pokazati će se na koji način smo postavili matematički model, fizikalnost problema, rubne uvijete te ograničenja koja vrijede za model DIV.
Opisom programa definirati ćemo geometriju i parametre kao što su brzina optjecanja, Mach-ov broj, te broj segmenata na koje ćemo podijeliti krilo i tijelo.
Dobivene rezultate DIV modela usporedili smo sa rezultatima iz kolegija Aerodinamika [1], diplomskog rada [2], te magistarskog rada [3] kako bi provjerili točnost izoliranog krila i kombinaciju krilo-tijelo.
Na kraju prikazati ćemo ovisnost rasporeda cirkulacije u odnosu na kut strijele krila, te ovisnost koeficijenta ukupne normalne sile kombinacije u odnosu na napadni kut.

2 Teorija

2.1. Dipol-Izvor-Vrtlog (DIV) metoda

Metoda dipol-izvor-vrtlog (DIV) izračunava koeficijent normalne sile za kombinaciju tijelo-krilo gdje je krilo simulirano Π vrtlozima raspodijeljenim po rasponu, duž 1/4 aerodinamičke tetive te linijskim rasporedom točkastih dipola i izvora po osi simetrije tijela. Kako bi bi dobili riješenje DIV metode, postavljaju se rubni uvjeti da brzina optjecanja bude tangencijalna na površinu.

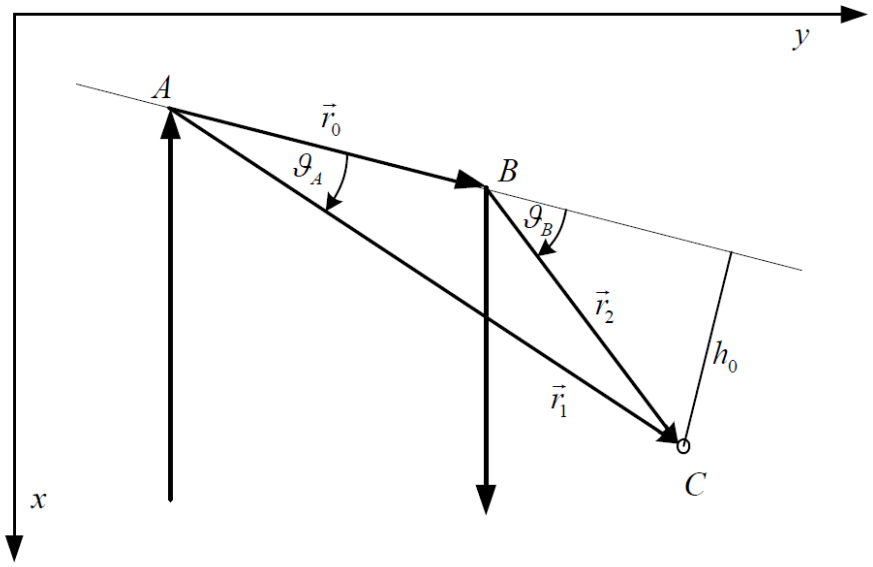
2.1.1. Π vrtlozi

Krilo opisuju Π vrtlozi zajedno sa nestlačivim potencijalnim strujanjem. Budući da je krilo diskretizirano na m segmenata toliko postoji i Π vrtloga. Svaki segment sadrži jedan Π vrtlog. Podijelimo li Π vrtlog na tri dijela od beskonačnosti u pravcu neporemećene brzine do točke A, od točke A do B i od B do beskonačnosti u pravcu neporemećene brzine kao na slici (2.1) da bi se zadovoljio Helmholtzov teorem o vrtložnosti [1]. Inducirana brzina prema Biot-Savartovom zakonu [1] od prvog dijela Π vrtloga od beskonačnosti do točke A

$$\vec{V_1} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r_1}}{r_1(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r_1})} , \tag{2.1}$$

analogno tome inducirana brzina prema Biot-Savartovom zakonu od drugog dijela Π vrtloga od točke B pa do beskonačnosti

$$\vec{V_2} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r_2}}{r_2(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r_2})} , \tag{2.2}$$



Slika 2.1: Utjecaj vrtloga na kontrolnu točku

gdje je r_2 udaljenost od točke C do točke B te je inducirana brzina $\vec{V}_2$ suprotnog predznaka od inducirane brzine $\vec{V}_1$ u jednađžbi (2.1) gdje je r_1 udaljenost točke C do točke A. Dok za srednji dio Π vrtloga inducirana brzina $\vec{V}_0$ u točki C iznosi prema Biot-Savartovom zakonu

$$\vec{V}_0 = -\vec{n}_z \frac{\Gamma}{4\pi \cdot h_0}(\cos\vartheta_A - \cos\vartheta_B)\,. \tag{2.3}$$

Transformacijom jednađžbe za induciranu brzinu $\vec{V}_0$ može se napisati

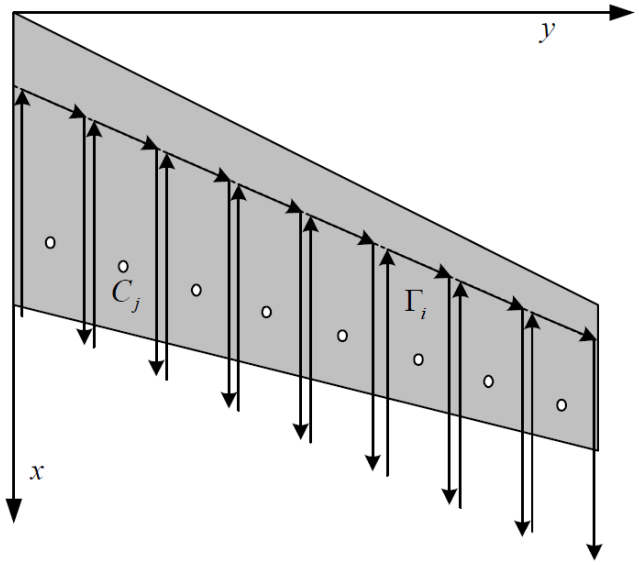
$$\vec{V}_0 = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2(r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)}\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\,. \tag{2.4}$$

Konačno Π vrtlog inducira u točki C brzinu $\vec{w}$ te je ona zbroj triju brzina od tri dijela Π vrtloga

$$\vec{w} = -\frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{r_1(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)} + \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{r_2(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)} + \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{(r_1 + r_2)(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{r_1 r_2(r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)}\,, \tag{2.5}$$

i budući da je inducirana brzina proporcionalna intenzitetu Π vrtloga $\vec{w} = \vec{b} \cdot \Gamma$ vektor $\vec{b}$ postaje

$$\vec{b} = \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{r_1(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)} + \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{r_2(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)} + \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{(r_1 + r_2)(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{r_1 r_2(r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)}\right]. \tag{2.6}$$



Slika 2.2: Raspodjela vrtloga na krilu

Intenzitet cirkulacije vrtloga Γ je na sva tri dijela Π vrtloga konstantan. Da bi se odredili intenziteti Γ vrtloga nužno je zadovoljiti uvijete o nepropusnosti površine (brzina optjecanja mora biti tangencijalna na površinu krila). Ti se rubni uvjeti zadovoljavaju u kontrolnim točkama prikazanim na slici (2.2) koje se postavljaju na 3/4 aerodinamičke tetive. Imamo ukupno m Π vrtloga $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_m$ te tako svaki Γ_m inducira u bilo kojoj kontrolnoj točki C_j brzinu $(\vec{V}_{ind})_j$ prema Biot-Savartovom zakonu.

$$(\vec{V}_{ind})_j = \vec{b}_{jk}\Gamma_k \tag{2.7}$$

Tako će svih m Π vrtloga inducirati u točki C_j ukupnu brzinu $(\vec{V}_{ind})_j$. Budući da je jednađžba 2.1 linearna inducirane brzine svih Π vrtloga mogu se zbrojiti te dobiti izraz za ukupnu brzinu u C_j kontrolnoj točki.

$$(\vec{V}_{ind})_j = \sum_{k=1}^{m} \vec{b}_{jk}\Gamma_k \tag{2.8}$$

Vektor $\vec{b}_{jk}$ ovisi o geometriji i-tog segmenta i njegovoj udaljenosti od kontrolne točke C_j kako na krilu. Jednak je brzini koju inducira vrtlog jediničnog intenziteta kako je pokazano u izrazu (2.6).

2.1.2. Izvori i dipoli

Promatrat ćemo tijelo zrakoplova u subsoničnoj struji zraka. Strujanje fluida oko tijela simulirat ćemo linijskim rasporedom točkastih izvora i dipola postavljenih na x-os osnosimetričnog tijela. Zajedno sa potencijalnim strujanjem iz beskonačnosti, pod nekim napadnim kutom dobit ćemo sliku strujanja. Važne pretpostavke koje vrijede za daljnje jednađbe koje ćemo razmatrati su

- da je $\dfrac{dr}{dx}$ mali broj i
- da je napadni kut α_∞ mali.

Oblik potencijala poremećaja pri nesimetričnom optjecanju biti će zbroj potencijala izvora i potencijala dipola.

$$\hat{\phi}(x,r,\vartheta) = \frac{G}{[(x-\xi)^2 + (1-Ma_\infty^2)r^2]^{1/2}} + \frac{Hr\cos\vartheta}{[(x-\xi)^2 + (1-Ma_\infty^2)r^2]^{3/2}} \tag{2.9}$$

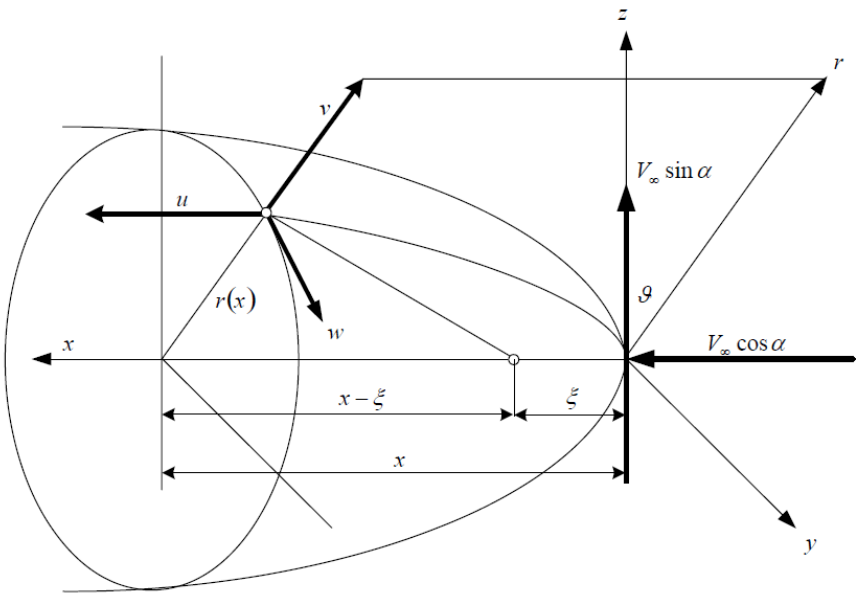
Gdje je G intenzitet izvora, a H intenzitet dipola dok su varijable x,r,ϑ koordinate kontrolnih točaka na kojima se promatra potencijal poremećaja brzina. Da bi bi zadovoljili rubne uvijete u više točaka, uzet ćemo zbroj potencijala izvora i dipola ξ_1, ξ_2,..., ξ_i,..., ξ_n za izvore intenziteta G_1, G_2,..., G_i,..., G_n a za dipole intenziteta H_1, H_2,..., H_i,..., H_n. Tako će potencijal poremećaja brzina u točki (x, r, ϑ) biti

$$\hat{\phi}(x,r,\vartheta) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{G_i}{[(x-\xi_i)^2 + (1-Ma_\infty^2)r^2]^{1/2}} + \frac{H_i r\cos\vartheta}{[(x-\xi_i)^2 + (1-Ma_\infty^2)r^2]^{3/2}} \right\}. \tag{2.10}$$

Brzine koje se induciraju u kontrolnoj točki su zapravo derivacije potencijala

$$\begin{aligned}
\hat{u} &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x} = \sum_{i=1}^{n} \left[-\frac{x-\xi_i}{\rho_i^3} G_i - \frac{3(x-\xi_i)r\cos\vartheta}{\rho_i^5} H_i \right] \\
\hat{v} &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial r} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ -\frac{(1-Ma_\infty^2)r}{\rho_i^3} G_i + \left[\frac{\cos\vartheta}{\rho_i^3} - \frac{3(1-Ma_\infty^2)r^2\cos\vartheta}{\rho_i^5} \right] H_i \right\} \\
\hat{w} &= \frac{1}{r}\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial\vartheta} = -\sum_{i=i}^{n} \frac{H_i\sin\vartheta}{\rho_i^3} ,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

gdje je $\rho_i = \sqrt{(x-\xi_i)^2 + (1-Ma_\infty^2)r^2}$.



Slika 2.3: Prikaz tijela sa komponentama poremećaja brzine

2.1.3. Određivanje induciranih brzina od izvora i dipola

Brzina poremećaja određuju se iz izraza (2.11) u kontrolnim točkama C_j na tijelu. Izrazi će za konkretan slučaj na tijelu biti zapisani u formi

$$\begin{aligned}
\hat{u}_j &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{x_j-\xi_i}{\rho_{ij}^3}G_i - \frac{3(x_j-\xi_i)r_j\cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^5}H_i\right] \\
\hat{v}_j &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial r} = \sum_{i=1}^{n}\left\{-\frac{(1-Ma_\infty^2)r_j}{\rho_{ij}^3}G_i + \left[\frac{\cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^3} - \frac{3(1-Ma_\infty^2)r_j^2\cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^5}\right]H_i\right\} \\
\hat{w}_j &= \frac{1}{r}\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial\vartheta} = -\sum_{i=i}^{n}\frac{H_i\sin\vartheta_j}{\rho_{ij}^3}\,,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

gdje je

$$\rho_{ij} = \sqrt{(x_j-\xi_i)^2 + (1-Ma_\infty^2)r_j^2}\,.$$

Iz tih izraza je vidljivo da su komponente vektora inducirane brzine od jediničnih izvora jednake $\vec{a}_{j,i}$ u cilindričnom koordinatnom sustavu matričnog zapisa

$$\mathbf{a}_{j,i}(x_j, r_j, \vartheta_j) = \begin{bmatrix} -\dfrac{x_j-\xi_i}{\rho_{ij}^3} & -\dfrac{(1-Ma_\infty^2)r_j}{\rho_{ij}^3} & 0 \end{bmatrix}^T\,, \tag{2.13}$$

te su komponente vektora inducirane brzine u kontrolnim točkama na tijelu C_j od jediničnih dipola $\vec{d}_{j,i}$ u sustavu x,r,ϑ jednake

$$\mathbf{d}_{j,i}(x_j, r_j, \vartheta_j) = \left[-\frac{3(x-\xi_i) r \cos\vartheta}{\rho_i^5} \quad \frac{\cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^3} - \frac{3(1-Ma_\infty^2) r^2 \cos\vartheta}{\rho_i^5} \quad -\frac{H_i \sin\vartheta}{\rho_i^3} \right]^T . \tag{2.14}$$

Utijecaj tijela na krilo u DIV metodi

Budući da komponente brzine promatramo u kartezijskom koordinatnom sustavu moramo ih pomoću matrica transformacije prebaciti iz cilindričnog. Vršimo rotaciju oko koordinatne osi x za kut ϑ. Matricu transformacije

$$\mathbf{L}_x(\vartheta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix} , \tag{2.15}$$

množimo sa vektorima jediničnih izvora $\vec{a}_{j,i}$ i jediničnih dipola $\vec{d}_{j,i}$ te dobivamo izraze

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{j,i} &= \left[-\frac{x_j - \xi_i}{\rho_{ij}^3} \quad -\frac{(1-Ma_\infty^2) r_j \cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^3} \quad -\frac{(1-Ma_\infty^2) r_j \sin\vartheta_j}{\rho_{ij}^3} \right]^T \\ \mathbf{d}_{j,i} &= \left[-\frac{3(x_j-\xi_i) r_j \cos\vartheta_j}{\rho_{ij}^5} \quad \frac{1}{\rho_{ij}^3} - \frac{3(1-Ma_\infty^2) r_j^2 \cos^2\vartheta_j}{\rho_{ij}^5} \quad -\frac{3(1-Ma_\infty^2) r_j^2 \cos\vartheta_j \sin\vartheta_j}{\rho_{ij}^5} \right]^T . \end{aligned} \tag{2.16}$$

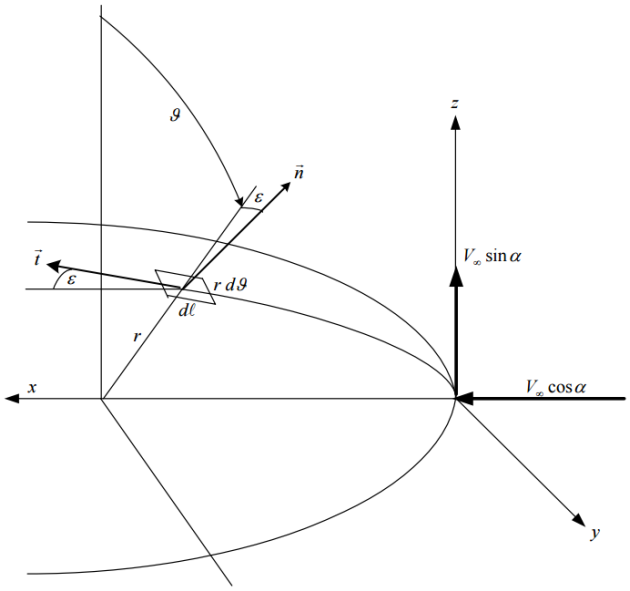
Izrazi su primjenjivi za računanje intenziteta izvora i dipola u kontrolnim točkama na tijelu, gdje je $\vartheta = 0$ i $\vartheta = \pi$. Za utjecaj izvora i dipola na kontrolne točke na krilu C_j treba uvrstiti za $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ te je potrebno zamijeniti mjesta brzinama poremećaja $\vec{w}_{j,i}$ i $\vec{v}_{j,i}$ jer se poremećaj $\vec{w}_{j,i}$ poklapa s osi y a $\vec{v}_{j,i}$ sa osi z. Prema tome komponente vektora inducirane brzine u kontrolnim točkama na krilu su

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{j,i} &= \left[-\frac{x_j - \xi_i}{\rho_{ij}^3} \quad -\frac{(1-Ma_\infty^2) r_j}{\rho_{ij}^3} \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{d}_{j,i} &= \left[0 \quad 0 \quad \frac{1}{\rho_i^3} \right]^T , \end{aligned} \tag{2.17}$$

pri čemu je $r_j = \sqrt{y_j^2 + z_j^2}$ s tim da je krilo planarno bez dihedrala pa je $z_j = 0$ što daje $r_j = y_j$. Te izraz

$$\rho_{ij} = \sqrt{(x_j - \xi_i)^2 + (1-Ma_\infty^2)(y_j^2 + z_j^2)} , \tag{2.18}$$

vrijedi za kartezijski koordinatni sustav.



Slika 2.4: Rubni uvijeti na tijelu

2.2. Utjecaj kombinacije krilo-tijelo

2.2.1. Određivanje normala

Normala u kontrolnim točkama na površinu kombinacije se određuje:

1. na krilu

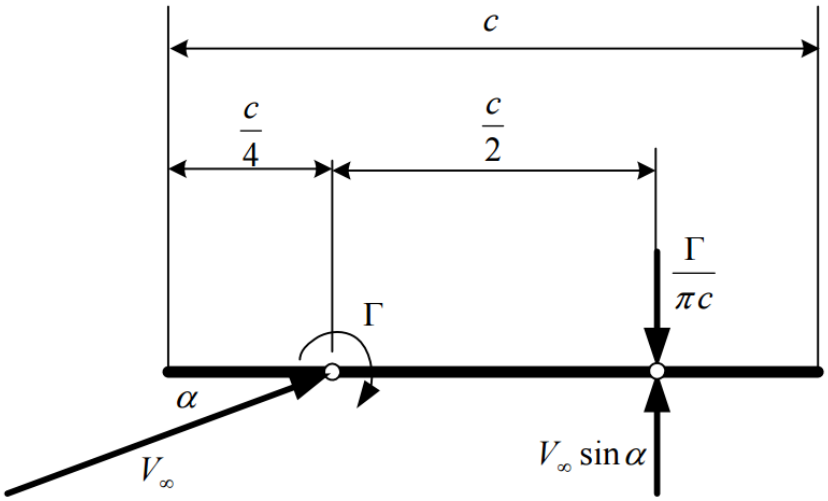
$$(\mathbf{n}_j)_{krila} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{2.19}$$

2. na gornjoj strani tijela u kontrolnim točkama

$$(\mathbf{n}_j)_{\vartheta=0} = \begin{bmatrix} -\sin\varepsilon_j & 0 & \cos\varepsilon_j \end{bmatrix}^T \tag{2.20}$$

3. na donjem dijelu tijela u kontrolnim točkama

$$(\mathbf{n}_j)_{\vartheta=\pi} = \begin{bmatrix} -\sin\varepsilon_j & 0 & -\cos\varepsilon_j \end{bmatrix}^T \tag{2.21}$$



Slika 2.5: Rubni uvijeti na krilu

2.2.2. Rubni uvijeti i određivanje intenziteta Π vrtolga, izvora i dipola

Rubni uvjeti na kombinaciji krilo-tijelo modelira se istodobnim zadovoljavanjem rubnih uvjeta na krilu i na tijelu koji su modelirani na prethodno opisani način. Oni se zadovoljavaju na kontrolnim točkama na krilu i na tijelu. Na tijelu postoji $2N$ kontrolnih točaka koji su raspodijeljeni sa gornje strane ($\vartheta = 0$) i gornje strane ($\vartheta = \pi$). Zbog simetrije tijela rubni uvjet na tijelu će biti ispunjen u svim točkama poprečnog presjeka sto je vidljivo na slici (2.4). Na krilu kontrolne točke su postavljene na 3/4 aerodinamičke tetive m segmenta kako je prikazano na slici (2.5). Zadovoljavanjem rubnih uvijeta na površini kombinacije rezultantna brzina optjecanja mora biti tangencijalna na površinu u svakoj od $m+2N$ kontrolnih točaka. Rezultantnu brzinu optjecanja u svakoj kontrolnoj točki C_j dobivamo zbrajanjem svih idnuciranih brzina od vrtloga, izvora i dipola i pomnožena sa normalom za tu kontrolnu točku te se to može zapisati kao:

$$\vec{n}_j \cdot \left[\vec{V}_\infty + \sum_{k=1}^{m} \vec{b}_{j,k} \cdot \Gamma_k + \sum_{i=1}^{N} (\vec{a}_{j,i} G_i + \vec{d}_{j,i} H_i) \right] = 0 \,, \tag{2.22}$$

gdje su: $\vec{n}_j$ normala na površinu u kontrolnoj točki C_j. $\vec{b}_{j,i}$ inducirana brzina u kontrolnoj točki C_j od Π vrtolga jediničnog intenziteta na m-tom segmentu krila. $\vec{a}_{j,i}$ inducirana

brzina u kontrolnoj točki C_j od izvora jediničnog intenziteta na i-tom segmentu osi tijela. $\vec{d}_{j,i}$ inducirana brzina u kontrolnoj točki C_j od izvora jediničnog intenziteta na i-tom segmentu osi tijela. Izraz (2.22) pomnožen sa normalom u kontrolnoj točki izgleda

$$\sum_{k=1}^{m}(\vec{n}_j \cdot \vec{b}_{j,k})\Gamma_k + \sum_{i=1}^{N}(\vec{n}_j \cdot \vec{a}_{j,i})G_i + \sum_{i=1}^{N}(\vec{n}_j \cdot \vec{d}_{j,i})H_i = -\vec{n}_j\vec{V}_\infty \,. \tag{2.23}$$

Izraz (2.23) možemo matrično zapisati kao:

$$\mathbf{B\Gamma} + \mathbf{AG} + \mathbf{DH} = \mathbf{V} \tag{2.24}$$

Matrice **A**, **B** i **D** predstavljaju matrice koeficijenata singulariteta. Matrica **B** sastoji se od $m + 2N$ redaka koji predstavljaju kontrolne točke na kombinaciji i m stupaca koji predstavljaju Π vrtloge. Opći član je jednak skalarnom umnošku inducirane brzine od Π vrtloga jediničnog intenziteta na k-tom segmentu i normale u kontrolnoj točki C_j.

$$B_{j,i} = \vec{n}_j \cdot \vec{b}_{j,k} \tag{2.25}$$

Matrica **A** sastoji se od $m+2N$ redaka koji predstavljaju kontrolne točke na kombinaciji i N stupaca koji predstavljaju jedinične izvore.Član je jednak skalarnom umnošku inducirane brzine od izvora jediničnog intenziteta na i-tom segmentu i normale u kontrolnoj točki C_j.

$$A_{j,i} = \vec{n}_j \cdot \vec{b}_{j,i} \tag{2.26}$$

Matrica **D** sastoji se od $m+2N$ redaka koji predstavljaju kontrolne točke na kombinaciji i N stupaca koji predstavljaju jedinične dipole. Član je jednak skalarnom umnošku inducirane brzine od izvora jediničnog intenziteta na i-tom segmentu i normale u kontrolnoj točki C_j.

$$D_{j,i} = \vec{n}_j \cdot \vec{b}_{j,i} \tag{2.27}$$

Član matrice **V** je jednak skalarnom produktu vektora slobodne zračne struje $\vec{V}_\infty$ pod napadnim kutom α i normale i kontrolnoj točki C_j.

$$V_j = -\vec{n}_j \cdot \vec{V}_\infty \tag{2.28}$$

Formiranje matematičkog modela

Da bi formirali matematički model i odredili intenzitete vrtloga Γ, izvora G i dipola H moramo jednađžbu (2.24) zapisati u formi:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \tag{2.29}$$

Lijeva strana jednađžbe se sastoji od matrice $\mathbf{E}$ koja je kvadratna $((m+2N)\times(m+2N))$ te matrice nepoznatih intenziteta $\mathbf{X}$ $((m+2N)\times 1)$ koje moramo odrediti. Matricu intenziteta određujemo tako da pomnožimo jednađbu (2.29) sa lijeve strane inverznom matricom $\mathbf{E}$.

$$\mathbf{X} = (\mathbf{E}^{-1}) \cdot \mathbf{V} \tag{2.30}$$

Prvih m redaka matrice $\mathbf{X}$ predstavlja intenzitete Π vtloga na krilu, sljedećih N redaka intenzitete izvora na tijelu, i N redaka intenzitete dipola na tijelu, smještenih na os simetrije.

2.2.3. Koeficijent normalne sile

Koeficijent normalne sile krila

Koeficijent normalne sile definiran je:

$$(C_L)_{krila} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S} \tag{2.31}$$

pri čemu je

$$L = \rho_\infty V_\infty \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma dy \,, \tag{2.32}$$

pa će koeficijent uzgona biti

$$(C_L)_{krila} = \frac{\rho_\infty V_\infty \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma dy}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S} \,, \tag{2.33}$$

za bezdimenzionalni koeficijent cirkulacije $B = \dfrac{\Gamma_\alpha}{V_\infty \cdot b/2}$ uvrštavanjem dobivamo:

$$(C_{L\alpha})_{krila} = \frac{2}{S}\int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\Gamma_\alpha(y)}{V_\infty} dy = \frac{2A}{b^2}\int_{-1}^{1} \frac{(b/2)V_\infty B}{V_\infty}\frac{b}{2} d\overline{y} = A \cdot \int_0^1 B d\overline{y} \,. \tag{2.34}$$

U slučaju konačnih razlika bit će $\triangle y = \dfrac{(b/2)}{m}$, pa je $\triangle \overline{y} = \dfrac{\triangle y}{b/2} = \dfrac{1}{m}$, te je

$$\begin{aligned} (C_{L\alpha})_{krila} &= \frac{A}{m}\sum_{k=1}^{m} B_i \\ (C_L)_{krila} &= (C_{L\alpha})_{krila} \cdot \alpha \end{aligned} \quad . \tag{2.35}$$

Koeficijent normalne sile tijela

Jednađžba kojom se računa aerodinamički koeficijent normalne sile za rotaciono tijelo preuzeto iz knjige Aerodinamika 1 [1] je

$$(C_L)_{tijela} = -\frac{1}{S_{ref}} \int_P C_p r \cos\vartheta d\vartheta dx \,, \tag{2.36}$$

gdje je S_{ref} referentna površina tijela, r radijus tijela koji ovisi o kutu zakreta ϑ i položaju točke na tijelu da nekoj udaljenosti x, što se vidi sa slike (2.6). Koeficijent tlaka C_p određujemo iz jednađbe:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\dfrac{\rho_\infty V_\infty^2}{2}} = \frac{2}{\gamma M a_\infty^2}\left(\frac{p}{p_\infty} - 1\right) \tag{2.37}$$

Što znači da za određivanje koeficijenata tlaka trebamo odnos tlaka u promatranoj točki naspram tlaka u beskonačnosti. Taj odnos određujemo iz Saint Venatove jednađžbe [1] i pomoću adijabatske jednađžbe [1] nakon sređivanja dobivamo

$$\frac{p}{p_\infty} = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} M a_\infty^2 \frac{V^2 - V_\infty^2}{V_\infty^2}\right)^{\dfrac{\gamma}{\gamma - 1}} \,, \tag{2.38}$$

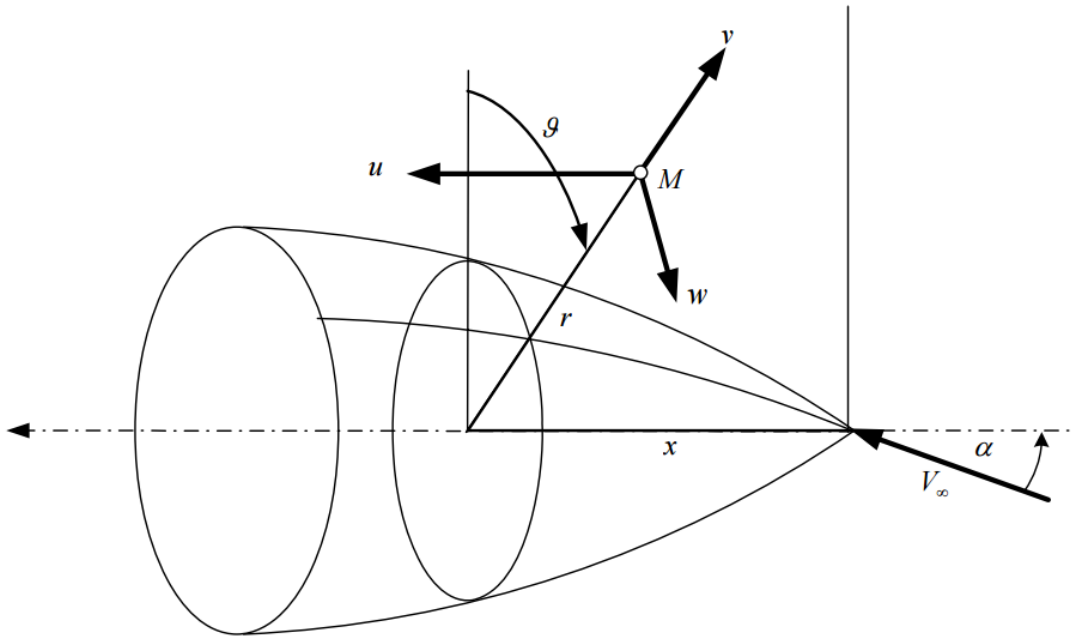
gdje je kvadrat poremećene brzine

$$V^2 = (u_\infty + \hat{u})^2 + (v_\infty + \hat{v})^2 + (w_\infty + \hat{w})^2 \,, \tag{2.39}$$

a komponente neporemećene brzine

$$\begin{aligned} u_\infty &= V_\infty \cos\alpha \\ v_\infty &= V_\infty \sin\alpha \cdot \cos\vartheta \\ w_\infty &= -V_\infty \sin\alpha \cdot \ \sin\vartheta \end{aligned} \quad , \tag{2.40}$$

poremećaji brzina izračunavanju se iz jednađžbe (2.11) zajedno sa dobivenim intenzitetima iz matrice $\mathbf{X}$.



Slika 2.6: Prikaz cilindričnih koordinata na tijelu i njihovih brzina

3 Rezultati

3.1. Opis programa

Rad je napravljen u Matlab programu. On je sastavljen od dva postojeća programa koja se mogu naći u kolegiju Aerodinamika [1]: `Weissinger` koji računa uzgon krila pomoću cirkulacije i programa `body_alfa` za proračun normalne sile i momenta propinjanja osnosimetričnog tijela pod napadnim kutom. Budući da program objedinjuje te dvije metode pouzdanost novog modela DIV je posebno testirana za svaku metodu. Test je izvršen za iste uvijete te su rasporedi cirkulacija i intenziteti izvora i dipola bili identični, te ih nije bilo potrebe prikazivati u daljnjem izlaganju.

Opis potprograma u Matlabu

Metoda DIV, računata u programu Matlab, građena je od potprograma. U tablici (3.1) dani su svi potprogrami koji zasebno se ne mogu pokrenuti. Cijeli sustav potprograma pokreće dadoteka *zavrsniizracun* koji računa i crta za potrebe ovog završnog rada.

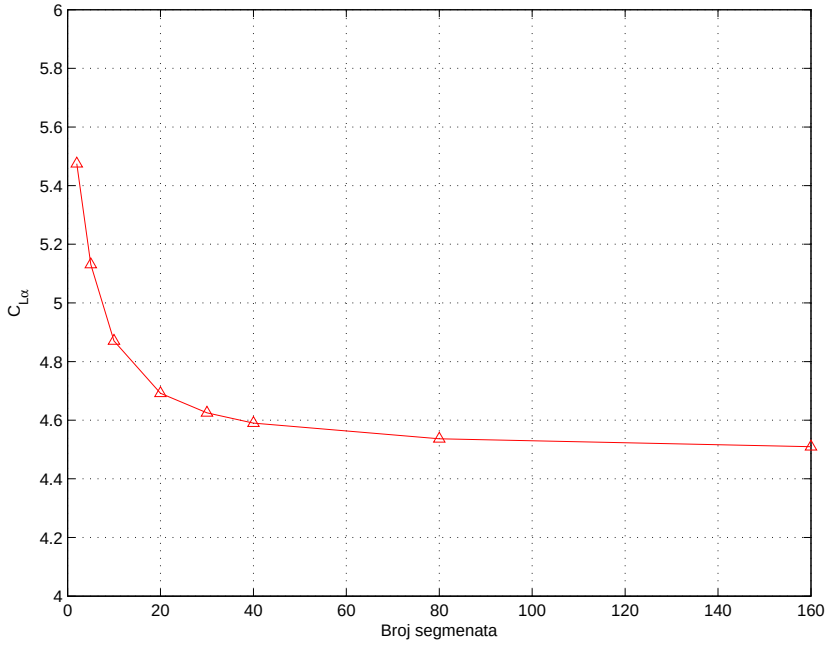
Tablica 3.1: Tablica svih programa

Ime programa	**Opis programa**
podatci	unos svih podataka za pokretanje programa
crttijelozr	računa koordinate kontrolnih točaka na tijelu, normale u njima te točke segmenata izvora i dipola
geometrija_gdzr	crta koordinate kontrolnih točaka na tijelu
crtkrilo	računa kontrolne točke na krilu i koordinate segmenata Π vrtloga
geometrijaZR	crta koordinate segmenata izvora i dipola na tijelu
vrtlozizr	računa matrice uplivnih koeficijenata vrtloga
pivrtlog	izračunava induciranu brzinu u kontrolnoj točki jednim vrtlogom jediničnog intenziteta
izv_dip_KR	funkcija koja računa matrice uplivnih koeficijenata za krilo
izv_dip_TJD	funkcija koja računa matrice uplivnih koeficijenata za donji dio tijela
izv_dip_TJG	funkcija koja računa matrice uplivnih koeficijenata za gornji dio tijela
zavrsniizracun	objedinjuje sve matrice uplivnih koeficijenata, postavlja rubne uvijete te izračunava intenzitete vrtloga izvora i dipola te računa koeficijent normalne sile od krila i pribraja koeficijent normalne sile od tijela
cp_tijelozr	računa koeficijent normalne sile od tijela

Na slici 3.1 prikazana je konvergencija riješenja gradijenta normalne sile za $\alpha = 2°$, $Ma = 0.75$, $\Lambda = 0°$ te je primjenjena geometrija AGARD [4] [5] koja je dana tablicom 3.2 te je pomnožena dimenzijskim faktorom $K = 20$. Broj segmenata na krilu za koji ćemo uzimati je 40 što zadovoljava točnost proračuna a ne povećava previše matematički model.

3.2. Prikaz rezultata

Prikaz rezultata podijeliti ćemo na tri glavna dijela. Prvi dio prikazati će utjecaj tijela na intenzitet cirkulacije na krilu, te će se usporediti sa dvije metode višeg reda,

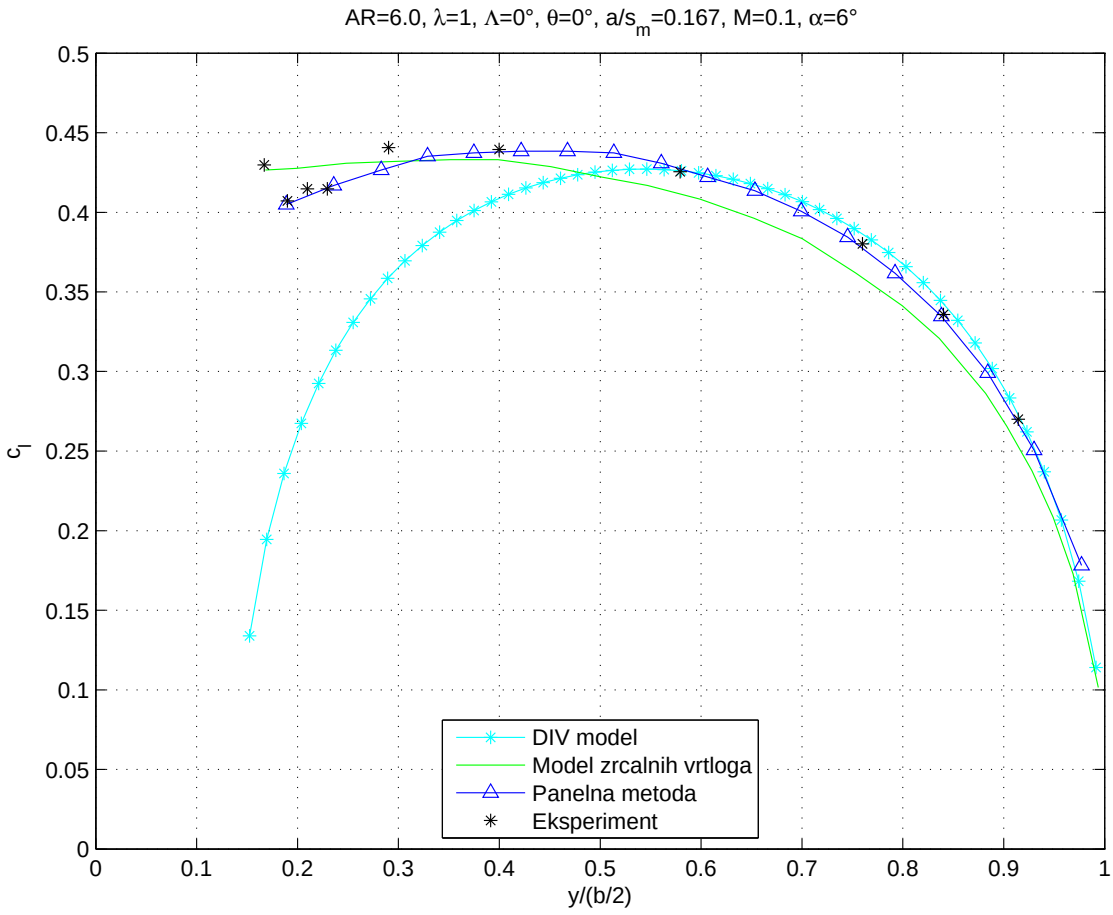


Slika 3.1: Konvergencija riješenja za gradijent koeficijenta normalne sile.

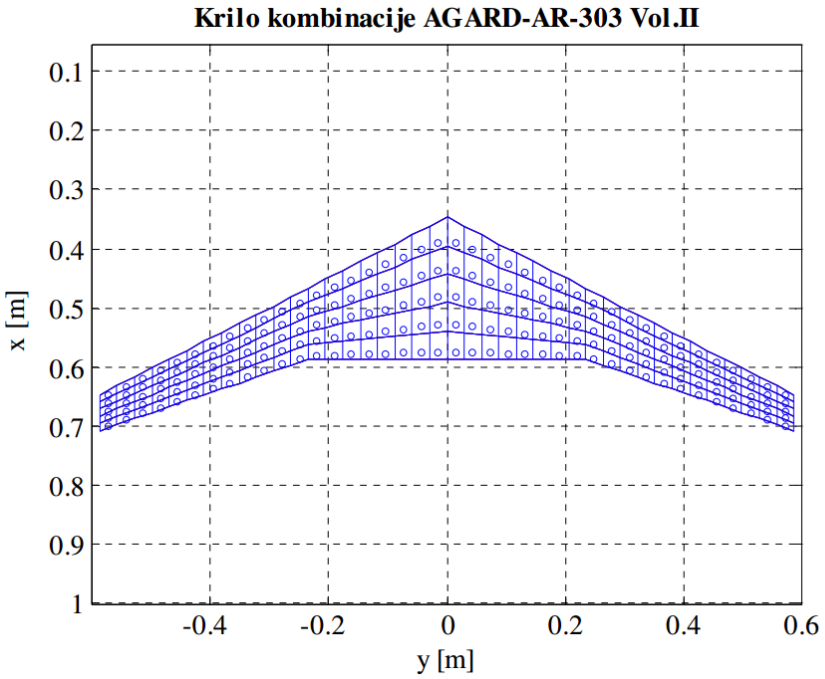
i eksperimentalnim podacima iz literature [3]. U drugom dijelu pokazat će pouzdanost rezultata za ukupni koeficijent normalne sile koji daje DIV metoda za izolirano ekvivalentno krilo. Treći dio obuhvatit će kako tijelo u metodi DIV utječe na kombinaciju i da li su rezultati prošlim usporedbama pouzdani. To ćemo napraviti usporedbom dvije metode koje koriste kombinaciju krilo-tijelo, s time da je jedna metoda višeg reda od druge.

3.2.1. Usporedba konfiguracije cilindrično tijelo-krilo

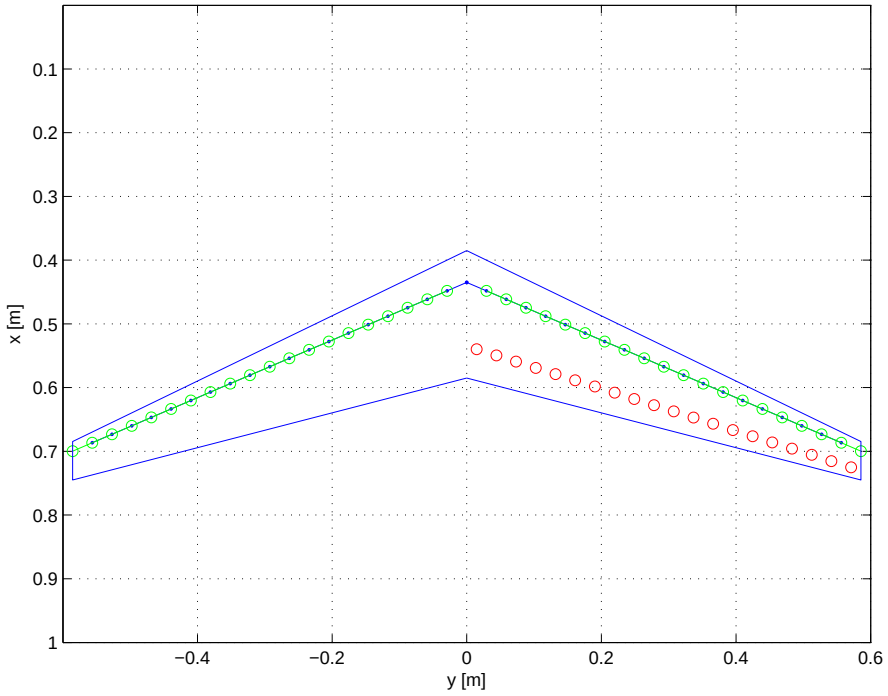
Prva usporedba izvršena za intenzitet cirkulacije je na slici (3.2). Prikazan je rezultat lokalnog koeficijenta uzgona DIV metode u usporedbi sa modelom zrcalnih vrtloga [3], eksperimentalnim rezultatima i rezultatom panelne metode za pravokutno krilo bez strijele u prisutnosti tijela. Predstavlja numerički model noseće linije kojim se opisuje krilo, te za opis tijela koristi zrcalnu sliku vrtloga sa krila. Ovaj prikaz pokazuje da metoda DIV daje manji uzgon nego li ostale tri metode, odnosno manji je utjecaj tijela na krilo zrakoplova. Za potvrdu točnosti rezultata usporediti ćemo kombinaciju tijelo-krilo sa drugim pouzdanim podacima u poglavlju (3.2.3.).



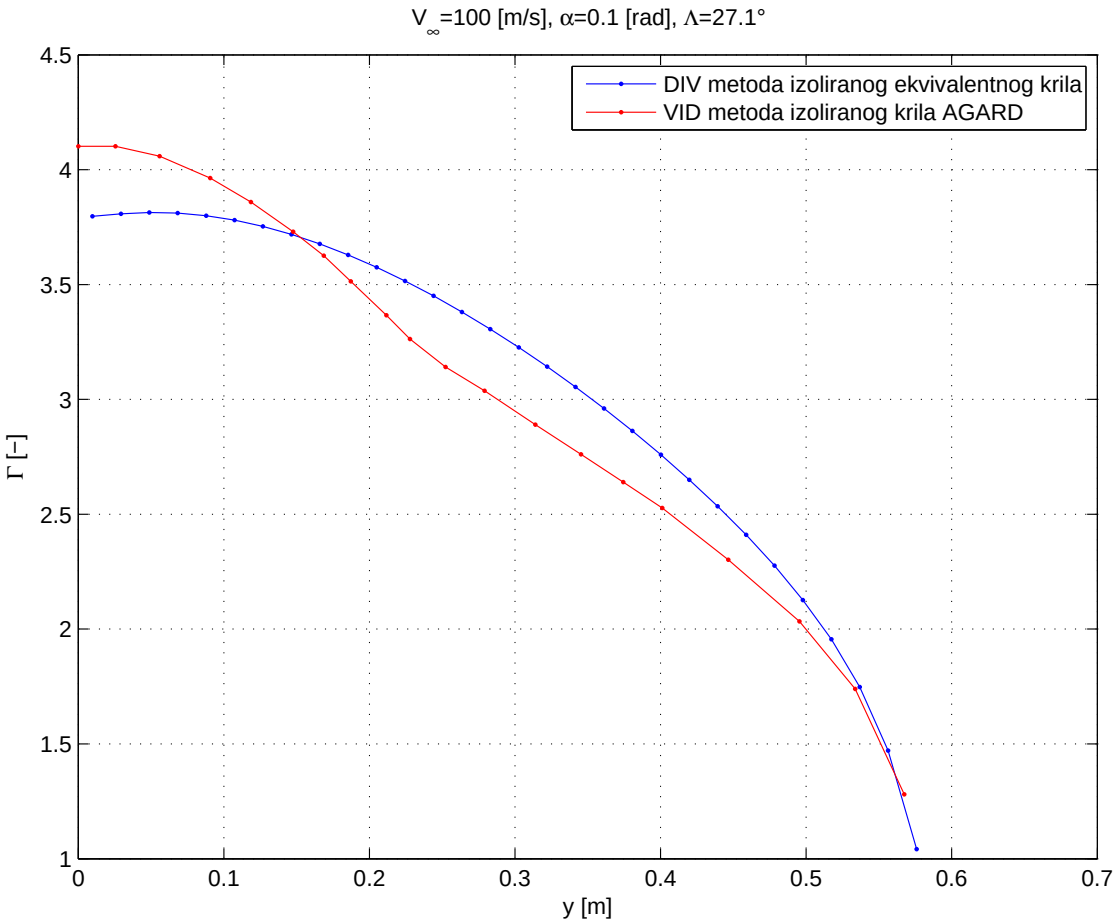
Slika 3.2: Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu uz prisutnost tijela



Slika 3.3: Prikaz izoliranog krila na VID modelu



Slika 3.4: Prikaz izoliranog ekvivalentnog krila na DIV modelu



Slika 3.5: Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu

3.2.2. Usporedba AGARD krila

Krilo kombinacije AGARD diskretizirano je po rasponu krila, te po tetivi kako je prikazano na slici (3.3). Vrtlog-izvor-dipol(VID) model [2] koristi metodu noseće površine za računanje cirkulacije vrtloga, ta metoda je za jedan red veličine veća nego metoda noseće linije, gdje se krilo diskretizira samo po rasponu koja je vidljiva na slici (3.4). Izvršena je usporedba intenziteta vrtloga između te dvije metode za izolirana krila, pri čemu je za metodu noseće linije iskorišteno ekvivalentno krilo kombinacije AGARD. Na slici (3.5) prikazana je ta usporedba za neporemećenu struju fluida brzine $V_\infty = 100$ [m/s], napadni kut od 0.1 [rad] i kut strijele od 27.1°. Ostali podatci ekvivalentnog krila i krila kombinacije AGARD [4] dani su u tablici (3.2).

3.2.3. Usporedba AGARD kombinacije tijelo-krilo

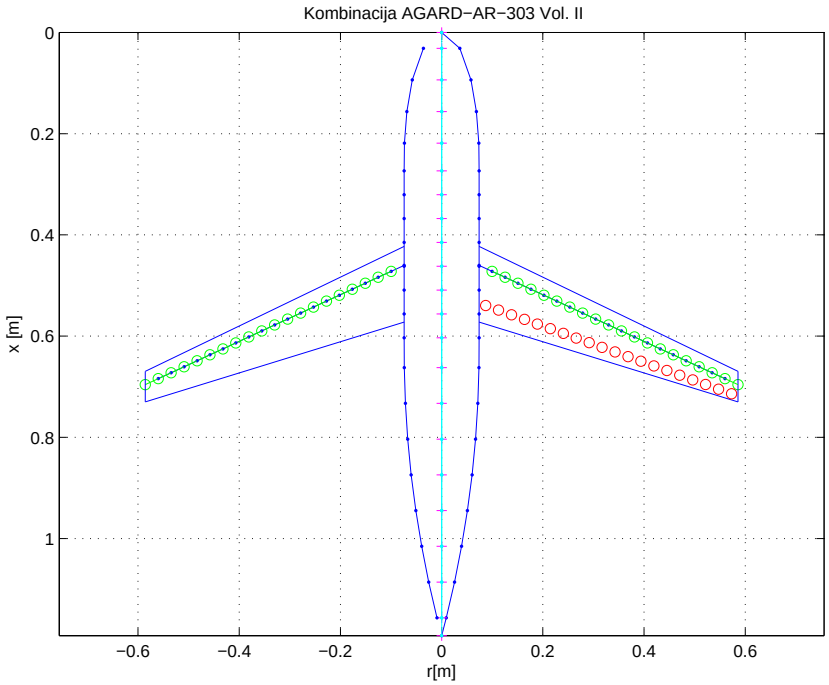
Rezultati nam pokazuju ono što smo i očekivali, a to je da suma intenziteta vrtloga, odnosno ukupni C_l približno jednaki, ali je vidljivo da zbog aproksimacije sa ekvivalentnim krilom te korištenjem metode noseće površine daje drukčiji raspored intenziteta, što utječe na aerodinamičke karakteristike krila, te na konstrukcijsku izvedbu krila.

Budući da ove metode ne proučavaju tijelo kao takvo, za usporedbu izvora i dipola rezultati su napravljeni za geometriju kombinacije AGARD [2] [4] [5] koji su dani tablicom (3.2). Kako bi provjerili točnost DIV modela, moramo ga usporediti sa sličnim modelom, a to je VID model koji računa intenzitete vrtloga, izvora i dipola gdje je za krilo korištena metoda noseće površine, te je tijelo računato metodom izvora i dipola. U oba modela nosni dio je definiran poluelipsoidnom, središnji valjkom a završni tangencijalnim oživalom. Izračunato je ekvivalentno krilo radi usporedbe, čiji podatci su također dani u tablici.

Tablica 3.2: Geometrija modela

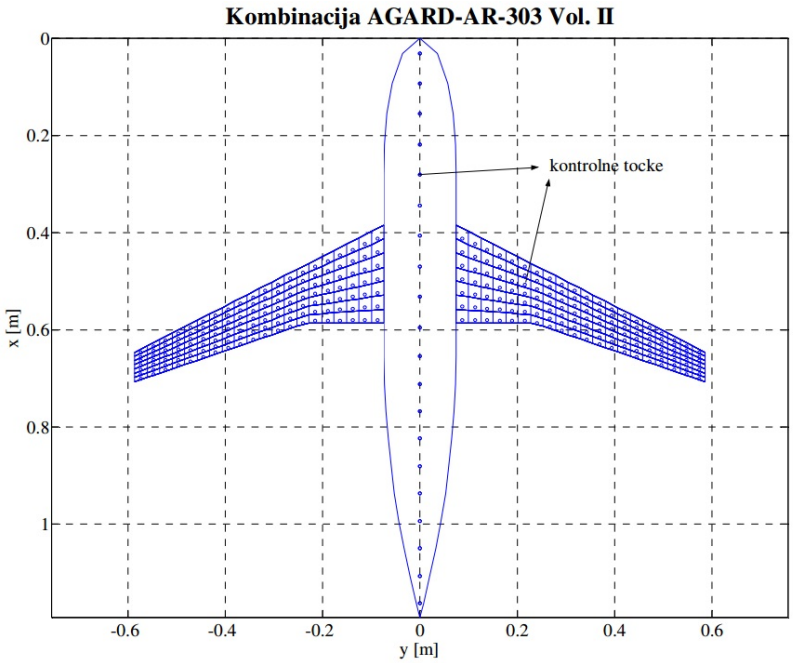
Zadane veličine	**Opis veličine**	**Vrijednost**
l_a	dužina tangencijalnog oživala tijela	0.56525 [m]
l_b	dužina tijela	1.192 [m]
l_c	dužina cilindričnog dijela tijela	0.37675 [m]
l_n	dužina nosa tijela	0.25 [m]
b	raspon krila	1.17129 [m]
c_A	aerodinamička tetiva	0.1412 [m]
c_s	tetiva u prijelomu krila	0.11981 [m]
c_t	vršna tetiva	0.06046 [m]
c_0	tetiva u aksijalnoj osi	0.24011 [m]
c	korijenska tetiva ekvivalentnog krila	0.1643 [m]
Vit	vitkost krila ekvivalentnog krila	9.9449 [-]
S	površina krila ekvivalentnog krila	0.138 [m^2]
d	promjer tijela	0.14842 [m]
Λ_{LE}	kut strijele na 1/4 aerodinamičke tetive	27.1°

U daljnjim usporedbama zadane geometrije uvećane su za faktor K (reda veličine



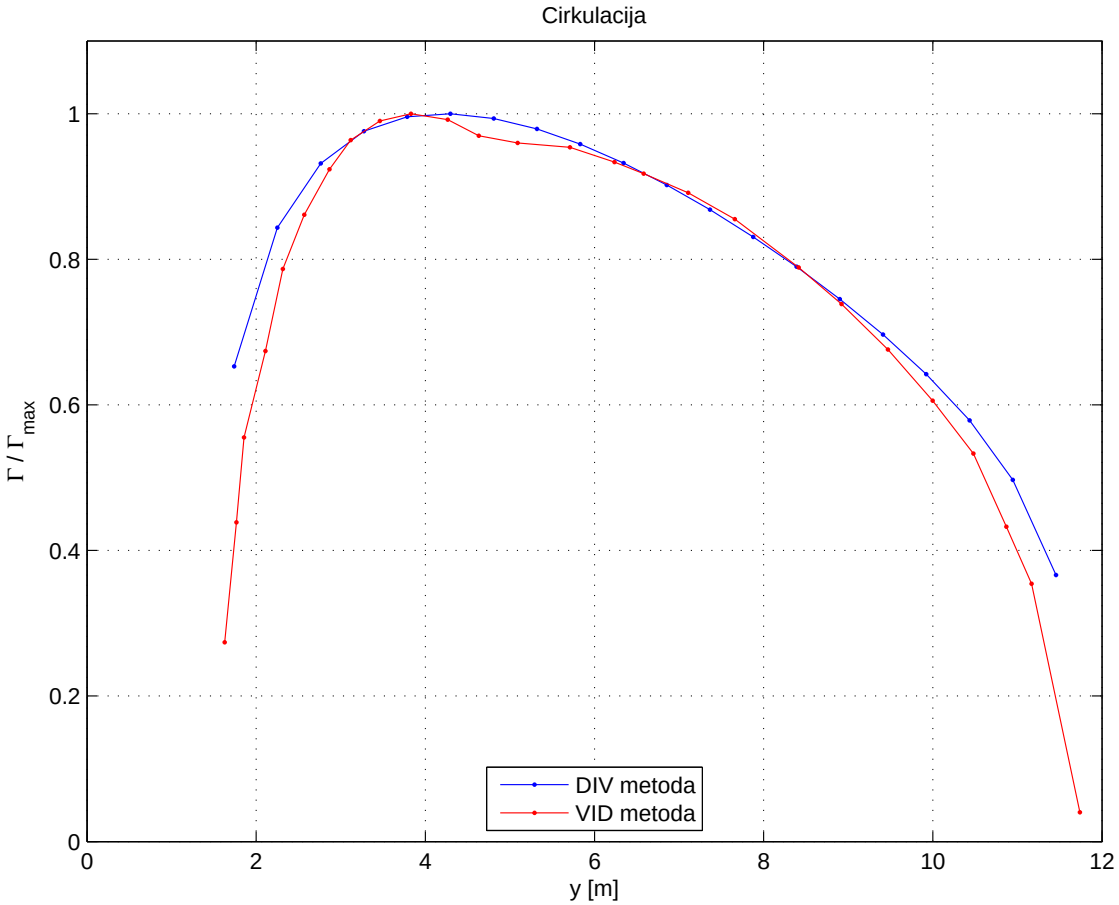
Slika 3.6: Kombinacija krilo-tijelo za DIV metodu.

20) što znači da je raspon krila umjesto zadanih 1.17129 m jednak 23.4258 m. Machov broj jednak je 0.75 u prikazanoj analizi, a raspon napadnih kutova varira od $-2°$ do $2°$. Konkretno za sljedeće usporedbe korišten je napadni kut od $2°$ ako nije drugačije navedeno.

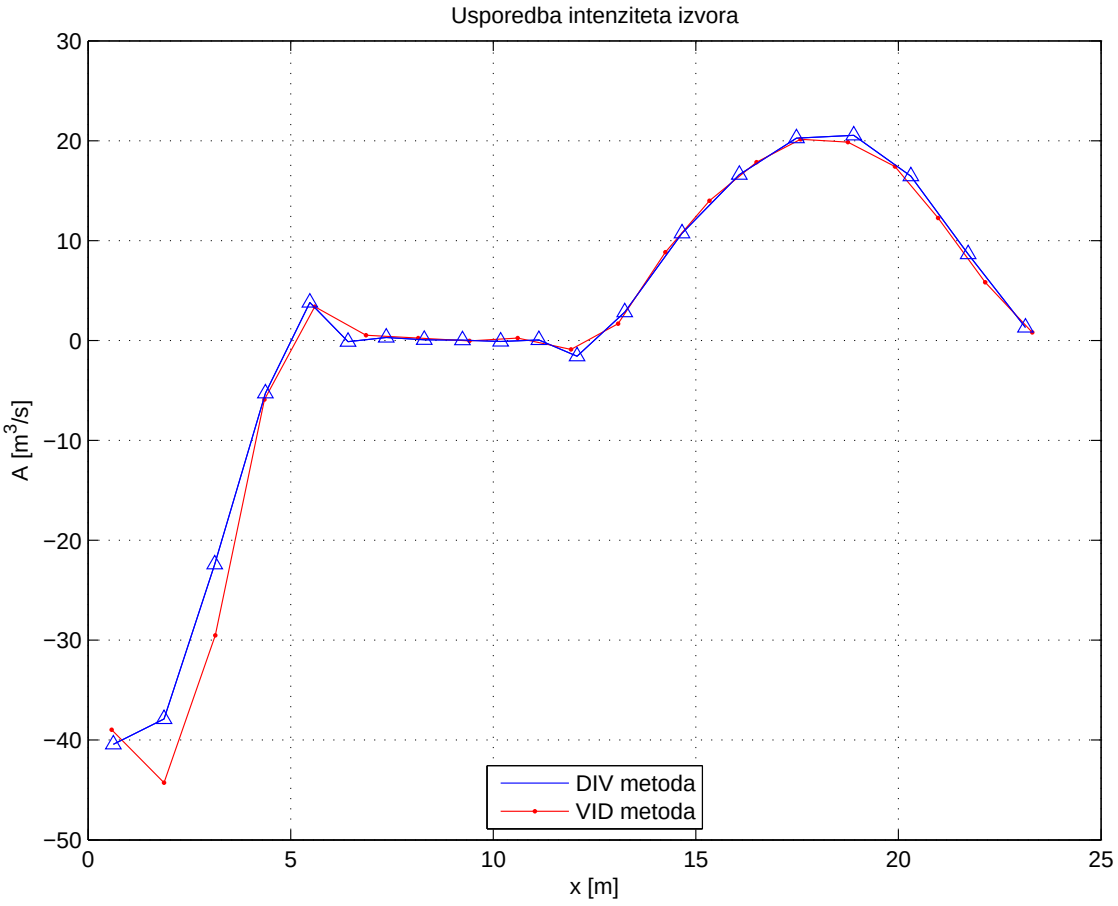


Slika 3.7: Kombinacija za krilo-tijelo za VID metodu [2].

Rezultati pokazuju sličnost na sredini krila sa slikom (3.5). Kao što smo to prije pretpostavili na spomenutom dijagramu, glavni razlog takvog rasporeda pripisani su razlici u geometriji kombinacija, različitom redu stupnja metode, ali dijagram (3.8) prikazuje potvrdu da i metoda višeg reda VID pokazuje mali utjecaj tijela, odnosno gubitak uzgona kako se na krilu približavamo tijelu. Ova usporedba pokazuje nam pouzdanost ponašanja DIV metode, te potvrđuje točnost samog modela.

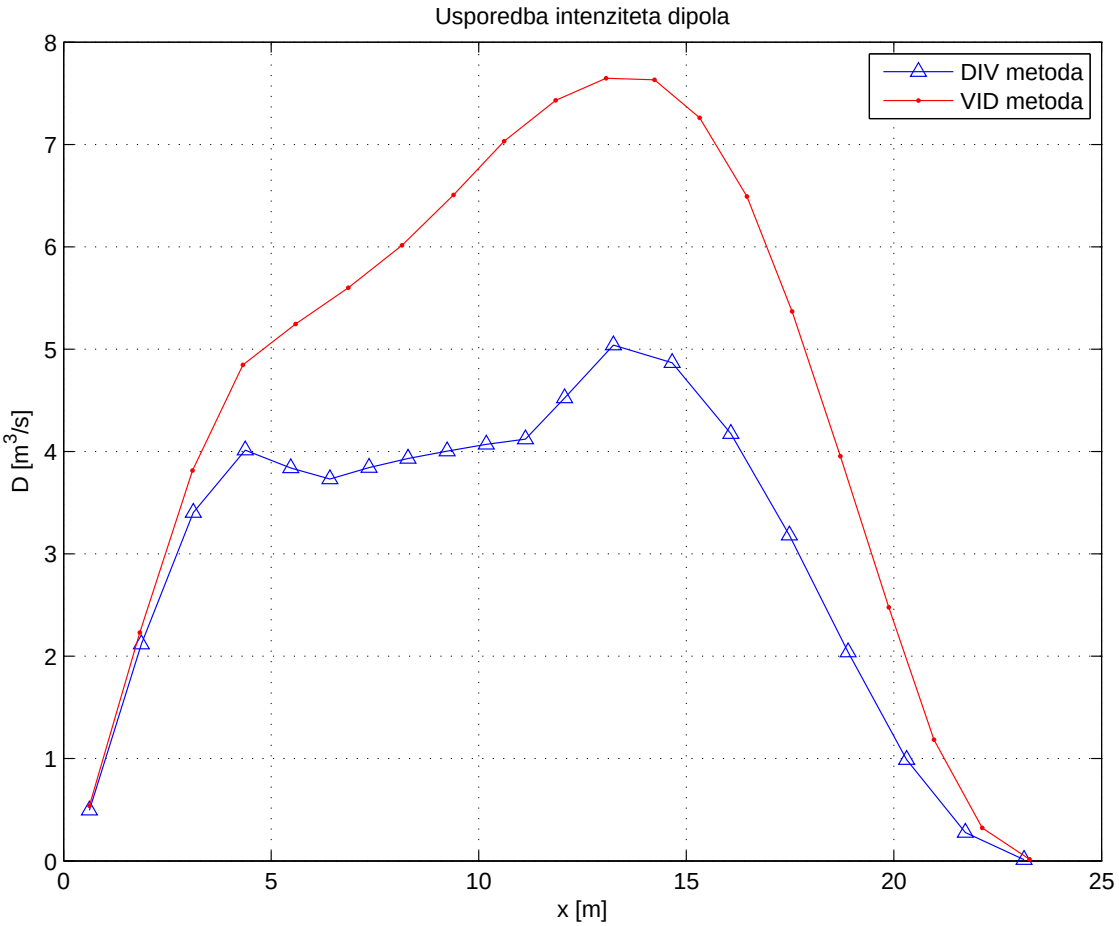


Slika 3.8: Usporedba rezultata cirkulacije vrtloga na krilu pri utjecaju tijela.



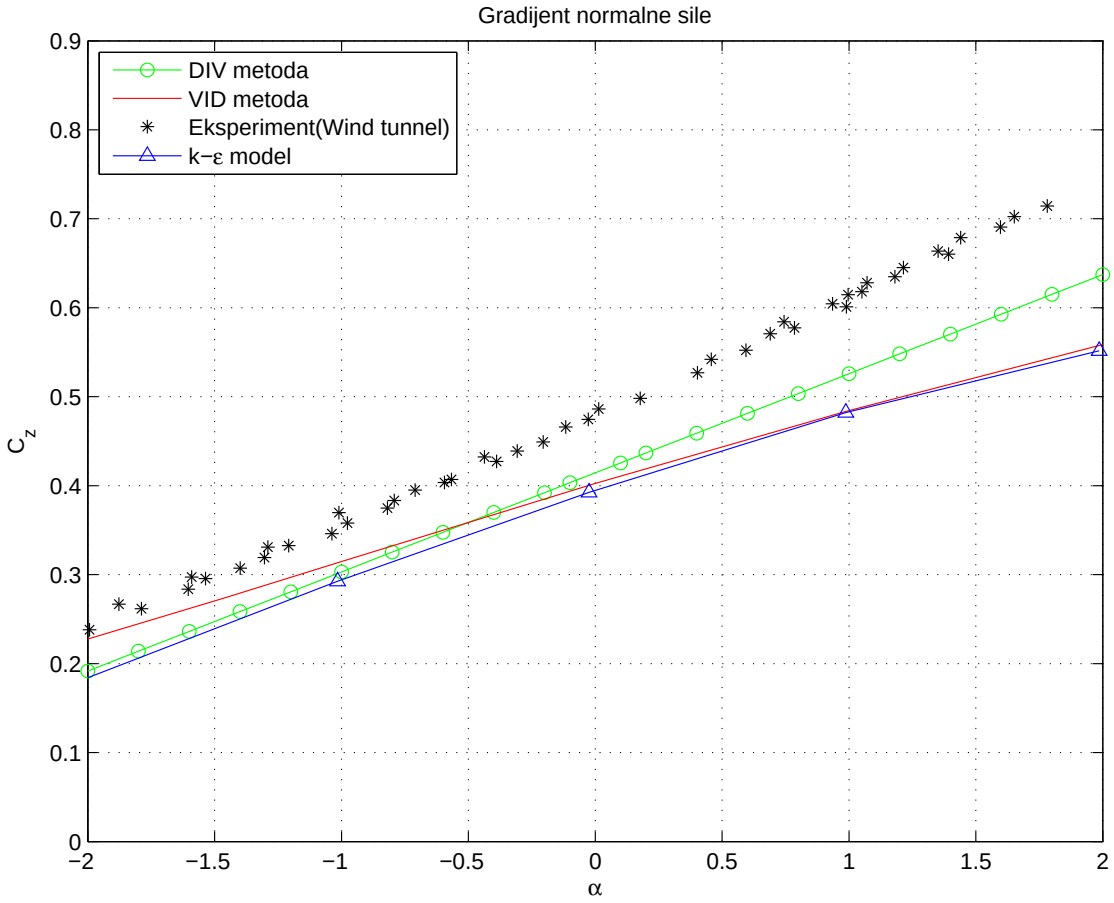
Slika 3.9: Usporedba rezultata izvora DIV i VID metode.

Dodatna točnost metode DIV metode potvrđuje se usporedbom intenziteta izvora. Ona se mora poklapati kako je prikazano jer sami izvori daju formu tijelu, bez obzira na napadni kut, što se dokazuje osnosimetričnim optjecanjem bez napadnog kuta, gdje ostaje samo intenzitet izvora, dok se intenziteti dipola poništavaju te u kontrolnim točkama na krilu inducirane brzine izvora su jednake nuli, pa bez obzira kakvu geometriju krila imali, intenzitet izvora se mora poklapati za različitu geometriju, te utjecaj stlačivosti, što je potvrđeno.

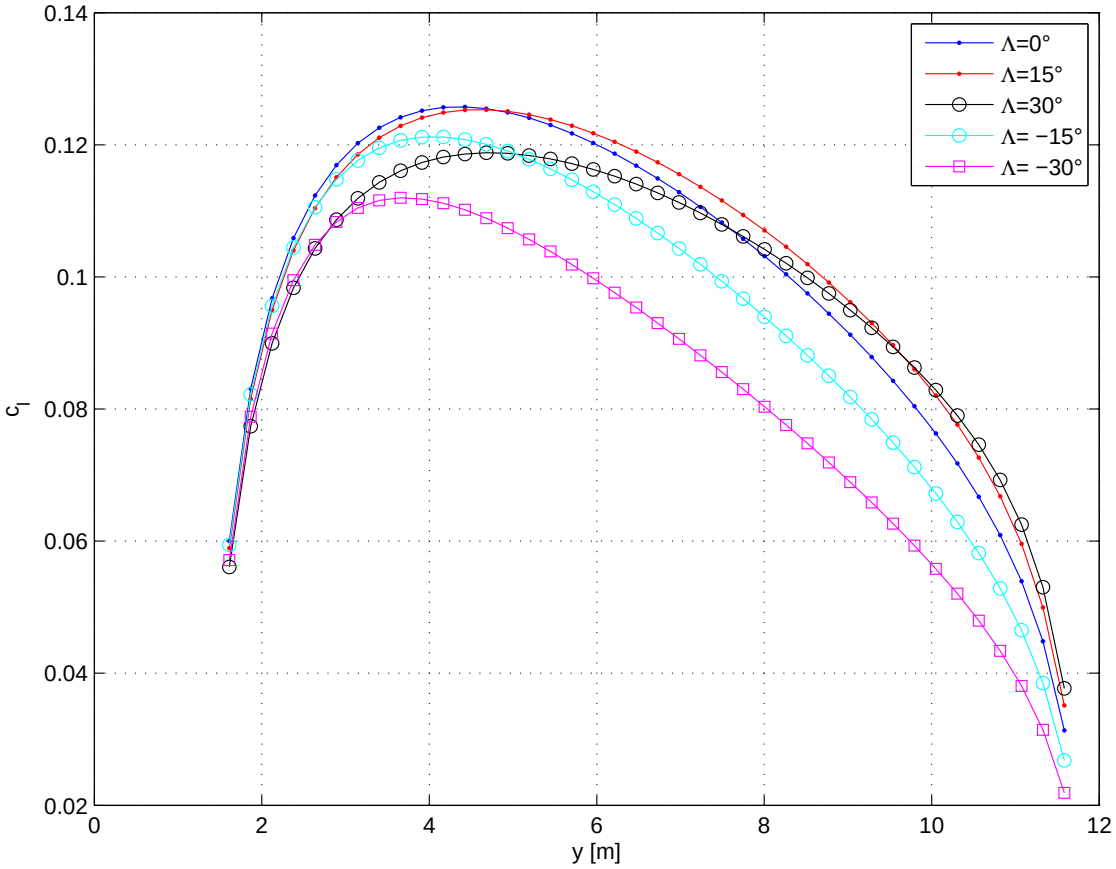


Slika 3.10: Usporedba rezultata dipola DIV i VID metode.

Vidljiva razlika u intenzitetima dipola može se protumačiti jer je sam oblik i veći intenzitet dipola uzrokovan postavom VID metode, čije krilo je diskretizirano po tetivi i po rasponu stoga broji više kontrolnih točaka na krilu (metoda višeg reda) od krila sa nosećom linijom, pa daje i veći intenzitet, no bez obzira na ne poklapanje ovih krivulja, ostale usporedbe jak su dokaz točnosti metode DIV metode. Na prikazu (3.11) za $Ma = 0.75$ te za korekciju stlačivosti prikazan je gradijent normalne sile, budući da su ovo modeli prvog iteraciskog aerodinamičkog proračuna ograničili smo se na male napadne kutove i usporedili rezultate sa najpouzdanijim eksperimentalnim metodama i k-ε modelom te sam VID metodom koju smo uspoređivali u prošlim poglavljima. Slika pokazuje dobru usporedbu i u području stlačivih brzina, s time da smo uzeli korekciju stlačivosti po Prandtl-Glauertu.



Slika 3.11: Rezultati koeficijenta normalne sile DIV metode u odnosu na VID metodu, eksperimentalne podatke zračnog tunela te k-ϵ metode.



Slika 3.12: Raspodjela lokalnog koeficijenta uzgona za različite kutove strijele

3.2.4. Prikaz rezultata za različitu geometriju

Kada smo provjerili točnost i pouzdanost metode DIV sada ćemo pogledati rezultate za različite kutove strijele krila Λ. Bit će korišten faktor K=20 gdje ćemo uvećati geometriju AGARD [4]. Korišteno je ekvivalentno krilo (3.1), za Ma=0.1 i $\alpha = 1°$. Kako smanjujemo kut strijele tako raspodjela uzgona postaje trokutasta, tj. maksimalne vrijednosti se približavaju korijenu krila. Takav raspored smanjuje konstrukcijske zahtjeve za dimenzioniranje krila te povećava vjerojatnost statičke nestabilnosti zrakoplova.

4 Zaključak

U završnom radu izrađen je DIV model kombinacije tijelo-noseća površina primjenom dipola i izvora te Π vrtloga. Model je ograničen na osnosimetrična tijela i trapezne neuvijene noseće površine bez dihedrala.

Analizom je potvrđena razlika raspodjele cirkulacije po rasponu između konfiguracije tijelo-krilo i konfiguracije izoliranog krila. To nas upućuje da i sami oblik tijela utječe na ukupni uzgon zrakoplova.

Usporedba rezultata DIV modela sa dostupnim rezultatima za lokalni koeficijent sile uzgona numeričkih modela i eksperimentalnim za kombinaciju cilindričnog tijela-krila pokazala je veća odstupanja za raspone bliže tijelu čime se zaključuje da razvijeni model ima nedovoljan utjecaj tijela na krilo.

Analiza AGARD kombinacije tijelo-krilo dala je rezultate sa prihvatljivim odstupanjem od rezultata numeričke metode koja tijelo modelira na isti način a krilo metodom vrtložne rešetke. Uspoređeni su rezultati DIV modela za koeficijent sile uzgona u ovisnosti o napadnom kutu sa rezultatima eksperimenta i drugih numeričkih metoda. Uočljivo je sustavno odstupanje od eksperimentalnih rezultata u obliku smanjenja uzgona koje je uzrokovano spomenutim nedovoljnim utjecaja tijela, ali gradijent sile uzgona po napadnom kutu ima prihvatljiva odstupanja.

Oblik, veličina tijela, kut strijele krila, suženje, napadni kut, površina i vitkost krila, sve su to parametri koji utiječu na raspodjelu cirkulacije. U radu je pokazan utjecaj kuta strijele.

Metodu bismo mogli proširiti tako da uzmemo u obzir i ostale nosive površine zrakoplova kao što su vertikalni i horizontalni stabilizatori te canard krilo, i proučavati

međusobni utjecaj.

Literatura

[1] Janković, S., Vrdoljak, M. *Aerodinamika 1.* nastavni materijali, FSB, Zagreb, 2010.

[2] Krajček, K. *Proračun normalne sile i momenta propinjanja kombinacije tijelo-krilo.* diplomski rad, FSB, Zagreb, 2007.

[3] Vrdoljak, M. *Djelovanje vrtložne površine s izlaznog ruba prednje noseće površine na zadnju noseću površinu.* magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1998.

[4] Redeker, G., "DLR-F4 Wing-Body Configuration," *A Selection of Experimental Test Cases for the Validation of CFD Codes.* AGARD Rept. AR-303, Aug .1994.

[5] Levy, D. and Zickuhr, T. Data Summary form the First AIAA Computational Fluid Dynamics Drag Prediction Workshop *Journal of Aircraft* Vol. 40, No. 5, September-October 2003.