Numerička analiza vertikalnog spremnika za vino

Vegar, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:907772

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Matej Vegar

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing

Student:

Matej Vegar

0035191605

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem svom mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu koji mi je svojom pomoći i savjetima pomogao tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Matej Vegar

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Matej Vegar** Mat. br.: 0035191605

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza vertikalnog spremnika za vino**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of a vertical wine container**

Opis zadatka:

Spremnici, kao što i sam naziv govori, služe za skladištenje određene robe. U vinogradarstvu, kao dosta raširenoj grani poljoprivrede, potrebni su spremnici za skladištenje vina. Te spremnike nazivamo bačvama, kojih postoji više vrsta s obzirom na oblik, položaj, materijal izrade itd. Kroz povijest se najviše koristila drvena bačva, a danas je nekako najviše raširena primjena bačvi izrađenih od nehrđajućeg materijala tj. inox bačvi. Proizvode se u raznim veličinama i oblicima, najčešće kao vertikalni spremnik cilindričnog oblika s ravnim dnom koji je zavaren za postolje.

U radu je potrebno:
- za proizvoljno definirani oblik, dimenzije i karakteristike materijala vertikalnog spremnika za vino izraditi prostorni CAD model te ukloniti sve dijelove koji dodatno kompliciraju provedbu numeričke analize, a ne utječu značajno na nosivost konstrukcije,
- sve numeričke analize provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelje na metodi konačnih elemenata i za diskretizaciju svih numeričkih modela koristiti dostupne konačne elemente iz korištenog programskog paketa,
- na jednostavnim problemima provesti verifikaciju svih kasnije u numeričkim analizama korištenih konačnih elemenata i rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rješenjima,
- za pojednostavljeni CAD model vertikalnog spremnika za vino te rubne uvjete i opterećenje, provesti numeričke analize te:
    - odrediti optimalnu mrežu konačnih elemenata i prikazati konvergenciju rješenja,
    - provjeriti zadovoljava li konstrukcija uvjet čvrstoće, tj. izvršiti kontrolni proračun i odrediti potencijalna kritična mjesta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
30. travnja 2020.	2. srpnja 2020.	6. – 10.7.2020.

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Sadržaj

Sadržaj I
Popis slika III
Popis tablica V
Popis oznaka VI
Sažetak X
Summary XI
1. Uvod 1
1.1. Općenito o bačvama 1
1.2. Inox materijal 2
2. Opis predmeta analize 4
2.1. Opis elemenata predmeta analize 4
2.2. Dimenzije predmeta analize 5
2.3. Sadržaj spremnika bačve 6
2.4. Svojstva materijala 6
3. Analitički proračun 7
3.1. Ulazni podaci 7
3.2. Spremnik bačve 8
3.2.1. Plašt (cilindar) 9
3.2.2. Dno (ploča) 13
3.2.3. Iznosi nepoznatih veličina 16
3.2.4. Progib tanke kružne ploče 16
3.2.5. Provjera čvrstoće tanke kružne ploče 17
3.2.6. Veličine prikazane duž meridijana cilindra 20
3.2.7. Provjera čvrstoće cilindra 24
3.3. Postolje 25
3.3.1. Nosivost 25
4. Numerička analiza 28
4.1. Konačni elementi u Abaqusu 29
4.1.1. 3D konačni elementi 29
4.1.2. Ljuskasti konačni elementi 30
4.2. Konačni elementi korišteni u zadatku 30

4.2.1. Ljuskasti trokutni elementi prvog reda (S3) 31
4.2.2. Ljuskasti četverokutni elementi prvog reda (S4R) 31
4.2.3. Ljuskasti četverokutni elementi drugoga reda (S8R) 32
4.2.4. Ljuskasti trokutni elementi drugog reda (STRI65) 32
4.2.5. Osnosimetrični element drugog reda (CAX8) 33
4.2.6. Tetraedarski konačni element drugoga reda (C3D10) 34
4.3. Verifikacija konačnih elemenata 34
4.4. Numerički proračun spremnika 36
4.4.1. Numerički proračun pomoću ljuskastih konačnih elemenata 36
4.4.2. Numerički proračun pomoću osnosimetričnih konačnih elemenata 44
4.4.3. Numerički proračun pomoću 3D konačnih elemenata 49
4.5. Numerički proračun postolja 54
5. Zaključak 56
Literatura 57
Prilog 58

Popis slika

Slika 1. Drvene bačve [1] 1
Slika 2. Polimerna bačva i inox bačve [2] 2
Slika 3. Izgled inox bačvi koje su predmet analize proizvođača Damor [4] 3
Slika 4. Komponente bačve i mjesta zavara 4
Slika 5. Važnije dimenzije bačve 5
Slika 6. Proračunski model spremnika 7
Slika 7. Skica spoja cilindra i kružne ploče 8
Slika 8. Skica opterećenja cilindričnog spremnika 9
Slika 9. Skica opterećenja ploče 13
Slika 10. Skica opterećenja ploče na polumjeru r_p 13
Slika 11. Prikaz raspodjele momenata na kružnoj ploči 18
Slika 12. Radijalni pomak duž meridijana cilindra 21
Slika 13. Kut zakreta duž meridijana cilindra 21
Slika 14. Moment savijanja duž meridijana cilindra 22
Slika 15. Cirkularni moment duž meridijana cilindra 22
Slika 16. Poprečna sila duž meridijana cilindra 23
Slika 17. Cirkularna sila duž meridijana cilindra 23
Slika 18. Tlocrt postolja bačve 25
Slika 19. Skica dna postolja 26
Slika 20. Skupine konačnih elemenata u Abaqusu [11] 29
Slika 21. Često korišteni 3D elementi [11] 29
Slika 22. Elementi za analizu ljuskastih konstrukcija [11] 30
Slika 23. Ljuskasti trokutni element prvog reda [11] 31
Slika 24. Ljuskasti četverokutni element prvog reda s reduciranom integracijom [11] 31
Slika 25. Ljuskasti četverokutni element drugog reda s reduciranom integracijom [11] 32
Slika 26. Ljuskasti trokutni element drugog reda [11] 33
Slika 27. Općeniti osnosimetrični element [12] 33
Slika 28. Raspored čvorova i integracijskih točki na osnosimetričnom ljuskastom elementu [11] 34
Slika 29. Presjek modela sa zadanim rubnim uvjetima i opterećenjima (lijevo) te uvećani dio sa provrtima (desno) 35
Slika 30. Prikaz modela sa četverokutnim (lijevo) i trokutnim (desno) konačnim elementima 35
Slika 31. Konvergencija ljuskastih konačnih elemenata 36
Slika 32. Prikaz ljuskastog modela spremnika (lijevo) i prikaz promreženog ljuskastog modela spremnika (desno) 37
Slika 33. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja po Misesu 38
Slika 34.Raspored radijalnih naprezanja spremnika 39
Slika 35. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika 40
Slika 36. Raspodjela progiba dna spremnika 41
Slika 37. Raspodjela rezultantnog pomaka po duljini cilindra 42

Slika 38. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu 42
Slika 39. Raspodjela cirkularnog naprezanja 43
Slika 40. Raspodjela cirkularnog naprezanja 43
Slika 41. Raspodjela kuta zakreta 44
Slika 42. Osnosimetrični model sa opterećenjima (lijevo) i promreženi dio modela (desno) ..44
Slika 43. Konvergencija maksimalnog progiba ploče sa osnosimetričnim elementima 45
Slika 44. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja osnosimetričnih elemenata.....45
Slika 45.Raspored radijalnih naprezanja spremnika 46
Slika 46. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika.....47
Slika 47. Raspodjela progiba dna spremnika 48
Slika 48. Opterećenje i rubni uvjet 3D modela 49
Slika 49. Konvergencija maksimalnog progiba ploče sa 3D elementima 50
Slika 50. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja osnosimetričnih elemenata.....50
Slika 51. Raspored radijalnih naprezanja spremnika 51
Slika 52. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika.....52
Slika 53. Raspodjela progiba dna spremnika 53
Slika 54. Opterećenje i rubni uvjet noge spremnika (lijevo) i promrežena noga spremnika (desno) 54
Slika 55. Raspodjela opterećenja u pravcu djelovanja sile (lijevo) i raspodjela rezultantnih pomaka (desno) 55

Popis tablica

Tablica 1. Mehaničke karakteristike najznačajnijih nehrđajućih čelika [13] 3
Tablica 2. Svojstva izabranog materijala [9] 6
Tablica 3. Dimenzije spremnika bačve.....7
Tablica 4. Nepoznate veličine sa skice tlocrta postolja bačve 25
Tablica 5. Mase dijelova bačve.....26

Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
R_m	N/mm^2	vlačna čvrstoća
$R_{p\,0,2}$	N/mm^2	granica razvlačenja
a	mm	debljina zavara
H	mm	visina spremnika
H_p	mm	visina plovka
H_u	mm	visina sloja enološkog ulja
H_v	mm	visina razine vina
h	mm	visina horizontalno postavljene cijevi
t	mm	debljina stjenke
δ	mm	debljina stjenki postolja
D_v	mm	vanjski promjer bačve
d_u	mm	unutarnji promjer cijevi za slavinu
d_v	mm	vanjski polumjer cijevi za slavinu
R	mm	unutarnji polumjer spremnika bačve
R_v	mm	vanjski polumjer bačve
R_u	mm	unutarnji polumjer stjenki nogu postolja
R_n	mm	polumjer nogu postolja
R_p	mm	unutarnji polumjer postolja
r	mm	unutarnji polumjer cijevi za slavinu
r_p	mm	polumjer kružne ploče
ρ	kg/m^3	gustoća materijala
ρ_v	kg/m^3	gustoća vina
ρ_u	kg/m^3	gustoća enološkog ulja
m_p	kg	masa plovka
m_{po}	kg	masa poklopca
m_s	kg	masa spremnika

m_c	kg	masa cijevi za slavinu
m_n	kg	masa noge postolja
m_{pl}	kg	masa pločice postolja
m_v	kg	masa vina
m_u	kg	masa enološkog ulja
l	mm	duljina ljuske
l_z	mm	duljina zavara pločice i noge postolja
l_c	mm	duljina cijevi za slavinu
k	mm	krak noge postolja
γ	°	kut noge postolja prema centru
w	mm	radijalni pomak cilindrične ljuske ili progib kružne ploče
α	rad	nagib ljuske ili ploče
α_{11}	mm^2/N	uplivni koeficijent
α_{12}	mm/N	uplivni koeficijent
α_{21}	mm/N	uplivni koeficijent
α_{21}	N^{-1}	uplivni koeficijent
D	Nmm	fleksijska krutost
β	mm^{-1}	geometrijsko-materijalna značajka
ν	-	Poissonov faktor
E	N/mm^2	Youngov modul elastičnosti
w_p	mm	membranski radijalni pomak
p	MPa	tlak
Σ	-	skup
N_x	N/mm	meridijalna sila u cilindru
N_φ	N/mm	cirkularna sila
F_v	N	vertikalna sila
F_z	N	sila u smjeru z-osi
F_B	N	sila bačve na nosivu konstrukciju

g	m/s^2	gravitacijsko ubrzanje
x	mm	nepoznata visina
Q	N/mm	poprečna sila
M	Nmm/mm	moment savijanja
$f_1(\beta x)$	-	eksponencijalno-trigonometrijska funkcija broj 1
$f_2(\beta x)$	-	eksponencijalno-trigonometrijska funkcija broj 2
$f_3(\beta x)$	-	eksponencijalno-trigonometrijska funkcija broj 3
$f_4(\beta x)$	-	eksponencijalno-trigonometrijska funkcija broj 4
M_x	Nmm/mm	moment savijanja po konturi
M_φ	Nmm/mm	cirkularni moment
M_r	Nmm/mm	radijalni moment
$M_{r,max}$	Nmm/mm	maksimalni radijalni moment
$M_{\varphi,max}$	Nmm/mm	maksimalni cirkularni moment
$M_{x,max}$	Nmm/mm	maksimalni moment savijanja
$\sigma_{x,max}$	N/mm^2	maksimalno savojno naprezanje
$\sigma_{\varphi,max}$	N/mm^2	maksimalno cirkularno naprezanje
$\sigma_{r,max}$	N/mm^2	maksimalno radijalno naprezanje
σ_{ekv}	N/mm^2	ekvivalentno naprezanje
σ_{max}	N/mm^2	najveće naprezanje
σ_{min}	N/mm^2	najmanje naprezanje
S_{post}	-	postojeća sigurnost
σ_r	N/mm^2	radijalno naprezanje
σ_φ	N/mm^2	cirkularno naprezanje
σ_B	N/mm^2	naprezanje bačve na nosivu konstrukciju
q	N/mm^2	kontinuirano opterećenje kružne ploče
w_{max}	mm	maksimalni progib kružne ploče
C_1	mm^{-1}	prva konstanta integracije kružne ploče
C_2	mm	druga konstanta integracije kružne ploče

C_3	mm	treća konstanta integracije kružne ploče
A	mm^2	površina nosive konstrukcije

Sažetak

Zadatak ovog rada je provesti numerički proračun naprezanja i deformacija u postojećem konstrukcijskom rješenju za vertikalni spremnik za vino. Numerička analiza čvrstoće provedena je u računalnom paketu *Abaqus* koji je temeljen na metodi konačnih elementa.

U uvodu je općenito opisan predmet analize (vertikalni spremnik za vino) i materijal od kojeg je predmet izrađen. U drugom poglavlju opisan je vertikalni spremnik za vino sa svojim dijelovima i sadržajem spremnika. U trećem poglavlju napravljen je analitički proračun svakog važnijeg dijela vertikalnog spremnika pomoću metoda linearne analize konstrukcija.

U četvrtom poglavlju opisana je metoda konačnih elemenata i računalni program *Abaqus*. Pojedini tipovi konačnih elemenata, korišteni u ovome radu, su detaljnije razrađeni. Za primjere u kojima je poznato analitičko rješenje, izvršena je provjera učinkovitosti pojedinih konačnih elemenata i odabir prikladnih tehnika modeliranja. Prikazan je također tok numeričkog proračuna zadanog vertikalnog spremnika. Razmatrana su tri modela, ljuskasti model, osnosimetrični model i trodimenzijski model. Prikazani su rezultati naprezanja i pomaka kao i usporedba tih rezultata s analitičkim rješenjem.

Summary

The task of this work is to conduct a control of a numerical analisys of stresses and strains in the existing design for the vertical wine container. Numerical strength analysis was performed in the computer package Abaqus which is based on the finite element method.

The introduction generally describes the object of analysis (vertical wine container) and the material from which the object is made. The second chapter describes a vertical wine container with its parts and the contents of the container. In the third chapter, an analytical calculation of each important part of the vertical tank is made using the method of linear analysis of structures.

The fourth chapter describes the finite element method and the Abaqus computer program. Certain types of finite elements, used in this work, are elaborated in more detail. For examples where an analytical solution is known, the efficiency of individual finite elements is checked and appropriate modeling techniques are selected. The flow of the numerical calculation of the given vertical tank is also shown. Three models were considered, the shell model, the axisymmetric model, and the three-dimensional model. The results of stresses and displacements are presented as well as a comparison of these results with the analytical solution.

1. Uvod

1.1. Općenito o bačvama

U mnogim ljudskim djelatnostima bile su i još uvijek su potrebni spremnici fluida (kapljevina i plinova). U vinogradarstvu kao dosta raširenoj gospodarskoj djelatnosti potrebni su spremnici koji će skladištiti pripadajuće prerađevine, a prerađevine su u kapljevitom obliku. Te spremnike nazivamo bačvama i postoje različiti tipovi bačvi.

Bačva koja se kroz povijest najviše koristila (Slika 1.) je bačva od povezanih drvenih daski (deformiranih ili nedeformiranih) zaštićenih metalnim obručima.



Slika 1. Drvene bačve [1]

Ovaj tip bačvi i danas ima široku upotrebu zbog dobrih svojstava skladištenja i čuvanja (konzerviranja) raznih prerađevina, kao npr. vina, rakije i vinskog octa. Nedostatak im je složeno i dugotrajno čišćenje nakon upotrebe.

Budući da je vino kapljevina koja se najčešće skladišti i konzervira u bačvama za vinogradarstvo u daljnjem izlaganju pozornost će biti na vinu kao kapljevini.

U današnje vrijeme osim vinskih bačvi također postoje bačve drugih oblika i od drugih materijala poput polimera i inoxa (Slika 2.). koje u odnosu na drvene bačve imaju određene prednosti i nedostatke. Zbog mogućnosti skladištenja većih količina vina, praktične upotrebe, praktičnog održavanja i duljeg vijeka trajanja, u zadnje vrijeme i danas dolazi do sve veće upotrebe inox bačvi.



Slika 2. Polimerna bačva i inox bačve [2]

1.2. Inox materijal

Budući da je tema rada bačva za vino od inoxa u daljnjem tekstu je opisan materijal i prikazane su varijante materijala.

Inox i prokrom sinonimi su i trgovački nazivi za nehrđajući čelik. Naziv inox dolazi od francuske riječi *inoxydable* što znači neoksidirajući (*in* + *oxydable*). S druge strane, naziv prokrom dokazi zbog visokog udjela kroma u materijalu. Za daljne opisivanje inox materijala korištena je literatura [3].

Nehrđajući čelik ili korozijski postojani čelik je slitina željeza i najmanje 12 % kroma, dok moderni nehrđajući čelici sadrže i do 30 % kroma. Osim legiranja s najmanje 12 % kroma, da bi čelik bio korozijski postojan (pasivan), mora biti ispunjen još jedan uvjet, a to je postojanje homogene monofazne feritne, austenitne ili martenzitne mikrostrukture, radi izbjegavanja opasnosti od nastanka područja s različitim elektropotencijalom od potencijala osnovne mase.

Pored kroma, postojanost prema koroziji povećava se dodatkom nikla. Kombinacijom legiranja kromom i niklom razvijeni su čelici tipa 18/8 (18 % Cr i 8 li% Ni), s austenitnom mikrostrukturom koji su otporni na djelovanje kiselina. Legiranje molibdenom poboljšava korozijsku postojanost i otpornost na jamičastu koroziju Cr-Ni čelika. Legiranjem jakim karbidotvorcima, npr. titanij, niobij, omogućava se izbjegavanje pojave interkristalne korozije. Općenito vrijedi da skupina korozijski postojanih čelika mora sadržavati:

- feritotvorce – Cr, Si, Al, Mo, Nb, Ti
- austenitotvorce – Ni, Mn, (Co), Cu, N.

Nehrđajući ili korozijski postojani čelici dijele se prema nastaloj mikrostrukturi na:

- feritne,
- austenitne,
- austenitno-feritne (dupleks),
- martenzitne.

U sljedećoj tablici su dane mehaničke karakteristike najznačajnijih nehrđajućih čelika koji se koriste u prehrambenoj i procesnoj industriji.

Tablica 1. Mehaničke karakteristike najznačajnijih nehrđajućih čelika [13]

W.Nr.	Vlačna čvrstoća R_m (N/mm^2)	Granica razvlačenja $R_{p\ 0,2}$(N/mm^2)	Izduženje %	Žilavost ISO_V(J)
1.4301	500 – 700	195	35 – 45	55 – 85
1.4306	460 – 680	180	35 – 40	55 – 85
1.4401	510 – 710	205	30 – 40	55 – 85
1.4404	490 – 690	190	30 – 40	55 – 85
1.4541	500 – 730	200	30 – 40	55 – 85
1.4571	500 – 730	210	26 – 40	45 – 85

Pošto se za bačve i slične proizvode koristi materijal sa oznakom **W.Nr. 1.4401 – Aisi 316**, taj nehrđajući čelik je izabrani kao materijal predmeta analize. Izabrani materijal je austenitni Cr-Ni čelik, legiran s Mo, visoko otporan na koroziju. Otporan na interkristalnu koroziju za debljine limova do 6 mm, odnosno promjera profila do 40 mm. Dopušten je za radne temperature do 300 ° C. Pogodan je za poliranje na visoki sjaj.

Primjena: aparati, cjevovodi i armatura u kemijskoj industriji, industriji papira, celuloze, filmskoj i foto industriji, kao i za kirurške i medicinske instrumente. Nadalje, za sustave proizvodnje voćnih sokova i likera, proizvodnje alkohola i pića, kod kojih se ne smije utjecati na okus. Na Slici 3 su prikazane inox bačve.



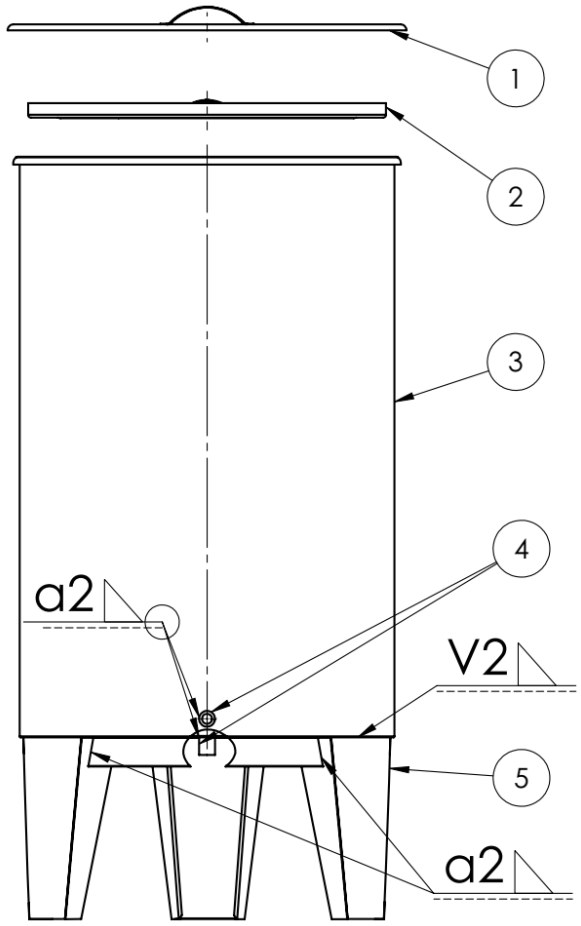
Slika 3. Izgled inox bačvi koje su predmet analize proizvođača Damor [4]

2. Opis predmeta analize

Inox bačve (predmet analize) za potrebe vinogradarstva proizvode se u raznim veličinama i oblicima, a uzorak za analiziranje je bačva oblika kao na slici 3. nominalne zapremnine od 320 litara. Vertikalni spremnik je zavaren za postolje, a na spremnik su zavarene dvije cijevi za slavine. Osnovni sadržaj spremnika je vino u bilo kojoj izvedbi. U ovom poglavlju se detaljnije analiziraju elementi bačve i njezin sadržaj.

2.1. Opis elemenata predmeta analize

Slika 4 prikazuje komponente bačve sa njihovim oznakama i oznake zavara na njihovim mjestima.



Slika 4. Komponente bačve i mjesta zavara

Element broj 1 je poklopac. Služi za zatvaranje bačve, ali ne brtvi. Točkastim zavarima je na osnovni dio poklopca zavarena ručka.

Element broj 2 je plovak. Nakon punjenja bačve vinom na površinu vina se stavlja plovak koji svojim plovljenjem čuva vino od pristupa većih nepotrebnih čestica i dostojno prikazuje razinu vina u bačvi. Promjer plovka je manji od unutarnjeg promjera spremnika u kojem se nalazi.

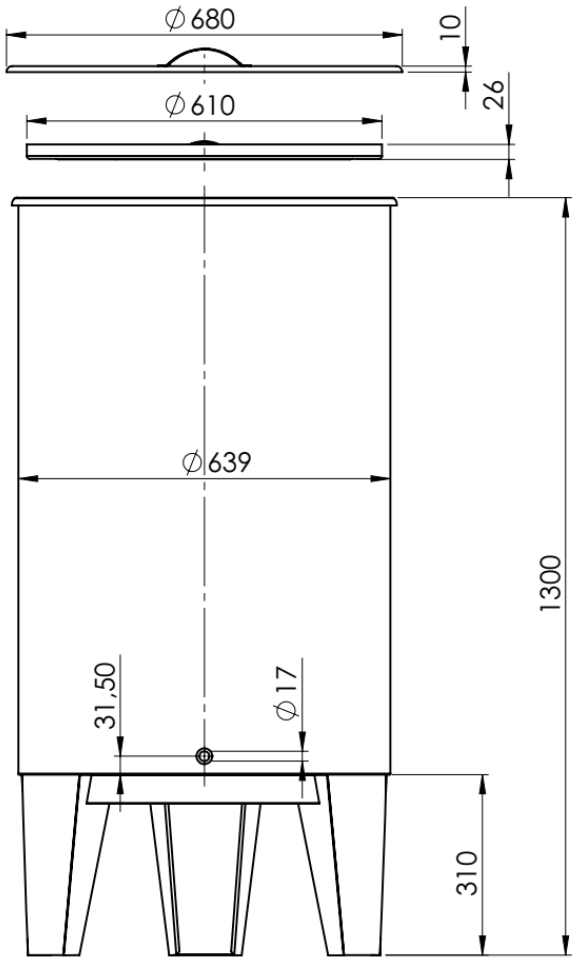
Element broj 3 je sam spremnik, glavni dio. U njega se vino ulijeva i u njemu se vino skladišti. Debljina lima je 2 mm. Čvrstoća spremnika je najvažnija stvar u proračunu čvrstoće bačve.

Element broj 4 su cijevi za slavine. Slavine se inače na njih vijčano spajaju preko navoja. Postoje dvije cijevi. Jedna (naprijed na Slici 4.) je za točenje vina, a druga (kod dna) je za ispuštanje cijelog sadržaja bačve što je pogodno kod čišćenja bačve. Debljina stjenke cijevi je 5 mm, a zavarene su za spremnik.

Element broj 5 je postolje. Drži spremnik na određenoj visini i za njega je zavaren. Dijelovi postolja su također zavareni i međusobno čime čine jednu cjelinu.

2.2. Dimenzije predmeta analize

Slika 5 prikazuje važnije dimenzije bačve i njezinih elemenata.



Slika 5. Važnije dimenzije bačve

Pomoću prikazanih dimenzija moguće je izračunati dimenzije koje su potrebne za proračun. Tako je visina spremnika 990 mm. Visina cijevi za slavinu je važna zbog tlaka unutar cijevi, kao i unutarnji promjer te cijevi kako bi mogli izračunati površinu na kojoj tlak djeluje. Vanjski promjer spremnika je također i vanjski promjer postolja. Visina plovka je bitna zbog praktične maksimalne razine tekućine u spremniku, tj. u bačvi.

2.3. Sadržaj spremnika bačve

Unutar spremnika bačve tri su stvari: vino, enološko ulje i plovak.

Vino zauzima najveći volumen i područje u kojem je vino je od samog dna do površine po kojoj mu pluta enološko ulje. Gustoće vina se, ovisno o vrsti vina, prema [5] kreću 990 – 1040 kg/m^3. Pošto je potrebno uraditi proračun za najgoru moguću situaciju proračunska gustoća vina je 1040 kg/m^3.

Enološko ulje je parafinsko ulje koje pluta po površini vina i debljine je 1 mm. Svrha ovog ulja je zaštita vina od zraka i općenito atmosferskog utjecaja kako bi vino bilo uspješno konzervirano. Iz tog razloga poklopac ni ne mora brtviti pri zatvaranju bačve. Gustoća enološkog ulja je 920 kg/m^3.

Plovak je kao element već opisan, u ovom slučaju plovi po površini enološkog ulja. Za njega je važno napomenuti da kao dio sadržaja spremnika sudjeluje u opterećivanju spremnika pri čemu je važna njegova masa koja u ovom slučaju iznosi 2,6 kg. Masa je izračunata pomoću računalnog alata SolidWorks u kojem je modelirana cijela bačva.

2.4. Svojstva materijala

Izabrani materijal **W.Nr. 1.4401 – Aisi 316 je materijal** cijele bačve, tj. svih njezinih dijelova, a svojstva tog materijala su dana u sljedećoj tablici prema [9].

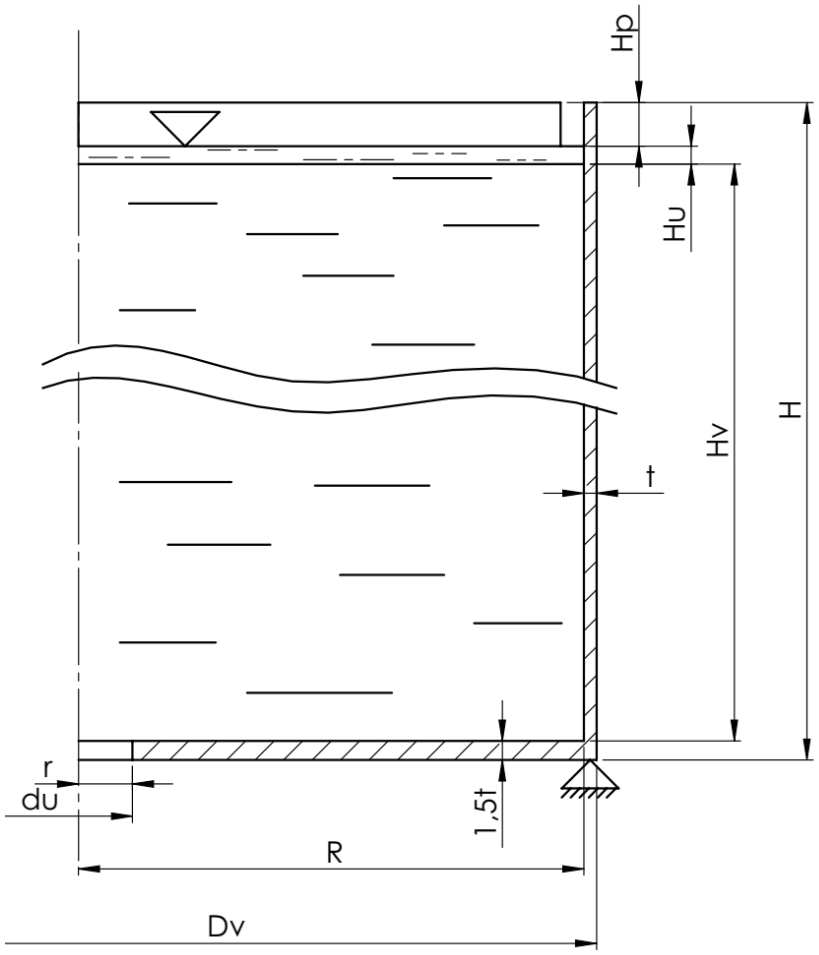
Tablica 2. Svojstva izabranog materijala [9]

W.Nr.	Gustoća ρ (kg/m^3)	Youngov modul elastičnosti E (N/mm^2)	Poissonov faktor ν	Točka taljenja ϑ (°C)
1.4401	7850	190	0,265	1400

3. Analitički proračun

Analitički proračun čvrstoće je proveden odvojeno za spremnik bačve i postolje bačve. Proračun je proveden za najgoru moguću situaciju, a to je situacija gdje je vrh plovka (ne uzimajući u obzir ručku) na razini najviše točke spremnika bačve. Formule i načini proračuna su preuzeti iz literature [6] i [7].

3.1. Ulazni podaci



Slika 6. Proračunski model spremnika

Tablica 3. Dimenzije spremnika bačve

Mjerna jedinica	Visina spremnika bačve H	Visina spremnika bačve H_p	Visina sloja enološkog ulja H_u	Debljina stjenke t	Vanjski promjer spremnika bačve D_v	Unutarnji promjer cijevi za slavinu i provrta na spremniku bačve d_u
mm	990	26	1	2	639	17

Dimenzije na Slici 6 koje nisu poznate moguće je izračunati iz poznatih, a to su sljedeće:

$H_v = H - H_p - H_u - t = 990 - 26 - 1 - 2 = 961$ mm – visina razine vina,

$R = D_v/2 - t = 639/2 - 2 = 317{,}5$ mm – unutarnji polumjer spremnika bačve,

$r = d_u/2 = 8{,}5$ mm – unutarnji polumjer cijevi za slavinu i provrta na spremniku bačve.

Tekućine u spremniku su vino i enološko ulje koje je na površini pod atmosferskim tlakom. Osim visina koje čine, potrebno je znati i njihove gustoće. Po površini enološkog ulja plovi plovak kojem je osim visine potrebno znati i masu. Ti podaci su sljedeći:

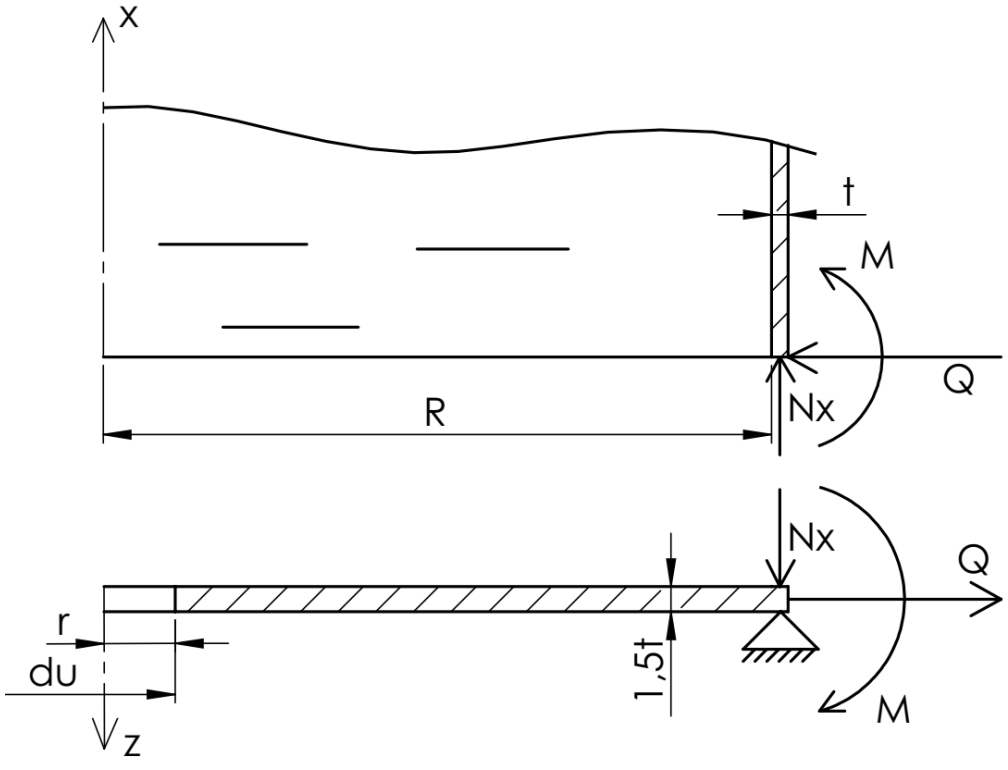
$\rho_v = 1040$ kg/m^3,

$\rho_u = 920$ kg/m^3,

$m_p = 6{,}2$ kg.

3.2. Spremnik bačve

Spremnik bačve je napravljen tako da je plašt konačne širine savijen u cilindar i zavaren. Taj cilindar je također zavaren pritiskom na dno, odnosno ploču. U analitičkom proračunu mogu se promatrati cilindar i ploča, a time i proračunavati. Ova dva dijela imaju zajedničke sile i momente, kao i zajedničke progibe i nagibe (Slika 7).



Slika 7. Skica spoja cilindra i kružne ploče

Prema skici na slici 7. moguće je izračunati meridijalnu silu na cilindru koja ima reakcijsku silu na rubu ploče. Pošto poklopac bačve ne čini značajno opterećenje, a i prazan prostor u bačvi je uvijek pri atmosferskom tlaku, spremnik se može računati kao otvoreni spremnik. Time u smjeru vertikalne osi spremnika slijedi:

$$\Sigma F_v = 0; \qquad N_x = 0, \tag{3.1}$$

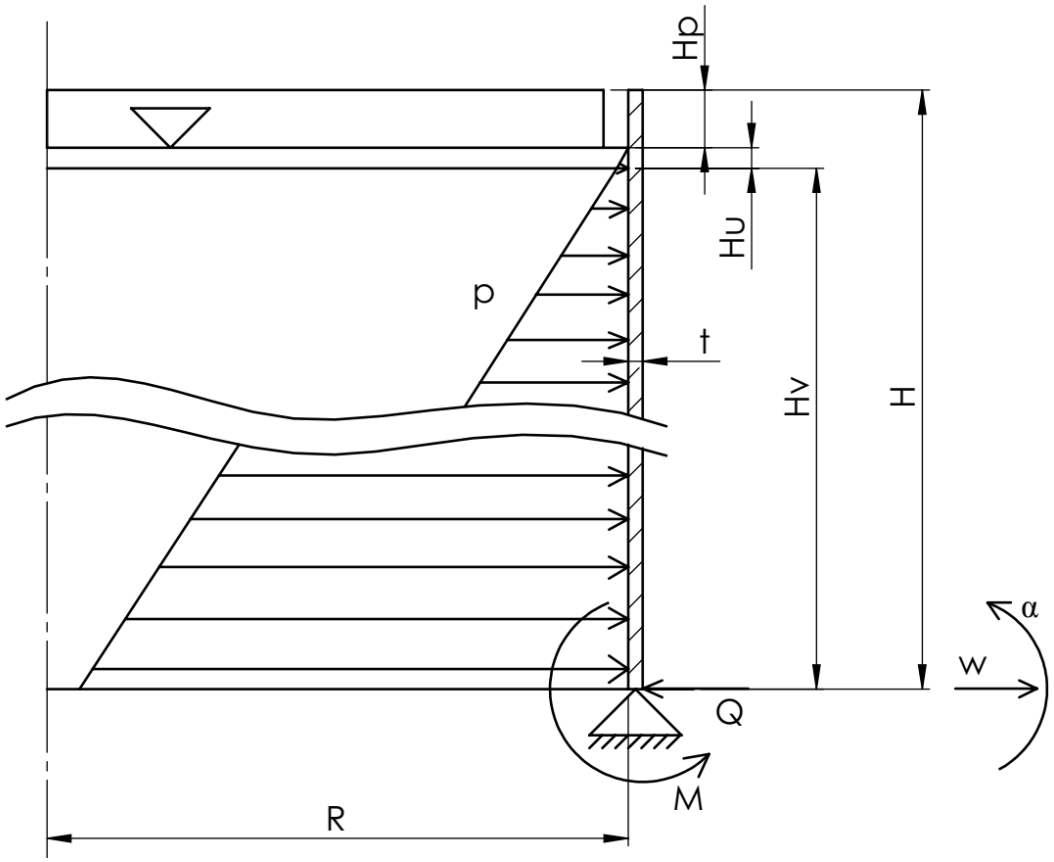
gdje je N_x merijalna sila na cilindru

Rubni uvjeti u točci spoja (progibi w i kutovi zakreta α):

$$w_c = w_p = 0; \qquad \alpha_c = -\alpha_p\,. \tag{3.2}$$

3.2.1. Plašt (cilindar)

Način opterećenja plašta i pripadajuće veličine prikazani su na Slici 8.



Slika 8. Skica opterećenja cilindričnog spremnika

Ovaj plašt je cilindrična ljuska za koju je potrebno izračunati spada li među tanke ljuske i spada li među duge ljuske. To se provjerava sljedećim uvjetima uz već poznate ulazne podatke.

Uvjet tanke ljuske:

$$\frac{t}{R} < \frac{1}{20}; \tag{3.3}$$

$$\frac{t}{R} = \frac{2}{317,5} = 0,00663 < \frac{1}{20} = 0,05. \tag{3.4}$$

Uvjet duge ljuske:

$$l > 2,33R\sqrt{\frac{t}{R}}; \tag{3.5}$$

$$l > 2,33 \cdot 317,5 \cdot \sqrt{\frac{2}{317,5}} = 58,74 \text{ mm}. \tag{3.6}$$

Duljina ljuske:

$$l = H - t = 990 - 2 = 988 \text{ mm}. \tag{3.7}$$

Uvjeti su zadovoljeni i sukladno tomu u proračunu tanke i duge cilindrične ljuske koristiti će se pripadajuće formule uzevši u obzir i skicu (slika 8.):

$$w_\mathrm{c} = \alpha_{11}Q - \alpha_{12}M + w_\mathrm{r}, \tag{3.8}$$

$$\alpha_\mathrm{c} = \alpha_{12}Q - \alpha_{22}M - \frac{\mathrm{d}w_\mathrm{r}}{\mathrm{d}x}. \tag{3.9}$$

Sukladno rubnim uvjetima (3.2) jednadžbe (3.8) i (3.9) prelaze u oblik

$$0 = \alpha_{11}Q - \alpha_{12}M + w_r, \tag{3.10}$$

$$\alpha_p = \alpha_{12}Q - \alpha_{22}M - \frac{\mathrm{d}w_\mathrm{r}}{\mathrm{d}x}. \tag{3.11}$$

U (3.10) i (3.11) postoje nepoznanice koje je moguće izračunati iz njihovih standardnih formula. Formule za uplive koeficijente su:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta^3}, \tag{3.12}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2D\beta^2}, \tag{3.13}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D\beta}. \tag{3.14}$$

U (3.12), (3.13) i (3.14) su se pojavile nove nepoznanice, fleksijska krutost ljuske D i geometrijsko-materijalna značajka β. Pripadajuće formule za njih su:

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)}, \tag{3.15}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 \cdot t^2}}. \tag{3.16}$$

Te nepoznanice je moguće izračunati iz ulaznih podataka i Tablice 3 te tako uvrštavanjem tih podataka u (3.15) i (3.16) slijedi:

$$D = \frac{190000 \cdot 2^3}{12(1-0{,}265^2)} = 136233{,}68 \text{ Nmm}, \tag{3.17}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-0{,}265^2)}{317{,}5^2 \cdot 2^2}} = 0{,}05128 \text{ mm}^{-1}. \tag{3.18}$$

Sada je moguće izračunati i uplivne koeficijente. Uvrštavanjem (3.17) i (3.18) u (3.12), (3.13) i (3.14) slijedi:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2 \cdot 136233{,}68 \cdot 0{,}05128^3} = 0{,}027217 \ \frac{\text{mm}^2}{\text{N}}, \tag{3.19}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2 \cdot 136233{,}68 \cdot 0{,}05128^2} = 0{,}00139569 \ \frac{\text{mm}}{\text{N}}, \tag{3.20}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{136233{,}68 \cdot 0{,}05128} = 0{,}000143142 \text{ N}^{-1}. \tag{3.21}$$

U (3.8) i (3.9) ostaju još nepoznati membranski radijalni pomak w i njegova derivacija. Formula za membranski radijalni pomak je:

$$w_r = \frac{R}{E \cdot t}\left(N_\varphi - \nu \cdot N_x\right). \tag{3.22}$$

Za silu N_x je već poznato da je jednaka nuli, formula za cirkularnu silu N_φ je:

$$N_\varphi = p \cdot R. \tag{3.23}$$

Za točku gdje je spoj tlak p se računa prema formuli:

$$p = \rho_u \cdot g \cdot H_u + \rho_v \cdot g \cdot H_v. \tag{3.24}$$

Budući da oznaka g predstavlja gravitacijsko ubrzanje u iznosu od 9,81 m/s^2, iznos tlaka je sljedeći:

$$p = 920 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}001 + 1040 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}961 = 9813{,}53 \text{ Pa}. \tag{3.25}$$

Uvrštavanjem (3.25) u (3.23) slijedi:

$$N_\varphi = 0{,}00981353 \cdot 317{,}5 = 3{,}115796 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \tag{3.26}$$

Uvrštavanjem (3.1) i (3.24) u (3.25) slijedi:

$$w_p = \frac{317{,}5}{190000 \cdot 2} \cdot 3{,}115796 = 0{,}002603 \ \mathrm{mm}. \tag{3.27}$$

Za računanje derivacije membranskog radijalnog pomaka potrebno je postaviti visinu razine vina kao varijablu pa će jednadžba za tlak izgledati na sljedeći način:

$$p = \rho_u \cdot g \cdot H_u + \rho_v \cdot g \cdot (H_v - x). \tag{3.28}$$

Uvrštavanjem (3.28) u (3.23) slijedi:

$$N_\varphi = (\rho_u \cdot g \cdot H_u + \rho_v \cdot g \cdot (H_v - \ x)) \cdot R. \tag{3.29}$$

Uvrštavanjem (3.29) u (3.22) slijedi:

$$w_p = \frac{R}{E \cdot h}((\rho_u \cdot g \cdot H_u + \rho_v \cdot g \cdot (H_v - \ x)) \cdot R). \tag{3.30}$$

Deriviranjem (3.30) po varijabli *x* slijedi:

$$\frac{dw_p}{dx} = -\frac{\rho_v \cdot g \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.31}$$

Uvrštavanjem vrijednosti u (3.30) slijedi:

$$\frac{dw_p}{dx} = -\frac{1040 \cdot 10^{-9} \cdot 9{,}81 \cdot 10^3 \cdot 317{,}5^2}{190000 \cdot 2} = -0{,}0027064886 \ \mathrm{rad}. \tag{3.32}$$

Slijedi uvrštavanje (3.19), (3.20), (3.21), (3.27) i (3.32) u (3.10) i (3.11) slijedi:

$$0 = -0{,}027217 \cdot Q + 0{,}00139569 \cdot M + 0{,}002603, \tag{3.33}$$

$$\alpha_c = 0{,}00139569 \cdot Q - 0{,}000143142 \cdot M - 0{,}0027064886. \tag{3.34}$$

Uređivanjem (3.33) i (3.34) dobiva se jasan sustav dviju jednadžbi s tri nepoznanice:

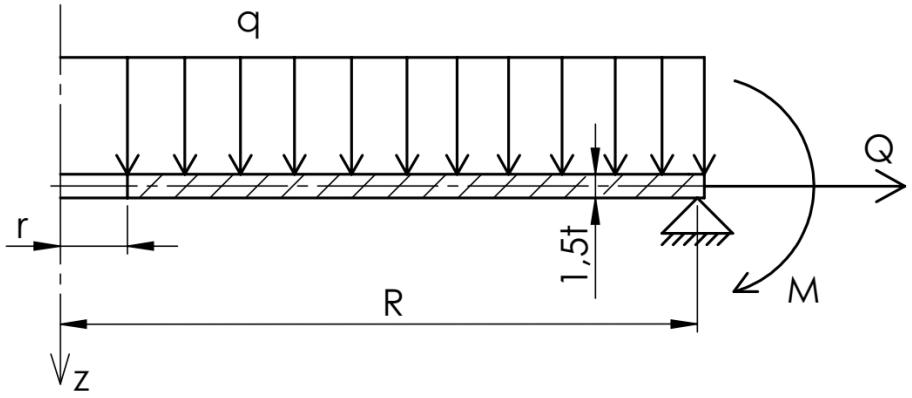
$$0{,}027217 \cdot Q - 0{,}00139569 \cdot M = 0{,}002603, \tag{3.35}$$

$$\alpha_c = 0{,}00139569 \cdot Q - 0{,}000143142 \cdot M - 0{,}0027064886. \tag{3.36}$$

Jedina preostala nepoznanica u sustavu je apsolutni kut zakreta dna α_p, a nju je moguće dobiti računanjem podataka vezanih za kružnu ploču.

3.2.2. Dno (ploča)

Dno spremnika je tanka kružna ploča, a način opterećenja i pripadajuće veličine su prikazane na Slici 9.



Slika 9. Skica opterećenja ploče

Za ovu kružnu ploču potrebno je izračunati spada li među tanke tanke kružne ploče. To se provjerava sljedećim uvjetom uz već poznate ulazne podatke:

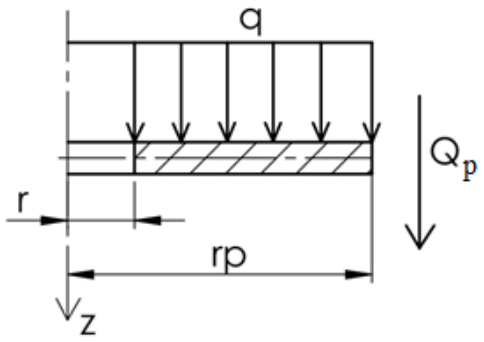
$$\frac{1{,}5t}{R} \leq \frac{1}{10}\,, \tag{3.37}$$

$$\frac{3}{317{,}5} = 0{,}0094 \leq \frac{1}{10} = 0{,}1\,. \tag{3.38}$$

Uvjet je zadovoljen i sukladno tomu moguće je postaviti diferencijalnu jednadžbu savijanja tanke kružne ploče

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r_p}\left[\frac{1}{r_p}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r_p}\left(\alpha r_p\right)\right] = \frac{Q}{D}\,. \tag{3.39}$$

Veličinu Q_p (poprečna sila) može se odrediti iz uvjeta ravnoteže elementa ploče polumjera r_p (Slika 10).



Slika 10. Skica opterećenja ploče na polumjeru r_p

Sukladno skici na slici 10. moguće je odrediti uvjet ravnoteže:

$$\Sigma F_z = 2\pi r_p Q + \int_r^{r_p} q(r_p) 2 r_p \pi \mathrm{d}r_p = 0\,, \tag{3.40}$$

što nakon sređivanja daje

$$Q = -\frac{1}{r_p}\int_r^{r_p} q(r_p) r_p \mathrm{d}r_p\,, \tag{3.41}$$

$$Q = -q\,\frac{r_p^2 - r^2}{2r_p}\,. \tag{3.42}$$

Diferencijalna jednadžba savijanja uvrštavanjem (3.42) u (3.39) glasi

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r_p}\left[\frac{1}{r_p}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r_p}(\alpha r_p)\right] = -\frac{q}{D}\cdot\frac{r_p^2 - r^2}{2r_p}\,. \tag{3.43}$$

Opće rješenje jednadžbe (3.43) je

$$\alpha_p = C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} - \frac{q}{16D}\left[\frac{r_p^4 - r^4}{r_p} - 4r^2 r_p \ln\frac{r_p}{r}\right]. \tag{3.44}$$

Rubnu uvjeti za ovakav način učvršćenja i opterećenja ploče su:

$$M_r(r) = 0, \text{odnosno za } r_p = r \text{ je } \frac{M_r}{D} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} + \nu\frac{\alpha}{r_p} = 0 \text{ i} \tag{3.45}$$

$$M_r(R) = -\frac{M}{D}, \text{odnosno za } r_p = R \text{ je } \frac{M_r}{D} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} + \nu\frac{\alpha}{r_p} = -\frac{M}{D}\,. \tag{3.46}$$

Budući da je

$$\frac{\alpha}{r_p} = C_1 + \frac{C_2}{r_p^2} - \frac{q}{16D}\left[\frac{r_p^4 - r^4}{r_p^2} - 4r^2\ln\frac{r_p}{r}\right], \text{a} \tag{3.47}$$

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} = C_1 - \frac{C_2}{r_p^2} - \frac{q}{16D}\left[3r_p^2 + \frac{r^4}{r_p^2} - 4r^2 - 4r^2\ln\frac{r_p}{r}\right], \tag{3.48}$$

rubni uvjeti glase

$$C_1(1+\nu) - \frac{C_2}{r^2}(1-\nu) - \frac{q}{16D}\left[(3+\nu)r^2 + \frac{r^4}{r^2}(1-\nu) - 4r^2 - 4r^2(1+\nu)\ln\frac{r}{r}\right] = 0\,, \tag{3.49}$$

$$C_1(1+\nu) - \frac{C_2}{R^2}(1-\nu) - \frac{q}{16D}\left[(3+\nu)R^2 + \frac{r^4}{R^2}(1-\nu) - 4r^2 - 4r^2(1+\nu)\ln\frac{R}{r}\right] = -\frac{M}{D}\,. \tag{3.50}$$

Sada je potrebno odrediti opterećenje q, to je moguće sljedećom formulom:

$$q \cdot R^2\pi = g \cdot \left(m_p + \rho_u \cdot H_u \cdot R^2\pi + \rho_v \cdot H_v \cdot R^2\pi\right), \tag{3.51}$$

$$q = g \cdot (\rho_u \cdot H_u + \rho_v \cdot H_v) + \frac{m_p g}{R^2\pi}. \tag{3.52}$$

Uvrštavanjem poznatih vrijednosti slijedi

$$q = 9{,}81 \cdot (920 \cdot 0{,}001 + 1040 \cdot 0{,}961) + \frac{2{,}6 \cdot 9{,}81}{317{,}5^2 \cdot \pi} = 9813{,}53 \text{ Pa}, \tag{3.53}$$

$$q = 0{,}0098135316 \text{ MPa}. \tag{3.54}$$

Fleksijsku krutost je moguće izračunati iz ulaznih podataka. Tako uvrštavanjem tih podataka u (3.15) slijedi:

$$D = \frac{190000 \cdot 3^3}{12(1 - 0{,}265^2)} = 459788{,}66 \text{ Nmm}. \tag{3.55}$$

Uvrštavanjem poznatih vrijednosti u (3.49) i (3.50) slijedi

$$C_1(1 + 0{,}3) - \frac{C_2}{8{,}5^2}(1 - 0{,}3) - \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \\ \cdot [(3 + 0{,}3) \cdot 8{,}5^2 + (1 - 0{,}3) \cdot 8{,}5^2 - 4 \cdot 8{,}5^2] = 0, \tag{3.56}$$

$$1{,}3C_1 - 0{,}009688581315C_2 = 0, \tag{3.57}$$

$$C_1(1 + 0{,}3) - \frac{C_2}{317{,}5^2}(1 - 0{,}3) - \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \\ \left[(3 + 0{,}3) \cdot 317{,}5^2 + \frac{8{,}5^4}{317{,}5^2}(1 - 0{,}3) - 4 \cdot 8{,}5^2 - 4 \cdot 8{,}5^2 \cdot (1 + 0{,}3) \cdot \ln\frac{317{,}5}{8{,}5}\right] = \\ = -\frac{M}{459788{,}66}, \tag{3.58}$$

$$1{,}3C_1 - 0{,}000006944014C_2 + 0{,}0000021749123M = 0{,}0004415604. \tag{3.59}$$

Rubni uvjeti su svedeni na sustav dviju jednadžbi s tri nepoznanice, a uvrštavanjem (3.2) i (3.44) u (3.36) za $r_p = R$ slijedi:

$$0{,}00139569 \cdot Q - 0{,}000143142 \cdot M - 0{,}0027064886 + 317{,}5 \cdot C_1 + \frac{C_2}{317{,}5} = \\ = \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \left[\frac{317{,}5^4 - 8{,}5^4}{317{,}5} - 4 \cdot 8{,}5^2 \cdot 317{,}5 \cdot \ln\frac{317{,}5}{8{,}5}\right], \tag{3.60}$$

$$0{,}00139569 \cdot Q - 0{,}000143142 \cdot M + 317{,}5 \cdot C_1 + 0{,}0031496063 \cdot C_2 = 0{,}045395456. \tag{3.61}$$

3.2.3. Iznosi nepoznatih veličina

Jednadžbama (3.35), (3.57), (3.59) i (3.61) imamo sustav od četiri linearne jednadžbe sa četiri nepoznanice. Korištenjem [10] otkriveni su iznosi nepoznanica. Ti iznosi su:

$$Q = 5{,}48195\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}\,, \tag{3.62}$$

$$M = 105{,}03715\ \frac{\mathrm{Nmm}}{\mathrm{mm}}\,, \tag{3.63}$$

$$C_1 = 0{,}0001640512786\ \mathrm{mm}^{-1}\,, \tag{3.64}$$

$$C_2 = 0{,}022012166209\ \mathrm{mm}\,. \tag{3.65}$$

3.2.4. Progib tanke kružne ploče

Za određivanje progiba tanke kružne ploči služi jednadžba

$$\mathrm{d}w = -\alpha \mathrm{d}r_p\,. \tag{3.66}$$

Integriranjem ovog izraza dobiva se:

$$w = -\int \alpha \mathrm{d}r_p + C_3\,, \text{tj.} \tag{3.67}$$

$$w = -\int C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} - \frac{q}{16D}\left[\frac{r_p^4 - r^4}{r_p} - 4r^2 r_p \ln\frac{r_p}{r}\right]\mathrm{d}r_p + C_3\,, \tag{3.68}$$

$$w = -\left\{\frac{C_1 r_p^2}{2} + C_2 \ln r_p - \frac{q}{16D}\left[\frac{r_p^4}{4} - r^4 \ln r_p + r^2 r_p^2 - 2r^2 r_p^2 \ln\frac{r_p}{r}\right]\right\} + C_3\,, \tag{3.69}$$

Konstanta integracije C_3 se računa pomoću rubnog uvjeta

$$w(R) = 0, \text{odnosno za } r_p = R = 317{,}5\ \mathrm{mm} \text{ je } w = 0\,. \tag{3.70}$$

Uvrštavanjem (3.70), (3.64) i (3.65) u (3.69) slijedi

$$C_3 = \frac{0{,}0001640512786 \cdot 317{,}5^2}{2} + 0{,}022012166209 \cdot \ln 317{,}5 - \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \\ \cdot \left[\frac{317{,}5^4}{4} - 8{,}5^4 \cdot \ln 317{,}5 + 8{,}5^2 \cdot 317{,}5^2 - 2 \cdot 8{,}5^2 \cdot 317{,}5^2 \cdot \ln\frac{317{,}5}{8{,}5}\right]\,, \tag{3.71}$$

$$C_3 = 5{,}0672461\,. \tag{3.72}$$

Budući da je progib najveći pri $r_p = r = 8{,}5$ mm, za vrijednost polumjera i (3.72) se uvrštavaju u (3.69) čime se izračunava maksimalni progib na sljedeći način:

$$w_{max} = -\left\{\begin{array}{c}\dfrac{0{,}0001640512786 \cdot 8{,}5^2}{2} + 0{,}022012166209 \cdot \ln 8{,}5 - \dfrac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \\ \cdot \left[\dfrac{8{,}5^4}{4} - 8{,}5^4 \cdot \ln 8{,}5 + 8{,}5^4 - 2 \cdot 8{,}5^4 \cdot \ln\dfrac{8{,}5}{8{,}5}\right] \\ +5{,}0672461\,,\end{array}\right\} \tag{3.73}$$

$$w_{max} = 5{,}014206\ \text{mm}\,. \tag{3.74}$$

Proračunska vrijednost progiba se smanjuje konstrukcijom kućišta. Ovom tipu proizvoda i ovom tipu materijala progib ovolikog iznosa ne predstavlja problem.

3.2.5. Provjera čvrstoće tanke kružne ploče

Za provjeru čvrstoće potrebno je znati maksimalna naprezanja i usporediti ih sa dopuštenim naprezanjem. Formule za maksimalna naprezanja su:

$$\sigma_{r,\max} = \frac{6M_{r,\max}}{t^2}\,, \tag{3.75}$$

$$\sigma_{\varphi,\max} = \frac{6M_{\varphi,\max}}{t^2}\,. \tag{3.76}$$

Pošto je potrebno odrediti radijalni i cirkularni moment, a formule za njih su:

$$M_r = D\left(\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} + \nu\frac{\alpha}{r_p}\right), \tag{3.77}$$

$$M_\varphi = D\left(\frac{\alpha}{r_p} + \nu\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p}\right). \tag{3.78}$$

Moguće je saznati veličine u jednadžbama, a to su:

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} = C_1 - \frac{C_2}{r_p^2} - \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \left[3r_p^2 + \frac{8{,}5^4}{r_p^2} - 4 \cdot 8{,}5^2 - 4 \cdot 8{,}5^2 \cdot \ln\frac{r_p}{8{,}5}\right], \tag{3.79}$$

$$\frac{\alpha}{r_p} = C_1 + \frac{C_2}{r_p^2} - \frac{0{,}0098135316}{16 \cdot 459788{,}66} \cdot \left[\frac{r_p^4 - 8{,}5^4}{r_p^2} - 4 \cdot 8{,}5^2 \cdot \ln\frac{r_p}{8{,}5}\right]. \tag{3.80}$$

Za $r_p = r$ = 8,5 mm (3.79) i (3.80) iznose:

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} = -0{,}00014061538\ \mathrm{mm}^{-1}\,, \tag{3.81}$$

$$\frac{\alpha}{r_p} = 0{,}00046871794\ \mathrm{mm}^{-1}\,. \tag{3.82}$$

Uvrštavanjem (3.81) i (3.82) u (3.77) i (3.78) slijedi:

$$M_r = 459788{,}66\ \cdot (-0{,}00014061538 + 0{,}3 \cdot 0{,}00046871794) = 0\,, \tag{3.83}$$

$$M_\varphi = 459788{,}66\ \cdot (0{,}00046871794 - 0{,}3 \cdot 0{,}00014061538) = 196{,}115\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.84}$$

Za $r_p = R$ = 317,5 mm (3.79) i (3.80) iznose:

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}r_p} = -0{,}0002378044\ \mathrm{mm}^{-1}\,, \tag{3.85}$$

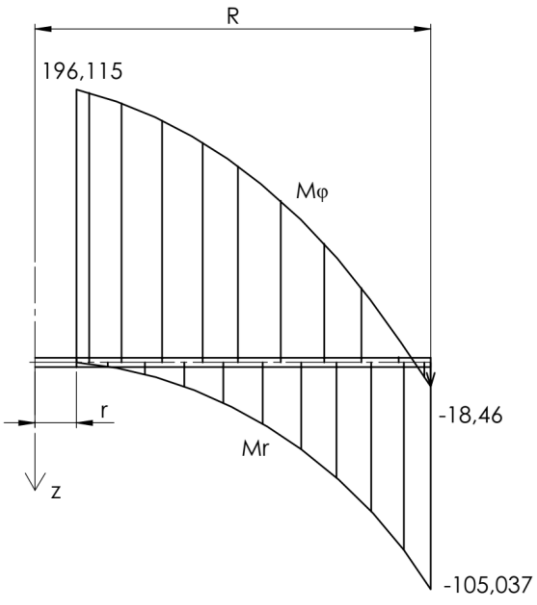
$$\frac{\alpha}{r_p} = 0{,}000031192613\ \mathrm{mm}^{-1}\,. \tag{3.86}$$

Uvrštavanjem (3.85) i (3.86) u (3.77) i (3.78) slijedi:

$$M_r = 459788{,}66\ \cdot (-0{,}0002378044 + 0{,}3 \cdot 0{,}00003119261) = -105{,}037\ \frac{\mathrm{Nmm}}{\mathrm{mm}}\,, \tag{3.87}$$

$$M_\varphi = 459788{,}66\ \cdot (0{,}00003119261 - 0{,}3 \cdot 0{,}0002378044) = -18{,}46\ \frac{\mathrm{Nmm}}{\mathrm{mm}}\,. \tag{3.88}$$

Na Slici 11 prikazana je raspodjela momenata na kružnoj ploči.



Slika 11. Prikaz raspodjele momenata na kružnoj ploči

Uvrštavanjem (3.83) i (3.84) u (3.75) i (3.76) za $r_p = r$ slijedi:

$$\sigma_r(r) = \frac{6 \cdot 0}{3^2} = 0\,, \tag{3.89}$$

$$\sigma_\varphi(r) = \frac{6 \cdot 196{,}115}{3^2} = 130{,}74\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.90}$$

Uvrštavanjem (3.87) i (3.88) u (3.75) i (3.76) za $r_p = R$ slijedi:

$$\sigma_r(R) = \frac{6 \cdot (-105{,}037)}{3^2} = -70{,}02\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,, \tag{3.91}$$

$$\sigma_\varphi(R) = \frac{6 \cdot (-18{,}46)}{3^2} = -12{,}31\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.92}$$

Po teoriji najvećih posmičnih naprezanja ekvivalentno naprezanje iznosi

$$\sigma_{\mathrm{ekv}} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}\,. \tag{3.93}$$

Minimalno naprezanje je σ_z koje ima zanemarivo malen iznos u odnosu na druga naprezanja i iznos mu je jednak nuli. Stoga je ekvivalentno naprezanje za $r_p = r$

$$\sigma_{\mathrm{ekv}}(r) = \sigma_\varphi(r) - \sigma_r(r) = 130{,}74 - 0 = 130{,}74\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.94}$$

Isto tako, ekvivalentno naprezanje za $r_p = R$ je

$$\sigma_{\mathrm{ekv}}(R) = \sigma_z(R) - \sigma_r(R) = 0 + 70{,}02 = 70{,}02\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.95}$$

Iz (3.94) i (3.95) je vidljivo da je kritični presjek na polumjeru $r_p = r$.

Prema tablici 1. granica razvlačenja za izabrani materijal iznosi

$$R_{p\ 0{,}2} = 205\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.96}$$

Za računanje postojeće sigurnosti (3.96) se dijeli sa (3.94). Postojeća sigurnost iznosi

$$S_{\mathrm{post}} = \frac{R_{p\ 0{,}2}}{\sigma_{\mathrm{ekv}}(r)} = \frac{205}{130{,}74} = 1{,}568\,. \tag{3.97}$$

Uvjet čvrstoće je zadovoljen budući da spremnik ima prilično lagan spektar opterećenja i za proizvode poput ovakvog iznos sigurnosti je zadovoljavajući.

3.2.6. Veličine prikazane duž meridijana cilindra

Pomoću eksponencijalno-trigonometrijskih funkcija moguće je prikazati radijalni pomak, kut zakreta, moment savijanja, cirkularni moment, poprečnu silu i cirkularnu silu duž meridijana cilindra. Eksponencijalno-trigonometrijske funkcije su sljedeće:

$$f_1(\beta x) = e^{-\beta x}(\cos \beta x + \sin \beta x), \tag{3.98}$$

$$f_2(\beta x) = e^{-\beta x} \sin \beta x, \tag{3.99}$$

$$f_3(\beta x) = e^{-\beta x}(\cos \beta x - \sin \beta x), \tag{3.100}$$

$$f_4(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x. \tag{3.101}$$

Prethodne funkcije je potrebno uvrstiti u uobičajene formule za tražene veličine:

$$w = -\alpha_{11} \cdot Q \cdot f_4(\beta x) + \alpha_{12} \cdot M \cdot f_3(\beta x) + w_p, \tag{3.102}$$

$$\alpha = \alpha_{12} \cdot Q \cdot f_1(\beta x) - \alpha_{22} \cdot M \cdot f_4(\beta x) + \frac{dw_p}{dx}, \tag{3.103}$$

$$M_x = M \cdot f_1(\beta x) - \frac{Q}{\beta} \cdot f_2(\beta x), \tag{3.104}$$

$$M_\varphi = \nu \cdot M_x \tag{3.105}$$

$$Q = -2 \cdot M \cdot \beta \cdot f_2(\beta x) - Q \cdot f_3(\beta x) \tag{3.106}$$

$$N_\varphi = 2 \cdot R \cdot \beta^2 \left[M \cdot f_3(\beta x) - \frac{Q}{\beta} \cdot f_4(\beta x) \right] + p \cdot R\,. \tag{3.107}$$

Uvrštavanjem vrijednosti u prethodne formule dobivamo sljedeće formule:

$$w = -0{,}149202233 \cdot f_4(\beta x) + 0{,}146599299 \cdot f_3(\beta x) + 0{,}002603, \tag{3.108}$$

$$\alpha = 0{,}0076511028 \cdot f_1(\beta x) - 0{,}015035206 \cdot f_4(\beta x) - 0{,}0027064886, \tag{3.109}$$

$$M_x = 105{,}037 \cdot f_1(\beta x) - 106{,}9023 \cdot f_2(\beta x), \tag{3.110}$$

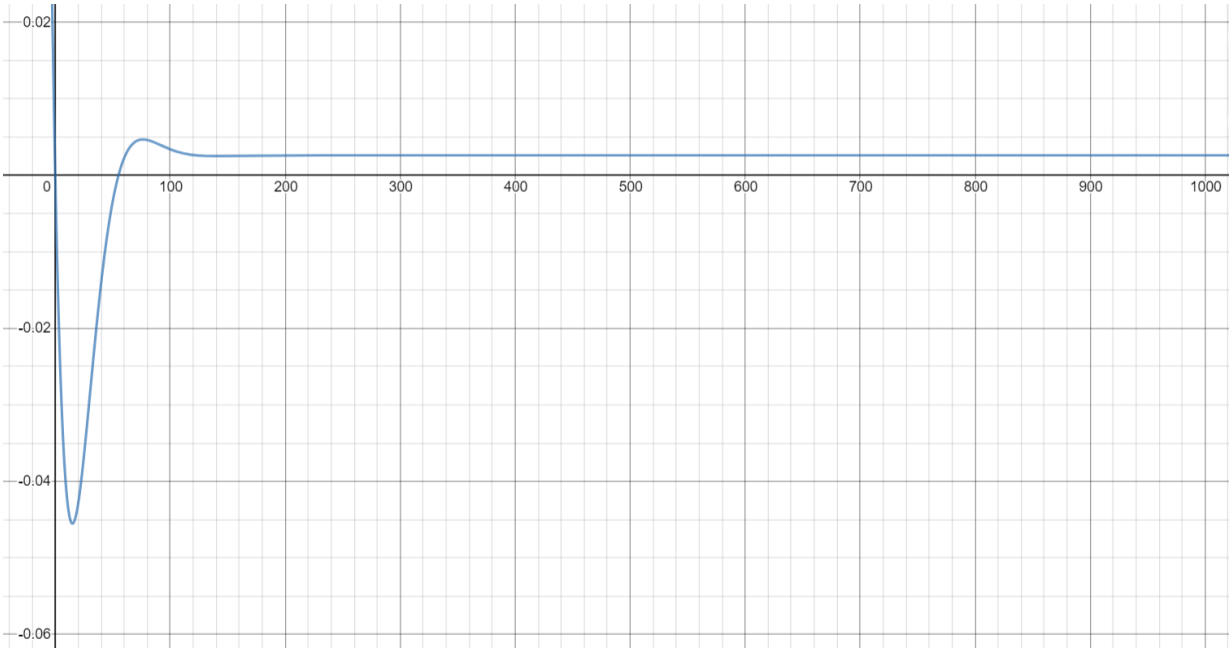
$$M_\varphi = 0{,}3 \cdot \big(105{,}037 \cdot f_1(\beta x) - 106{,}9023 \cdot f_2(\beta x)\big), \tag{3.111}$$

$$Q = -10{,}77259472 \cdot f_2(\beta x) - 5{,}48195 \cdot f_3(\beta x), \tag{3.112}$$

$$N_\varphi = 175{,}3929237 \cdot f_3(\beta x) - 178{,}5076415 \cdot f_4(\beta x) + 0{,}002865501 + \\ +0{,}003239262 \cdot (961 - x)\,. \tag{3.113}$$

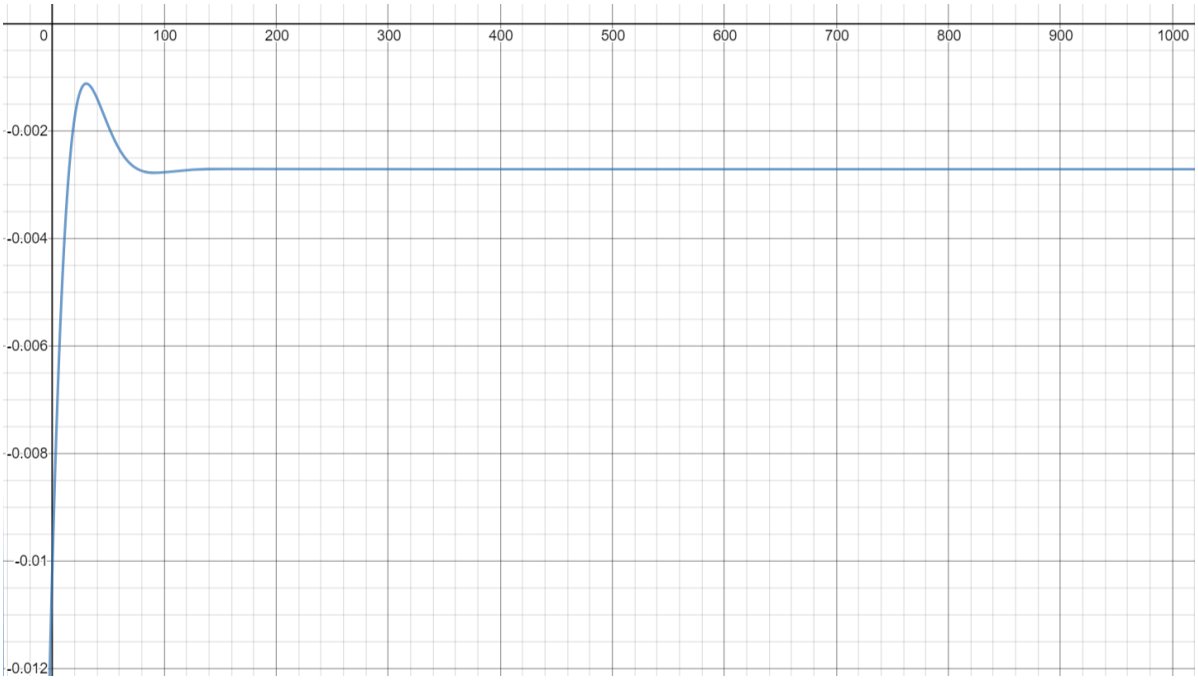
Ove veličine su prikazane kao ordinate dijagrama na kojima je apscisa meridijan dijela cilindra koji je napunjen vinom ($0 \le x \le 961$ mm).

Na Slici 12 je prikazan dijagram raspodjele radijalnog pomaka (w_p) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



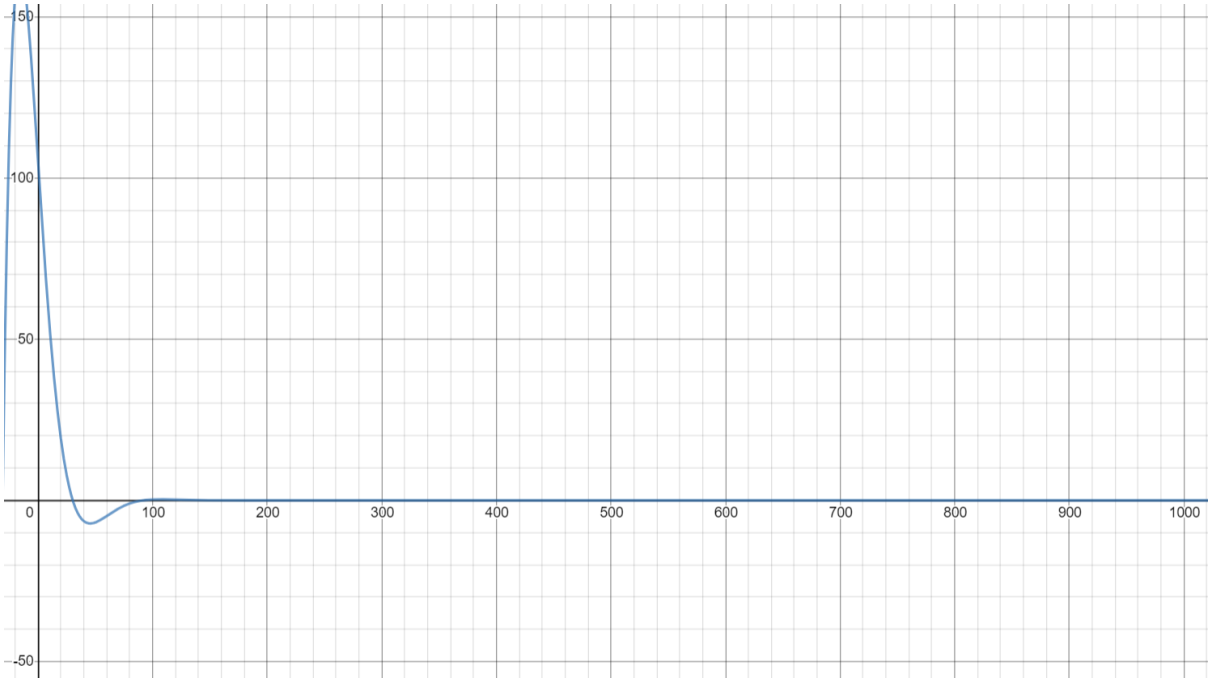
Slika 12. Radijalni pomak duž meridijana cilindra

Na Slici 13 je prikazan dijagram raspodjele kuta zakreta (α) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



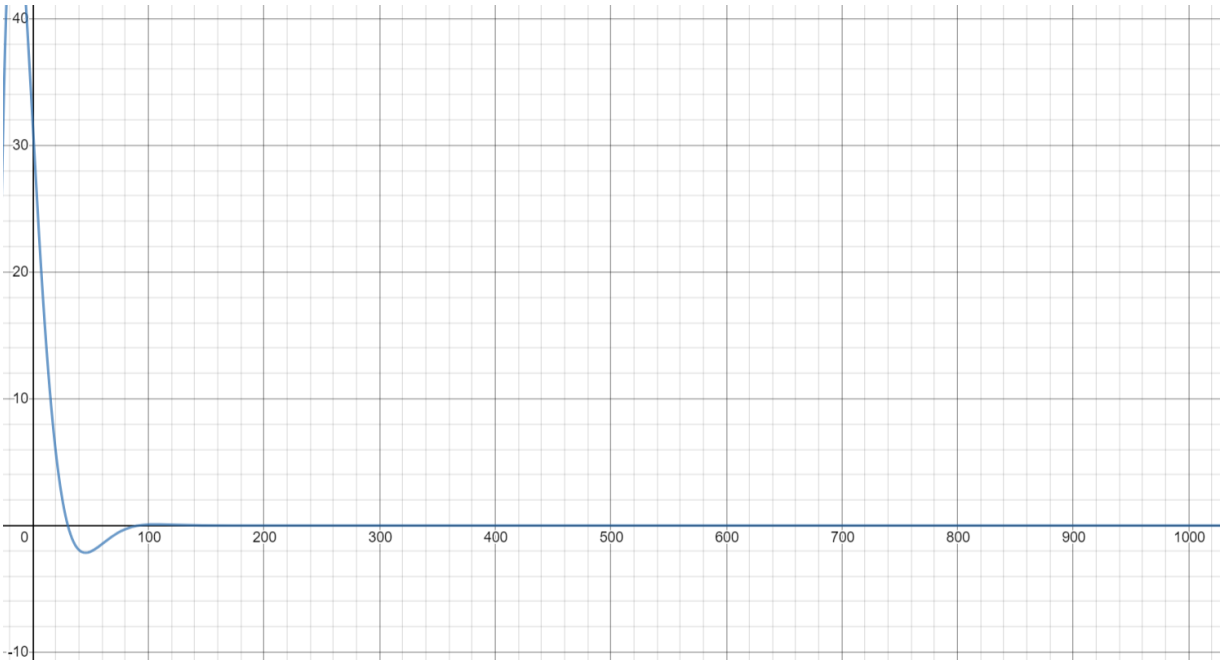
Slika 13. Kut zakreta duž meridijana cilindra

Na Slici 14 je prikazan dijagram raspodjele momenta savijanja (M_x) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



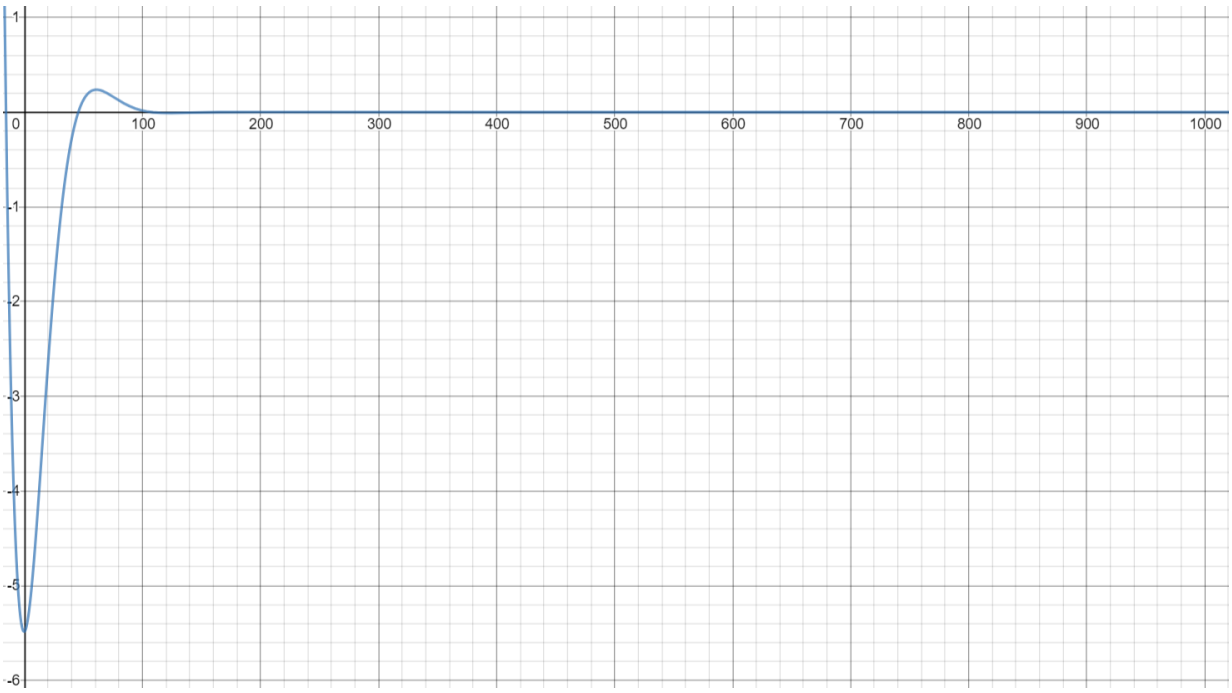
Slika 14. Moment savijanja duž meridijana cilindra

Na Slici 15 je prikazan dijagram raspodjele cirkularnog momenta (M_φ) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



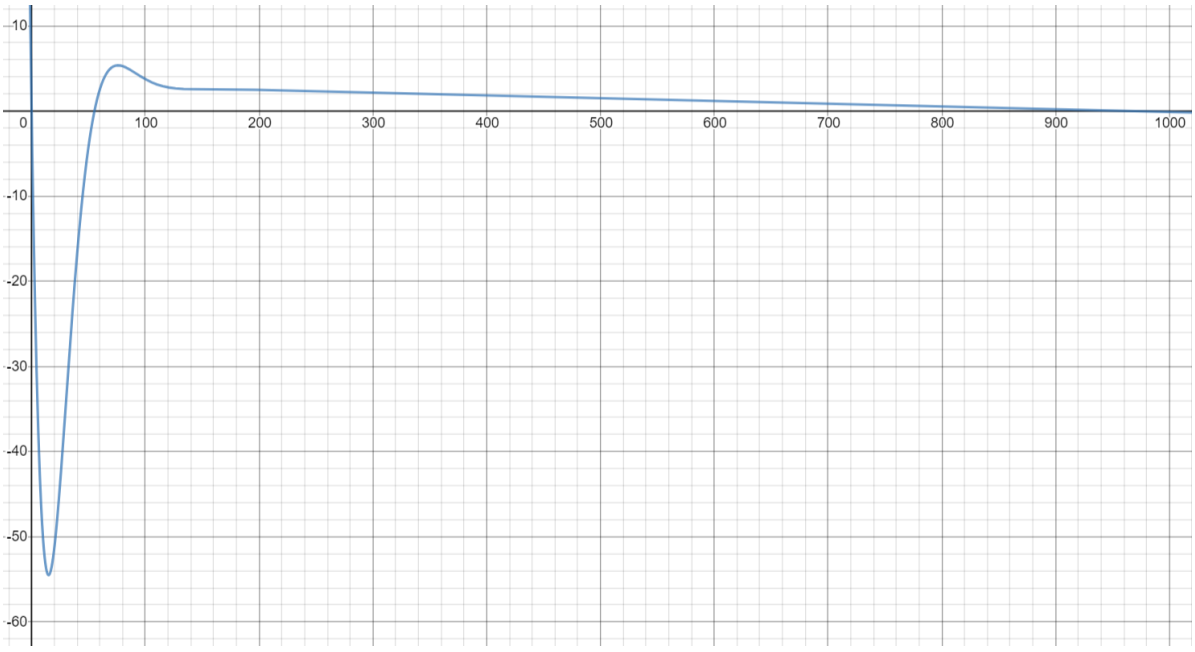
Slika 15. Cirkularni moment duž meridijana cilindra

Na Slici 16 je prikazan dijagram raspodjele poprečne sile (Q) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



Slika 16. Poprečna sila duž meridijana cilindra

Na Slici 17 je prikazan dijagram raspodjele cirkularne sile (N_φ) duž meridijana cilindra (u milimetrima).



Slika 17. Cirkularna sila duž meridijana cilindra

3.2.7. Provjera čvrstoće cilindra

Za provjeru čvrstoće potrebno je znati maksimalna naprezanja i usporediti ih sa dopuštenim naprezanjem. Kritična točka je točka spoja i potrebno je uvrštavati iznose veličina u toj točci. Formule za maksimalna naprezanja su:

$$\sigma_{x,\max} = \frac{N_x}{t} \mp \frac{6M_x}{t^2}\,, \tag{3.114}$$

$$\sigma_{\varphi,\max} = \frac{N_\varphi}{t} \mp \frac{6M_\varphi}{t^2}\,. \tag{3.115}$$

Uvrštavanjem (3.1), (3.26), (3.63) i (3.105) u (3.114) i (3.115) slijedi:

$$\sigma_{x,\max} = \frac{0}{2} + \frac{6 \cdot 105{,}037}{2^2} = 157{,}56\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,, \tag{3.116}$$

$$\sigma_{\varphi,\max} = \frac{3{,}115796}{2} + \frac{6 \cdot 31{,}5111}{2^2} = 48{,}82\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.117}$$

Po teoriji najvećih posmičnih naprezanja ekvivalentno naprezanje iznosi

$$\sigma_{\mathrm{ekv}} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}\,. \tag{3.118}$$

Minimalno naprezanje je σ_{r} koje ima zanemarivo malen iznos u odnosu na druga naprezanja i iznos mu je jednak nuli. Stoga je ekvivalentno naprezanje

$$\sigma_{\mathrm{ekv}} = \sigma_{x,\max} - \sigma_r = 157{,}56 - 0 = 157{,}56\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,. \tag{3.119}$$

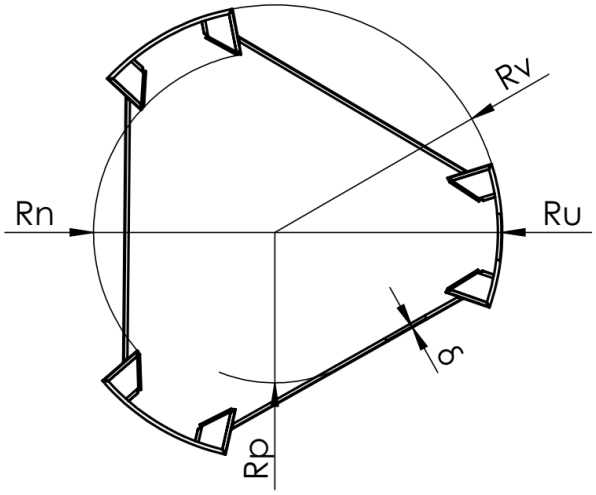
Za računanje postojeće sigurnosti ta granica razvlačenja (3.96) će biti podijeljena sa najvećim naprezanjem, a to naprezanje je (3.119). Postojeća sigurnost iznosi

$$S_{\mathrm{post}} = \frac{R_{p\,0{,}2}}{\sigma_{\varphi,\max}} = \frac{205}{157{,}56} = 1{,}301\,. \tag{3.120}$$

Uvjet čvrstoće je zadovoljen budući da spremnik ima prilično lagan spektar opterećenja i za proizvode poput ovakvog iznos sigurnosti je zadovoljavajući.

3.3. Postolje

Spremnik bačve je postavljen na postolje i zavaren za njega. Postolje se sastoji od 3 noge i 3 pločice koje su međusobno zavarene i čine krutu konstrukciju. Zavarivanje je izvedeno postupkom MIG zavarivanja kojim su metalni dijelovi debljine 1-2 mm mogu zavariti bez značajnih deformacija i oštećenja. Specifičnom konstrukcijom postolja smanjen je polumjer na kojem se dno može savijati (Slika 18), a konstrukcija postolja čini također opteretivi dio za postavljanje spremnika bačve tako da čvrstoća postolja bude zadovoljena.



Slika 18. Tlocrt postolja bačve

Tablica 4. Nepoznate veličine sa skice tlocrta postolja bačve

Mjerna jedinica	Vanjski polumjer bačve R_v	Unutarnji polumjer stjenki nogu R_u	Polumjer nogu postolja R_n	Unutarnji polumjer postolja R_p	Debljina stjenki postolja δ
mm	379,5	318,5	254,5	211,5	1

3.3.1. Nosivost

Za računanje nosivosti postolja potrebno je uzeti u obzir dijelove postolja kojima je bačva postavljena na tlo, a to su donji dijelovi nogu. Opterećenje je statičko, a opterećenje svojom težinom čine svi dijelovi bačve, uključujući i postolje. Stoga je opterećenje, odnosno težina bačve:

$$F_B = g \cdot (m_{po} + m_p + m_s + m_v + m_u + 2 \cdot m_c + 3 \cdot m_n + 3 \cdot m_{pl}) \qquad (3.121)$$

Sve mase osim mase vina m_v, mase ulja m_u i već poznate mase plovka m_p je moguće izračunati pomoću računalnog alata SolidWorks gdje je modelirana cijela bačva.

Tablica 5. Mase dijelova bačve

Mjerna jedinica	Masa poklopca m_{po}	Masa spremnika m_s	Masa cijevi za slavinu m_c	Masa noge m_n	Masa pločice m_{pl}
g	2946,75	38919,28	81,83	670,99	178,1

Masa vina i ulja se računa sljedećim formulama:

$$m_v = \rho_v \cdot H_v \cdot R^2 \cdot \pi \,, \tag{3.122}$$

$$m_u = \rho_u \cdot H_u \cdot R^2 \cdot \pi \,. \tag{3.123}$$

Uvrštavanjem poznatih vrijednosti u (3.122) i (3.123) dobivamo:

$$m_v = 1040 \cdot 10^3 \cdot 0{,}961 \cdot 0{,}3175^2 \cdot \pi = 316514{,}83 \text{ g} \,, \tag{3.124}$$

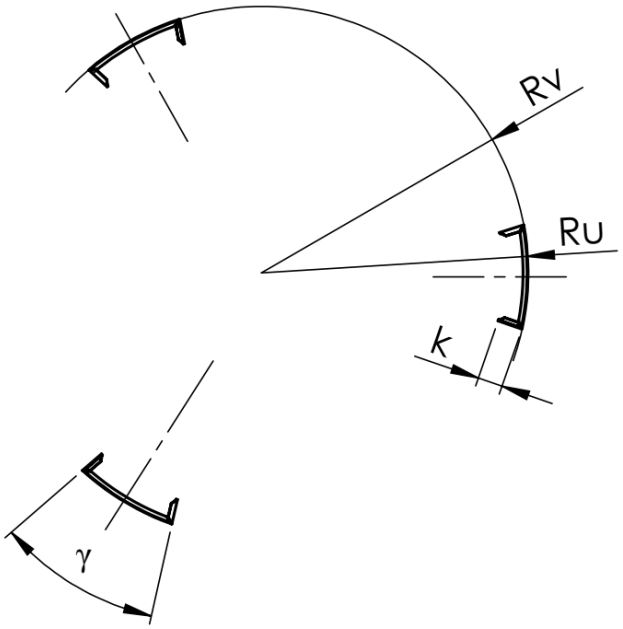
$$m_u = 920 \cdot 10^3 \cdot 0{,}001 \cdot 0{,}3175^2 \cdot \pi = 291{,}36 \text{ g} \,. \tag{3.125}$$

Sada su poznate sve veličine iz (3.121) i njihovim uvrštavanjem slijedi:

$$F_B = 9{,}81 \cdot \begin{pmatrix} 2946{,}75 + 2639{,}28 + 38919{,}28 + 316514{,}83 + \\ +291{,}36 + 2 \cdot 81{,}83 + 3 \cdot 670{,}99 + 3 \cdot 178{,}1 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \,, \tag{3.126}$$

$$F_B = 3571{,}06 \text{ N} \,. \tag{3.127}$$

Površina najopterećenijih dijelova čije su dimenzije potrebne za proračun prikazana je na Slici 19.



Slika 19. Skica dna postolja

Nepoznate veličine sa Slike 19 su:

k = 30 mm – krak noge,

γ = 40° – kut noge prema centru.

Sada je moguće izračunati nosivu površinu na kojoj djeluje opterećenje na sljedeći način:

$$A = (R_v^2 \cdot \pi - R_u^2 \cdot \pi) \cdot \frac{\gamma}{360°} \cdot 3 + 6 \cdot k \cdot \delta \,, \tag{3.128}$$

$$A = (319{,}5^2 \cdot \pi - 318{,}5^2 \cdot \pi) \cdot \frac{40°}{360°} \cdot 3 + 6 \cdot 30 \cdot 1 \,, \tag{3.129}$$

$$A = 848{,}11 \text{ mm}^2 \,. \tag{3.130}$$

Naprezanje koje nosiva konstrukcija mora izdržati iznosi:

$$\sigma_B = \frac{F_B}{A} = \frac{3571{,}06}{848{,}11} = 4{,}21 \ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \,. \tag{3.131}$$

Budući da je granica razvlačenja materijala (Tablica 1.) skoro 50 puta veća od naprezanja nosive konstrukcije, uvjet čvrstoće je itekako zadovoljen.

4. Numerička analiza

Numerička analiza je provedena metodom konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus.

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se primjenjuje u mehanici deformabilnih tijela za rješavanje statičkih i dinamičkih problema. Metoda konačnih elemenata temelji se na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma gdje se razmatrani kontinuum s beskonačno mnogo stupnjeva slobode zamjenjuje diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Na taj način područje kontinuuma dijeli se na konačan broj potpodručja koja se nazivaju elementi, tj. razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata. Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi koji se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu (polje pomaka, deformacija naprezanja, temperatura itd.) opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Metoda konačnih elementa približna je numerička metoda te su njezina rješenja također približna, a realnim rješenjima može se približiti uz pravilni izbor proračunskih modela i uz pravilno odabrane konačne elemente. Na taj način približavanje točnom rješenju raste s povećanjem broja elemenata.

Osnovni tipovi konačnih elemenata su:

- jednodimenzijski konačni elementi,
- dvodimenzijski konačni elementi,
- trodimenzijski konačni elementi,
- osnosimetrični konačni elementi,
- konačni elementi za rješavanje problema savijanja ploča,
- konačni elementi za analizu ljuskastih konstrukcija.

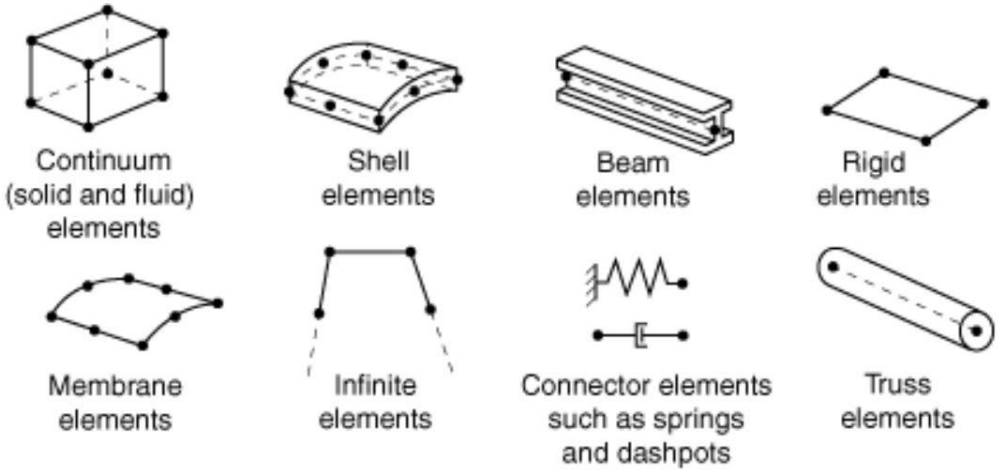
Abaqus je računalni paket koji koristi metodu konačnih elemenata i računalom podržano inženjerstvo, za rješavanje inženjerskih problema. Proizvod je francuske tvrtke Dassault Systems. Na tržištu se javlja 1978. godine i nakon toga malo po malo postaje jedan od vodećih paketa za rješavanje problema metodom konačnih elemenata. Kako i kod većine sličnih programskih paketa, da bi se olakšalo upravljanje i kontrola podataka, sastoji se od tri radne cjeline ili faze u kojima se obavlja učitavanje ulaznih podataka (pretprocesor), izračunavanje (procesor) i prikaz rezultata (postprocesor). Abaqus se sastoji od dva osnovna proizvoda:

- Abaqus/Standard je program opće namjene koji služi za analizu linearnih i nelinearnih problema i bit će korišten za izradu ovog rada.
- Abaqus/Explicit služi za analize posebne namjene s posebnom formulacijom konačnih elemenata, npr. za analizu kratkih tranzijetnih pojava.

Abaqus/CAE je interaktivno grafičko sučelje koje služi za kreiranje modela. Također, postoji mogućnost modeliranja nekih posebnih elemenata – npr. opruga, pukotina, prigušnih elemenata, kao i virtualnih elemenata koji služe za dodjeljivanje opterećenja koje je definirano u nekoj točki izvan same geometrije itd.

4.1. Konačni elementi u Abaqusu

Abaqus sadrži opsežnu biblioteku konačnih elemenata te tako pruža velik skup alata za rješavanje mnogo različitih problema. Slika 20 prikazuje skupine elemenata u Abaqusu koje se uobičajeno koriste u analizi naprezanja. Jedna od glavnih razlika između različitih skupina elemenata je vrsta geometrije koju pojedina skupina elemenata preuzima na sebe.

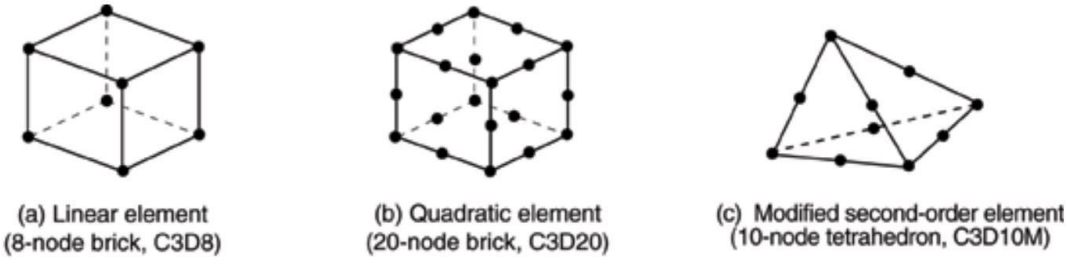


Slika 20. Skupine konačnih elemenata u Abaqusu [11]

Skupine elemenata upotrijebljeni u ovoj analizi su 3D konačni elementi i ljuskasti konačni elementi.

4.1.1. 3D konačni elementi

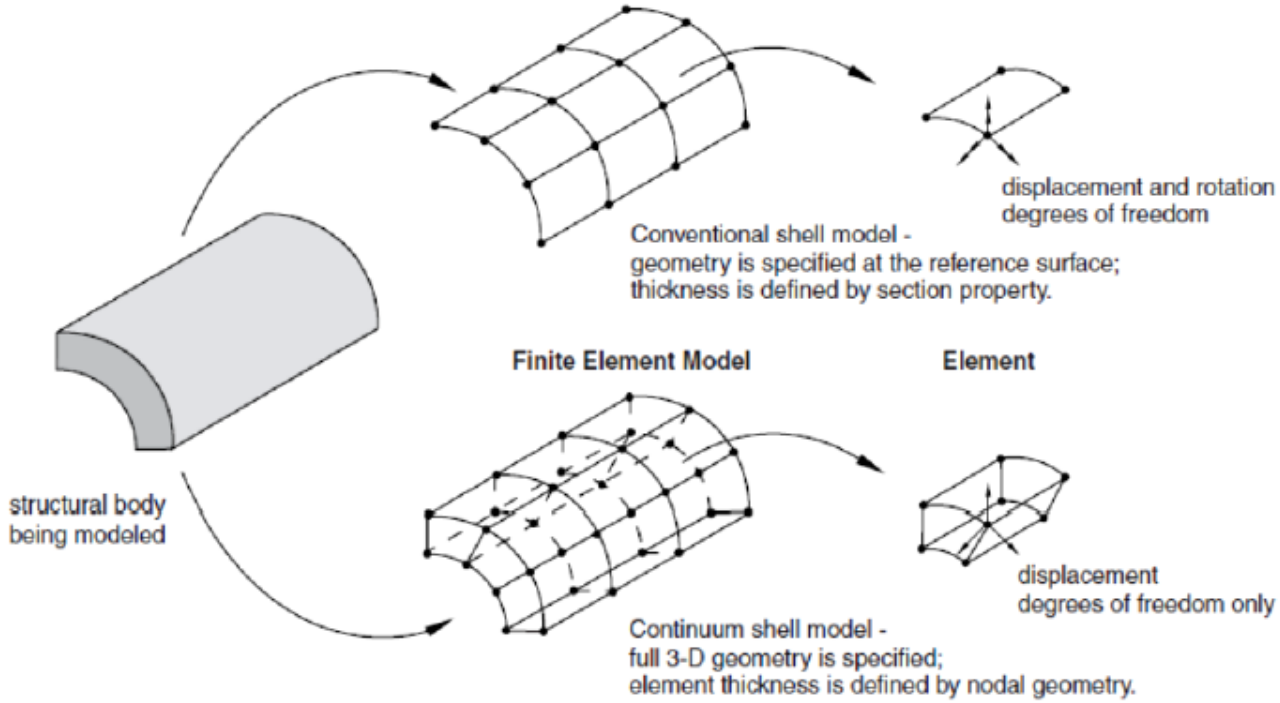
3D (engl. continuum) elementi (Slika 21) su standardni volumni elementi u Abaqus-u. Postoje u obliku prizme (engl. hexaedar), trostrane prizme (engl. wedge) i tetraedra. Prilikom računanja s 3D elementima znatno je veći broj nepoznanica u numeričkom modelu, što je računalno zahtjevnije. Stupnjevi slobode kod 3D elemenata su 3 translacije u svakom čvoru (u, v, w). Na Slici 23 su prikazani često korišteni 3D konačni elementi (heksaedarski element prvog reda, heksaedarski element drugog reda, tetraedarski element drugog reda).



Slika 21. Često korišteni 3D elementi [11]

4.1.2. Ljuskasti konačni elementi

Konačni elementi za analizu ljuskastih konstrukcija (Slika 22) koriste se za modeliranje struktura kod kojih je jedna dimenzija, debljina, značajno manja od ostalih dimenzija. Konvencionalni elementi za analizu ljuskastih konstrukcija koriste ovaj uvjet za diskretizaciju tijela definiranjem geometrije na referentnoj površini, definiramo srednju plohu za koju naknadno zadajemo debljinu ljuske. Konvencionalni ljuskasti elementi imaju rotacijske i translacijske stupnjeve slobode



Slika 22. Elementi za analizu ljuskastih konstrukcija [11]

4.2. Konačni elementi korišteni u zadatku

Kako bi bilo provjereno koji elementi su najpogodniji za numeričku analizu konstrukcije, potrebno je verificirati određene vrste konačnih elemenata i njihovu kvalitetu u primjeni na zadanoj konstrukciji. Cijeli model bačve se može promatrati kao tanka ljuska pa je za verifikaciju izabrano nekoliko vrsta ljuskastih konačnih elemenata. Za osnosimetrični model i 3D model izabrani su jedna vrsta osnosimetričnih konačnih elemenata i jedna vrsta 3D konačnih elemenata.

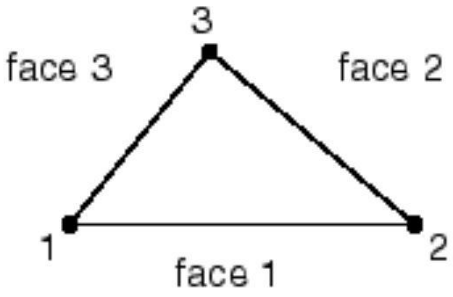
4.2.1. Ljuskasti trokutni elementi prvog reda (S3)

Ljuskasti trokutni element prvoga reda (Slika 23) sadrži 3 čvora s pa 6 stupnjeva slobode. Izveden je superpozicijom osnovnoga dvodimenzijskog elementa s 6 stupnjeva slobode i nekonformnog pločastog elementa s 9 stupnjeva slobode.

Značenje skraćenice S3 je sljedeće:

S – opterećena ljuska (eng. shell),

3 – broj čvorova.



Slika 23. Ljuskasti trokutni element prvog reda [11]

4.2.2. Ljuskasti četverokutni elementi prvog reda (S4R)

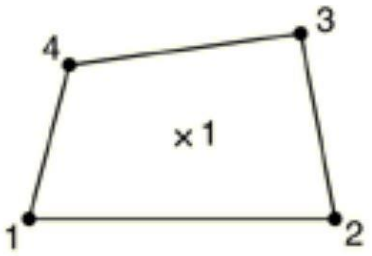
Ljuskasti četverokutni elementi prvoga reda S4R (Slika 24) sastoji se od četiri čvora s po 24 stupnjeva slobode. Element je dvostruko zakrivljen, a spada u elemente opće namijene. Membranska kinematika S4R elementa zasniva se na pretpostavljenoj formulaciji naprezanja koja pružaju precizna rješenja pri problemima ravninskog savijanja.

Značenje skraćenice S4 je sljedeće:

S – opterećena ljuska (eng. shell),

4 – broj čvorova,

R – reducirana integracija (eng. reduced).



Slika 24. Ljuskasti četverokutni element prvog reda s reduciranom integracijom [11]

4.2.3. Ljuskasti četverokutni elementi drugoga reda (S8R)

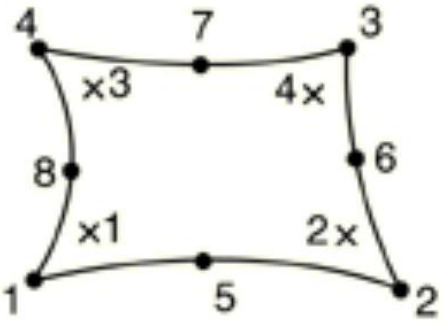
Četverokutni ljuskasti element drugog reda s reduciranom integracijom S8R (Slika 25) je dvostruko zakrivljeni element sa osam čvorova (između vrhova postoji dodatni element). Svaki čvor sadrži šest stupnjeva slobode što nam daje konačni broj od 48 stupnjeva slobode po elementu. Primjena ovog elementa je kod savijanja debelih ljuski. Ako je mreža nepravilno napravljena, ovi elementi loše konvergiraju rješenju.

Značenje skraćenice S4 je sljedeće:

S – opterećena ljuska (eng. shell),

8 – broj čvorova,

R – reducirana integracija (eng. reduced).



Slika 25. Ljuskasti četverokutni element drugog reda s reduciranom integracijom [11]

4.2.4. Ljuskasti trokutni elementi drugog reda (STRI65)

Ljuskasti trokutni element drugoga reda (Slika 26) osim što sadrži čvorove na vrhovima trokuta, imaju i po tri čvora koja se nalaze između vršnih čvorova (ovi čvorovi raspolovljavaju stranice trokuta). Čvorovi sadrže po 5 stupnjeva slobode, što nam daje veći broj stupnjeva slobode (sveukupno 30) i navedeni elementi zbog toga dobro konvergiraju rješenju. Ove zakrivljene elemente koristimo za tanke ljuske.

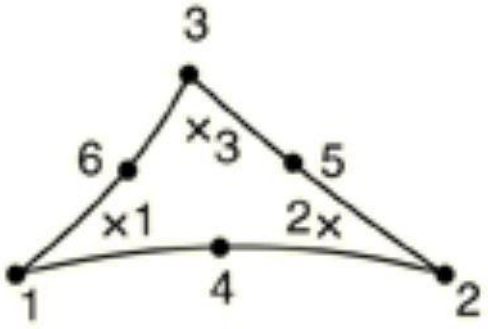
Značenje skraćenice STRI65 je sljedeće:

S – opterećena ljuska (eng. shell),

TRI – trokutasti element (eng. triangular),

6 – broj čvorova,

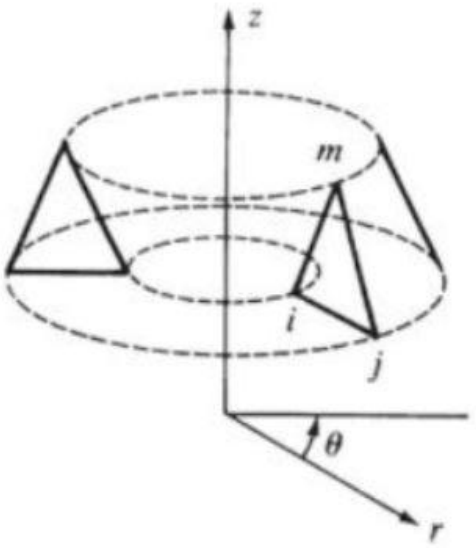
5 – stupnjevi slobode gibanja.



Slika 26. Ljuskasti trokutni element drugog reda [11]

4.2.5. Osnosimetrični element drugog reda (CAX8)

Kako su i geometrija i opterećenje ove konstrukcije osnosimetrični, za rješavanje problema u obzir dolaze osnosimetrični konačni elementi, a kako je materijal izotropan, problem je u matematičkom smislu dvodimenzijski. Na Slici 27 je prikazan općeniti osnosimetrični konačni element kao i da kod osnosimetričnih elemenata čvorovi prelaze u čvorne kružnice.



Slika 27. Općeniti osnosimetrični element [12]

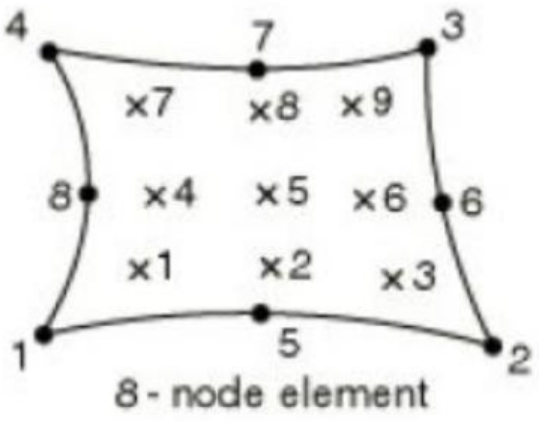
Ovi elementi su u obliku kružnih prstenova čiji presjek može biti trokut, pravokutnik ili proizvoljni četverokut (Slika 28) pa se nazivaju i prstenastim elementima.

Značenje skraćenice CAX8 je sljedeće:

C – – opterećeni kontinuum (eng. continuum),

AX – osna simetričnost (eng. axysimmetric),

8 – broj elemenata.



Slika 28. Raspored čvorova i integracijskih točki na osnosimetričnom ljuskastom elementu [11]

4.2.6. Tetraedarski konačni element drugoga reda (C3D10)

Tetraedarski konačni element drugog reda ima 10 čvorova s po 3 stupnja slobode. Čvorovi se nalaze u vrhovima tetraedra i na polovici stranica, a sveukupan broj stupnjeva slobode koji sadrži element je 30. Konačni elementi C3D10 zadovoljavaju sve uvjete za monotonu konvergenciju, tj. moguće je opisati pomake krutog tijela kao i stanje konstantne deformacije, a također je zadovoljena i kompatibilnost pomaka duž rubova susjednih elemenata. C3D10 je također element koji se koristi za razne proizvoljno opterećene konstrukcije. Element je već prikazana u Slici 23 (c).

Značenje skraćenice C3D10 je sljedeće:

C – opterećeni kontinuum (eng. continuum),

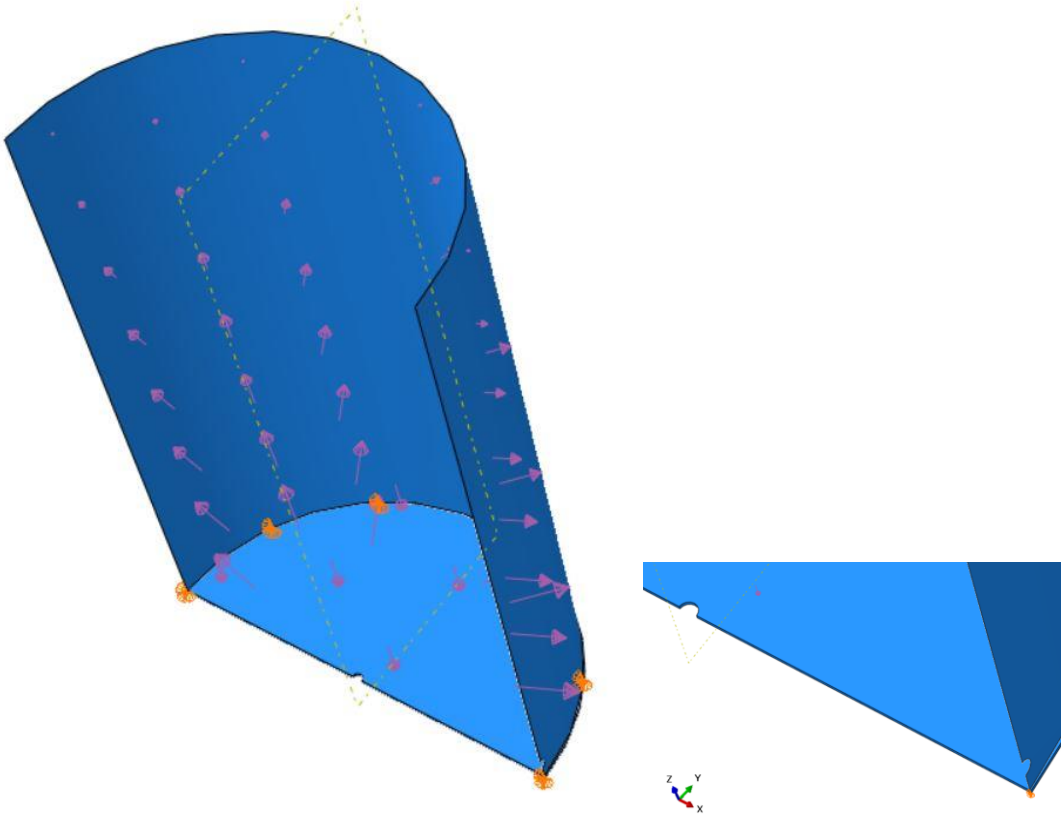
3D – trodimenzionalnost,

10 – broj čvorova.

4.3. Verifikacija konačnih elemenata

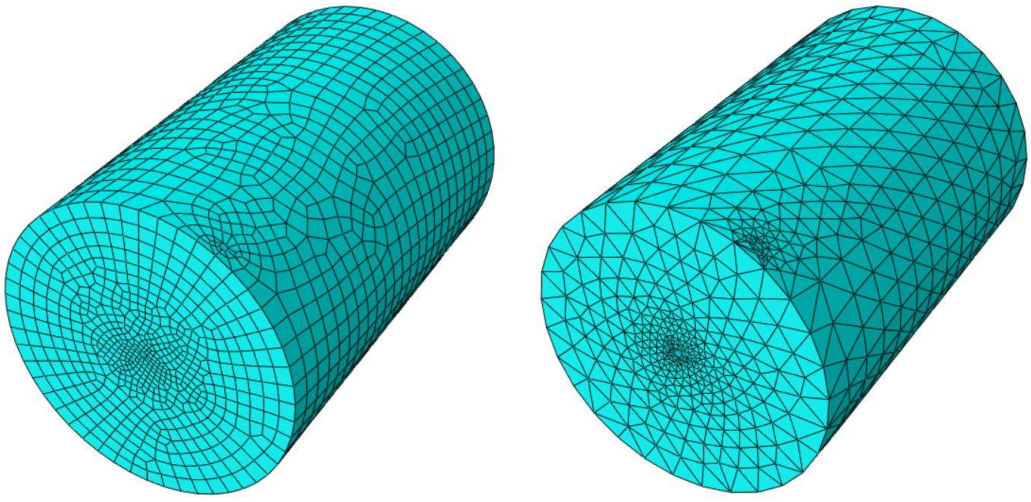
Kako bismo provjerili koji ljuskasti konačni elementi su najbolji mogući za analizu predmeta koji se analizira napravljena je verifikacija tih elemenata na način da im je konvergencija najvećeg pomaka uspoređena s analitičkim rješenjima.

Spremnik bačve je izrađen u obliku pojednostavljenog modela radi lakše numeričke analize. Pojednostavljenja su učinjena po pitanju zaobljenja koja bi komplicirala analizu, a njihovo pojednostavljivanje ne predstavlja značajnu promjenu modela. Na Slici 29 je prikazan presjek modela sa zadanim opterećenjima i rubnim uvjetima.



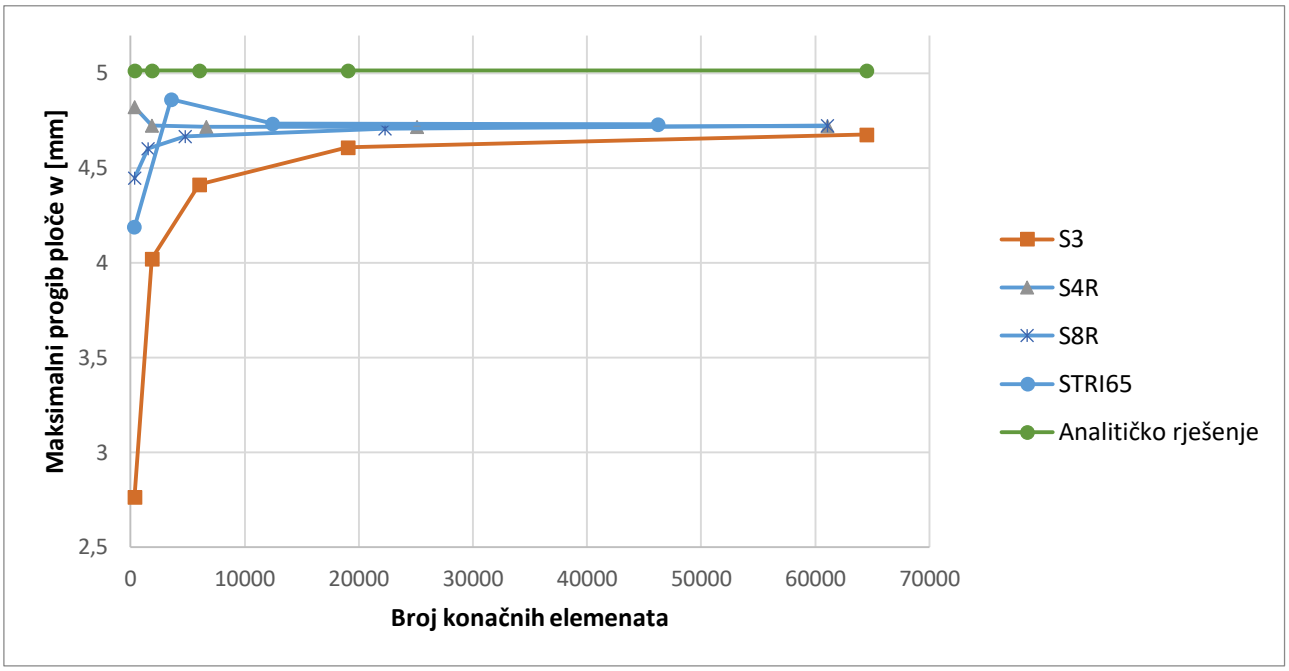
Slika 29. Presjek modela sa zadanim rubnim uvjetima i opterećenjima (lijevo) te uvećani dio sa provrtima (desno)

Nakon što smo definirali rubne uvjete i opterećenje potrebno je izraditi mrežu konačnih elemenata. Ovaj model poslužit će nam za provjeru konvergencije rješenja za ljuskaste konačne elemente prvog i drugog reda. Korišteni su četverokutni ljuskasti elementi prvog reda (S4R) i drugog reda (S8R), trokutni ljuskasti elementi prvog reda (S3) i drugog reda (STRI65). Slika 30 prikazuje diskretizaciju modela sa četverokutnim i trokutnim modelima.



Slika 30. Prikaz modela sa četverokutnim (lijevo) i trokutnim (desno) konačnim elementima

Analiza je provedena na modelu diskretiziranom sa različitim vrstama konačnih elemenata te sa mrežama različitog broja konačnih elemenata. Slika 31 prikazuje konvergenciju rješenja za različite mreže ljuskastih trokutnih i četverokutnih konačnih elemenata koji su opisani ranije.



Slika 31. Konvergencija ljuskastih konačnih elemenata

Iz dijagrama je primjetno da ljuskasti četverokutni elementi (S4R i S8R) brže konvergiraju jer ne mijenjaju bitno rješenje za maksimalni radijalni pomak kada broj konačnih elemenata raste od 6000 što se ne može reći za ljuskaste trokutne elemente (S3 i STRI65).

Što se tiče samih četverokutnih elemenata, vidljivo je da ljuskasti četverokutni elementi drugog reda (S8R) konvergiraju brže od ljuskastih četverokutnih elemenata prvog reda (S4R). Sukladno tome, za numeričku analizu modela izabrani su konačni elementi oznake S8R.

4.4. Numerički proračun spremnika

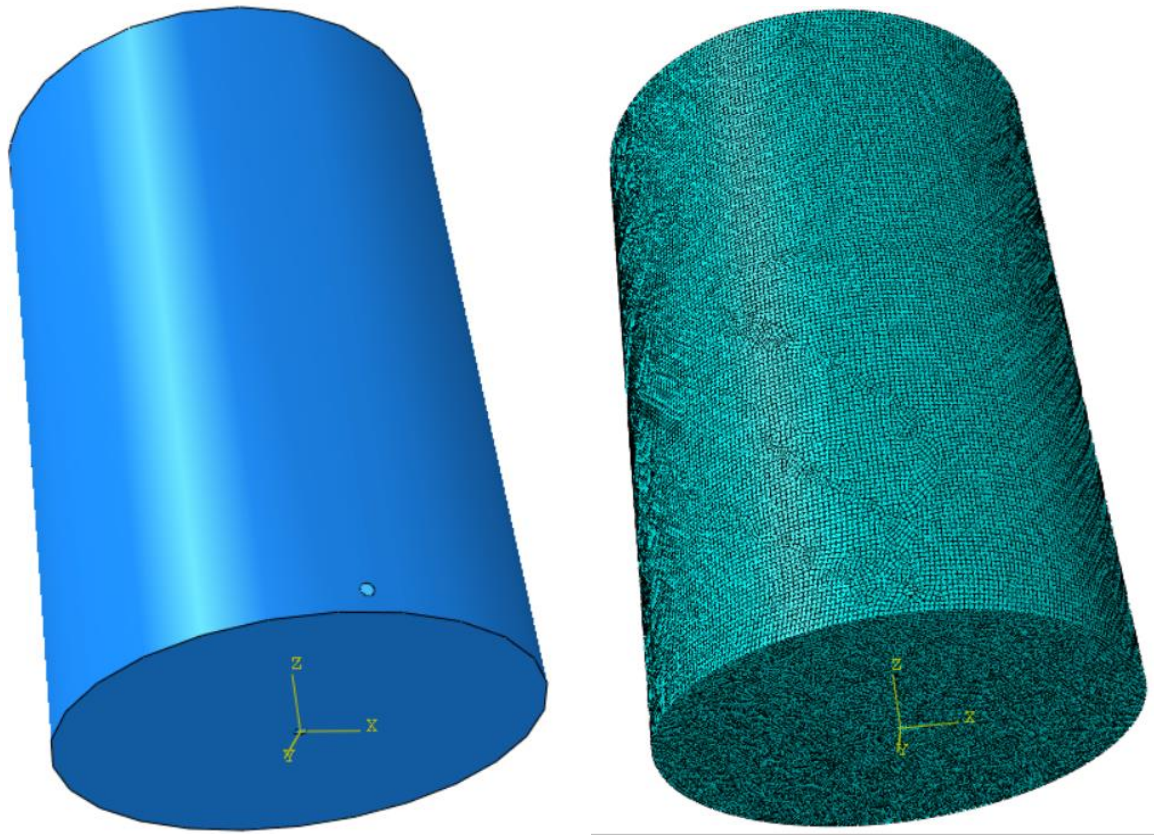
4.4.1. Numerički proračun pomoću ljuskastih konačnih elemenata

Modeliranje spremnika je moguće napraviti u *Sketchu* pomoću dostupne geometrije unutar modula *Part* modelirajući dva dijela, cilindar i ploču. U modulu *Assembly* se ta dva dijela spajaju i napravi se kompaktan dio za analizu. Model se također može uvesti iz drugog programskog alata u kojem je napravljen (npr. SolidWorks) uzevši u obzir da se geometrija modela prilagodi analizi u Abaqusu već pri izradi u programskom alatu unutar kojeg se model i izrađuje. Budući da se radi o ljuskastom načinu modeliranja, modelira se samo srednja ravnina

te se pri izboru presjeka (eng. *Section*) bira srednja površina (eng. *Middle surface*) te se definira debljina stjenke. To znači da program dodjeljuje polovicu debljine stjenke na svakoj stranu srednje površine.

Opterećenje koje je postavljeno na model (modul *Load*) je već izračunato u analitičkom dijelu proračuna, a na Slici 31 je prikazano opterećenje spremnika i rubni uvjet. Rubni uvjet koji je postavljen na spremnik je rubni uvjet naziva *PINNED* (U1=U2=U3=0) koji se inače diskretizira radijalno-aksijalnim ležajem što znači da se spremnik ne može niti u jednom pravcu kretati na svom donjem obrubu gdje je rubni uvjet postavljen.

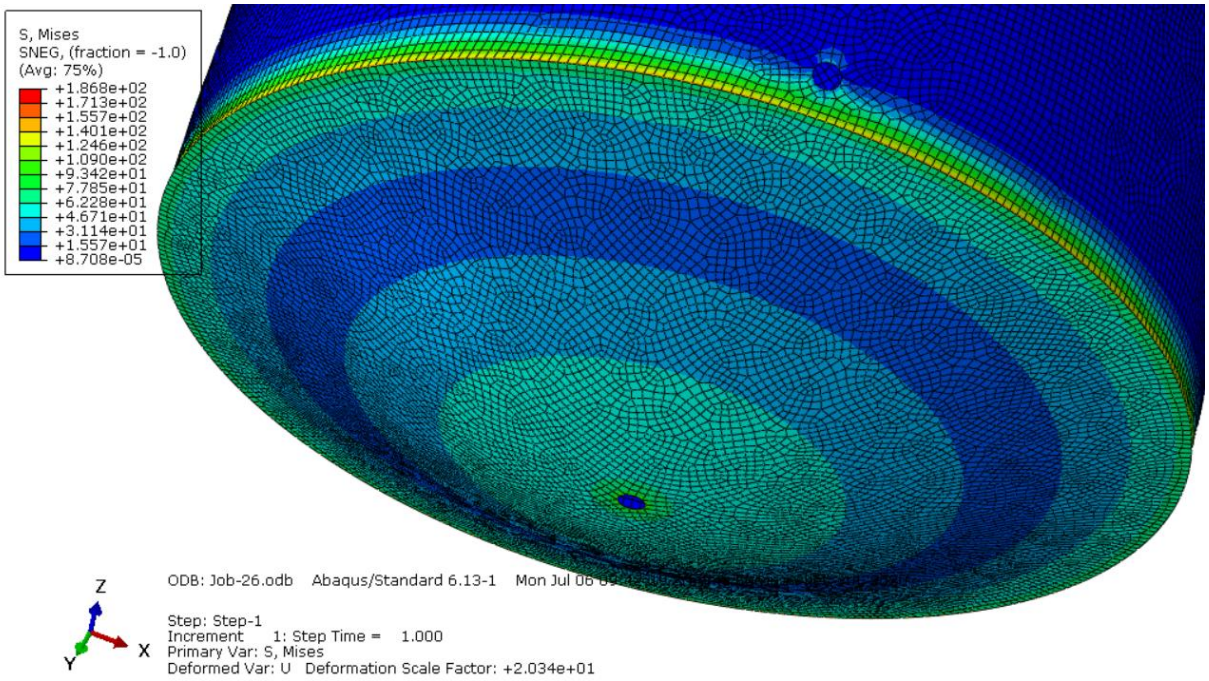
U modulu *Mesh* postavljena je mreža od 73867 konačnih elemenata oznake S8R što je prikazano na Slici 34 (desno).



Slika 32. Prikaz ljuskastog modela spremnika (lijevo) i prikaz promreženog ljuskastog modela spremnika (desno)

Nakon obavljene numeričke analize dobivamo rezultate naprezanja, pomaka i ostalih veličina koje ubilježimo za izračunavanje.

Na Slici 33 je prikazana raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu. To naprezanje je zanemarivo u gornjem dijelu cilindra spremnika, a potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika te područje rupe na sredini ploče spremnika.



Slika 33. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja po Misesu

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{ekv,num}$ = 155,7 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.119) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je σ_{ekv} = 157,56 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv} - \sigma_{ekv,num}}{\sigma_{ekv}} = \frac{157{,}56 - 155{,}7}{157{,}56} = 1{,}2\ \%\,, \tag{4.1}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{ekv,num}(r)$ = 124,6 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.94) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je $\sigma_{ekv}(r)$ = 130,74 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv}(r) - \sigma_{ekv,num}(r)}{\sigma_{ekv}(r)} = \frac{130{,}74 - 124{,}68}{130{,}74} = 4{,}6\ \%\,, \tag{4.2}$$

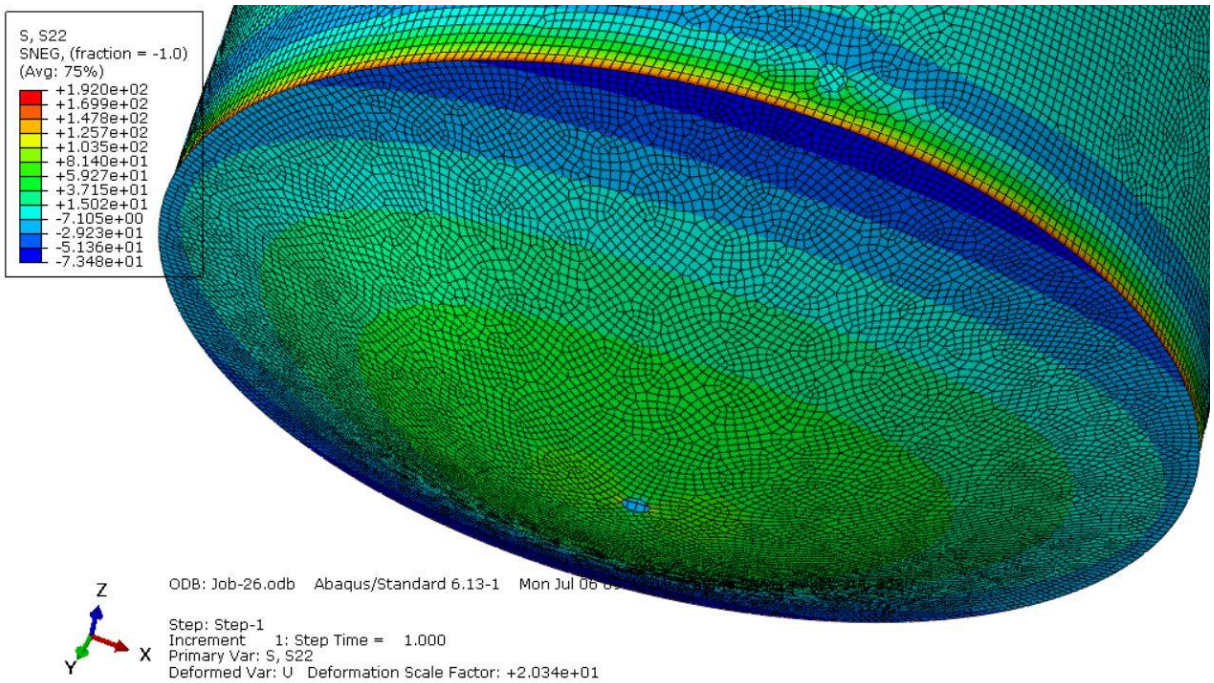
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Uzevši u obzir najveće naprezanje koje se pojavi u materijalu, potrebno je provjeriti sigurnost materijala. Granica tečenja prema (3.96) iznosi $R_{p\,0,2}$ = 205 N/mm^2. Uzevši u obzir da najveće naprezanje u materijalu iznosi $\sigma_{max,num}$ = 186,8 N/mm^2, postignuta sigurnost materijala iznosi

$$S_{post} = \frac{R_{p\,0,2}}{\sigma_{max,num}} = \frac{205}{186{,}8} = 1{,}097\,. \tag{4.3}$$

Sukladno tome, materijal zadovoljava.

Na Slici 34. je prikazana raspodjela radijalnog naprezanja spremnika. Kao i u prethodnom slučaju, naprezanje je zanemarivo u gornjem dijelu cilindra spremnika, a potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika, rupa na sredini ploče spremnika i donji obrub plašta spremnika. Prema jednadžbama (3.89), (3.91) i (3.116) vrijednosti tih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_r(r)$ = 0 N/mm^2, $\sigma_r(R)$ = -70 N/mm^2 i $\sigma_{x,max}$ = 157,56 N/mm^2.



Slika 34.Raspored radijalnih naprezanja spremnika

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos radijalnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{r,num}(R)$ = -73,48 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.91) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_r(R) - \sigma_{r,num}(R)}{\sigma_r(R)} = \frac{|-70 + 73{,}48|}{|-70|} = 4{,}97\ \%\,, \tag{4.4}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{r,num}(r)$ = -7,1 N/mm^2. U ovom specifičnom slučaju će biti izvedena samo razlika numeričke i analitičke vrijednosti (3.89) koja je:

$$\sigma_{r,num}(r) - \sigma_r(r) = |-7{,}1 - 0| = 7{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,, \tag{4.5}$$

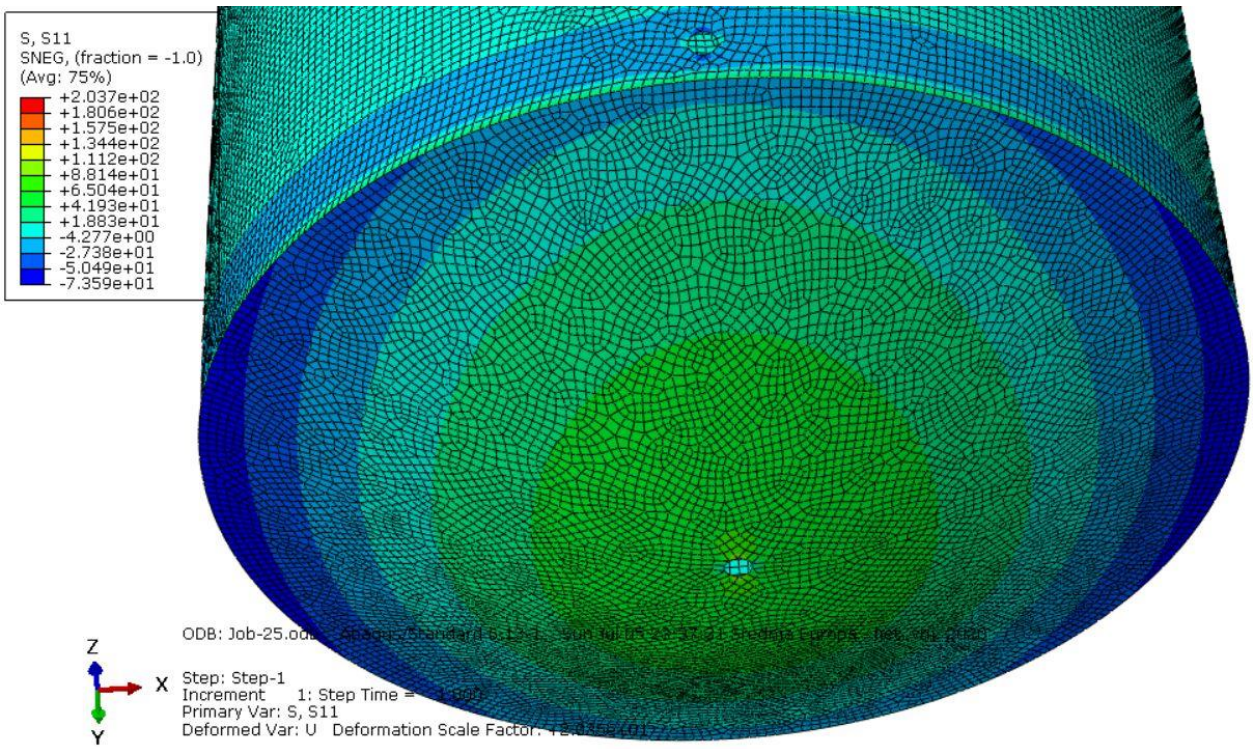
pa su na temelju uobičajenih vrijednosti naprezanja, njihovih razlika i odstupanja ove vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{x,max,num}$ = 147,8 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{x,max} - \sigma_{x,max,num}}{\sigma_{x,max}} = \frac{|157{,}56 - 147{,}8|}{157{,}56} = 6{,}2\ \%\,, \tag{4.6}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Na Slici 35 je prikazana raspodjela cirkularnog naprezanja spremnika. Kao i u prethodnim slučajevima naprezanje je zanemarivo u gornjem dijelu cilindra spremnika, a potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika, rupa na sredini ploče spremnika i donji obrub plašta spremnika. Prema jednadžbama (3.90), (3.92) i (3.117) vrijednosti tih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_\varphi(r)$ = 130,74 N/mm^2, $\sigma_\varphi(R)$ = -12,31 N/mm^2 i $\sigma_{\varphi,max}$ = 48,82 N/mm^2.



Slika 35. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{\varphi,num}(R)$ = -13 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.92) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_\varphi(R) - \sigma_{\varphi,num}(R)}{\sigma_\varphi(R)} = \frac{|-12{,}31 + 13|}{|-12{,}31|} = 5{,}6\ \%\,, \tag{4.7}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,num}(r)$ = 134,4 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.90) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{\varphi}(r) - \sigma_{\varphi,num}(r)}{\sigma_{\varphi}(r)} = \frac{|130{,}74 - 134{,}4|}{130{,}74} = 2{,}8\ \%\ , \tag{4.8}$$

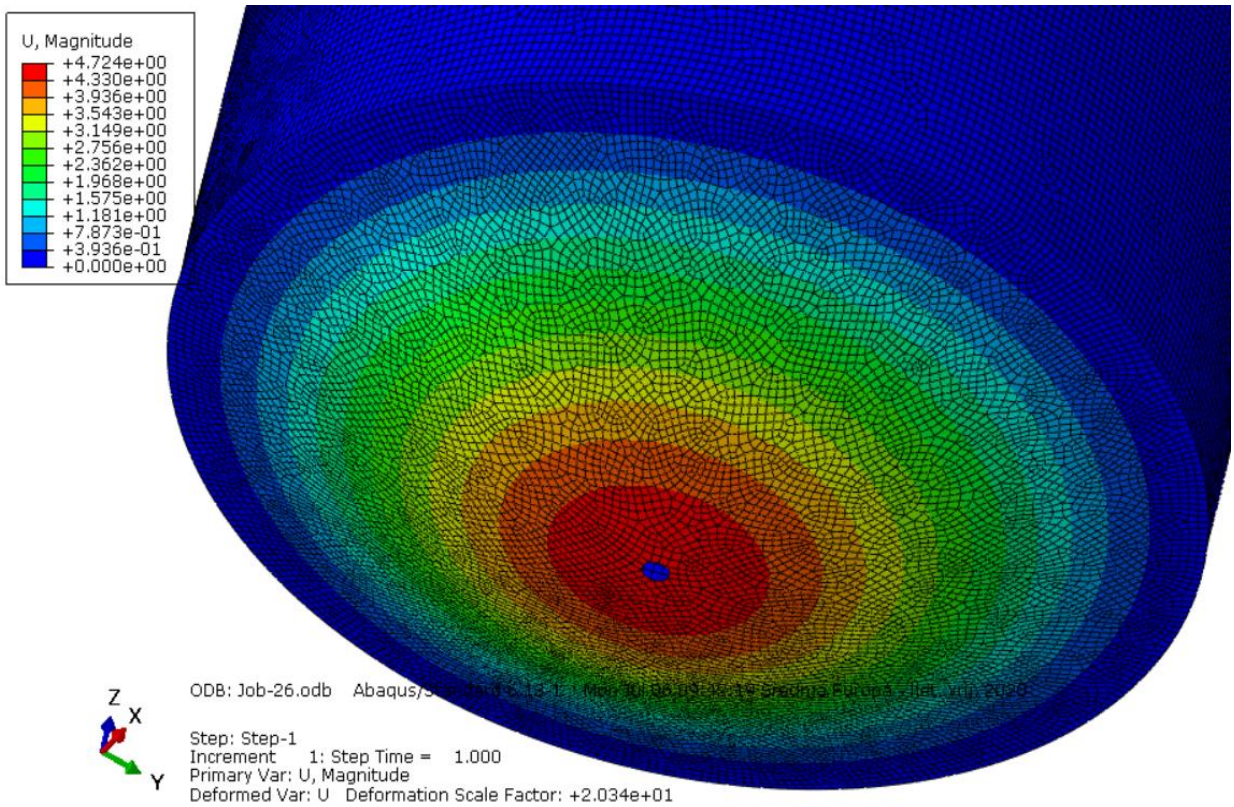
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,max,num}$ = 53,4 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{\varphi,max} - \sigma_{\varphi,max,num}}{\sigma_{\varphi,max}} = \frac{|48{,}82 - 51{,}8|}{48{,}82} = 6{,}1\ \%\ , \tag{4.9}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Na Slici 36 je prikazana raspodjela progiba (dna) ploče spremnika. Pomak u ovom smjeru je zanemariv u gornjem dijelu cilindra spremnika, a potrebno ga je promatrati u području rupe na sredini ploče spremnika. Prema jednadžbi (3.74) vrijednost tog progiba u analitičkom proračunu iznosi w_{max} = 5,0142 mm.



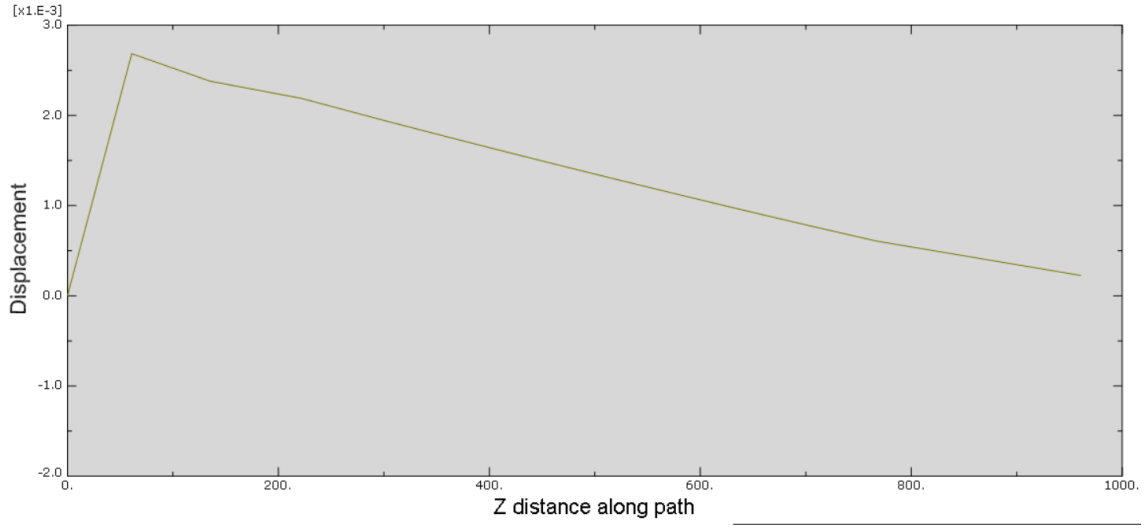
Slika 36. Raspodjela progiba dna spremnika

Iz slike je vidljivo da je iznos maksimalnog progiba na dnu spremnika $w_{max,num}$ = 4,724 mm. Omjer razlike progiba i analitičke vrijednosti (3.74) progiba je:

$$\frac{w_{max} - w_{max,num}}{w_{max}} = \frac{5{,}0142 - 4{,}724}{5{,}0412} = 5{,}8\,\%\,, \tag{4.10}$$

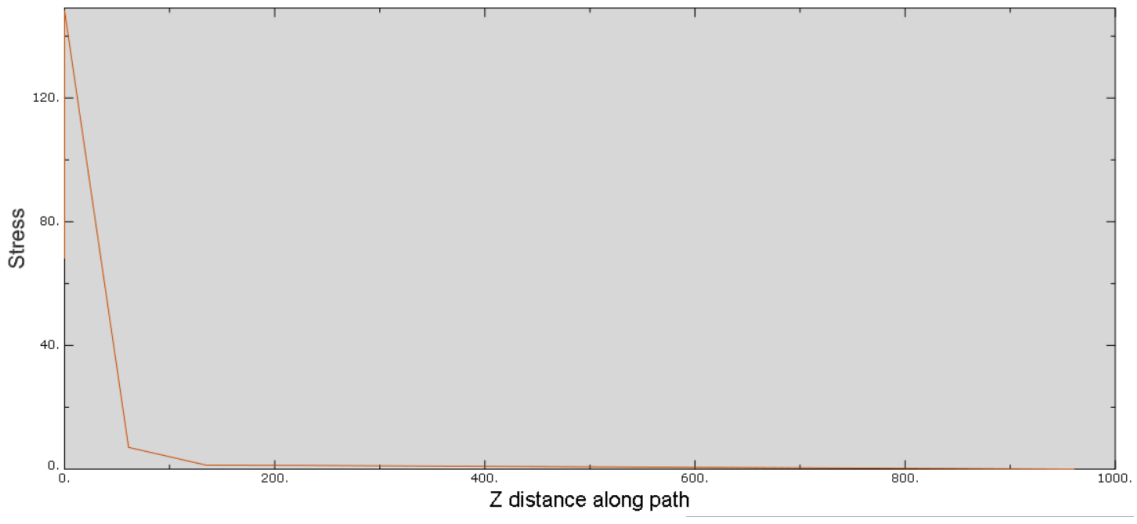
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Na Slici 37 prikazana je raspodjela rezultantnog pomaka (*U*) cilindra spremnika duž meridijana cilindra (u milimetrima).



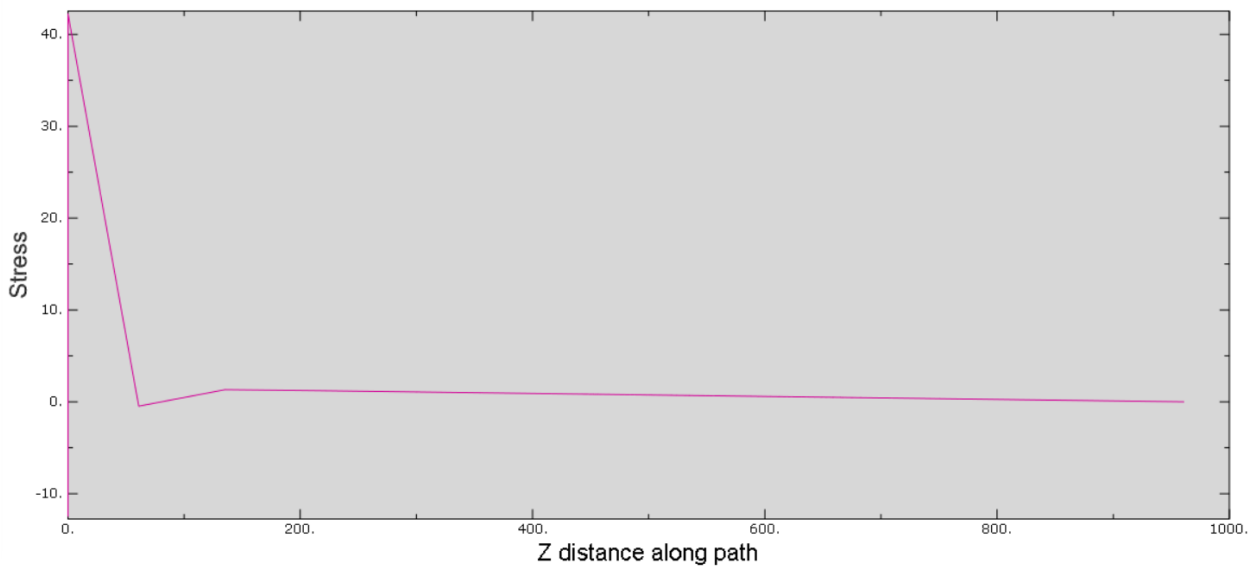
Slika 37. Raspodjela rezultantnog pomaka po duljini cilindra

Na Slici 38 prikazana je raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu (σ_{ekv}) cilindra spremnika duž meridijana cilindra (u milimetrima).



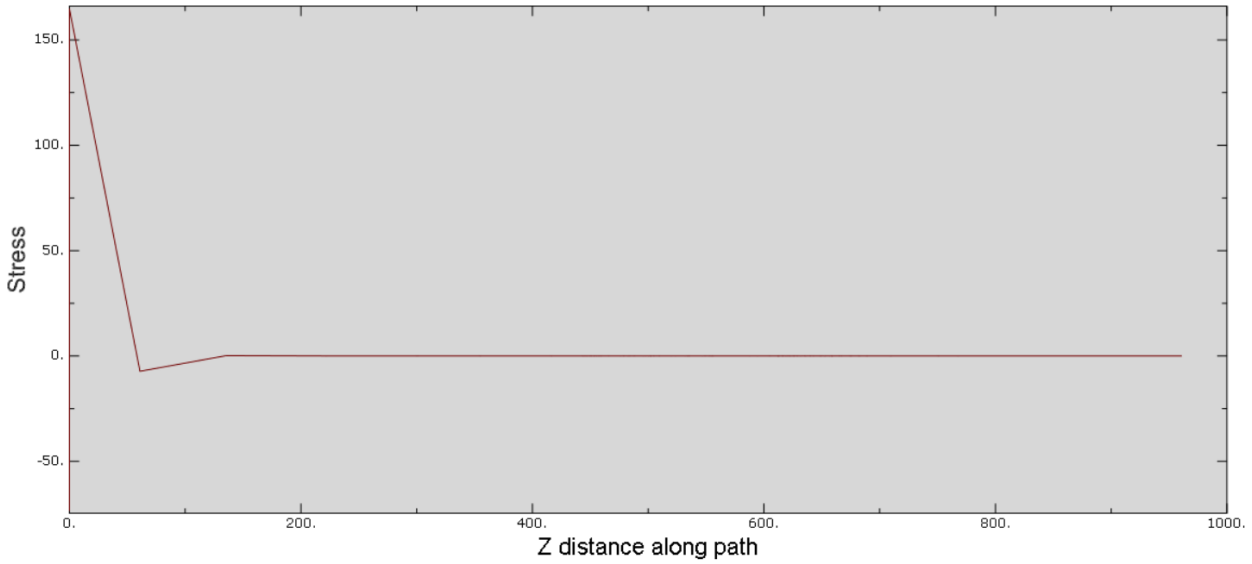
Slika 38. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu

Na Slici 39 prikazana je raspodjela cirkularnog naprezanja (σ_φ) cilindra spremnika duž meridijana cilindra (u milimetrima).



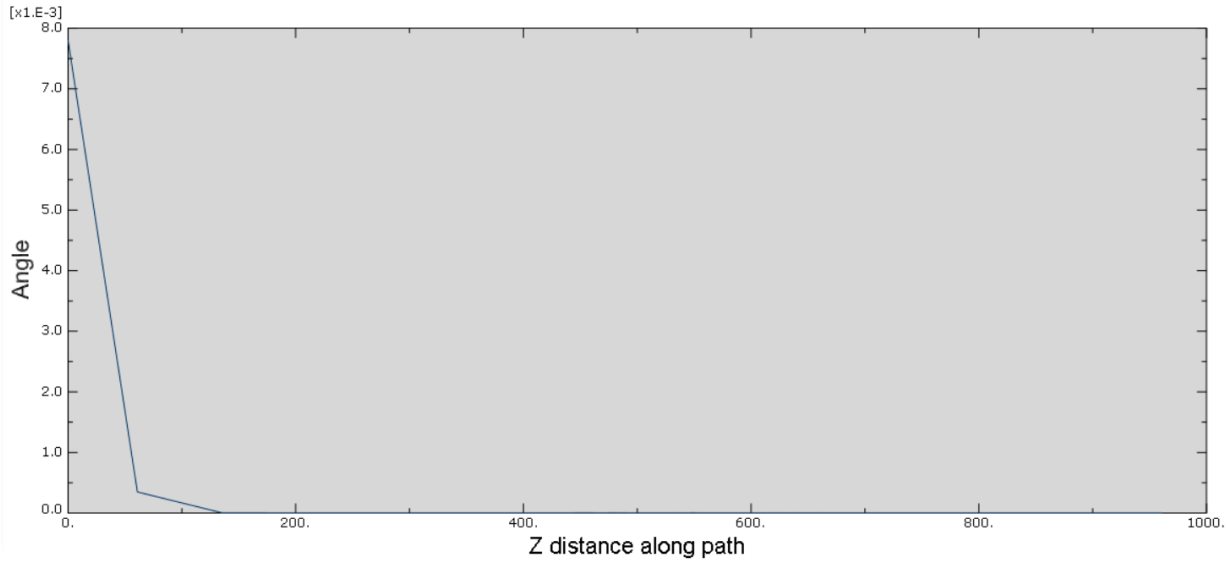
Slika 39. Raspodjela cirkularnog naprezanja

Na Slici 40 prikazana je raspodjela radijalnog naprezanja (σ_r) cilindra spremnika duž meridijana cilindra (u milimetrima).



Slika 40. Raspodjela cirkularnog naprezanja

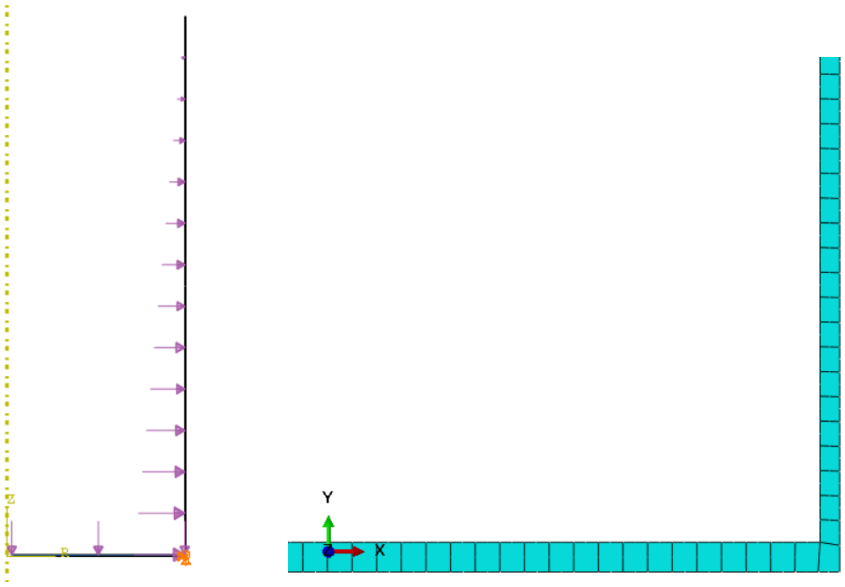
Na Slici 41 prikazana je raspodjela kuta zakreta (α) cilindra spremnika duž meridijana cilindra (u milimetrima).



Slika 41. Raspodjela kuta zakreta

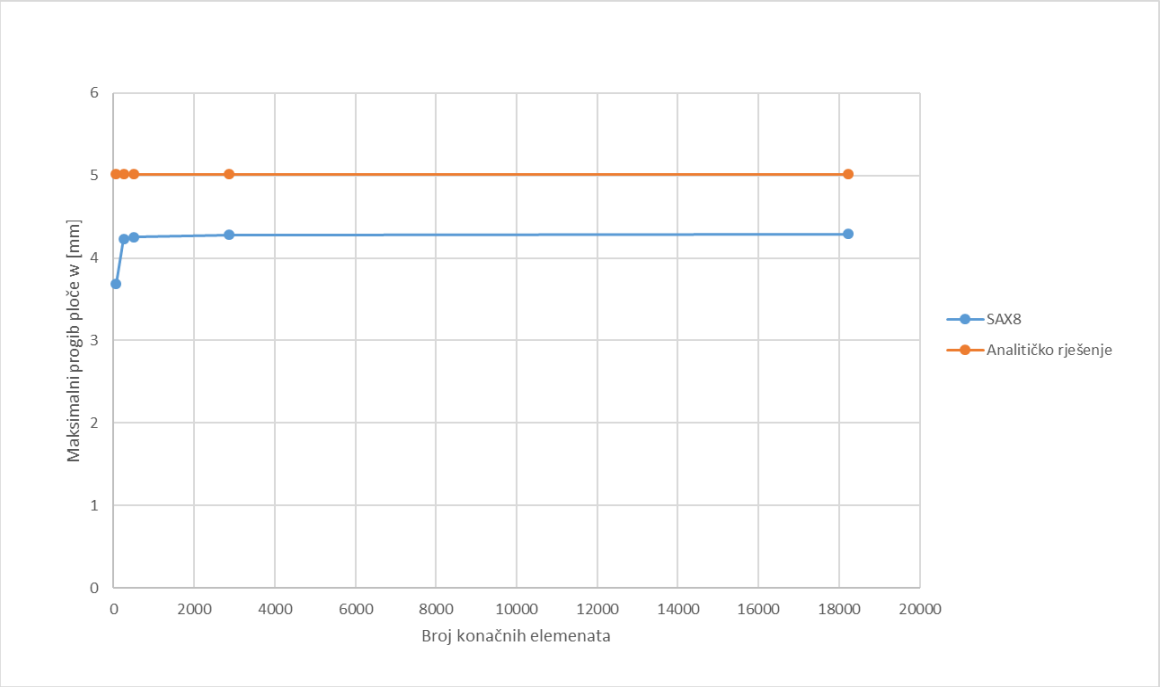
4.4.2. Numerički proračun pomoću osnosimetričnih konačnih elemenata

Osnosimetrični način modeliranja koristimo kod konstrukcija čija se geometrijska simetrija i simetrija opterećenja može koristiti u svrhu ubrzanja i pojednostavljenja analize. Unutar modula *Part* napravimo *Sketch* u kojem je napravljen 2D model s istaknutom simetralom oko koje se rotacijom tog modela (koji je presjek) stvara spremnik koji je predmet analize. Opterećenje i rubni uvjet su isti. U modulu *Mesh* su upotrijebljeni konačni elementi CAX8. Numerička analiza je napravljena na mreži od 18231 konačnog elementa. Na Slici 42 je prikazan cijeli 2D model sa opterećenjem i rubnim uvjetom (lijevo) i dio promreženog modela (desno).



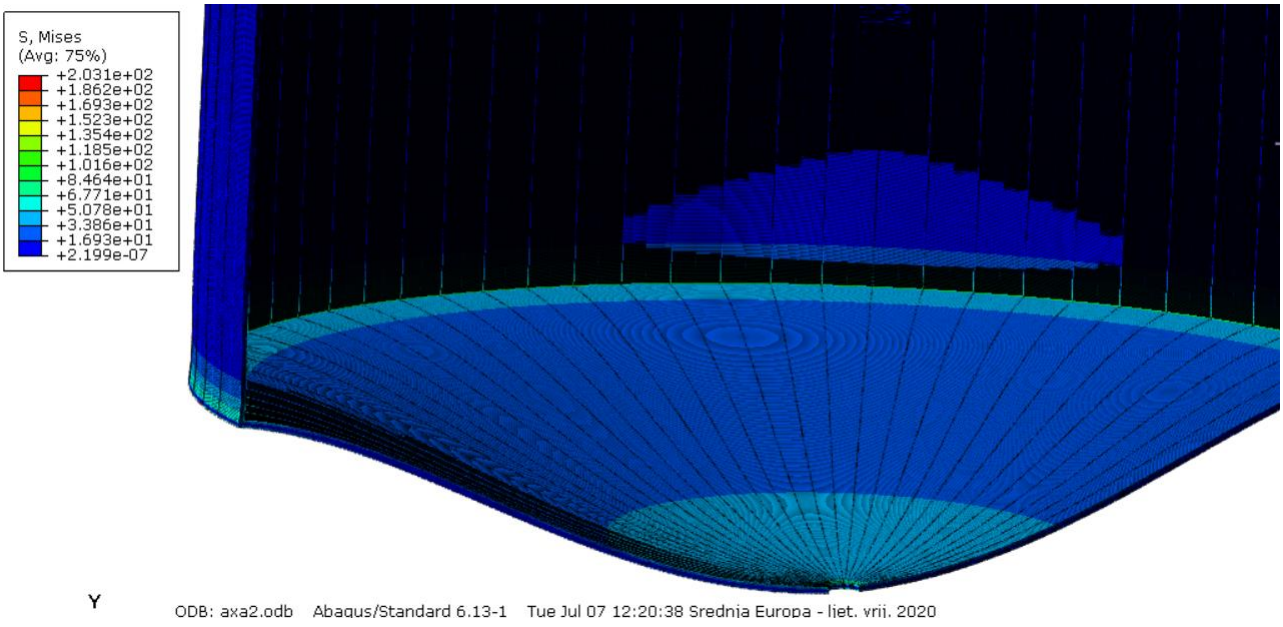
Slika 42. Osnosimetrični model sa opterećenjima (lijevo) i promreženi dio modela (desno)

Za različit broj konačnih elemenata provjerava se konvergencija progiba ploče. Na Slici 43 je vidljivo da numerička vrijednost pomaka konvergira prema analitičkom rješenju. Nakon obavljene numeričke analize dobivamo rezultate naprezanja, pomaka i ostalih veličina koje ubilježimo za izračunavanje.



Slika 43. Konvergencija maksimalnog progiba ploče sa osnosimetričnim elementima

Na Slici 44 je prikazana raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu. Naprezanje je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika i u području rupe na sredini ploče spremnika.



Slika 44. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja osnosimetričnih elemenata

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{ekv,num}$ = 153,3 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.119) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je σ_{ekv} = 157,56 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv} - \sigma_{ekv,num}}{\sigma_{ekv}} = \frac{157{,}56 - 153{,}3}{157{,}56} = 2{,}7\%\,, \tag{4.11}$$

pa su na temelju prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{ekv,num}(r)$ = 127,6 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.94) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je $\sigma_{ekv}(r)$ = 130,74 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv}(r) - \sigma_{ekv,num}(r)}{\sigma_{ekv}(r)} = \frac{130{,}74 - 127{,}6}{130{,}74} = 2{,}4\,\%\,, \tag{4.12}$$

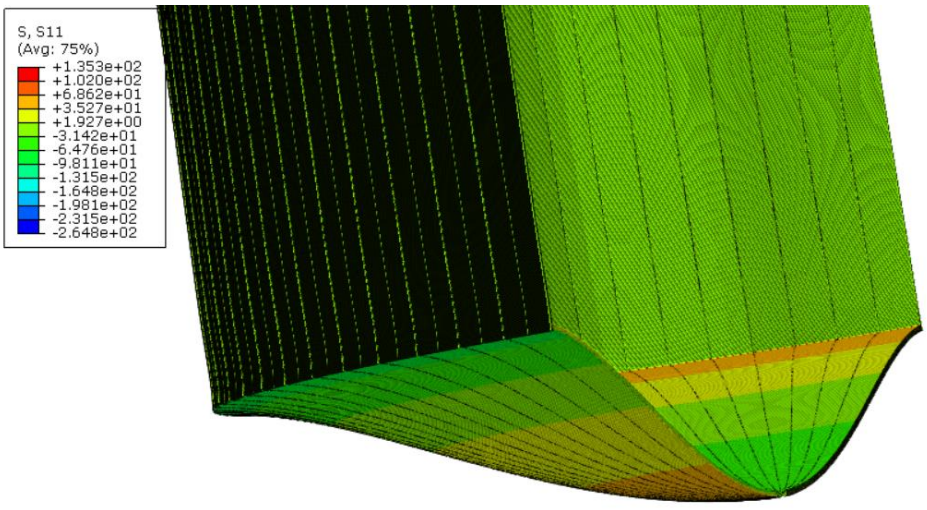
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Uzevši u obzir da najveće naprezanje u materijalu iznosi $\sigma_{max,num}$ = 203,1 N/mm^2, a granica tečenja $R_{p\,0,2}$ = 205 N/mm^2, postignuta sigurnost materijala iznosi

$$S_{post} = \frac{R_{p\,0,2}}{\sigma_{max,num}} = \frac{205}{203{,}1} = 1{,}009. \tag{4.13}$$

Sukladno tome, materijal zadovoljava.

Na Slici 45 je prikazana raspodjela radijalnog naprezanja spremnika, potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika, rupa na sredini ploče spremnika te donji obrub plašta spremnika. Prema jednadžbama (3.89), (3.91) i (3.116) vrijednosti tih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_r(r)$ = 0 N/mm^2, $\sigma_r(R)$ = -70 N/mm^2 i $\sigma_{x,max}$ = 157,56 N/mm^2.



Slika 45.Raspored radijalnih naprezanja spremnika

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{r,num}(R)$ = -70,8 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.91) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_r(R) - \sigma_{r,num}(R)}{\sigma_r(R)} = \frac{|-70 + 70{,}8|}{|-70|} = 1{,}1\ \%\,, \tag{4.14}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{r,num}(r)$ = -5,05 N/mm^2. U ovom specifičnom slučaju će biti izvedena samo razlika numeričke i analitičke vrijednosti (3.89) koja je:

$$\sigma_{r,num}(r) - \sigma_r(r) = |-5{,}05 - 0| = 5{,}05\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,, \tag{4.15}$$

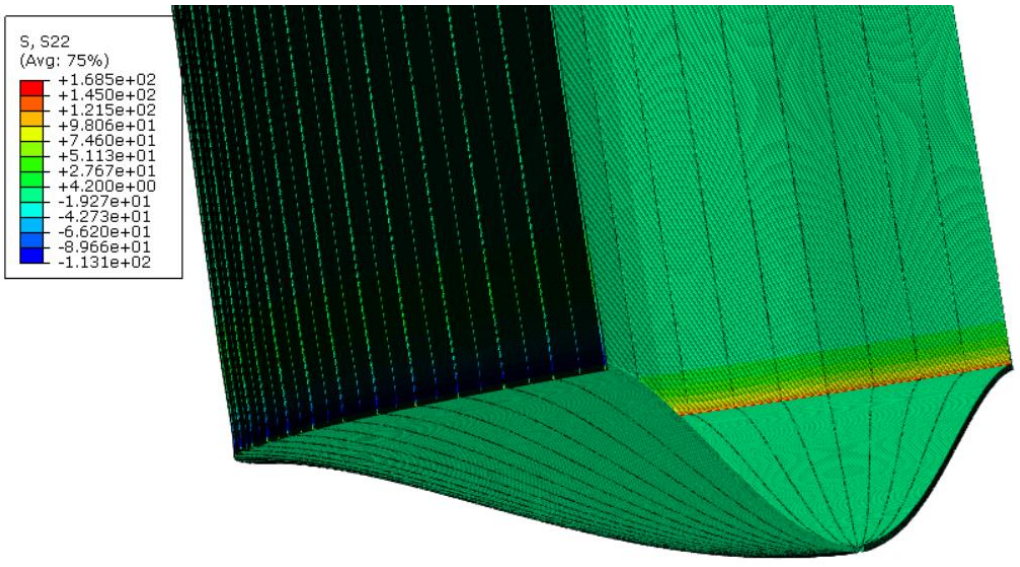
pa su na temelju uobičajenih vrijednosti naprezanja, njihovih razlika i odstupanja ove vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{x,max,num}$ = 137,8 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{x,max} - \sigma_{x,max,num}}{\sigma_{x,max}} = \frac{|157{,}56 - 137{,}8|}{157{,}56} = 12{,}54\ \%\,, \tag{4.16}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Na Slici 46 je prikazana raspodjela cirkularnog naprezanja spremnika. Kao i u prethodnim slučajevima potrebno je promatrati naprezanje u području gdje je postavljen rubni uvjet. Prema jednadžbama (3.90), (3.92) i (3.117) vrijednosti tih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_\varphi(r)$ = 130,74 N/mm^2, $\sigma_\varphi(R)$ = -12,31 N/mm^2 i $\sigma_{\varphi,max}$ = 48,82 N/mm^2.



Slika 46. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{\varphi,num}(R)$ = -10,4 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.92) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_\varphi(R) - \sigma_{\varphi,num}(R)}{\sigma_\varphi(R)} = \frac{|-12{,}31 + 10{,}4|}{|-12{,}31|} = 15{,}5\ \%\,, \tag{4.17}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,num}(r)$ = 124,7 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.90) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_\varphi(r) - \sigma_{\varphi,num}(r)}{\sigma_\varphi(r)} = \frac{130{,}74 - 124{,}7}{130{,}74} = 4{,}6\ \%\ , \tag{4.18}$$

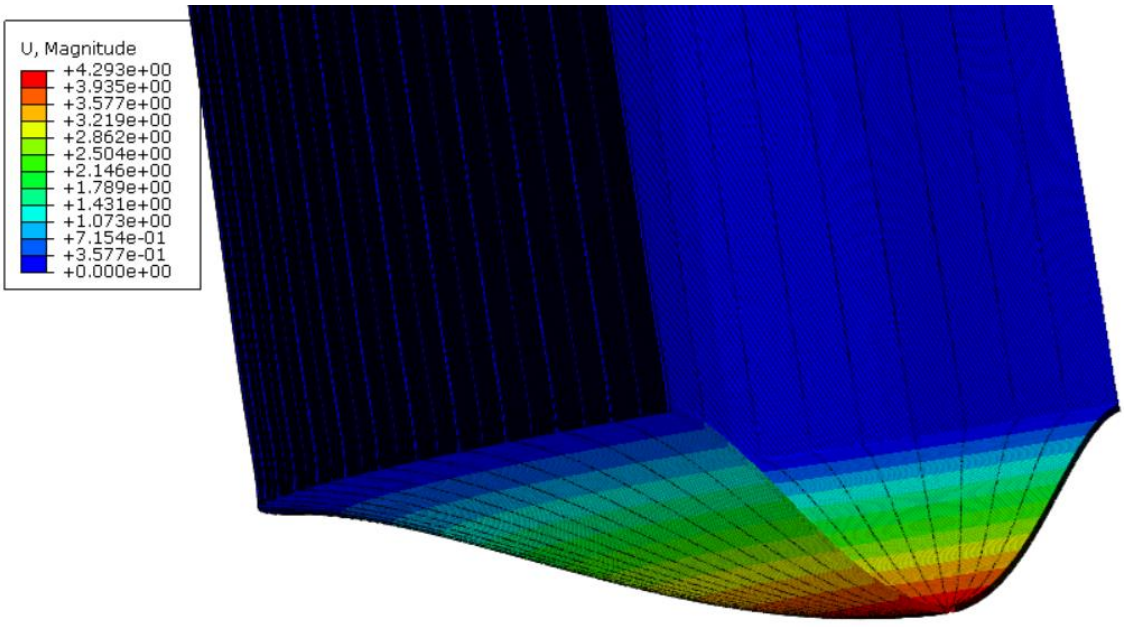
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,max,num}$ = 41,4 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{\varphi,max} - \sigma_{\varphi,max,num}}{\sigma_{\varphi,max}} = \frac{48{,}82 - 41{,}4}{48{,}82} = 15{,}2\ \%\,, \tag{4.19}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Na Slici 47 je prikazana raspodjela progiba (dna) ploče spremnika. Prema jednadžbi (3.74) vrijednost tog progiba u analitičkom proračunu iznosi w_{max} = 5,0142 mm.



Slika 47. Raspodjela progiba dna spremnika

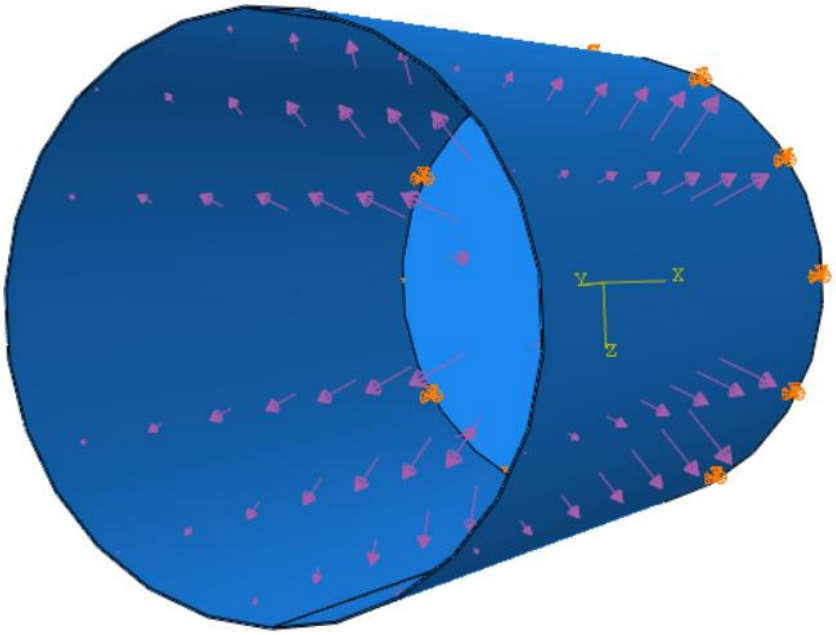
Iz slike je vidljivo da je iznos maksimalnog progiba na dnu spremnika $w_{max,num}$ = 4,724 mm. Omjer razlike progiba i analitičke vrijednosti (3.74) progiba je:

$$\frac{w_{max} - w_{max,num}}{w_{max}} = \frac{5{,}0142 - 4{,}293}{5{,}0412} = 14{,}3\ \%\,, \tag{4.20}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

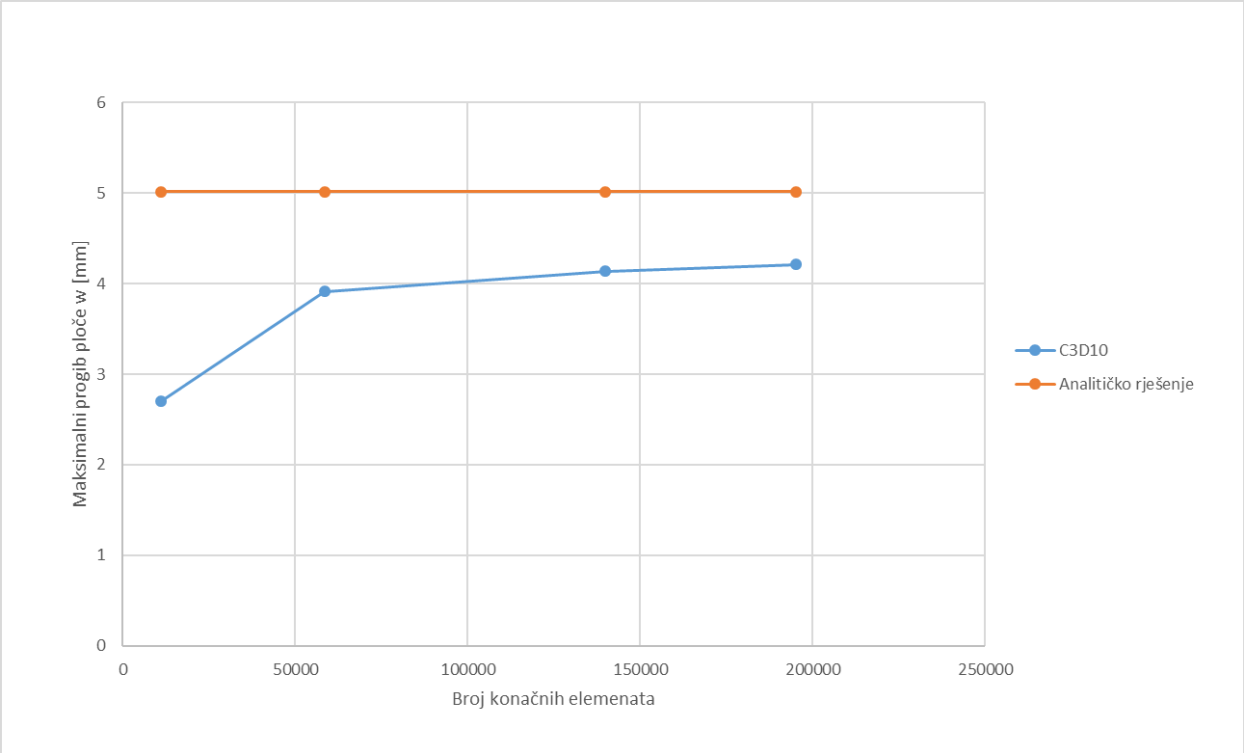
4.4.3. Numerički proračun pomoću 3D konačnih elemenata

Modeliranje spremnika je moguće napraviti u *Sketchu* pomoću dostupne geometrije unutar modula *Part* modelirajući cijeli spremnik. Model se također može uvesti iz drugog programskog alata u kojem je napravljen (npr. SolidWorks). Budući da se radi o trodimenzionalnom načinu modeliranja, pri izboru presjeka (eng. *Section*) bira se unutarnja površina za opterećenja, a debljina stjenke je već određena geometrijom. Na Slici 48 je prikazano opterećenje spremnika i rubni uvjet. Rubni uvjet koji je postavljen na spremnik je, kao i kod ljuskastog modela, rubni uvjet naziva PINNED (U1=U2=U3=0).



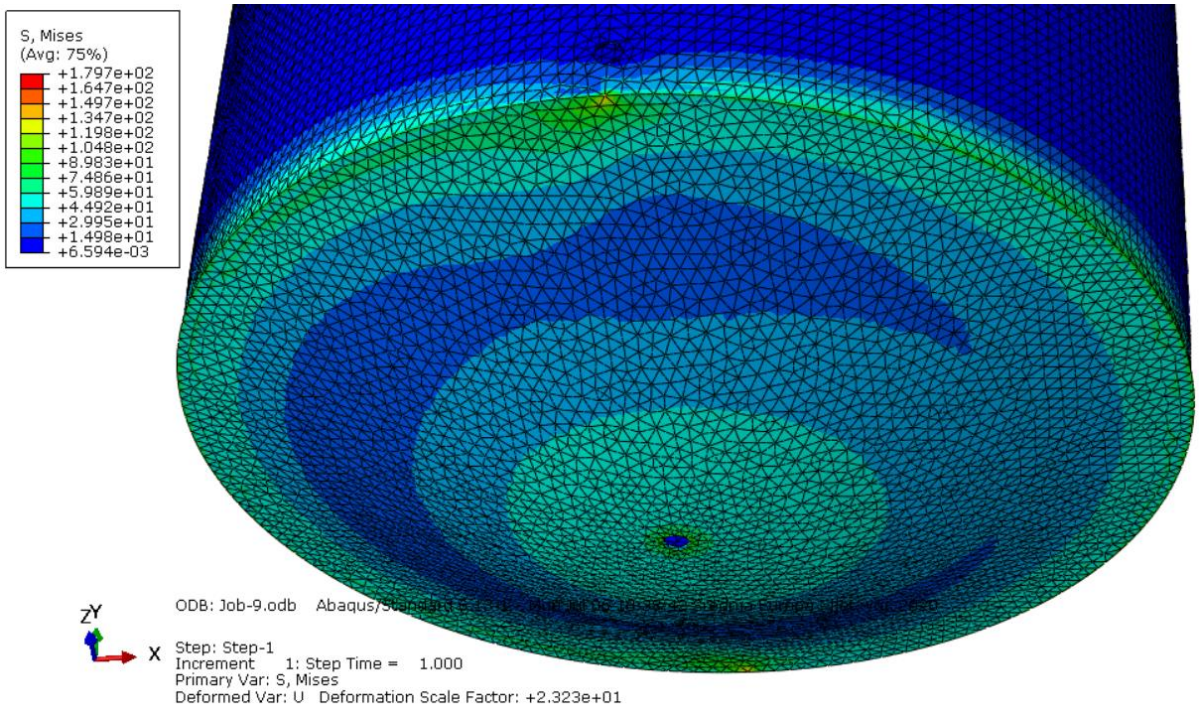
Slika 48. Opterećenje i rubni uvjet 3D modela

U modulu *Mesh* je napravljena mreža od 20603 konačnih elemenata oznake C3D10. Za različit broj elemenata provjerava se konvergencija numeričkog rješenja. Na Slici 49 je prikazana ta konvergencija.



Slika 49. Konvergencija maksimalnog progiba ploče sa 3D elementima

Na Slici 50 je prikazana raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Misesu. To naprezanje je zanemarivo u gornjem dijelu cilindra spremnika, a potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet, a to je donji obrub spremnika i u području rupe na sredini ploče spremnika.



Slika 50. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja osnosimetričnih elemenata

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{ekv,num}$ = 145,2 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.119) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je σ_{ekv} = 157,56 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv} - \sigma_{ekv,num}}{\sigma_{ekv}} = \frac{157,56 - 147,2}{157,56} = 6,6\ \%\,, \tag{4.21}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{ekv,num}(r)$ = 117,6 N/mm^2. Prema jednadžbi (3.94) vrijednost tog naprezanja u analitičkom proračunu je $\sigma_{ekv}(r)$ = 130,74 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{ekv}(r) - \sigma_{ekv,num}(r)}{\sigma_{ekv}(r)} = \frac{130,74 - 117,6}{130,74} = 9,8\ \%\,, \tag{4.22}$$

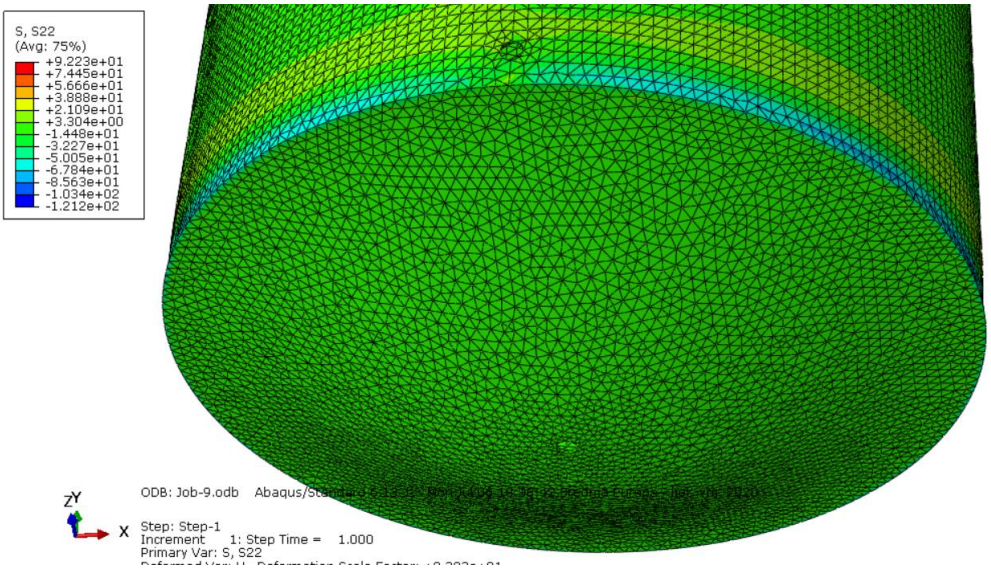
pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Uzevši u obzir da najveće naprezanje u materijalu iznosi $\sigma_{max,num}$ = 203,1 N/mm^2, a granica tečenja $R_{p\,0,2}$ = 205 N/mm^2, postignuta sigurnost materijala iznosi

$$S_{post} = \frac{R_{p\,0,2}}{\sigma_{max,num}} = \frac{205}{179,7} = 1,14. \tag{4.23}$$

Sukladno tome, materijal zadovoljava.

Na Slici 51 je prikazana raspodjela radijalnog naprezanja spremnika. Kao i u prethodnom slučaju, naprezanje je potrebno ga je promatrati u području gdje je postavljen rubni uvjet i rupa na ploči spremnika. Prema jednadžbama (3.89), (3.91) i (3.116) vrijednosti tih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_r(r)$ = 0 N/mm^2, $\sigma_r(R)$ = -70 N/mm^2 i $\sigma_{x,max}$ = 157,56 N/mm^2.



Slika 51. Raspored radijalnih naprezanja spremnika

Pažljivijim promatranjem prikazanih boja kao iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika se uzima $\sigma_{r,num}(R)$ = -68,9 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.91) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_r(R) - \sigma_{r,num}(R)}{\sigma_r(R)} = \frac{|-70 + 68{,}9|}{|-70|} = 1{,}6\ \%\,, \tag{4.24}$$

pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{r,num}(r)$ = -3,1 N/mm^2. U ovom specifičnom slučaju će biti izvedena samo razlika numeričke i analitičke vrijednosti (3.89) koja je:

$$\sigma_{r,num}(r) - \sigma_r(r) = |-3{,}1 - 0| = 3{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\,, \tag{4.25}$$

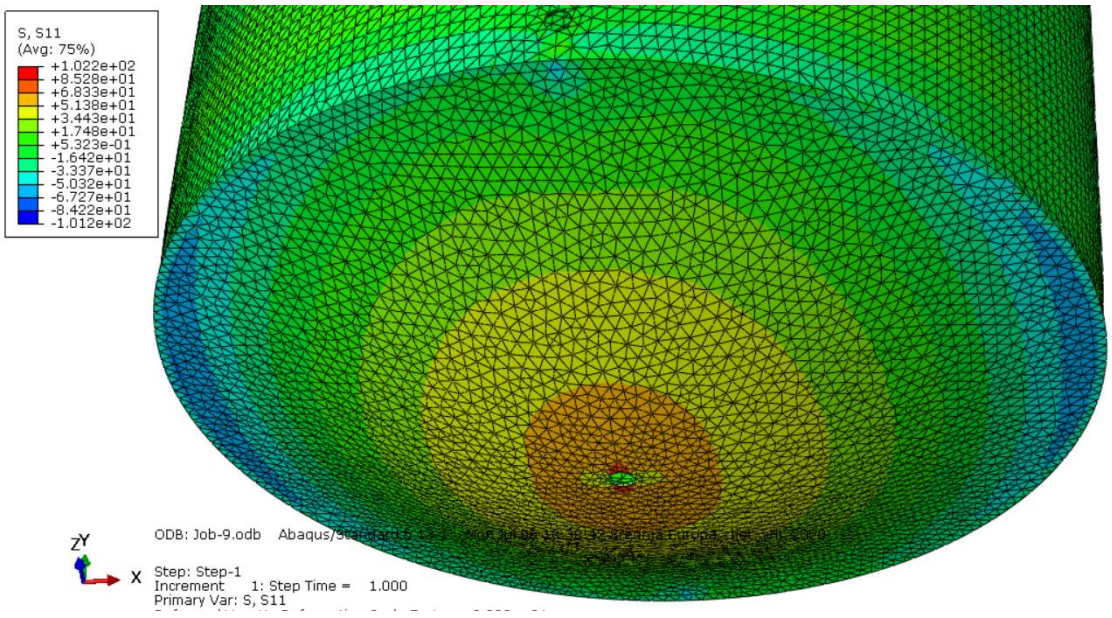
pa su na temelju uobičajenih vrijednosti naprezanja, njihovih razlika i odstupanja ove vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{x,max,num}$ = 134,3 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{x,max} - \sigma_{x,max,num}}{\sigma_{x,max}} = \frac{|157{,}56 - 134{,}3|}{157{,}56} = 14{,}8\ \%\,, \tag{4.26}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Na Slici 52 je prikazana raspodjela cirkularnog naprezanja spremnika. Prema jednadžbama (3.90), (3.92) i (3.117) vrijednosti značajnih naprezanja u analitičkom proračunu iznose $\sigma_\varphi(r)$ = 130,74 N/mm^2, $\sigma_\varphi(R)$ = -12,31 N/mm^2 i $\sigma_{\varphi,max}$ = 48,82 N/mm^2.



Slika 52. Raspodjela cirkularnih naprezanja spremnika

Pretraživanjem iznosa naprezanja po čvorovima pomoću opcije *Probe values* iznos ekvivalentnog naprezanja na donjem obrubu spremnika je oko $\sigma_{\varphi,num}(R)$ = -11,2 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.92) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_\varphi(R) - \sigma_{\varphi,num}(R)}{\sigma_\varphi(R)} = \frac{|-12{,}31 + 10{,}4|}{|-12{,}31|} = 15{,}5\ \%\,, \tag{4.27}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Istom tom metodologijom za područje središnje rupe u ploči spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,num}(r)$ = 126,3 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.90) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_\varphi(r) - \sigma_{\varphi,num}(r)}{\sigma_\varphi(r)} = \frac{130{,}74 - 124{,}7}{130{,}74} = 4{,}6\ \%\ , \tag{4.28}$$

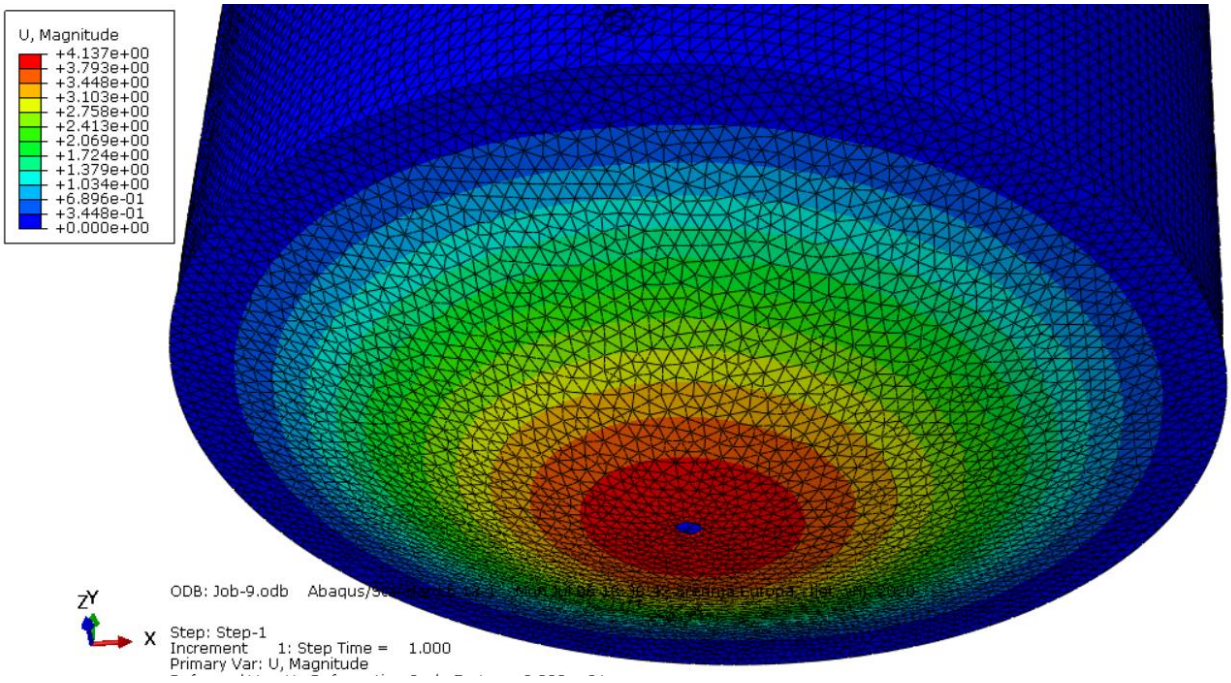
pa su na temelju toga vrijednosti prihvatljive.

Istom metodologijom za područje donjeg obruba plašta spremnika očitano naprezanje iznosi oko $\sigma_{\varphi,max,num}$ = 40,2 N/mm^2. Omjer razlike naprezanja i analitičke vrijednosti (3.116) naprezanja je:

$$\frac{\sigma_{\varphi,max} - \sigma_{\varphi,max,num}}{\sigma_{\varphi,max}} = \frac{48{,}82 - 41{,}4}{48{,}82} = 15{,}2\ \%\,, \tag{4.29}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

Na Slici 53 je prikazana raspodjela progiba (dna) ploče spremnika. Prema jednadžbi (3.74) vrijednost tog progiba u analitičkom proračunu iznosi w_{max} = 5,0142 mm.



Slika 53. Raspodjela progiba dna spremnika

Iz slike je vidljivo da je iznos maksimalnog progiba na dnu spremnika $w_{max,num}$ = 4,214 mm. Omjer razlike progiba i analitičke vrijednosti (3.74) progiba je:

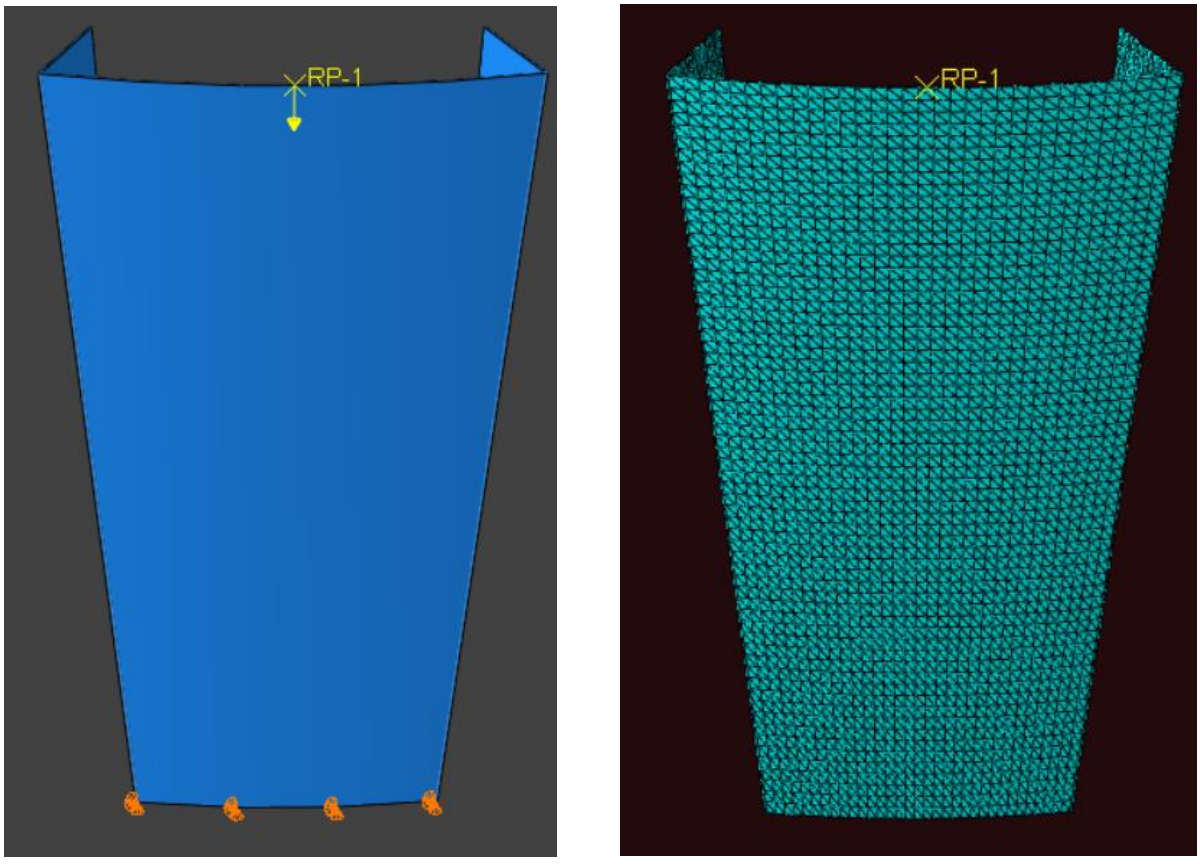
$$\frac{w_{max} - w_{max,num}}{w_{max}} = \frac{5{,}0142 - 4{,}214}{5{,}0412} = 14{,}3\ \%\,, \tag{4.30}$$

pa su na temelju toga vrijednosti manje prihvatljive.

4.5. Numerički proračun postolja

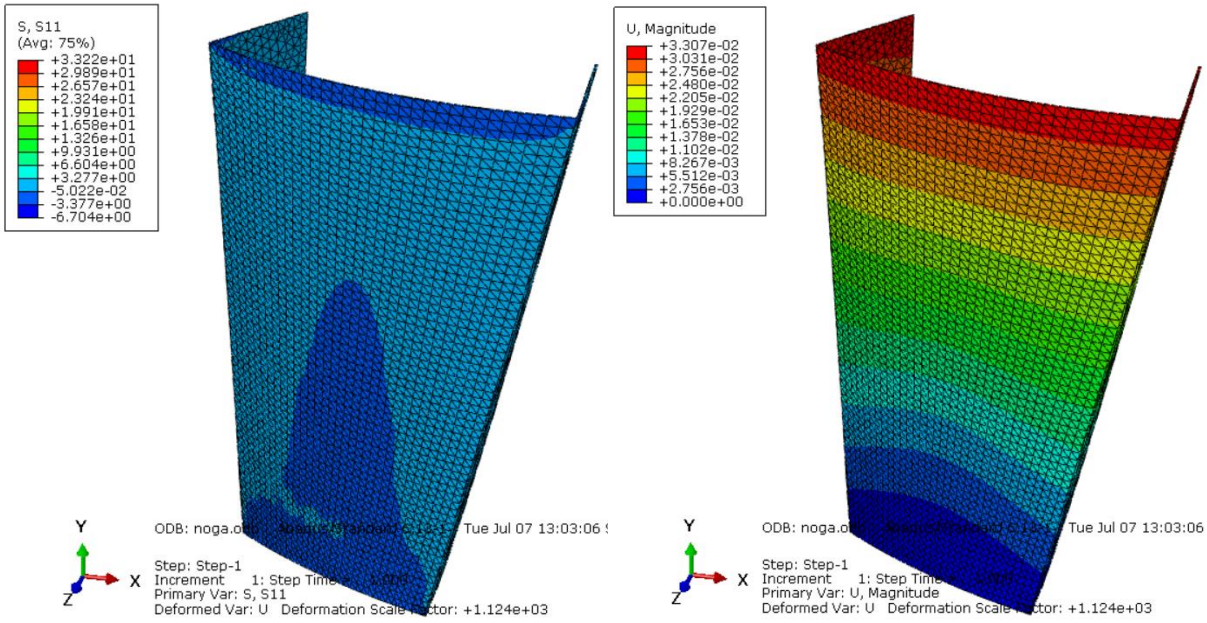
Modeliranje noge postolja je moguće napraviti u *Sketchu* pomoću dostupne geometrije unutar modula *Part* modelirajući nogu postolja. Model se također može uvesti iz drugog programskog alata u kojem je napravljen (npr. SolidWorks). Na Slici 41 je prikazano opterećenje noge spremnika i rubni uvjet. Kao opterećenje je postavljena sila iz (3.127) opcijom *Coupling* gdje je postavljanjem sile na referentnu točku, a primijenjena na cijeli rub. Rubni uvjet koji je postavljen je rubni uvjet naziva PINNED (U1=U2=U3=0) na dnu noge.

U modulu *Mesh* je napravljena mreža od 20603 konačnih elemenata oznake C3D10 kako je prikazano na Slici 31 desno.



Slika 54. Opterećenje i rubni uvjet noge spremnika (lijevo) i promrežena noga spremnika (desno)

Na Slici 55 (lijevo) je prikazana raspodjela naprezanja na nozi spremnika u pravcu djelovanja sile (σ_z), a na Slici 55 (desno) je prikazana raspodjela rezultantnih pomaka na nozi spremnika.



Slika 55. Raspodjela opterećenja u pravcu djelovanja sile (lijevo) i raspodjela rezultantnih pomaka (desno)

Uzevši u obzir da najveće naprezanje u materijalu iznosi $\sigma_{max,num}$ = 32,22 N/mm^2, a granica tečenja $R_{p\,0,2}$ = 205 N/mm^2, postignuta sigurnost materijala iznosi

$$S_{post} = \frac{R_{p\,0,2}}{\sigma_{max,num}} = \frac{205}{32,22} = 6,36. \tag{4.31}$$

5. Zaključak

U radu je razmatran vertikalni spremnik za vino te su provedeni kontrolni numerički proračuni naprezanja i deformacija za već postojeće konstrukcijsko rješenje. Navedeni proračuni provedeni su pomoću metode konačnih elemenata uz korištenje programskog paketa Abaqus.

Rezultati analize vertikalnog spremnika za vino pokazuju da je kritično mjesto na spremniku spoj cilindra spremnika i dna (ploče) spremnika. Analitički proračunom pokazano je da na tom kritičnom mjestu predmet analize (vertikalni spremnik za vino) zadovoljava uvjete čvrstoće i da u uvjetima uobičajenog korištenja spremnik podnosi zadana opterećenja

Tijekom jednostavnijih verifikacijskih analiza je ustanovljeno kako za konačne elemente iste geometrijske skupine bržu konvergenciju, odnosno točnija rješenja za jednaki broj stupnjeva slobode pokazuju elementi drugog reda, tj. elementi s paraboličnom raspodjelom pomaka po rubu stranice, nego što je to slučaj kod osnovnih elemenata čija je raspodjela pomaka po rubu linearna. Samim time je zaključeno kako pravilan izbor za opisivanje područja s velikim gradijentom naprezanja predstavljaju upravo elementi drugog reda.

U usporedbi triju modela prema kojima je rađena analiza (ljuskastog, osnosimetričnog i trodimenzijskog) pokazano je da je ljuskasti model najbolji model za numerički proračun vertikalnog spremnika za vino jer su razlike naprezanja i deformacija za ljuskasti model u najmanjem odstupanju u odnosu na analitička rješenja te da su odstupanja u granicama prihvatljivih odstupanja.

Literatura

[1] http://www.holzex.com/index.php/sr/katalog-proizvoda

[2] http://www.cipro.hr/vinogradarstvo.htm#.XZM2lEYzZPY

[3] http://www.serto-bel.hr/index.html

[4] http://www.damor.hr/

[5] FAO/INFOODS Density Database; Charrondiere, Haytowitz, Stadlmayr; FAO; Rim; 2012.

[6] Nauka o čvrstoći I; Alfirević; Tehnička knjiga; Zagreb; 1995.

[7] Linearna analiza konstrukcija; Alfirević; Fakultet strojarstva i brodogradnje; Zagreb; 2011.

[8] https://www.desmos.com/calculator

[9] https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=965

[10] https://matrixcalc.org/en/slu.html

[11] Abaqus 6.13 Online Documentation, Dassault Systems, 2013.

[12] http://www.ce.memphis.edu/7117/notes/presentations/chapter_09.pdf

[13] https://continentalsteel.com/stainless-steel/grades/

Prilog

- CD-R disc