

# Razvoj mehaničkog i optičkog eksperimentalnog postava za ispitivanje tankih limova opterećenih na smicanje

---

**Zaplatić, Andrija**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:374767>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-04-19**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Andrija Zaplatić**

Zagreb, 2019. godine

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Doc.dr.sc Zvonimir Tomičević

Student:

Andrija Zaplatić

Zagreb, 2019. godine

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Prije svega, htio bih se zahvaliti svom mentoru, Zvonimiru Tomičeviću doc.dr.sc. na iznimnoj strpljivosti, razumijevanju i motivaciji, na svim danim savjetima te brizi za moju budućnost.

Nadalje, želim se zahvaliti svojim roditeljima i bratu bez kojih ne bi uspio završiti studij. Hvala im na strpljivosti, pomoći i podršci prilikom studiranja. Također, studiranje mi ne bi bilo isto da prijatelji nisu bili uz mene tijekom studija. Hvala vam Ana, Antonija, Domagoj, Đurđa, Mateo, Pero i Pero.

Htio bih se zahvaliti i profesorima Damiru Semenskom dr.sc.dipl.ing. te profesoru Janošu Kodvanju dr.sc.dipl.ing. na svim pruženim mogućnostima i savjetima. Također, zahvaljujem se i Damjanu Čakmaku radi podizanja raspoloženja i motivacije te pruženim savjetima. Velika zahvala ide tehničkom suradniku Gordanu Plačku na izradi potrebnih potpora te podizanju morala.

Ovim putem bih se htio zahvaliti i svim djelatnicima i djelatnicama Fakulteta strojarstva i brodogradnje.

Finally, I would like to thank *EikoSim* for providing us with the necessary software and their willingness to help with any questions we had.

Andrija Zaplatić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

|                                     |        |
|-------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu               |        |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum                               | Prilog |
| Klasa:                              |        |
| Ur. broj:                           |        |

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Andrija Zaplatić**

Mat. br.: 0035195464

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Razvoj mehaničkog i optičkog eksperimentalnog postava za ispitivanje tankih limova opterećenih na smicanje**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Development of mechanical and optical experimental setup for thin metal sheets testing under shear loading**

### Opis zadatka:

Eksperimentalno određivanje izotropnog i kinematskog očvršćenja tankih metalnih limova kod smičnog opterećenja je od velikog značaja u proizvodnoj industriji koja primjenjuje tehnologiju oblikovanja deformiranjem. Kako bi se moglo pouzdanije modelirati povratno ponašanja materijala uslijed proizvodnog procesa potrebno je identificirati parametre materijala uslijed statičkog i cikličkog opterećenja. Međutim, korištenjem konvencionalnih prihvata za ispitivanje materijala na smik ograničavaju se maksimalno ostvarive razine deformiranja zbog velikog omjera širine i debljine ispitnog uzorka te perturbacija naprezanja izazvanih stezanjem i poravnavanjem uzoraka. Stoga je potrebno nadograditi postojeće eksperimentalne prihvate kako bi se spriječila pojava nestabilnosti uslijed narinutog opterećenja.

U ovom radu potrebno je razviti i konstruirati dodatnu potporu leptirastom ispitnom uzorku kako bi se onemogućilo izvan ravninsko izvijanje kod smičnog opterećenja. Leptirasti ispitni uzorci koriste se za karakterizaciju mehaničkih svojstava limova i ploča, primjenom modularnog Arcan prihvata za ravninska višeosna opterećenja. Ispitni uzorci bit će izrađeni iz C60 čelika debljine 1 mm. Predložena potpora ispitnog uzorka mora dozvoliti primjenu metoda mjerenja cijelog polja pomaka. Za mjerenje polja pomaka i/ili deformacija koristit će se globalni pristup stereo korelacije digitalne slike (*eng. stereo Digital Image Correlation, stereo-DIC*) čija se kalibracija temelji na predefiniranoj geometriji CAD modela eksperimentalnog postava. Pomoću izmjerenih polja pomaka i deformacija potrebno je odrediti mehanički odziv materijala u promatranoj zoni interesa između dva V zarez.

Tijekom rada potrebno je:

1. Upoznati se s radom statičke kladice Messphysik Beta 50-50 i principom stereo FE-DIC algoritma EikoTwin.
  2. Konstruirati potporu za leptirasti ispitni uzorak.
  3. Razviti odgovarajući kalibracijski objekt za korelacijski algoritam EikoTwin s obzirom na mehanički eksperimentalni postav.
  4. Odrediti odziv materijala uslijed statičkog i cikličkog smičnog opterećenja.
  5. Analizirati utjecaj dodatne potpore leptirastog ispitnog uzorka na izvan ravninsko izvijanje.
- U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datum obrane:

2. svibnja 2019.

4. srpnja 2019.

10., 11. i 12. srpnja 2019.

Zadatak zadao:

Predsjednica Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# SADRŽAJ

|                                                                                   |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------|
| SADRŽAJ .....                                                                     | I    |
| POPIS SLIKA .....                                                                 | IV   |
| POPIS TABLICA.....                                                                | VIII |
| POPIS OZNAKA .....                                                                | IX   |
| SAŽETAK.....                                                                      | XII  |
| SUMMARY .....                                                                     | XIV  |
| 1. UVOD .....                                                                     | 1    |
| 2. OBLIKOVANJE LIMOVA DEFORMIRANJEM .....                                         | 3    |
| 2.1. Metoda oblikovanja deformiranjem postupkom valjanja.....                     | 4    |
| 2.2. Definicija limova.....                                                       | 6    |
| 2.2.1. Postupci oblikovanja limova .....                                          | 7    |
| 2.2.1.1. Postupak savijanja limova .....                                          | 7    |
| 2.2.1.2. Postupak obrade limova profiliranjem .....                               | 9    |
| 2.2.1.3. Postupak obrade limova dubokim vučenjem .....                            | 9    |
| 3. MEHANIKA ELASTO – PLASTIČNIH MATERIJALA .....                                  | 11   |
| 3.1. Linearno – elastično ponašanje materijala .....                              | 14   |
| 3.1.1. Airyeva funkcija naprezanja.....                                           | 17   |
| 3.1.2. Biharmonijska funkcija .....                                               | 18   |
| 3.2. Elastoplastično ponašanje materijala .....                                   | 18   |
| 3.2.1. Izotropno očvršćenje .....                                                 | 24   |
| 3.2.2. Kinematičko očvršćenje .....                                               | 25   |
| 3.2.4. Bauschingerov efekt.....                                                   | 26   |
| 3.2.5. Cikličko očvršćenje i omekšanje.....                                       | 27   |
| 4. KORELACIJA DIGITALNE SLIKE (eng. <i>Digital Image Correlation</i> - DIC) ..... | 30   |
| 4.1. Osnovni principi.....                                                        | 32   |

|                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1.1. Princip korelacije.....                                                | 32 |
| 4.1.1.1. Lokalni DIC pristup .....                                            | 34 |
| 4.1.1.1.1. Inverzna dekompozicijska Gauss – Newtonova shema .....             | 35 |
| 4.1.1.2. Globalni DIC pristup .....                                           | 37 |
| 4.1.1.2.1. Globalni DIC pristup sa regularizacijom .....                      | 38 |
| 4.2. Stereo DIC (3D DIC) .....                                                | 39 |
| 4.2.1. Kalibracija .....                                                      | 41 |
| 4.2.1.1. Kalibracija temeljena na preddefiniranoj geometriji CAD modela ..... | 44 |
| 5. EIKOTWIN .....                                                             | 46 |
| 6. METODOLOGIJA.....                                                          | 48 |
| 6.1. Ispitivanja na smik .....                                                | 48 |
| 6.1.1. Uzorak sa dvostrukim zarezom .....                                     | 50 |
| 6.1.2. Uzorak sa ekscentričnim zarezima .....                                 | 51 |
| 6.1.3. Uzorak sa smičnim spojem .....                                         | 52 |
| 6.1.4. Uzorak za smično i tlačno ispitivanje .....                            | 52 |
| 6.1.5. Uzorak za ispitivanje jednostavnog smika .....                         | 53 |
| 6.1.6. Leptirasti ispitni uzorak.....                                         | 54 |
| 6.2. Iosipescu ispitni uređaj .....                                           | 54 |
| 6.3. V – <i>Notched Rail</i> ispitni uređaj .....                             | 55 |
| 6.4. Arcan prihvata.....                                                      | 56 |
| 6.5. Izvijanje tankih limova uslijed smičnog opterećenja .....                | 57 |
| 6.5.1. Ispitivanje na ravninsko smicanje .....                                | 58 |
| 6.5.2. Fenomen izvijanja tankih limova .....                                  | 59 |
| 6.5.3. Uređaj za sprječavanje fenomena izvijanja .....                        | 59 |
| 6.5.4. Rezultati ispitivanja.....                                             | 60 |
| 6.5.5. Ispitivanje Bauschingerovog efekta .....                               | 61 |
| 6.5.6. Zaključak.....                                                         | 62 |

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7. PROVEDBA ISPITIVANJA .....                                                                                               | 63  |
| 8. REZULTATI ISPITIVANJA .....                                                                                              | 69  |
| 8.1. Rezultat analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E1 primjenom prve konfiguracije eksperimentalnog postava .....  | 73  |
| 8.2. Rezultat analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E2 primjenom druge konfiguracije eksperimentalnog postava ..... | 79  |
| 8.3. Rezultat analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E3 primjenom treće konfiguracije eksperimentalnog postava ..... | 86  |
| 8.4. Rezultat analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E4 primjenom treće konfiguracije eksperimentalnog postava ..... | 93  |
| 9. DISKUSIJA.....                                                                                                           | 100 |
| 10. ZAKLJUČAK .....                                                                                                         | 102 |
| LITERATURA.....                                                                                                             | 104 |
| PRILOZI.....                                                                                                                | 108 |



## POPIS SLIKA

|                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 1. Podjela oblikovanja metala deformiranjem [4].....                                                      | 3  |
| Slika 2. Prikaz rada uzdužnog valjanja [5].....                                                                 | 5  |
| Slika 3. Primjeri valjaoničkih stanova [5].....                                                                 | 6  |
| Slika 4. Parametri savijanja [8] .....                                                                          | 7  |
| Slika 5. Naprezanja u limu prilikom savijanja [8] .....                                                         | 8  |
| Slika 6. Prikaz elastičnog povrata [8].....                                                                     | 8  |
| Slika 7. Postupak obrade limova profiliranjem [8] .....                                                         | 9  |
| Slika 8. Postupak obrade limova dubokim vučenjem [9].....                                                       | 10 |
| Slika 9. Konvencionalni dijagram rastezanja [11] .....                                                          | 11 |
| Slika 10. Kvalitativan prikaz krivulja nominalnog i stvarnog naprezanja duktilnog materijala [13] .....         | 14 |
| Slika 11. Kruto idealno – plastičan materijal [11] .....                                                        | 21 |
| Slika 12. Elastično – idealno plastičan materijal [11].....                                                     | 21 |
| Slika 13. Kruto linearno očvršćujući materijal [11] .....                                                       | 22 |
| Slika 14. a) Elastično linearno očvršćujući materijal; b) elastično nelinearno očvršćujući materijal [11] ..... | 22 |
| Slika 15. Ramberg – Osgoodov materijalni model [18].....                                                        | 23 |
| Slika 16. Plohe tečenja: a) Von Misesova ploha tečenja, b) Trescina ploha tečenja [16].....                     | 24 |
| Slika 17. Grafički prikaz izotropnog očvršćenja [12] [16].....                                                  | 25 |
| Slika 18. Grafički prikaz kinematičkog očvršćenja [12] [16] .....                                               | 25 |
| Slika 19. Prikaz Bauschingerovog efekta [19] .....                                                              | 26 |
| Slika 20. Pojava cikličkog omekšanja [20] .....                                                                 | 28 |
| Slika 21. Prikaz cikličkog očvršćenja [20].....                                                                 | 28 |
| Slika 22. Postupak primjene 2D i stereo DIC metode [22].....                                                    | 31 |
| Slika 23. Primjer stohastičkog uzorka i promatrana gibanja [23] .....                                           | 32 |
| Slika 24. Razlika između lokalnog i globalnog DIC pristupa [24] .....                                           | 32 |
| Slika 25. Referentna slika $f(X)$ deformira se u deformiranu sliku $g(y(X))$ [24] .....                         | 33 |
| Slika 26. Promjena varijabli u $IC - GN$ [24].....                                                              | 35 |
| Slika 27. Princip stereovizije [26] .....                                                                       | 40 |
| Slika 28. Epipolarna ravnina [26] .....                                                                         | 41 |
| Slika 29. Kalibracijski objekt sustava <i>Aramis</i> .....                                                      | 43 |
| Slika 30. 3D kalibracijski objekt [29] .....                                                                    | 44 |

|                                                                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 31. Primjer smičnog opterećenja [35] .....                                                                                           | 48 |
| Slika 32. Čisto smicanje: a) glavna naprezanja, b) deformirani element, c) Mohrova kružnica [36] .....                                     | 49 |
| Slika 33. Prikaz jednostavnog smika [34] .....                                                                                             | 49 |
| Slika 34. Primjer: a) čistog i b) jednostavnog smika [38] .....                                                                            | 50 |
| Slika 35. Model sklopa za ispitni uzorak sa dva zareza [39] .....                                                                          | 50 |
| Slika 36. Ispitni uzorak sa dva zareza [39] .....                                                                                          | 51 |
| Slika 37. Uzorak sa ekscentričnim zarezima [40] .....                                                                                      | 51 |
| Slika 38. Uzorak sa smičnim spojem [41] .....                                                                                              | 52 |
| Slika 39. Uzorci za ispitivanja smika i tlaka nakon ispitivanja [42] .....                                                                 | 53 |
| Slika 40. Uzorak za ispitivanje jednostavnog smika: a) ASTM B831, b) izmijenjeni uzorak [43] .....                                         | 53 |
| Slika 41. Standardni leptirasti uzorak za metodu ASTM D5379 [45] .....                                                                     | 54 |
| Slika 42. Iosipescu ispitni uređaj [46] .....                                                                                              | 54 |
| Slika 43. Raspodjela opterećenja na Iosipescu ispitnom uzorku: a) opterećenja, b) dijagram poprečnih sila, c) momentni dijagram [47] ..... | 55 |
| Slika 44. V – <i>Notched Rail</i> ispitni uređaj [48] .....                                                                                | 55 |
| Slika 45. Mogućnosti opterećenja primjenom Arcan prihvata [49] .....                                                                       | 56 |
| Slika 46. Izvijanje ispitnog uzorka debljine 1 mm [37] .....                                                                               | 56 |
| Slika 47. Uređaj za ispitivanje smika a) shematski prikaz, b) raspodjela naprezanja [50] .....                                             | 58 |
| Slika 48. Potpora za ultra tanki lim [50] .....                                                                                            | 60 |
| Slika 49. Ispitni uzorci: a) prije ispitivanja, b) ispitivanje bez potpore, c) ispitivanje sa potporom [50] .....                          | 60 |
| Slika 50. Prikaz Bauschingerovog efekta za čisti bakar [50] .....                                                                          | 61 |
| Slika 51. Dimenzije korištenih leptirastih ispitnih uzoraka .....                                                                          | 63 |
| Slika 52. Dimenzije dodatne potpore od pleksiglasa .....                                                                                   | 64 |
| Slika 53. Leptirasti ispitni uzorak: a) bez stohastičkog rastera, b) sa stohastičkim rasterom ..                                           | 64 |
| Slika 54. Postavljen prihvata sa ispitnim uzorkom .....                                                                                    | 65 |
| Slika 55. Postavljena potpora od pleksiglasa: a) prednja strana, b) stražnja strana .....                                                  | 66 |
| Slika 56. Eksperimentalni postav kamera ispred prihvata .....                                                                              | 67 |
| Slika 57. Režim opterećivanja E4 ispitnog uzorka .....                                                                                     | 67 |
| Slika 58. Korak učitavanja slika u <i>EikoTwin</i> .....                                                                                   | 69 |
| Slika 59. Korištene mreže konačnih elemenata: a) veći elementi, b) manji elementi .....                                                    | 69 |
| Slika 60. Odabrane zone konačnih elemenata .....                                                                                           | 70 |

|                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 61. Prikaz odabranih točaka u analizi statičkog smičnog ispitivanja bez potpore pleksiglasa .....   | 70 |
| Slika 62. Prikaz odabranih točaka u analizi ispitivanja gdje je primijenjena potpora od pleksiglasa ..... | 71 |
| Slika 63. Parametri kalibracije .....                                                                     | 71 |
| Slika 64. Parametri analize statičkog smičnog ispitivanja bez potpore pleksiglasa.....                    | 72 |
| Slika 65. Koordinatni sustav .....                                                                        | 72 |
| Slika 66. Postavljeni senzor deformacija .....                                                            | 72 |
| Slika 67. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E1 .....              | 73 |
| Slika 68. Pomaci u smjeru osi x za statičko smično ispitivanje uzorka E1 .....                            | 74 |
| Slika 69. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E1 .....                            | 75 |
| Slika 70. Pomaci u smjeru osi z za statičko smično ispitivanje uzorka E1 .....                            | 76 |
| Slika 71. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E1 .....                                    | 77 |
| Slika 72. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E1 .....                                | 78 |
| Slika 73. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E1 .....                                       | 78 |
| Slika 74. Deformirani ispitni uzorak E1.....                                                              | 79 |
| Slika 75. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E2 .....              | 79 |
| Slika 76. Pomaci u smjeru osi x za statičko smično ispitivanje uzorka E2.....                             | 80 |
| Slika 77. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E2.....                             | 81 |
| Slika 78. Pomaci u smjeru osi z za statičko smično ispitivanje uzorka E2 .....                            | 82 |
| Slika 79. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E2 .....                                    | 83 |
| Slika 80. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E2 .....                                | 84 |
| Slika 81. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E2 .....                                       | 85 |
| Slika 82. Deformirani ispitni uzorak E2.....                                                              | 85 |
| Slika 83. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E3 .....              | 86 |
| Slika 84. Pomaci u smjeru osi x za statičko smično ispitivanje uzorka E3 .....                            | 87 |
| Slika 85. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E3 .....                            | 88 |
| Slika 86. Pomaci u smjeru osi z za statičko smično ispitivanje uzorka E3 .....                            | 89 |
| Slika 87. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E3 .....                                    | 90 |
| Slika 88. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E3 .....                                | 91 |
| Slika 89. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E3 .....                                       | 92 |
| Slika 90. Deformirani ispitni uzorak E3.....                                                              | 92 |
| Slika 91. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E4 .....              | 93 |
| Slika 92. Pomaci u smjeru osi x pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4 .....                         | 94 |

|                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Slika 93. Pomaci u smjeru osi y pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4 ..... | 95  |
| Slika 94. Pomaci u smjeru osi z pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E3 ..... | 96  |
| Slika 95. Ukupni pomaci pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4 .....         | 97  |
| Slika 96. Kutne deformacije za cikličko smično ispitivanje uzorka E4 .....        | 98  |
| Slika 97. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E4 .....               | 99  |
| Slika 98. Deformirani ispitni uzorak E4 .....                                     | 99  |
| Slika 99. Skupni dijagram inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija .....  | 101 |

**POPIS TABLICA**

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tablica 1. Primjer algoritma lokalnog DIC pristupa [24] .....                  | 36  |
| Tablica 2. Primjer algoritam globalnog DIC pristupa [24] .....                 | 39  |
| Tablica 3. Prikaz korištenih konfiguracija eksperimentalnih postava.....       | 65  |
| Tablica 4. Blok programiranje statičke kidalice.....                           | 68  |
| Tablica 5. Usporedba karakterističnih veličina za sva četiri ispitivanja ..... | 101 |

## POPIS OZNAKA

| Oznaka                 | Jedinica      | Opis                                                                |
|------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------|
| $A_0$                  | $\text{mm}^2$ | Početna površina poprečnog presjeka                                 |
| $A$                    | $\text{mm}^2$ | Trenutna površina                                                   |
| $\mathbf{A}$           | -             | Intrinzična matrica kamere                                          |
| $D_{ijkl}$             | MPa           | Tenzor elastičnosti 4. reda                                         |
| $E$                    | MPa           | Youngov modul elastičnosti                                          |
| $F$                    | N             | Sila                                                                |
| $\mathbf{F}$           | -             | Gradijent transformacije                                            |
| $\mathbf{F}_i$         | -             | Parcijalno linearni gradijent tenzora deformacija                   |
| $f(\mathbf{X})$        | -             | Točkasti uzorak određene vrijednosti sile skale u referentnom skupu |
| $g(\mathbf{X})$        | -             | Točkasti uzorak određene vrijednosti sile skale u trenutnom skupu   |
| $G$                    | MPa           | Modul smicanja                                                      |
| $\mathbf{I}$           | -             | Jedinični tenzor drugog reda                                        |
| $I_1$                  | -             | Prva invarijanta tenzora naprezanja                                 |
| $I_2$                  | -             | Druga invarijanta tenzora naprezanja                                |
| $I_3$                  | -             | Treća invarijanta tenzora naprezanja                                |
| $K$                    | -             | Koeficijent čvrstoće                                                |
| $K'$                   | -             | Koeficijent cikličkog očvršćenja                                    |
| $l_0$                  | mm            | Početna duljina                                                     |
| $m$                    | -             | EkspONENT ovisnosti o brzini deformiranja                           |
| $\tilde{\mathbf{M}}_r$ | -             | Matrica transformacije za desnu kameru                              |
| $\tilde{\mathbf{M}}_l$ | -             | Matrica transformacije za lijevu kameru                             |
| $n$                    | -             | EkspONENT deformacijskog očvršćenja                                 |
| $n'$                   | -             | EkspONENT cikličkog očvršćenja                                      |
| $p$                    | MPa           | Hidrostatski tlak                                                   |
| $\mathbf{P}$           | -             | Matrica projekcije                                                  |
| $\mathbf{q}$           | MPa           | Tenzor povratnog naprezanja                                         |
| $R_m$                  | MPa           | Vlačna čvrstoća                                                     |
| $R_{p0,01}$            | MPa           | Konvencionalna granica razvlačenja                                  |
| $R_{p0,2}$             | MPa           | Konvencionalna granica razvlačenja                                  |
| $S_{ij}$               | MPa           | Devijatorsko naprezanje                                             |

|                                      |     |                                                 |
|--------------------------------------|-----|-------------------------------------------------|
| $T$                                  | K   | Temperatura materijala                          |
| $u$                                  | mm  | Pomak u smjeru osi $x$                          |
| $\mathbf{u}_i$                       | -   | Vektor pomaka centra lokalnih faseta            |
| $u_p$                                | -   | Nepoznati stupnjevi slobode                     |
| $v$                                  | mm  | Pomak u smjeru osi $y$                          |
| $w$                                  | mm  | Pomak u smjeru osi $z$                          |
| $\mathbf{X}$                         | -   | Referentni položaj čestice na slici             |
| $\mathbf{X}_{i0}$                    | -   | Vektor koordinata središta svake lokalne fasete |
| $y(\mathbf{X})$                      | -   | Trenutni položaj čestice                        |
| $Y$                                  | -   | Izotropno očvršćenje                            |
| $\mathbf{y}^k$                       | -   | Trenutna iteracija polja pomaka                 |
| $\gamma$                             | -   | Kutna deformacija                               |
| $\delta_{ij}$                        | -   | Kroneckerov tenzor                              |
| $\kappa$                             | -   | Parametar očvršćenja materijala                 |
| $\lambda$                            | -   | Laméova konstanta elastičnosti                  |
| $\mu$                                | -   | Laméova konstanta elastičnosti                  |
| $\nu$                                | .   | Poissonov faktor                                |
| $\varepsilon_0$                      | -   | Deformacija                                     |
| $\varepsilon$                        | -   | Stvarna deformacija                             |
| $\varepsilon_{kl}, \varepsilon_{ij}$ | -   | Lagrangeov tenzor deformacija                   |
| $\varepsilon_{el}$                   | -   | Elastične deformacije                           |
| $\varepsilon_{pl}$                   | -   | Plastične deformacije                           |
| $\sigma_0$                           | MPa | Konvencionalno naprezanje                       |
| $\sigma$                             | MPa | Stvarno naprezanje                              |
| $\sigma_{ij}$                        | MPa | Cauchijev tenzor naprezanja                     |
| $\sigma_{ij}^0$                      | MPa | Sferno naprezanje                               |
| $\sigma_p$                           | MPa | Granica proporcionalnosti                       |
| $\sigma_T$                           | MPa | Granica tečenja                                 |
| $\tau$                               | MPa | Posmično naprezanje                             |

|                      |     |                                        |
|----------------------|-----|----------------------------------------|
| $\tau_E$             | MPa | Kritično naprezanje izvijanja          |
| $\varphi$            | N   | Potencijalna funkcija volumenskih sila |
| $\Phi(x,y)$          | MPa | Airyeva funkcija naprezanja            |
| $\chi_i$             | -   | Karakteristična ili indeksna funkcija  |
| $\Psi_p(\mathbf{X})$ | -   | Odabrane globalne osnovne funkcije     |
| $\Omega$             | -   | Konačan broj faseta                    |



## SAŽETAK

Određivanje mehaničkih parametara materijala pri smičnom opterećenju od velike je važnosti za proizvodne industrije kod kojih se primjenjuje tehnologija oblikovanja deformiranjem. Sve većom primjenom numeričkih metoda u svrhu modeliranja i optimiranja konačnih proizvoda, raste potreba za definiranjem pouzdanijih parametara materijala kako bi se moglo što vjerodostojnije opisati elastoplastično ponašanje metalnih materijala. Postojeće metode mehaničkih ispitivanja na jednostavni i čisti smik tijekom ravninskog opterećenja tankih limova konstantno se poboljšavaju s ciljem smanjenja fenomena izvan ravninskih pomaka u promatranoj zoni ispitnog uzorka koje degradiraju realni odziv materijala. Najčešće metode mehaničkog ispitivanja na smik provode se pomoću Iosipescu i Arcan ispitnih uređaja na ispitnim uzorcima leptirastog oblika. Geometrija predloženih ispitnih uzoraka sastoji se ploče\lima s dva simetrična V zarez a čija je svrha osiguravanje homogenog stanja smicanja.

Tijekom ispitivanja mjerenje deformacija nije moguće provesti primjenom klasičnim ekstenzometara, već se primjenjuju mjerne trake koje se postavljaju na pretpostavljena kritična mjesta ispitnog uzorka. Štoviše, razvitkom optičkih metoda mjerenja cijelog polja pomaka, omogućena je analiza odziva materijala u cijeloj promatranoj zoni interesa. Najčešće korištena optička mjerna metoda u eksperimentalnoj mehanici je metoda korelacije digitalne slike (eng. *Digital Image Correlation* - DIC), kod koje se razlikuju lokalni i globalni DIC pristup. U okviru ovog diplomskog rada, primijenjen je globalni pristup stereo korelacije digitalne slike čija se kalibracija temelji na unaprijed poznatoj (tj. definiranoj) geometriji CAD modela eksperimentalnog postava.

U ovom radu provedena su četiri ispitivanja na smik primjenom modificiranog Arcan prihvata na jednoosnom elektro-mehaničkom ispitnom uređaju Beta 50-5 (*Messphysik*, Austrija). Mehanička ispitivanja provedena su na leptirastim ispitnim uzorcima izrađenim iz čelika C60 debljine 1 mm. Tijekom ispitivanja korišten je mjerni sustav *Aramis* pomoću kojeg su zabilježene digitalne slike promatrane zone interesa tijekom mehaničkog ispitivanja. Registrirane slike korištene su za detaljnu analizu cijelog polja pomaka primjenom globalnog stereo korelacijskog algoritma *EikoTwin*.

Validacija eksperimentalnog postava provedena je na tri leptirasta ispitna uzorka kod kojih je narinuto monotono smično opterećenje. Navedena statička ispitivanja razlikovala su se s obzirom na konfiguraciju eksperimentalnog postava koja je ovisila o preddefiniranoj krutosti Arcan prihvata te dodatnoj potpori promatrane zone interesa koja ne dozvoljava izvijanje

ispitnog uzorka. Analizom rezultata pokazano je kako je neophodno smanjiti krutost Arcan prihvata i postaviti dodatnu potporu s ciljem sprječavanja izvan ravninskih pomaka koji uzrokuju fenomen izvijanja kod tankih limova. Osim toga, provedeno je dodatno cikličko ispitivanje s ciljem potvrđivanja unaprijedenog eksperimentalnog postava za mehanička ispitivanje tankih limova.

Ključne riječi: Arcan prihvati, smik, korelacija digitalne slike, stereovizijska kalibracija, tanki lim, izvijanje

## SUMMARY

Determination of the mechanical parameters of the material at the shear loading regime is of great importance for the manufacturing industries where metal forming technology is applied. Increasing application of the numerical methods for modelling and optimizing final products, demands more reliable material parameters in order to describe the elastoplastic behavior of metal materials in a more predictable way. The existing experimental methods considering in-plane pure and simple shear loading on thin sheets are constantly improved in order to improve the reduction of the out-of-plane displacements in the region of interest. The reported out-of-plane displacements are degrading the realistic response of the material. The most commonly used fixtures for the shear test methods are conducted with Iosipescu and Arcan rigs on the butterfly-shaped samples. The geometry of the proposed test specimens is a plate/sheet with two symmetrical V-notches whose purpose is to ensure a homogenous shear state.

The deformation measurement during the mechanical test cannot be carried out by the application of the classical extensometers. The measuring gauges can be mounted on the assumed critical locations of the test sample. With the development of the optical measurement methods, the observation of the full-field displacement maps are enabled. Furthermore, with the proposed methods it is possible to identify the material response in the zone of interest. The most commonly used optical measurement method in experimental mechanics is *Digital Image Correlation* (DIC). The full-field measurement can be resorted by local and global DIC approaches. Within this master thesis, a global stereo digital image correlation approach is applied, whose calibration is based on the previously known (*i.e.*, defined) geometry (*i.e.*, CAD model) of the experimental setup.

In this work, four shear experiments were carried out using a modified Arcan fixture on the uniaxial electro-mechanical testing device Beta 50-5 (*Messphysik*, Austria). Mechanical tests were carried out on the 1 mm thick butterfly test specimens made of C60 steel. During the experimental investigation, the optical measurement system *Aramis* was used to record the series of digital images of the observed region of interest during the change of mechanical loading. Registered images were used for detailed analysis of the full displacement fields using the global stereo correlation algorithm *EikoTwin*.

The validation of the experimental setup was carried out on three butterfly test samples in which a monotone shear loading was applied. These static tests are conducted with different

configurations of the experimental setup. The setup configurations differ by the predefined installation stiffness of the Arcan rig and the application of the additional support of the zone of interest. The novel support does not allow the buckling of the test sample. Hence, the analysis of the measured displacement and strain fields showed that it is necessary to reduce the stiffness of the Arcan rig and testing device connection. Moreover, the additional support prevents the out-of-plane displacements which cause the buckling phenomena on thin sheets. In addition, a cyclic mechanical test was performed to verify the upgraded experimental setup for mechanical testing of the metal thin sheets.

Keywords: Arcan rigs, Digital Image Correlation, Stereovision calibration, Thin sheets, buckling

## 1. UVOD

Razvijanjem novih i optimiranih industrijskih komponenti sve je veća potreba za primjenom numeričkih simulacija koje postaju sve dostupnije. Međutim, kako bi numeričke simulacije odgovarale stvarnom odzivu materijala uslijed primjene različitih obradnih tehnologija, potrebno je poznavati pouzdane mehaničke parametre materijala predloženih elastoplastičnih konstitutivnih zakona. Parametri materijali određuju se eksperimentalnim istraživanjima koja su iznimno zahtjevnja i skupa te je stoga bitno poštovati procedure pripreme i provedbe mehaničkih ispitivanja. S ciljem vjerodostojnijeg modeliranja povratnog ponašanja metalnih materijala uslijed proizvodnog procesa tehnologije oblikovanja deformiranjem, potrebno je identificirati parametre materijala uslijed statičkog i cikličkog opterećenja. Određeni parametri materijala primjenjivati će se pri proračunu realnih inženjerskih konstrukcija.

Eksperimentalno određivanje izotropnog i kinematskog očvršćenja tankih metalnih limova pri smičnom opterećenju, od velikog je značaja u proizvodnoj industriji u kojoj se primjenjuje tehnologija oblikovanja deformiranjem. Korištenjem konvencionalnih prihvata za ispitivanje materijala uslijed smičnih opterećenja, ograničene su najveće ostvarive razine deformiranja zbog pojava nestabilnosti uslijed velikog omjera širine i debljine ispitnog uzorka. Također, na maksimalnu istežljivost utječu perturbacije naprezanja izazvane stezanjem i poravnavanjem ispitnih uzoraka.

Pregledom postojeće literature pokazano je kako dosadašnja ispitivanja materijala na smik rezultiraju modificiranjem postojećih prihvata i optimizacijom ispitnih uzoraka. Naime, uslijed smičnog opterećenja na tankim limovima pojavljuje se fenomen izvijanja materijala u promatranoj zoni interesa. Glavni problem pri ispitivanju na smična opterećenja je taj što su posmične deformacije nejednoliko raspodijeljene na mjerenom presjeku. Za ispitivanja materijala tijekom smičnog opterećenja najčešće se primjenjuju Iosipescu i Arcan prihvati. Jedan od razloga široke primjene je mogućnost postavljanja na jednoosni mehanički ispitni uređaj. Oba mehanička prihvata koriste ispitne uzorke sa dva simetrična V zarezima.

U svrhu određivanja mehaničkog ponašanja materijala koriste se različite metode mjerenja cijelog polja pomaka i/ili deformacija. U ovom radu primijenjena je metoda korelacije digitalne slike (eng. *Digital Image Correlation* – DIC). Mehanički ispitni uređaj tijekom ispitivanja zabilježava promjenu sile u vremenu, dok se DIC metodom određuju pomaci u promatranoj zoni ispitnog uzorka iz zabilježenih digitalnih slika. Osim toga, iz izmjerenih polja

pomaka mogu se izračunati polja deformacija. Osim toga, primjenom ove metode mjerenja cijelog polja pomaka mogu se u spregu s numeričkim simulacijama identificirati elastoplastični parametri materijala pretpostavljenog materijalnog modela.

Cilj ovog diplomskog rada je razviti i konstruirati dodatnu potporu leptirastog ispitnog uzorka kako bi se onemogućilo izvan ravninsko izvijanje tijekom smičnog opterećenja. Ispitivanja u sklopu ovog diplomskog rada provedena su na leptirastim uzorcima C60 čelika debljine 1 mm primjenom modificiranog Arcan prihvata [1][2] na statičkoj kidalici Beta 50-5 (Messphysik, Austrija). Polja pomaka izmjerena su stereo FE-DIC principom primjenom *EikoTwin* algoritma. Nakon provedenih ispitivanja identificiran je globalni odziv materijala uslijed statičkog i cikličkog smičnog opterećenja. Osim toga, analiziran je utjecaj unaprijedenog eksperimentalnog postava primjenom dodatne potpore leptirastog ispitnog uzorka za izbjegavanje izvan ravninskog izvijanja.

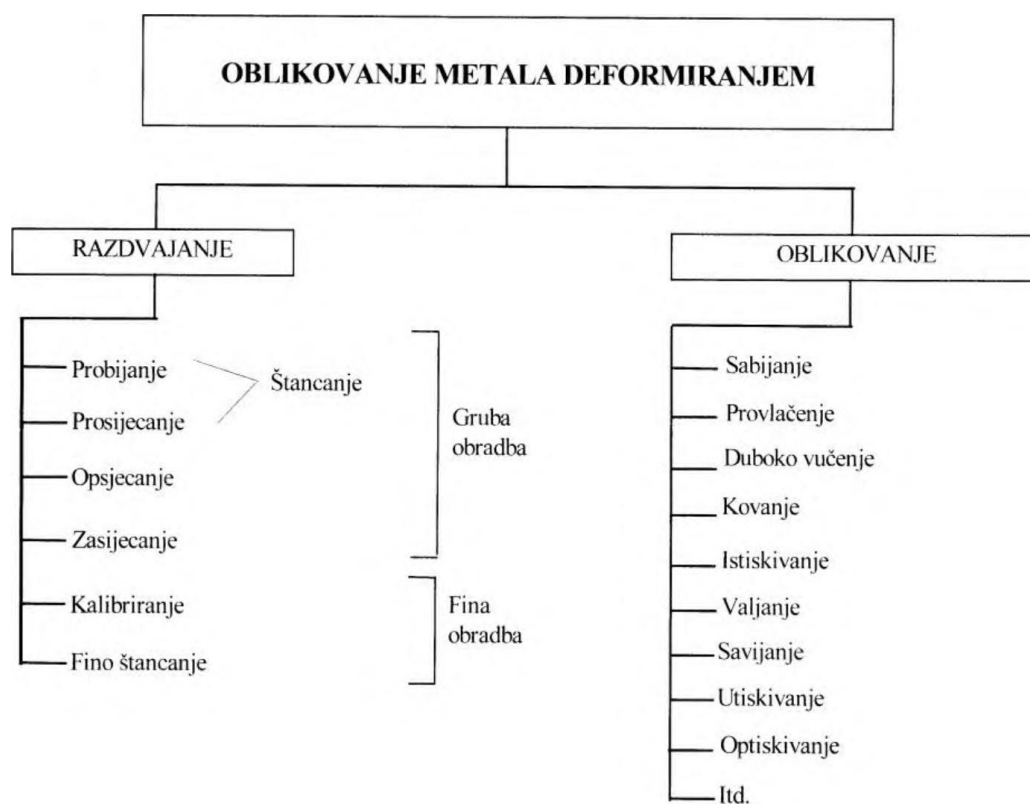
Diplomski rad sastoji se od deset poglavlja. Nakon uvoda slijedi poglavlje u kojem se opisuje postupak oblikovanja limova deformiranjem. Opisan je glavni postupak izrade tankih limova te postupci oblikovanja limova. U trećem poglavlju, opisana je mehanika elasto-plastičnih materijala. U ovom poglavlju, zasebno je definirano linearno – elastično ponašanje materijala te elastoplastično ponašanje materijala. Iznimno je bitno poznavati procese očvršćenja materijala do kojih dolazi uslijed plastičnog deformiranja radi definiranja vjerodostojnog materijalnog modela koji se koristi pri numeričkim simulacijama. Metoda korelacije digitalne slike opisana je u četvrtom poglavlju. Objašnjeni su lokalni i globalni pristup predložene metodi te je također prezentirana stereo DIC metoda koja se primjenjuje u ovom diplomskom radu. Nadalje, u sljedećem poglavlju ukratko je opisan korelacijski algoritam *EikoTwin* kojeg je razvila firma *EikoSim*. U šestom poglavlju prikazana je metodologija ispitivanja materijala na smik. Predloženi su različiti primjeri ispitnih uzoraka te odgovarajući ispitni uređaji. Osim toga, razmotrena je problematika izvijanja tankih limova uslijed smičnih opterećenja. U sedmom i osmom poglavlju prezentirani su rezultati mehaničkih ispitivanja provedenih u sklopu ovog diplomskog rada. U devetom poglavlju dana je usporedba i diskusija rezultata uzimajući u obzir odzive materijala za sva četiri mehanička ispitivanja na smik.

## 2. OBLIKOVANJE LIMOVA DEFORMIRANJEM

Oblikovanje metala deformiranjem je skup postupaka kojima se sirovini mijenjaju oblik i svojstva time uz uvjet da početni volumen i masa ostaju isti. Postupak se odvija primjenom mehaničke energije na sirovac te uslijed velikih naprezanja dolazi do plastičnih deformacija [3].

Glavni cilj obrade deformiranjem je što više smanjiti gubitak materijala uz što manji broj potrebnih operacija. Kako bi se sirovac mogao prerađivati, potrebno je opteretiti ga iznad granice elastičnosti u svrhu ostvarivanja zahtijevanih plastičnih deformacija. Potreban rad i opterećenje može se ostvariti primjenom specijaliziranih strojeva za obradu materijala poput: preša, kovačkih batova te strojeva za savijanje. Postupci oblikovanja metala deformiranjem mogu se podijeliti na dvije kategorije (Slika 1) [4]:

- deformiranje do razaranja materijala izvodi se sa svrhom razdvajanja komada na dijelove, te nema odvajanja čestica već se razdvajanje vrši po otvorenoj rezanoj liniji ili po zatvorenoj konturi,
- plastično deformiranje.



Slika 1. Podjela oblikovanja metala deformiranjem [4]

Obrada metala deformiranjem može se vršiti pri nižim ili višim temperaturama sirovca, tj. u hladnom ili vrućem stanju. Rastom temperature sirovca opada otpor koji metal pruža deformiranju te se time olakšava obrada. Da li će se proces obrade deformiranjem vršiti u hladnom ili vrućem stanju ovisi o sirovcu, tj. obliku, dimenzijama, složenosti gotovog komada, alatima itd. [4]

Radi olakšanja obrade deformiranjem primjenjuju se dodatni postupci čijom se primjenom utječe na svojstva proizvoda. Podmazivanjem sirovca smanjuje se trenje za vrijeme obrade. Nakon obrade deformiranjem, postupkom rekristalizacijskog žarenja smanjuju se unutrašnja zaostala naprezanja u materijalu. U slučaju da je potrebna dodatna obrada te zaštita površine, primjenjuju se postupci pjeskarenja te fosfatiranja [4].

Metodi oblikovanja deformiranjem može se pristupiti na tri načina [4]:

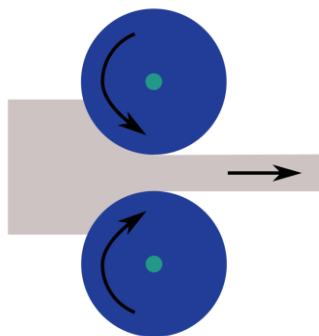
1. *Mehaničko – matematički pristup* koristi se pri opisivanju prijelaza elastičnih deformacija u plastične deformacije. Također, mehaničko – matematički pristup može se primijeniti pri opisivanju područja plastičnih deformacija materijala. Korištenjem ovog pristupa, razmatraju se uvjeti ravnoteže elementarnog volumena u promatranoj zoni deformacije te se iz tih uvjeta računaju parametri deformacije. Radi proučavanja raspodjele naprezanja i deformacija može se primijeniti metoda konačnih elemenata.
2. *Fizikalni pristup* postupku obradi metala deformiranjem, proučava mehanizam djelovanja plastičnih deformacija, pritom vodeći računa o anizotropnosti i gradi materijala. Teorijske pretpostavke potrebno je ispitati provedbom eksperimentalnih ispitivanja. Također, uz mehanizam djelovanja plastične deformacije, dodatno se proučavaju promjene naprezanja plastičnog tečenja pri hladnoj i toploj obradi deformiranjem.
3. *Fizikalno – kemijski pristup* prati promjene do kojih dolazi u materijalu prilikom zagrijavanja te povezuje kemijski sastav i fazno stanje materijala.

U sljedećem potpoglavlju obraditi će se glavni postupak izrade limova oblikovanjem deformiranjem.

## **2.1. Metoda oblikovanja deformiranjem postupkom valjanja**

Postupak valjanja jedan je od najzastupljenijih postupaka oblikovanja deformiranjem, a primjenu nalazi pri obradi čelika te lakih i obojenih metala. Tijekom postupka valjanja, sirovac (ingot) prolazi između parova suprotno rotirajućih valjaka, koji su međusobno udaljeni manje od debljine materijala (Slika 2), u svrhu dobivanja poluproizvoda (blum, slab, gredice, lim).



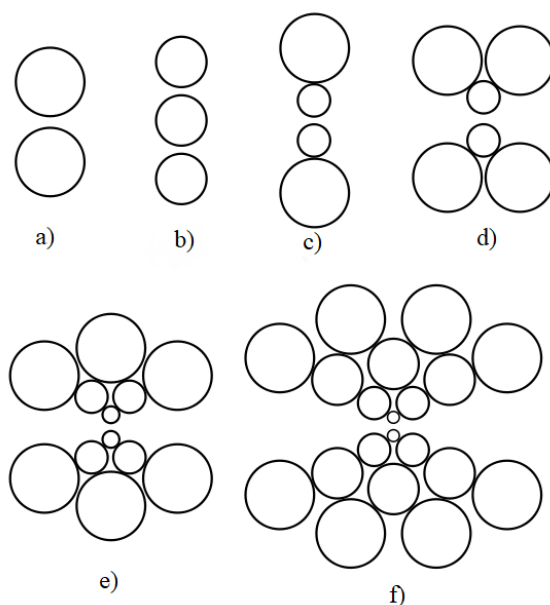


**Slika 2. Prikaz rada uzdužnog valjanja [5]**

U svrhu primjene manje sile te kako bi utrošak energije bio manji, predmete većih presjeka potrebno je oblikovati valjanjem u toplom stanju. Pri povišenim temperaturama omogućena je veća redukcija debljine sirovca u jednom prolasku kroz par valjaka.. U hladnom stanju valjaju se tanki limovi i trake zbog neekonomičnosti zagrijavanja tankih materijala uslijed omjera površine i mase. Hladnim valjanjem tankih limova i traka postiže se bolja kvaliteta površine, uža tolerancijska polja te veća tvrdoća materijala [5].

Pri postupku valjanja koriste se različiti valjci te valjaonički stanovi. Valjci manjeg promjera imaju manje trenje sa sirovcem, a samim time potrebna je manja snaga i manji utrošak energije. Jedan od nedostataka valjaka manjeg promjera jest manja krutost valjaoničkog stana. Kao posljedica dolazi do iskrivljenja te povećane debljine u sredini valjanog materijala. Taj problem rješava se zadebljanjem središta valjka te primjenom sustava više valjaka. Na slici 3. prikazani su različiti sustavi valjaka gdje je: a) – valjaonički stan s dva valjka, b) – valjaonički stan s tri valjka, c) – valjaonički stan s četiri valjka, a d), e) i f) su valjaonički stanovi s više valjaka. S obzirom na oblik zahtijevanog poluproizvoda, primjenjuju se različiti valjci [5]:

- ravni valjci za limove, ploče i trake,
- profilirani valjci,
- valjci s gravurom,
- kalibar valjci.



Slika 3. Primjeri valjaoničkih stanova [5]

Postupak valjanja može se podijeliti u tri skupine s obzirom na proces provedbe obrade materijala [5]:

- *uzdužnim valjanjem* sirovac se uvlači u zazor između valjaka koji se okreću u suprotnim pravcima uslijed trenja. Prilikom ovog postupka, sirovcu se smanjuje visina, a povećavaju širina i duljina;
- pri *poprečnom valjanju*, valjci se okreću u istom smjeru, a sirovac se u valjcima pridržava uz pomoć posebnog uređaja. Deformacija se ostvaruje uzduž osi sirovca;
- u slučaju *kosog valjanja*, valjci se okreću u istom smjeru, a valjani komad dobiva rotacijsko gibanje.

## 2.2. Definicija limova

Lim je metalni poluproizvod oblikovan proizvodnim procesom obrade deformiranjem. Najčešće se obrađuje postupkom valjanja duktilnih i deformabilnih metala u tanke i ravne dijelove. Prema debljini, limovi se dijele na [6]:

- *fini lim* – debljina do 1 mm,
- *tanki lim* – debljina od 1 do 2,75 mm,
- *srednji lim* – debljina od 3 do 4,75 mm,
- *debeli lim (ploče)* – debljina od 5 do 60 mm.

Vrlo tanki limovi nazivaju se folijama, čija je debljina u rasponu od 0,020 do 0,005 mm. Tanji lim se danas proizvodi izravnim i kontinuiranim lijevanjem metala u trake pravokutnog presjeka

dimenzija 20 mm x 900 mm. Nakon lijevanja slijedi vruće valjanje na debljinu do 2,5 mm te na kraju slijedi hladno valjanje na željenu debljinu lima [6].

Limovi se razlikuju i po namjeni u industriji, stoga se mogu podijeliti na [7]:

- konstrukcijske limove,
- brodske limove,
- automobilske limove,
- kotlovske limove i
- transformacijske limove.

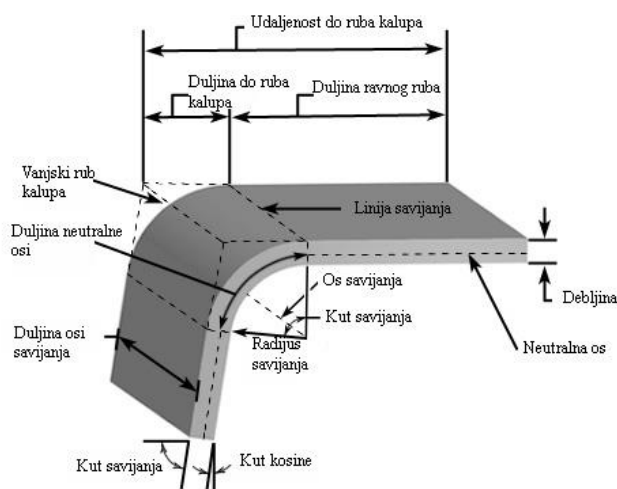
Po obliku, lim može biti gladak, rebrast, kvrgav, valovit, a prema načinu na koji se proizvodi može biti neobrađen, žaren, normaliziran, mek, tvrd [7].

### 2.2.1. Postupci oblikovanja limova

Postupci oblikovanja limova su procesi u kojima je primijenjena sila na lim u svrhu mijenjanja njegove geometrije. Naprezanja koja se nastoje ostvariti veća su od granice tečenja, što uzrokuje da se materijal plastično deformira [8]. U nastavku opisani su najzastupljeniji postupci oblikovanja limova.

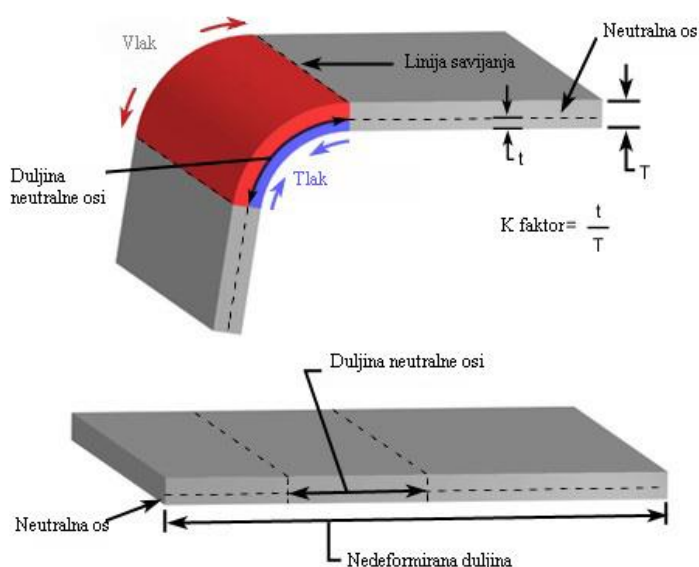
#### 2.2.1.1. Postupak savijanja limova

Savijanje je jedan od najzastupljenijih postupaka oblikovanja limova. U postupku savijanja primjenjuje se sila na lim što uzrokuje njegovo savijanje. Jedna operacija savijanja uzrokuje deformiranje u samo jednoj osi, ali nizom operacija lim se može obraditi u kompliciraniji oblik. Slika 4. prikazuje parametre obrade pri savijanju limova [8].



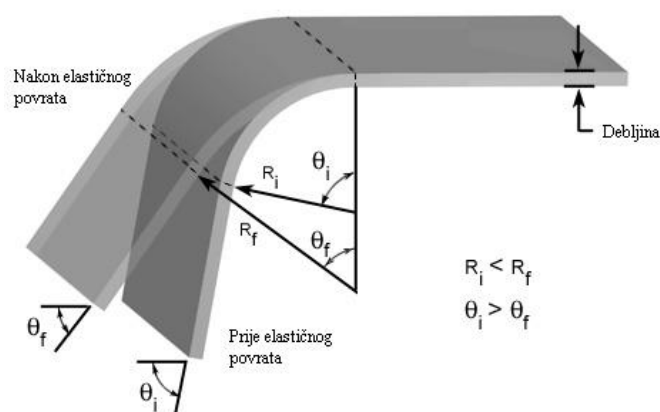
Slika 4. Parametri savijanja [8]

Savijanjem lima, dolazi do pojave vlačnih i tlačnih napreznja na vanjskim, odnosno unutarnjim površinama lima. Vanjska površina lima biti će podvrgnuta vlačnom opterećenju stoga će se rastegnuti, a unutarnja površina biti će podvrgnuta tlačnom opterećenju te će biti skraćena (Slika 5).



Slika 5. Napreznja u limu prilikom savijanja [8]

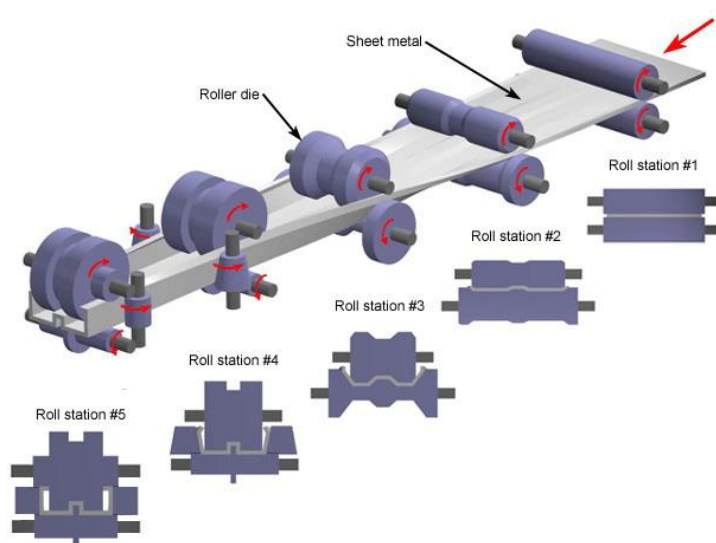
Pri savijanju lima, rezidualna napreznja uzrokuju elastični povrat pri završetku postupka (Slika 6). Stoga, lim je potrebno dodatno deformirati kako bi nakon elastičnog povrata postigao zahtijevani oblik [8].



Slika 6. Prikaz elastičnog povrata [8]

### 2.2.1.2. Postupak obrade limova profiliranjem

Postupkom obrade profiliranja, geometrija lima oblikuje se postepeno nizom procesa savijanja. Proces se odvija provlačeći lim kroz slijed valjaoničkih stanova. Svaki valjaonički stan je drugačiji od prethodnog. Valjci okružuju lim koji prolazi između njih te su podmazani kako bi se smanjilo trenje između dodirnih površina, a samim time i trošenje valjaka. Također, podmazivanje omogućuje povećanu proizvodnju, koja ovisi o željenom obliku i debljini lima [8]. Proces dobivanja željenog profila primjenom postupka obrade profiliranja prikazan je na slici 7.



Slika 7. Postupak obrade limova profiliranjem [8]

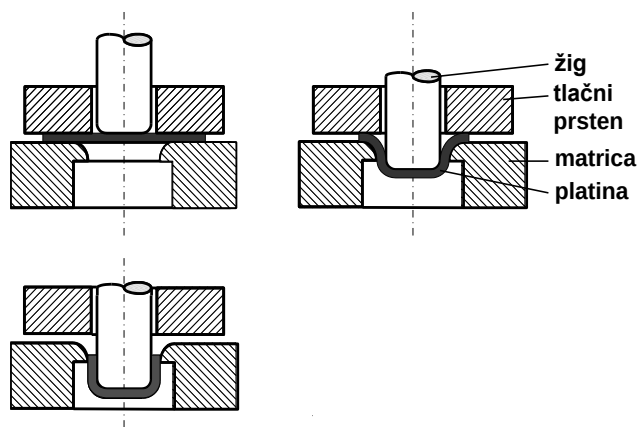
### 2.2.1.3. Postupak obrade limova dubokim vučenjem

Postupak dubokog vučenja vrlo je bitan pri serijskoj proizvodnji limova. Materijal se najčešće obrađuje u hladnom stanju, ali u posebnim slučajevima u toplom stanju. Cilj postupka dubokog vučenja je dobiti jednostavne oblike uz što manji broj potrebnih operacija i što manji gubitak materijala [9].

Metoda obrade deformiranjem primjenom dubokog vučenja razvijala se usporedno s razvojem automobilske i zrakoplovne industrije. Budući da se ovom tehnologijom u hladnom stanju poboljšavaju mehaničke karakteristike materijala, postupak se koristi pri proizvodnji najvažnijih dijelova konstrukcija zrakoplova i raketa [9].

Tehnologijom dubokog vučenja mogu se obrađivati metali različitih debljina, od 0,02 mm do 50 mm. Za provođenje postupka koriste se hidraulične i ekscentar preše. Ekscentar preše imaju veći broj hodova u minuti (35 – 90 hodova), ali mogu proizvesti manje sile (6 – 80

MN). Hidraulične preše mogu proizvesti sile do 1000 MN [9]. Na slici 8. prikazan je osnovni princip procesa obrade deformiranjem primjenom dubokog vučenja.



Slika 8. Postupak obrade limova dubokim vučenjem [9]

### 3. MEHANIKA ELASTO – PLASTIČNIH MATERIJALA

Mehaničke parametre materijala potrebno je poznavati radi ispravne provedbe postupka oblikovanja deformiranjem. Parametri materijala, poput granice tečenja i vlačne čvrstoće, mogu se odrediti eksperimentalnim mehaničkim ispitivanjima. Provode se ispitivanja na statička i ciklička opterećenja u svrhu vjerodostojnijeg opisivanja ponašanja materijala primjenom tehnologije obrade deformiranjem. Tijekom ispitivanja, kontinuirano se bilježe sila ( $F$ ) i produljenje ispitnog uzorka ( $\Delta l$ ). Zabilježene vrijednosti sile primjenjuju se pri proračunavanju konvencionalnog, tj. inženjerskog naprezanja ( $\sigma_0$ ):

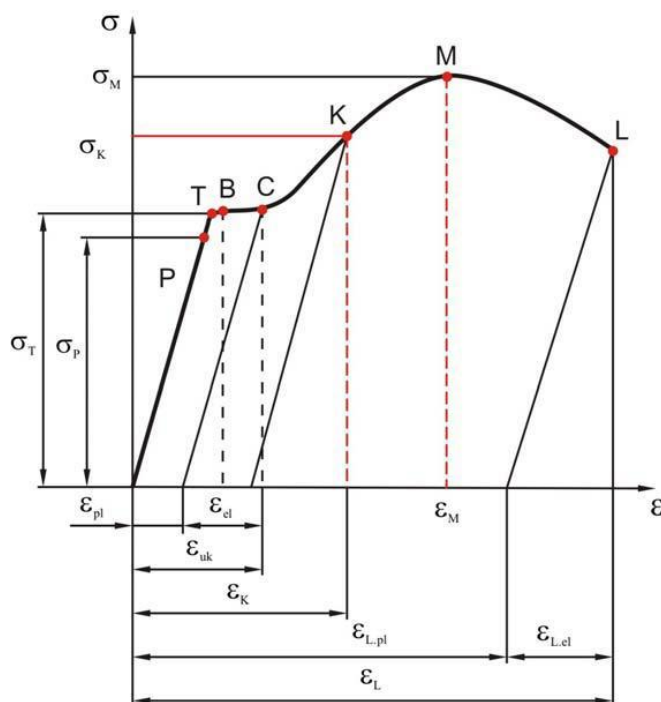
$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0}, \quad (3.1)$$

a vrijednosti produljenja koriste se za računanje deformacija ( $\varepsilon$ ):

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (3.2)$$

Član  $A_0$  označava početnu površinu ispitnog uzorka, a član  $l_0$  početnu duljinu [10].

Primjenom izračunatih vrijednosti naprezanja i deformacija, može se izraditi konvencionalni dijagram rastezanja (Slika 9).



Slika 9. Konvencionalni dijagram rastezanja [11]

Dijagram na slici 9. počinje iz ishodišta pravcem koji se naziva Hookeov pravac i za koji vrijedi Hookeov zakon :

$$\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0. \quad (3.3)$$

Pravac će biti strmiji porastom vrijednosti modula elastičnosti  $E$ , tj. za isto istezanje potrebno je veće naprezanje  $\sigma$ . Za Hookeov zakon vrijedi da svako naprezanje u tom području izaziva samo elastične deformacije. Gornja granica Hookeovog zakona je granica proporcionalnosti  $\sigma_p$  nakon koje više ne vrijedi linearan odnos naprezanja i deformacija, ali ponašanje materijala je i dalje elastično. Iznad granice proporcionalnosti nalazi se granica elastičnosti  $\sigma_E$ . Daljnjim opterećivanjem javljaju se prve plastične deformacije [11].

Granica tečenja  $\sigma_T$  je ono naprezanje kod kojeg se ispitni uzorak produljuje bez povećanja naprezanja. Razlikuju se *gornja granica tečenja* i *donja granica tečenja*, stoga se taj dio prikazuje kao ploha tečenja materijala (Slika 9.  $B - C$ ). Rasterećenjem iz plastičnog područja deformacija, u materijalu preostaju plastične deformacije dok elastične deformacije iščeznu. Ukupna deformacija može se zapisati u obliku aditivne dekompozicije koja vrijedi uz pretpostavku malih deformacija [11]:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}. \quad (3.4)$$

Nakon točke  $C$  (Slika 9.) nastupa očvršćenje materijala, stoga se vrijednosti naprezanja i deformacija nastavljaju povećavati. U točki  $M$  (Slika 9.) naprezanje postiže maksimalnu vrijednost te materijal se počinje ponašati nestabilno. Naprezanje koje odgovara točki  $M$  naziva se *vlačna čvrstoća*  $R_m$ . Vlačna čvrstoća predstavlja naprezanje pri najvećoj sili. U točki  $L$  nastupa lom materijala (Slika 9) [11].

Rasterećenje iz proizvoljne točke  $K$  odvija se po pravcu, tj. prilikom rasterećenja uvijek vrijedi Hookeov zakon budući da je veza između smanjenja naprezanja i smanjenja deformacija linearna. Deformacija  $\varepsilon_{rast}$  pokazuje smanjenje elastičnih deformacija [11]:

$$\sigma_{rast} = E \cdot \varepsilon_{rast}. \quad (3.5)$$

Kod materijala koji nemaju izraženu granicu tečenja već im je prijelaz iz područja elastičnih u područje plastičnih deformacija kontinuiran, primjenjuje se konvencionalna granica razvlačenja. Konvencionalna granica razvlačenja je ono naprezanje kod kojeg nakon rasterećenja preostaju određene plastične deformacije. Kod konvencionalne granice razvlačenja  $R_{p0,01}$  u materijalu nakon rasterećenja preostaje plastična deformacija od 0,01%. Također,



primjenjuje se konvencionalna granica razvlačenja  $R_{p0,2}$ , gdje nakon rasterećenja preostaju plastične deformacije iznosa 0,2% [11].

Do sada su obrađena *nominalna naprezanja* i *nominalne deformacije*. Međutim, ako se promatraju naprezanja primjenom trenutne površine  $A$ , mogu se izračunati *stvarna naprezanja*:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (3.6)$$

gdje se sila  $F$  i površina  $A$  mijenjaju s vremenom. Za mala produljenja, unutar elastičnog područja, poprečni presjek materijala se zanemarivo promijeni, stoga su obje definicije naprezanja u elastičnom području približno jednake [12].

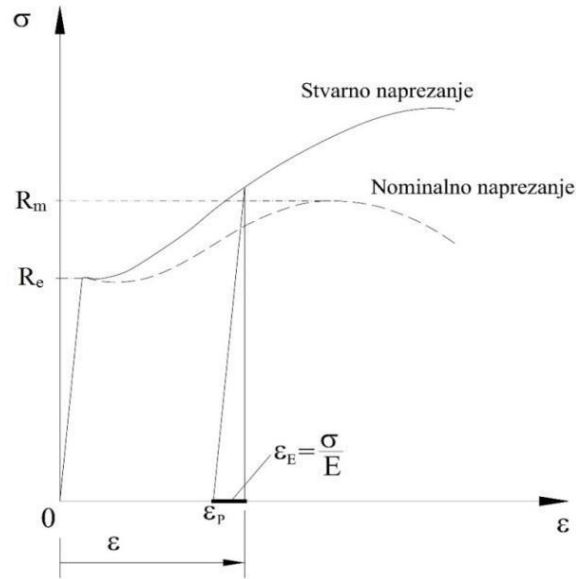
Pri računanju stvarne deformacije, potrebno je uzeti u obzir da se izvorna duljina kontinuirano mijenja. Mala promjena duljine  $dl$  uzrokuje promjenu deformacije za inkrement  $d\varepsilon = dl / l$  i ukupna deformacija definirana je zbrojem tih inkremenata:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \left( \frac{l}{l_0} \right). \quad (3.7)$$

Stvarna deformacija naziva se i *logaritamska deformacija* ili *Henckyeva deformacija*. Pri malim deformacijama, razlika između nominalne i stvarne deformacije je neznatna te su povezane izrazom:

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_0). \quad (3.8)$$

Primjenom vrijednosti za stvarna naprezanja i stvarne deformacije, izrađuje se novi dijagram rastezanja. Slika 10. prikazuje usporedbu nominalnog i stvarnog dijagrama naprezanja. Na slici se može vidjeti bitna razlika u području plastičnih deformacija. Povećanjem opterećenja na ispitni uzorak raste naprezanje u materijalu uslijed pojava očvršćivanja. Kao posljedica procesa očvršćenja, povećana je granica tečenja materijala pri ponovnom opterećivanju. Kontinuiranim povećanjem naprezanja, duljina ispitnog uzorka povećava se proporcionalnu sužavanju površine poprečnog presjeka uz uvjet konstantnog volumena  $V = A_0 l_0 = Al$ . Postizanjem vlačne čvrstoće  $R_m$  dolazi do lokalizacije deformacija i stvaranja suženja epruvete koje se naziva *vrat* ispitnog uzorka.



Slika 10. Kvalitativan prikaz krivulja nominalnog i stvarnog naprežanja duktilnog materijala [13]

### 3.1. Linearno – elastično ponašanje materijala

Linearno - elastično ponašanje materijala opisano je Hookeovim zakonom. Veza deformacija i naprežanja opisuje se pretpostavkom da svako od naprežanja u točki promatranog tijela ovisi o svim deformacijama vezanih uz tu točku [14]. Linearna veza između tenzora naprežanja  $\sigma$  i tenzora deformacije  $\epsilon$  zapisuje se izrazom u indeksnom zapisu:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl}^{el}, \quad (3.9)$$

gdje je  $D_{ijkl}$  tenzor elastičnosti četvrtog reda i sadrži 81 komponentu. Za izotropan materijal, tenzor elastičnosti je simetričan i tada vrijedi jednakost [14]:

$$D_{ijkl} = D_{jikl} = D_{ijlk} = D_{jilk}. \quad (3.10)$$

Izraz (3.9) predstavlja 6 jednadžbi poopćenog Hookeovog zakona [15]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= D_{11}\epsilon_x + D_{12}\epsilon_y + D_{13}\epsilon_z + D_{14}\gamma_{xy} + D_{15}\gamma_{yz} + D_{16}\gamma_{zx}, \\ \sigma_y &= D_{21}\epsilon_x + D_{22}\epsilon_y + D_{23}\epsilon_z + D_{24}\gamma_{xy} + D_{25}\gamma_{yz} + D_{26}\gamma_{zx}, \\ \sigma_z &= D_{31}\epsilon_x + D_{32}\epsilon_y + D_{33}\epsilon_z + D_{34}\gamma_{xy} + D_{35}\gamma_{yz} + D_{36}\gamma_{zx}, \\ \tau_{xy} &= D_{41}\epsilon_x + D_{42}\epsilon_y + D_{43}\epsilon_z + D_{44}\gamma_{xy} + D_{45}\gamma_{yz} + D_{46}\gamma_{zx}, \\ \tau_{yz} &= D_{51}\epsilon_x + D_{52}\epsilon_y + D_{53}\epsilon_z + D_{54}\gamma_{xy} + D_{55}\gamma_{yz} + D_{56}\gamma_{zx}, \\ \tau_{zx} &= D_{61}\epsilon_x + D_{62}\epsilon_y + D_{63}\epsilon_z + D_{64}\gamma_{xy} + D_{65}\gamma_{yz} + D_{66}\gamma_{zx}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ovisnost tenzora elastičnosti o linearnim konstantama materijala može se prikazati jednadžbom:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (3.12)$$

Članovi  $\lambda$  i  $\mu$  nazivaju se Laméove konstante elastičnosti, a  $\delta_{ij}$  je Kroneckerov tenzor čije su komponente  $\delta_{ij} = 1$  za  $i = j$  te  $\delta_{ij} = 0$  za  $i \neq j$  [15]. Laméove konstante elastičnosti mogu se zapisati pomoću modula elastičnosti i Poissonova faktora:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (3.13)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)},$$

gdje  $G$  označava modul smicanja.

Tenzor naprezanja  $\sigma$  sastoji se od normalnih i tangencijalnih naprezanja. Tenzor se može podijeliti na sferni i devijatorski dio. Sferno naprezanje kod izotropnih materijala utječe samo na promjenu veličine promatranog elementa, ali ne i na promjenu oblika. Dodatni naziv za sferno naprezanje je hidrostatski tlak te glasi [14]:

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}\sigma_{kk} = p. \quad (3.14)$$

Devijatorsko naprezanje utječe na promjenu oblika te se zapisuje u obliku [14]:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}. \quad (3.15)$$

Kod plastičnih deformacija u obzir se uzima samo devijatorski dio naprezanja jer ne dolazi do promjene volumena, već samo do promjene oblika [14].

Pri rješavanju stvarnih problema, uvode se određena zanemarenja zasnovana na fizikalnim činjenicama i empirijskim dokazima. Veliki dio takvih problema može se svesti na matematički dvodimenzionalni oblik, pri čemu se razlikuju dva slučaja [15]:

- stanje ravninske deformacije (RD),
- stanje ravninskog naprezanja (RN).

Kod *ravninskog stanja deformacija*, elastično tijelo ima jednake pomake točaka u međusobno paralelnim ravninama i ti pomaci su neovisni o koordinati okomitoj na te ravnine. Matematički se definira izrazima [15]:

$$\begin{aligned}
u &= u(x, y), \\
v &= v(x, y), \\
w &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.16}$$

Deformacije koje se javljaju zapisuju se matematički [15]:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \varepsilon_x(x, y), \\
\varepsilon_y &= \varepsilon_y(x, y), \\
\gamma_{xy} &= \gamma_{xy}(x, y), \\
\varepsilon_z &= \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.17}$$

Naprezanja slijede iz Hookeovog zakona [15]:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma_x(x, y), \\
\sigma_y &= \sigma_y(x, y), \\
\sigma_z &= \sigma_z(x, y), \\
\tau_{xy} &= \tau_{xy}(x, y), \\
\tau_{yz} &= \tau_{zx} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

Jednadžbe ravnoteže zapisuju se u obliku [15]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + f_x &= 0, \\
\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + f_y &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.19}$$

*Stanje ravninskog naprezanja* opisano je naprezanjima koja postoje samo u međusobno paralelnim ravninama i koja su neovisna o koordinati okomitoj na te ravnine. Ova definicija opisana je izrazima [15]:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma_x(x, y), \\
\sigma_y &= \sigma_y(x, y), \\
\tau_{xy} &= \tau_{xy}(x, y), \\
\sigma_z &= \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.20}$$

Deformacije su određene izrazima [15]:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \varepsilon_x(x, y), \\
\varepsilon_y &= \varepsilon_y(x, y), \\
\varepsilon_z &= \varepsilon_z(x, y), \\
\gamma_{xy} &= \gamma_{xy}(x, y), \\
\gamma_{yz} &= \gamma_{zx} = 0.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Pomaci su definirani izrazima [15]:

$$\begin{aligned}
u &= u(x, y), \\
v &= v(x, y), \\
w &= w(x, y, z).
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Uvođenjem nove nepoznanice u obliku *Airyeve* funkcije naprezanja  $\Phi$ , mogu se riješiti mnogi dvodimenzionalni problemi

### 3.1.1. Airyeva funkcija naprezanja

*Airyevu* funkciju naprezanja predložio je George Airy 1862. godine. Naprezanja su zapisana u obliku nove funkcije te kao posljedica dobije se nova diferencijalna jednačba. Za razliku od naprezanja i deformacija, *Airyeve* funkcija naprezanja nema fizikalno značenje [12]. Funkcija naprezanja  $\Phi(x, y)$  definirana je pomoću naprezanja tako da su uvjeti ravnoteže (3.19) automatski zadovoljeni:

$$\begin{aligned}
\sigma_x + \varphi &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \\
\sigma_y + \varphi &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \\
\tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Član  $\varphi$  predstavlja potencijalnu funkciju volumenskih sila.

Primjeni li se operator  $\nabla^2$  na prve dvije jednačbe (3.23), dobije se:

$$\nabla^4 \Phi = (1 - \nu) \nabla^2 \varphi. \tag{3.24}$$

Za ravninske probleme dovoljno je odrediti funkciju  $\Phi(x, y)$ , koja uz zadovoljenje rubnih uvjeta daje naprezanje kao rješenje problema. Nadalje, primjenom Hookeovog zakona mogu se izračunati deformacije [15].

Za poseban slučaj volumenskih sila, kada je  $\nabla^2 \varphi = 0$  ili kada su volumenske sile zanemarive, tada jednačba (3.24) prelazi u novi oblik kojeg zadovoljava svaka biharmonijska funkcija [15]:

$$\nabla^4 \Phi = 0. \quad (3.25)$$

### 3.1.2. Biharmonijska funkcija

Pokazano je da uz zanemarenje volumenskih sila, funkcija naprezanja mora zadovoljiti jednačbu (3.25), tj. [15]:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0. \quad (3.26)$$

Izraz (3.26) poznat je kao biharmonijska jednačba te svaki polinom trećeg ili nižeg stupnja automatski zadovoljava ovu jednačbu.

Koristeći *Airyevu* funkciju naprezanja, problem računanja naprezanja u elastičnom tijelu sveden je na računanje parcijalne biharmonijske diferencijalne jednačbe (3.26) [12].

### 3.2. Elastoplastično ponašanje materijala

Teorija linearne elastičnosti je korisna pri modeliranju materijala koji su podloženi malim deformacijama te koji se nakon rasterećenja vraćaju u izvorni oblik [12]. Ako na materijal djeluju opterećenja koja uzrokuju naprezanja veća od granice tečenja, materijal će ući u područje plastičnih deformacija. Ukupna deformacija može se rastaviti na elastičnu i plastičnu komponentu:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{el} + \varepsilon_{ij}^{pl}. \quad (3.27)$$

Uvrštavanjem prethodnog izraza u izraz (3.9) slijedi:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl}). \quad (3.28)$$

Član  $\sigma_{ij}$  predstavlja *Cauchyjev* tenzor naprezanja, a  $\varepsilon_{ij}$  *Lagrangeov* tenzor deformacija koji je jednak:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right), \quad (3.29)$$

gdje je  $u_i$  vektor pomaka [14].

Pri višeosnom stanju naprezanja, pojavu plastičnih deformacija opisuje funkcija tečenja:

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, \kappa) = 0, \quad (3.30)$$

gdje  $\kappa$  označuje parametar očvršćenja koji ovisi o promjeni plastične deformacije [14]. U šestodimenzionalnom prostoru, u kojemu su koordinatne osi šest komponenata naprezanja, jednadžba

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, \kappa) = 0 \quad (3.31)$$

je implicitna jednadžba zatvorene hiperplohe koja se naziva ploha tečenja. Svako stanje naprezanja u nekoj čestici tijela određeno je jednom točkom u prostoru naprezanja. Ako se ta točka nalazi unutar prostora omeđenog plohom tečenja, tada se materijal nalazi u području elastičnih deformacija, tj. ako vrijedi nejednakost  $f < 0$ . Materijal će biti u području plastičnih deformacija ako se točka nalazi na rubu plohe tečenja, tj. ako vrijedi jednakost  $f = 0$ . Međutim, točka se ne može nalaziti izvan plohe tečenja, odnosno ne može vrijediti nejednakost  $f > 0$  zato što dolazi do očvršćenja materijala [14].

Kod izotropnih elastično – idealno plastičnih materijala, tj. kod materijala kod kojih uslijed plastičnih deformacija ne dolazi do očvršćenja, funkcija tečenja ovisi samo o naprezanju:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (3.32)$$

Funkcija tečenja izotropnih materijala ne ovisi o pravcima glavnih naprezanja, već samo o glavnim napreznjima:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (3.33)$$

tj. o invarijantama tenzora naprezanja:

$$f(I_{\sigma_1}, I_{\sigma_2}, I_{\sigma_3}) = 0. \quad (3.34)$$

Invarijante tenzora naprezanja računaju se prema izrazima:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \sigma_{ii}, \\
I_2 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \\
I_3 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ik} \sigma_{kl}.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Istraživanja su pokazala kako tečenje materijala ne ovisi o sfernom naprežanju, tj. da je potpuno neovisno o prvoj invarijanti tenzora naprežanja, stoga jednačba (3.34) prelazi u:

$$f(I_{\sigma_2}, I_{\sigma_3}) = 0. \tag{3.36}$$

*Krivulja tečenja* prikazuje stvarni odnos naprežanja i deformacija. Krivuljom tečenja može se odrediti potrebno naprežanje kako bi se postigle određene vrijednosti deformacija. Dodatni uvjeti koji utječu na izgled krivulje su: brzina deformiranja ( $\dot{\varepsilon}$ ), temperatura materijala  $T$  (u kelvinima K) [17]:

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T, \text{mikrostruktura}). \tag{3.37}$$

Pri opisivanju procesa tečenja materijala, koristi se *Holloman – Ludwigova* jednačba. Navedena jednačba spada pod tzv. *potencijske jednačbe* te se zapisuje u obliku [17]:

$$\sigma = K \varepsilon^n. \tag{3.38}$$

U izrazu (3.38),  $K$  označava koeficijent čvrstoće, a  $n$  eksponent deformacijskog očvršćenja. Za opisivanje savršeno plastičnog tijela, uzima se da je vrijednost eksponenta deformacijskog očvršćenja jednaka  $n = 0$ , a za savršeno elastično tijelo se uzima da je  $n = 1$ . Ako se pri opisivanju procesa tečenja materijala uzme u obzir granica tečenja  $\sigma_T$ , koristi se *Ludwigova* jednačba [17]:

$$\sigma = \sigma_T + K \varepsilon^n. \tag{3.39}$$

U slučaju kada je izražen utjecaj brzine deformacije na ponašanje materijala, koristi se druga vrsta potencijskih jednačbi:

$$\sigma = K \dot{\varepsilon}^m, \tag{3.40}$$

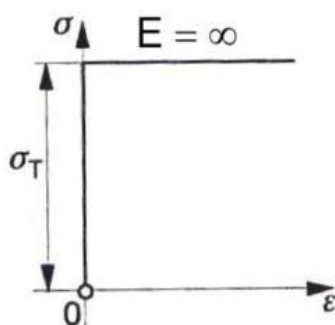
gdje  $m$  označava eksponent ovisnosti o brzini deformiranja. Ako je  $m = 0$ , tada je naprežanje neovisno o brzini deformiranja. Materijal se može ponašati super – plastično (sposobnost



iznimno velikog deformiranja bez pojavljivanja vrata epruvete) ako je vrijednost eksponenta ovisnosti o brzini deformiranja  $m = 0,4 \div 0,9$ . U slučaju da je  $m = 1$ , tada se materijal ponaša poput viskoznog fluida [17].

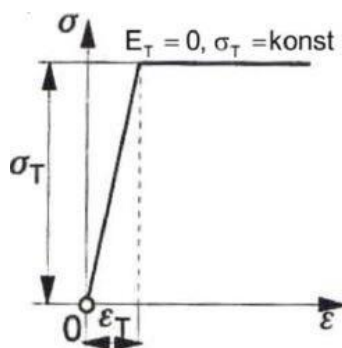
U svrhu olakšanja analitičke obrade nelinearnog plastičnog područja dijagrama rastezanja, uvode se pojednostavljenja, tj. idealizacije dijagrama. Idealizirani dijagrami zadržavaju bitne značajke stvarnih dijagrama, a zanemarive pojedinosti dijagrama su ispuštene [14]. U nastavku prikazani su materijalni modeli koji su opisani idealiziranim dijagramima.

- a) *Kruto – idealno plastičan materijal* (Slika 11) koristi se pri obradi materijala deformiranjem pri čemu se zanemaruju elastične deformacije. Nelinearno plastično ponašanje materijala opisano je konstantnim naprezanjem uslijed povećanja plastičnih deformacija [14].



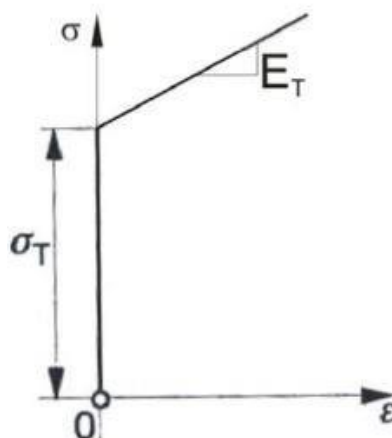
Slika 11. Kruto idealno – plastičan materijal [11]

- b) *Elastično – idealno plastičan materijal* (Slika 12.) primjenjuje se pri proračunavanju konstrukcija načinjenih od materijala sa izraženim platoom granice tečenja. U ovoj idealizaciji, opisana je linearna veza naprezanja i deformacija u području elastičnih deformacija [14].



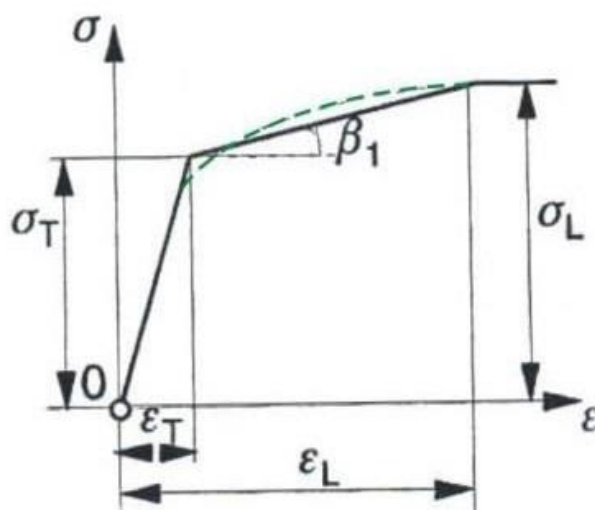
Slika 12. Elastično – idealno plastičan materijal [11]

- c) *Kruto linearno očvršćujući materijal* (Slika 13.) upotrebljava se pri proračunu konstrukcija kod kojih se u obzir uzima samo područja plastičnih deformacija. Tangentni modul elastičnosti  $E_T$  predstavlja odnos naprezanja i plastičnih deformacija definiran kao linearna funkcija. Tangentni modul elastičnosti  $E_T$  manjeg je iznosa nego Youngov modul elastičnosti  $E$  [14].



Slika 13. Kruto linearno očvršćujući materijal [11]

- d) *Elastično linearno očvršćujući materijal* (Slika 14.) koristi se pri proračunavanju duktilnih materijala s neizraženom granicom tečenja  $\sigma_T$  u području malih deformacija [14].

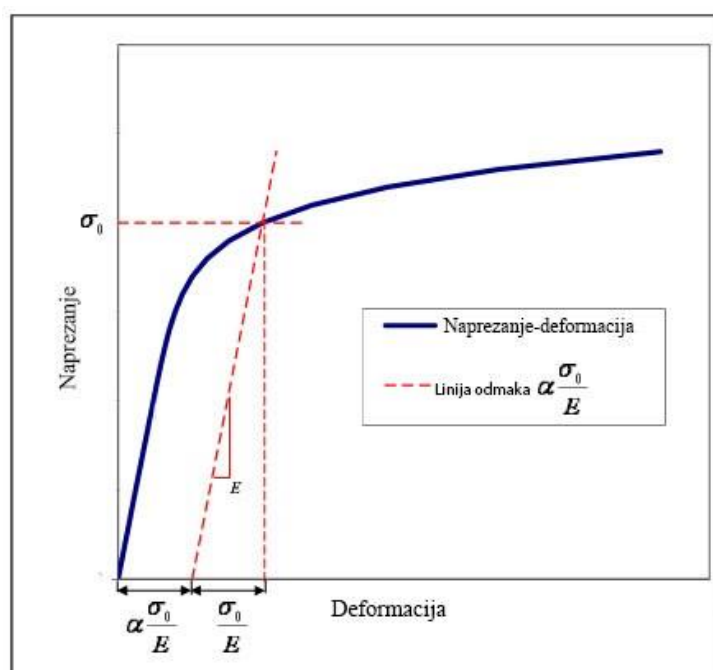


Slika 14. a) Elastično linearno očvršćujući materijal; b) elastično nelinearno očvršćujući materijal [11]

- e) *Ramberg – Osgoodov materijalni model* (Slika 15) primjenjuje se pri opisivanju nelinearnog ponašanja materijala od granice tečenja do loma. Predloženi konstitutivni zakon prikladan je za opisivanje materijala u kojem dolazi do procesa očvršćivanja tijekom plastičnog deformiranja. Ovaj materijalni model pouzdano opisuje prijelaz iz područja elastičnih deformacija u područje plastičnih deformacija, a opisan je izrazom:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left( \frac{\sigma}{E} \right)^n, \quad (3.41)$$

gdje su  $K$  i  $n$  parametri materijala [14].



Slika 15. Ramberg – Osgoodov materijalni model [18]

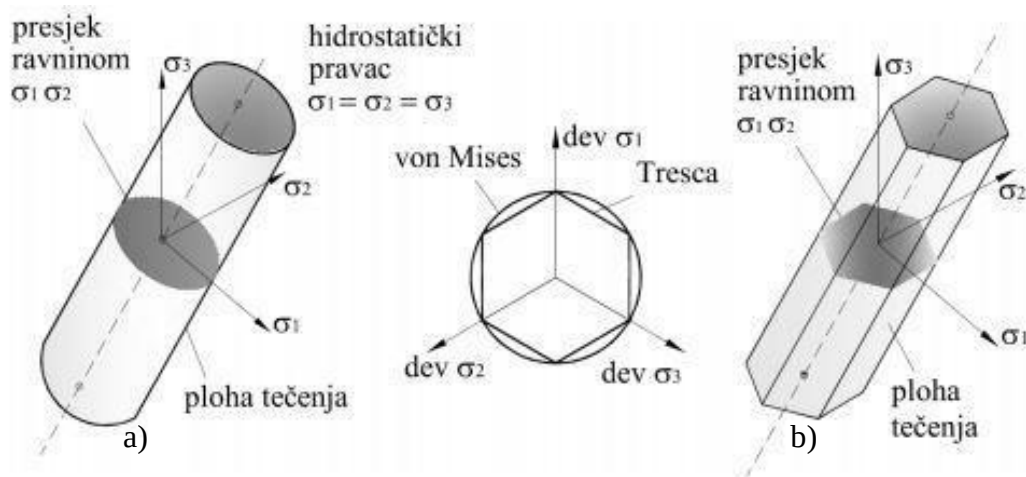
U svrhu opisivanja plastičnog deformiranja, razvijeni su kriteriji tečenja materijali. Ispunjavanjem kriterija tečenja, materijal prelazi iz područja elastičnih deformacija u područje plastičnih deformacija. Za opisivanje metala, primjenjuju se dva kriterija tečenja temeljena na posmičnim napreznjima, Von Misesov i Trescin kriterij tečenja. Kod oba kriterija tečenje ne ovisi o sfernoj komponenti tenzora napreznja, tj. o prvoj invarijanti tenzora napreznja. Bitno je napomenuti da se ovi kriteriji tečenja odnose na izotropne materijale [16].

- a) *Von Misesovim kriterijem tečenja* pretpostavlja se kako će tečenje materijala nastupiti samo onda kada druga invarijanta tenzora napreznja dosegne kritičnu vrijednost definiranu kao materijalno svojstvo  $k$ . Ploha tečenja ima oblik kružnog cilindra (Slika 16. a)). Jednadžba za Von Misesov kriterij se zapisuje u obliku [16]:

$$f(I_{\sigma_2}) = I_{\sigma_2} - k^2 = 0. \quad (3.42)$$

b) *Trescin kriterij tečenja* pretpostavlja kako će tečenje materijala nastupiti kada maksimalno posmično naprezanje dosegne kritičnu vrijednost. Trescina ploha tečenja ima oblik šesterostrane prizme (Slika 16. b)). Trescin kriterij tečenja može se zapisati u obliku [16]:

$$f(\tau_{\max}) = \tau_{\max} - k^2 = 0. \quad (3.43)$$



Slika 16. Plohe tečenja: a) Von Misesova ploha tečenja, b) Trescina ploha tečenja [16]

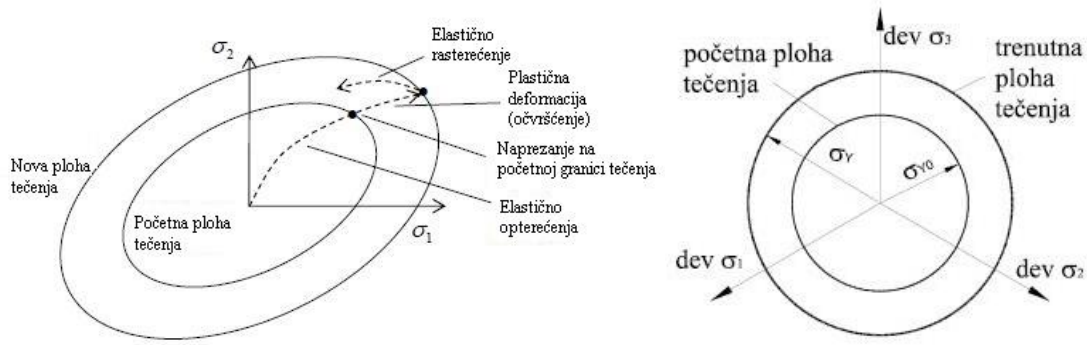
Pokazano je da stanje naprezanja u bilo kojoj točki ne može biti izvan plohe tečenja ( $f > 0$ ). Razlog tomu je što prilikom procesa očvršćenja materijala, dolazi do promjene oblika i/ili položaja plohe tečenja [16].

### 3.2.1. Izotropno očvršćenje

Širenje plohe tečenja uslijed plastičnog deformiranja opisano je izotropnim očvršćenjem (Slika 17). U slučaju primjene Von Misesovog kriterija tečenja, izotropno očvršćenje opisuje se izrazom:

$$f(I_{\sigma_2}) = I_{\sigma_2} - (k + Y)^2 = 0, \quad (3.44)$$

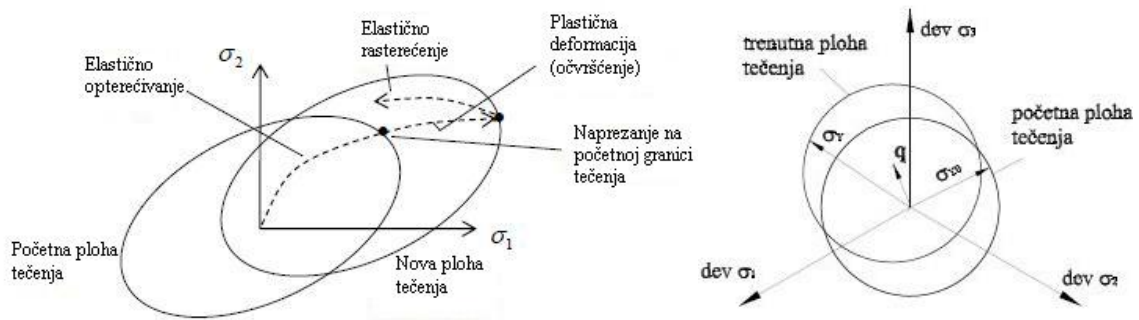
gdje je  $Y$  izotropno očvršćenje [16].



Slika 17. Grafički prikaz izotropnog očvršćenja [12] [16]

### 3.2.2. Kinematičko očvršćenje

Ako pri procesu plastičnog deformiranja nastupi kinematičko očvršćenje, tada se ploha tečenja translacija kao kruto tijelo u prostoru naprezanja bez rotacije i promjene veličine (Slika 18).



Slika 18. Grafički prikaz kinematičkog očvršćenja [12] [16]

Izraz za kinematičko očvršćenje u slučaju primjene Von Misesovog uvjeta tečenja glasi [16]:

$$f(\mathbf{S} - \mathbf{q}) - k^2 = 0. \quad (3.45)$$

U izrazu (3.45)  $\mathbf{S}$  predstavlja tenzor naprezanja, a  $\mathbf{q}$  predstavlja tenzor drugog reda koji se naziva tenzor povratnog naprezanja (*back stress*) te su u njemu sadržane koordinate centra trenutne plohe tečenja [16].

Najčešće korišteni oblici kinematičkog očvršćenja opisani su u nastavku [16]:

- a) za primjenu principa *Pragerovog očvršćenja*, potrebno je odrediti tenzor povratnog naprezanja  $\mathbf{q}$ . Najjednostavniji način je da se pretpostavi linearna veza između  $d\mathbf{q}$  i  $d\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$  te Pragerovo očvršćenje poprima oblik:

$$d\mathbf{q} = c \cdot d\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}. \quad (3.46)$$

U prethodnom izrazu,  $c$  je materijalna konstanta, a  $d\varepsilon^{pl}$  je plastični dio deformacije. Pragerovo očvršćenje ne poklapa se u potpunosti s definicijom kinematičkog očvršćenja jer se tijekom transformacije javlja promjena veličine plohe tečenja.

- b) *Zieglerovo očvršćenje* razvijeno je kao modifikacija Pragerovog očvršćenja u svrhu vjerodostojnijeg opisivanja kinematičkog očvršćenja. Uvodi se pretpostavka da se translacija odvija u smjeru relativnog naprezanja  $\gamma = \mathbf{S} - \mathbf{q}$  tako da vrijedi izraz:

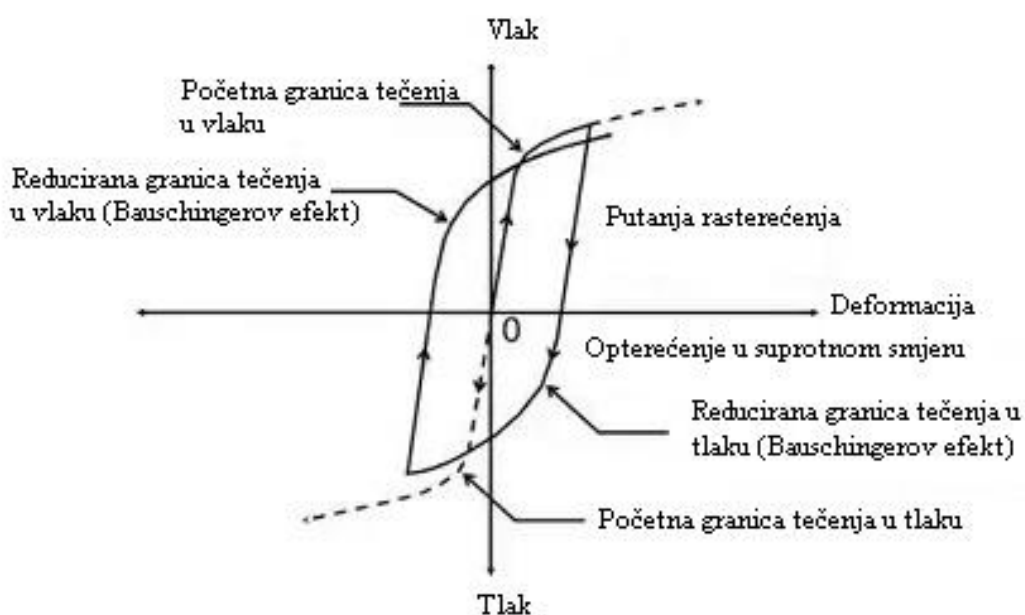
$$d\mathbf{q} = d\mu(\mathbf{S} - \mathbf{q}). \quad (3.47)$$

U izrazu (3.47),  $d\mu$  označuje faktor proporcionalnosti koji ovisi o povijesti opterećivanja i deformacija te o materijalu. Na prikazani način ploha tečenja se translira, a da pri translaciji ne dođe do promjene veličine i oblika kinematičkog očvršćenja.

Pri plastičnom deformiranju stvarnih konstrukcija, nikada se ne javlja samo jedan proces očvršćenja. Štoviše, dolazi do kombiniranja izotropnog i kinematičkog očvršćenja materijala.

### 3.2.4. Bauschingerov efekt

Bauschingerov efekt dolazi do izražaja kada se materijal optereti u smjeru jedne osi u područje plastičnih deformacija te zatim rastereti i opet optereti, ali u suprotnom smjeru. Posljedica je reducirana granica tečenja materijala u odnosu na početnu (Slika 19.) [19].



Slika 19. Prikaz Bauschingerovog efekta [19]

U svrhu objašnjavanja Bauschingerovog efekta, razvijene su dvije glavne teorije [19].

1) Heyn je definirao *teoriju unutrašnjih naprezanja* kojom nastoji objasniti reduciranje granice tečenja uslijed opterećivanja u suprotnom smjeru. Radi mogućnosti primjene teorije, uvedene su sljedeće pretpostavke:

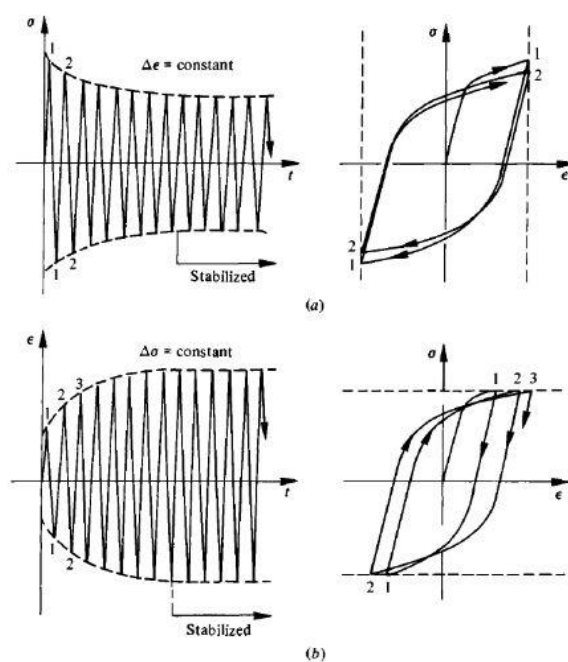
- materijal se sastoji od malih volumnih elemenata koji imaju idealnu krivulju rastezanja, elastični odziv materijala pretvara se u ne-očvršćujuću plastičnu ekstenziju pri konstantnom naprezanju;
- elastične granice elemenata međusobno su različite;
- apsolutna vrijednost elastične granice bilo kojeg volumnog elementa je nezavisna o smjeru deformacije, a to vrijedi i za rastezanje i kompresiju.

Tijekom opterećivanja u području elastičnih deformacija, deformacije su jednoliko raspodijeljene. No međutim, u području plastičnih deformacija, deformacije nisu jednoliko raspodijeljene. Kao posljedica, nakon rasterećenja, iznosi zaostalih naprezanja se povećavaju. Stoga, zaostala naprezanja su odgovorna za smanjenje granice tečenja uslijed opterećivanja u suprotnom smjeru.

2) Za razliku od teorije unutrašnjih naprezanja koja ne uzima u obzir pojavu Bauschingerovog efekta u pojedinačnim kristalima, *Teorija dislokacija* predlaže da se pri deformiranju dislokacije nakupljaju na granicama zrna. Granice zrna dovoljno su jake kako bi zaustavile daljnje gibanje dislokacija. Kao rezultat, povratna naprezanja uslijed nakupljenih dislokacija pridonose smanjenju potrebnom opterećenja koje je potrebno za postizanje granice tečenja.

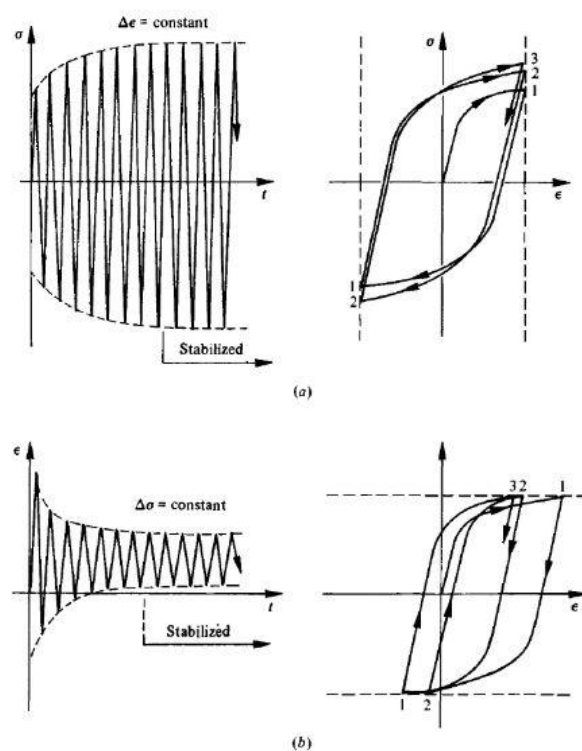
### **3.2.5. Cikličko očvršćenje i omekšanje**

Tijekom cikličkog opterećivanja, u metalima dolazi do promjene mikrostrukture. Kao posljedica, dolazi do pojave omekšanja ili očvršćenja materijala. Do pojave omekšanja materijala doći će kada se amplituda naprezanja  $\Delta\sigma$  smanji tijekom eksperimenta u kojemu se nastoje ostvariti jednake deformacije u svakom ciklusu (Slika 20. a)). Također, do omekšanja materijala doći će kada se amplituda deformacija  $\Delta\varepsilon$  poveća u eksperimentu u kojemu se nastoje ostvariti jednaka naprezanja u svakom ciklusu (Slika 20. b)) [20].



Slika 20. Pojava cikličkog omekšanja [20]

Do očvršćenja materijala doći će ako se, u eksperimentu u kojem se nastoje ostvariti jednake deformacije u svakom ciklusu (Slika 21 a)),  $\Delta\sigma$  poveća. Također, ako se u eksperimentu, u kojem se nastoje ostvariti jednaka naprezanja u svakome ciklusu (Slika 21 b)),  $\Delta\epsilon$  smanji, to znači da je došlo do očvršćivanja materijala [20].



Slika 21. Prikaz cikličkog očvršćenja [20]



Odnos amplituda naprezanja i amplituda deformacija za cikličko opterećivanje, može se prikazati pomoću Ramberg – Osgoodove jednačbe:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}}. \quad (3.48)$$

U izrazu (3.48),  $K'$  predstavlja koeficijent cikličkog očvršćenja, a  $n'$  eksponent cikličkog očvršćenja [20].

#### 4. KORELACIJA DIGITALNE SLIKE (eng. *Digital Image Correlation - DIC*)

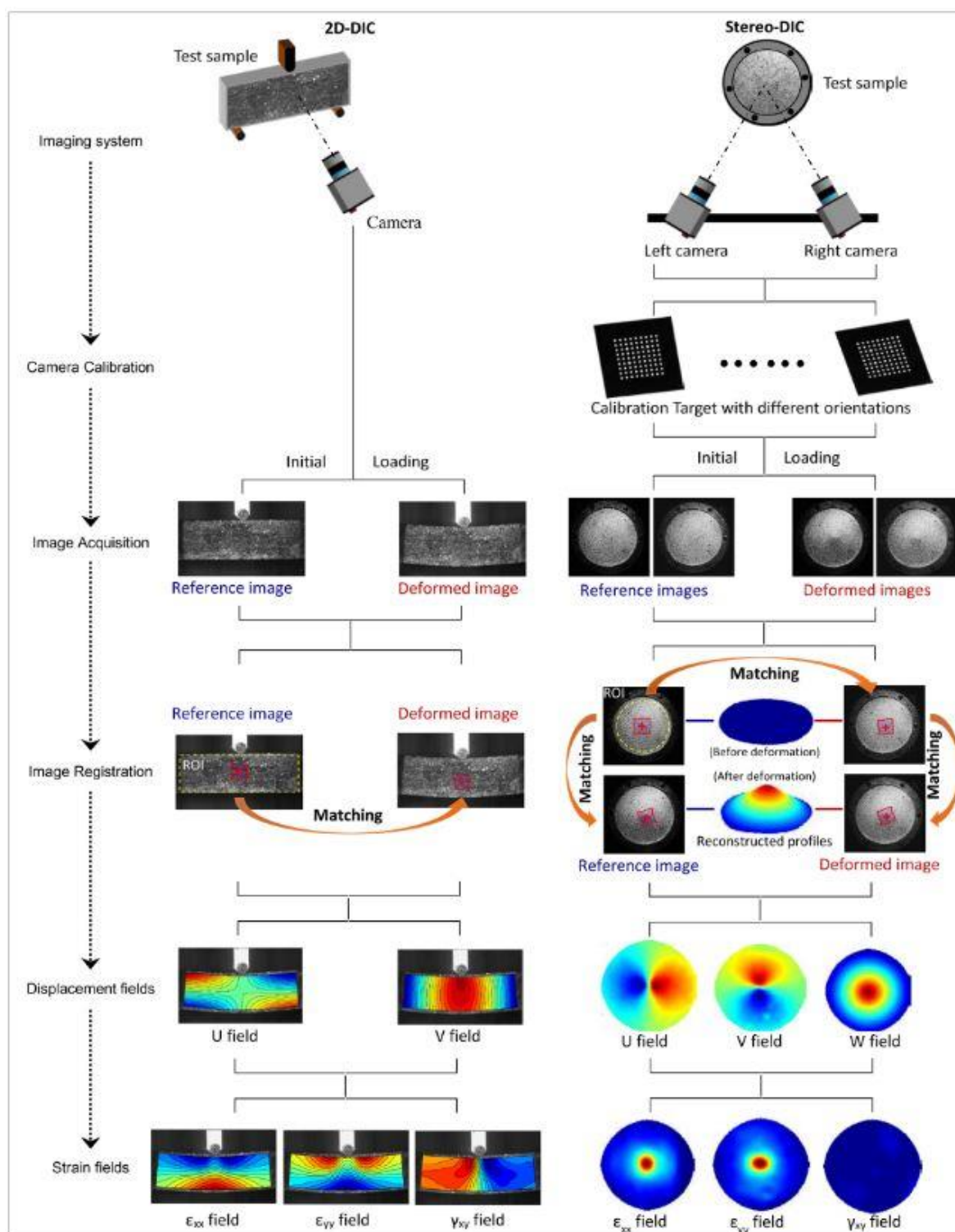
Korelacija digitalne slike (DIC) je bez kontaktna optička metoda mjerenja cijelog polja pomaka. DIC je jednostavan za korištenje te je ekonomičniji u usporedbi s drugim metodama poput interferometrije točaka [21]. DIC metoda određuje cijelo polje pomaka iz zabilježenih slika primjenom korelacijskih algoritama. Iz izmjerenog polja pomaka može se izračunati polje deformacija. Mjerenja provedena DIC metodom primjenjuju se u svrhe [22]:

- 1) *karakterizacije* mjerenih kinematskih vrijednosti (polje pomaka, deformacije), koje su posljedica vanjskog opterećenja, čijom se primjenom mogu izračunati mehanička svojstva materijala;
- 2) *identifikacije* parametara materijala poput Youngovog modula elastičnosti, Poissonovog faktora, koeficijent toplinskog produljenja, faktor intenzivnosti naprezanja;
- 3) *validacije* točnosti teorijskih predviđanja i FEM analiza.

DIC metode mogu se podijeliti u tri glavne skupine. Dvodimenzijska (2D) DIC metoda koristi samo jednu kameru i ograničena je na mjerenje polja pomaka ravnih objekata u jednoj ravnini. U slučaju zakrivljene plohe te ako nastupe izvan ravninski pomaci, nije moguće primijeniti 2D DIC metodu. Mjerenje izvan ravninskih pomaka omogućeno je razvojem stereo DIC metode temeljene na binokularnoj stereoviziji. Stereo DIC koristi dvije sinkronizirane kamere za mjerenje polja pomaka. Kao proširenje 2D DIC – a, predložena je korelacija digitalnog volumena (eng. *Digital Volume Correlation - DVC*). Uspoređivanjem volumetrijskih slika, DVC postaje bitan alat za analiziranje unutarnjih deformacija neprozirnih čvrstih tijela.

Postupak određivanja polja pomaka primjenom DIC metode, odvija se u tri koraka (Slika 22) [22]:

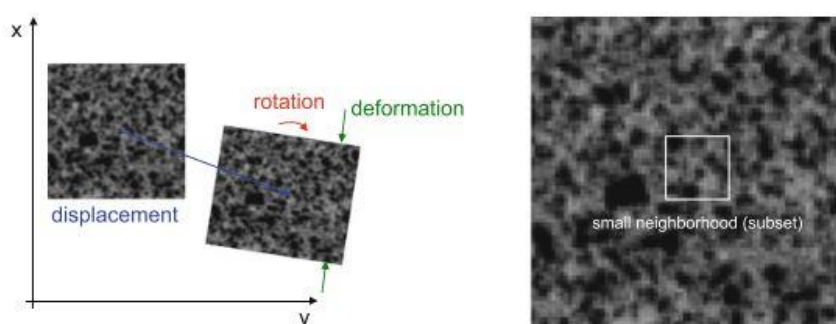
1. potrebno je nanijeti stohastički uzorak na površinu promatranog objekta. U slučaju da površina objekta ima prepoznatljiv uzorak, prvi korak se može preskočiti;
2. sljedeći korak je registriranje digitalnih slika ispitnog uzorka jednom (2D DIC) ili s dvije kamere (3D DIC);
3. posljednji korak sastoji se od računanja polja pomaka. Primjenom 2D DIC metode, cijelo polje pomaka može biti izračunato uspoređivanjem registriranih slika pri različitim stadijima opterećenja. U slučaju primjene stereo DIC metode, potrebno je provesti kalibraciju sustava radi određivanja intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara kamera.



Slika 22. Postupak primjene 2D i stereo DIC metode [22]

## 4.1. Osnovni principi

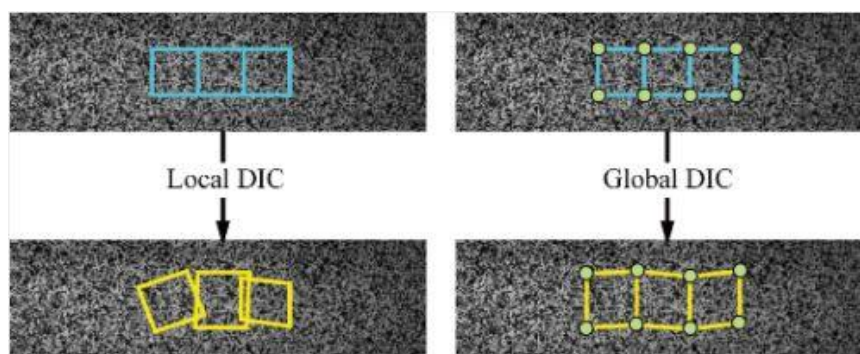
DIC metoda primjenjuje se za računanje kvalitativnih mjera pomaka, rotacija i deformacija između dvije uzastopne slike. Algoritam razlaže slike na manje pod skupove piksela, tj. fasete (eng. *subset*) (Slika 23.). Naime, algoritam ne može odrediti podudaranje samo jednog piksela u uzastopnim slikama uslijed drugih piksela jednake vrijednosti sive skale. Stoga algoritam uzima u obzir susjedne piksele time tvoreći fasete. Ako se na površini promatranog predmeta pojavljuju ponavljajuće strukture poput linija, mreža točaka ili bilo koji uzorak, algoritam ne može odrediti podudaranje slika. Ovaj problem naziva se *problem podudaranja*. Primjenom karakterističnog stohastičkog uzorka može se izbjeći navedeni problem [23].



Slika 23. Primjer stohastičkog uzorka i promatrana gibanja [23]

### 4.1.1. Princip korelacije

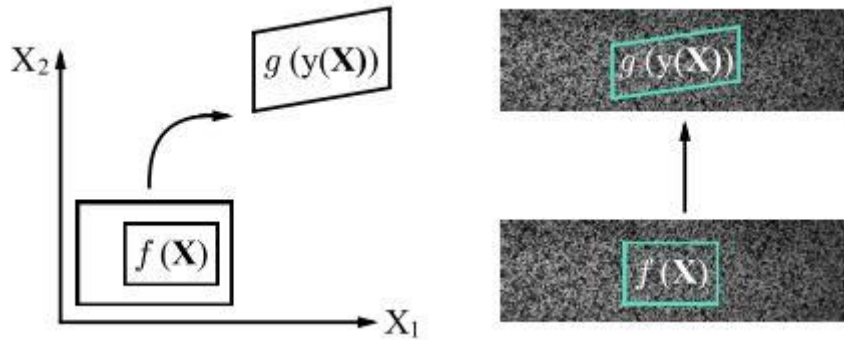
U ovom potpoglavlju razmatra se formulacija DIC problema. Razlikuju se dva pristupa, lokalni i globalni DIC pristup. U lokalnom DIC pristupu, algoritam razlaže cijelu sliku u mnogo malih faseta te zanemaruje međusobnu ovisnost susjednih faseta. U globalnom DIC pristupu, cijeli skup faseta rješava se istovremeno pritom vodeći računa o međusobnoj ovisnosti susjednih faseta. Slika 24. prikazuje razliku lokalnog i globalnog DIC pristupa [24]. Može se vidjeti kako u lokalnom DIC pristupu, algoritam razmatra svaku fasetu zasebno. Međutim, u globalnom DIC pristupu algoritam uzima u obzir međusobne veze između faseta.



Slika 24. Razlika između lokalnog i globalnog DIC pristupa [24]

Neka je skup  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  podložen deformiranju  $\mathbf{y} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ , ( $n = 2, 3$ ). Veličina  $\mathbf{X}$  na slici 25. predstavlja referentni, tj. nedeformirani položaj čestice skupa  $\Omega$ , a  $\mathbf{y}(\mathbf{X})$  predstavlja trenutnu sliku, tj. trenutni položaj čestice. Točkasti uzorak sa određenom vrijednosti sive skale u referentom skupu označava se  $f(\mathbf{X})$ , a iste te vrijednosti se u trenutnoj konfiguraciji označuju sa  $g(\mathbf{y})$  (Slika 25). Ako se deformiranjem mijenja vrijednost sive skale slike tada vrijedi [24]:

$$f(\mathbf{X}) = g(\mathbf{y}(\mathbf{X})). \quad (4.1)$$



Slika 25. Referenta slika  $f(\mathbf{X})$  deformira se u deformiranu sliku  $g(\mathbf{y}(\mathbf{X}))$  [24]

Primjenom DIC metode rješava se inverzni problem nalaženja pomaka  $\mathbf{y}(\mathbf{X})$  koji zadovoljava izraz (4.1) za zadane slike  $f(\mathbf{X})$  i  $g(\mathbf{y})$ . Problem se svodi na optimiranje polja pomaka koji minimizira funkciju kvadratne razlike [24]:

$$C = \int_{\Omega} \left| f(\mathbf{X}) - g(\mathbf{y}(\mathbf{X})) \right|^2 d\mathbf{X} \rightarrow \min \mathbf{y} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n. \quad (4.2)$$

Budući da su zabilježene slike razložene na konačan broj faseta, integral u gornjem izrazu može se zamijeniti sumom. Pri registriranju slika dolazi do smetnji uslijed osvjetljenja te grešaka pri ispitivanju, stoga je slike potrebno normalizirati. Slike se mogu normalizirati na način da im se usklade srednje i normalne devijacije [24]:

$$f(\mathbf{X}) \mapsto \frac{f(\mathbf{X}) - \bar{f}}{\sigma_f}, \quad g(\mathbf{y}) \mapsto \frac{g(\mathbf{y}) - \bar{g}}{\sigma_g}, \quad (4.3)$$

gdje su  $\bar{f}$  i  $\bar{g}$  srednje vrijednosti  $f$  i  $g$ , a  $\sigma_f$  i  $\sigma_g$  njihove standardne devijacije.

Korelacija slika može se računati za prvu i zadnju sliku ili za svaku uzastopnu sliku. Inkrementalnom korelacijom, algoritam lakše konvergira te su smanjenje greške uslijed manjih pomaka. No međutim, dolazi do akumulacije grešaka. Stoga su greške na kraju procesa veće. U nastavku opisani su lokalni i globalni DIC pristup [24].

#### 4.1.1.1. Lokalni DIC pristup

Lokalni DIC pristup najčešće je korišteni pristup. Cilj lokalnog DIC pristupa je razlaganje slike na konačan broj faseta te provedba analize za svaku fasetu pojedinačno. Matematički gledano, domena se razlomi na konačan broj faseta  $\Omega = \bigcup_i \Omega_i$ , te se uvede inicijalna pretpostavka da je deformacija konstantna translacija (4.4) ili parcijalno linearna (4.5) [24].

$$\mathbf{y}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \sum_i (\mathbf{u}_i) \chi_i(\mathbf{X}), \quad (4.4)$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \sum_i (\mathbf{u}_i + \mathbf{F}_i (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{i_0})) \chi_i(\mathbf{X}). \quad (4.5)$$

U gornjim izrazima,  $\mathbf{u}_i$  predstavlja vektor pomaka centra lokalnih faseta  $\Omega_i$ ,  $\mathbf{F}_i$  je parcijalno linearni gradijent tenzora deformacija,  $\mathbf{X}_{i_0}$  je vektor koordinata središta svake lokalne fasete, a  $\chi_i$  je karakteristična ili indeksna funkcija [24]:

$$\chi_i = \begin{cases} 1 & \mathbf{X} \in \Omega_i, \\ 0 & \mathbf{X} \notin \Omega_i. \end{cases} \quad (4.6)$$

Primjenom izraza (4.4), optimizacijski problem (4.2) razlaže se u odvojene optimizacijske probleme sa preko četiri ( $n = 2$ ) ili šest ( $n = 3$ ) skalarnih varijabli:

$$C_i = \int_{\Omega} \left| f(\mathbf{X}) - g(\mathbf{X} + \mathbf{u}_i) \right|^2 d\mathbf{X} \rightarrow \min \text{ preko } \mathbf{u}_i. \quad (4.7)$$

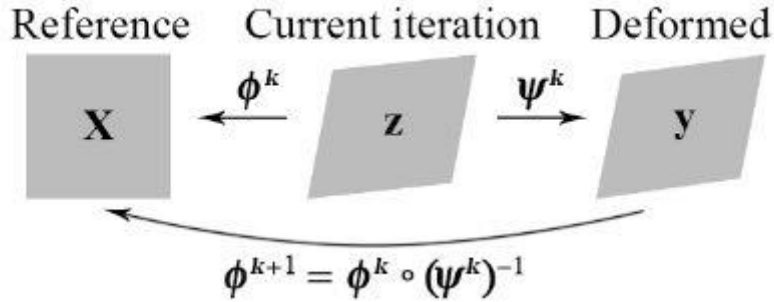
Pomoću izraza (4.5), problem optimizacije također se razlaže na odvojene optimizacijske probleme sa preko šest ( $n = 2$ ) ili dvanaest ( $n = 3$ ) skalarnih varijabli:

$$C = \int_{\Omega} \left| f(\mathbf{X}) - g\left(\mathbf{X} + \mathbf{u}_i + (\mathbf{F}_i (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{i_0}))\right) \right|^2 d\mathbf{X} \rightarrow \min \text{ preko } \mathbf{F}_i, \mathbf{u}_i. \quad (4.8)$$

Predloženi problem u izrazu (4.7) može se riješiti koristeći brze Fourierove transformacije (eng. *Fast Fourier Transformation - FFT*). Izraz (4.7) može se riješiti pomoću više metoda od kojih je jedna *inverzna dekompozicijska Gauss – Newtonova* shema koja je opisana u nastavku [24].

#### 4.1.1.1.1. Inverzna dekompozicijska Gauss – Newtonova shema

Potrebno je odrediti ažurirano polje pomaka  $\mathbf{y}^{k+1}$  trenutne iteracije polja pomaka  $\mathbf{y}^k$ . Korisno je definirati inverzna polja  $\phi^k$  i  $\phi^{k+1}$  gdje je  $\phi^k(\mathbf{y}^k(\mathbf{X})) = \mathbf{X}$ . Pomoću izraza  $\mathbf{y}^{k+1} = \psi^k \circ \mathbf{y}^k$  definira se  $\psi^k$  kako je prikazano na slici 26.



Slika 26. Promjena varijabli u IC – GN [24]

Ako se promijeni konfiguracija i zapiše u obliku:

$$C_i = \int_{\Omega_i^k} \left| f(\phi^k(\mathbf{z})) - g(\psi(\mathbf{z})) \right|^2 d\mathbf{z}, \quad (4.9)$$

gdje  $\mathbf{z}$  predstavlja trenutnu iteraciju polja pomaka  $\mathbf{y}^k$ .  $\psi^k$  dobije se kao minimizator funkcionala i ažurirane mape deformacija kao:

$$\phi^{k+1} = \phi^k \circ (\psi^k)^{-1}. \quad (4.10)$$

U svrhu minimiziranja izraza (4.9), pretpostavlja se  $\psi^k \approx \mathbf{z} + \mathbf{v} + \mathbf{H}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_0)$  za mali  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{H}$ . Stoga vrijedi:

$$C_i = \int_{\Omega_i^k} \left| f(\phi^k(\mathbf{z})) - g(\mathbf{z}) - \nabla g(\mathbf{z}) \cdot (\mathbf{v} + \mathbf{H}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_0)) \right|^2 d\mathbf{z}. \quad (4.11)$$

Minimiziranjem preko  $\mathbf{H}$  i  $\mathbf{v}$  dobije se:

$$\begin{pmatrix} a_{lp} & b_{lqr} \\ b_{mnp} & c_{mnqr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_p \\ H_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_l \\ e_{mn} \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

gdje su:

$$a_{lp} = 2 \int_{\Omega_i^k} g_{,l} g_{,p} d\mathbf{z}, \quad (4.13)$$

$$b_{lqr} = \int_{\Omega_l^k} g_{,l} g_{,q} (z_r - z_{0r}) d\mathbf{z}, \quad (4.14)$$

$$c_{mnqr} = 2 \int_{\Omega_l^k} q_{,m} (z_n - z_{0n}) g_{,q} (z_r - z_{0r}) d\mathbf{z}, \quad (4.15)$$

$$d_l = \int_{\Omega_l^k} (f - g) g_{,l} d\mathbf{z}, \quad (4.16)$$

$$e_{mn} = \int_{\Omega_l^k} (f - g) g_{,m} (z_n - z_{0n}) d\mathbf{z}, \quad (4.17)$$

i gdje vrijedi  $g_{,l} = \frac{\partial g}{\partial z_l}$ . Izraz (4.12) rješava se za  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{H}$  kako bi se dobio  $\psi^k$ . Sljedeći korak je izračunati deformaciju  $\phi^{k+1}$  pomoću izraza (4.10). Kako bi se smanjilo vrijeme računanja,  $\Omega_l^k$  se ne računa za svaku iteraciju, već se direktno računaju integracije za zadnju deformiranu konfiguraciju [24].

S obzirom na to da se odvojeni problemi računaju neovisno o drugima za svaki  $i$ , lokalni pristup je iznimno brz. Nadalje, pri korištenju lokalnog DIC pristupa dolazi do preklapanja faseta. No međutim, rješavanjem svakog problema pojedinačno, rezultati su podložni lokalnim perturbacijama koje se javljaju na slici. Kao rezultat, polje pomaka prikazuje se diskontinuirano [24]. U Tablici 1. prikazan je primjer algoritma lokalnog DIC pristupa.

**Tablica 1. Primjer algoritma lokalnog DIC pristupa [24]**

---

**Algoritam 1:** Lokalni pristup

---

**Ulaz:** referentna slika  $f$ , deformirana slika  $g$

**Izlaz:** pomak  $\mathbf{u}_i$ , parcijalno linearni gradijent tenzora deformacije  $\mathbf{F}_i$  za svaku fasetu

**Korak 1:** Pokretanje koristeći *FFT* metodu traženja piksela

**Korak 2:** Pred računanje gradijenta slike  $\nabla g$

**Korak 3:** Za svaku fasetu izračunaj  $a_{ip}$ ,  $b_{lqr}$ ,  $c_{jkqr}$  koristeći izraze (4.13), (4.14), (4.15)

**dok**  $\|d_i\|, \|e_{jk}\| > \varepsilon$  čini

**Korak 4:** Iskrivi deformiranu sliku  $g$  sa trenutnom deformacijom  $\mathbf{F}_i$ ,  $\mathbf{u}_i$

**Korak 5:** Izračunaj  $d_i$ ,  $e_{jk}$  koristeći izraze (4.16), (4.17)

**Korak 6:** Izračunaj  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{H}$  koristeći izraz (4.12)

**Korak 7:** Ažuriraj  $\phi$  koristeći izraz (4.10)

**kraj**

---



#### 4.1.1.2. Globalni DIC pristup

Primjenom globalnog DIC pristupa, računa se globalno polje pomaka. Pri korištenju globalnog DIC pristupa, kompatibilnost susjednih faseta, koja se temelji na diskretizaciji konačnih elemenata, se automatski primjenjuje (Slika 24):

$$\mathbf{y}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \sum_p u_p \psi_p(\mathbf{X}). \quad (4.18)$$

U izrazu (4.18),  $\psi_p(\mathbf{X})$  predstavlja odabrane globalne osnovne funkcije, a  $u_p$  su nepoznati stupnjevi slobode [24]. Iz toga proizlazi da se izraz (4.2) može zapisati u obliku:

$$C_g = \int_{\Omega} \left| f(\mathbf{X}) - g\left(\mathbf{X} + \sum_p u_p \psi_p(\mathbf{X})\right) \right|^2 d\mathbf{X} \rightarrow \min \text{ preko } \{u_p\}. \quad (4.19)$$

Ovaj problem rješava se iterativno zadavanjem uvjeta  $\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \delta\mathbf{u}$  te korištenjem aproksimacije prvog reda:

$$g(\mathbf{y}(\mathbf{X})) = g(\mathbf{X} + \mathbf{u}_k(\mathbf{X}) + \delta\mathbf{u}) \approx g(\mathbf{X} + \mathbf{u}_k(\mathbf{X})) + \nabla g \cdot \delta\mathbf{u}(\mathbf{X}), \quad (4.20)$$

kako bi vrijedilo:

$$C_g \approx \int_{\Omega} \left| f(\mathbf{X}) - g(\mathbf{X} + \mathbf{u}_k(\mathbf{X})) - \left( \sum_p \delta u_p \psi_p(\mathbf{X}) \right) \cdot \nabla g(\mathbf{X}) \right|^2 d\mathbf{X}. \quad (4.21)$$

Može se dobiti linearna jednadžba:

$$M_{pq} \delta u_p = b_p, \quad (4.22)$$

gdje su:

$$M_{pq} = \int_{\Omega} \psi_p^T(\mathbf{X}) (\nabla g) (\nabla g)^T \psi_q(\mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (4.23)$$

$$b_p = \int_{\Omega} \left( f(\mathbf{X}) - g(\mathbf{X} + \mathbf{u}_k(\mathbf{X})) \right) \psi_p^T(\mathbf{X}) \nabla g(\mathbf{X}) d\mathbf{X}. \quad (4.24)$$

Ako su pomaci mali, izraz (4.22) može se rješavati kao linearni problem gdje  $\delta\mathbf{u}$  označava inkrementalni pomak. Veličina izraza (4.22) jednaka je broju osnovnih funkcija ili veličini diskretizacije konačnih elemenata. U svrhu dobivanja bolje rezolucije, izraz se može povećati. Stoga, globalni pristup je zahtjevniji i teži za računanje.

Postupak opisan izrazima (4.22) - (4.24) može rezultirati greškama u polju pomaka zbog uvjetovanja matrice  $M$ . Kako bi se rezultati poboljšali često se primjenjuje težinska kaznena funkcija višeg reda (regularizator) na objektivne funkcije [24].

#### 4.1.1.2.1. Globalni DIC pristup sa regularizacijom

Primjenom globalnog DIC pristupa, osim kontinuiranosti polja pomaka, može se pretpostaviti određena *glatkoća* polja.. Stoga, globalni pristup sa regularizacijom je modificirana metoda koja povećava glatkoću polja pomaka. Naime, povećanje glatkoće polja ostvaruje se dodavanjem odgovarajućeg regularizirajućeg izraza višeg reda  $\alpha \langle \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{X}), \mathbf{u}(\mathbf{X}) \rangle$  u izvornu korelacijsku funkciju (4.19). Stoga, nova korelacijska funkcija glasi [24]:

$$C_{g-RG} = \int_{\Omega} \left[ f(\mathbf{X}) - g(\mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X})) \right]^2 + \alpha \langle \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{X}), \mathbf{u}(\mathbf{X}) \rangle. \quad (4.25)$$

Notacija  $\langle \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{X}), \mathbf{u}(\mathbf{X}) \rangle$  označava skalarni produkt između  $\mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{X})$  i  $\mathbf{u}(\mathbf{X})$ , u kojem  $\mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{X})$  množi  $\mathbf{u}(\mathbf{X})$  te se potom integrira po cijeloj domeni. Ako je  $\mathbf{B}$  jednak jediničnoj matrici  $\mathbf{I}$  tada se ovaj pristup naziva *Tikhonova regularizacija*. U slučaju da je  $\mathbf{B}$  jednak Laplaceovom operatoru, tada se metoda naziva *gradijentna regularizacija*. U svom radu Modersitzki (2004.) [25] koristi elastičnu potencijalnu energiju kao regularizator. Također primjenjuje pozitivni određeni bilinearni operator kako bi nametnuo globalno ograničenje glatkoće:

$$\mathbf{B}[\mathbf{u}, \mathbf{v}] = \int_{\Omega} \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \operatorname{div}(\mathbf{v}) + 2\mu \sum_{i,j=1}^2 e_{ij}(\mathbf{u}) e_{ij}(\mathbf{v}). \quad (4.26)$$

U ovom izrazu  $e_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  je tenzor malih deformacija, a  $\lambda > 0$  i  $\mu > 0$  su

Laméove konstante elastičnosti. Sve navedene regularizacije su dobre za opisivanje polja pomaka pri malim deformacijama. Za velike deformacije koriste se fluidna regularizacija, hiper – elastična regularizacija i krivuljna regularizacija [24].

Prednost primjene regularizacije u globalnom DIC pristupu je dvostruka. Uz uvođenje pretpostavke glatkoće polja pomaka, također pomaže pri konvergiranju rješenja. Međutim, ako je polje pomaka heterogeno i nije uniformno, tada su dobiveni pomaci osjetljivi na odabir

operatora  $\mathbf{B}$  i težinske regularizacije  $\alpha$ . U Tablici 2. prikazan je primjer algoritma globalnog DIC pristupa uz primjenu mreže konačnih elemenata Q4 [24].

Tablica 2. Primjer algoritam globalnog DIC pristupa [24]

---

**Algoritam 2:** Globalni DIC pristup uz primjenu Q4 konačnih elemenata

---

**Ulaz:** referentna slika  $f$ , deformirana slika  $g$

**Izlaz:** pomak  $\mathbf{u}_i$ , afin gradijent tenzora deformacije  $\mathbf{F}_i$  za svaku fasetu

**Korak 1:** Pokretanje koristeći *FFT* metodu traženja piksela

**Korak 2:** Pred računanje gradijenta slike  $\nabla g$

**Za svaki** piksel u konačnom elementu **čini**

**Korak 3:** Izračunaj lokalne koordinate izoparametarskog elementa

**Korak 4:** Izračunaj matricu  $\psi$  za svaki izoparametarski konačni element

**Korak 5:** Izračunaj Jakobijan  $\mathbf{J}$  za svaki izoparametarski element

**Korak 6:** Izračunaj prostorni gradijent matrice  $\psi$ :  $D\psi$

**Korak 7:** Uvrsti u matricu krutosti  $\mathbf{M} = \mathbf{M} + [\psi^T \nabla g][\psi^T \nabla g]^T$  koristeći (4.23)

**Korak 8:** (nije obavezno) dodaj parametar regularizacije u matricu krutosti

**kraj**

**dok**  $\|\delta \mathbf{u}\| > \varepsilon$  **čini**

**Korak 9:** Iskrivi deformiranu sliku  $g$  sa trenutnim pomakom  $\mathbf{u}_n$

**Korak 10:** Sastavi vektor  $\mathbf{b}$  koristeći izraz (4.24)

**Korak 11:** Nadodaj parametar regularizacije u vektor  $\mathbf{b}$  ako je **Korak 8** učinjen

**Korak 12:** Izračunaj  $\delta \mathbf{u}$  koristeći (4.22)

**Korak 13:** Ažuriraj pomak  $\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \delta \mathbf{u}$

**kraj**

---

## 4.2. Stereo DIC (3D DIC)

Glavna prednost primjene 2D DIC metode je jednostavnost uporabe. Dovoljna je jedna kamera te priprema površine je jednostavna. No međutim, potrebno je u obzir uzeti bitne činjenice [26]:

- korištenjem jedne kamere mogu se mjeriti samo ravninski pomaci,
- potrebno je postaviti kameru te mjereni objekt na način da su slika kamere i površine promatranog objekta paralelni,

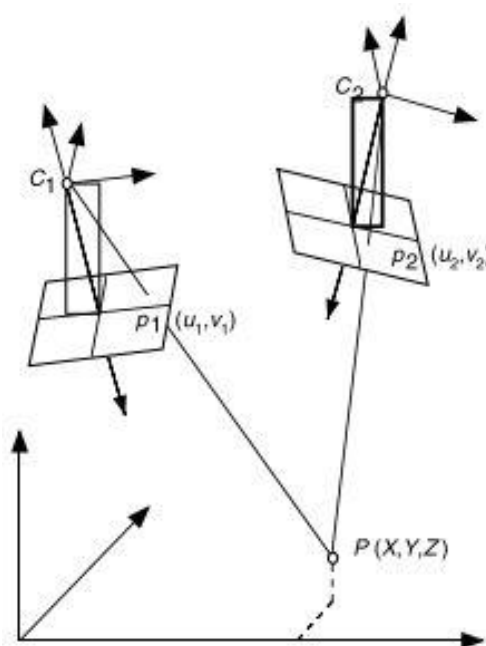
- ako je predmet podvrgnut izvan ravninskim pomacima, polje pomaka neće biti ispravno zabilježeno.

Primjenom 3D DIC metode, omogućeno je mjerenje izvan ravninskih pomaka. Postupke stereo korelaciju koriste dvije metode [26]:

- DIC metoda,
- Stereovizijska metoda.

Stereovizijska metoda je postupak rekonstruiranja 3D strukture scene dobivene pomoću dvije ili više točaka gledišta. Slika 27. prikazuje princip stereovizije gdje se točka  $P$  mjeri,  $p_1$  i  $p_2$  su njene stereo projekcije na slikama, a  $C_1$  i  $C_2$  su optička središta kamera. Sa slike se može vidjeti kako je moguće izračunati poziciju točke  $P$  ako [26]:

- 1) se točke  $p_1$  i  $p_2$ , koje su projekcije točke  $P$ , mogu identificirati. Ovaj korak naziva se *uspoređivanje stereo slika* (eng. *stereo image matching*) te ako
- 2) se linije  $C_1p_1$  i  $C_2p_2$  koje se sijeku u točki  $P$  mogu izračunati. Za ovaj korak potrebni su intrinzični i ekstrinzični parametri kamera stereo sustava.



Slika 27. Princip stereovizije [26]

U svrhu određivanja intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara kamera, potrebno je provesti kalibraciju stereo sustava.

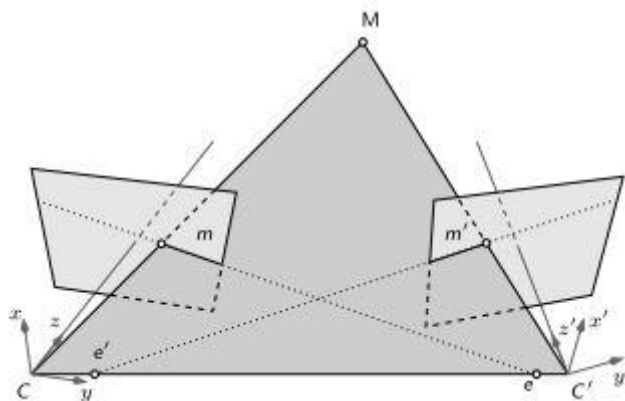
### 4.2.1. Kalibracija

Ispravno provedena kalibracija stereo sustava bitna je radi dobivanja rezultata visoke točnosti. Kalibracijom se određuju intrinzični i ekstrinzični parametri kamera. Intrinzični parametri uključuju: središnju točku, koeficijent distorzije leće te žarišnu duljinu. Ekstrinzični parametri su vektor translacije i matrica rotacija između kamera, tj. definiraju međusoban odnos kamera [22].

Potrebno je zadovoljiti tri uvjeta za uspješnu kalibraciju stereo sustava [27]:

1. kalibracijski objekt mora biti postavljen u vidno polje kamera,
2. kalibracijski objekt mora prekrivati barem 1/3 vidnog polja kamera,
3. značajke kalibracijskog objekta (uzorak šahovnice, točkasti uzorak) moraju biti fokusirane i prostorno razlučive kako bi ih kamere mogle zabilježiti.

Pri kalibraciji, epipolarna ravnina (Slika 28) pruža bitno geometrijsko svojstvo koje se također naziva i *epipolarno ograničenje*. Ako je zabilježena točka  $m$  na lijevoj slici, njena odgovarajuća točka  $m'$  na desnoj slici će se činiti da leži duž *epipolarne linije* definirane točkom  $m$ . Zbog tog bitnog svojstva, koje je svojstveno bilo kojem stereo sustavu, 2D problem pretvara se u 1D problem pronalaska odgovarajuće točke duž *epipolarne linije* [26].



Slika 28. Epipolarna ravnina [26]

Ako su točke  $m = (u, v)$  i  $m' = (u', v')$  te matrice  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{K}'$ ,  $\mathbf{T}$  i  $\mathbf{T}_s$  (dobivene kalibracijom stereo sustava) poznate, dobije se predefinirani sustav jednadžbi od četiri jednadžbe i tri nepoznanice. Koordinate tražene točke  $M = (X, Y, Z)$  dobiju se pomoću izraza [26]:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ u' \\ v' \end{pmatrix} = (H_{4 \times 3}) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (4.27)$$

Izraz (4.27) može se zapisati kao  $\mathbf{b} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ . Iz tog izraza mogu se pseudo – inverznom metodom izračunati koordinate točke  $M$  [26]:

$$\mathbf{M} = \left[ (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right] \mathbf{b}. \quad (4.28)$$

Problem triangulacije može se također riješiti nelinearnom optimizacijom. Postupkom minimiziranja udaljenosti između mjerenih točaka na slikama  $(u, v)_m$  te točaka slika koje su pretpostavljene modelom kamere  $(u, v)_p$  [26] može se riješiti problem triangulacije:

$$\chi^2 = \sum \left( (u_m - u_p)^2 + (v_m - v_p)^2 + (u'_m - u'_p)^2 + (v'_m - v'_p)^2 \right). \quad (4.29)$$

Ravninska kalibracija se često primjenjuje zbog visoke točnosti. Primjenom navedene metode, potrebno je zabilježiti nekoliko slika ravnine pod različitim orijentacijama. 3D promatrana točka definirana je točkom  $M = (X, Y, Z, 1)^T$  (Slika 28). Odnos između 3D točke  $M$  i njene projekcije  $m$  opisan je izrazom [27]:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & t_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & t_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

U izrazu (4.30),  $s$  predstavlja proizvoljni faktor skaliranja,  $\mathbf{P}$  je matrica projekcije kamere,  $\mathbf{R}$  i  $\mathbf{T}$  su matrice rotacije i translacije, a matrica  $\mathbf{A}$  je intrinzična matrica kamere [27]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_x & f_s & c_x & 0 \\ 0 & f_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

U izrazu (4.31),  $c_x$  i  $c_y$  su koordinate ishodišne točke,  $f_x$  i  $f_y$  su faktori skaliranja u slikama u smjeru osi  $u$  i  $v$ , te  $f_s$  je parametar koji opisuje asimetričnost osi dviju slika. Ako se pretpostavi da se ravnina modela nalazi na  $Z = 0$ , tada izraz (4.30) prelazi u oblik [27]:

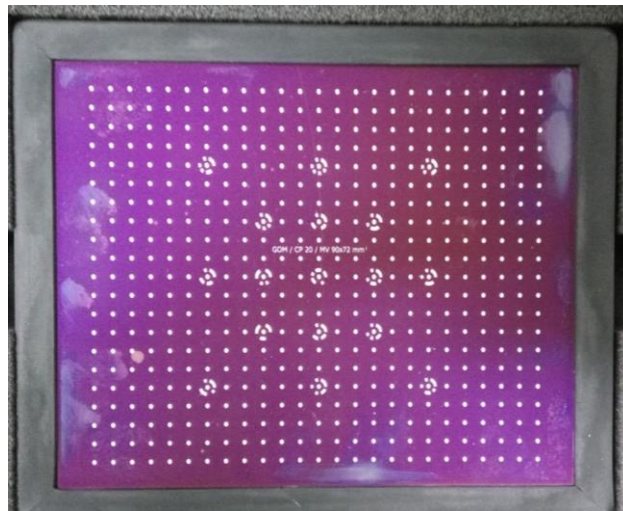
$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & t_x \\ R_{21} & R_{22} & t_y \\ R_{31} & R_{32} & t_z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Uz dovoljan broj 2D točaka te odgovarajućih 3D točaka u globalnom koordinatnom sustavu, matrica projekcije  $\mathbf{P}$  može biti izračunata. Radi određivanja intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara, potrebno je zabilježiti barem tri slike promatrane ravnine modela. Ako se u obzir uzme distorzija leća, optimizacija kalibracijskih parametara vrši se Levenberg – Marquardt algoritmom [27]:

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \left\| m_{ij} - \tilde{m}(A, k, R_i, T_i, M_j) \right\|. \quad (4.33)$$

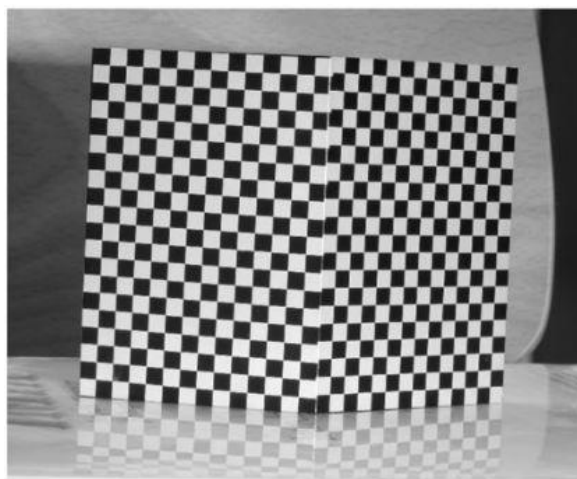
U izrazu (4.33)  $p$  označava broj slika,  $q$  broj točaka na kalibracijskoj ravnini,  $A$  je intrinzični parametar kamere,  $k$  je parametar distorzije leće,  $R_i$  i  $T_i$  su ekstrinzični parametri koji se mijenjaju sa smjerom gledanja te  $\tilde{m}(A, k, R_i, T_i, M_j)$  je projekcija točke  $M_j$  na sliku  $i$  [27].

U svrhu kalibracije stereo sustava, koriste se posebno konstruirani kalibracijski objekti. Postoji mnogo vrsta geometrija kalibracijskih objekata, a najčešće korišteni su ravninski [28]. Primjer ravninskog kalibracijskog objekta prikazan je na slici 29. koji se koristi pri kalibriranju optičkog mjernog sustava *Aramis*. Pri uporabi ravninskih kalibracijskih objekata, potrebno je zabilježiti više slika objekta. Bitno je zabilježiti slike kalibracijskog objekta pri različitim orijentacijama u svrhu kalibriranja sustava da može mjeriti pomake u prostoru.



Slika 29. Kalibracijski objekt sustava *Aramis*

Za kalibraciju se mogu primijeniti i 3D kalibracijski objekti. Takvi objekti često imaju geometriju sličnu otvorenoj knjizi (eng. *open book shape*) (Slika 30.). Korištenjem takvih objekata, potreba za više slika smanjila se na jednu sliku koja u obzir uzima 3D geometriju objekta. No međutim, veličina kalibracijskog objekta treba biti približno jednaka promatranom i mjerenom objektu [29]. Kalibracija može biti provedena i bez kalibracijskog objekta.



Slika 30. 3D kalibracijski objekt [29]

#### 4.2.1.1. Kalibracija temeljena na preddefiniranoj geometriji CAD modela

Metoda kalibriranja temeljena na preddefiniranoj geometriji CAD modela je metoda bez kalibracijskog objekta. Primjenom ovakve metode, kalibracija se vrši izravno na mjerenom objektu. Potrebno je prikladno modeliranje promatranog predmeta. Prednost ovakve metode je u tome što nema kalibracijski objekt te samim time je proces kalibracije jednostavniji. Druga vrlo bitna prednost je što se može naglasiti trodimenzionalni oblik promatranog predmeta [28].

Kalibracija započinje zabilježavanjem po jedne slike sa svakom kamerom. Nadalje, potrebno je odabrati barem šest parova točaka  $(x_i, y_i)$  na lijevoj i na desnoj slici. Prostorne koordinate  $(X_i, Y_i, Z_i)$  određene su iz CAD modela. Sustav daje prve procjene matrica transformacije za desnu  $\tilde{\mathbf{M}}_r$  i za lijevu  $\tilde{\mathbf{M}}_l$  matricu. U sljedećem koraku, teorijska površina  $S(u, v)$  projicira se na lijevu i desnu sliku koristeći prethodno dobivene matrice. Projekcije se interpoliraju na slike. Parametri matrica  $m_{ij}$  su ažurirani te se koristi integrirani korelacijski algoritam. Konačne vrijednosti parametara  $m_{ij}$  dobivene su nakon konvergiranja postupka korelacije [29].

Odnosi među prostornim koordinatama i njihovih projekcija dano je izrazima:



$$\begin{pmatrix} l_l x_l \\ l_l y_l \\ l_l \end{pmatrix} = \mathbf{M}_l \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} l_r x_r \\ l_r y_r \\ l_r \end{pmatrix} = \mathbf{M}_r \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

U izrazu (4.34),  $x_l$  i  $y_l$  su koordinate piksela na lijevoj slici, a  $x_r$  i  $y_r$  koordinate piksela na desnoj slici,  $l_l$  i  $l_r$  su faktori skaliranja, a  $X, Y, Z, 1$  su homogene koordinate promatrane točke CAD geometrije. Jednadžbe iz gornjeg izraza mogu se napisati u obliku [28]:

$$\begin{cases} x_{l,r} = m_{11}^{l,r} X + m_{12}^{l,r} Y + m_{13}^{l,r} Z + m_{14}^{l,r}, \\ y_{l,r} = m_{21}^{l,r} X + m_{22}^{l,r} Y + m_{23}^{l,r} Z + m_{24}^{l,r}, \\ l_{l,r} = m_{31}^{l,r} X + m_{32}^{l,r} Y + m_{33}^{l,r} Z + m_{34}^{l,r}. \end{cases} \quad (4.35)$$

Izrazi za  $x_{l,r}$  i  $y_{l,r}$  podijeljeni su sa  $l_{l,r}$  tako da se dobije:

$$\begin{cases} x_{l,r} = \frac{m_{1i}^{l,r} \bar{X}_i}{l_{l,r}}, \\ y_{l,r} = \frac{m_{2i}^{l,r} \bar{X}_i}{l_{l,r}}, \end{cases} \quad (4.36)$$

gdje su  $\bar{X}_i = (X, Y, Z, 1)$  homogene koordinate. Problem sadrži 24 nepoznanice, tj. 24 komponenti matrica transformacije  $\mathbf{M}_r$  i  $\mathbf{M}_l$ , koje se moraju izračunati. Stoga potrebno je koristiti kinematske jednadžbe koje omogućuju izravno računanje komponenti matrica  $m_{ij}$ . Koordinatna osjetljivost prikazana je kao funkcija parametara matrica  $m_{ij}$  [28]:

$$d\mathbf{x}_{l,r} = d\mathbf{x}_{l,r}(\tilde{m}_{ij}) + \frac{\partial d\mathbf{x}_{l,r}}{\partial m_{ij}} dm_{ij}. \quad (4.37)$$

U gornjem izrazu,  $d\mathbf{x}_{l,r}$  označuje prividne pomake u lijevoj i desnoj slici potaknuto promjenom komponente matrice transformacije. Slike zabilježene s lijevom i desnom kamerom su označene sa  $f(\mathbf{x}_l)$  i  $g(\mathbf{x}_r)$ . Slika se smatra matricom u kojoj svaki piksel koordinate  $x$  ima vlastitu vrijednost sive skale. Očuvanje razine sive skale zapisuje se kao [28]:

$$f(\mathbf{x}_l + d\mathbf{x}_l) = g(\mathbf{x}_r + d\mathbf{x}_r). \quad (4.38)$$

Suprotno klasičnim DIC metodama u kojima se referentna slika ne mijenja tijekom iteracija procesa minimiziranja, u ovoj metodi, slike su ažurirane u svakoj iteraciji.

## 5. EIKOTWIN

U svrhu određivanja odziva materijala uslijed opterećenja pri proizvodnji, numeričke simulacije se sve više primjenjuju u svim stadijima proizvodnje. Pri svakom stadiju, numeričke analize računaju odziv virtualne konstrukcije uslijed opterećenja, temeljene na svojstvima tehničkih specifikacija. Također, potrebno je provesti validaciju rezultata numeričkih simulacija [30].

Sve veća primjena metode konačnih elemenata pri konstruiranju, rezultira dvjema glavnim posljedicama [30]:

- proračun koji je namijenjen razvoju mehaničkih dijelovima se smanjuje iz razloga što numeričke simulacije zamjenjuju ispitivanja prototipova,
- pouzdanost rezultata numeričkih simulacija mora se konstantno razvijati uslijed odgađanja ispitivanja prototipova za sve kasnije stadije projekta.

Verifikacijom i validacijom, analizira se vjerodostojnost numeričkih simulacija. Verifikacijom se provjerava da li je model poprimio mehanička svojstva materijala zadana konstitutivnim relacijama. Također, provjerava se da li algoritam precizno opisuje zadano ponašanje. Verifikacija se provodi simulacijama jednostavnih ispitivanja kako bi se provjerila valjanost programskog koda metode konačnih elemenata. Postupkom validacije, definiraju se parametri poput oblika konstrukcije, nametnutog opterećenja te interakcije među dijelovima konstrukcije. Do neočekivanih zastoja pri ispitivanjima dolazi u koraku validacije uslijed uvedenih pretpostavki. Primjenom koncepta *digitalnog blizanca* (eng. *digital twin*), nastoji se odrediti rješenje problema nastalih u koraku validacije [30].

*Digital twin* koncept razvijen u svrhu objedinjavanja podataka dobivenih sustavima za ispitivanja, dijagnostiku i analizu u stvarnom vremenu sa sustavom za analizu podataka [31]. Rezultat primjene ovog koncepta je numerički prikaz promatrane konstrukcije. U numeričkom prikazu sadržani su svi potrebni podaci za validaciju odziva modela [30].

Primjena *digital twin* koncepta u proračunima konstrukcija je vrlo bitna u strojarstvu. Nakon provedenog ispitivanja mehaničkih svojstava materijala, potrebno je potvrditi ako su rezultati simulacije odziva materijala vjerodostojni. *Digital twin* koncept dolazi u obliku *software* – a u koji se unose podaci mjerenja i teorijski model koji predstavlja komponentu [30]. U okviru ovog diplomskog rada, mjereni podaci su u obliku slika zabilježenih pomoću dvije kamere. *EikoTwin* je korelacijski algoritam razvijen od strane firme *EikoSim* te se on primjenjuje za

analiziranje slika i mreže konačnih elemenata. Kamere, kao svojevrsni senzori, mogu se primijeniti u okviru *digital twin* koncepta. Prednosti primjene kamera u okviru *digital twin* koncepta [30]:

- kamerama se omogućava provođenje usporedbe rezultata numeričke simulacije te ispitivanja cijele promatrane površine komponente;
- primjenom kamera, omogućena je izmjena ulaznih podataka modela u bilo kojem stadiju ispitivanja.

U okviru ovog diplomskog rada korišten je globalni stereo korelacijski algoritam *EikoTwin* za provođenje analiza. *EikoTwin* primjenjuje kalibraciju kamera temeljenu na preddefiniranoj geometriji CAD modela, tj. na mreži konačnih elemenata modela. Nakon provedene kalibracije, algoritmom je omogućena analiza slika te prikaz rezultata polja pomaka i deformacija na mreži konačnih elemenata. Radi daljnje obrade rezultata, mogu se odrediti pomaci pojedinačnih čvorova te deformacije pojedinačnih elemenata [32].

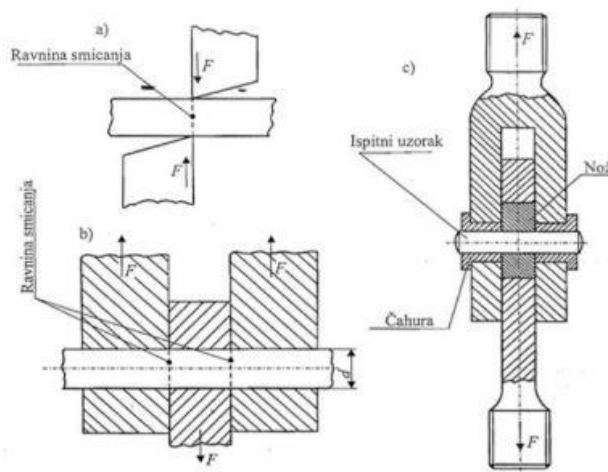
## 6. METODOLOGIJA

Razvijanjem novih industrijskih komponenti i proizvoda, sve je veća potreba za primjenom numeričkih simulacija koje su postale jednostavne i dostupne. Primjenom numeričkih simulacija proizvod se može optimirati u koraku konstruiranja. Međutim, kako bi numeričke simulacije odgovarale stvarnom odzivu materijala uslijed raznih opterećenja, potrebno je poznavati pouzdane mehaničke parametre materijala predloženih elastoplastičnih konstitutivnih zakona [33].

Prije pojave plastičnih deformacija u materijalu, elastični odziv opisuje se linearnom vezom naprezanja i deformacija. U usporedbi sa plastičnim ponašanjem materijala, na linearno elastični odziv ne utječu brzina deformiranja, temperatura i anizotropija materijala. U području elastičnih deformacija materijala, molekularne veze se rastežu, ali ne dolazi do trajnog oštećenja s obzirom na to da se povrate u izvorne konfiguracije. No međutim, u području plastičnih deformacija materijala, on se više ne ponaša linearno te je potreban složen materijalni model kako bi se vjerodostojno mogao opisati odziv materijala [33]. Parametri materijala određuju se eksperimentalnim istraživanjima. Pri ispitivanju tankih limova na smična opterećenja, dolazi do pojave fenomena izvan ravninskih pomaka koji degradiraju stvarni odziv materijala.

### 6.1. Ispitivanja na smik

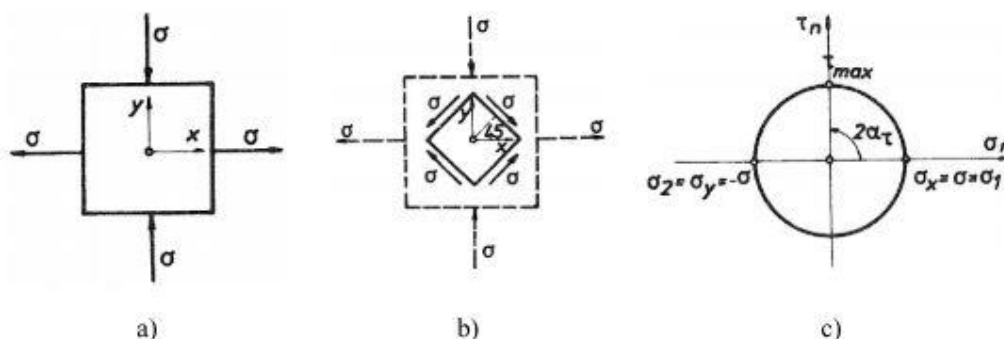
Smik ili odrez je opterećenje na čvrsto tijelo gdje se silama koje djeluju u ravnini nekog presjeka nastoji izazvati paralelno klizanje jednog dijela presjeka u odnosu na drugi [34]. Ispitivanje na smično opterećenje može se provesti opterećivanjem ispitnog uzorka na jednu (Slika 31 a)) ili dvije ravnine smicanja (Slika 31 b) i c)). Pri ispitivanju na dvije ravnine smicanja, opterećenje se prenosi sa noža na uzorak u jednom smjeru, pritom se također opterećenje prenosi na ispitni uzorak preko čahure (Slika 31c)).



Slika 31. Primjer smičnog opterećenja [35]

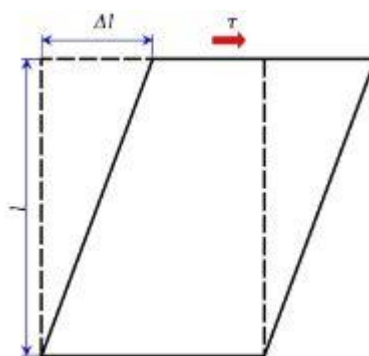
Uz odgovarajući prihvata, ispitivanje na smično opterećenje može se provesti na statičkoj kidalici. Cilj ispitivanja je proizvesti stanje čistog smika. Naime, vlačna komponenta opterećenja izaziva pojavu savijanja uzorka. Stoga, razvijaju se ispitni uzorci čijom se primjenom osigurava homogeno stanje smicanja u materijalu. [33].

Uz stanje čistog smika postoji i stanje jednostavnog smika. Pri malim deformacijama razlikuju se samo u komponenti rotacije budući da koncept čistog smika ne uključuje rotaciju krutog tijela. Stanje čistog smika je ravninsko stanje naprezanja pri kojem vrijedi da su  $\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = \sigma$  i  $\sigma_{xy} = 0$  što prikazuje Slika 32 a). U ovom slučaju glavne osi naprezanja definirane su kao  $\sigma_1 = \sigma$  i  $\sigma_2 = -\sigma$  [37].



Slika 32. Čisto smicanje: a) glavna naprezanja, b) deformirani element, c) Mohrova kružnica [36]

Jednostavni smik je stanje opterećenja na tijelo silama koje djeluju u ravnini nekog presjeka tako da izazivaju klizanje jednog presjeka u odnosu na drugi. Slika 33. prikazuje shemu jednostavnog smika. Može se vidjeti kako na gornji rub pravokutnika djeluje sila koja uzrokuje pomicanje te stranice paralelno u odnosu na donju.



Slika 33. Prikaz jednostavnog smika [34]

Razlika između jednostavnog i čistog smika prikazana je na slici 34. U stanju čistog smicanja, tangencijalno naprezanje javlja se na svim stranicama elementarnog volumena (Slika

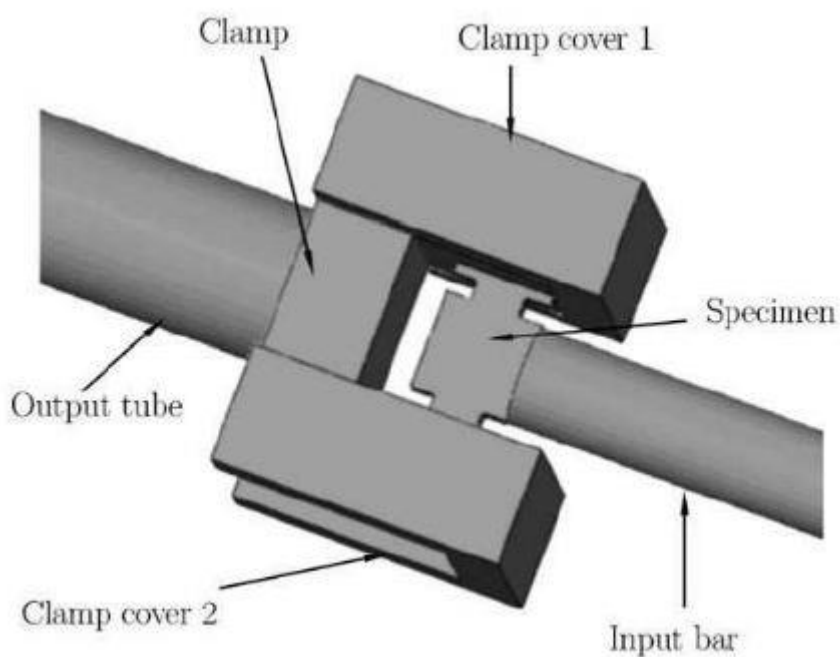
34 a)). Kod jednostavnog smika, tangencijalno naprezanje javlja se samo na dvjema stranicama koje se paralelno pomiču (Slika 34 b)).



Slika 34. Primjer: a) čistog i b) jednostavnog smika [38]

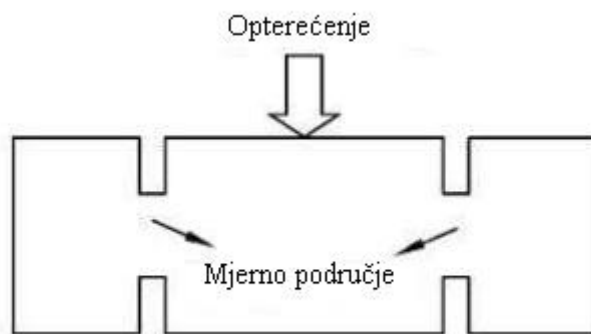
#### 6.1.1. Uzorak sa dvostrukim zarezom

U [39] dana je izvedba za metodu dinamičkog smičnog ispitivanja za procjenu smičnih svojstava legure Ti-6Al-4V. Ispitivanja su provedena koristeći modificiranu Kolskyevu tlačnu polugu kako je prikazano na slici 35.



Slika 35. Model sklopa za ispitni uzorak sa dva zarezu [39]

Čeljusti (eng. *clamp*) su korištene za držanje ispitnog uzorka prikazanog na slici 36.

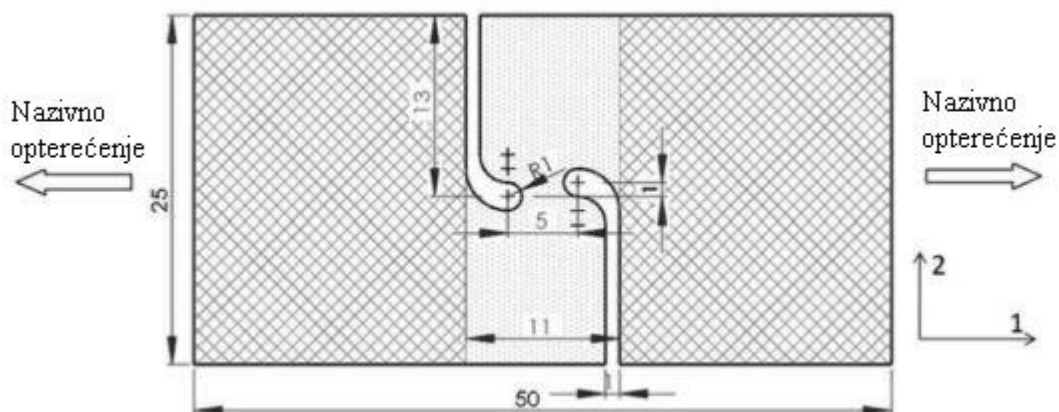


Slika 36. Ispitni uzorak sa dva zarezima [39]

Čeljusti se primjenjuju radi osiguranja homogene raspodjele kutnih deformacija. Bez njihove primjene, dolazi do javljanja momenta savijanja između mjesta opterećenja i potpore ispitnog uzorka [39].

#### 6.1.2. Uzorak sa ekscentričnim zarezima

Peirs, Verleysen i Degrieck (2011.) [40] predložili su ispitni uzorak za ispitivanje lima na smična opterećenja pri različitim brzinama deformiranja. Predloženi ispitni uzorak namijenjen je za ispitivanje na konvencionalnim statičkim kraljicama bez modifikacija.

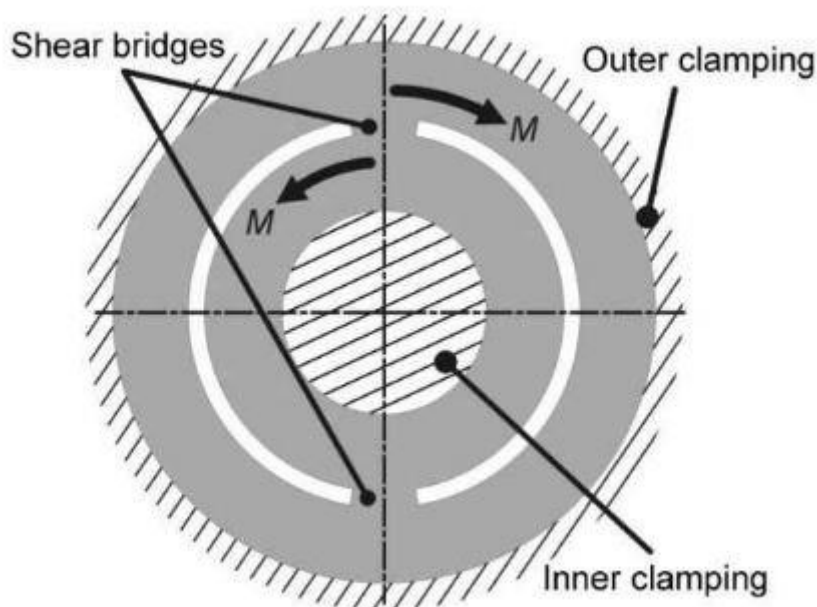


Slika 37. Uzorak sa ekscentričnim zarezima [40]

Ekscentrični zarez razvijen su uz primjenu numeričkih analiza s ciljem optimizacije smanjenja deformacija u mjernom području. Optimalni zarez rezultiraju jednolikom raspodjelom kutnih deformacija u cijelom mjernom području [33].

### 6.1.3. Uzorak sa smičnim spojem

Brosius, Guner i Tekkaya (2011.) [41] predložili su ispitni uzorak sa smičnim spojem. Geometrija se sastoji od dva koncentrična diska koji su spojeni smičnim spojevima (eng. *shear bridge*) koji služe kao mjerno područje (Slika 38).



Slika 38. Uzorak sa smičnim spojem [41]

Uzorak je opterećen rotiranjem dvije čeljusti (unutarnje i vanjske) u suprotnim smjerovima. Geometrija ispitnog uzorka razvijena je u svrhu lokaliziranja deformacija na smičnim spojevima. Smični spojevi su simetrično raspodijeljeni kako bi se izbjegle neplanirane rezultante sila ili momenata [33].

Bitno je napomenuti kako je ovaj uzorak samo numerički evaluiran, stoga nepoznato je ponašanje uzorka pri stvarnom ispitivanju [33].

### 6.1.4. Uzorak za smično i tlačno ispitivanje

Rittel, Lee i Ravichandran (2002.) [42] predložili su ispitni uzorak za ispitivanje smika na ispitnom uređaju za tlačenje. Geometrija je razvijena u svrhu ispitivanja velikih deformacija. Također, geometrija je dobra za proučavanje anizotropnih učinaka. Ispitni uzorak (Slika 39) se sastoji od cilindra u koji su urezani zarezi, na nasuprotnim mjestima, pod kutom od  $45^\circ$  u odnosu na uzdužnu os time tvoreći mjerno područje. Uzorak se lako može opteretiti uzduž osi postojećim uređajima za tlačna ispitivanja [33].



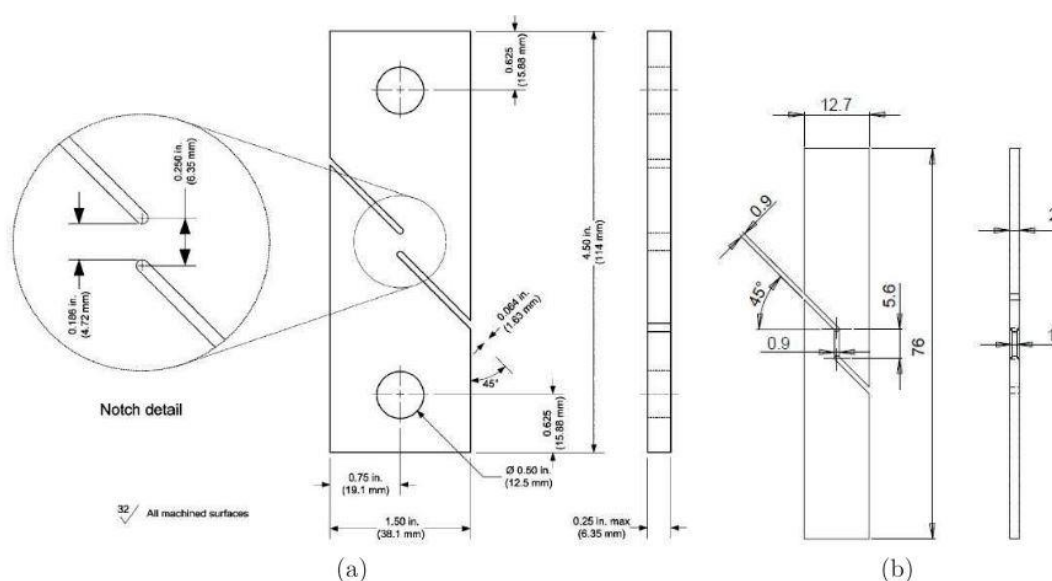


**Slika 39. Uzorci za ispitivanja smika i tlaka nakon ispitivanja [42]**

Numerička ispitivanja su pokazala kako su na cijelom mjernom području jednoliko raspodijeljena kutne deformacije [33].

### 6.1.5. Uzorak za ispitivanje jednostavnog smika

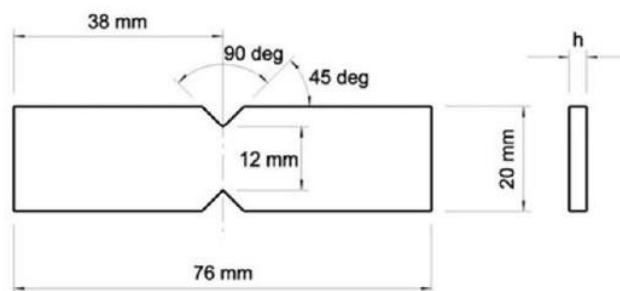
*Isakov et al.* (2011.) [43] predložili su modificiranu geometriju ispitnog uzorka za ispitivanje svojstva lima od feritnog nehrđajućeg čelika. ASTM B831 (Slika 40. a)) predstavlja geometriju uzorka namijenjenog za određivanje granice razvlačenja kovanih ili lijevanih aluminijskih legura. Geometrija se sastoji od planarnih uzoraka sa mjernim područjem koje je definirano dvama zarezima pod kutom od 45°. Ova geometrija je izmijenjena kako bi se uzorak mogao primijeniti na Kolsky kidalici. Prvobitna ispitivanja su pokazala kako je pri kvazi statičkim uvjetima potrebno smanjenje debljine u mjernom području [33].



**Slika 40. Uzorak za ispitivanje jednostavnog smika: a) ASTM B831, b) izmijenjeni uzorak [43]**

### 6.1.6. Leptirasti ispitni uzorak

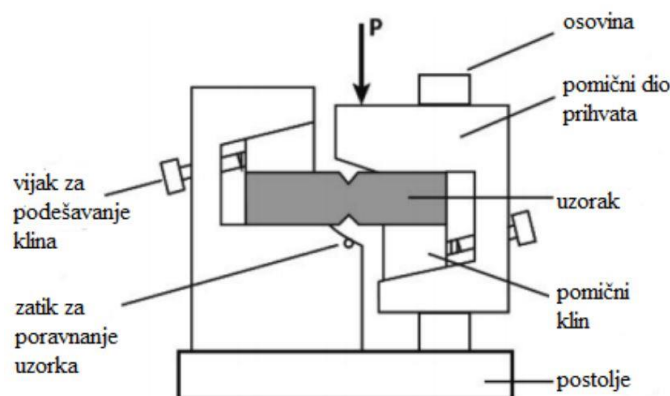
Leptirasti ispitni uzorak (Slika 41) razvijen je u svrhu ispitivanja materijala na smična opterećenja primjenom Iosipescu metode. Nadalje, 2005. razvijen je novi prihvata, *V – Notched Rail*, za ispitivanje smičnog opterećenja koji je opisan standardom ASTM D7078 [44]. Geometrija leptirastih ispitnih uzoraka sastoji se od dva simetrična V zarezata čija je svrha osiguravanje homogenog stanja smicanja.



Slika 41. Standardni leptirasti uzorak za metodu ASTM D5379 [45]

### 6.2. Iosipescu ispitni uređaj

Iosipescu ispitna metoda razvijena je u 60 – im godinama 20. stoljeća te se koristila za određivanje ponašanja izotropnih materijala uslijed smičnog opterećenja. U svrhe ispitivanja, koristi se greda pravokutnog poprečnog presjeka sa urezana dva simetrična V zarezata (Slika 41). Stranice ispitnog uzorka moraju biti paralelne s postoljem i klinovima kako bi se izbjeglo izvan ravninsko savijanje i izvijanje.

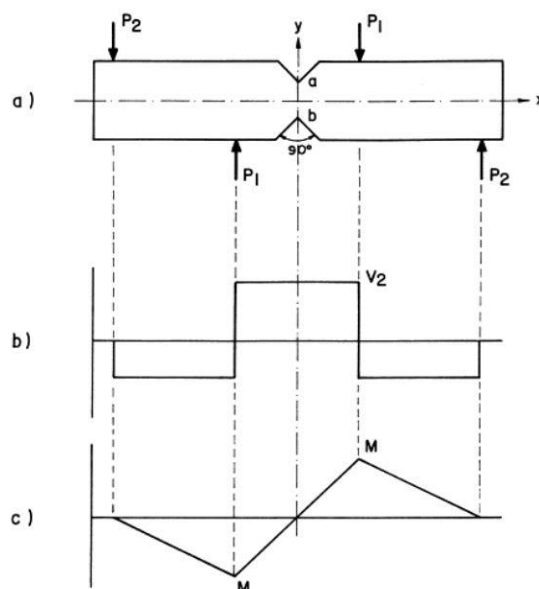


Slika 42. Iosipescu ispitni uređaj [46]

Prihvata (Slika 42) je oblikom asimetričan te se sastoji od pomičnog i nepomičnog dijela. Pomični dio prihvata pomiče se pomoću linearnog ležaja koji je postavljen na osovinu. Prihvata je konstruiran na način da pomoću klinova, nepomičnog i pomičnog dijela postigne učinak

savijanja u četiri točke. Na svakoj polovici prihvata postavljeni su vijci za podešavanje klinova kako bi se ispitni uzorak mogao pričvrstiti na prihvata..

Slika 43. prikazuje raspodjelu opterećenja na ispitnom uzorku. Opterećenja  $P_1$  i  $P_2$  postavljena su na način da je iznos momenta savijanja u ravni smicanja jednak nuli.



Slika 43. Raspodjela opterećenja na Iosipescu ispitnom uzorku: a) opterećenja, b) dijagram poprečnih sila, c) momentni dijagram [47]

### 6.3. V – Notched Rail ispitni uređaj

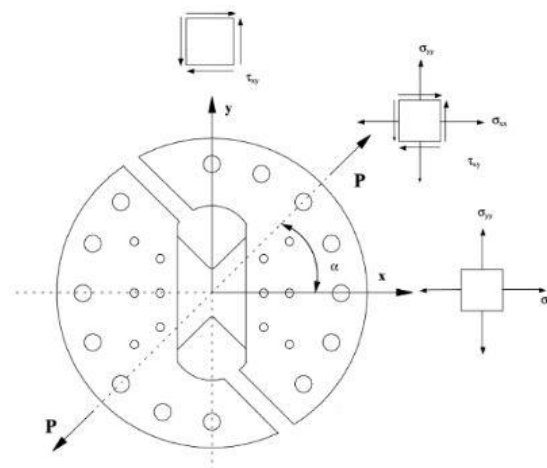
V – Notched Rail ispitni uređaj primjenjuje se za ispitivanje smičnih opterećenja na leptirastim uzorcima. Ispitivanja se mogu provesti na konvencionalnim statičkim kraljicama. Uređaj se sastoji od dva dijela, jedan je nepomičan, a drugi se pomiče vertikalno izazivajući smična opterećenja na uzorak.



Slika 44. V – Notched Rail ispitni uređaj [48]

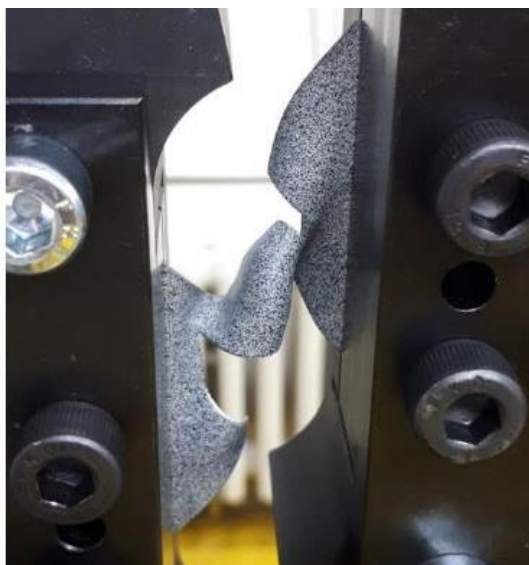
## 6.4. Arcan prihvati

Arcan prihvati koristi se za višeosno ravninsko ispitivanje materijala primjenom leptirastih ispitnih uzoraka. Prihvati je konstruiran tako da se uslijed vertikalnog pomaka traverze kidalice izaziva jednostavno ili čisto smično naprezanje u ispitnom uzorku. Na način opterećenja koje se želi nametnuti ispitnom uzorku, utječe se kutom pozicioniranja prihвата, tj. rotacijom prihвата oko osi opterećenja. Različitim kutovima moguće je nametnuti, vlačno, smično te kombinirano opterećenje (Slika 45).



Slika 45. Mogućnosti opterećenja primjenom Arcan prihвата [49]

Pri ispitivanju smičnog opterećenja na tankim limovima dolazi do pojave fenomena izvijanja ispitnog uzorka. Time se onemogućuje određivanje stvarnog odziva materijala primjenom DIC metode.



Slika 46. Izvijanje ispitnog uzorka debljine 1 mm [37]

## 6.5. Izvijanje tankih limova uslijed smičnog opterećenja

U proizvodnji, bitnu ulogu ima izrada malih metalnih dijelova obradom deformiranja. Uslijed razvitka visoke tehnologije, zahtjev za sve manjim dimenzijama dijelova je veći te je sve veća potreba za ultra tankim metalnim limovima, posebice bakrenih zbog njegove dobre električke i toplinske provodljivosti [50].

Fini i ultra tanki limovi okarakterizirani su vrlo malom debljinom koja može biti u rasponu od 13  $\mu\text{m}$  do 200  $\mu\text{m}$ . Međutim, da bi se lim definirao kao fin ili ultra tanak, promatra se i omjer  $N = t/d$ , tj. omjer debljine  $t$  i prosječne veličine zrna  $d$ . Ako je vrijednost omjera ispod 10, tada je ponašanje materijala bitno drugačije. Na ponašanje materijala utječe *utjecaj veličine*: granica tečenja opada povećanjem proporcija površinskih zrna u odnosu na ukupni broj zrna. Anizotropija je izmijenjena, te deformacije po debljini postaju dominantne. Također, opadanje duktilnosti je iznimno bitno. Pri vrlo malim debljinama, vrijednost duktilnosti opada na približno nula [50].

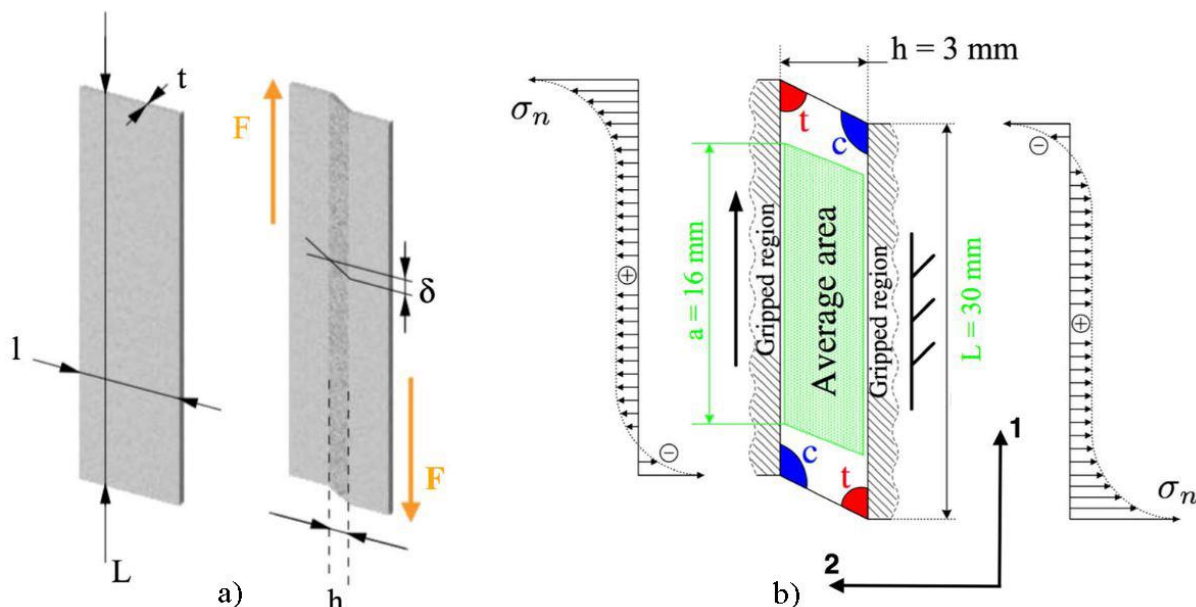
Trenje je pojava u mikrostrukтури koja se javlja uslijed mikro geometrije, pogotovo površinske hrapavosti. Koeficijent trenja raste sa smanjenjem debljine, što rezultira povećanjem učinka trenja na mjerenje naprezanja. Također, zabilježena su rasipanja mehaničkih svojstava uslijed ovisnosti ponašanja materijala o ponašanju pojedinačnog zrna. Međutim, sa makroskopskog stajališta, mehaničko ponašanje limova je modelirano sa velikim deformacijama koristeći elastoplastične modele [50].

Pri postupku obrade deformiranjem, dolazi do elastičnog povrata ultra tankih limova. Materijal je opterećen na razne deformacijske procese poput: rastezanja, smicanja te savijanja. Ako je u materijalu izražena pojava Bauschingerovog efekta, tada se pri opisivanju odziva materijala koriste modeli sa kombiniranim očvršćenjem [50].

Ispitivanje na ravninsko jednostavno smicanje često se primjenjuje pri opisivanju značajki limova. Uslijed velikog omjera širine mjernog područja u odnosu na debljinu, te uz nehomogenu raspodjelu kutnih deformacija, dolazi do izvan ravninskih pomaka lima. *Pham et al.* (2017.) [50] predlažu rješenje u obliku transparentnog staklenog dijela koji bi se postavio i pričvrstio na ispitni uzorak. Svrha potpornog staklenog dijela bila bi onemogućavanje fenomena izvijanja uz mogućnost uporabe DIC metode za mjerenje cijelog polja pomaka. U nastavku je opisano ispitivanje na smik bakrenog lima debljine 0,1 mm koje je provedeno u sklopu [50].

### 6.5.1. Ispitivanje na ravninsko smicanje

Ispitni uzorak predstavljen na slici 47. spojen je na vlačnu kidalicu. Uzorci su pričvršćeni u čeljusti uređaja sa obje strane kako bi se ostvarila ravninska raspodjela opterećenja uzduž uzorka te su pravokutnog oblika duljine  $L = 30$  mm i širine  $l = 15$  mm [50].



Slika 47. Uređaj za ispitivanje smika a) shematski prikaz, b) raspodjela naprezanja [50]

Dovoljno velikom silom između ispitnog uzorka i čeljusti smanjuje se klizanje ispitnog uzorka. Tijekom ispitivanja, jedna čeljust miruje, a druga se giba u smjeru traverze kidalice time ostvarujući jednostavno smično opterećenje u mjernom području širine  $h$  između čeljusti. U svrhu nametanja ograničenja da je  $h$  konstantno, pomična čeljust ne može se gibati u vodoravnom smjeru [50].

Mjerenja su provedena uz primjenu beskontaktnog 3D mjernog sustava Aramis 5M. Korištene su dvije kamere koje su registrirale pomake na površini ispitnog uzorka. Polje kutnih deformacija pokazalo se homogenim, no međutim, uočeno je utjecaj *rubnih učinaka* (eng. *edge effect*). Na slici 47. b), plava područja prikazuju mjesta tlačnih naprezanja, a crvena polja označuju mjesta vlačnih naprezanja. Posmično naprežanje izračunato je kao srednja vrijednost cijelog polja deformacije u homogenoj zoni (*average area* na slici 47. b)) [50].

Kinematika ovog ispitivanja može se opisati gradijentom transformacije  $\mathbf{F}$ :

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + F_{12} \mathbf{1} \otimes \mathbf{2}. \quad (6.1)$$

Koristeći izraz (6.1) računa se ravninska komponenta smika Cauchyevog tenzora naprezanja primjenjujući izmjerenu silu  $F$  sa stroja. U izrazu (6.1),  $\mathbf{I}$  je jedinični tenzor drugog reda,  $\mathbf{1}$  je os paralelna sa smjerom opterećenja, a  $\mathbf{2}$  je os okomita na smjer opterećenja u ravnini uzorka. Uslijed *rubnih učinaka*, Cauchyev tenzor naprezanja sadrži komponente vlaka te se može zapisati [50]:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

### 6.5.2. Fenomen izvijanja tankih limova

Tanki limovi su osjetljivi na fenomen izvijanja pri smičnom opterećenju. Do fenomena izvijanja dolazi uslijed velikog omjera širine mjernog područja i debljine lima te uslijed perturbacija naprezanja izazvanih prevelikim stezanjem eksperimentalnog postava. Fenomen izvijanja uzrokovan posmičnim naprežanjem opisan je diferencijalnim jednadžbama s članom koji ima neparan broj derivata. U ovom primjeru, duljina je puno veća u usporedbi sa širinom i debljinom, stoga se može primijeniti izraz za Eulerovo izvijanje uzrokovano posmičnim naprežanjem [50]:

$$\tau_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{h} \right)^2 k_s. \quad (6.3)$$

Vrijednost  $k_s = 8,98$  ovisi o  $L$  i  $h$  duljih i kraćih strana područja smika preko izraza  $\alpha = \frac{L}{h}$ .

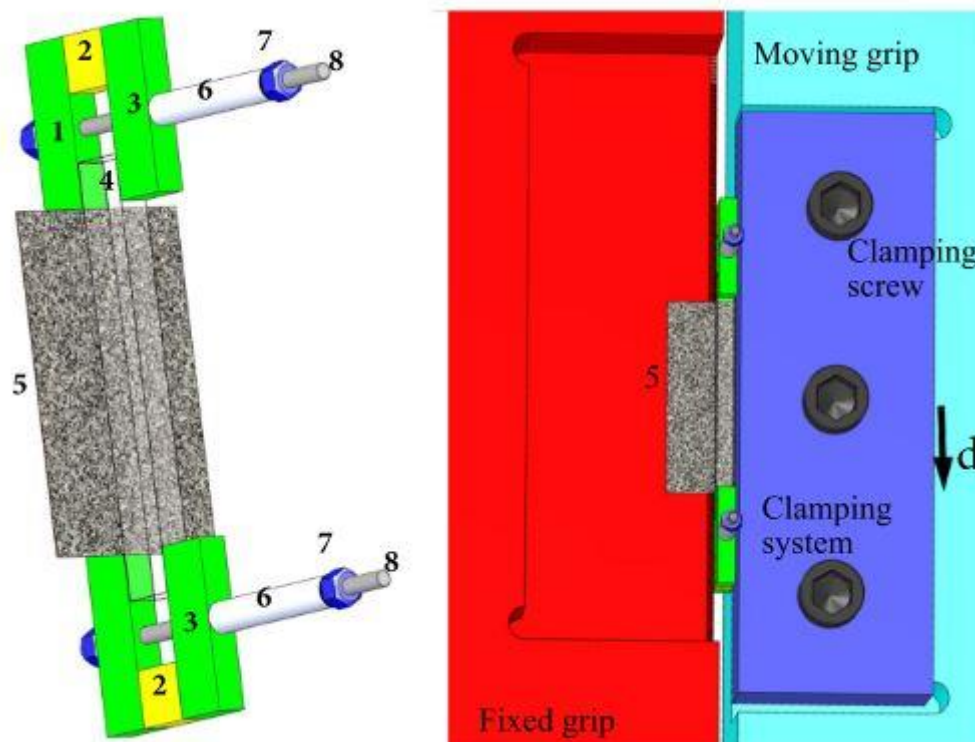
Stoga, kritično naprežanje izvijanja  $\tau_E$  uslijed kojeg dolazi do izvijanja je obrnuto proporcionalno kvadratu duljine izvijanja, koja ovisi o širini područja djelovanja smika, te je proporcionalno kvadratu debljine uzorka. Za bakreni lim koji je ispitan, vrijednost kritičnog naprezanja izvijanja je niža od granice tečenja, bez obzira na širinu  $h$  [50].

### 6.5.3. Uređaj za sprječavanje fenomena izvijanja

U svrhu ostvarenja dostatne bočne sile u smjeru debljine uzorka koja bi spriječila izvijanje, konstruirana je potpora koja je u dodiru s obje strane područja smika. S prednje strane, ploča (Slika 48 (4)) je prozirna kako bi se omogućilo mjerenje DIC metodom. Konstrukcija se sastoji od 8 dijelova kako je prikazao na slici 48. Stražnja ploča (Slika 48 (1)) je izrađena od aluminija. Korišteni su M2 vijci (Slika 48 (8)) i matice (Slika 48 (7)) kako bi pričvrstili te dvije ploče za uzorak koristeći stezne ploče (Slika 48 (3)) i plastične cijevi (Slika 48 (6)). Podloške



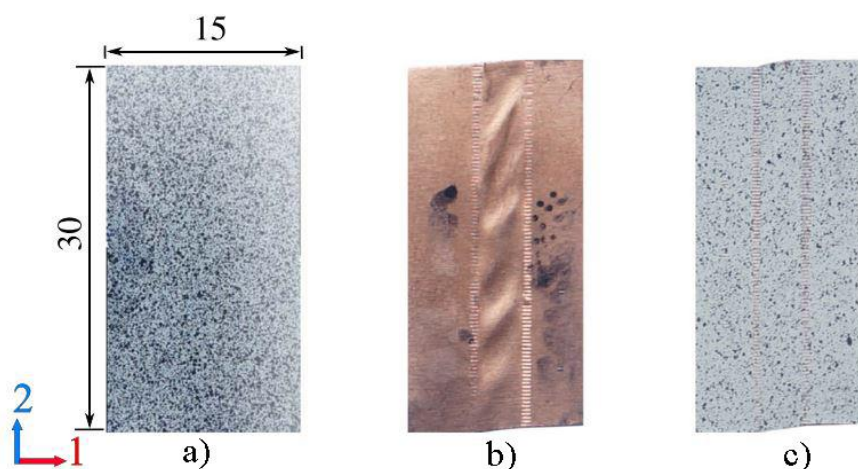
(Slika 48 (2)) su jednake debljine kao staklena ploča. Širina staklene potpore jednaka je udaljenosti između čeljusti [50].



Slika 48. Potpora za ultra tanki lim [50]

#### 6.5.4. Rezultati ispitivanja

Prikazani potporni uređaj korišten je za ispitivanje ultra tankog bakrenog lima na smično opterećenje. Prosječna veličina zrna iznosila je  $10\ \mu\text{m}$ , te iz toga slijedi kako je  $N = 10$  karakteristika ultra tankog lima. Slika 49. prikazuje nedeformirani uzorak (Slika 49. a)) te uzorke nakon ispitivanja bez potpore (Slika 49. b)) i sa potporom (Slika 49. c)).



Slika 49. Ispitni uzorci: a) prije ispitivanja, b) ispitivanje bez potpore, c) ispitivanje sa potporom [50]

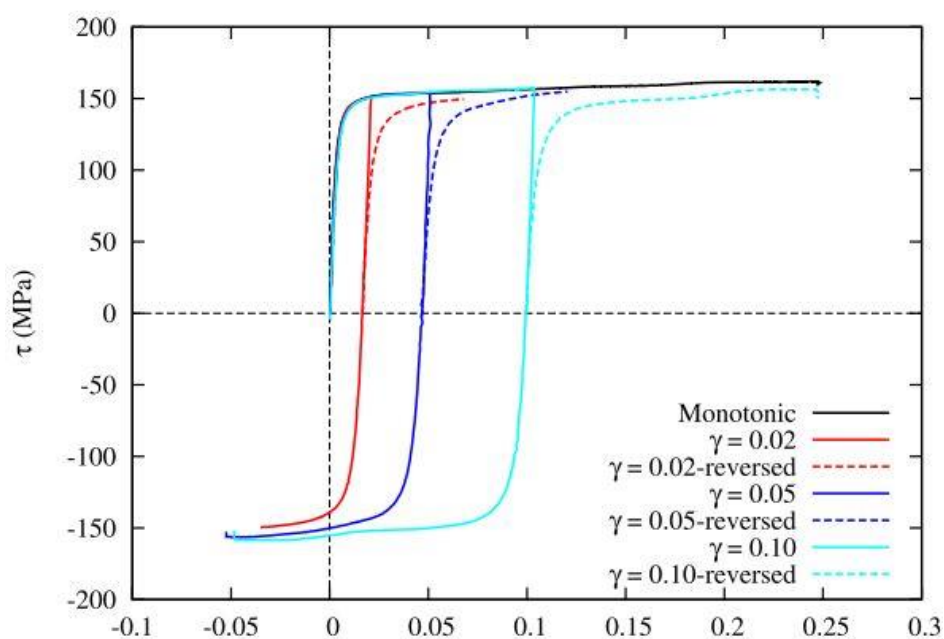


Na prednju stranu nanesen je stohastički uzorak koji služi pri mjerenju DIC metodom, a druga strana je premazana mazivom kako bi se smanjilo trenje među aluminijskim potporama. Sa slike 49. može se jasno vidjeti kako je kod uzorka bez potpore došlo do fenomena izvijanja na cijelom mjernom području debljine  $h = 3$  mm. Kod uzorka sa potporom, kutna deformacija iznosila je  $\gamma = 0,25$  prije nego je došlo do naznaka izvijanja [50].

### 6.5.5. Ispitivanje Bauschingerovog efekta

Pokazano je kako predložena potpora sprječava pojavu fenomena izvijanja do određenog iznosa deformacije. Potrebno je promotriti Bauschingerov efekt u numeričkim simulacijama, stoga je pri modeliranju materijalnog modela korišteno kombinirano očvršćenje materijala. Pri ponovnom opterećivanju u suprotnom smjeru, dolazi do smanjenja vrijednosti granice tečenja, te zatim slijedi prijelazna faza prije nego što nastupa stabilno očvršćenje. Kombinirano očvršćenje je bitno uzeti u obzir radi vjerodostojnog opisivanja elastičnog povrata ultra tankih limova.

U svrhu procjene kinematičkog očvršćenja, provedene su analize gdje se nakon opterećivanja u jednom smjeru, ispitni uzorak opteretio u suprotnom smjeru. Na slici 50. prikazani su rezultati ispitivanja pri kojima se ispitni uzorak opterećivao do različitih vrijednosti deformacija  $\gamma$  (0,02, 0,05, 0,1) te zatim se opteretio u drugom smjeru do pojave loma. S ciljem naglašavanja razlike između krivulja, crkana linija (obrnuti smjer opterećivanja) prikazana je u pozitivnom kvadrantu [50].



Slika 50. Prikaz Bauschingerovog efekta za čisti bakar [50]

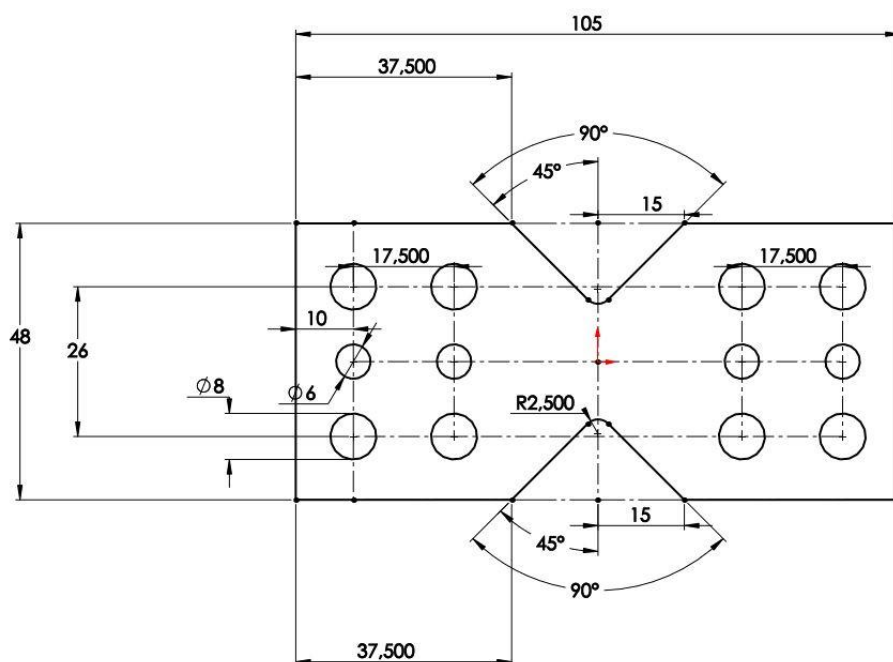
Slika 50. prikazuje kako je došlo do pojave Bauschingerovog efekta za sva tri ispitivanja. Nadalje, pri najvećoj deformaciji može se uočiti prijelazni efekt tijekom ponovnog opterećivanja koji je opisan stagnacijom brzine očvršćenja. Može se uočiti kako krivulje konvergiraju, a to ukazuje na činjenicu da u ovom materijalu ne dolazi do omekšanja.

#### **6.5.6. Zaključak**

Nakon ispitivanja ustvrdilo se kako prozirna staklena potpora omogućuje zatezanje ispitnog uzorka kako bi se onemogućilo izvijanje pritom omogućujući mjerenje *DIC* metodom. Usporedbom ispitnog uzorka bez potpore i sa potporom moglo se uočiti kako je uzorak sa potporom doživio veće deformacije prije pojavljivanja izvijanja. Provedena su ispitivanja na smično opterećenje te se zatim ispitni uzorak opteretio u suprotnom smjeru za tri vrijednosti deformacije bez pojave izvijanja. Također, uočena je pojava Bauschingerovog efekta te prijelazni efekt uslijed stagnacije brzine očvršćenja [50].

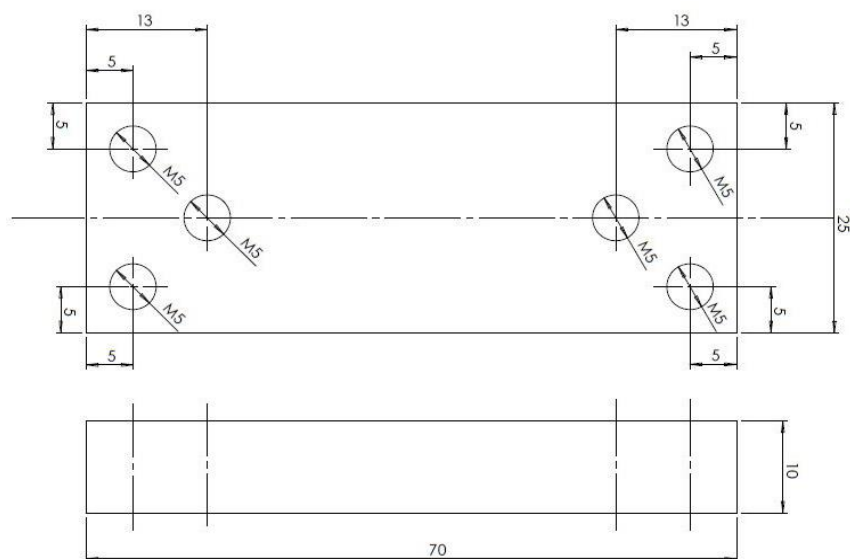
## 7. PROVEDBA ISPITIVANJA

U sklopu ovog diplomskog rada provedena su četiri smična ispitivanja na višeosnom modularnom Arcan prihvatu. Ispitivanja su provedena na kvazi-statičkoj elektromehaničkoj kidalici Beta 50-5 (*Messphysik*, Austrija) brzinom od 1 mm/min. Odgovarajući leptirasti ispitni uzroci debljine 1 mm izrađeni su od čelika C60. Dimenzije leptirastih uzoraka prikazane su na slici 51.



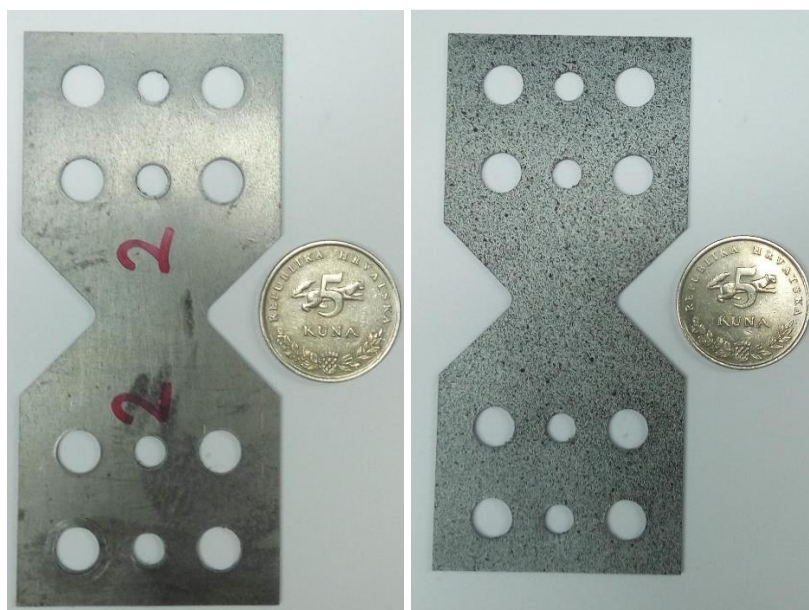
### Slika 51. Dimenzije korištenih leptirastih ispitnih uzoraka

Cilj diplomskog rada bio je onemogućiti izvan ravninsko izvijanje ispitnog uzorka kod smičnog opterećenja. U svrhu onemogućavanja izvan ravninskih pomaka, konstruirana je dodatna potpora leptirastom ispitnom uzorku koja istovremeno omogućava primjenu optičke DIC metode. Primijenjeni materijal za izradu dodatne potpore bio je transparentni pleksiglas. Slika 52. prikazuje dimenzije dodatne potpore. Izrađene su dvije dodatne potpore sa dvije pločice istih dimenzija, jedna sa pločicama debljine 5 mm, a druga sa pločicama debljine 10 mm. Kod obje izrađene potpore, jedna pločica imala je prolazne rupe na mjestu gdje druga ima rupe sa navojem M5.



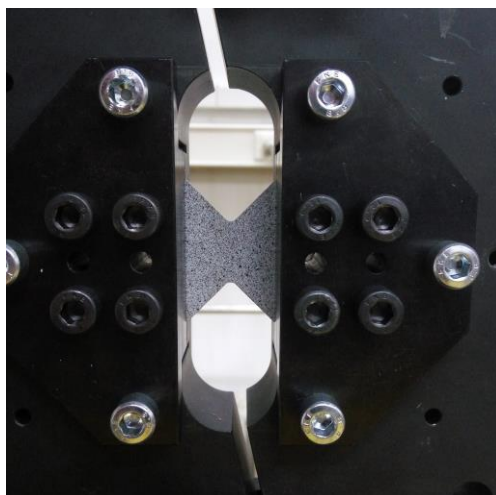
**Slika 52. Dimenzije dodatne potpore od pleksiglasa**

Priprema leptirastih ispitnih uzoraka sastoji se od čišćenja površine od nečistoća te potom nanošenja karakteristične crno bijele teksture. Pripremljeni ispitni uzorak može se vidjeti na slici 53.



**Slika 53. Leptirasti ispitni uzorak: a) bez stohastičkog rastera, b) sa stohastičkim rasterom**

Nakon pripreme ispitnih uzoraka slijedi postavljanje Arcan prihvata na statičku kidalicu. Slika 54. prikazuje postavljeni prihvat na statičku kidalicu zajedno sa leptirastim ispitnim uzorkom. Veza Arcan prihvata i kidalice ostvaruje se primjenom zatika te za to predviđenih steznih matica. Naime, prevelikim stezanjem prihvata onemogućuje se samo podešavanje prihvata što unosi dodatne perturbacije naprezanja u sustav.



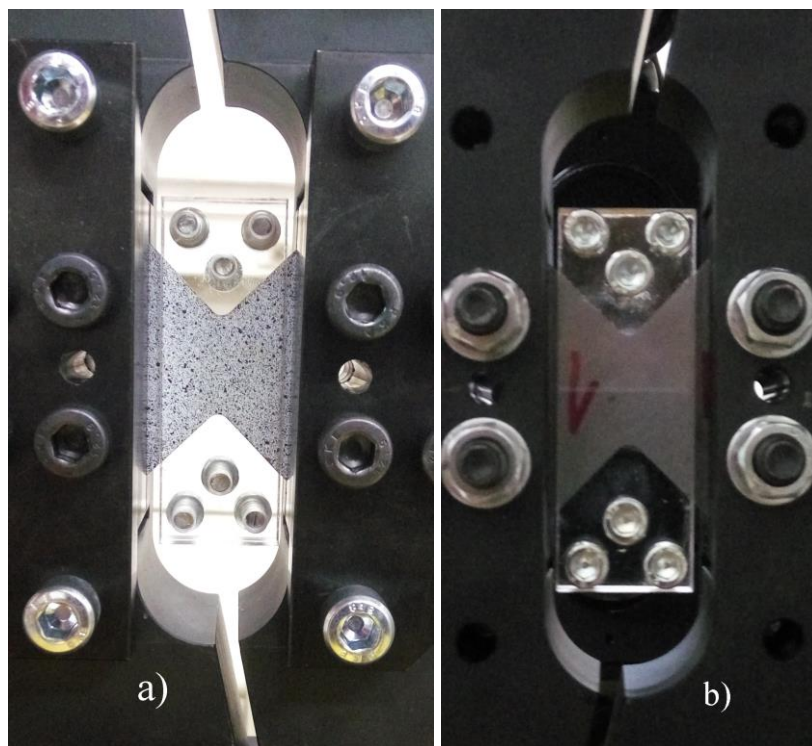
Slika 54. Postavljen prihvata sa ispitnim uzorkom

U sklopu diplomskog rada, provedena su četiri ispitivanja s tri različite konfiguracije eksperimentalnog postava. Ispitivanje prve konfiguracije eksperimentalnog postava ne uključuje primjenu dodatne potpore leptirastog ispitnog uzorka. Nije primijenjena ukrućena veza Arcan prihvata i ispitnog uređaja, stoga iznos prednaprezanja bio je -1,87 MPa. Druga konfiguracija eksperimentalnog postava uključuje dodatnu potporu od pleksiglasa debljine 5 mm. Budući da je veza Arcan prihvata i kidalice ukrućena, vrijednost prednaprezanja iznosila je -47,82 MPa. Kod treće konfiguracije smanjena je krutost veze Arcan prihvata i kidalice te se primjenjuje potpora od pleksiglasa debljine 10 mm. Treća konfiguracija primjenjuje se pri monotonom smičnom ispitivanju kao i pri cikličkom smičnom ispitivanju.

Tablica 3. Prikaz korištenih konfiguracija eksperimentalnih postava

| Ispitni uzorak | Konfiguracija eksperimentalnog postava | Režim opterećenja           | Primjena dodatne potpore leptirastog ispitnog uzorka | Ukrućena veza između ispitnog uređaja i Arcan prihvata | Prednaprezanje, [MPa] |
|----------------|----------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------|
| E1             | 1                                      | Monotono smično opterećenje | -                                                    | ne                                                     | -1,87                 |
| E2             | 2                                      | Monotono smično opterećenje | Potpore pleksiglasa debljine 5 mm                    | da                                                     | -47,82                |
| E3             | 3                                      | Monotono smično opterećenje | Potpore pleksiglasa debljine 10 mm                   | ne                                                     | -1,91                 |
| E4             | 3                                      | Cikličko smično opterećenje | Potpore pleksiglasa debljine 10 mm                   | ne                                                     | -1,69                 |

Pri korištenju druge i treće konfiguracije eksperimentalnog postava, potpora od pleksiglasa postavlja se zadnja. Zaštitna folija skida se nakon učvršćivanja potpore na promatranu zonu ispitnog uzorka. Slika 55. prikazuje postavljenu dodatnu potporu na ispitni uzorak.

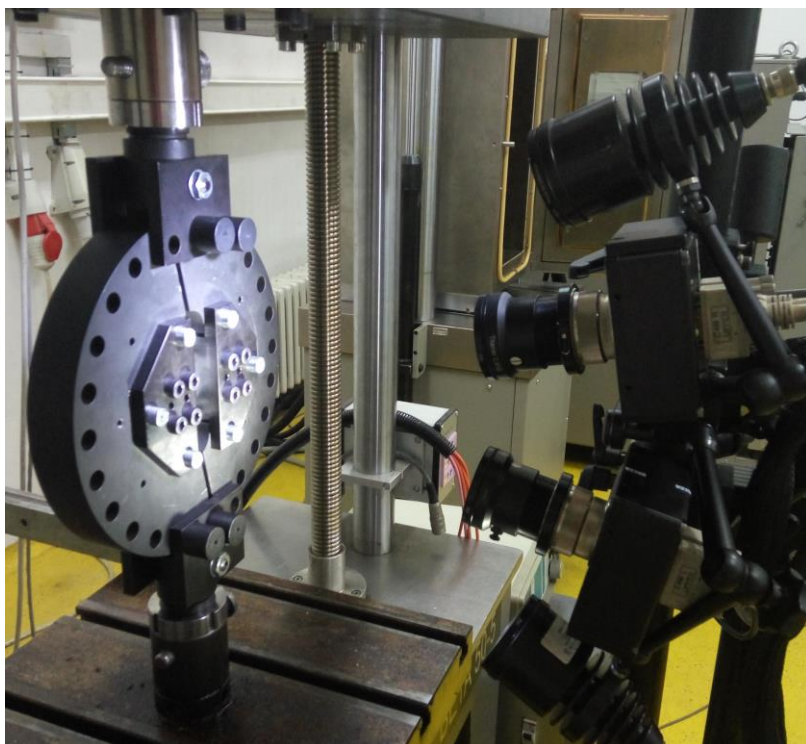


**Slika 55. Postavljena potpora od pleksiglasa: a) prednja strana, b) stražnja strana**

Sljedeći korak je postavljanje i namještanje kamera ispred prihvata. Za snimanje digitalnih slika tijekom ispitivanja korišten je optički sustav *Aramis*. No međutim, kalibracija kamera za sustav *Aramis* nije bila potrebna. Korišten je mjerni volumen 65x48 mm koji je odabran iz priručnika *Aramisa*. Slika 56. prikazuje eksperimentalni postav kamera. Kamere su postavljene vertikalno jedna iznad druge. Takav postav kamera odabran je s ciljem da tijekom ispitivanja, obje kamere vide cijelu površinu uzorka. Na ovaj način omogućuje se mjerenje većih pomaka u smjeru pomične traverze kidalice. Pri ispitivanju ispitnog uzorka bez korištenja dodatne potpore (tj. E1) te pri ispitivanju E2 i E3, kamere su zabilježile jednu sliku svake sekunde. Tijekom ispitivanja E4, kamere su zabilježila jednu sliku svake treće sekunde.

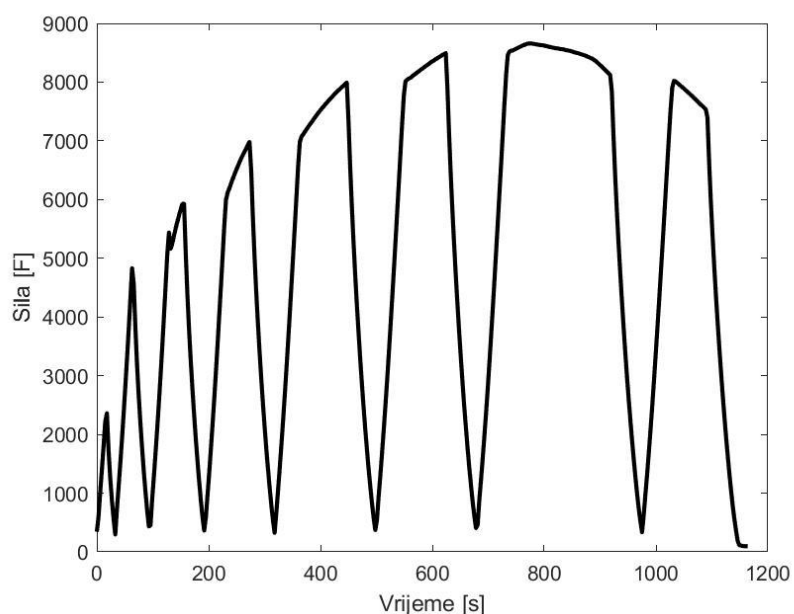
Prije početka svakog ispitivanja, kamerama je zabilježeno devet slika u neopterećenom stanju. Zabilježenih devet slika služe u identifikacijske svrhe radi određivanja pouzdanijih parametara materijala. Također, primjenom tih devet slika određuje se standardna rezolucija pomaka i deformacija, tj. najmanja promjena koja se može zabilježiti.





**Slika 56. Eksperimentalni postav kamera ispred prihvata**

Pri ispitivanju E4, tj. pri cikličkom smičnom režimu opterećenja, potrebno je programirati parametre ispitivanja u ispitni uređaj. Primjenom blok programiranja, svaki korak ispitivanja može se opisati zasebno primjenom odgovarajućih naredbi. Slika 57. prikazuje režim opterećivanja ispitnog uzorka E4 koji je određen primjenom blok programiranja. U Tablici 4., opisani su svi koraci primijenjenog blok programiranja.



**Slika 57. Režim opterećivanja E4 ispitnog uzorka**

Tablica 4. Blok programiranje statičke kidalice

|          |                                                         |                                                                                           |
|----------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| Korak 1. | UP<br>LOAD $\geq$ 2500 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 2,5 kN te ga potom spusti na 300 N                                  |
| Korak 2. | UP<br>LOAD $\geq$ 5000 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 5 kN te ga potom spusti na 300 N                                    |
| Korak 3. | UP<br>LOAD $\geq$ 6000 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 6 kN te ga potom spusti na 300 N                                    |
| Korak 4. | UP<br>LOAD $\geq$ 7000 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 7 kN te ga potom spusti na 300 N                                    |
| Korak 5. | UP<br>LOAD $\geq$ 8000 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 8 kN te ga potom spusti na 300 N                                    |
| Korak 6. | UP<br>LOAD $\geq$ 8500 N<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N   | Povisi opterećenje na 8,5 kN te ga potom spusti na 300 N                                  |
| Korak 7. | UP<br>STROKE $\geq$ 7.5 mm<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N | Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice na 7,5 mm te potom smanji opterećenje na 300 N |
| Korak 8. | UP<br>STROKE $\geq$ 8.5 mm<br>DOWN<br>LOAD $\leq$ 300 N | Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice na 8,5 mm te potom smanji opterećenje na 300 N |

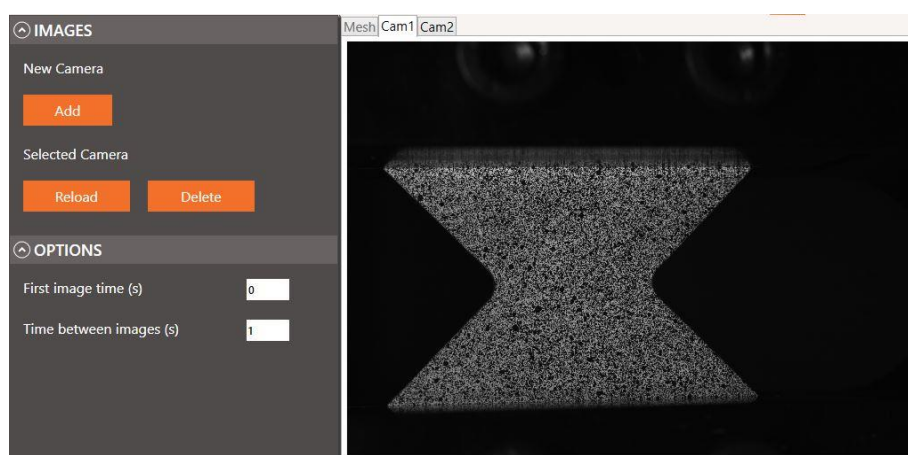
U koracima 7. i 8. dane su naredbe da hod traverze iznosi 7,5 i 8,5 mm. Naime, iz prethodnih rezultata statičkih ispitivanja uviđeno je kako nakon postizanja najveće sile dolazi do opadanja vrijednosti sile. Stoga, nije moguće programirati veću silu od 8,5 kN iz razloga što veća sila ne bi bila postignuta.



## 8. REZULTATI ISPITIVANJA

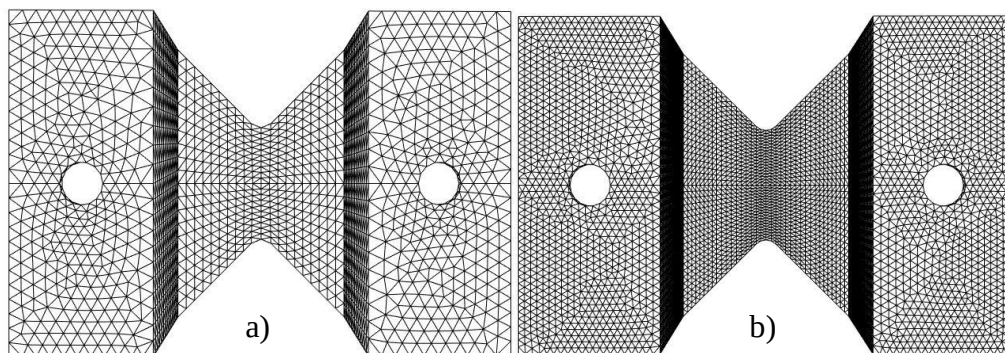
Nakon provedenih ispitivanja slijedi provedba analize podataka. Za računanje cijelog polja pomaka primjenjuje se stereo korelacijski algoritam *EikoTwin*.

Prvi korak analize sastoji se od kategoriziranja zabilježenih slika na slike lijeve i desne kamere. Slike se zasebno učitavaju u *EikoTwin* u izborniku *New Camera* odabirom opcije *Add* (Slika 58). Slike sa lijeve kamere označene su oznakom *Cam 1*, a slike sa desne kamere imaju oznaku *Cam 2*. Bitno je napomenuti da gornji dio ispitnog uzorka miruje, tj. spojen je sa nepomičnom prirubnicom, a donji dio je spojen sa pomičnom prirubnicom.



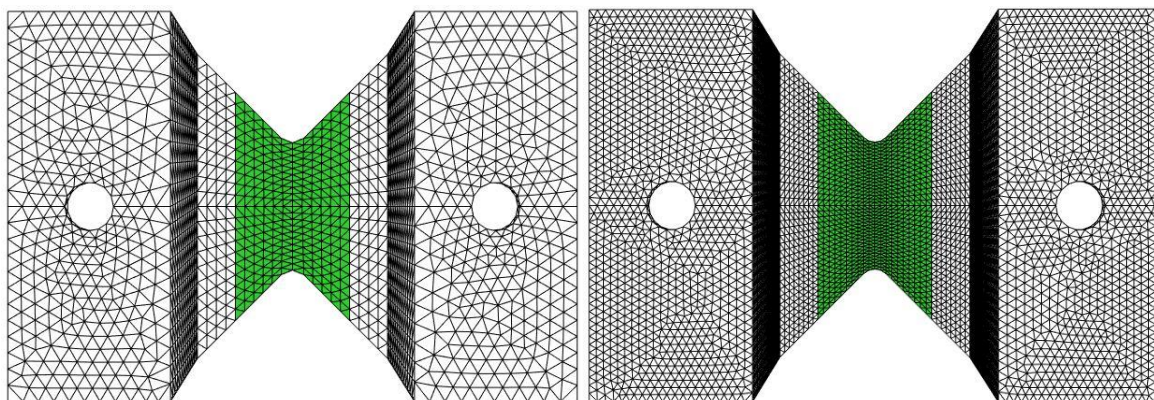
Slika 58. Korak učitavanja slika u *EikoTwin*

Korelacijski algoritam *EikoTwin* temelji se na globalnom DIC pristupu koji primjenjuje preddefiniranu geometriju CAD modela za kalibraciju. Potrebno je izraditi mrežu konačnih elemenata pomoću koje se provodi postupak kalibracije. Stoga pri izradi CAD modela, te samim time i mreže konačnih elemenata, potrebno je uzeti u obzir geometriju koja se vidi na slikama kamera. Izrađene su dvije mreže konačnih elemenata. Prva mreža (Slika 59. a)) ima veće tetraedarske elemente, a druga mreža (Slika 59. b)) ima manje tetraedarske elemente. Mreža sa većim elementima korištena je samo pri analizi smičnog ispitivanja uzorka E1.



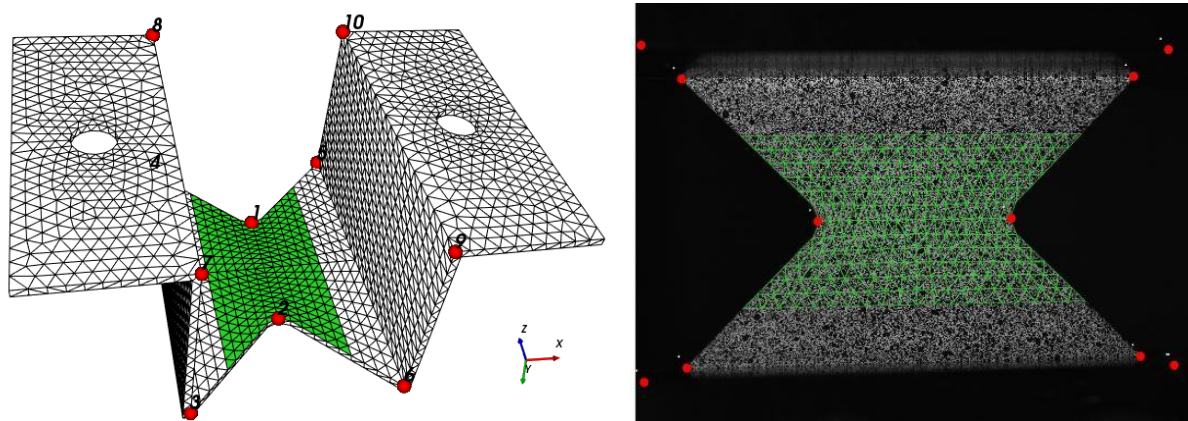
Slika 59. Korištene mreže konačnih elemenata: a) veći elementi, b) manji elementi

Potrebno je odabrati zonu konačnih elemenata kojima se računaju pomaci u čvorovima. Zona se odabire u izborniku *DIC Mesh* pritiskom na opciju *Create Zone*. Nakon odabire željene zone potrebno je provesti validaciju zone. Odabrane zone prikazane su na slici 60.



Slika 60. Odabrane zone konačnih elemenata

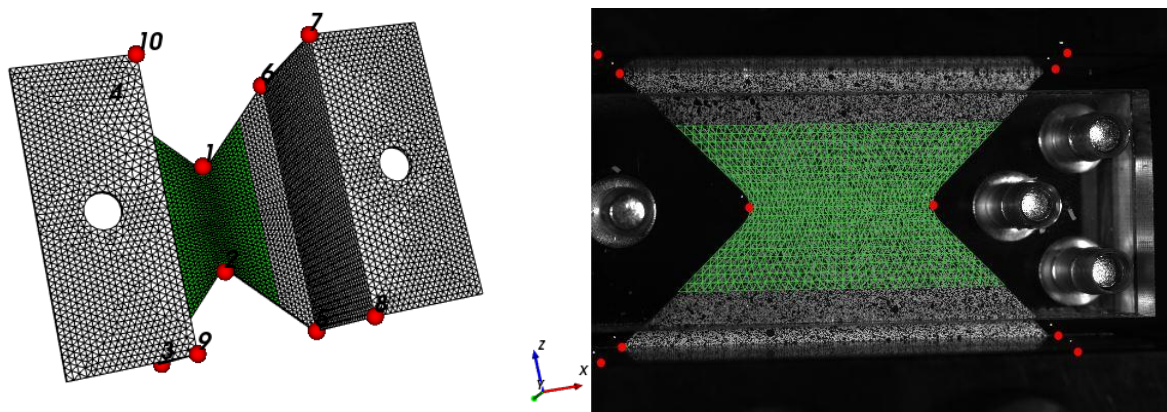
Korakom pred-kalibracije, povezuju se mreža konačnih elemenata i slike tj. odabrana zona se definira nad slikama. Potrebno je odabrati minimalno 6 točaka na mreži konačnih elemenata. Odabrano je dodatnih četiri točke izvan ravnine promatranog područja kako bi algoritam mogao računati izvan ravninske pomake. Nadalje, na slikama se moraju odabrati pikseli koji odgovaraju odabranim točkama mreže konačnih elemenata. Na slici 61. prikazane su odabrane točke kod ispitivanja uzorka E1. Može se vidjeti kako odabrana zona konačnih elemenata (Slika 61) prati geometriju ispitnog uzorka što je iznimno bitno radi ispravnog proračunavanja polja pomaka.



Slika 61. Prikaz odabranih točaka u analizi statičkog smičnog ispitivanja bez potpore pleksiglasa

U analizama gdje je primijenjena potpora pleksiglasa, dolazi do loma svjetlosti. Uslijed loma svjetlosti, dolazi do blage distorzije slike. No međutim, ispravnim odabirom točaka može se poravnati odabrana zona konačnih elemenata i geometrija ispitnog uzorka (Slika 62).

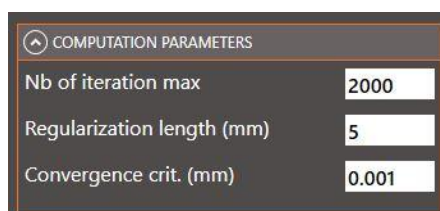




**Slika 62. Prikaz odabranih točaka u analizi ispitivanja gdje je primijenjena potpora od pleksiglasa**

Svrha koraka pred-kalibracije je pronaći najbolju procjenu projekcijskih matrica za svaku kameru. Bitno je napomenuti da je faktor skaliranja tijekom ovog procesa istog iznosa kroz cijelu analizu. Faktor skaliranja govori o pretvorbi piksela i milimetra, stoga je iznimno bitno točno odabrati odgovarajuće točke na slikama.

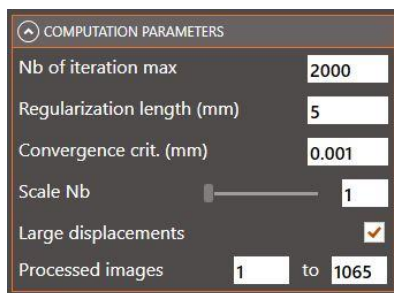
Sljedeći korak je kalibracija algoritma. U ovom koraku potrebno je definirati parametre kalibracije koji su prikazani na slici 63. te su oni jednaki za sve četiri analize.



**Slika 63. Parametri kalibracije**

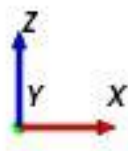
Postupak kalibracije započinje korakom pred-kalibracije gdje je pretpostavljeno početno rješenje te bi ono trebalo biti što bliže konačnom rješenju. Iz tog razloga bitno je odabrati dobre pred-kalibracijske točke. Kalibracijski algoritam sastoji se od dva koraka. U prvom koraku, algoritam određuje najbolje intrinzične i ekstrinzične parametre kamere. Algoritam određuje parametre kamere s obzirom na promatranu idealnu geometriju mreže konačnih elemenata. Početno rješenje su projekcijske matrice određene u koraku pred-kalibracije. Ako bi korisnik ponovno pokrenuo novu kalibraciju, početno rješenje bi bilo konačno rješenje prethodne kalibracije. Stoga, da bi se odredilo ispravno početno rješenje, potrebno je provesti postupak pred-kalibracije. Drugi korak određuje stvarni promatrani oblik temeljen na parametrima kamere koji su određeni u prethodnom koraku.

Definiranje parametara analize započinje nakon provedene kalibracije algoritma. Poput koraka kalibracije, potrebno je definirati parametre analize koji su prikazani na slici 64. Bitno je napomenuti da su parametri analize jednaki za sve četiri analize.



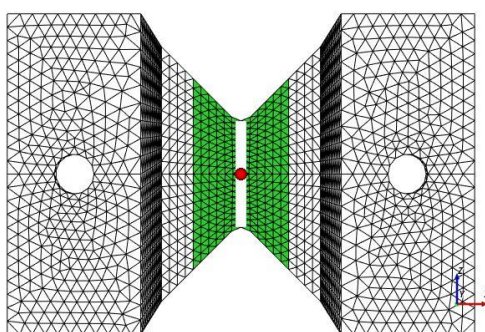
**Slika 64. Parametri analize statičkog smičnog ispitivanja bez potpore pleksiglasa**

Prilikom analiziranja slika, koordinatni sustav postavljen je kako prikazuje Slika 65. Pozitivna os y gleda u ravninu xz.



**Slika 65. Koordinatni sustav**

Nakon provedenih analiza moguće je postaviti senzor deformacija koji računa uprosječenu vrijednost deformacija za sve konačne elemente. U svim analizama, senzor je postavljen između vrhova V zareza (Slika 66).

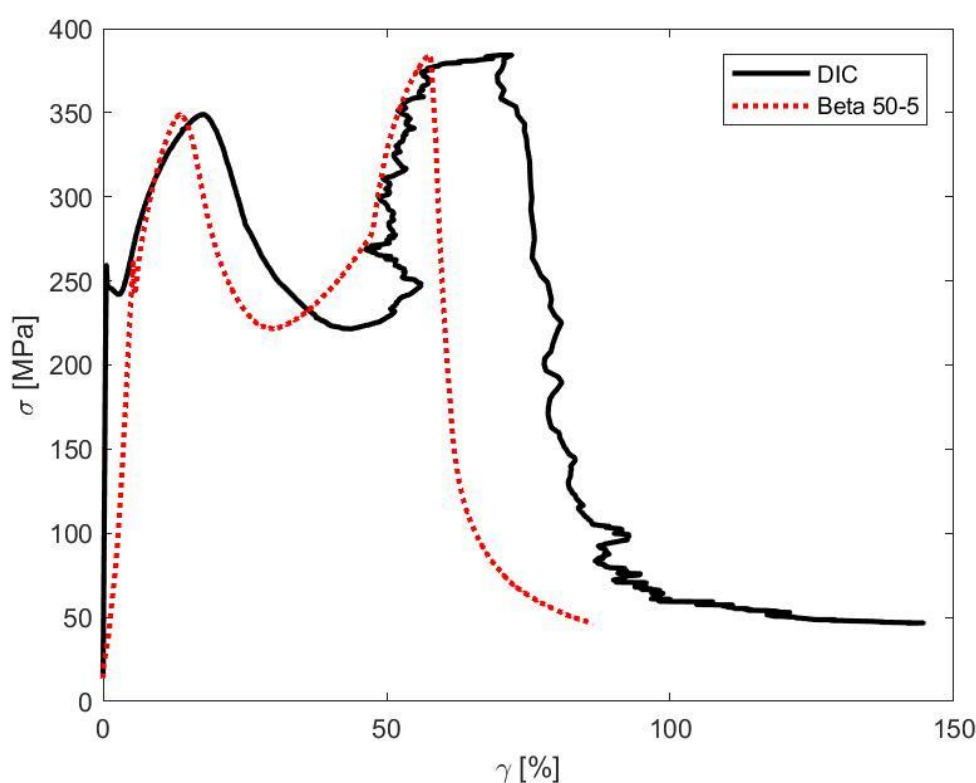


**Slika 66. Postavljeni senzor deformacija**

Budući da statička kidalica Beta 50-5 (*Messphysik* Austrija) i *EikoTwin* neovisno zabilježavaju podatke, potrebno je povezati informacije iz oba izvora. Povezivanjem i usklađivanjem promjena sile u vremenu te vremena zabilježenih slika, određena je međusobna ovisnost narinute sile i izmjerenih pomaka. U svrhu dobivanja vrijednosti inženjerskog naprezanja, narinuta sila dijeli se sa površinom karakterističnog presjeka.

### 8.1. Rezultati analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E1 primjenom prve konfiguracije eksperimentalnog postava

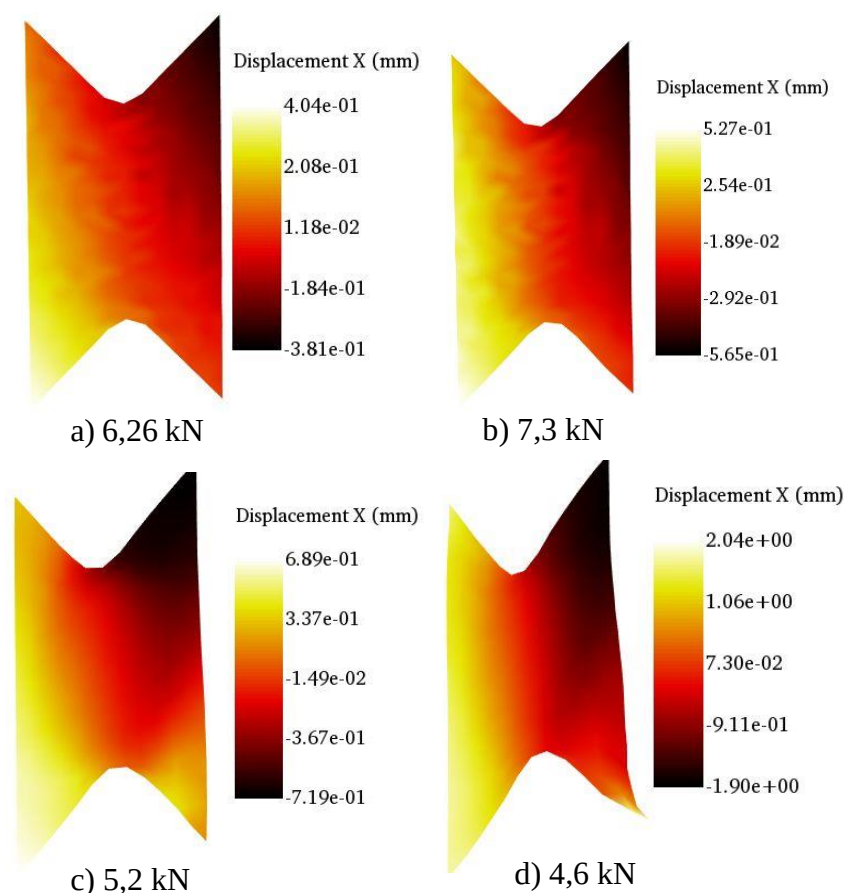
Slika 67. prikazuje usporedbu krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija dobivenih primjenom DIC metode te izračunatih pomoću podataka iz statičke kidalice Beta 50-5 (*Messphysik* Austrija). Primjenom DIC metode izmjerene su veće deformacije ispitnog uzorka u odnosu na podatke očitane iz statičke kidalice Beta 50-5. Očitana vrijednost granice tečenja iznosi 259 MPa, a vrijednost vlačne čvrstoće iznosi 349 MPa. Pri obradi rezultata korišteno je prvih 370 slika. Uslijed pretjeranog izvijanja, algoritam više nije mogao pravilno računati polje pomaka.



Slika 67. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E1

Na slici 68. prikazano je polje pomaka u smjeru osi  $x$  za 4 karakteristične točke. Prva slika (Slika 68. a)) preuzeta je u trenutku kada je sila iznosila 6,26 kN nakon proteklih 104 sekunde. Može se uočiti kako su pomaci zanemarivo mali. No međutim, može se uočiti kako dolazi do blagog zakretanja promatrane zone. U trenutku kada je materijal dosegnuo vrijednost vlačne čvrstoće od 349 MPa (Slika 68. b)), sila je iznosila 7,3 kN. Pomaci su dosegli vrijednosti do iznad 0,5 mm što je i dalje zanemarivo malo, no može se primijetiti kako sve više dolazi do izražaja zakretanje promatrane zone. Nakon dosezanja vrijednosti vlačne čvrstoće, sila počinje opadati. Pri iznosu sile 5,2 kN (Slika 68. c)), pomaci su dosegli vrijednosti od 0,719 mm te

vrijednost naprezanja snizila se na 251 MPa. Posljednja slika (Slika 68. d)) odabrana je u trenutku kada je sila dosegla minimum prije nego je počela ponovno rasti. Sila je iznosila 4,6 kN te odgovarajuće naprezanje je iznosilo 220 MPa. Došlo je do izvijanja ispitnog uzorka, stoga algoritam više nije mogao točno prepoznati geometriju i podaci nisu više pouzdani.



**Slika 68. Pomaci u smjeru osi x za statičko smično ispitivanje uzorka E1**

Povećanje pomaka u smjeru osi x pridonose tlačanju promatranog područja. Tlačno opterećenje koje se javlja pospješuje povećanje izvijanja.

Prva slika (

Slika 69. a)) zabilježena je u području elastičnih deformacija pri sili od 3 kN te se može uočiti kako dolazi pomaka u smjeru osi y od 1 mm. Nakon što je dosegnuta granica tečenja koja iznosi 259 MPa (

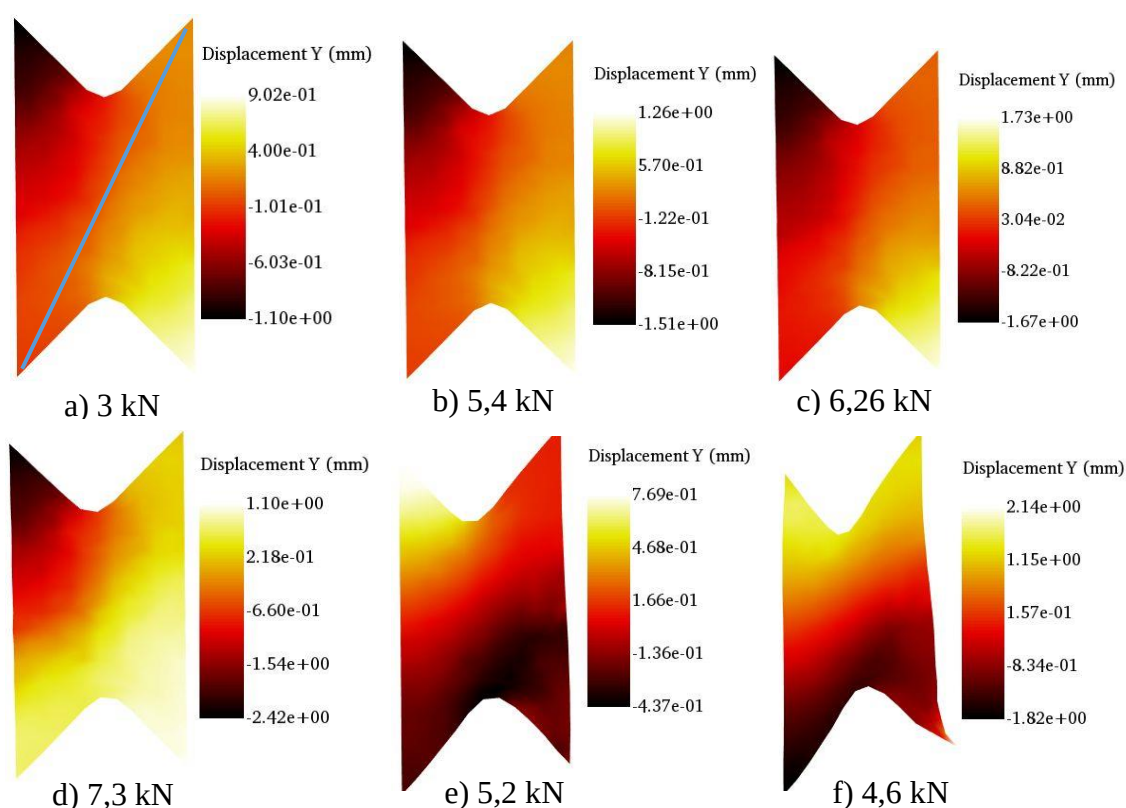
Slika 69. b)), sila je iznosila 5,4 kN. Pomaci u smjeru osi y dosegli su vrijednosti od 1,5 mm što se više ne može smatrati nezanemarivim. Može se uočiti kako su pomaci antimetrični s obzirom na dijagonalu (plava linija). Vrijednost naprezanja 300 MPa odgovara sili 6,26 kN (

Slika 69. c)). Pri naprezanju do 300 MPa, najveći pomak u smjeru osi y iznosi 1,73 mm na donjem desnom vrhu promatranog područja.

Slika 69. d) prikazuje trenutak u kojem je postignuta vrijednost naprezanja vlačne čvrstoće od 349 MPa. Najveći pomak iznosio je 2,4 mm te je sila bila jednaka 7,3 kN. Ispitni uzorak je izgubio stabilnost što je rezultiralo promjenom polja pomaka. Vrijednosti naprezanja i sile su počeli opadati, te pri iznosu naprezanja 250 MPa, sila je iznosila 5,2 kN (

Slika 69. e)). Najniža vrijednost postignute sile prije nego je počela rasti, iznosila je 4,6 kN (

Slika 69. f)).



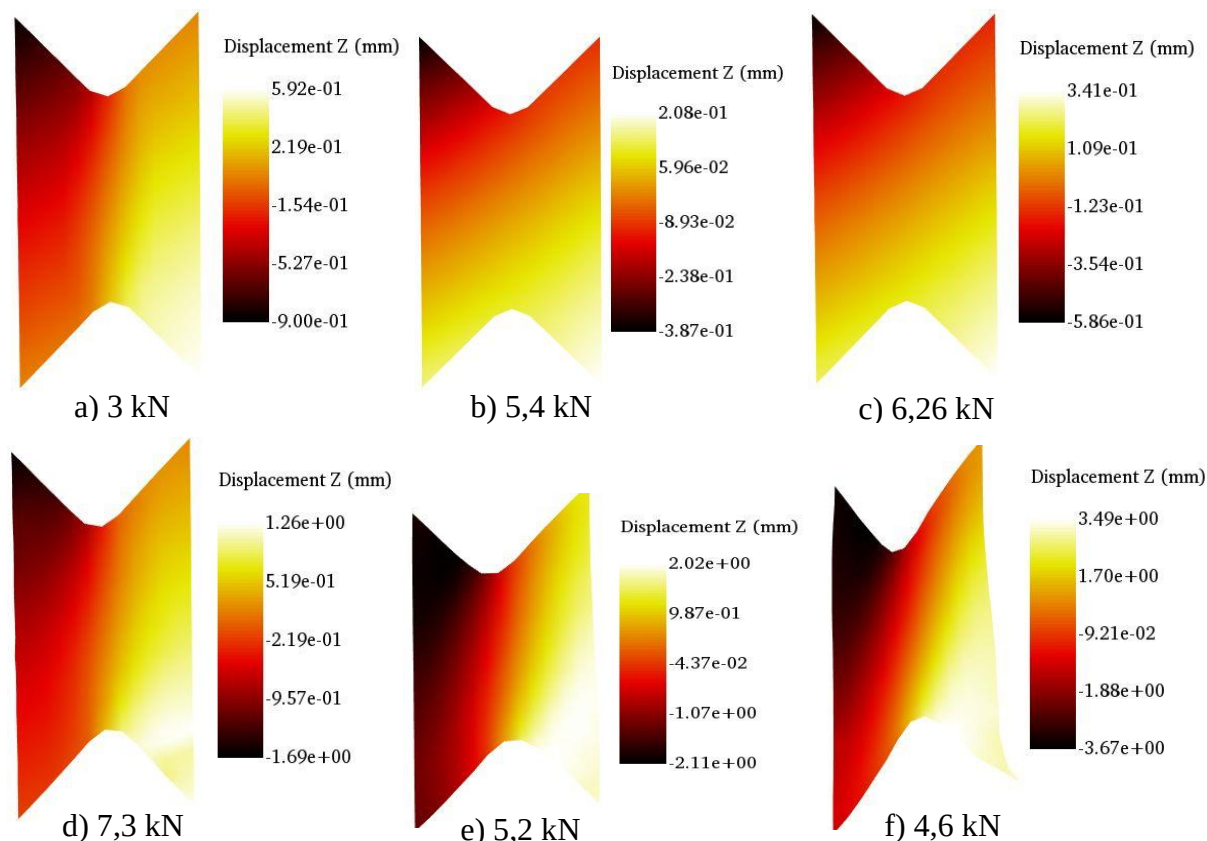
**Slika 69. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E1**

Sa prethodnih slika može se uočiti kako dolazi do znatnog izvijanja ispitnog uzorka. Izvijanje se pojavljuje već pri malim silama te povećanjem opterećenja izvijanje se povećava. Pri silama od 3 kN dolazi do izvan ravninskih pomaka od 1 mm.

Pomaci u smjeru osi z nisu jednoliko raspodijeljeni po lijevoj i desnoj polovici promatranog područja. Razlog tomu je što dolazi do blagog zakretanja promatranog područja. No međutim, raspodjela pomaka postaje sve ravnomjernija porastom sile. Prva slika (Slika 70. a)) zabilježena je u trenutku kada je sila iznosila 3 kN te najveći pomak je iznosio 0,387 mm. Pri naprezanju jednakom granici tečenja 259 MPa ((Slika 70. b)) sila je iznosila 5,4 kN te je



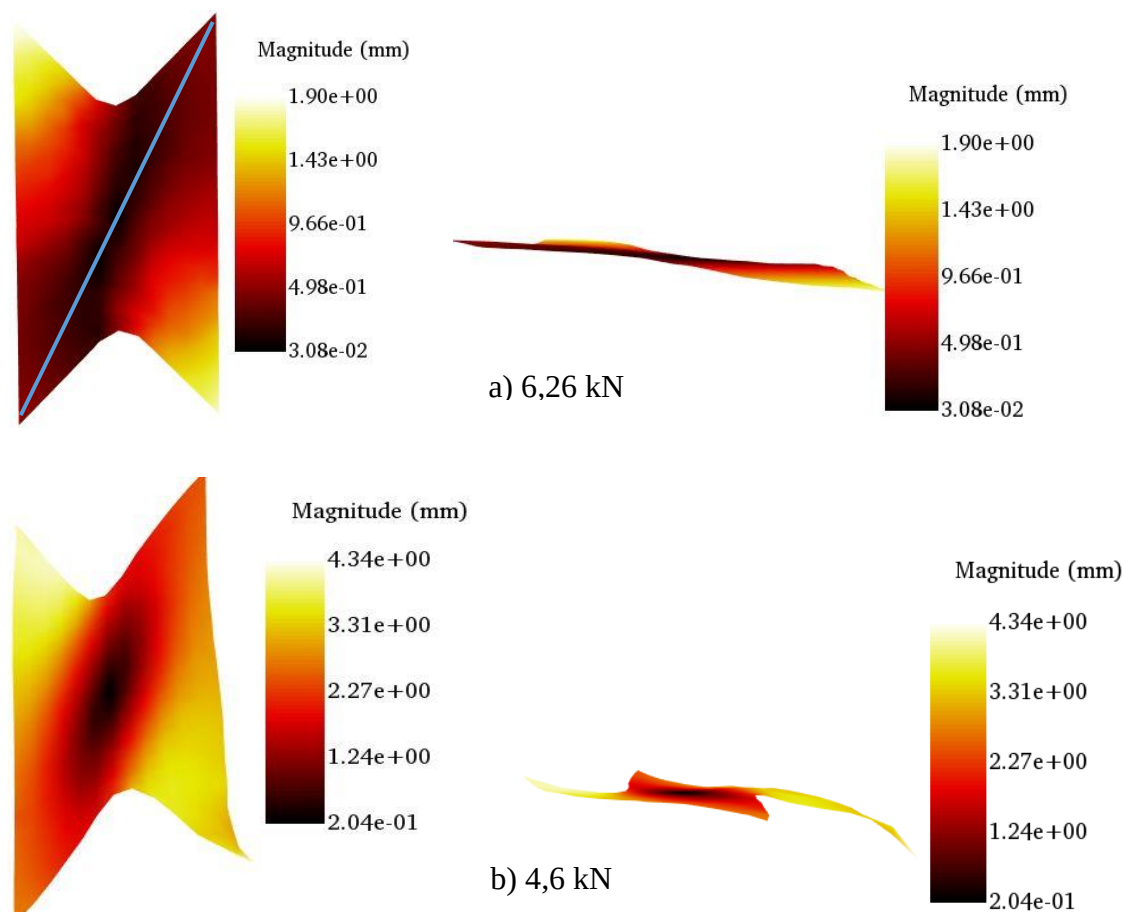
najveći pomak iznosio 0,586 mm. Naprezanje od 300 MPa bilo je ostvareno pri sili od 6,26 kN ((Slika 70. c)). Može se vidjeti kako raspodjela polja pomaka postaje sve ravnomjernije raspodijeljena. Slika 70. d) prikazuje trenutak kada je dosegnuta vlačna čvrstoća materijala pri iznosu sile 7,3 kN. Pomaci dosežu vrijednosti od 1,69 mm, no međutim pomaci nisu jednoliko raspodijeljeni po desnom rubu što ukazuje na zakretanje promatranog područja. Daljnjom provedbom ispitivanja pomaci rastu do 2 mm ((Slika 70.e)). Na posljednjoj slici ((Slika 70. f)) može se vidjeti kako je zakretanje ispitnog uzorka veoma izraženo.



**Slika 70. Pomaci u smjeru osi z za statičko smično ispitivanje uzorka E1**

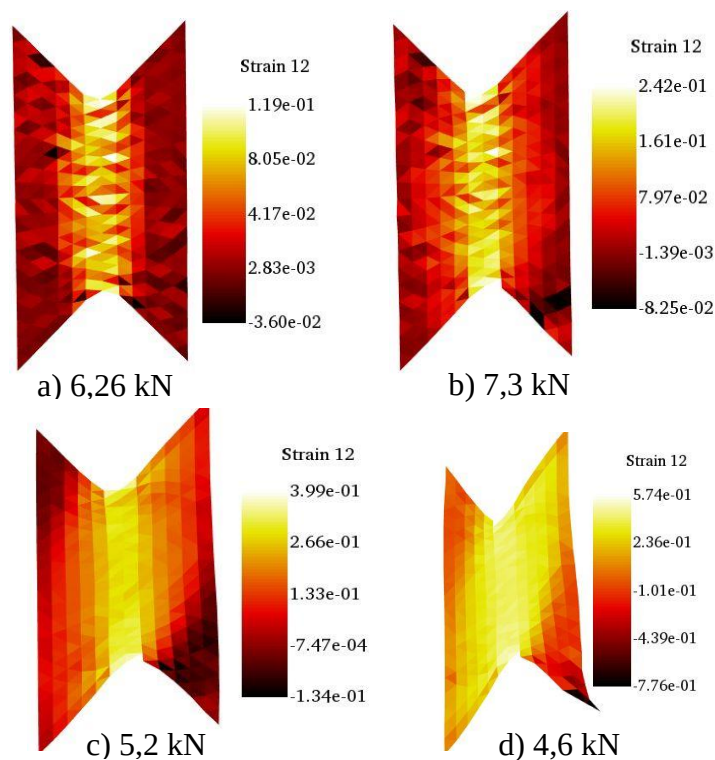
Analizom ukupnih pomaka, vidi se kako prevladavaju izvan ravninski pomaci u smjeru osi y. Pri sili od 6,26 kN (Slika 71. a)), koja odgovara naprezanju 300 MPa, može se uočiti kako su pomaci simetrično raspodijeljeni s obzirom na dijagonalu (plava linija). Najmanji pomaci su obuhvaćeni plavom linijom. Također se može primijetiti simetrija pri sili 4,6 kN, tj. u trenutku prije nego će sila opet rasti (Slika 71. b)). Algoritam prikazuje kako su pomaci najmanji na *trbuhu* ispitnog uzorka koji se javlja uslijed izvijanja.





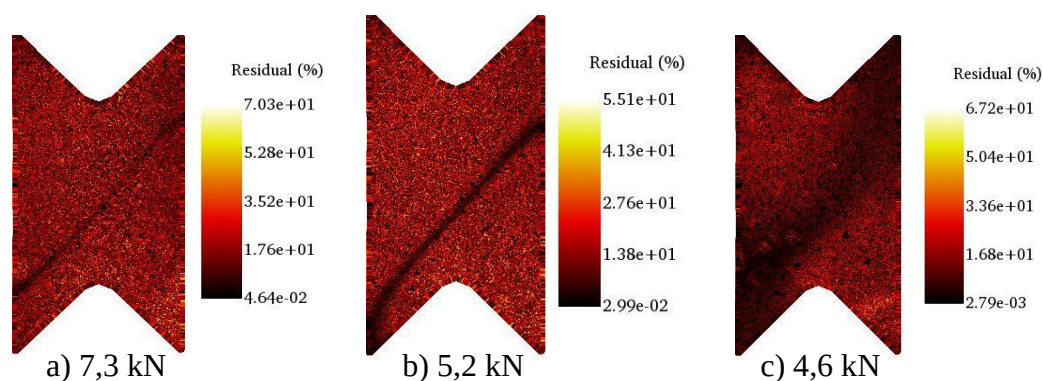
Slika 71. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E1

Kutne deformacije koncentrirane se između vrhova V zareza. Pri naprezanju od 300 MPa, tj. kada je iznos sile jednak 6,26 kN (Slika 72. a)), vrijednosti deformacije iznose oko 10%. Vrijednost kutnih deformacija raste na približno 20% kada je postignuto naprezanje jednako vlačnoj čvrstoći materijala (Slika 72. b)), tj. kada sila iznosi 7,3 kN. Smanjenjem naprezanja, kutne deformacije se i dalje povećavaju. Nakon smanjenja naprezanja na vrijednost 251 MPa, tj. u trenutku kada je sila iznosila 5,2 kN (Slika 72. c)), kutne deformacije iznosile su oko 30%. Na slici se može primijetiti kako se kutne deformacije smanjuju prema vanjskim rubovima promatranog područja. Nadalje, kada je već nastupilo izvijanje, pri sili 4,6 kN (Slika 72. d)), kutne deformacije iznose oko 40% na većini promatranog područja. Algoritam dalje nije mogao ispravno računati deformacije.



Slika 72. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E1

Na slikama raspodjele reziduala na površini ispitnog uzorka u različitim vremenima, može se uočiti kako njihova vrijednost raste te da se javlja linija gdje su greške manje (Slika 73. b)). Program pojavu izvijanja prepoznaje kao grešku računanja. Vrijednosti reziduala iznose do 30%.



Slika 73. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E1

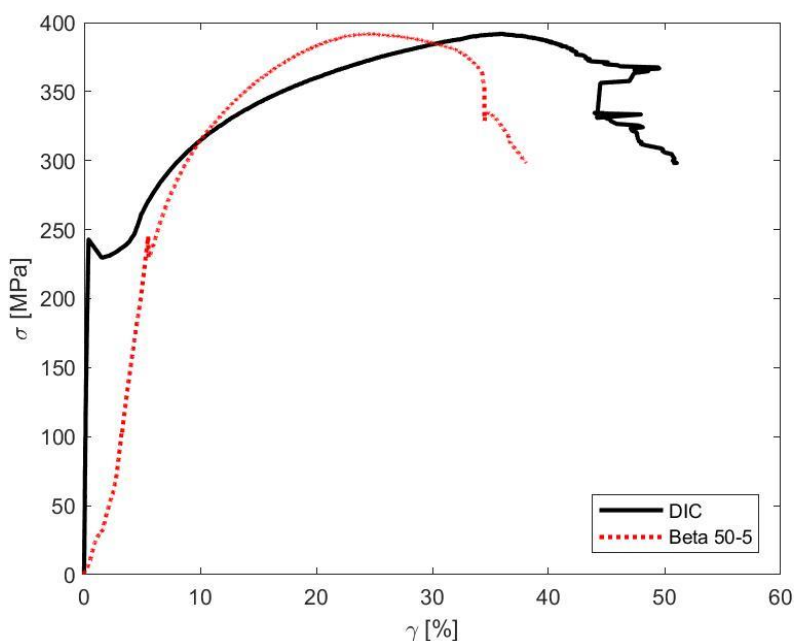
Slika 74. prikazuje izvijeni ispitni uzorak nakon provedbe cijelog ispitivanja. Mogu se uočiti iznimno veliki izvan ravninski pomaci. Pukotine su se razvile simetrično te jednoliko propagiraju.



Slika 74. Deformirani ispitni uzorak E1

## 8.2. Rezultati analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E2 primjenom druge konfiguracije eksperimentalnog postava

U ovom poglavlju, prikazani su rezultati analize statičkog smičnog ispitivanja pri čemu je korištena druga konfiguracija eksperimentalnog postava. Korištena je potpora od pleksiglasa debljine 5 mm te je ukrućena veza prihvata i kidalice. Slika 75. prikazuje usporedbu krivulja izrađenih primjenom podataka očitanih iz statičke kidalice Beta 50-5 te primjenom DIC metode. Na dijagramu se može vidjeti kako području elastičnih deformacija, podaci iz kidalice računaju puno veće deformacije nego što su izračunate primjenom DIC metode. Iz dijagrama se mogu očitati vrijednosti za granicu tečenja te vlačnu čvrstoću. Granica tečenja iznosi 242,8 MPa, a vlačna čvrstoća iznosi 392 MPa. Vrijednost vlačne čvrstoće veća je nego u prethodnoj analizi.

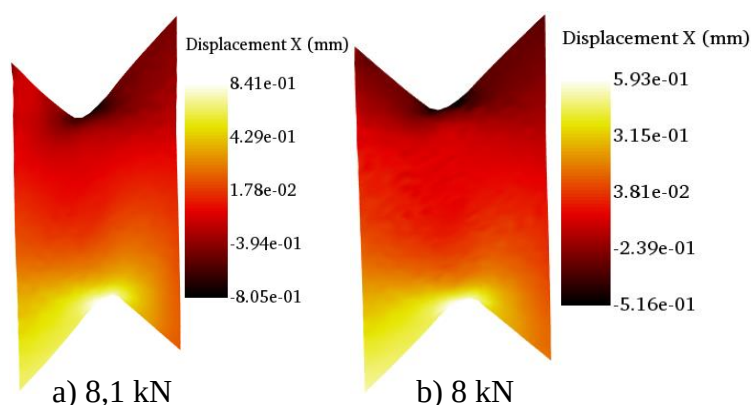


Slika 75. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E2

Pomaci u smjeru osi  $x$  su zanemarivi u odnosu na pomake u smjeru osi  $y$  i  $z$ . No međutim, može se vidjeti kako pri sili od 8,1 kN (

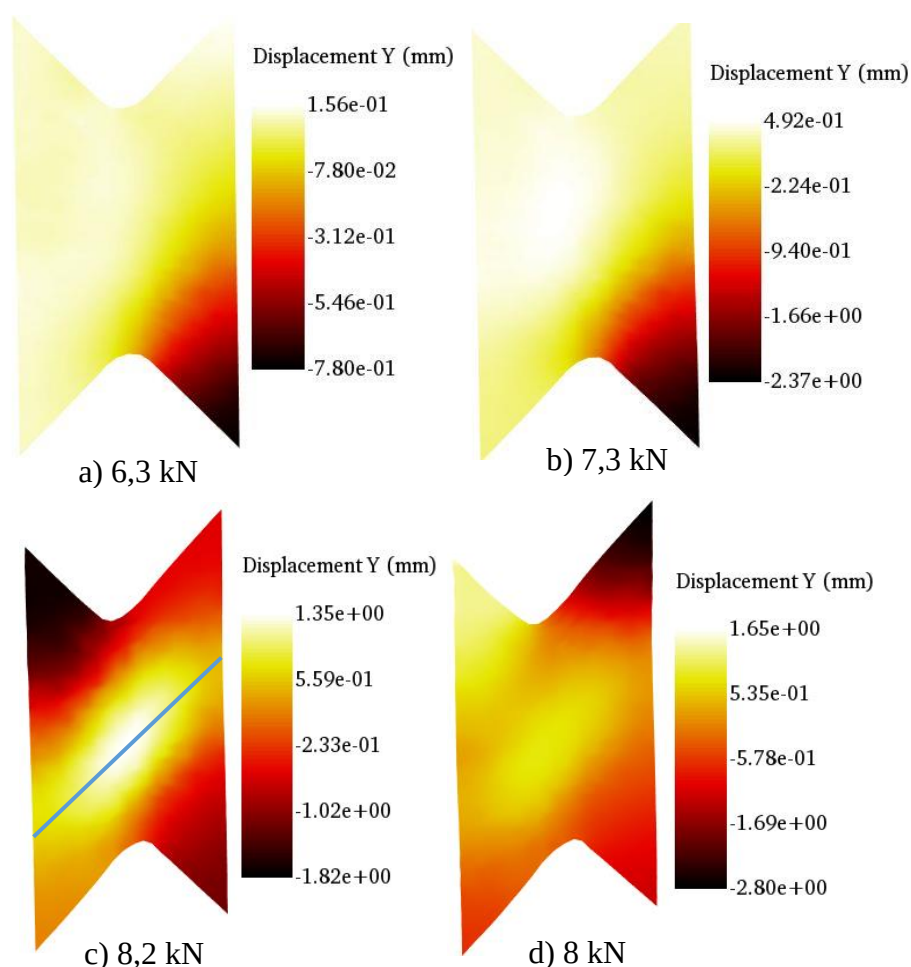
Slika 76. a.)) do izražaja dolazi zakretanje promatranog područja. Nakon postizanja vlačne čvrstoće, vrijednosti sile i naprezanja počinju opadati, no pomaci i deformacije nastavljaju rasti. U trenutku kada je sila pala na vrijednost 8 kN (

Slika 76. b.)) može se vidjeti kako su pomaci u smjeru osi  $x$  narasli te se promatrano područje sve više zakreće.



**Slika 76. Pomaci u smjeru osi  $x$  za statičko smično ispitivanje uzorka E2**

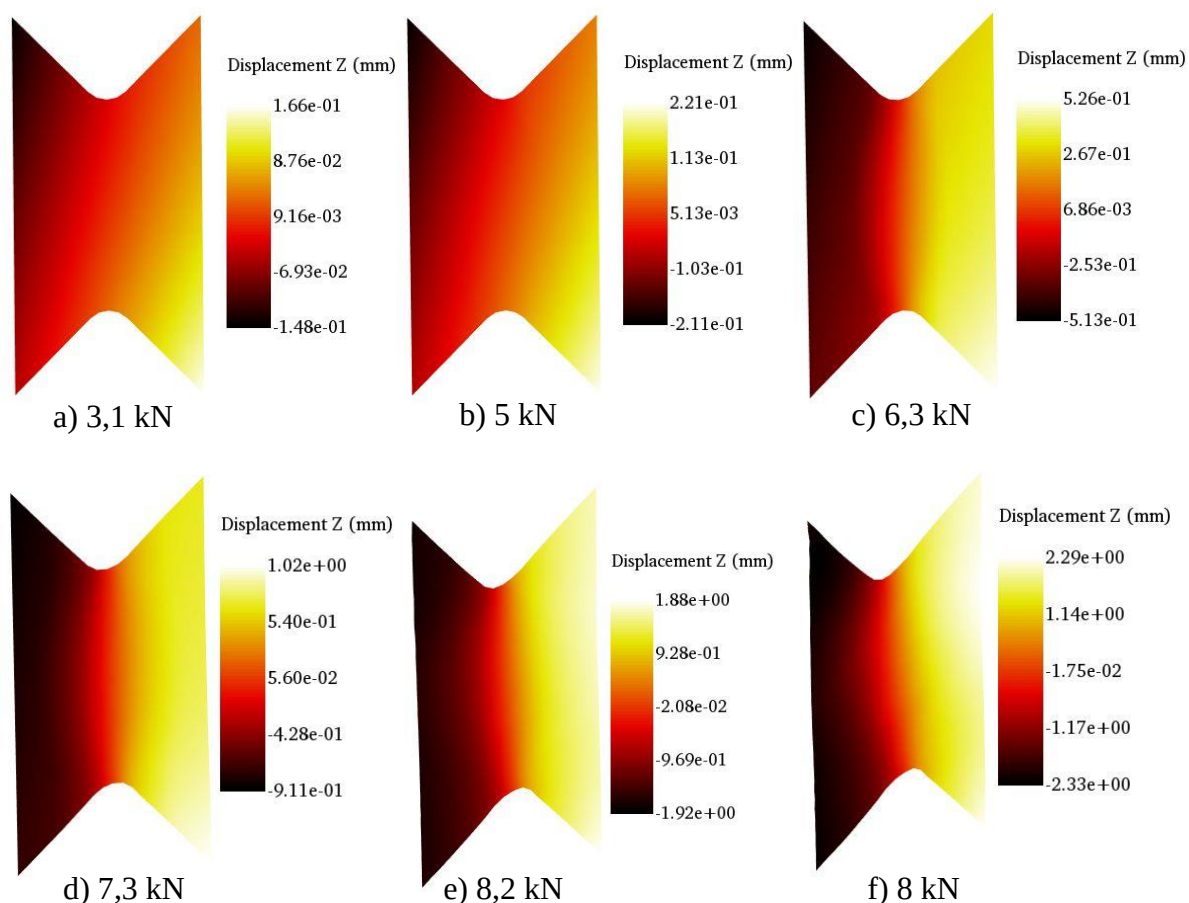
Pri manjim opterećenjima pomaci u smjeru osi  $y$  su zanemarivi. Pri sili od 6,3 kN (Slika 77. a)), može se uočiti kako su pomaci bitno veći u donjem desnom vrhu u odnosu na ostatak promatranog područja. Najveći zabilježeni pomak iznosio je 0,78 mm. U trenutku kada je iznos sile bio 7,3 kN (Slika 77. b)), vrijednost najvećeg pomaka iznosila je 2,37 mm. Ovakva raspodjela polja pomaka prisutna je do postizanja vlačne čvrstoće pri sili od 8,2 kN (Slika 77. c)). Kada je naprezanje izjednačeno sa vrijednošću vlačne čvrstoće, može se jasno vidjeti mjesto nastajanja *trbuha* kao rezultat izvijanja. Uslijed korištenja potpore od pleksiglasa debljine 5 mm, uočava se kako je polje pomaka simetrično u odnosu na dijagonalu (plava crta). U usporedbi sa ispitivanjem gdje se nije koristila potpora, pomaci su bitno manji te je kasnije nastupilo izvijanje. *Trbuh* je prikazan eliptičnom raspodjelom pomaka gdje su pomaci u pozitivnom smjeru osi  $y$ . Oko stvorenog *trbuha*, materijal je izdignut, stoga se ta pojava prikazuje negativnim pomacima u smjeru osi  $y$ . Najveći pomak na „trbuhu“ iznosi 1,35 mm, a najveći pomak na izdignutom dijelu iznosi -1,82 mm. Daljnjim opterećivanjem, materijal gubi stabilnost te dolazi do daljnje preraspodjele polja pomaka. Sila i naprezanja opadaju, ali se materijal nastavlja deformirati. Pri sili od 8 kN (Slika 77. d)), najveći pomak iznosio je 2,8 mm. Uslijed sve većih pomaka, došlo je do puknuća pleksiglasa na mjestu potpornog vijka.



Slika 77. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E2

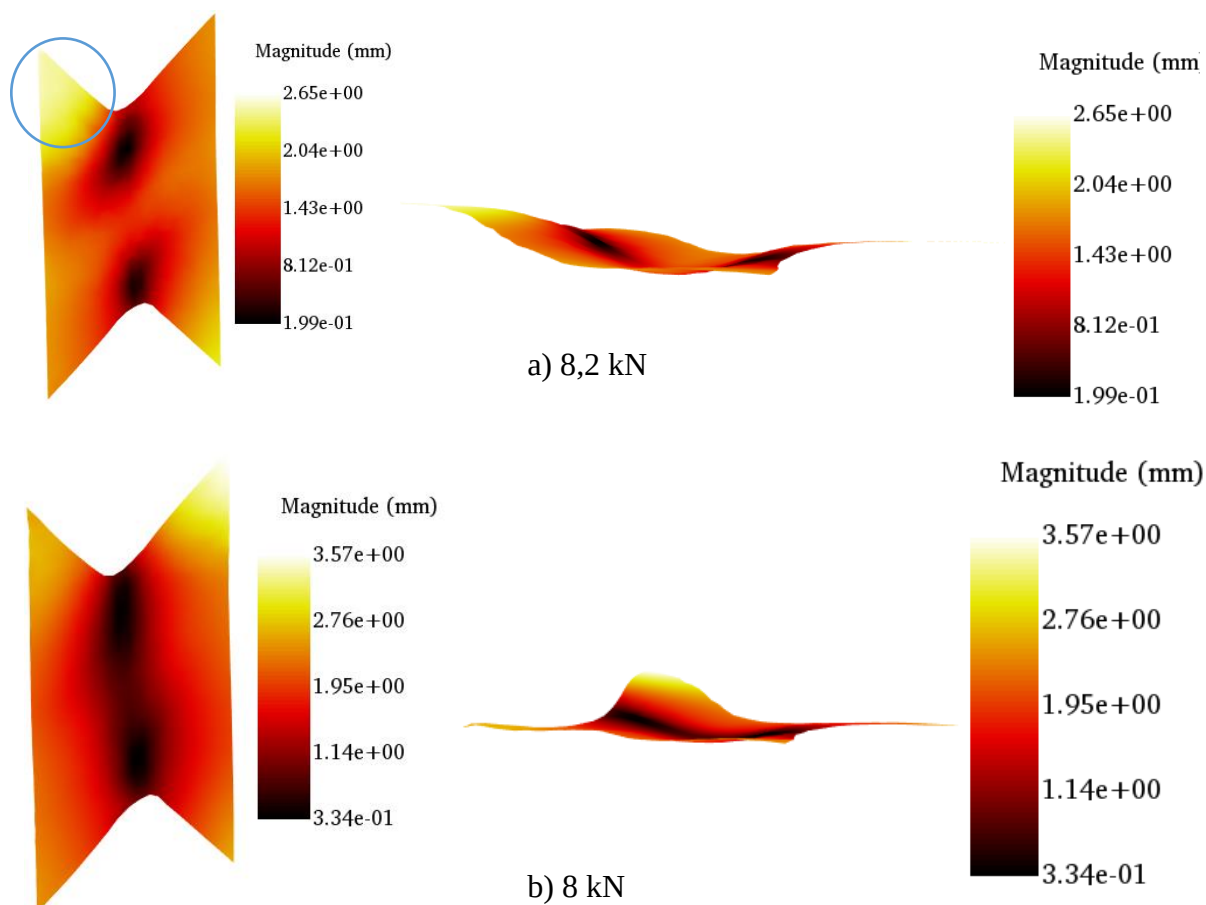
Pri niskim opterećenjima, tj. u području elastičnih deformacija, prije granice tečenja, polje pomaka je nehomogeno te pomaci nisu jednoliko raspodijeljeni. Ostvarivanjem sile od 3,1 kN (Slika 78. a)) najveći pomak iznosio je 0,166 mm. Do granice tečenja (Slika 78. b)) deformacije su bile elastične, te nakon granice tečenja dolazi do plastifikacije ispitnog uzorka. Kada je naprezanje doseglo vrijednost od 300 MPa uslijed sile od 6,3 kN (Slika 78. c)), najveći pomak iznosio je 0,526 mm. U plastičnom području, pomaci su jednoliko raspodijeljeni na lijevoj i desnoj polovici promatranog područja. Pri naprezanju od 350 MPa, tj. u trenutku kada je sila iznosila 7,3 kN (Slika 78. d)), desni kraj promatranog područja pomaknuo se za 1 mm u pozitivnom smjeru osi z. Ostvarivanjem naprezanja jednakog vlačnoj čvrstoći, vrijednosti pomaka i deformacija nastavljaju rasti uz pad sile. Kada je postignuta najveća sila iznosa 8,2 kN (Slika 78. e)), najveći pomak je iznosio 1,88 mm. Daljnjim opterećivanjem dosegnute su vrijednosti pomaka od 2,3 mm (Slika 78. f))





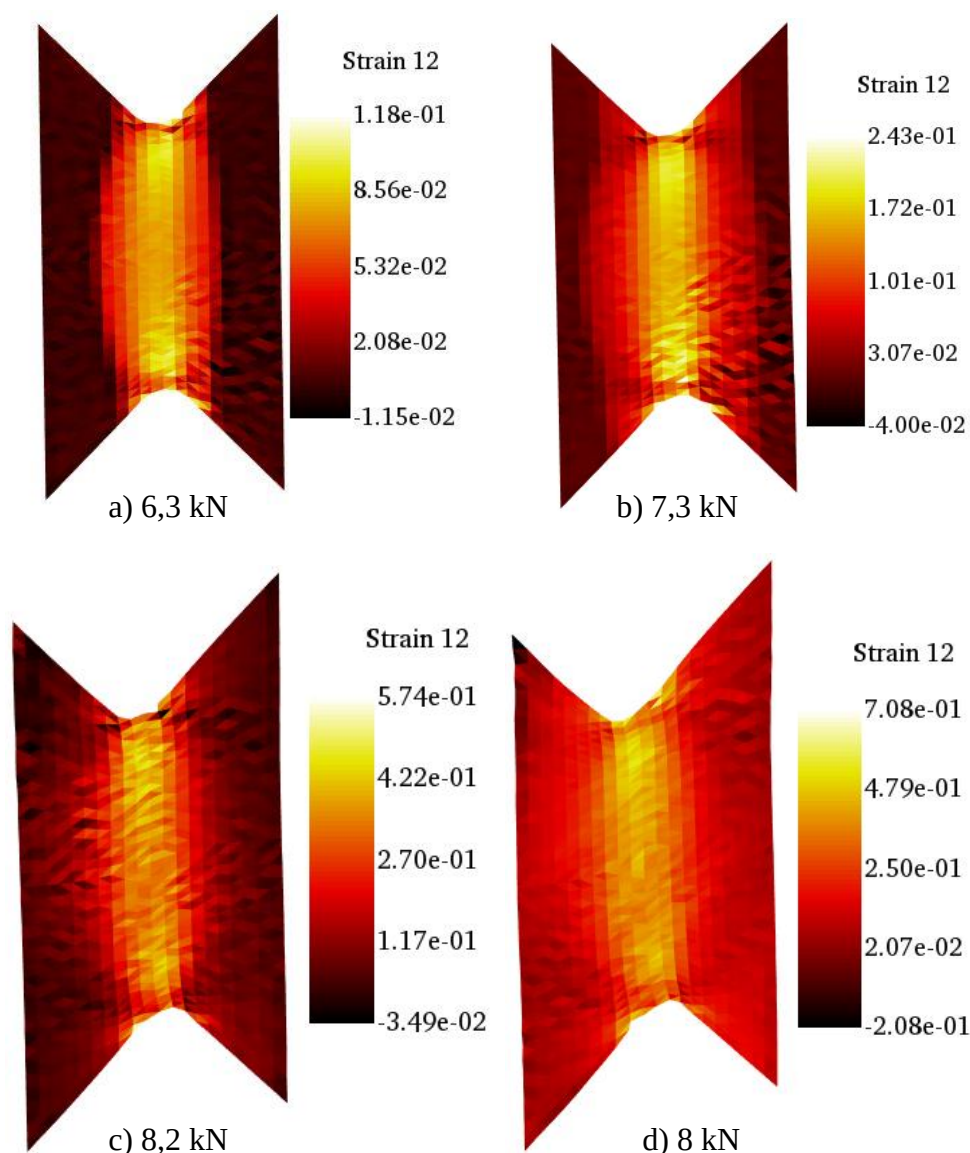
Slika 78. Pomaci u smjeru osi  $z$  za statičko smično ispitivanje uzorka E2

Vrijednosti ukupnih pomaka najveće su na rubovima promatranog područja. Na *trbuhu* su najmanji pomaci. Pri sili od 8,2 kN (Slika 79. a)), tj. kada je naprezanje doseglo vrijednost vlačne čvrstoće, može se vidjeti pojava izvijanja oko središnjeg djela promatranog područja. Gornji vrh (plava kružnica) se pomaknuo za 2,65 mm. Najmanji pomaci pripadaju područjima označenim crnom bojom, te najmanji pomak iznosi 0,2 mm. U trenutku kada se vrijednost sile spustila na 8 kN (Slika 79. b)), može se uočiti kako se najmanji pomaci lokaliziraju između vrhova V zareza. Najmanje vrijednosti iznosile su 0,34 mm, te prema rubovima su vrijednosti pomaka rasle.



Slika 79. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E2

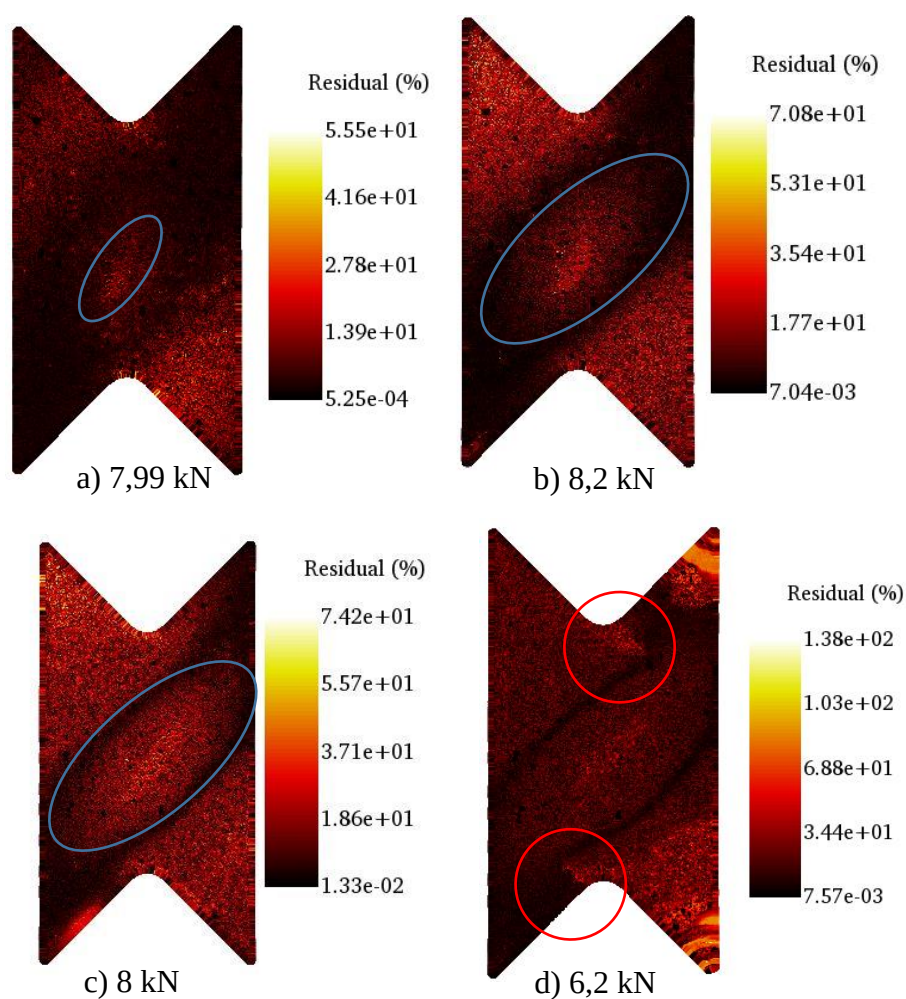
Opterećivanjem ispitnog uzorka naprezanjem većim od granice tečenja, počinju se stvarati plastične deformacije. Kutne deformacije lokalizirane su između vrhova V zarez. Pri sili od 6,2 kN (Slika 80. a)), prosječne vrijednosti kutnih deformacija između vrhova V zarez iznosile su 8,2%. Pri naprezanju od 300 MPa kada je sila iznosila 7,3 kN (Slika 80. b)), prosječne vrijednosti deformacija iznosile su 17,1%. Također, može se uočiti kako se područje kutnih deformacije širi prema vanjskim rubovima promatranog područja. Deformacije su dosegle vrijednosti od 35% u trenutku kada je vrijednost sile bila 8,2 kN (Slika 80. c)), tj. kada je naprezanje doseglo vrijednost vlačne čvrstoće. Područje kutnih deformacija nastavlja se širiti prema vanjskim rubovima. Najveće zabilježene deformacije pri sili od 8 kN (Slika 80. d)) iznose 41%. Sa slike je vidljivo kako je cijelo promatrano područje obuhvaćeno povećanim kutnim deformacijama uslijed gubitka stabilnosti materijala.



Slika 80. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E2

Tijekom analize iznimno je bitno promatrati vrijednost reziduala. Pri naprezanju jednakom vlačnoj čvrstoći, uočava se pojava *trbuha*. Mjesto stvaranja *trbuha*, na slici se vidi kao mjesto većih grešaka (plava elipsa). Pri vrijednosti sile od 7,99 kN (Slika 81. a)), može se vidjeti početak pojavljivanja *trbuha*. Na slici je označen dio povišenih reziduala do kojih je došlo uslijed pritiskanja materijala na pleksiglas. Nadalje, kada je sila dosegla vrijednost 8,2 kN (Slika 81. b)), jasno se može vidjeti mjesto na kojem će se stvoriti *trbuh*. Daljnjim opterećivanjem materijal gubi stabilnost te dolazi do jasne pojave *trbuha* (Slika 81. c)). Na slici 81. d) mogu se vidjeti mjesta nastajanja pukotina (crvene kružnice). Pukotine simetrično nastaju te simetrično propagiraju.





Slika 81. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E2

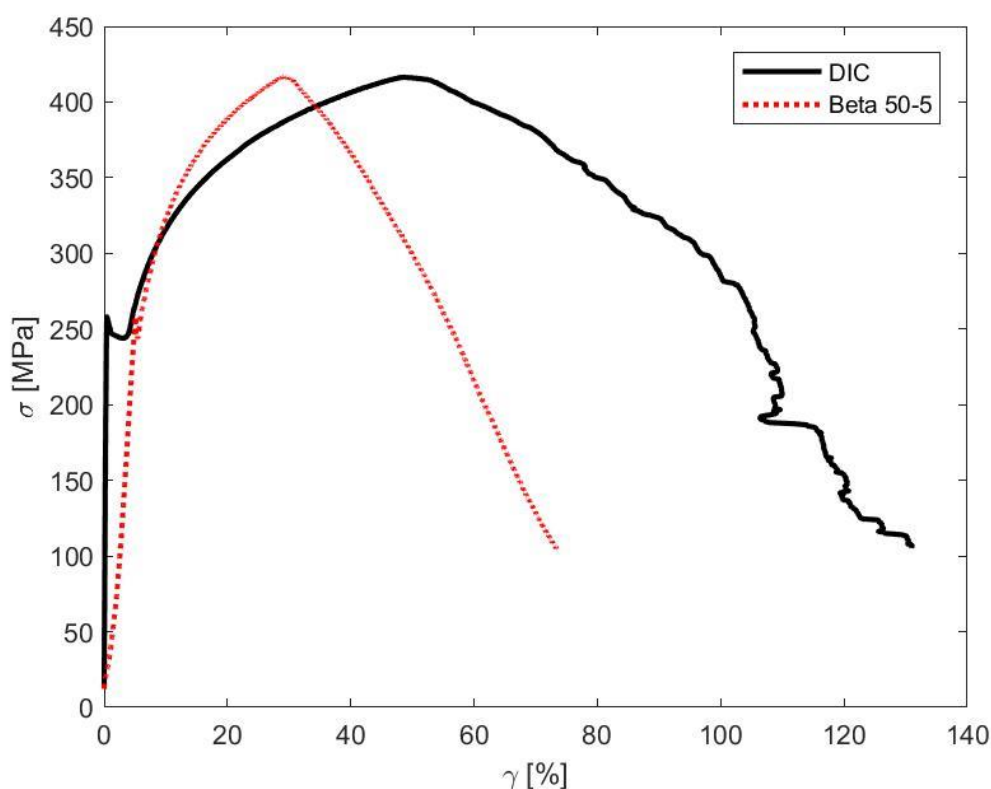
Slika 82. prikazuje deformirani ispitni uzorak na kojem se primijenila potpora pleksiglasa debljine 5 mm. Može se uočiti na slici kako je došlo do blagog izvijanja. Naime, kao što je već napomenuto, prilikom ovog ispitivanja sustav je bio previše ukrućen stezanjem matica za povezivanje prihvata i statičke kidalice. Prihvat nije imao mogućnost samo podešavanja kako bi kompenzirao za nesavršenosti stvorene tijekom izrade prihvata i ispitnih uzoraka.



Slika 82. Deformirani ispitni uzorak E2

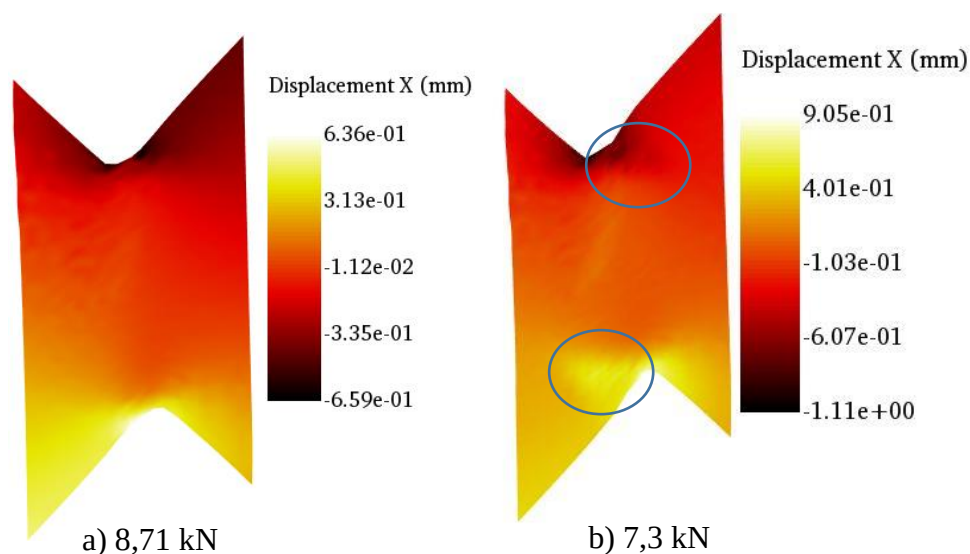
### 8.3. Rezultati analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E3 primjenom treće konfiguracije eksperimentalnog postava

Tijekom ovog ispitivanja korištena je potpora od pleksiglasa debljine 10 mm te veza Arcan prihvata i statičke kidaice nije bila ukrućena. Slika 83. prikazuje usporedbu krivulja izračunatog inženjerskog napreznja i kutnih deformacija. Primjenom DIC metode izračunate su mnogo veće deformacije. Izračunata vrijednost granice tečenja je 258 MPa pri sili od 5,4 kN. Vrijednost vlačne čvrstoće iznosi 416,42 MPa pri sili od 8,71 kN.



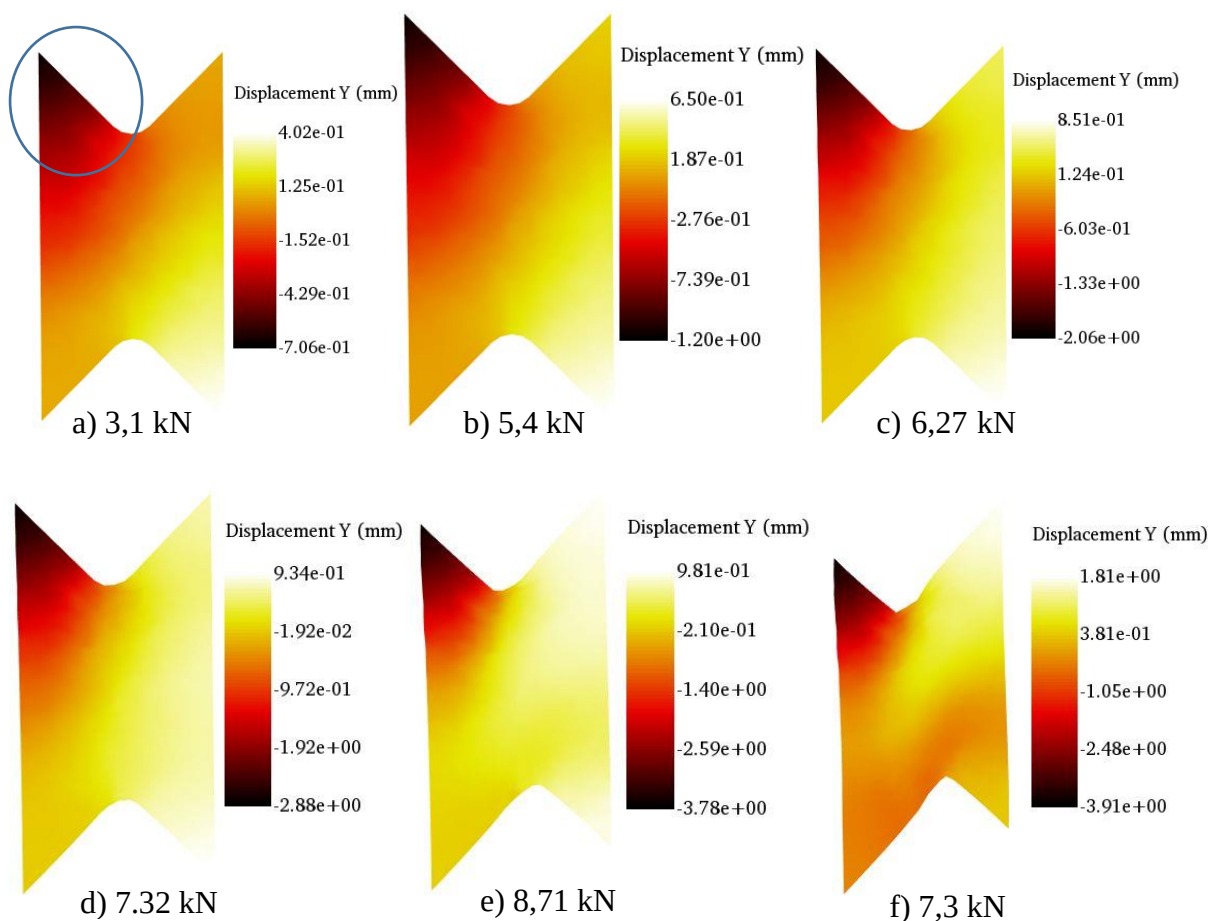
Slika 83. Krivulja inženjerskog napreznja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E3

Pomaci u smjeru osi  $x$  zanemarivi su sve dok napreznje ne dosegne vrijednost vlačne čvrstoće. Naime, nakon što sila dosegne najveću vrijednost od 8,71 kN (Slika 84. a)), materijal se počinje ponašati nestabilno. Najveći pomak iznosi 0,659 mm u negativnom smjeru osi  $x$ . Nakon što napreznje dosegne vrijednost vlačne čvrstoće, vrijednost napreznja počinje opadati. Snižavanjem iznosa sile na 7,3 kN (Slika 84. b)) najveći pomak iznosio je -1,11 mm. Sa slika se može jasno vidjeti kako se gornji kraj pomiče u negativnom smjeru osi  $x$ , a donji u pozitivnom smjeru. Takva raspodjela pomaka rezultira zakretanjem promatranog područja. Na slikama se mogu uočiti mjesta pojavljivanja pukotina. Ta mjesta označena su plavom kružnicom.



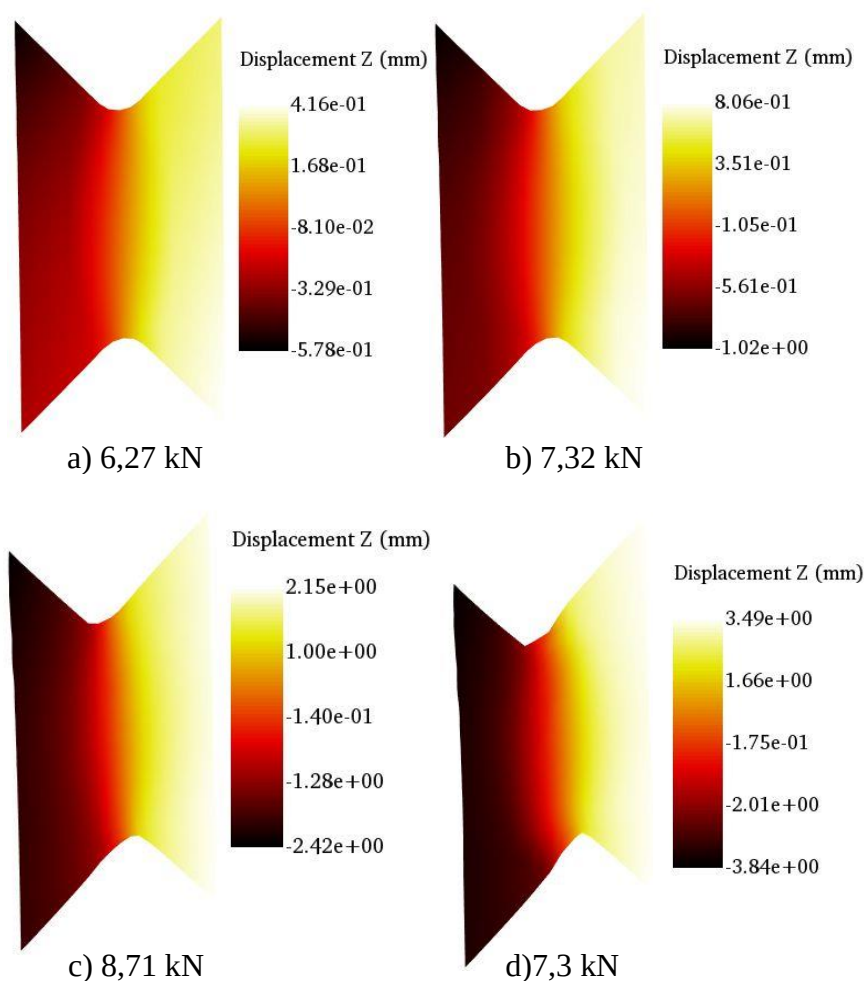
**Slika 84. Pomaci u smjeru osi x za statičko smično ispitivanje uzorka E3**

Pomaci u smjeru osi y koncentriraju se već pri manjim silama u gornjem lijevom kutu promatranog područja (plava kružnica). Pri sili od 3,1 kN (Slika 85. a)), naprezanje je iznosilo 150 MPa te ispitni uzorak se još uvijek nalazio u elastičnom području deformacija. Najveći pomak je iznosio 0,7 mm. Porastom sile, naprezanje doseže vrijednost granice tečenja materijala. Kada je sila postigla vrijednost 5,4 kN (Slika 85. b)), naprezanje u materijalu je bilo jednako granici tečenja te su se počele javljati prve plastične deformacije. Najveći pomak u lokaliziranom području iznosio je 1,2 mm. Daljnjim porastom sile, materijal se sve više plastično deformira. Pri naprezanju od 300 MPa, sila je iznosila 6,27 kN (Slika 85. c)) te najveći pomak dosegao je vrijednost od 2 mm. Pri iznosu sile od 7,32 kN (Slika 85. d)), naprezanje je doseglo vrijednost od 350 MPa. Najveći pomak iznosio je 2,88 mm. Najveća postignuta sila iznosila je 8,71 kN (Slika 85. e)). Uslijed najveće sile, javlja se naprezanje u materijalu koje je jednako vlačnoj čvrstoći materijala. Vrijednost najvećeg pomaka iznosi 3,78 mm. Međutim, u gornjem desnom kutu, vrijednost pomaka u pozitivnom smjeru osi y raste. Nakon što iznos sile padne na 7,3 kN (Slika 85 f)), pomaci su nehomogeno raspodijeljeni. Najveći pomak iznosio je -3,91 mm, a u pozitivnom smjeru 1,81 mm.



**Slika 85. Pomaci u smjeru osi y za statičko smično ispitivanje uzorka E3**

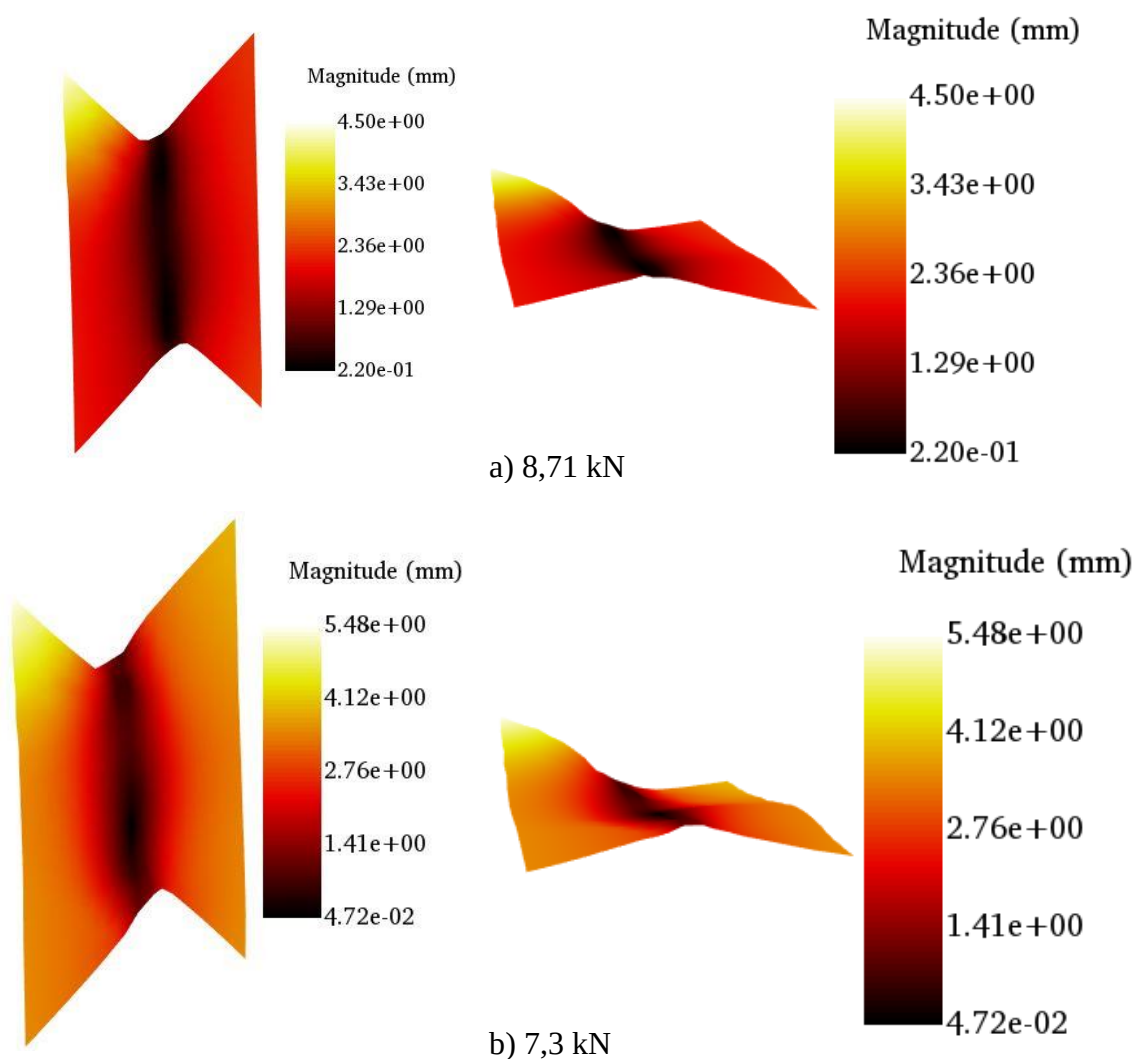
Nakon granice tečenja, pomaci u smjeru osi z se ravnomjernije raspoređuju. Na desnoj, pomičnoj strani promatranog područja su veći pomaci u odnosu na lijevi dio. Uslijed sile od 6,27 kN (Slika 86. a)), najveći pomak iznosio je 0,4 mm. Daljnjim opterećivanjem, pomak raste na 1 mm pri opterećenju od 7,32 kN (Slika 86. b)). Pri sili od 8,71 kN (Slika 86. c)), postignuta vrijednost naprezanja jednaka je vlačnoj čvrstoći materijala. Pomak u pozitivnom smjeru osi z iznosio je 2,15 mm. Nakon što se vrijednost naprezanja snizila na 350 MPa, sila je iznosila 7,3 kN (Slika 86. d)), a najveći pomak u pozitivnom smjeru osi 3,49 mm.



Slika 86. Pomaci u smjeru osi z za statičko smično ispitivanje uzorka E3

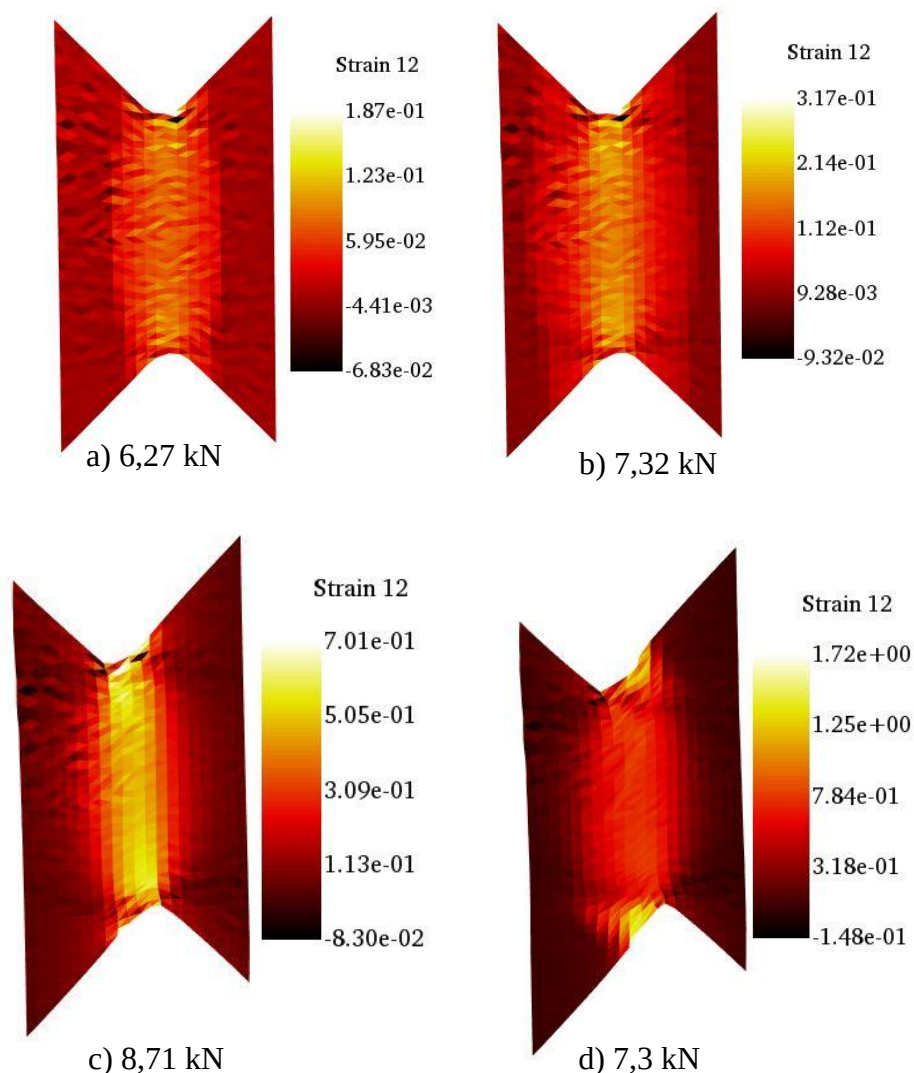
Ukupni pomaci prikazuju kako dolazi do izvijanja ispitnog uzorka. Pri opterećenju od 8,71 kN (Slika 87. a)), naprezanje u materijalu odgovara vlačnoj čvrstoći, te može se uočiti pojava područja manjih pomaka između vrhova V zareza. Pomaci su lokalizirani u gornjem lijevom vrhu promatranog područja. Nakon što sila i naprezanje počnu padati, pomaci i deformacije nastavljaju rasti. Snižavanjem iznosa sile na 7,3 kN (Slika 87. b)), što odgovara naprezanju od 350 MPa, može se vidjeti kako je raspodjela pomaka jednaka kao na prethodnoj slici. Može se uočiti kako ne dolazi do izvijanja na promatranom području, osim u gornjem lijevom vrhu promatranog područja.





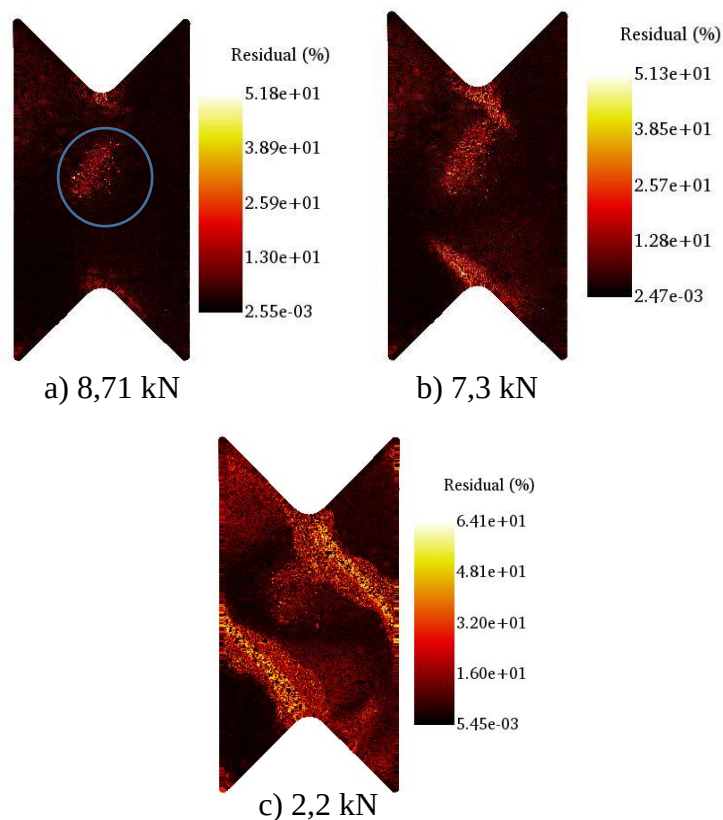
Slika 87. Ukupni pomaci za statičko smično ispitivanje uzorka E3

Pri naprezanju većem od granice tečenja, područje između V zareza se počinje plastificirati. Vrijednost naprezanja od 300 MPa postignuta je pri sili od 6,27 kN (Slika 88. a)). Prosječne vrijednosti kutnih deformacija između vrhova V zareza iznosile su 8%. Povećavanjem sile na 7,32 kN (Slika 88. b)), postiže se naprezanje iznosa 350 MPa. Pri takvom naprezanju, iznos prosječnih kutnih deformacija bio je jednak 16,6%. Povećanjem naprezanja za 50 MPa, iznos deformacija promijenio se za 8,6%. Kada je vrijednost naprezanja jednaka vlačnoj čvrstoći (Slika 88. c)), iznos prosječnih deformacija povećan je na 48,7%. Vrijednost prosječnih deformacija pri naprezanju vlačne čvrstoće je skoro tri puta veći nego pri naprezanju od 350 MPa. Padom sile na 7,3 kN (Slika 88. d)), ostvaren je iznos prosječnih deformacija od 79,8%. Naime, zbog pojave pukotine, daljnji rezultati nisu uzeti u obzir.



**Slika 88. Kutne deformacije za statičko smično ispitivanje uzorka E3**

Analizom vrijednosti reziduala na promatranom području može se pratiti nastajanje te propagiranje pukotine. Uočava se kako pukotine nastaju simetrično oko vrhova V zareza. Kada naprezanje dosegne vrijednost vlačne čvrstoće (Slika 89. a)), materijal gubi stabilnost te dolazi do pojave pukotine. Do područja povišenih reziduala u sredini promatranog područja (Slika 89. a) plava kružnica) dolazi do pritiskanja materijala uz pleksiglas. Daljnjim opterećivanjem, pukotina propagira. Obje pukotine propagiraju simetrično. Pri sili od 7,3 kN (Slika 89. b)), može se vidjeti kako su pukotine propagirale kroz materijal. Na kraju ispitivanja, analizom je utvrđen konačan oblik obiju pukotina. Obje pukotine su simetrične oblikom i dimenzijama kao što se vidi na slici 89. c).



**Slika 89. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzorka E3**

Slika 90. prikazuje oštećeni ispitni uzorak E3 na koji je bila postavljena potpora od pleksiglasa debljine 10 mm. Može se uočiti kako je došlo do blagog izvijanja materijala. No međutim, u odnosu na ispitivanje gdje se koristio pleksiglas debljine 5 mm, izvijanje u ovom slučaju je bitno smanjeno.

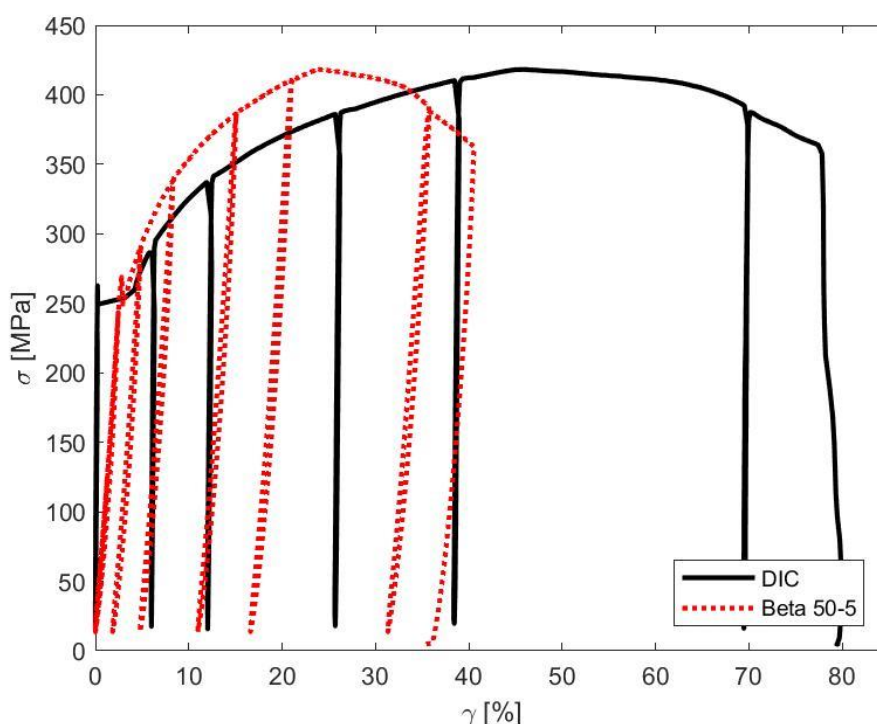


**Slika 90. Deformirani ispitni uzorak E3**



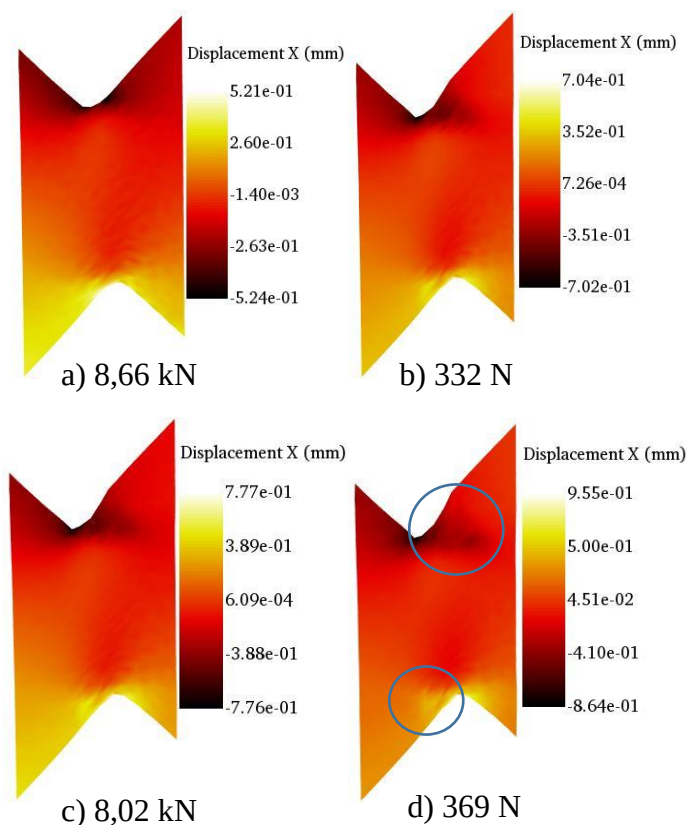
#### 8.4. Rezultati analize mjerenja polja pomaka ispitnog uzorka E4 primjenom treće konfiguracije eksperimentalnog postava

Cikličko smično ispitivanje provedeno je uz korištenje pleksiglasa debljine 10 mm kako bi se spriječilo značajno izvijanje ispitnog uzorka. Na dijagramu (Slika 91) može se vidjeti elastični povrat pri rasterećenju. Nakon rasterećenja, elastične deformacije iščezavaju te preostaju samo plastične deformacije koje se mogu očitati. Iznos granice tečenja je 262,8 MPa, a vrijednost vlačne čvrstoće iznosi 418,2 MPa.



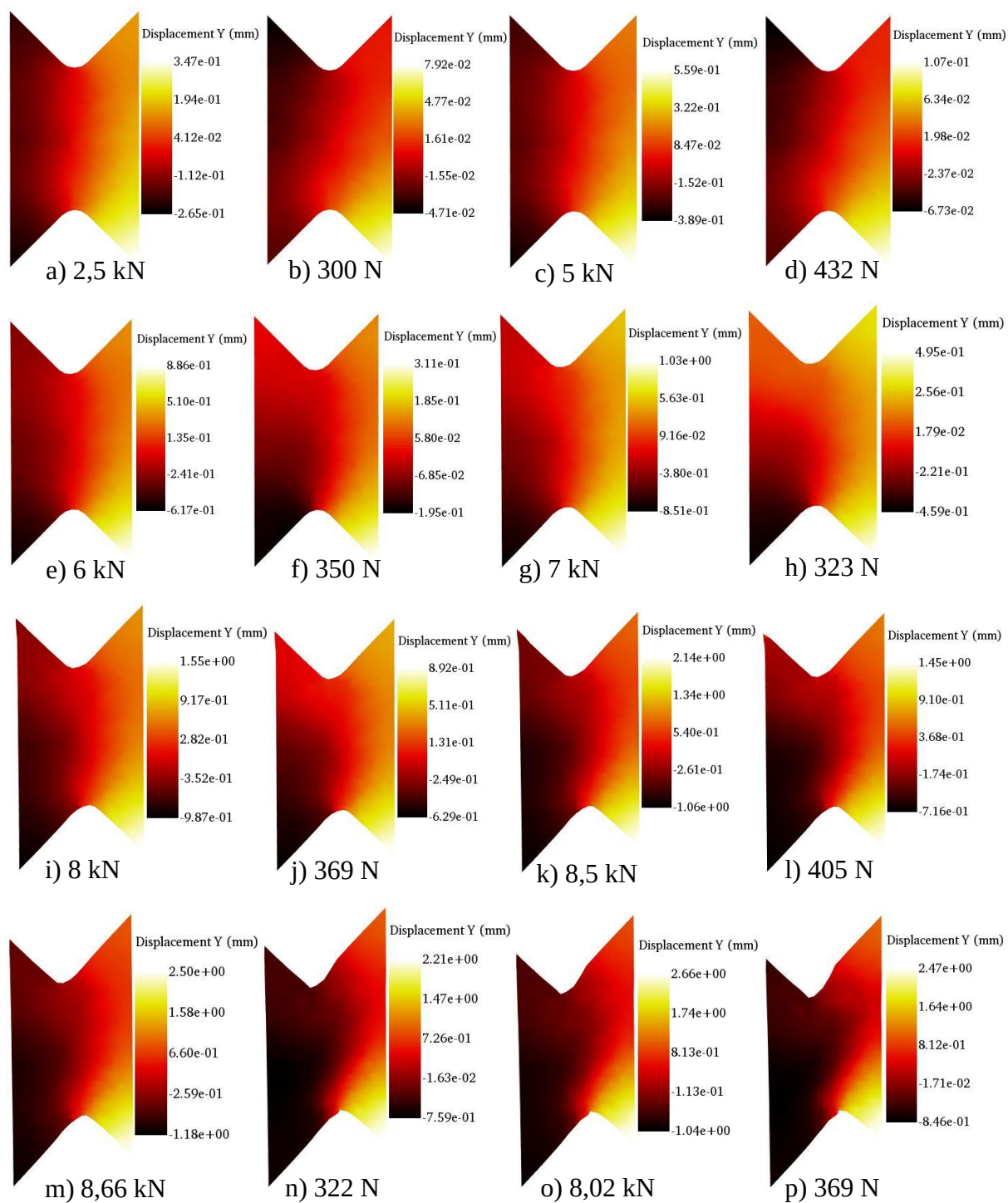
Slika 91. Krivulja inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija ispitnog uzorka E4

Tijekom ispitivanja, pomaci u smjeru osi  $x$  su zanemarivi u odnosu na pomake u smjerovima osi  $y$  i  $z$ . No međutim, analizom raspodjele pomaka u smjeru  $x$  osi može se vidjeti kako dolazi do zakretanja promatranog područja kao i u prethodnim analizama. Iznosi pomaka poprimaju vrijednosti od 0,5 mm pri sili od 8,66 kN (Slika 92. a)). Rasterećivanjem, pomaci nastavljaju rasti do vrijednosti od 0,7 mm (Slika 92. b)). Sila raste do vrijednosti 8,02 kN (Slika 92. c)) te pomaci postižu vrijednosti od 0,77 mm. Na kraju posljednjeg ciklusa pri rasterećenju, vrijednost pomaka raste do iznosa od približno 1 mm. Zakretanje promatranog područja ima utjecaj na izvijanje ispitnog uzorka. Na slikama se mogu primijetiti mjesta pojava pukotina (Slika 92. d) plava kružnica). Mjesta pojavljivanja pukotina je simetrično, no pukotina pri gornjem vrhu se pojavila prije pukotine pri donjem vrhu.



**Slika 92. Pomaci u smjeru osi x pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4**

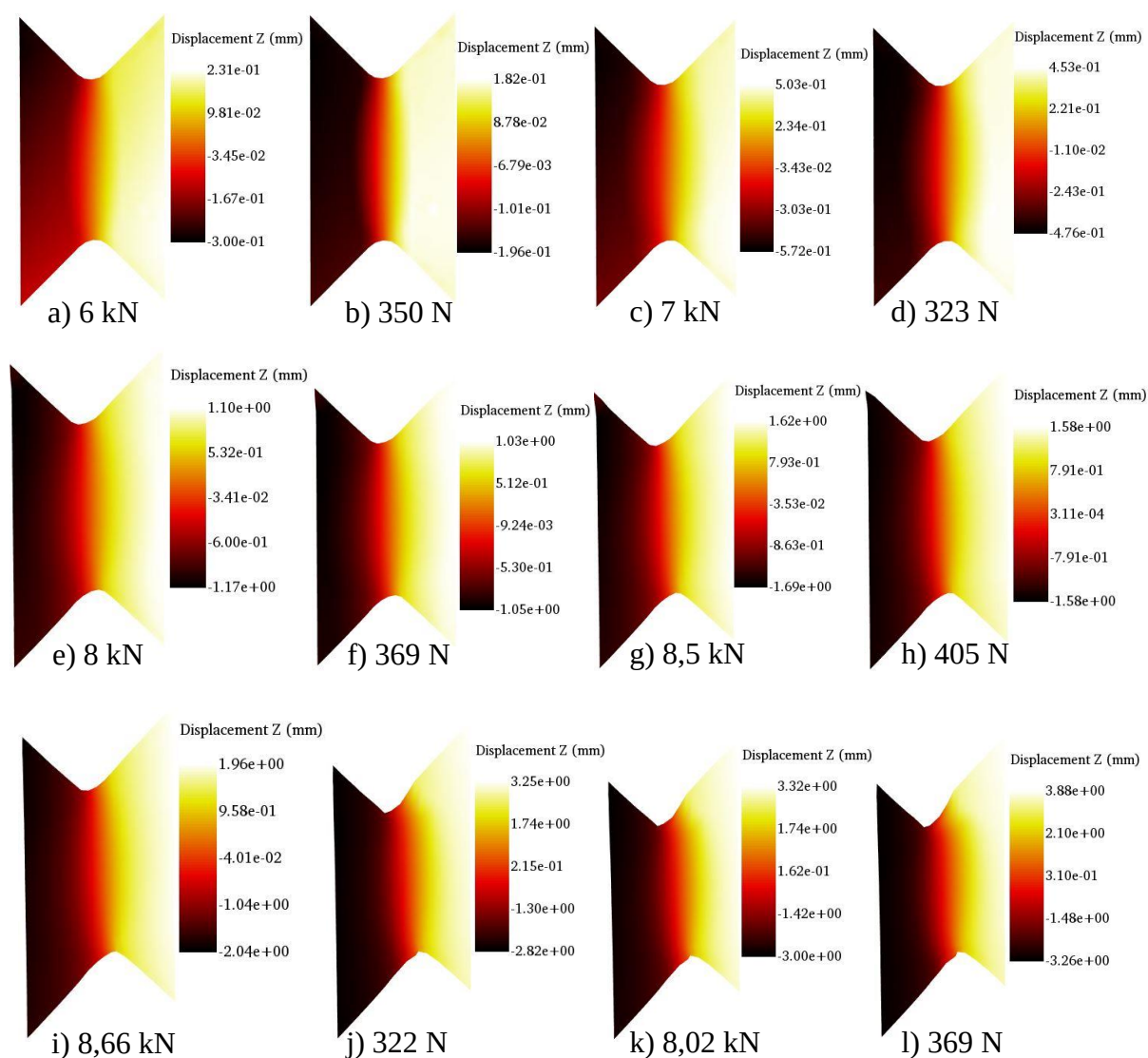
Pomaci u smjeru osi y lokaliziraju se u donjem desnom vrhu promatranog područja. U prva dva ciklusa (Slika 93. a) do d)), materijal se nalazi u području elastičnih deformacija. Naprezanje doseže vrijednost veću od granice tečenja u trećem ciklusu te dolazi do stvaranja plastičnih deformacija. Na vrhuncu trećeg ciklusa, naprezanje iznosi 286,43 MPa pri sili od 6 kN (Slika 93. e)). Najveći pomak iznosi 0,886 mm, te rasterećivanjem na 432 N (Slika 93. f)) pomak iznosi 0,31 mm, a naprezanje 17,4 MPa. U sljedećem ciklusu, naprezanje dostiže vrijednost od 337,2 MPa uslijed sile iznosa 7 kN (Slika 93. g)). U ovom ciklusu najveći pomak postiže vrijednost od 1 mm u donjem desnom kutu. Rasterećenjem na silu 323 N (Slika 93. h)), vrijednost pomaka se spusti na 0,5 mm te naprezanje iznosi 15,6 MPa. Sljedećim ciklusom, sila je porasla na vrijednost od 8 kN (Slika 93. i)) te je naprezanje iznosilo 386 MPa. Iznos najvećeg pomaka porastao je na 1,55 mm te rasterećivanjem smanjio se na 0,89 mm. Rasterećenjem iznos sile pao je na 369 N (Slika 93. j)), naprezanje je iznosilo 17,83 MPa. Najveća sila sljedećeg ciklusa iznosila je 8,5 kN (Slika 93. k)) te pripadno naprezanje koje se javlja u materijalu iznosi 410 MPa. Najveći pomak od 2,1 mm se, rasterećenjem na silu 405 N (Slika 93. l)), smanjio na 1,45 mm. Sljedećim ciklusom vrijednost naprezanja izjednačilo se vlačnom čvrstoćom iznosa 418,2 MPa. Pripadna najveća sila je iznosila 8,66 kN (Slika 93. m)) te najveći pomak 2,5 mm. Rasterećivanjem i ponovnim opterećivanjem (Slika 93. n) do p)).



**Slika 93. Pomaci u smjeru osi y pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4**

Polje pomaka u smjeru osi z jednoliko je raspodijeljeno nakon dostizanja granice tečenja te daljnjim opterećivanjem. Prva dva ciklusa nalazila su se u području elastičnih deformacija. U trećem ciklusu pojavljuju se prve plastične deformacije. Pri sili 6 kN (Slika 94. a)), naprezanje je iznosilo 233 MPa, a najveći pomak 0,2 mm. Rasterećenjem na silu 432 N (Slika 94. b)), vrijednost pomaka snizila se na 0,18 mm. U sljedećem ciklusu opterećivanja do sile 7 kN (Slika 94. c)), najveći pomak iznosio je 0,5 mm, a nakon rasterećenja 0,45 mm. Iznos

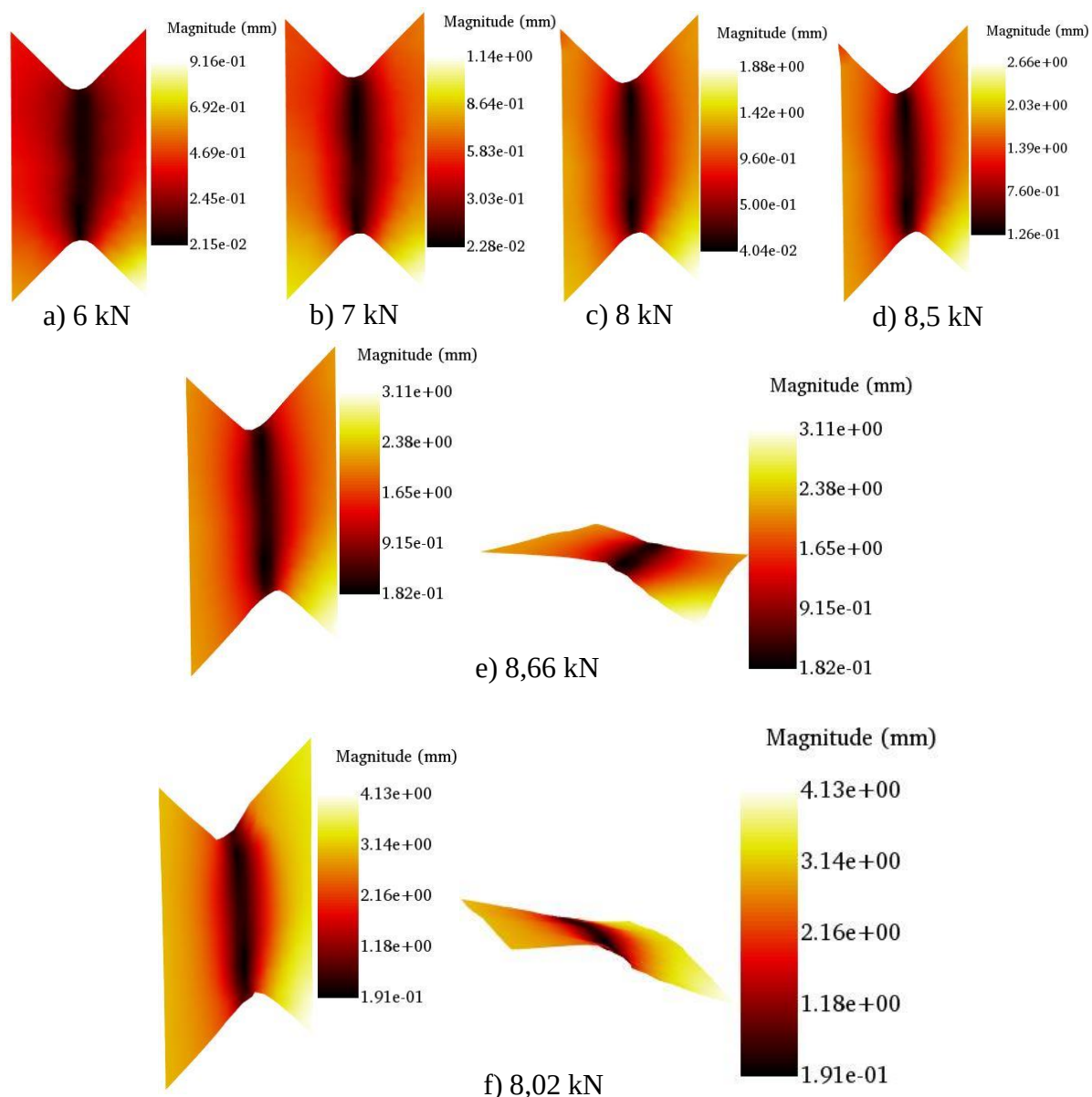
elastičnog pomaka približno iznosi 0,05 mm. Pomak u smjeru osi z postigao je vrijednost od 1 mm kada je sila iznosila 8 kN (Slika 94. e)). Rasterećenjem, vrijednost pomaka ostala je iznad 1 mm. Daljnjim opterećivanjem elastični povrat se sve više smanjuje. U ciklusu opterećivanja do iznosa sile 8,5 kN (Slika 94. g)), pomak je iznosio 1,62 mm, a nakon rasterećenja 1,58 mm. Iznos elastičnog povrata je 0,04 mm. Dostizanjem vlačne čvrstoće pri sili 8,66 kN (Slika 94.i)), materijal se počinje nestabilno ponašati te pomaci i deformacije rastu uz smanjenje sile.



**Slika 94. Pomaci u smjeru osi z pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E3**

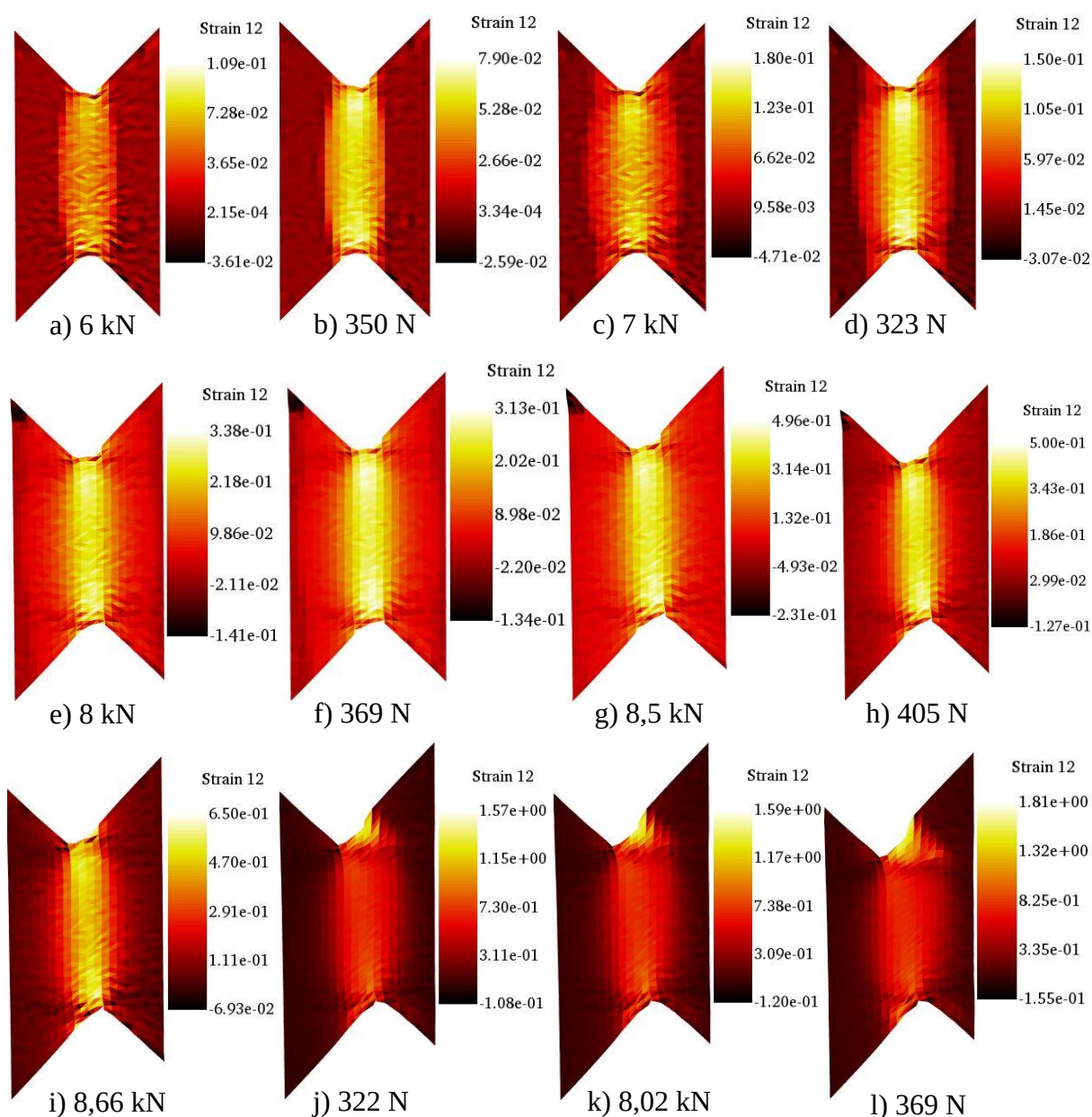
Ukupni pomaci prikazani su za najveće sile pojedinih ciklusa. Na svim slikama algoritam je izračunao kako su najmanji pomaci između vrhova V zareza. Pri sili od 6 kN (Slika 95. a)) može se vidjeti kako najveći pomak iznosi 0,916 mm. Nadalje, pri sili od 7 kN (Slika 95. b)), vidi se sve veći utjecaj pomaka u smjeru osi z. Pri iznosu sile 8,66 kN (Slika 95. e)) uočava se izvijanje promatranog područja. Najveći pomaci iznose približno 3 mm. U posljednjem ciklusu, najveća sila iznosi 8,02 kN (Slika 95. f)) te najveći pomak iznosi 4,13 mm.





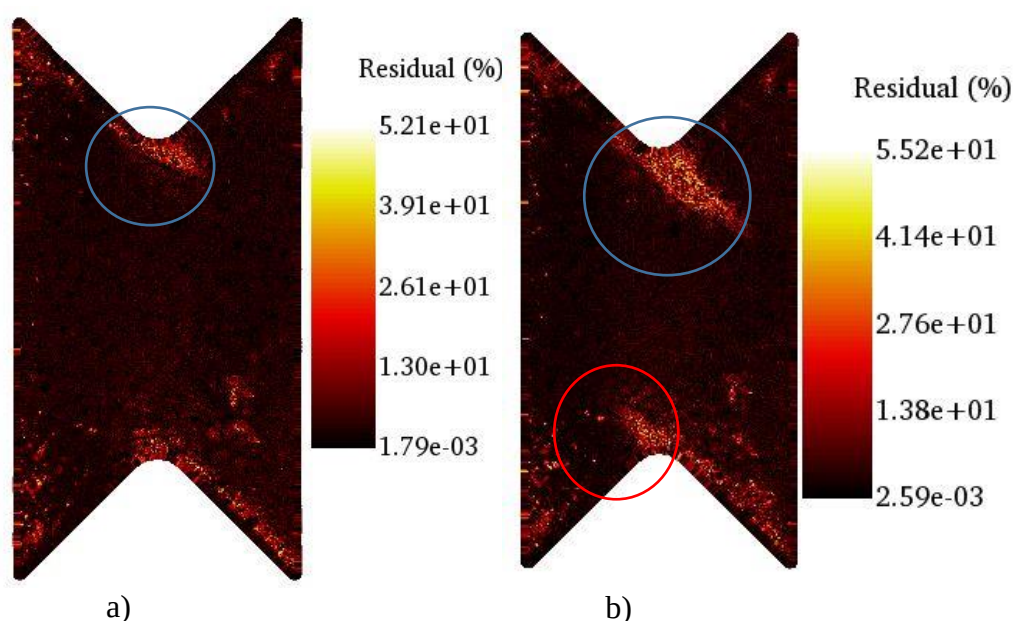
Slika 95. Ukupni pomaci pri cikličkom smičnom opterećenju uzorka E4

Kutne deformacije lokalizirane su između vrhova V zarez. Opterećivanjem do sile 6 kN (Slika 96. a)) kutne deformacije iznose približno 6%, a nakon rasterećenja na 350 N (Slika 96. b)) iznose 5,7 %. U drugom ciklusu, deformacije postižu vrijednosti od 11,5% pri sili od 7 kN (Slika 96. c)). Povećanjem sile na 8 kN (Slika 96. e)), iznos deformacija naraste na približno 25,2%. Smanjivanjem sile na 369 N (Slika 96. f)), iznos deformacije se smanji na 25,1%. U narednom ciklusu opterećivanja, vrijednosti postignute deformacije iznosi 38,28% uslijed opterećenja sile iznosa 8,5 kN (Slika 96. g)). Pri opterećenju jednakom vlačnoj čvrstoći (Slika 96. i)), iznos kutne deformacije narastao je na 46,2%. U posljednjem ciklusu pri sili od 8,02 kN (Slika 96. k)) postignut je iznos najveće deformacije iznosa 68,9%.



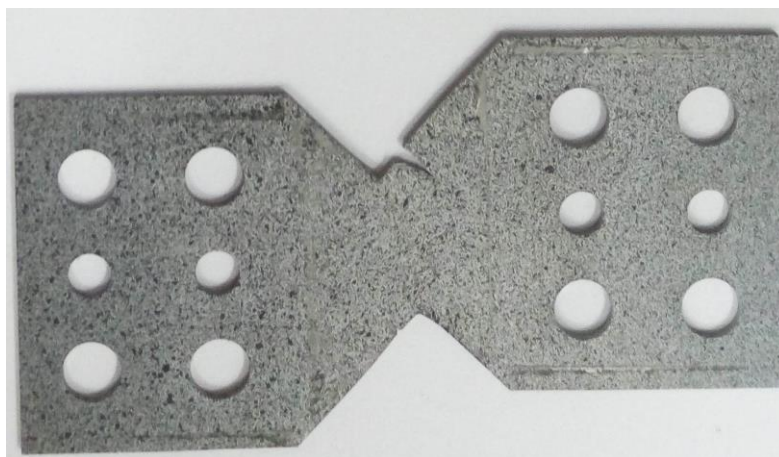
**Slika 96. Kutne deformacije za cikličko smično ispitivanje uzorka E4**

Praćenjem površinskih reziduala može se primijetiti mjesta nastajanja pukotina. Prva pukotina (Slika 97. a)) nastala je pri gornjem V zarezu (plava kružnica). Prva pukotina je nastavila propagirati. Druga pukotina (Slika 97. b)) pojavila se na donjem V zarezu (crvena kružnica).



Slika 97. Raspodjela reziduala na površini ispitnog uzroka E4

Slika 98. prikazuje deformirani ispitni uzorak E4 koji je bio podvrgnut cikličkom smičnom opterećenju. Može se primijetiti kako izvan ravninski pomaci na promatranom području nisu izraženi. Također može se vidjeti kako pukotine nastaju na simetričnim mjestima, no pukotina na gornjem V zarezu je znatno više propagirala.



Slika 98. Deformirani ispitni uzorak E4

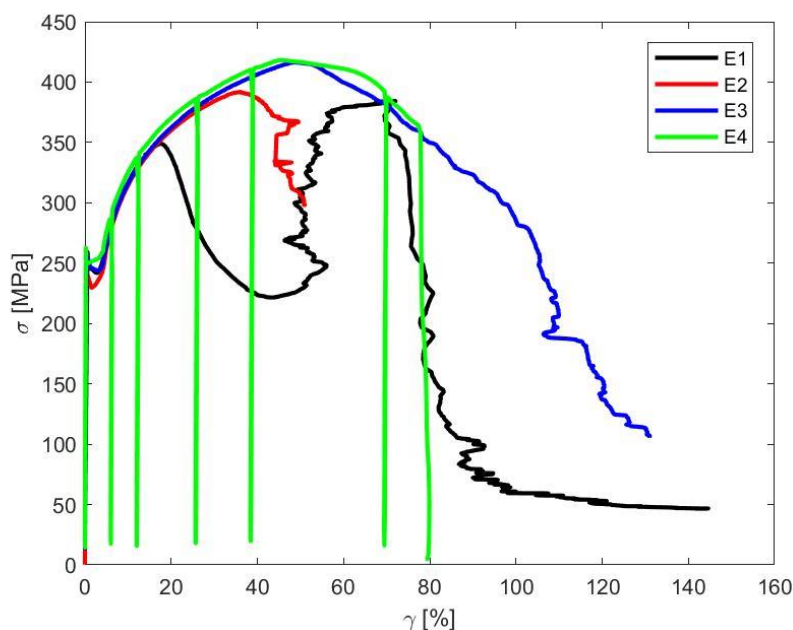
## 9. DISKUSIJA

Po završetku provedenih analiza u programu *EikoTwin*, uspoređen je globalni odziv materijala za sva četiri provedena ispitivanja. Primjenom globalnog pristupa korelacije digitalne slike, analizirana su sva četiri ispitivanja te su izmjerena polja pomaka i izračunata polja deformacija.

Budući da statička kidalica Beta 50-5 (*Messpyhsik* Austrija) i *EikoTwin* neovisno zabilježavaju podatke, bilo je potrebno povezati te uskladiti informacije iz oba izvora. Povezivanjem vremena zabilježenih slika te promjena sile u vremenu određena je međusobna ovisnost narinute sile i izmjerenih pomaka i/ili deformacija. Normalizacijom sile sa površinom karakterističnog poprečnog presjeka određeno je odgovarajuće inženjersko naprezanje. Iz navedenih podataka uspoređene su krivulje inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija za četiri mehanička ispitivanja na smik provedena u sklopu ovog rada (Slika 99). Iz skupnog dijagrama moguće je uočiti dobro poklapanje globalnog odziva materijala do pojave nestabilnosti uzrokovane izvijanjem promatrane zone interesa kod ispitnih uzorka E1 (do 18 % deformacija) i E2 (do 33% kutnih deformacija). Izvijanje kod ispitnog uzorka E1 nastupilo je uslijed zbog nekorištenja dodatne potpore koja je neophodna za izbjegavanje nestabilnosti kod mehaničkih ispitivanja tankih limova na smik. Nasuprot tome, kod uzorka E2 fenomen nestabilnosti uzrokovan je uvođenjem prevelikog prednaprezanja ispitnog uzorka ukrućivanjem Arcan prihvata na statičku kidalicu. Izvan ravninsko izvijanje nije zabilježeno tijekom ispitivanja uzoraka E3 i E4 budući da su oni provedeni s dodatnom potporom te bez ukrućivanja modularnog Arcan prihvata. Osim toga, kod navedenih ispitivanja zabilježen je najveći iznos vlačne čvrstoće te odgovarajućih kutnih deformacija.

U Tablica 5. prikazana je usporedba vrijednosti granice tečenja, vlačne čvrstoće te njene pripadne sile i deformacija za provedena četiri ispitivanja. Iz tablice se može očitati kako je najveća sila postignuta u slučaju korištenja potpore od pleksiglasa debljine 10 mm. Također, najveća zabilježena kutna deformacija pri vlačnoj čvrstoći izmjerena je u istom ispitivanju. Najveća granica tečenja zabilježena je u cikličkom ispitivanju. Pri istom ispitivanju, izmjerena je i najveća vlačna čvrstoća od 418,2 MPa. Najmanja sila očitana pri iznosu naprezanja vlačne čvrstoće pripadala je smičnom ispitivanju uzorka E1 te je iznosila 7,29 kN.





Slika 99. Skupni dijagram inženjerskog naprezanja i izmjerenih deformacija

Tablica 5. Usporedba karakterističnih veličina za sva četiri ispitivanja

| Ispitni uzorak | Granica tečenja, $\sigma_T$ [MPa] | Vlačna čvrstoća, $R_m$ [MPa] | Sila, $F$ [kN] | Kutna deformacija, $\gamma$ [%] |
|----------------|-----------------------------------|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| E1             | 259                               | 349                          | 7,29           | 17,54                           |
| E2             | 242,8                             | 392                          | 8,2            | 36,05                           |
| E3             | 258                               | 416,42                       | 8,71           | 48,74                           |
| E4             | 262,8                             | 418,2                        | 8,66           | 46                              |

Iz izmjerenih i izračunatih rezultata može se zaključiti kako su maksimalne vrijednosti vlačne čvrstoće kod mehaničkih ispitivanja sa potporom i bez ukrućivanja ispitnog uzorka. Odnosno, kod E3 i E4 uzorka zabilježene su 25 MPa veće vrijednosti vlačne čvrstoće u odnosu na ispitivanja na E2 te 67 MPa veće vrijednosti u odnosu na E1. Osim toga, odgovarajuće kutne deformacije kod vlačne čvrstoće za uzorke E3 i E4 rezultiraju s 10 do 30 % većim vrijednostima nego kod ispitivanja kod kojih je nastupio fenomen nestabilnosti (tj. E1 i E2).

Praćenjem pojave izvan ravninskih pomaka može se doći do zaključka kako potpora od pleksiglasa pomaže pri sprječavanju pomaka. Pri ispitivanju s pleksiglasom debljine 5 mm (tj. E2), sustav je bio previše ukrućen, te je stoga došlo do pucanja pleksiglasa. Pri ispitivanjima E3 i E4, sustav nije bio ukrućen kako bi prihvat imao mogućnost samo podešavanja. Stoga su izvan ravninski pomaci su bitno manji pri korištenju potpore pleksiglasa od 10 mm i pri statičkom i cikličkom opterećivanju.

## 10. ZAKLJUČAK

U sklopu ovog diplomskog rada, provedena su četiri smična ispitivanja na višeosnom Arcan prihvatu koji se primjenjuje na jednoosnim kidalicama. Odgovarajući leptirasti uzorci debljine 1 mm izrađeni su od čelika C60. Ispitivanja su provedena na jednoosnoj kvazi-statičkoj elektromehaničkoj kitalici Beta 50-5 (*Messphysik*, Austrija) s brzinom opterećenja od 1 mm/min. Cilj diplomskog zadatka bio je konstruirati dodatnu potporu leptirastom ispitnom uzorku kako bi se onemogućilo izvan ravninsko izvijanje kod smičnog opterećenja. Predložena potpora morala je dozvoliti primjenu vizijskih kamera u svrhu mjerenja cijelog polja pomaka. Osim toga, pomoću izmjenjenih polja pomaka i izračunatih polja deformacija, određen je mehanički odziv materijala u promatranoj zoni interesa, tj. između vrhova V zareza.

Polje pomaka i deformacija na ispitnim uzorcima identificirana su primjenom globalnog stereo pristupa metode korelacije digitalne slike. Za snimanje digitalnih slika tijekom ispitivanja korišten je optički sustav *Aramis*, dok se za mjerenje cijelog polja pomaka primijenio korelacijski algoritam *EikoTwin*. Kalibracija predloženog DIC algoritma provodi se nakon provedenog mehaničkog eksperimenta, a temelji se na preddefiniranoj, tj. poznatoj, geometriji CAD modela eksperimentalnog postava. Prije provedbe ispitivanja, bilo je potrebno na površinu ispitnih uzoraka sprejom nanijeti karakterističnu crno bijelu teksturu. Potonji stohastički raster najčešće se koristi kod primjene metode korelacije digitalne slike.

Prijašnja istraživanja pokazala su da se na leptirastim ispitnim uzorcima debljine  $\leq 2$  mm kod smičnog opterećenja pojavljuje fenomen nestabilnosti, tj. izvan ravninsko izvijanje. Navedena eksperimentalna ispitivanja provedena su bez dodatne potpore promatrane zone interesa i s potpuno ukrućenom vezom Arcan prihvata i ispitnog uređaja. Stoga je u okviru ovog rada cilj definirati eksperimentalni protokol koji će osigurati provedbu mehaničkih ispitivanja na smik bez pojave izvan ravninskog izvijanja.

Eksperimentalna kampanja u ovom radu provedena je s tri različite konfiguracije eksperimentalnog postava. Prva konfiguracija mehaničkog ispitivanja nije uključivala korištenje dodatne potpore promatrane zone interesa, već je samo smanjena krutost Arcan prihvata, tj. veza zatikom između kidalice i prihvata nije u potpunosti kruta s namjerom dopuštanja samonamještanja prirubnica tijekom opterećenja. Tijekom predloženog smičnog ispitivanja zabilježeni su veliki izvan ravninski pomaci (npr. pri sili od 3 kN zabilježeni su izvan ravninski pomaci iznosa 1 mm). Budući da smanjenje krutosti veze između elektromehaničke kidalice i Arcan prihvata nije onemogućilo pojavu nestabilnosti, primijenjena je druga

eksperimentalna konfiguracija koja je uključivala potporu promatrane zone interesa i ukrućivanje veze između ispitnog uređaja i Arcan prihvata. S obzirom da je tijekom ispitivanja korišten optički DIC postav, odabrani materijal potpore bio je transparentni pleksiglas. Primijenjena potpora od pleksiglasa debljine 5 mm utjecala je na neznatno smanjenje izvan ravninskih pomak. Pretpostavlja se da je uslijed prevelikog ukrućivanja eksperimentalnog postava došlo do izvijanja ispitnog uzorka te puknuća pleksiglasa. Iz tog razloga, kod posljednje konfiguracije smanjenja je krutosti veze između kidalice i Arcan prihvata te je u promatranoj zoni dodana potpora od pleksiglasa debljine 10 mm. Analizom izmjerenih polja pomaka može se uočiti kako je predložena konfiguracija doprinijela eliminiranju nestabilnosti (tj. izvijanja) kod opterećenja na smik. Osim toga, globalni odziv materijala kod posljednje konfiguracije rezultirao je najvećom vlačnom čvrstoćom te najvećom kutnom deformacijom kod maksimalnog naprezanja. Štoviše, konačna konfiguracija je validirana i za cikličko smično opterećenje kod kojeg također nije zabilježeno izvijanje promatrane zone interesa.

Pomoću izmjerenih DIC rezultata zabilježenih u okviru ovog rada identificirana je optimalna eksperimentalna konfiguracija koja omogućuje ispitivanje tankih i ultratankih limova kod opterećenja na smik korištenjem modularnog Arcan prihvata. Potpora od pleksiglasa pokazala se učinkovitom kod otklanjanja izvan ravninskih pomaka koji uzrokuju izvijanje promatrane zone interesa. Kod budućih mehaničkih ispitivanja na smik predlaže se određivanje utjecaja debljine potpore na nepoželjni fenomen nestabilnosti. Osim toga, potrebno je unaprijediti konstrukcijsko rješenje potpore budući da je tijekom ispitivanja došlo do njezine rotacije kod povećanja opterećenja, tj. u budućnosti je potrebno konstruirati potporu koja se neće zakretati s ispitnim uzorkom.

## LITERATURA

- [1] Janković, D.: Numerička analiza višeosnog Arcan prihvata i optimizacija dimenzija leptirastog ispitnog uzorka, Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2017.
- [2] Čurčija, F.: Konstrukcija modularnog Arcan prihvata za višeosno opterećenje, Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2017.
- [3] [https://en.wikipedia.org/wiki/Forming\\_\(metalworking\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Forming_(metalworking))
- [4] Grizelj, B.: Oblikovanje metala deformiranjem, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Slavonski Brod 2002.
- [5] <https://sh.wikipedia.org/wiki/Valjanje>
- [6] <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=36544>
- [7] <http://www.laser-ing.hr/blog/limovi-i-sto-trebate-znati-njima/>
- [8] <https://www.custompartnet.com/wu/sheet-metal-forming>
- [9] <https://www.fsb.unizg.hr/deformiranje/skripte/duboko%20vucenje%2011.doc>
- [10] <http://brod.sfsb.hr/~ikladar/Materijali%20I/Vlacni%20pokus.pdf>
- [11] Pustaić, D., Cukor, I.: Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, Zagreb, 2009.
- [12] [http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part\\_I/I/index.html](http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_I/I/index.html)
- [13] Osmak, F.: Završni rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2017.
- [14] Alfrević, I.: Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Zagreb, 2003.
- [15] Semenski, D., Jecić, S.: Jednadžbe teorije elastičnosti, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [16] Karšaj, I.: Numeričko modeliranje procesa deformiranja uz pretpostavku velikih deformacija, Doktorski rad, Zagreb, 2006.
- [17] Kailas, S.V.: Material Science, Indian Institute of Science, Bangalore
- [18] [https://en.wikipedia.org/wiki/Ramberg–Osgood\\_relationship](https://en.wikipedia.org/wiki/Ramberg–Osgood_relationship)
- [19] Yan, J.: Study of Bauschinger Effect in Various Spring Steels, Graduate Department of Metallurgy & Materials Science, University of Toronto, 1998.
- [20] Interim Report, Constitutive Modeling and Material Behavior, University of Rijeka Faculty of Engineering, Rijeka, 2016.
- [21] McCormick, N., Lord, J.: Digital Image Correlation, National Physical Laboratory, Teddington, 2010.

- [22] Pan, B.: Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals, Institute of Solid Mechanics, Beihang University, Peking, 2018.
- [23] Sause, M.G.R.: In Situ Monitoring of Fiber – Reinforced Composites, Springer International Publishing Switzerland, 2016.
- [24] Yang, J.: Fast Adaptive Augmented Lagrangian Digital Image Correlation, Thesis, Caltech, Pasadena, California, 2019.
- [25] Modersitzki, J.: Numerical methods for image registration, Oxford University Press on Demand, 2004.
- [26] Grediac, M., Hild, F.: Full – Field Measurements and Identification in Solid Mechanics, 2012.
- [27] Genovese, K., Chi, Y., Pan, B.: Stereo – camera calibration for large – scale DIC measurements with active phase targets and planar mirrors, School of Engineering, University of Basilicata, Potenza, Italija, 2019.
- [28] Jin, H., Sciammarella, C.A., Furlong, C., Yoshida, S.: Imaging Methods for Novel Materials and Challenging Applications, Volume 3, 2012.
- [29] Beaubier, B., Dufour, J.E., Hild, F., Roux, S., Lavernhe, S., Lavernhe-Taillard, K.: CAD – Based Calibration and Shape Measurement with Stereo DIC, 2013.
- [30] <https://eikosim.com/en/non-classe-en/the-digital-twin-bringing-the-real-world-into-your-simulations/>
- [31] <https://www.engineering.com/process/Digital-Twin>
- [32] <https://eikosim.com/en/eikotwin-2/>
- [33] Gardner, K.A.: Experimental Techniques for Shear Testing of Thin Sheet Metals and Compression Testing at Intermediate Strain Rates, Thesis, The Ohio State University, 2013.
- [34] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Smicanje>
- [35] Alfiredić, I.: Nauka o čvrstoći I, Tehnička knjiga Zagreb, 1995.
- [36] Lubarda, V.: Otpornost materijala, NIO univerzitetska riječ“, Titograd, 1989.
- [37] Vinčić, P.: Završni Rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2019.
- [38] <http://www.alexstrekeisen.it/meta/foviazioneobliqua.php>
- [39] Guo, Y., Li, Y.: A novel approach to testing the dynamic shear response of Ti-6Al-4V, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 25:299-311, 2012.

- [40] Peirs, J., Verleysen, P., Degrieck, J.: Novel technique for static and dynamic shear testing of Ti6A4V sheet, *Experimental Mechanics*, 52:729-741, 2011.
- [41] Brosius, A., Guner, A., Tekkaya, A.E.: A new shear test for sheet metal characterization, *Steel Research*, 82:323-328, 2011.
- [42] Rittel, D., Lee, S., Ravichandran, G.: A shear – compression specimen for large strain testing, *Experimental Mechanics*, 42:58-64, 2002.
- [43] Isakov, M., Seidt, J., Ostman, K., Gilat, A., Kuokkala, V.T.: Characterization of a ferritic stainless sheet steel in simple shear and uniaxial tension at different strain rates, *Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2011.
- [44] <https://www.instron.us>
- [45] <http://what-when-how.com/experimental-and-applied-mechanics/investigation-in-shear-behavior-of-intermetallic-composites-using-v-notched-beam-test-method-experimental-and-applied-mechanics/>
- [46] Carlsson, L.A., Adams, D.F., Pipes, R.B.: Basic Experimental Characterization of Polymer Matrix Composite Materials, Department of Mechanical and Ocean Engineering, Florida, 2013.
- [47] d'Almeida, J.R.M., Monteiro, S.N.: The Iosipescu test method as a method to evaluate the tensile strength of brittle materials, Materials Science and Metallurgy Department, Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro; Science and Technology Center, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Rio de Janeiro, 1998.
- [48] <https://www.zwickroell.com/en/composites/shear-tests/v-notch-shear-test>
- [49] El-Hajjar, R., Haj-Alli, R.: In Plane Shear Testing of Thick Section Pultruded FRP Composites Using a Modified Arcan Fixture, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2003.

- [50] Pham, C.H., Adzima, F., Coër, J., Manach, P.Y.: Anti-buckling Device for Ultra-Thin Metallic Sheets Under Large and Reversed Shear Strain Paths, Society for Experimental Mechanics, 2017.

## **PRILOZI**

1. CD-R disc