Numerička analiza čelične konstrukcije vodotornja

Marić, Domagoj

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:779247

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Domagoj Marić

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

Student:

Domagoj Marić

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na savjetima i pomoći pri izradi ovog završnog rada. Također se zahvaljujem obitelji i prijateljima na podršci za vrijeme trajanja preddiplomskog studija.

Domagoj Marić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Domagoj Marić** Mat. br.: 0035204280

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza čelične konstrukcije vodotornja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Analysis of the Steel Structure of the Water Tower**

Opis zadatka:

Vodotoranj je konstrukcija kod koje se na vrhu stupa nalazi spremnik vode. Služi za akumuliranje određene količine vode na određenoj visini iznad razine tla. Visina stupca vode je potrebna da se hidrostatičkim tlakom dobije propisani tlak u vodovodu do potrošača. Voda iz vodotornja može se koristiti za piće, vodu za zaštitu od požara ili za industrijske potrebe. Vodotoranj se gradi u nizinskim područjima, gdje nije moguće izgraditi ukopanu vodospremu na povišenu položaju.

Za definirane podatke o konstrukciji, dimenzijama te opterećenju i rubnim uvjetima vodotornja potrebno je provjeriti da li konstrukcija zadovoljava uvjet čvrstoće tj. izvršiti kontrolni proračun vodotornja. Proračun provesti analitički i numerički te usporediti dobivene rezultate. Numerički proračun provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. U numeričkim analizama koristiti dostupne konačne elemente iz baze programskog paketa. Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rezultatima.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
28. studenog 2019.

Rok predaje rada:
1. rok: 21. veljače 2020.
2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.
3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 24.2. – 28.2.2020.
2. rok (izvanredni): 3.7.2020.
3. rok: 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadao:
Skozit Ivica
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA III
POPIS TABLICA V
POPIS OZNAKA VI
SAŽETAK VIII
SUMMARY IX
1. UVOD 1
1.1. OLT vodotornjevi 2
1.2. Eurokodovi 3
1.3. Metoda konačnih elemenata 4
2. ANALITIČKI PRORAČUN 5
2.1. Proračun ljuski spremnika 5
2.1.1. Membransko stanje naprezanja u sfernoj ljusci 6
2.1.2. Membransko stanje naprezanja u konusnoj ljusci 7
2.1.3. Rubni uvjeti 9
2.1.3.1. Uplivni koficijenti sferne ljuske 10
2.1.3.2. Uplivni koficijenti konusne ljuske 10
2.1.3.3. Poopćene sile 11
2.1.4. Savijanje sferne ljuske 12
2.1.5. Savijanje konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom 14
2.1.6. Savijanje konusne ljuske kod uklještenja 16
2.2. Proračun kružne ploče 18
2.3. Proračun utjecaja vjetra na konstrukciju 23
2.4. Proračun stabilnosti 31
2.5. Proračun maksimalnog naprezanja stupa 32
2.5.1. Kritični presjek 1 34
2.5.2. Kritični presjek 2 35
2.5.3. Provjera sigurnosti 36
3. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA 37
3.1. Korišteni konačni elementi 37
3.1.1. Osnosimetrični konačni elementi s naknadno zadanim presjekom 37
3.1.2. Osnosimetrični konačni elementi s geometrijom zadanim presjekom 37
3.1.3. Ljuskasti elementi u kartezijevom koordinatnom sustavu 38
3.2. Rješavanje pomoću programskog paketa Abaqus 39
3.2.1. Modeliranje u osnosimetričnom prostoru značajkom „žica“ 39
3.2.2. Modeliranje u osnosimetričnom prostoru značajkom „ljuska“ 40
3.2.3. Modeliranje u 3D prostoru značajkom „ljuska“ 42
3.3. Provjera konvergencije konačnih elemenata 43
3.4. Usporedba analitički i numerički određene raspodjele pomaka i kutova zakreta 44
4. NUMERIČKA ANALIZA REALNOG MODELA 49

4.1. Analiza spremnika 49
4.2. Analiza utjecaja vjetra na konstrukciju 55
5. ZAKLJUČAK 60
LITERATURA 61
PRILOZI 62

POPIS SLIKA

Slika 1. Vodotoranj izgrađen 1875. g. u Kansas-u, SAD 1
Slika 2. VTV vodotoranj 2
Slika 3. VTS vodotoranj 3
Slika 4. Pojednostavljeni model spremnika 5
Slika 5. Opterećenje sferne ljuske 6
Slika 6. Opterećenje konusne ljuske 7
Slika 7. Poopćene sile i poopćeni pomaci 9
Slika 8. Radijalni pomak sferne ljuske na mjestu spoja 13
Slika 9. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja 14
Slika 10. Radijalni pomak konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom 15
Slika 11. Kutni zakret konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom 16
Slika 12. Radijalni pomak konusne ljuske kod uklještenja 17
Slika 13. Kutni zakret konusne ljuske kod uklještenja 18
Slika 14. Geometrija kružne ploče 19
Slika 15. Ploča oslobođena veza 19
Slika 16. Presjek ploče 20
Slika 17. Kutni zakret kružne ploče 21
Slika 18. Progib kružne ploče 22
Slika 19. Podjela vodotornja na sekcije i pripadajuće sile 23
Slika 20. Model za određivanje vlastite frekvencije 27
Slika 21. Opterećenje vodotornja 33
Slika 22. Poprečni presjek stupa vodotornja 34
Slika 23. Konačni element CAX6 37
Slika 24. Konačni element CAX8 38
Slika 25. Konačni element STRI65 38
Slika 26. Konačni element S8R 38
Slika 27. Opterećenja i rubni uvjeti na osnosimetrični model „žica“ 39
Slika 28. Deformirani oblik osnosimetričnog modela „ljuska“ 40
Slika 29. Opterećenja i rubni uvjeti na osnosimetrični model „ljuska“ 41
Slika 30. Deformirani oblik osnosimetričnog modela „ljuska“ 41
Slika 31. Opterećenja i rubni uvjeti te mreža na 3D modelu „ljuska“ 42
Slika 32. Deformirani oblik 3D modela „ljuska“ 43
Slika 33. Prikaz konvergencije rješenja 44
Slika 34. Radijalni pomak sferne ljuske na mjestu spoja 45
Slika 35. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja 45
Slika 36. Radijalni pomak konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom 46
Slika 37. Kutni zakret konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom 46
Slika 38. Radijalni pomak konusne ljuske kod uklještenja 47
Slika 39. Kutni zakret konusne ljuske kod uklještenja 47
Slika 40. Kutni zakret kružne ploče 48
Slika 41. Progib kružne ploče 48
Slika 42. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja 49
Slika 43. Opterećenja i rubni uvjeti realnog modela 50
Slika 44. Usitnjavanje mreže 51
Slika 45. Koncentracija naprezanja na spoju ploče i stupa 52
Slika 46. Koncentracija naprezanja na spoju ljuske i stupa 52
Slika 47. Deformirani oblik donjeg dijela spremnika 53

Slika 48. Deformirani oblik donjeg dijela spremnika u 3D-u 53
Slika 49. Naprezanje spremnika 54
Slika 50. Radijalni pomak ljuske spremnika 55
Slika 51. Model vodotornja 56
Slika 52. Naprezanje oko otvora u podnožju stupa 57
Slika 53. Pomak i naprezanja uslijed opterećenja vjetrom 58
Slika 54. Naprezanje na spoju cilindra i konusa 59

POPIS TABLICA

Tablica 1. Eurokodovi 4
Tablica 2. Podaci potrebni za proračun sferne ljuske 6
Tablica 3. Podaci potrebni za proračun konusne ljuske 7
Tablica 4. Podaci potrebni za proračun kružne ploče 18
Tablica 5. Podaci potrebni za proračun stabilnosti 31
Tablica 6. Podaci potrebni za proračun naprezanja 32

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	m^2	stvarna površina
A_c	m^2	površina omeđena vanjskom konturom konstrukcije
A_{ref}	m^2	referentna površina
B^2	-	faktor pozadine
b	mm	širina
C	mm, mm^{-1}, N/mm	konstanta integracije
c_0	-	faktor orografije
c_{dir}	-	faktor smjera
$c_s c_d$	-	koeficijent konstrukcije
c_{season}	-	faktor godišnjeg doba
c_f	-	koeficijent sile
$c_{f,0}$	-	koeficijent sile za cilindre
c_e	-	faktor izloženosti
D	Nm	fleksijska krutost ljuske
d	mm	promjer
E	MPa	modul elastičnosti
F	N	sila
F_A, F_B	N/mm	reakcijske sile
F_w	kN	sila vjetra
g	m/s^2	gravitacijsko ubrzanje
h	mm	debljina ljuske, visina
I	mm^4	moment tromosti
I_V	-	intenzivnost turbulencije
i	mm	polumjer tromosti
k	-	ekvivalentna hrapavost
k_p	-	faktor maksimuma
k_I	-	faktor turbulencije
L	m	duljina
L	m	razmjer turbulencijske duljine
L_t	m	referentni razmjer
l_0	m	slobodna duljina izvijanja
M	kg	masa
m_s, m_k, m_c	kg	masa
N_ϑ, N_s	N/mm	meridijalna sila
N_φ	N/mm	cirkularna sila
n_1	Hz	vlastita frekvencija
p	N/mm^2	tlak

Q	N/mm	poprečna sila
q	N/mm^2	kontinuirano opterećenje
q_k, q_c, q_s	N/mm^2	tlak vjetra
q_p	kN/m^2	udarni prtisak vjetra
Q_r	N/mm	radijalna poprečna sila
r	mm	polumjer
R	mm	polumjer sfere
$R_{p0,2}$	MPa	granica tečenja
R^2	-	faktor odziva rezonancije
Re	-	Reynoldsov broj
S	-	faktor sigurnosti
s	mm	duljina izvodnice
T	s	prosječno vrijeme srednje brzine vjetra
v_b	m/s	računska brzina vjetra
v_{b0}	m/s	osnovna brzina vjetra
w	mm	pomak
X_1, X_2, X_3, X_4	N/mm, N	poopćene sile
z_0	-	duljina hrapavosti
z_s	m	referentna visina
z_t	m	referentna visina
α	-	faktor
α	rad	kut zakreta
$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{22}$	mm^2/N, mm/N, N^{-1}	uplivni koeficijenti
β	m^{-1}	materijalno geometrijska značajka ljuske
ϑ	rad	meridijalni kut
λ	-	vitkost
ν	-	Poissonov faktor
ν	Hz	frekvencija križanja
ν	m^2/s	kinematska viskoznost zraka
ξ	-	neovisna varijabla
ρ	kg/m^3	gustoća
σ	MPa	naprezanje
σ_k	MPa	naprezanje na izvijanje
τ	MPa	posmično naprezanje
φ	-	omjer solidnosti
ψ_λ	-	faktor efekta kraja

SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je analitički i numerički proračun čelične konstrukcije vodotornja proizvođača OLT, tipa VTS 350. Cilj rada je kreiranje numeričkog modela koji može s dovoljnom točnošću predvidjeti ponašanje stvarne konstrukcije podvrgnute realnim opterećenjima. Napravljen je analitički proračun pojednostavljenog modela ljuske spremnika, proračun utjecaja vjetra po eurokodu, proračun stabilnosti i proračun maksimalnih naprezanja. Obavljena je verifikacija više vrsti konačnih elemenata usporedbom s analitičkim rezultatima. Numerička analiza je provedena u programskom paketu Abaqus. Korišteni su isključivo ljuskasti konačni elementi. Analizirani su pomaci i naprezanja spremnika izazvani hidrostatskim tlakom i utjecajem gravitacije. Također su analizirani pomaci i naprezanja u stupu vodotornja izazvani masom spremnika i utjecajem vjetra na konstrukciju.

Ključne riječi: Abaqus, vodotoranj, Eurokod, metoda konačnih elemenata, osnosimetrični konačni element, ljuskasti konačni element

SUMMARY

The topic of this final paper is analitical and numerical calculation of steel structure of VTS 350 water tower, manufactured by OLT. The aim of paper is to create a numerical model that can predict with sufficient accuracy the behavior of an actual structure subjected to realistic loads. Analytical calculation of a simplified model of tank shell, calculation of wind influence according to Eurocode, stability calculation and maximum stress calculation have been made. Verification of several types of finite elements was performed by comparison with analytical results. Numerical analysis was performed in the Abaqus software package. Only shell finite elements were used. The displacement and stress of the tank caused by hydrostatic pressure and the influence of gravity were analyzed. The displacement and stress in the column of the water tower caused by the mass of the tank and the influence of the wind on the structure were also analyzed.

Key words: Abaqus, water tower, Eurocode, finite element method, axisymetric finite element, shell finite element

1. UVOD

Vodotoranj je građevina za spremanje i pričuvu vode izgrađena iznad površine zemlje. Grade se u nizinskim područjima gdje nije moguće izgraditi ukopanu vodospremu na povišenom položaju, što je jednostavnije rješenje. Vodotornjevi postoje još od antičkih vremena u raznim oblicima, a vodotornjevi slični onima kakve ih danas znamo pojavljuju se sredinom 19. stoljeća uslijed sve raširenije uporabe parnog stroja i kvalitetnijih vodovodnih cijevi koje mogu podnjeti visok tlak. Najčešće se izrađuju od armiranog betona ili čelika. Ukupna visina rijetko prelazi 40 metara. U njima se pohranjuje pitka voda, voda za gašenje požara ili voda za industrijsku uporabu. Prednosti vodotornja su te što ih se može puniti u satima jeftinije tarife struje, to što je pritisak vode neovisan o količini potrošnje i zato što mogu funkcionirati i za vrijeme nestašice struje. Nedostaci su visoka cijena izgradnje i održavanja, te pad kvalitete vode ako dugo stoji u spremniku. Danas se rijeko koriste iz ekonomskih razloga.



Slika 1. Vodotoranj izgrađen 1875. g. u Kansas-u, SAD

1.1. OLT vodotornjevi

Osječka ljevaonica željeza i tvornica strojeva (OLT) utemeljena je 1912. godine kao tvornica za proizvodnju i popravak poljoprivrednih strojeva. U početku svog razvoja OLT je bio okrenut potrebama individualnih poljoprivrednika, ali s razvojem mehanizacije poljoprivredne proizvodnje krenuo je u proizvodnju širokozahvatnih strojeva namijenjenih velikim kombinatima i sustavima. Nažalost, OLT je 2016. godine otišao u stečaj i zasad se čini kako se neće vratiti. Prije stečaja, asortiman proizvoda im se dijelio na poljoprivredne strojeve (sijačice, tanjurače, plugovi, sjetvopripremači, kultivatori itd.) i čelične konstrukcije (termoizolacijska vrata, kontejneri, nadstrešnice i vodotornjevi). OLT je standardno proizvodio dva tipa vodotornja: vezani vodotoranj (VTV) i samostojeći toranj (VTS). Vezani vodotoranj sastoji se od stupa, spremnika i čelične užadi. Preko kuglastog zgloba vodotoranj je oslonjen na temelj, a šest čeličnih užadi vezanih u podnožju spremnika pričvršćuju se za sidrene blokove. Samostojeći toranj je prirubnički vezan za temelj tako da je oko vodotornja imamo koristan prostor. Obje varijante su se proizvodile u izvedbama kapaciteta od 50 m^3 do 500 m^3. Ukupno je u Hrvatskoj i susjednim državama izgrađeno oko 300 OTL-ovih vodotornjeva. U ovom radu će se obraditi OLT-ov samostojeći toranj VTS 350, kakav je izgrađen nedavno (2019.) na području općine Sveti Ivan Žabno.



Slika 2. VTV vodotoranj



Slika 3. VTS vodotoranj

1.2. Eurokodovi

Eurokodovi su skup europskih pravila za proračun konstrukcija zgrada i inženjerskih građevina. Njihovom primjenom osigurava se otpornost, stabilnost te sigurnost građevine. Počeli su se razvijati 1975. godine kako bi izjednačili standard gradnje u svim državama Europske Unije i kako bi olakšali inženjerima proračun. Dijele se na 10 dijelova prikazanih u Tablici (1). Svaki od tih dijelova se dijeli prosječno još na 5 dijelova koji pak imaju svoje poddijelove. Za vodotoranj su najrelevantniji eurokod 1 i eurokod 3. U eurokodu 1 obuhvaćena su djelovanja na konstrukcije poput vlastite težine, opterećenja snijegom, opterećenja vjetrom, opterećenja koja se javljaju u spremnicima tekućina itd. U eurokodu 3 se nalaze proračuni i konstrukcijska rješenja za čelične konstrukcije poput dizajna za konstrukcije izložene vatri, pravila za konstrukcije od nehrđajućeg čelika, proračuna ljuskastih konstrukcija, proračuna mostova, proračuna spremnika za tekućine itd. U ovom radu je proveden proračun utjecaja vjetra na vodotoranj prema normi EN 1991-1-4: Opća djelovanja – djelovanje vjetra.

Tablica 1. Eurokodovi

Ime norme	Opis
Eurokod 0 (EN 1990)	Osnove projektiranja konstrukcija
Eurokod 1 (EN 1991)	Djelovanja na konstrukcije
Eurokod 2 (EN 1992)	Projektiranje betonskih konstrukcija
Eurokod 3 (EN 1993)	Projektiranje čeličnih konstrukcija
Eurokod 4 (EN 1994)	Projektiranje spregnutih čelično-betonskih konstrukcija
Eurokod 5 (EN 1995)	Projektiranje drvenih konstrukcija
Eurokod 6 (EN 1996)	Projektiranje zidanih konstrukcija
Eurokod 7 (EN 1997)	Geotehničko projektiranje
Eurokod 8 (EN 1998)	Projektiranje potresne otpornosti konstrukcija
Eurokod 9 (EN 1999)	Projektiranje aluminijskih konstrukcija

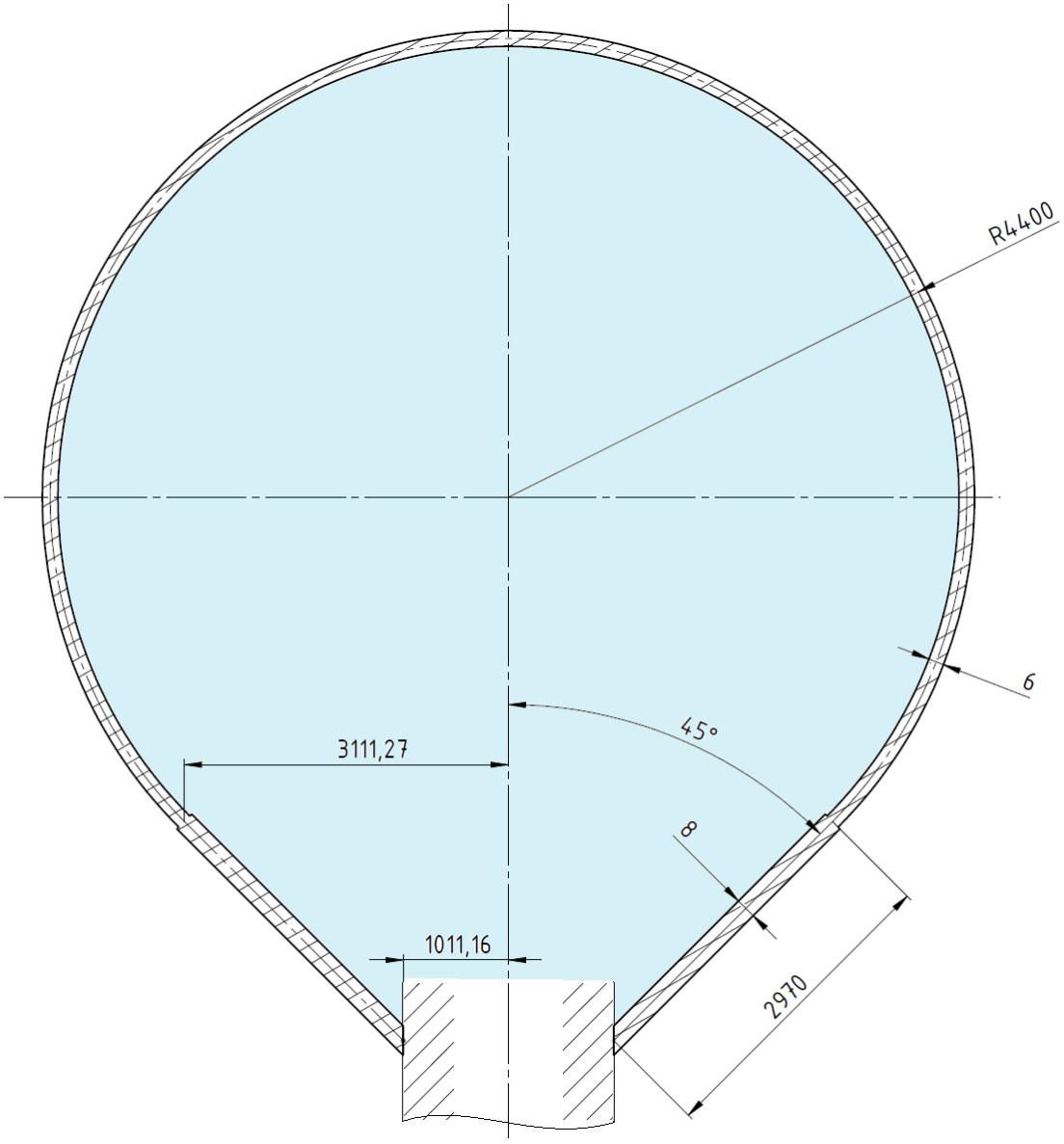
1.3. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se koristi za rješavanje problema kontinuiranih sustava. Ona dijeli kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode na ograničen broj konačnih elemenata s konačnim brojem stupnjeva slobode. Konačni elementi se međusobno povezuju u točkama koje se nazivaju čvorovi. Veličine u elementima poput pomaka, naprezanja, deformacija opisane su interpolacijskim funkcijama koje moraju zadovoljavati određene uvjete kako bi ponašanje modela bilo slično ponašanju kontinuiranog sustava. Metoda konačnih elemenata je nastala 1941. godine kada je Alexander Hrennikoff probao riješiti problem teorije elastičnosti podjelom kontinuuma na više jednostavnih štapnih elemenata. Širenje primjene metode se događa 60-ih i 70-ih godina paralelno s razvojem računala. Danas se metoda koristi u gotovo svim inženjerskim granama.

2. ANALITIČKI PRORAČUN

2.1. Proračun ljuski spremnika

Napravljen je analitički proračun pojednostavljenog modela spremnika vodotornja prikazanog na slici. Model se razlikuje od stvarnog po tome što razina vode ide do vrha spremnika umjesto do određene razine blizu vrha, te što ima samo jednu promjenu debljine ljuske (realni model ima 3). Time značajno smanjujemo količinu proračuna jer smo eliminirali još 3 zone gdje se javlja lokalno savijanje, a nismo značajno narušili točnost modela. Proračun ćemo provesti prema uvjetima i jednadžbama izvedenim u knjizi prof. dr. sc. Alfirević I. – Linearna analiza konstrukcija.



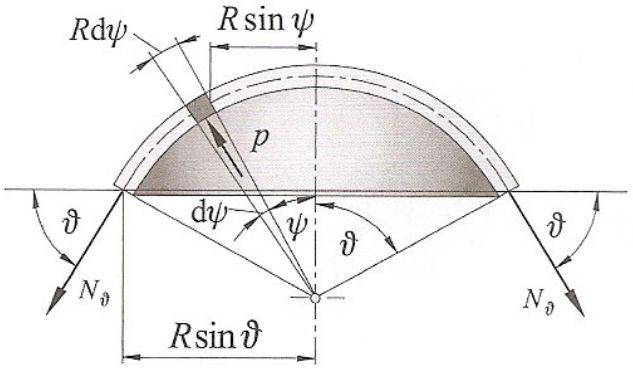
Slika 4. Pojednostavljeni model spremnika

2.1.1. Membransko stanje naprezanja u sfernoj ljusci

Podaci potrebni za analitički proračun sferne ljuske nalaze se u tablici (2).

Tablica 2. Podaci potrebni za proračun sferne ljuske

Polumjer sfere	$R = 4400$ mm
Vrijednost kuta ϑ za spoj	$\vartheta_0 = 135°$
Debljina ljuske	$h = 6$ mm
Gustoća vode	$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Modul elastičnosti	$E = 210$ GPa
Poissonov faktor	$\nu = 0.3$



Slika 5. Opterećenje sferne ljuske

Tlak p odgovara normalnom opterećenju p_n, pa je

$$p_n = p = \rho g R(1 - \cos\vartheta) = \rho g R(1 - \cos\psi). \quad \textbf{(1)}$$

Uvjet ravnoteže odsječenog dijela ljuske iznad prstena prema slici 5. glasi

$$\sum F_x = 2\pi R \sin\vartheta \, N_\vartheta \sin\vartheta - \int_0^\vartheta p_n \cos\psi \, 2\pi R \sin\psi \, R \, d\psi = 0. \quad \textbf{(2)}$$

Ako u izraz (2) uvrstimo izraz (1), provedemo integraciju i sredimo, dobit ćemo

$$N_\vartheta = \frac{\rho g R^2}{6} \frac{1 - \cos\vartheta}{1 + \cos\vartheta}(1 + 2\cos\vartheta). \quad \textbf{(3)}$$

Budući da znamo da mora vrijediti $N_\vartheta + N_\varphi = pR$, slijedi

$$N_\varphi = \frac{\rho g R^2}{6} \frac{1 - \cos\vartheta}{1 + \cos\vartheta}(5 + 4\cos\vartheta). \quad \textbf{(4)}$$

Kada znamo membranske sile, membranski radijalni pomak određujemo pomoću izraza

$$w_s^m = \frac{R \sin \vartheta}{Eh}\left(N_\varphi - \nu N_\vartheta\right), \tag{5}$$

a izraz za kutni zakret glasi

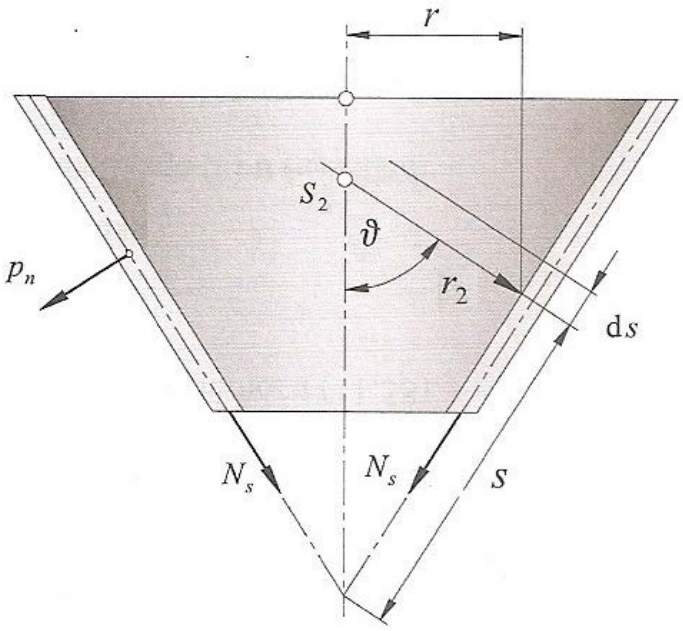
$$\alpha_s^m = \frac{1}{Eh}\left[\frac{dN_\varphi}{d\vartheta} - \nu\frac{dN_\vartheta}{d\vartheta} + (1+\nu)\cot\vartheta\left(N_\varphi - N_\theta\right)\right]. \tag{6}$$

2.1.2. Membransko stanje naprezanja u konusnoj ljusci

Podaci potrebni za analitički proračun sferne ljuske nalaze se u tablici (3).

Tablica 3. Podaci potrebni za proračun konusne ljuske

Duljina s na donjem kraju	$s_1 = 1430$ mm
Duljina s na donjem kraju	$s_2 = 4400$ mm
Debljina ljuske	$h = 8$ mm
Gustoća vode	$\rho = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Modul elastičnosti	$E = 210$ GPa
Poissonov faktor	$\nu = 0.3$
Meridijalni kut	$\vartheta = 45°$



Slika 6. Opterećenje konusne ljuske

Hidrostatički tlak vode iznosi

$$p_n = p = \rho g(x + (s_2 - s)\sin\vartheta). \quad \textbf{(7)}$$

Uvjet ravnoteže glasi

$$\sum F_x = N_s\, sin\,\beta 2\pi s\, cos\,\vartheta + \int_s^{s_2} p_n \cos\vartheta\, 2\pi s \cos\vartheta\, ds = 0. \quad \textbf{(8)}$$

Nakon sređivanja dobijemo

$$N_s = \frac{-\rho g\, cot\,\vartheta}{s} + \int_s^{s_2} (x + (s_2 - s)\sin\vartheta) s\, ds + \frac{C}{s} \quad \textbf{(9)}$$

gdje x iznosi 7511.27 mm i označava visinu vodenog stupca iznad konusne ljuske. Konstanta integracije *C* se određuje iz rubnog uvjeta na rubu s_2 gdje vrijedi $N_\vartheta = N_s$

$$C = N_\vartheta(s_2)s_2 = 76.39\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \quad \textbf{(10)}$$

Cirkularna sila se računa pomoću izraza

$$N_\varphi = p_n s \cot\vartheta \quad \textbf{(11)}$$

što nakon uvrštavanja postaje

$$N_\varphi = \rho g(x + (s_2 - s)\sin\vartheta) s \cot\vartheta. \quad \textbf{(12)}$$

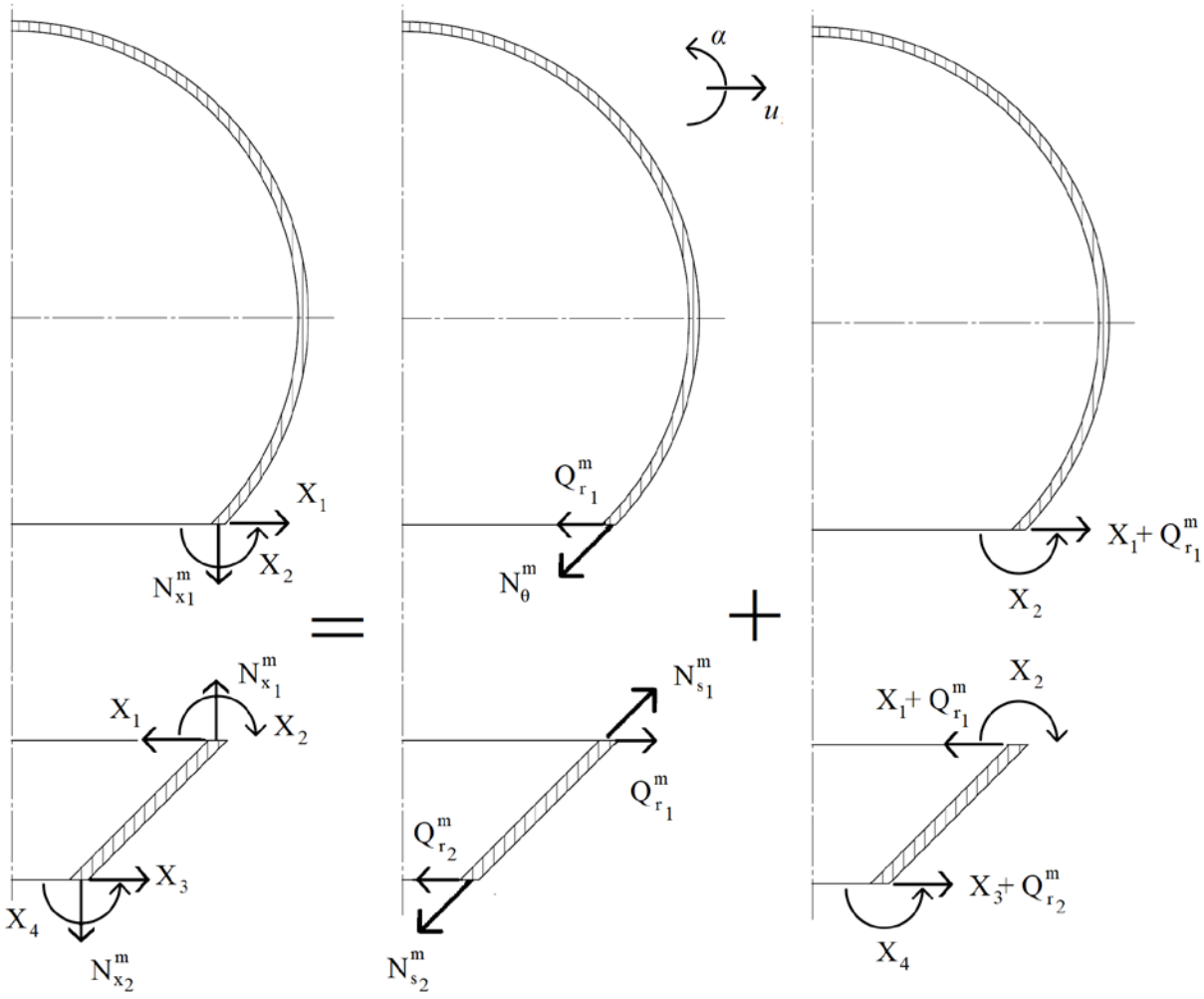
Izraz za radijalni pomak glasi

$$w_k^m = \frac{s\cos\vartheta}{Eh}\left(N_\varphi - \nu N_s\right), \quad \textbf{(13)}$$

a izraz za kut zakreta konusne ljuske glasi

$$\alpha_k^m = \frac{-\cot\vartheta}{Eh}\left[(1+\nu)\left(N_\varphi - N_s\right) + s\frac{d}{ds}\left(N_\varphi - \nu N_s\right)\right]. \quad \textbf{(14)}$$

2.1.3. Rubni uvjeti



Slika 7. Poopćene sile i poopćeni pomaci

Znamo da na mjestu spoja sferne i konusne ljuske mora vrijediti

$$w_s^m = w_k^m, \tag{15}$$

$$\alpha_s^m = \alpha_k^m. \tag{16}$$

Također znamo da na mjestu uklještenja konusne ljuske mora vrijediti

$$w_k^m = 0, \tag{17}$$

$$\alpha_k^m = 0. \tag{18}$$

Vodeći računa o predznacima, uz pomoć slike 7., te izraze možemo napisati

$$\alpha_{11}^s(X_1 + Q_{r1}^m) + \alpha_{12}^s X_2 + w_s^m = -\alpha_{11}^k(X_1 + Q_{r1}^m) + \alpha_{12}^k X_2 + w_k^m, \tag{19}$$

$$\alpha_{21}^s(X_1 + Q_{r1}^m) + \alpha_{22}^s X_2 + \alpha_s^m = \alpha_{21}^k(X_1 + Q_{r1}^m) - \alpha_{22}^k X_2 + \alpha_k^m, \tag{20}$$

$$\alpha_{31}^{k}(X_3 + Q_{r2}^{m}) + \alpha_{32}^{k}X_4 + w_k^m = 0, \quad \textbf{(21)}$$

$$\alpha_{41}^{k}(X_3 + Q_{r2}^{m}) + \alpha_{42}^{k}X_4 + \alpha_k^m = 0. \quad \textbf{(22)}$$

Radijalnu komponentu membranskih sila možemo odrediti pomoću izraza za meridijalnu silu u konusnoj ljusci

$$Q_{r1}^{m} = N_s(s_2)\sin\vartheta = -54.02\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \quad \textbf{(23)}$$

$$Q_{r2}^{m} = N_s(s_1)\sin\vartheta = -518.14\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}. \quad \textbf{(24)}$$

2.1.3.1. Uplivni koficijenti sferne ljuske

Da bi mogli izračunati uplivne koeficijente sferne ljuske, trebamo prvo izračunati materijalno geometrijsku značajku ljuske β

$$\beta_0^s = \beta^s = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rh}} = 7.91113\ \mathrm{m}^{-1}, \quad \textbf{(25)}$$

i fleksijsku krutost ljuske *D*

$$D^s = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 4153.85\ \mathrm{Nm}. \quad \textbf{(26)}$$

Izrazi za uplivne koeficijente glase

$$\alpha_{11}^{s} = \frac{\sin^2\vartheta_0}{2D^s(\beta_0^s)^3} = 1.21555\cdot 10^{-1}\ \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{N}}, \quad \textbf{(27)}$$

$$\alpha_{12}^{s} = \alpha_{21}^{s} = \frac{\sin\vartheta_0}{2D^s(\beta_0^s)^2} = 1.35996\cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{N}}, \quad \textbf{(28)}$$

$$\alpha_{22}^{s} = \frac{1}{D^s\beta_0^s} = 3.04306\cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{N}}. \quad \textbf{(29)}$$

2.1.3.2. Uplivni koficijenti konusne ljuske

Pošto je geometrijsko materijalna značajka ljuske ovisna o polumjeru r_2, a on je za konusnu ljusku funkcija duljine *s,* njena vrijednost bit će različita na gornjem i donjem kraju ljuske. Opći izraz za β glasi

$$\beta^k = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{r_2 h}}, \quad \textbf{(30)}$$

gdje je

$$r_2 = \frac{s}{\tan\vartheta}. \tag{31}$$

Iz toga proizlaze izrazi

$$\beta_0^k = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{r_2(s_2)h}} = 6.851242\ \mathrm{m}^{-1}, \tag{32}$$

$$\beta_1^k = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{r_2(s_1)h}} = 12.01787\ \mathrm{m}^{-1}. \tag{33}$$

Izraz za fleksijsku krutost konusne ljuske je

$$D^k = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 9846.15\ \mathrm{Nm}. \tag{34}$$

Zatim slijede izrazi za uplivne koeficijente konusne ljuske

$$\alpha_{11}^k = \frac{\sin^2\vartheta}{2D^k\left(\beta_0^k\right)^3} = 1.21555\cdot 10^{-1}\ \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{N}}, \tag{35}$$

$$\alpha_{12}^k = \alpha_{21}^s = \frac{\sin\vartheta}{2D^k\left(\beta_0^k\right)^2} = 1.35996\cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{N}}, \tag{36}$$

$$\alpha_{22}^k = \frac{1}{D^k\beta_0^k} = 3.04306\cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{N}}, \tag{37}$$

$$\alpha_{31}^k = \frac{\sin^2\vartheta}{2D^k\left(\beta_1^k\right)^3} = 1.21555\cdot 10^{-1}\ \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{N}}, \tag{38}$$

$$\alpha_{32}^k = \alpha_{41}^s = \frac{\sin\vartheta}{2D^k\left(\beta_1^k\right)^2} = 1.35996\cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{N}}, \tag{39}$$

$$\alpha_{42}^k = \frac{1}{D^k\beta_1^k} = 3.04306\cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{N}}. \tag{40}$$

2.1.3.3. Poopćene sile

Ako uvrstimo izračunate uplivne koeficijente i jednadžbe (23) i (24) u jednadžbe (19), (20), (21) i (22), dobit ćemo iznose poopćenih sila

$$X_1 = 51.9581\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{41}$$

$$X_2 = 16.9579\ \mathrm{N}, \tag{42}$$

$$X_3 = 486.5975\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{43}$$

$$X_4 = 997.6930\ \mathrm{N}. \tag{44}$$

2.1.4. Savijanje sferne ljuske

Računat ćemo prema modelu duge strme ljuske. Za to moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti.

Uvjet strme ljuske je

$$\vartheta_0 > \vartheta_{gr.} \tag{45}$$

Vrijednost graničnog kuta za sferu za $\frac{h}{r_2} > \frac{1}{50}$ iznosi

$$\vartheta_{gr} = 21.9°. \tag{46}$$

Stoga uvjet strme ljuske iznosi

$$\vartheta_0 = 135° > \vartheta_{gr} = 21.9° \quad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{47}$$

Treba još zadovoljiti uvjet duge ljuske

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta(s)ds > 3. \tag{48}$$

Nakon uvrštavanja uvjet duge ljuske glasi

$$\int_{0}^{\frac{3\pi}{4}R} \beta^s ds = 82.02 > 3 \qquad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{49}$$

U računanju ćemo se koristiti eksponencijalno trigonometrijskim funkcijama koje su definirane

$$f_1(\xi) = e^{-\xi}(\cos\xi + \sin\xi), \tag{50}$$

$$f_2(\xi) = e^{-\xi}\sin\xi, \tag{51}$$

$$f_3(\xi) = e^{-\xi}(\cos\xi - \sin\xi), \tag{52}$$

$$f_4(\xi) = e^{-\xi}\cos\xi. \tag{53}$$

Gdje se argument ξ definira

$$\xi = \int_{s}^{s_2} \beta(s)ds. \tag{54}$$

U knjizi su granice integrala definirane od s_1 do s zato što argument ξ mora iznositi 0 na spoju ljuski, a varijabla *s* je definirana tako da je ona također 0 u mjestu spoja. To se razlikuje od definicije varijable *s* u membranskim opterećenjima gdje ona iznosi 0 u vrhu sferne ljuske, ili za konusnu ljusku, u ishodištu konusa. Zato zamjenom granica intervala za od s do s_2 dobivamo

raspodjelu kompatibilnu s raspodjelom membranskih komponenti te ih možemo direktno zbrajati.

Naposljetku, izrazi za radijalni pomak i kut zakreta uslijed savijanja glase

$$w_s^f = \frac{X_1 + Q_{r1}^m}{2D^s(\beta_0^s)^3}\sin^2\vartheta_0\, f_4(\xi) + \frac{X_2}{2D^s(\beta_0^s)^2}\sin\vartheta_0\, f_3(\xi), \tag{55}$$

$$\alpha_s^f = \frac{X_1 + Q_{r1}^m}{2D^s(\beta_0^s)^2}\sin\vartheta_0\, f_1(\xi) + \frac{X_2}{D^s\beta_0^s}\sin\vartheta_0\, f_3(\xi). \tag{56}$$

Ako u izraze (3), (4), (5) i (6) uvrstimo $\vartheta = \frac{s}{R}$, izrazi za membranski radijalni pomak i kut zakreta postaju

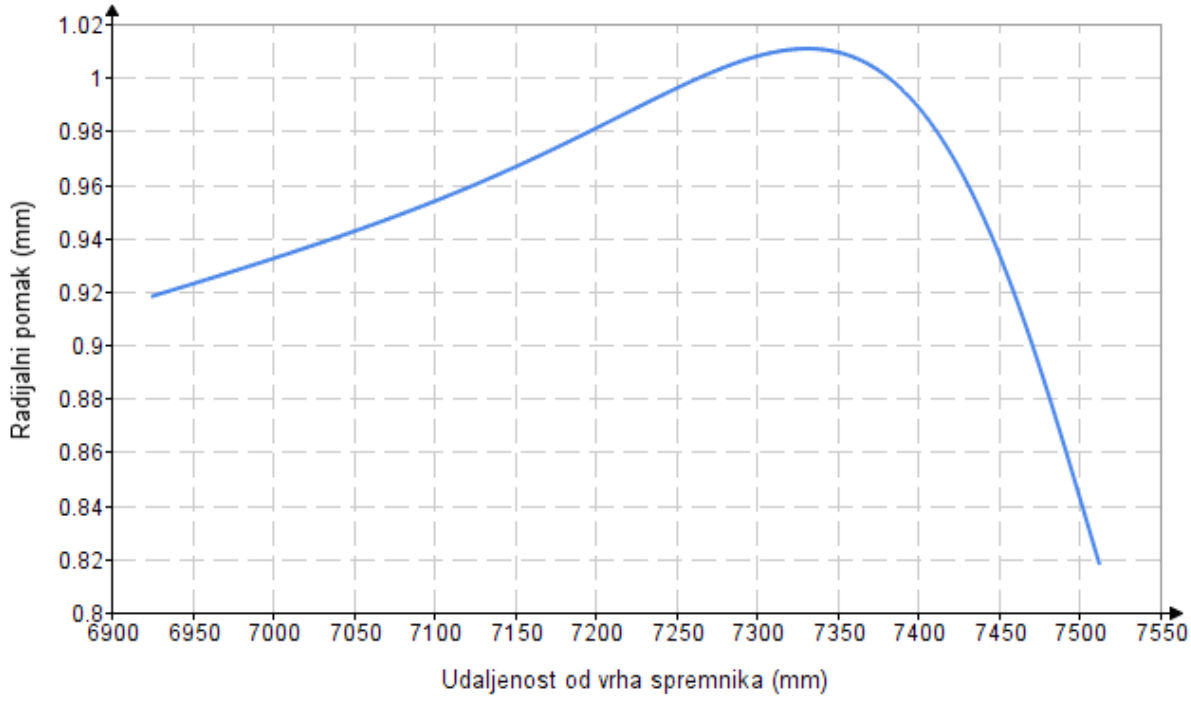
$$w_s^m = \frac{R\,sin\frac{s}{R}}{Eh}\left(N_\varphi - \nu N_\vartheta\right), \tag{57}$$

$$\alpha_s^m = \frac{1}{Eh}\left[\frac{dN_\varphi}{ds}R - \nu\frac{dN_\vartheta}{ds}R + (1+\nu)\cot\frac{s}{R}\left(N_\varphi - N_\theta\right)\right]. \tag{58}$$

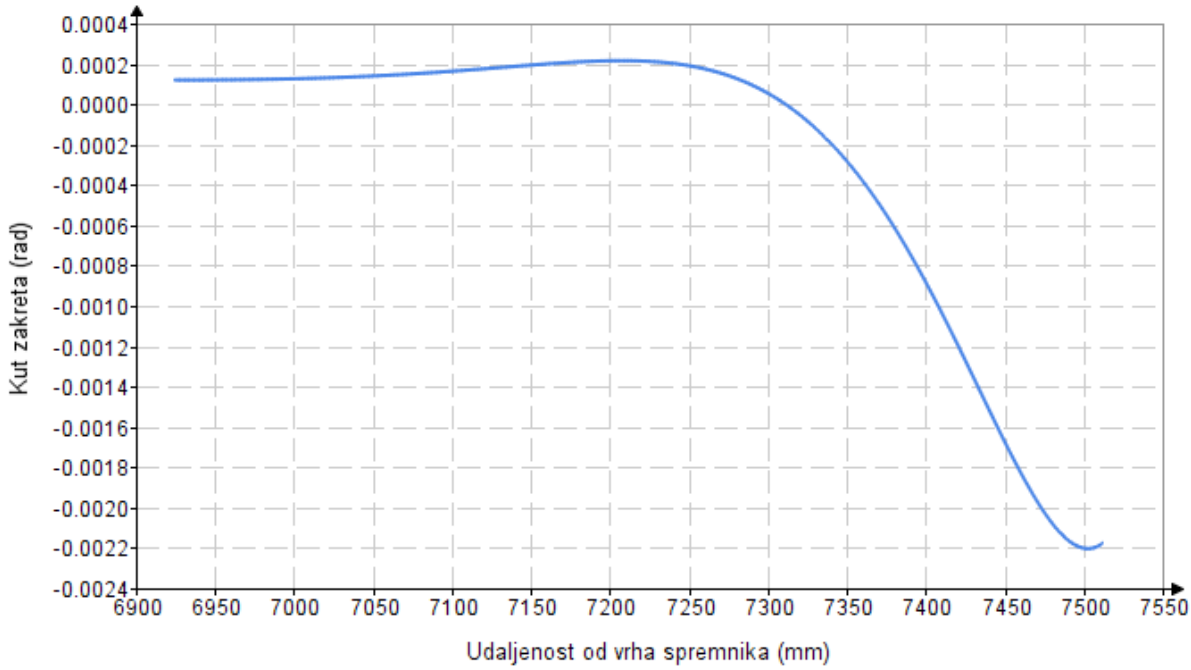
Sada kada su i membranski izrazi i izrazi lokalnog savijanja ovisni o jednako definiranoj varijabli, konačni izrazi glase

$$w_s = w_s^m + w_s^f, \tag{59}$$

$$\alpha_s = \alpha_s^m + \alpha_s^f. \tag{60}$$



Slika 8. Radijalni pomak sferne ljuske na mjestu spoja



Slika 9. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja

2.1.5. Savijanje konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom

Isto kao i kod sfere, računat ćemo prema modelu duge strme ljuske. Za to moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti.

Uvjet strme ljuske je

$$\vartheta > \vartheta_{gr}. \tag{61}$$

Vrijednost graničnog kuta za stožac za $\frac{h}{r_2} > \frac{1}{50}$ iznosi

$$\vartheta_{gr} = 25.5°. \tag{62}$$

Stoga uvjet strme ljuske iznosi

$$\vartheta = 45° > \vartheta_{gr} = 25.5° \quad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{63}$$

Treba još zadovoljiti uvjet duge ljuske

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta(s)ds > 3. \tag{64}$$

Nakon uvrštavanja uvjet duge ljuske glasi

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^s ds = 25.92 > 3 \qquad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{65}$$

Eksponencijalno trigonometrijske funkcije i bezdimenzijski parametar ξ su isti kao i kod sferne ljuske. Stoga izrazi za radijalni pomak i kut zakreta uslijed savijanja glase

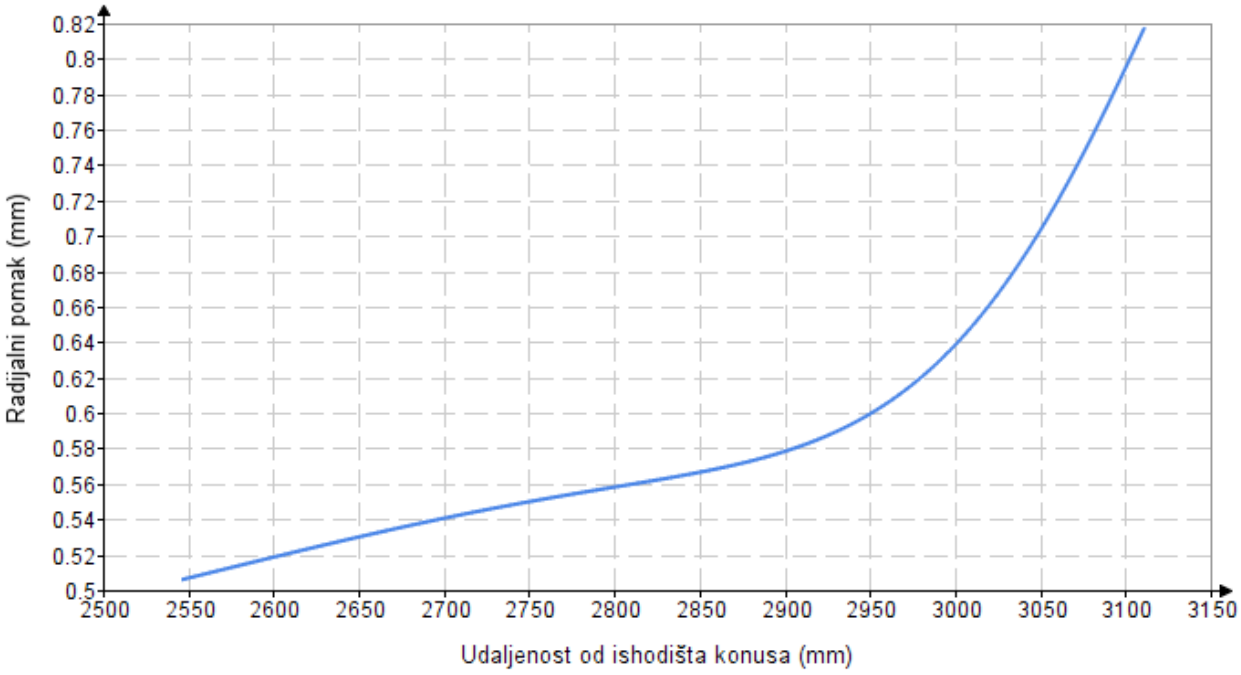
$$w_k^f = -\frac{X_1 + Q_{r1}^m}{2D^k\left(\beta_0^k\right)^3}\sin^2\vartheta\, f_4(\xi) + \frac{X_2}{2D^k\left(\beta_0^k\right)^2}\sin\vartheta\, f_3(\xi), \tag{66}$$

$$\alpha_k^f = \frac{X_1 + Q_{r1}^m}{2D^k\left(\beta_0^k\right)^2}\sin\vartheta\, f_1(\xi) - \frac{X_2}{D^k\beta_0^k}\sin\vartheta\, f_3(\xi). \tag{67}$$

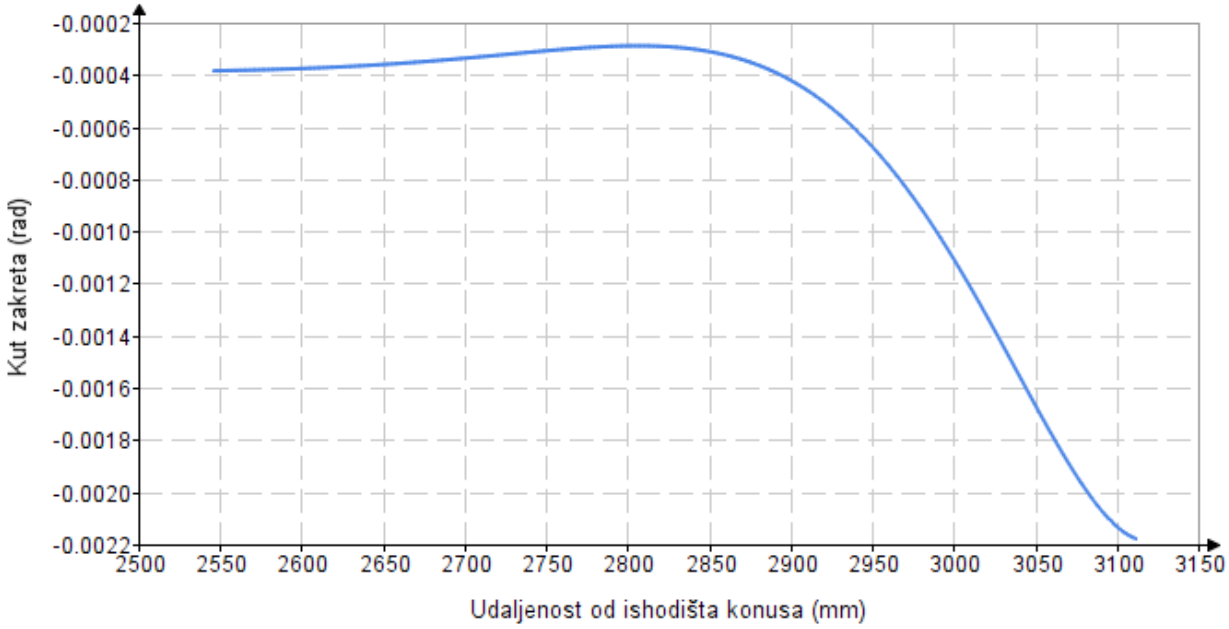
Naposljetku, izrazi za ukupni radijalni pomak i kut zakreta glase

$$w_{k1} = w_k^m + w_{k1}^f, \tag{68}$$

$$\alpha_{k1} = \alpha_k^m + \alpha_{k1}^f. \tag{69}$$



Slika 10. Radijalni pomak konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom



Slika 11. Kutni zakret konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom

2.1.6. Savijanje konusne ljuske kod uklještenja

Kao u prethodna dva primjera, računat ćemo prema modelu duge strme ljuske. Za to moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti.

Uvjet strme ljuske je

$$\vartheta > \vartheta_{gr}. \tag{70}$$

Vrijednost graničnog kuta za stožac za $\frac{h}{r_2} > \frac{1}{50}$ iznosi

$$\vartheta_{gr} = 25.5°. \tag{71}$$

Stoga uvjet strme ljuske iznosi

$$\vartheta = 45° > \vartheta_{gr} = 25.5° \quad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{72}$$

Treba još zadovoljiti uvjet duge ljuske

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta(s)ds > 3. \tag{73}$$

Nakon uvrštavanja uvjet duge ljuske glasi

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^s ds = 25.92 > 3 \qquad \text{ZADOVOLJENO!} \tag{74}$$

Eksponencijalno trigonometrijske funkcije i bezdimenzijski parametar ξ su isti kao i kod sferne ljuske. Stoga izrazi za radijalni pomak i kut zakreta uslijed savijanja glase

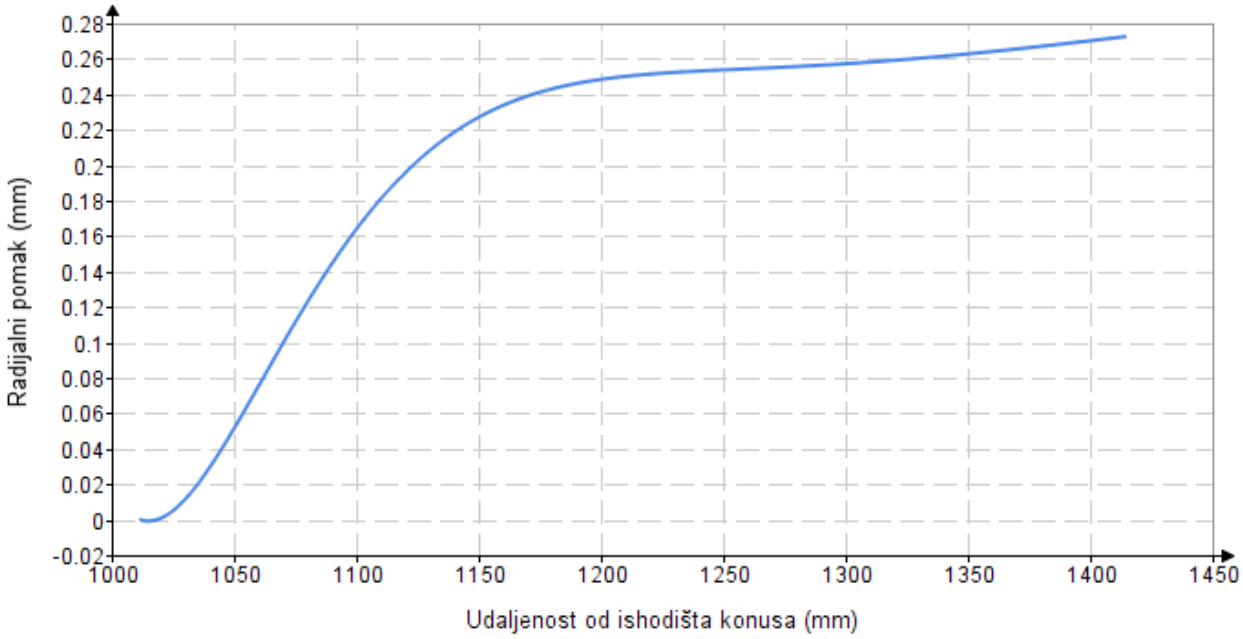
$$w_{k2}^f = -\frac{X_3 + Q_{r2}^m}{2D^k\left(\beta_1^k\right)^3}\sin^2\vartheta\, f_4(\xi) + \frac{X_4}{2D^k\left(\beta_1^k\right)^2}\sin\vartheta\, f_3(\xi), \tag{75}$$

$$\alpha_{k2}^f = \frac{X_3 + Q_{r2}^m}{2D^k\left(\beta_1^k\right)^2}\sin\vartheta\, f_1(\xi) - \frac{X_4}{D^k\beta_1^k}\sin\vartheta\, f_3(\xi). \tag{76}$$

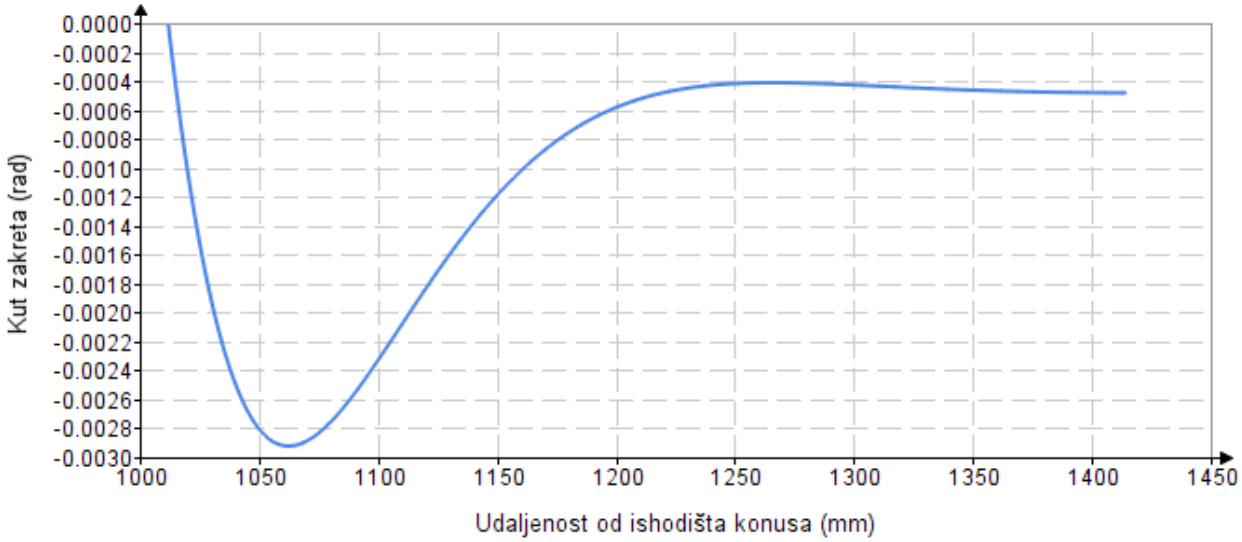
Naposlijetku, izrazi za ukupni radijalni pomak i kut zakreta glase

$$w_{k2} = w_k^m + w_{k2}^f, \tag{77}$$

$$\alpha_{k2} = \alpha_k^m + \alpha_{k2}^f. \tag{78}$$



Slika 12. Radijalni pomak konusne ljuske kod uklještenja



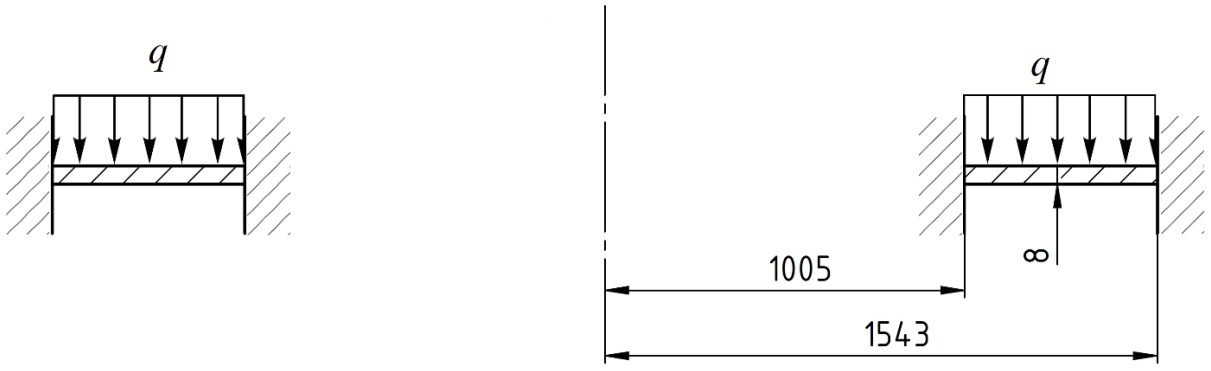
Slika 13. Kutni zakret konusne ljuske kod uklještenja

2.2. Proračun kružne ploče

Nakon provedbe numeričke analize spremnika utvrđeno je da se velike deformacije osim u vanjskoj ljusci spremnika javljaju i u kružnoj ploči koja povezuje glavni cilindrični dio stupa sa ljuskom. Zato ćemo izvršiti analitički proračun tanke kružne ploče kako bi smo provjerili točnost rješenja dobivenih numeričkom metodom. Proračun se provodi prema izvodima iz knjige prof. dr. sc. Alfirević I. – Linearna analiza konstrukcija. Podaci potrebni za poračun su dani u tablici (4).

Tablica 4. Podaci potrebni za proračun kružne ploče

Vanjski polumjer ploče	$r_2 = 1543$ mm
Unutarnji polumjer ploče	$r_1 = 1005$ mm
Debljina ploče	$h = 8$ mm
Kontinuirano opterećenje	$q = 0.08113 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
Modul elastičnosti	$E = 210$ GPa
Poissonov faktor	$\nu = 0.3$

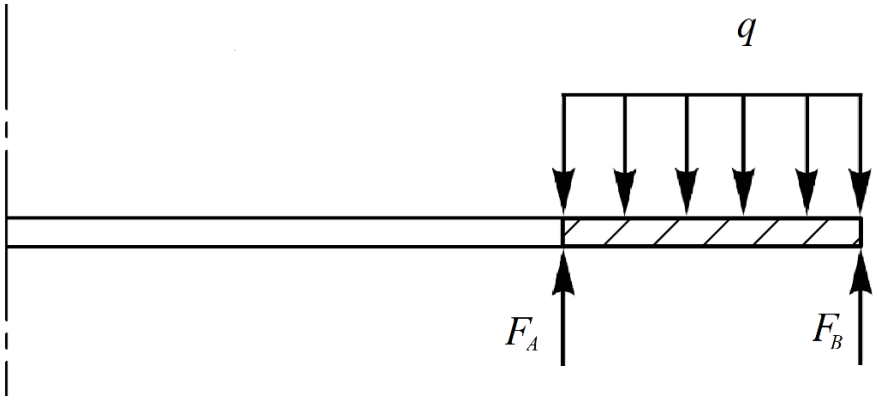


Slika 14. Geometrija kružne ploče

Diferencijalna jednadžba savijanja tanke kružne ploče glasi

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(\alpha r)\right] = \frac{Q}{D}. \tag{79}$$

Prvo moramo odrediti reakcije u uklještenju. Ploča oslobođena veza prikazana je na slici (15).



Slika 15. Ploča oslobođena veza

Izrazi za sumu sila i momenata glase

$$\sum F_z = 2r_1\pi F_A + 2r_2\pi F_B - q(r_2^2 - r_1^2)\pi = 0, \tag{80}$$

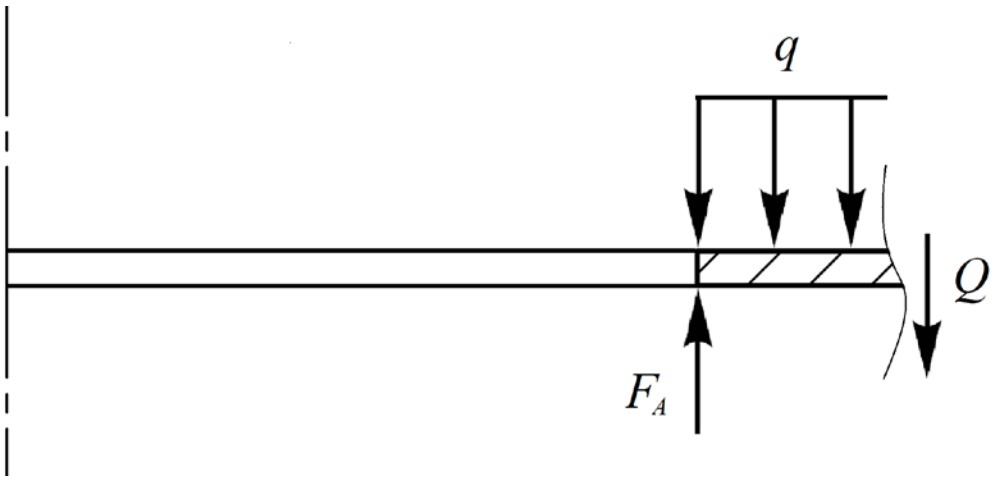
$$\sum F_{MA} = q(r_2^2 - r_1^2)\pi(x - r_1) - 2r_2\pi F_B(r_2 - r_1) = 0. \tag{81}$$

Gdje je $x = 1304.27\,\text{mm}$. Ta vrijednost označava polumjer na kojem bi djelovala koncentrirana sila koja bi radila isti moment oko uklještenja A kao i kontinuirano opterećenje. Može se odrediti iterativnim putem jer će samo za tu vrijednost biti ispunjeni rubni uvjeti pomaka u uklještenjima. Rješavanjem sustava dvije jednadžbe s dvije nepoznanice dobivamo

$$F_A = 24.552\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \tag{82}$$

$$F_B = 20.047\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \tag{83}$$

Unutarnju silu Q određujemo iz sume sila presječene ploče



Slika 16. Presjek ploče

Suma sila glasi

$$\sum F_z = 2r\pi F_A + 2r_2\pi F_B - q(r_2^2 - r_1^2)\pi = 0. \quad \textbf{(84)}$$

Sređivanjem jednadžbe dolazimo do izraza za unutarnju silu

$$Q = \left(F_A r_1 + \frac{1}{2}qr_1^2\right)\frac{1}{r} - \frac{1}{2}qr. \quad \textbf{(85)}$$

Izraz za fleksijsku krutost tanke ploče glasi

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 9846.15 \text{ Nm}. \quad \textbf{(86)}$$

Uvrštavanjem jednadžbi (85) i (86) u jednadžbu (79) nakon integriranja i sređivanja dobivamo izraz za raspodjelu kuta zakreta

$$\alpha = \left(F_A r_1 + \frac{1}{2}qr_1^2\right)\frac{r(2\ln(r)-1)}{4D} - \frac{1}{16D}qr^3 + C_1 r + \frac{C_2}{r}. \quad \textbf{(87)}$$

Rubni uvjeti glase

$$\alpha(r_1) = 0, \quad \textbf{(88)}$$

$$\alpha(r_2) = 0. \quad \textbf{(89)}$$

Njihovim uvrštavanjem dolazimo do iznosa konstanti integracije

$$C_1 = -0.022\ \frac{1}{\text{mm}}, \quad \textbf{(90)}$$

$$C_2 = 1268.83 \text{ mm}. \quad \textbf{(91)}$$

Iz teorije o savijanju tankih kružnih ploča znamo da vrijedi

$$dw = -\alpha dr. \tag{92}$$

Uvrštavanjem izraza (87) u izraz (92) te integriranjem i sređivanjem dobivamo izraz za raspodjelu pomaka

$$w = \left(F_A r_1 + \frac{1}{2} q r_1^2\right) \frac{r^2(\ln(r) - 1)}{4D} - \frac{1}{64D} q r^4 + \frac{1}{2} C_1 r^2 + C_2 \ln(r) + C_3. \tag{93}$$

Rubni uvjeti iznose

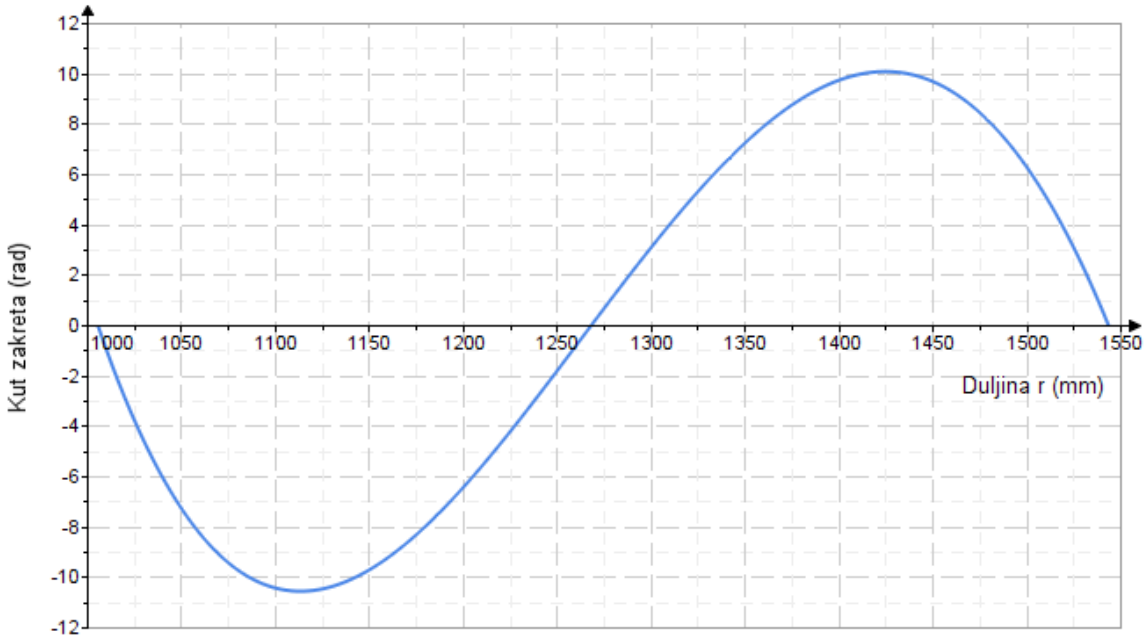
$$w(r_1) = 0, \tag{94}$$

$$w(r_2) = 0. \tag{95}$$

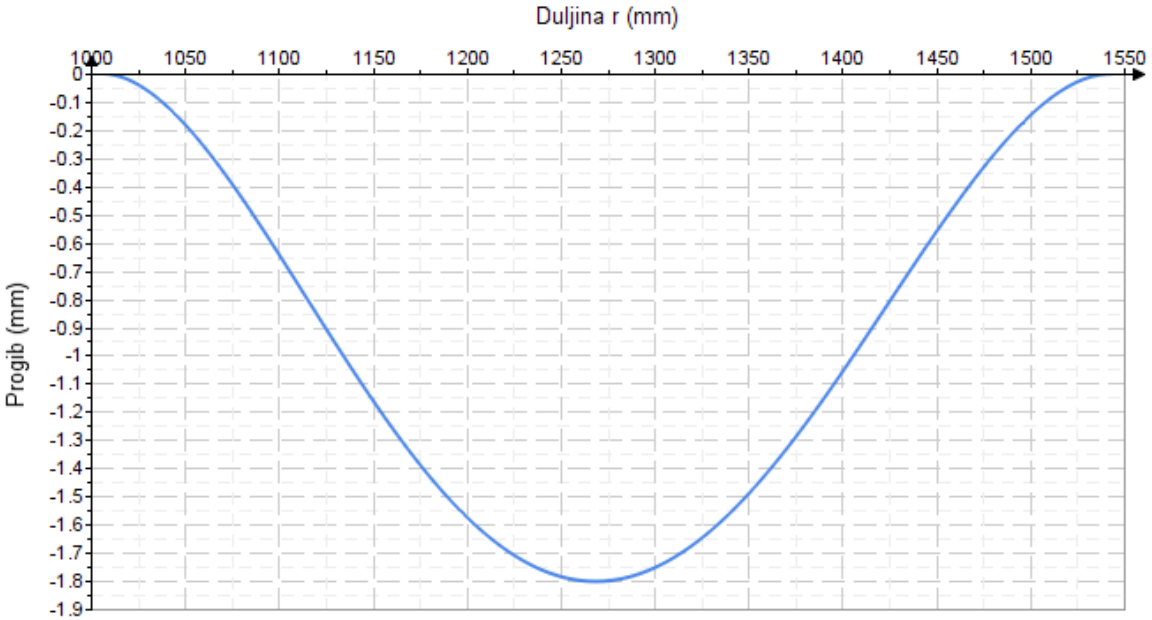
Uvrštavanjem rubnih uvjeta u izraz (93) dobivamo iznos konstante integracije

$$C_3 = -7426.28 \text{ mm}. \tag{96}$$

Na slikama (17) i (18) prikazane su raspodjele kutova zakreta i pomaka duž koordinate r.



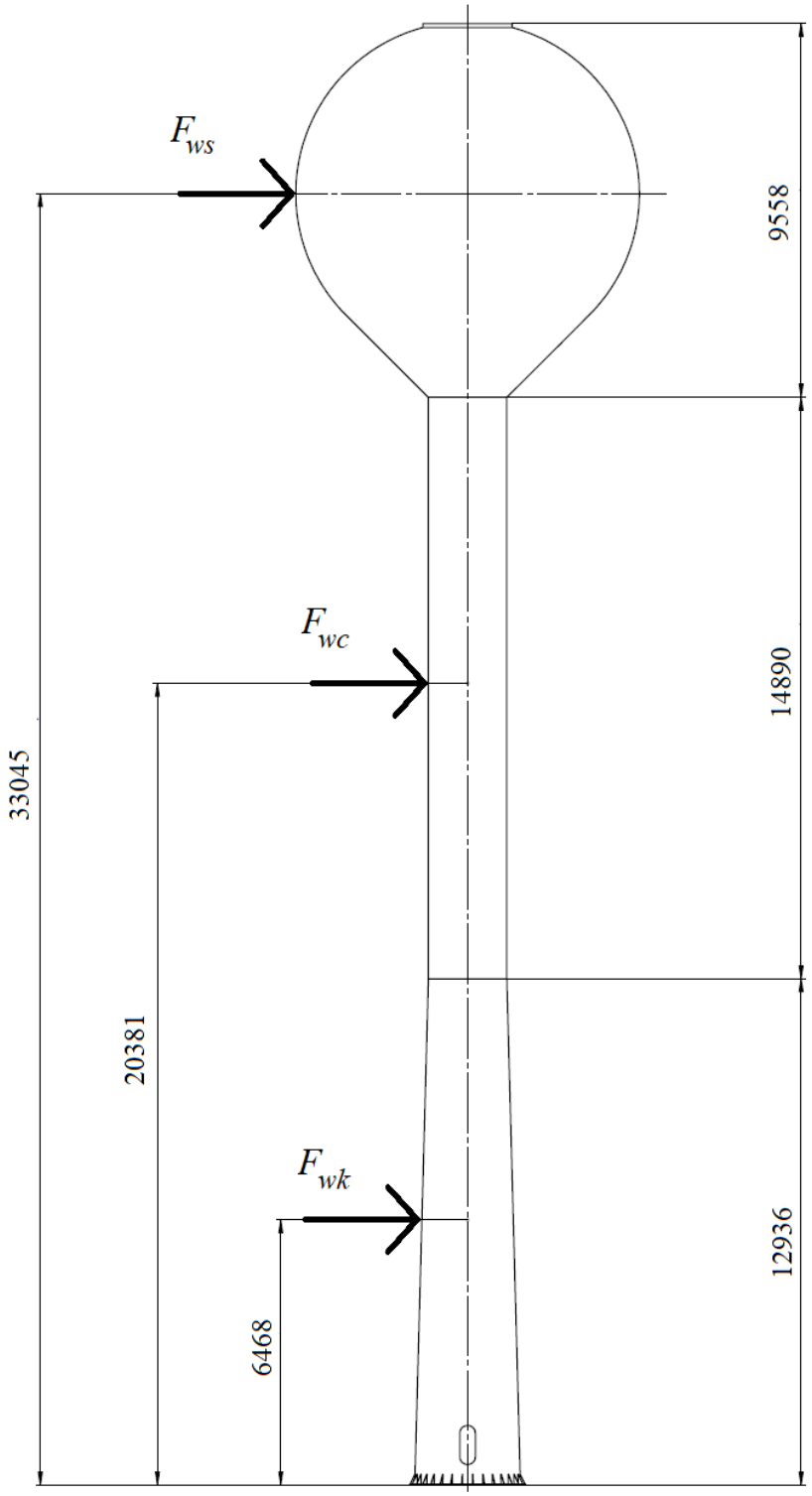
Slika 17. Kutni zakret kružne ploče



Slika 18. Progib kružne ploče

2.3. Proračun utjecaja vjetra na konstrukciju

Kao što je već u uvodnom dijelu spomenuto, proračun utjecaja vjetra na konstrukciju proračunat ćemo prema normi EN 1991-1-4: Opća djelovanja – djelovanje vjetra.



Slika 19. Podjela vodotornja na sekcije i pripadajuće sile

Djelovanje vjetra promatramo kao djelovanje sile vjetra na konstrukciju. Vodotoranj ćemo podjeliti na 3 sekcije: konus, cilindar i sferni spremnik.

Sila vjetra na konstrukciju iznosi

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{ref,} \quad \textbf{(97)}$$

gdje je

$c_s c_d$	koeficijent konstrukcije,
c_f	koeficijent sile,
$q_p(z_e)$	udarni pritisak vjetra,
A_{ref}	referentna površina.

Referentne površine očitamo iz modela vodotornja u programskom paketu Solidworks

$$A_k = 30.53 \text{ m}^2, \quad \textbf{(98)}$$

$$A_c = 29.93 \text{ m}^2, \quad \textbf{(99)}$$

$$A_s = 66.22 \text{ m}^2. \quad \textbf{(100)}$$

Udarni pritisak vjetra određuje se po formuli

$$q_p(z_e) = c_e(z) \cdot q_{b,} \quad \textbf{(101)}$$

gdje je

$c_e(z)$	faktor izloženosti,
q_b	pritisak osnovne brzine vjetra.

Pritisak osnovne brzine vjetra se računa prema

$$q_b = \frac{1}{2}\rho \cdot v_b^2, \quad \textbf{(102)}$$

gdje je

$\rho = 1{,}25 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	gustoća zraka,
v_b	računska brzina vjetra.

Računska brzina vjetra računa se prema

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b0}, \quad \textbf{(103)}$$

gdje je

$c_{dir} = 1$ faktor smjera,

$c_{season} = 1$ faktor godišnjeg doba,

$v_{b0} = 22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ osnovna brzina vjetra za vjetrovnu zonu I.

Kada se podaci uvrste, računska brzina vjetra iznosi

$$v_b = 1 \cdot 1 \cdot 22 = 22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \quad \textbf{(104)}$$

Pritisak osnovne brzine vjetra će onda iznositi

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot 1.25 \cdot 22^2 = 0.3025\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}. \quad \textbf{(105)}$$

Faktor izloženosti $c_e(z)$ se očitava iz slike 4.2. i za kategoriju terena II iznosi

$$c_e(6468) = 1.76, \quad \textbf{(106)}$$

$$c_e(20381) = 2.52, \quad \textbf{(107)}$$

$$c_e(33045) = 2.89. \quad \textbf{(108)}$$

Kada to uvrstimo u (83), udarni pritisak vjetra će iznositi

$$q_p(6468) = 1.76 \cdot 0.3025 = 0.5324\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}, \quad \textbf{(109)}$$

$$q_p(20381) = 2.52 \cdot 0.3025 = 0.7623\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}, \quad \textbf{(110)}$$

$$q_p(33045) = 2.89 \cdot 0.3025 = 0.8742\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}. \quad \textbf{(111)}$$

Koeficijent konstrukcije $c_s c_d$ računa se prema izrazu

$$c_s c_d = \frac{1 + 2k_p \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B^2 \cdot R^2}}{1 + 7 \cdot I_V(z_s)}, \quad \textbf{(112)}$$

gdje je

k_p faktor maksimuma,

$I_V(z_s)$ intenzivnost turbulencije,

B^2 pozadinski faktor,

$R^2 = 1$ faktor odziva rezonancije, vrijed. 1 je na strani sigurnosti

$z_s = 33.045\ \mathrm{m}$ referentna visina konstrukcije.

Intenzivnost turbulencije računa se prema

$$I_V(z_s) = \frac{k_I}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}, \tag{113}$$

gdje je

$k_I = 1$	faktor turbulencije,
$c_0(z) = 1$	faktor orografije,
$z_0 = 0.05$	duljina hrapavosti, iz tablice 4.1.

Kada se te vrijednosti uvrste, intenzivnost turbulencije iznosi

$$I_V(z_s) = \frac{1}{1 \cdot \ln\left(\frac{33.045}{0.05}\right)} = 0.154. \tag{114}$$

Pozadinski faktor se računa prema izrazu

$$B^2 = \frac{1}{1 + 0.9 \cdot \left(\frac{b+h}{L(z_s)}\right)^{0.63}}, \tag{115}$$

gdje je

$b = 8966$ mm	računska širina, iz geometrije,
$h = 9570$ mm	računska visina, iz geometrije,
$L(z_s)$	razmjer turbulencijske duljine.

Razmjer turbulencijske duljine se računa prema izrazu

$$L(z_s) = L_t \cdot \left(\frac{z}{z_t}\right)^{\alpha}, \tag{116}$$

gdje je

$L_t = 300$ m	referentni razmjer,
$z_t = 200$ m	referentna visina,
α	faktor.

Faktor α se računa prema izrazu

$$\alpha = 0.67 + 0.05 \cdot \ln(z_0) = 0.67 + 0.05 \cdot \ln(0.05) = 0.52021. \tag{117}$$

Kada se vrijednosti uvrste, razmjer turbulencijske duljine iznosi

$$L(z_s) = 300 \cdot \left(\frac{33.045}{200}\right)^{0.52021} = 117.59 \text{ m}, \tag{118}$$

a pozadinski faktor iznosi

$$B^2 = \frac{1}{1 + 0.9 \cdot \left(\frac{8.966 + 9.570}{117.59}\right)^{0.63}} = 0.7806. \tag{119}$$

Faktor maksimuma k_p računa se prema izrazu

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln(\nu \cdot T)} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \cdot \ln(\nu \cdot T)}} \quad ili \quad k_p = 3, \qquad \text{što god je veće} \tag{120}$$

gdje je

ν frekvencija križanja,

$T = 600$ s prosječno vrijeme srednje brzine vjetra.

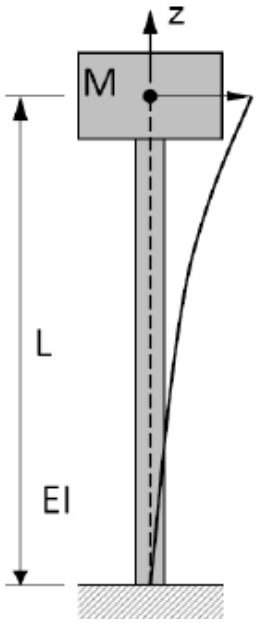
Frekvencija križanja ν se određuje prema izrazu

$$\nu = n_1 \cdot \sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}}, \tag{121}$$

gdje je

n_1 vlastita frekvencija.

Vlastitu frekvenciju možemo odrediti iz pojednostavljenog modela prikazanog na slici (20).



Slika 20. Model za određivanje vlastite frekvencije

Za takav sustav vlastita frekvencija se računa prema izrazu

$$n_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{3EI}{ML^3}}, \tag{122}$$

gdje je

$E = 210$ MPa	modul elastičnosti,
$I = 3.689 \cdot 10^{10}$ mm^4	moment tromosti stupa,
$M = 3.635 \cdot 10^5$ kg	masa spremnika, očitano iz Solidworks-a,
$L = 29$ m	duljina stupa, očitano iz Solidworks-a.

Kada se te vrijednosti uvrste, vlastita frekvencija iznosi

$$n_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 210000 \cdot 3.689 \cdot 10^{10}}{3.635 \cdot 10^5 \cdot 29000^3}} = 0.258\ Hz. \tag{123}$$

Frekvencija križanja ν onda iznosi

$$\nu = 0.258 \cdot \sqrt{\frac{1}{0.78 + 1}} = 0.193 \text{ Hz}, \tag{124}$$

Pa faktor maksimuma k_p iznosi

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln(0.193 \cdot 600)} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0.193 \cdot 600)}} = 3.278. \tag{125}$$

Konačno, koeficijent konstrukcije $c_s c_d$ iznosi

$$c_s c_d = \frac{1 + 2 \cdot 3.278 \cdot 0.154 \cdot \sqrt{1 \cdot 1}}{1 + 7 \cdot 0.154} = 0.967. \tag{126}$$

Umjesto izračunate vrijednosti faktora pozadine B^2 prema preporuci norme je uvrštena vrijednost $B^2 = 1$ jer smo tada na strani sigurnosti.

Koeficijent sile c_f se računa različito ovisno je li riječ o cilindru ili sferi. Prvo ćemo ga izračunati za sferu. Računa se prema formuli

$$c_f = c_{f,0} \cdot \psi_\lambda, \tag{127}$$

gdje je

$c_{f,0}$	koeficijent sile za cilindre,
ψ_λ	faktor efekta kraja.

Koeficijent sile za cilindre i faktor efekta kraja se određuju iz slika i tablica za što ćemo morati odrediti veličine poput Reynoldsovog broja, maksimalne brzine vjetra, efektivne vitkosti itd.

Izraz za Reynoldsov broj glasi

$$Re = \frac{b \cdot v(z_e)}{\nu}, \tag{128}$$

gdje je

$b = 2$ m — širina cilindra,

$v(z_e)$ — maksimalna brzina vjetra,

$\nu = 15 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$ — kinematska viskoznost zraka.

Maksimalna brzina vjetra se određuje pomoću izraza

$$v(z_e) = \sqrt{\frac{2 \cdot q_p(z_e)}{\rho}}. \tag{129}$$

Za različite sekcije vodotornja taj izraz iznosi

$$v(6468) = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5324}{1.25}} = 29.19\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \tag{130}$$

$$v(20381) = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.7623}{1.25}} = 34.92\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \tag{131}$$

Stoga Reynoldsov broj za te sekcije iznosi

$$Re(6468) = \frac{2 \cdot 29.19}{15 \cdot 10^{-6}} = 3.89 \cdot 10^6, \tag{132}$$

$$Re(20381) = \frac{2 \cdot 34.92}{15 \cdot 10^{-6}} = 4.66 \cdot 10^6. \tag{133}$$

Izraz za efektivnu vitkost prema tablici 7.16 glasi

$$\lambda = 0.83 \cdot \frac{l}{b} = 0.83 \cdot \frac{33.045}{2} = 13.71. \tag{134}$$

Omjer solidnosti se računa prema izrazu

$$\varphi = \frac{A}{A_c}, \tag{135}$$

gdje je

A — stvarna površina,

A_c — površina omeđena vanjskom konturom konstrukcije.

Zbog toga što konstrukcija vodotornja iz bočne projekcije nije „šuplja“, slijedi $\varphi = 1$.

Faktor efekta kraja određuje se prema slici 7.36 i iznosi

$$\psi_\lambda = 0.73. \quad \textbf{(136)}$$

Omjer *k/b* iznosi

$$\frac{k}{b} = \frac{0.02}{2} = 1 \cdot 10^{-2}, \quad \textbf{(137)}$$

gdje je

$k = 0.02$ ekvivalentna hrapavost za prskanu boju, tablica 7.13.

Koeficijent sile za cilindre očitava se prema slici 7.28.

$$c_{f,0}(6468) = 1.06, \quad \textbf{(138)}$$

$$c_{f,0}(20381) = 1.08. \quad \textbf{(139)}$$

Kada to uvrstimo u izraz za koeficijent sile c_f, dobijemo

$$c_f(6468) = 1.06 \cdot 0.73 = 0.7738, \quad \textbf{(140)}$$

$$c_f(20381) = 1.08 \cdot 0.73 = 0.7884. \quad \textbf{(141)}$$

Za izračun koeficijenta sile za sferu trebat će nam sljedeći izrazi.

Omjer *k/b* iznosi

$$\frac{k}{b} = \frac{0.02}{8.966} = 2.23 \cdot 10^{-3}. \quad \textbf{(142)}$$

Izraz za maksimalnu brzinu vjetra je isti kao i za cilindar te iznosi

$$v(33045) = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.8742}{1.25}} = 37.4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \quad \textbf{(143)}$$

Izraz za Reynoldsov broj je također isti te iznosi

$$Re(33045) = \frac{8.7 \cdot 37.4}{15 \cdot 10^{-6}} = 2.24 \cdot 10^{7}. \quad \textbf{(144)}$$

Uz te podatke, koeficijent sile c_f se isčitava iz slike 7.30 te iznosi

$$c_f(33045) = 0.38. \quad \textbf{(145)}$$

Konačno, izrazi za sile vjetra na konstrukciju glase

$$F_{wk} = 0.967 \cdot 0.7738 \cdot 0.5324 \cdot 30.53 = 12.163 \text{ kN}, \quad \textbf{(146)}$$

$$F_{wc} = 0.967 \cdot 0.7884 \cdot 0.7623 \cdot 29.93 = 17.395 \text{ kN}, \quad \textbf{(147)}$$

$$F_{ws} = 0.967 \cdot 0.38 \cdot 0.8742 \cdot 66.22 = 21.274 \text{ kN}. \quad \textbf{(148)}$$

2.4. Proračun stabilnosti

Potrebno je provjeriti hoće li doći do izvijanja stupa pod masom sfernog spremnika i vode. Iz razloga što je teško računati izvijanje za stup promjenjivog poprečnog presjeka i momenta tromosti, pretpostavit ćemo da je stup cijelom duljinom cilindričan. Tako znamo da se nalazimo na strani sigurnosti ako ovaj pojednostavljeni model zadovolji. Potrebni podaci za računanje su određeni u programskom paketu Solidworks te se nalaze u tablici (5).

Tablica 5. Podaci potrebni za proračun stabilnosti

Ukupna masa punog spremnika	$m_{uk} = 3.635 \cdot 10^5$ kg
Statički moment tromosti stupa	$I = 3.142 \cdot 10^{10}$ mm^4
Površina poprečnog presjeka stupa	$A = 6.283 \cdot 10^4$ mm^2
Duljina cilindričnog stupa	$l = 27827$ mm
Materijal stupa	S355JR

Faktor vitkosti stupa iznosi

$$\lambda = \frac{l_0}{i}, \quad \textbf{(149)}$$

gdje je

$l_0 = 2l = 55.65$ m slobodna duljina izvijanja,

i polumjer tromosti.

Polumjer tromosti se računa prema izrazu

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{3.142 \cdot 10^{10}}{6.283 \cdot 10^4}} = 707.116 \text{ mm}. \quad \textbf{(150)}$$

Kada se vrijednost uvrsti, dobijemo

$$\lambda = \frac{55654}{707.116} = 78.7. \quad \textbf{(151)}$$

Granična vrijednost faktora vitkosti jest

$$\lambda_0 = 89. \tag{152}$$

S obzirom da je

$$\lambda = 78.7 < \lambda_0 = 89, \tag{153}$$

znamo da ne postoji elastično izvijanje te daljnji proračun provodimo prema Tetmayer-u.

Sigurnost protiv izvijanja se računa pomoću izraza

$$S = \frac{\sigma_k}{\sigma} > 4. \tag{154}$$

gdje je

σ_k naprezanje na izvijanje,

σ naprezanje uslijed tlačnog opterećenja.

Naprezanje na izvijanje za materijal S355JR se računa prema izrazu

$$\sigma_k = 335 - 0.62\lambda = 335 - 0.62 \cdot 78.7 = 286.2 \text{ MPa}. \tag{155}$$

Naprezanje uslijed tlačnog opterećenja računa se prema izrazu

$$\sigma = \frac{F}{A} = 56.74 \text{ MPa}. \tag{156}$$

Nakon toga izraz (154) glasi

$$S = \frac{286.2}{56.74} = 5.04 > 4 \qquad \text{ZADOVOLJAVA!} \tag{157}$$

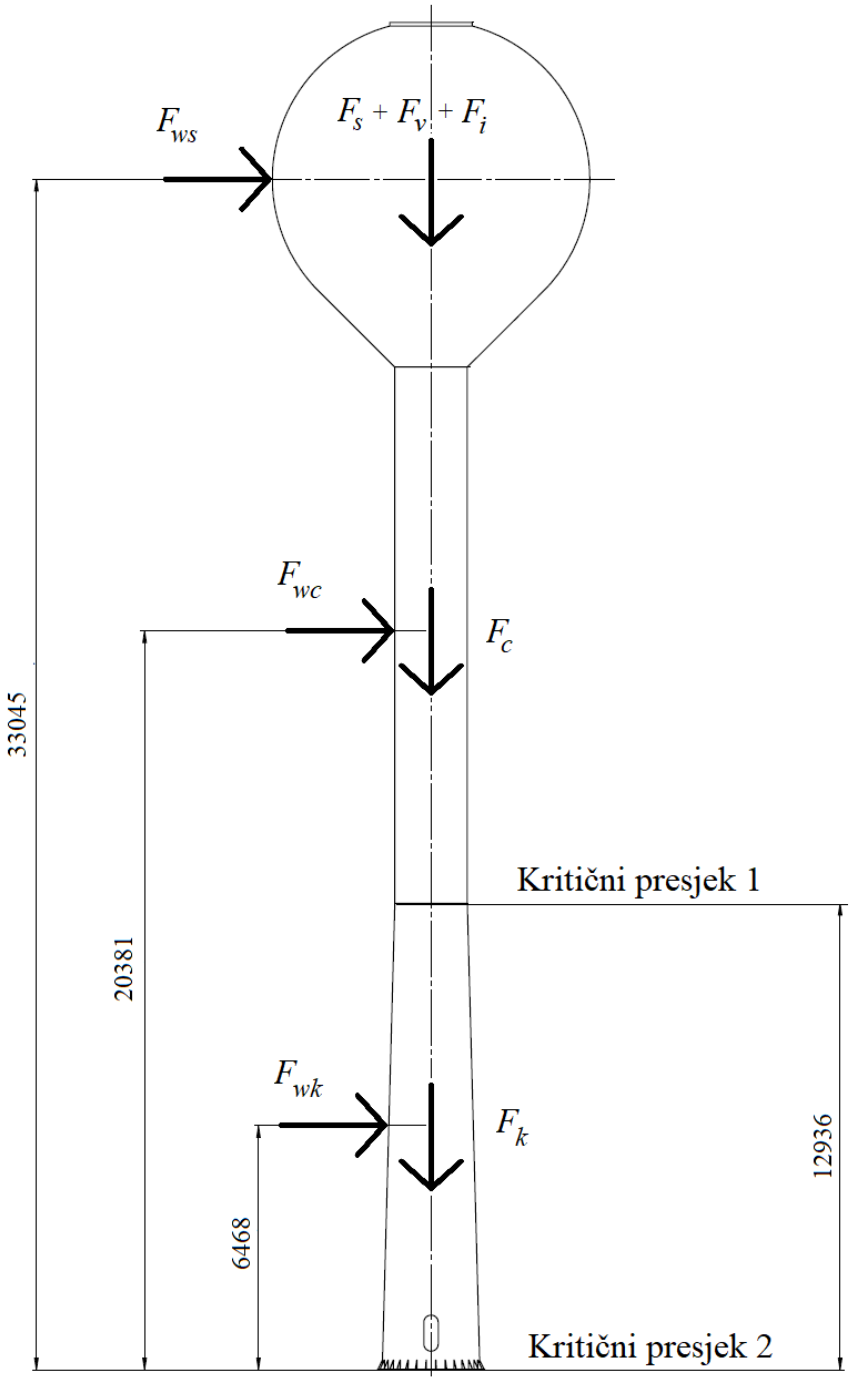
2.5. Proračun maksimalnog naprezanja stupa

Stup je opterećen tlačno svojom masom i masom vode, te savojno silom vjetra. Treba provjeriti prelazi li ekvivalentno naprezanje dopuštene vrijednosti na kritičnom mjestima označenim na slici. Potrebni podaci za rješavanje problema nalaze se u tablici (6).

Tablica 6. Podaci potrebni za proračun naprezanja

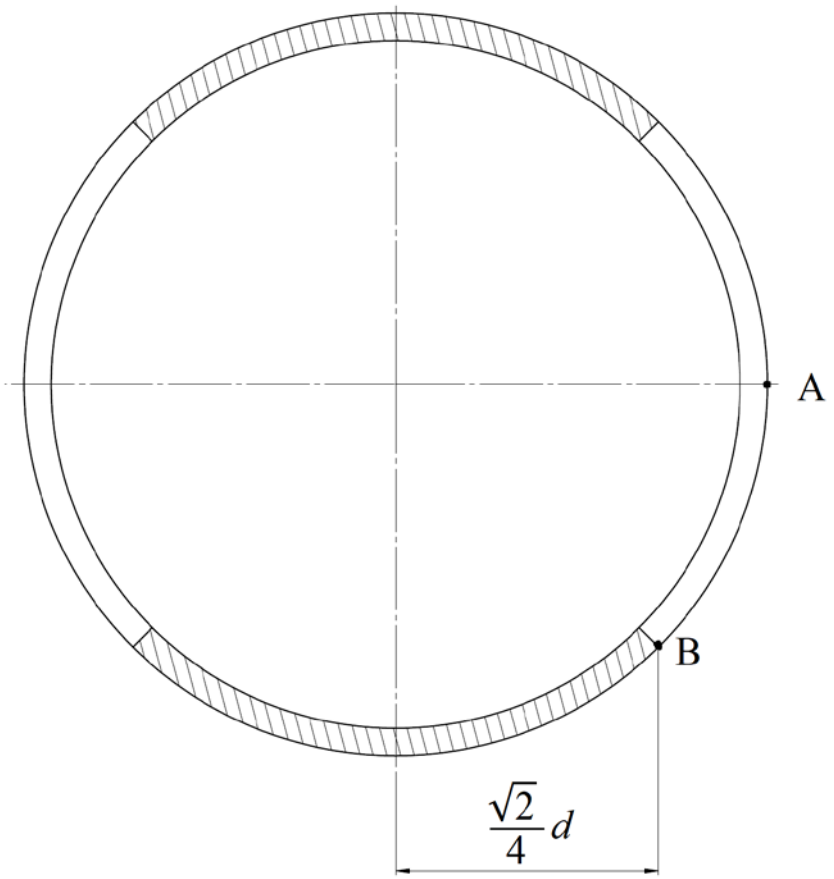
Masa sfernog spremnika	$m_s = 1.281 \cdot 10^4$ kg
Masa cilindričnog dijela stupa	$m_c = 6.586 \cdot 10^3$ kg
Masa konusnog dijela stupa	$m_k = 7.838 \cdot 10^3$ kg
Masa vode	$m_v = 3.5 \cdot 10^5$ kg
Masa izolacije	$m_i = 702.45$ kg

Statički moment tromosti konusnog dijela stupa	$I_k = 7.73 \cdot 10^{10}$ mm^4
Površina poprečnog presjeka konusnog dijela stupa	$A_k = 8.482 \cdot 10^4$ mm^2
Statički moment tromosti cilindričnog dijela stupa	$I_c = 3.142 \cdot 10^{10}$ mm^4
Površina poprečnog presjeka cilindričnog dijela stupa	$A_c = 6.283 \cdot 10^4$ mm^2
Granica tečenja za materijal S355JR	$R_{p0,2} = 355$ MPa



Slika 21. Opterećenje vodotornja

Na svakom presjeku postoje dvije kritične točke kao što je prikazano na slici. U kritičnoj točki A maksimalno naprezanje je jednako sumi tlačnog i savojnog naprezanja. U točki B javlja se još komponenta posmičnog naprezanja pa se mora računati reducirano naprezanje. Računsko područje djelovanja komponente posmičnog naprezanja je na slici označeno šrafurom.



Slika 22. Poprečni presjek stupa vodotornja

2.5.1. Kritični presjek 1

Izraz za tlačno naprezanje glasi

$$\sigma_T = \frac{(m_s + m_c + m_v + m_i)}{A_c} = 57.76 \text{ MPa}. \tag{158}$$

Izraz za savojno naprezanje glasi

$$\sigma_S = \frac{F_{wc}(20381 - 12936) + F_{ws}(33045 - 12936)}{I_c} \cdot z, \tag{159}$$

gdje je

z udaljenost točke od neutralne osi.

U točki A z iznosi

$$z = \frac{d_c}{2} = 1005 \text{ mm}. \quad \textbf{(160)}$$

U točki B z iznosi

$$z = \frac{\sqrt{2}d_c}{4} = 710.64 \text{ mm}. \quad \textbf{(161)}$$

Iz toga slijede savojna naprezanja u točkama A i B

$$\sigma_S(A) = 17.83 \text{ MPa}, \quad \textbf{(162)}$$

$$\sigma_S(B) = 12.61 \text{ MPa}. \quad \textbf{(163)}$$

Maksimalno naprezanje u točki A iznosi

$$\sigma(A) = \sigma_T + \sigma_S(A) = 75.64 \text{ MPa}. \quad \textbf{(164)}$$

Posmično naprezanje iznosi

$$\tau = \frac{F_{wk} + F_{wc} + F_{ws}}{0.5A_c} = 1.62 \text{ MPa}. \quad \textbf{(165)}$$

Maksimalno naprezanje u točki B iznosi

$$\sigma(B) = \sqrt{\left(\sigma_T + \sigma_S(B)\right)^2 + 3\tau^2} = 70.43 \text{ MPa}. \quad \textbf{(166)}$$

2.5.2. Kritični presjek 2

Izraz za tlačno naprezanje glasi

$$\sigma_T = \frac{(m_s + m_c + m_k + m_v + m_i)}{A_k} = 43.69 \text{ MPa}. \quad \textbf{(167)}$$

Izraz za savojno naprezanje glasi

$$\sigma_S = \frac{F_{wc} \cdot 6468 + F_{wc} \cdot 20381 + F_{ws} \cdot 33045}{I_k} \cdot z, \quad \textbf{(168)}$$

gdje je

z udaljenost točke od neutralne osi.

U točki A z iznosi

$$z = \frac{d_k}{2} = 1355 \text{ mm}. \quad \textbf{(169)}$$

U točki B z iznosi

$$z = \frac{\sqrt{2}d_k}{4} = 958.13 \text{ mm}. \quad \textbf{(170)}$$

Iz toga slijede savojna naprezanja u točkama A i B

$$\sigma_S(A) = 19.92 \text{ MPa}, \quad \textbf{(171)}$$

$$\sigma_S(B) = 14.08 \text{ MPa}. \quad \textbf{(172)}$$

Maksimalno naprezanje u točki A iznosi

$$\sigma(A) = \sigma_T + \sigma_S(A) = 63.61 \text{ MPa}. \quad \textbf{(173)}$$

Posmično naprezanje iznosi

$$\tau = \frac{F_{wk} + F_{wc} + F_{ws}}{0.5A_c} = 1.20 \text{ MPa}. \quad \textbf{(174)}$$

Maksimalno naprezanje u točki B iznosi

$$\sigma(B) = \sqrt{\left(\sigma_T + \sigma_S(B)\right)^2 + 3\tau^2} = 57.82 \text{ MPa}. \quad \textbf{(175)}$$

2.5.3. Provjera sigurnosti

Ustanovili smo da se maksimalno naprezanje javlja u točki A na spoju cilindra i konusa. Sigurnost se računa prema izrazu

$$S = \frac{\sigma^c(A)}{R_{p0,2}} = 4.7 \quad \text{ZADOVOLJAVA!} \quad \textbf{(176)}$$

3. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA

3.1. Korišteni konačni elementi

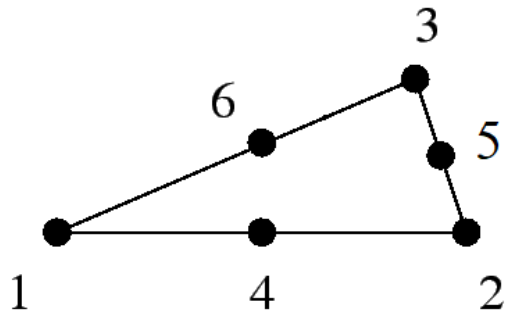
U uvodu smo već opisali metodu konačnih elemenata, a sada ćemo opisati elemente korištene u ovom radu. Koristit ćemo isključivo ljuskaste elemente zato što je cijela konstrukcija sastavljena od ljuski i tankih ploča. Svi elementi su vrste stress-displacement, iz razloga što imamo samo jednostavna statička mehanička opterećenja. Također ćemo koristiti isključivo elemente drugog reda, jer je računalna snaga u današnje vrijeme dovoljno velika da stvaranje mreže i za više stotina tisuća elemenata drugog stupnja traje par sekundi.

3.1.1. Osnosimetrični konačni elementi s naknadno zadanim presjekom

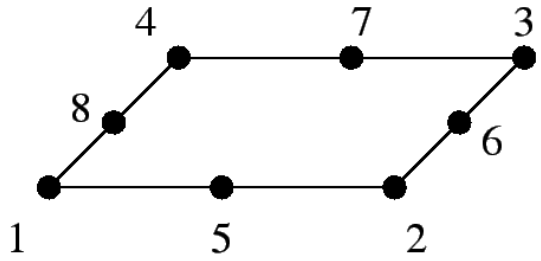
Tu spada element SAX2. Konačni element SAX2 je osnosimetrični element drugog reda s 3 čvora. Pripada konvencionalnim ljuskastim elementima. Koristi se i za debele i za tanke ljuske. Razlika konvencionalnih elemenata od 3D ljuskastih elemenata je u tome što u čvorovima osim translacijskih imaju i rotacijske stupnjeve slobode, dok 3D ljuskasti elementi imaju samo translacijske stupnjeve slobode. S ovakvim elementima diskretiziramo tijelo definirajući srednju plohu, a tek naknadno zadajemo debljinu elementa. Pogodan je isključivo za osnosimetrična opterećenja, za asimetrična opterećenja se koristi SAXA2 konačni element.

3.1.2. Osnosimetrični konačni elementi s geometrijom zadanim presjekom

Tu spadaju elementi CAX6 i CAX8. Oni su također konvencionalni ljuskasti elementi. Konačni element CAX6 je trokutasti osnosimetrični element drugog reda sa 6 čvorova. Koristi se u općim slučajevima osnosimetrično opterećenih problema. Navedeni element prikazan je na slici (23). Konačni element CAX8 je četverokutni osnosimetrični element drugog reda sa 8 čvorova. Navedeni element prikazan je na slici (24).



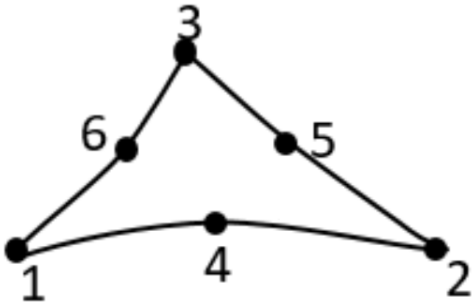
Slika 23. Konačni element CAX6



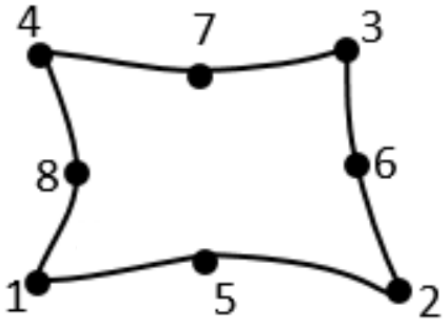
Slika 24. Konačni element CAX8

3.1.3. Ljuskasti elementi u kartezijevom koordinatnom sustavu

Tu spadaju elementi STRI65 i S8R. Konačni element STRI65 je trokutni element drugog reda sa 6 čvorova. U svakom čvoru ima 5 stupnjeva slobode, tri translacije i dvije rotacije. Koristi se za opću namjenu za tanke ljuske. Prikazan je na slici (25). Konačni element S8R je četverokutni dvostruko zakrivljeni element sa 8 čvorova. Oznaka R znači da koristi princip reducirane integracije. Koristi se za opću namjenu. Pogodan je za debele ljuske. Prikazan je na slici (26).



Slika 25. Konačni element STRI65



Slika 26. Konačni element S8R

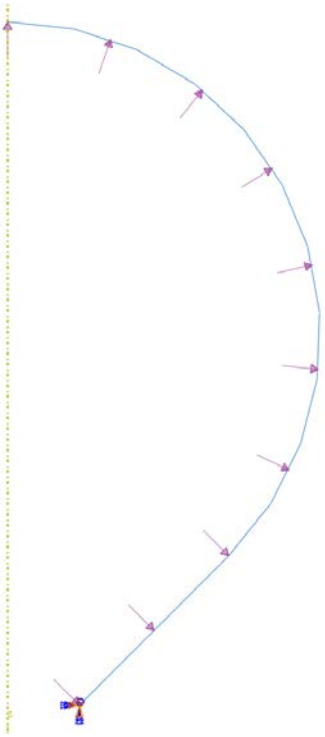
3.2. Rješavanje pomoću programskog paketa Abaqus

Abaqus je programski paket za analizu konačnim elementima. Prvi put se pojavio na tržištu 1978. godine. Koristi se za rješavanje problema raspodjele pomaka i naprezanja, prijenosa topline, akustičke analize, aerodinamičke analize, seizmološke analize itd. Za izradu ovog rada korištena je verzija Abaqus 2020 koja se nalazi unutar programskog paketa SIMULIA 2020.

Za korištenje različitih vrsta konačnih elemenata moramo zadati geometriju na odgovarajuće načine. Stoga smo pojednostavljeni model zadali na 3 različita načina: U osnosimetričnom prostoru s osnovnom značajkom žica (wire) i ljuska (shell) te u 3D prostoru s osnovnom značajkom ljuska (shell).

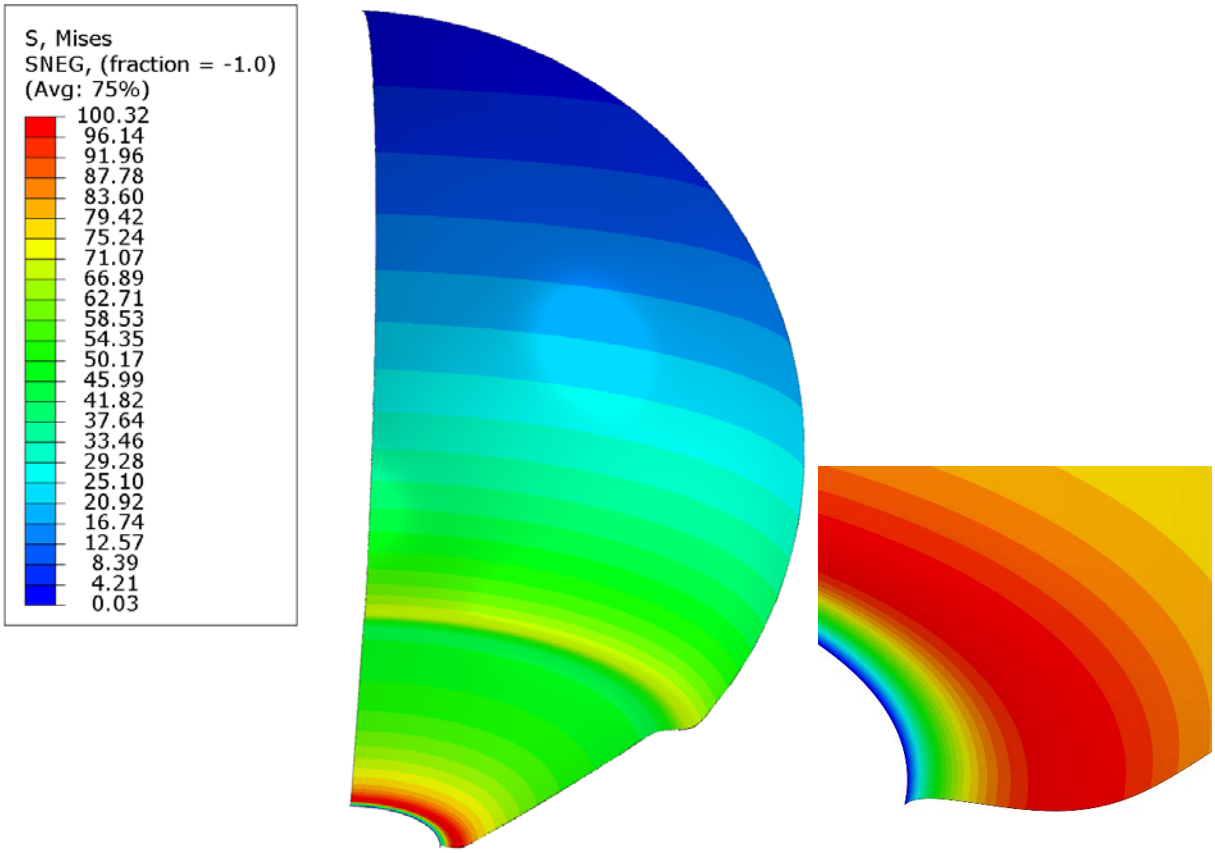
3.2.1. Modeliranje u osnosimetričnom prostoru značajkom „žica“

Geometriju modela zadajemo središnjom linijom presjeka spremnika. Definiramo mehanička svojstva materijala i stvaramo presjeke debljina 6 i 8 milimetara. Pridružujemo presjeke pripadajućim dijelovima linije i prelazimo u modul „sklop“ gdje zadajemo tip instance kao neovisni. U modulu „korak“ stvaramo korak u kojem ćemo zadati opterećenja. Ljusku opterećujemo tlakom s unutrašnje strane te zadajemo hidrostatsku raspodjelu. Definiramo referentnu visinu na kojoj zadajemo pritisak i visinu gdje tlak iznosi 0. Kao rubni uvjet zadajemo uklještenje u donjoj točki konusne ljuske.



Slika 27. Opterećenja i rubni uvjeti na osnosimetrični model „žica“

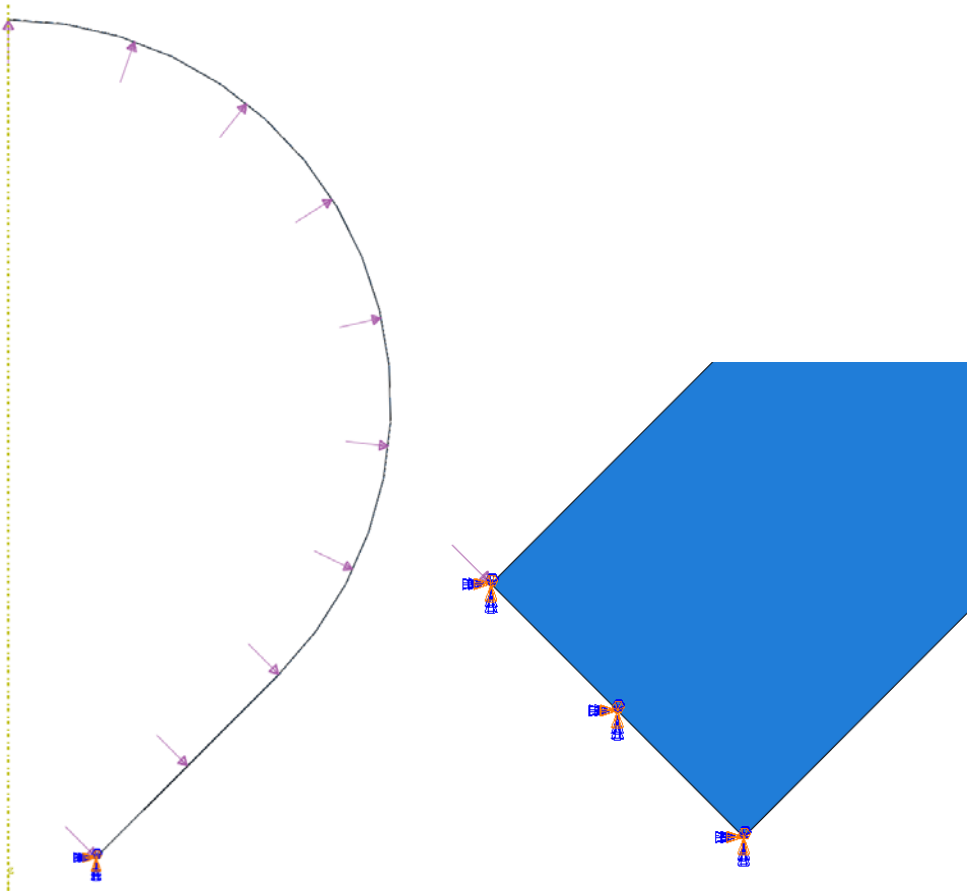
U modulu „mreža“ odabiremo tip konačnog elementa SAX2, definiramo globalni razmak između čvorova te generiramo mrežu. Još nam preostaje stvoriti „posao“ koji podnosimo za analizu. Rezultati se prikazuju na liniji zadanoj u geometriji, ali za ljepši i realniji prikaz moguće je liniju zarotirati oko osi simetrije. Deformirani oblik prikazan je na slici (28).



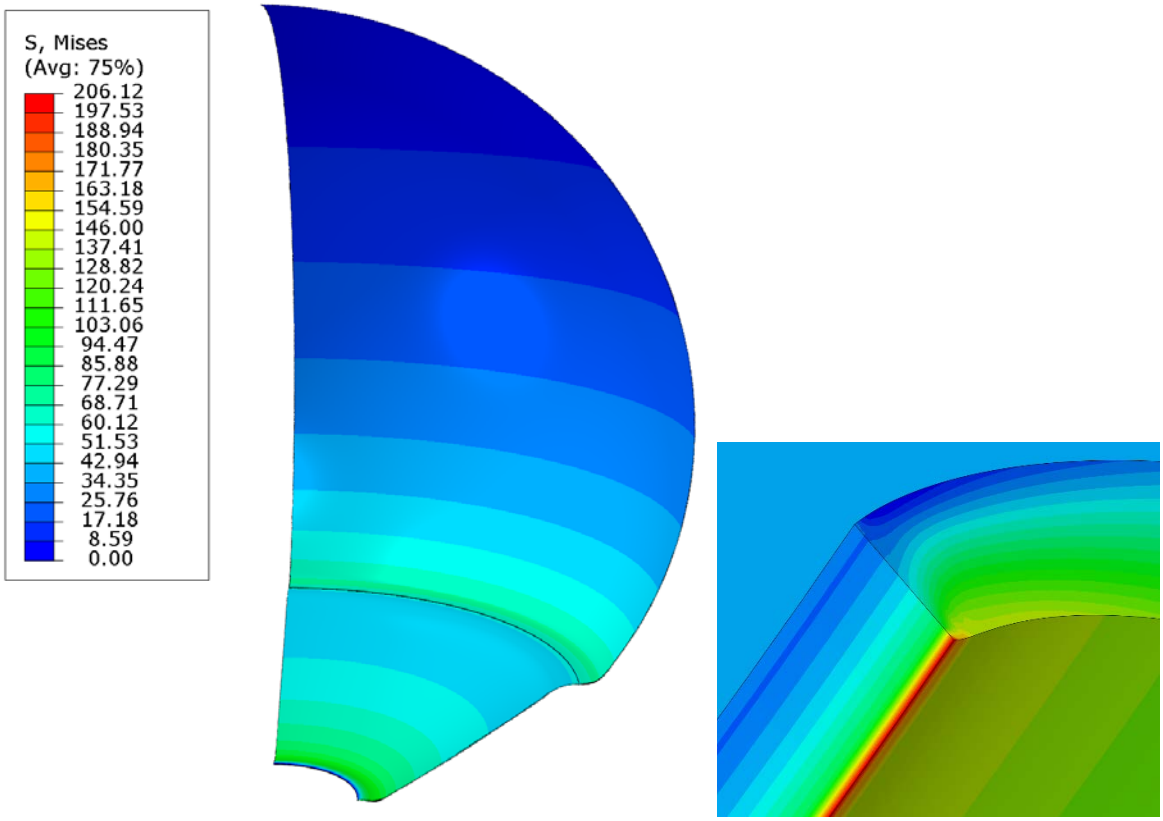
Slika 28. Deformirani oblik osnosimetričnog modela „ljuska“

3.2.2. Modeliranje u osnosimetričnom prostoru značajkom „ljuska“

Postupak je vrlo sličan kao i u prethodnom primjeru. Razlika je u tome što se geometrija više ne definira linijom nego se mora skicirati cijeli presjek kojem se poslije dodjele samo svojstva materijala. Sljedeća razlika je u tome što uklještenje na donjoj strani konusne ljuske više nije u točki nego u liniji. Opterećenje tlakom se zadaje jednako kao u „žica“ modelu. Razlika u mreži, osim vrste elemenata, je ta što za isti razmak između čvorova moramo generirati za red veličine više konačnih elemenata što usporava proces generiranja mreže. U prikazu rezultata također možemo zarotirati presjek oko osi simetrije radi preglednosti. Na ovom modelu možemo uočiti da se javlja koncentracija naprezanja na uklještenom rubu s vanjske strane.



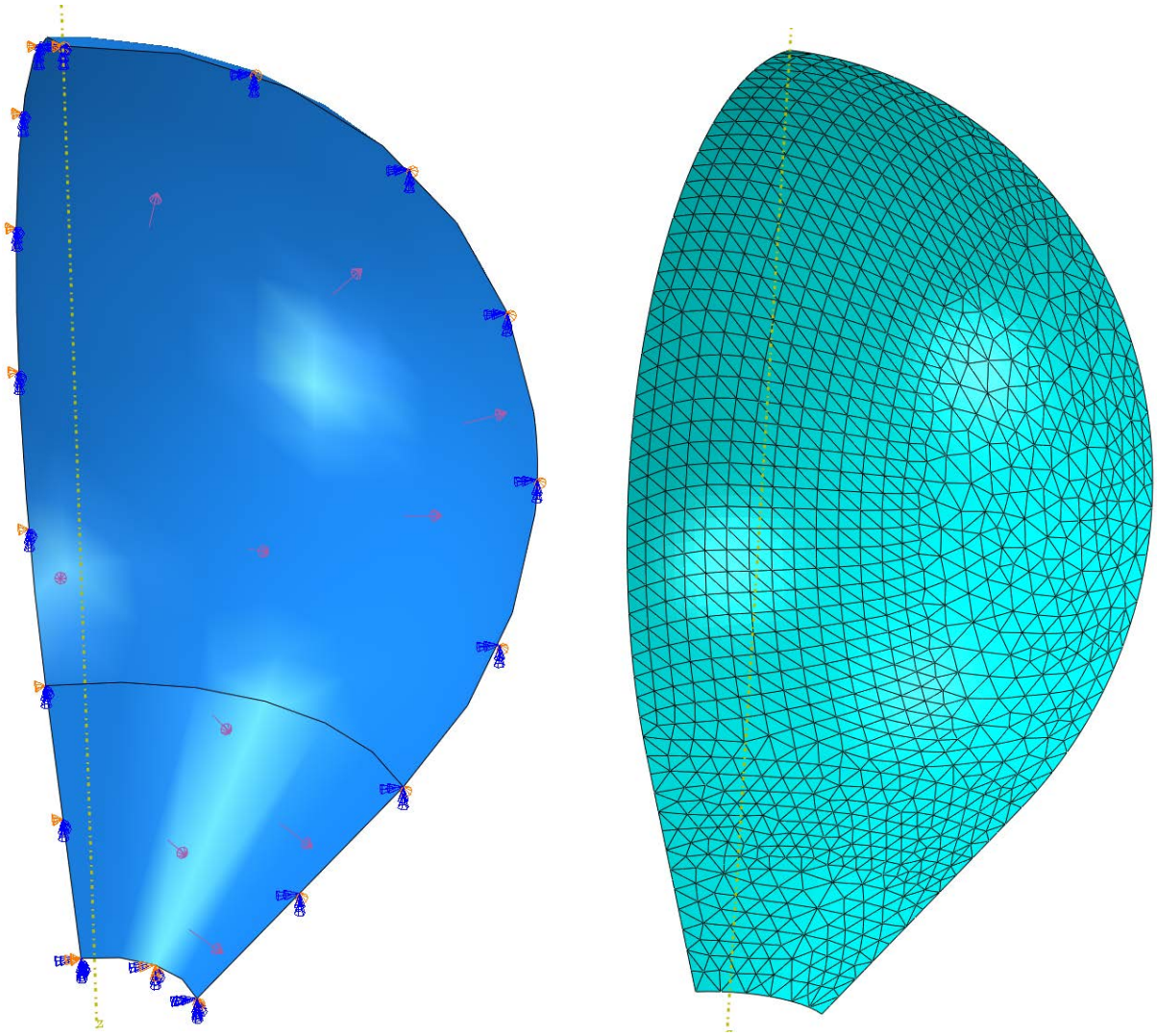
Slika 29. Opterećenja i rubni uvjeti na osnosimetrični model „ljuska“



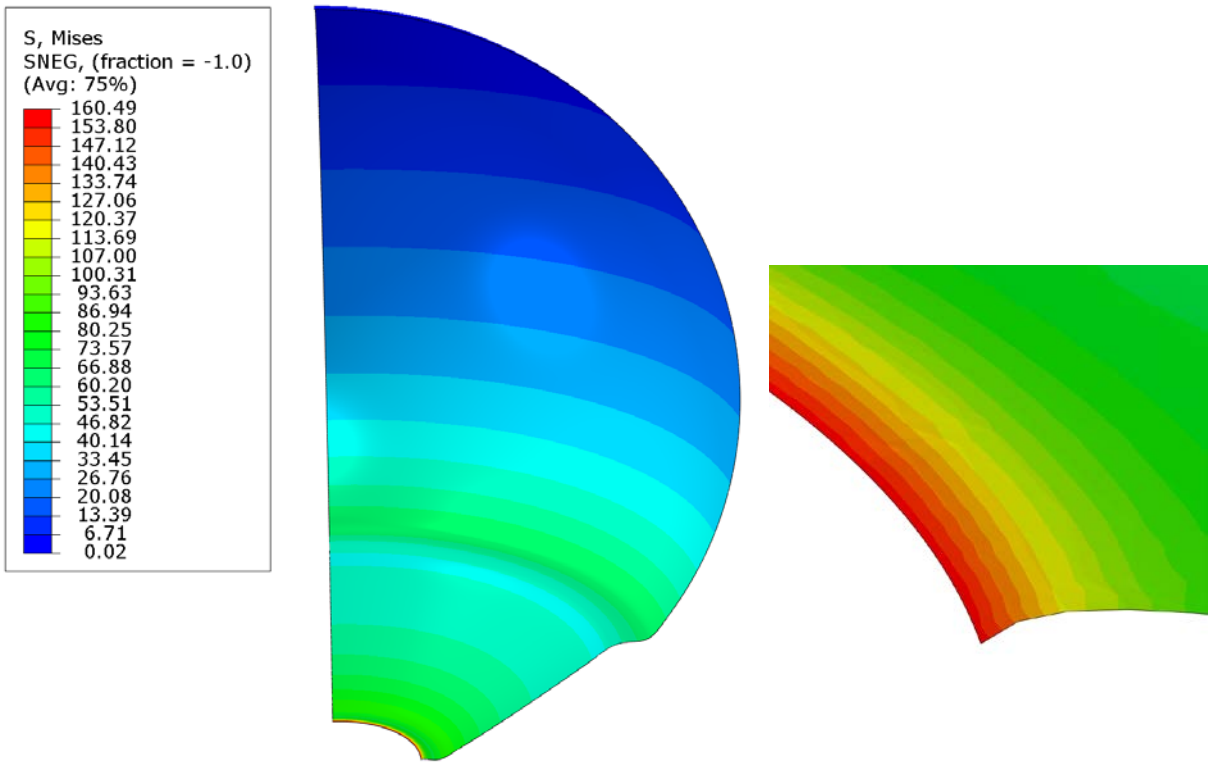
Slika 30. Deformirani oblik osnosimetričnog modela „ljuska“

3.2.3. Modeliranje u 3D prostoru značajkom „ljuska“

Modeliranje u 3D prostoru se vrši tako da se skicira središnja linija presjeka isto kao za osnosimetrični model „žica“, a onda se ta linija zarotira oko osi naredbom „revolution“. Nakon toga dobivenoj ljusci dodijelimo debljinu presjeka i materijal. U modulu „sklop“ moramo orijentirati ljusku tako da je os z vertikalna os jer programski paket Abaqus u ovisnosti o osi z stvara hidrostatsku distribuciju tlaka. Zadavanje hidrostatskog tlaka je isto, osim što sada više ne djeluje na liniju nego na površinu. Za rubni uvjet osim uklještenja donjeg brida konusne ljuske moramo zadati i x i y simetriju. Mreža će opet za isti razmak između čvorova imati puno više elemenata jer smo prešli iz 2D u 3D prostor generiranja mreže. I u ovom modelu se javlja koncentracija naprezanja kod uklještenja.



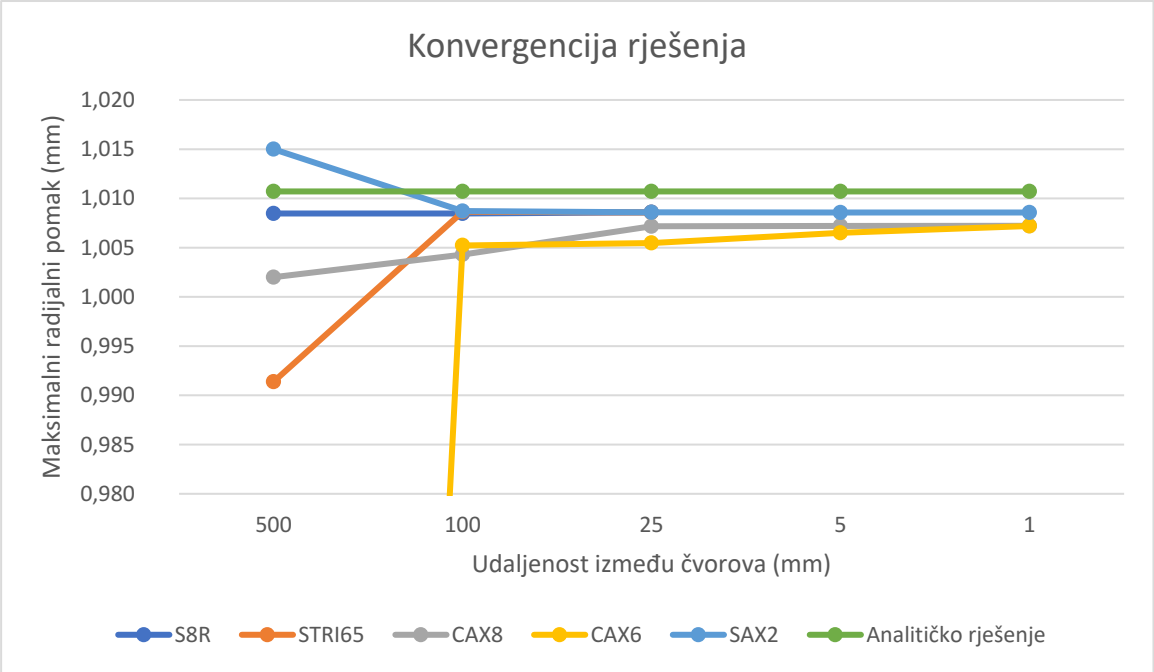
Slika 31. Opterećenja i rubni uvjeti te mreža na 3D modelu „ljuska“



Slika 32. Deformirani oblik 3D modela „ljuska“

3.3. Provjera konvergencije konačnih elemenata

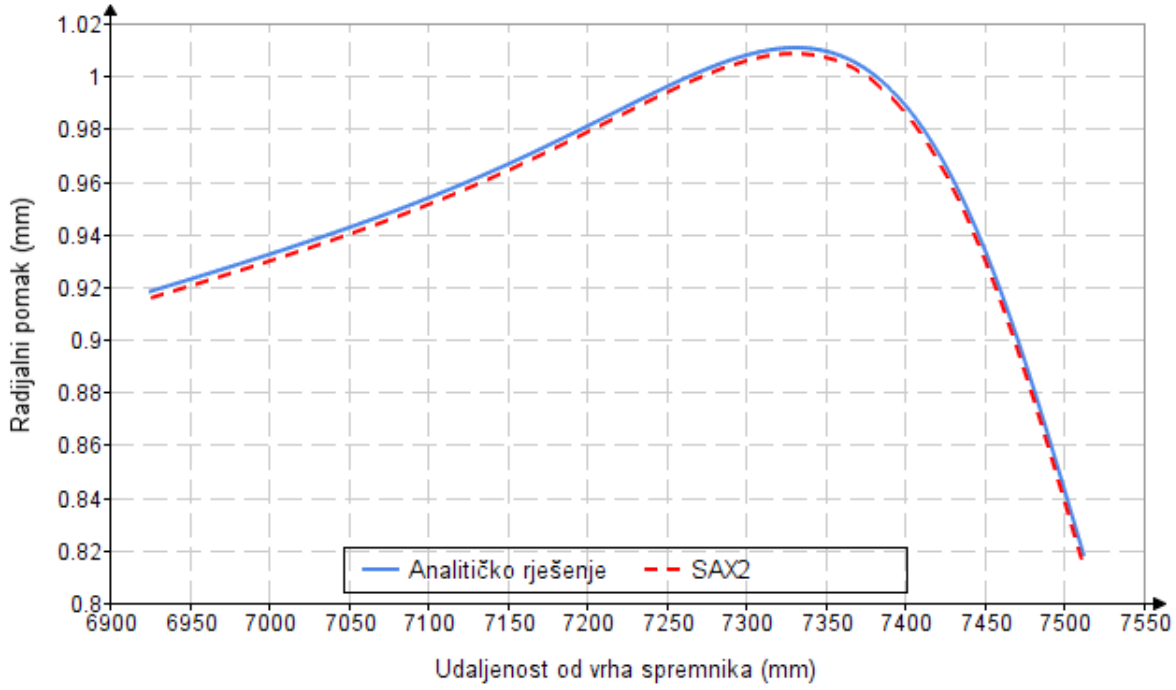
Provjeru ćemo izvršiti na način da ćemo usporediti vrijednost maksimalnog radijalnog pomaka ljuske svih modela s analitičkim rješenjem, u ovisnosti o razmaku između čvorova. Rezultati se nalaze na slici (33). Možemo uočiti da svi testirani elementi u svim modelima konvergiraju i da maksimalna greška iznosi 0.35% što možemo smatrati greškom zaokruživanja. Ovaj nam rezultat potvrđuje da su modeli dobro napravljeni i da su odabrani konačni elementi primjereni, no moramo još provjeriti kako izgleda raspodjela pomaka i kutova zakreta duž vertikalne osi.



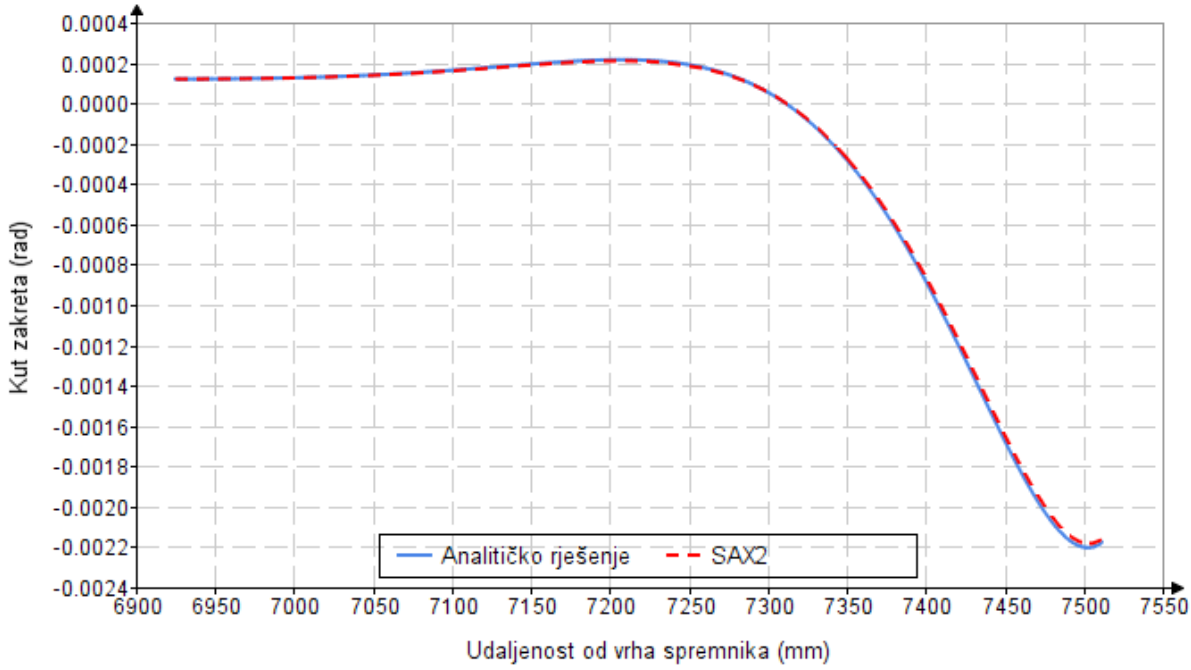
Slika 33. Prikaz konvergencije rješenja

3.4. Usporedba analitički i numerički određene raspodjele pomaka i kutova zakreta

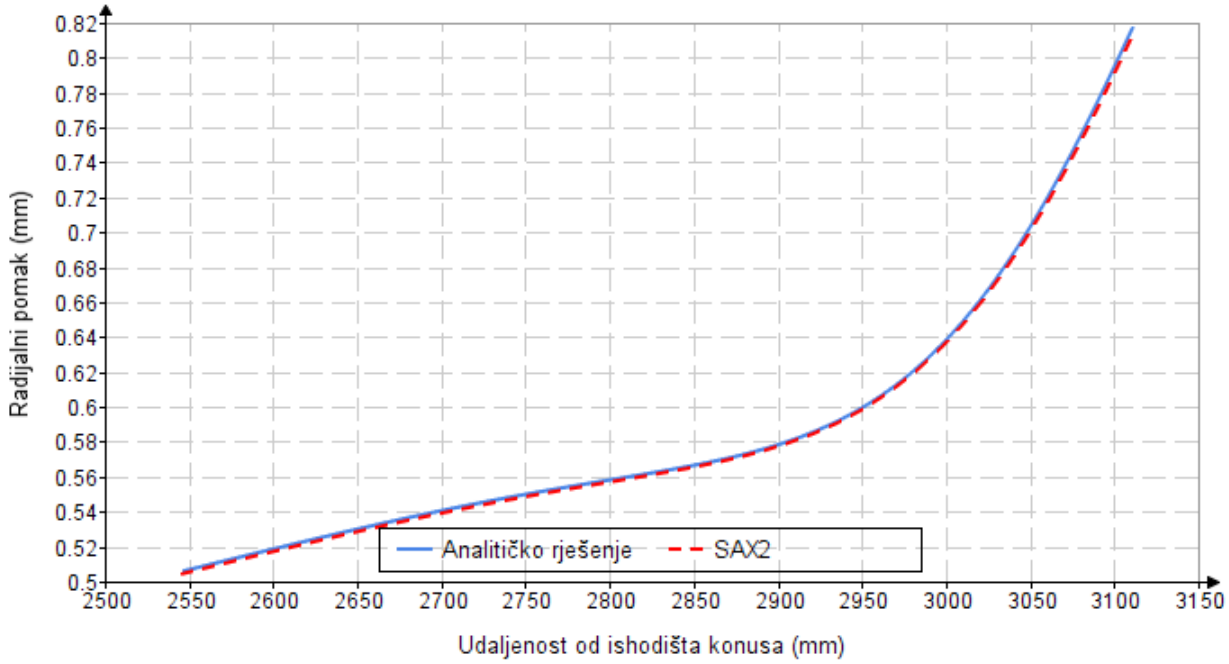
Na sljedećim grafovima ćemo prikazati usporedbu analitički određenih pomaka i kutova zakreta s numeričkima na mjestima gdje postoji lokalno savijanje. Od numeričkih rezultata prikazat ćemo samo rezultat dobiven pomoću elemenata SAX2. Razlog tomu je taj što su svi numerički dobiveni rezultati gotovo identični, a elementi SAX2 su najefikasniji, tj. dobije se najpreciznji rezultat uz najmanji broj elemenata. Također ćemo prikazati usporedbu analitičkih i numeričkih rezultata za kružnu ploču. Modeliranje kružne ploče nećemo detaljno opisivati zbog trivijalnosti.



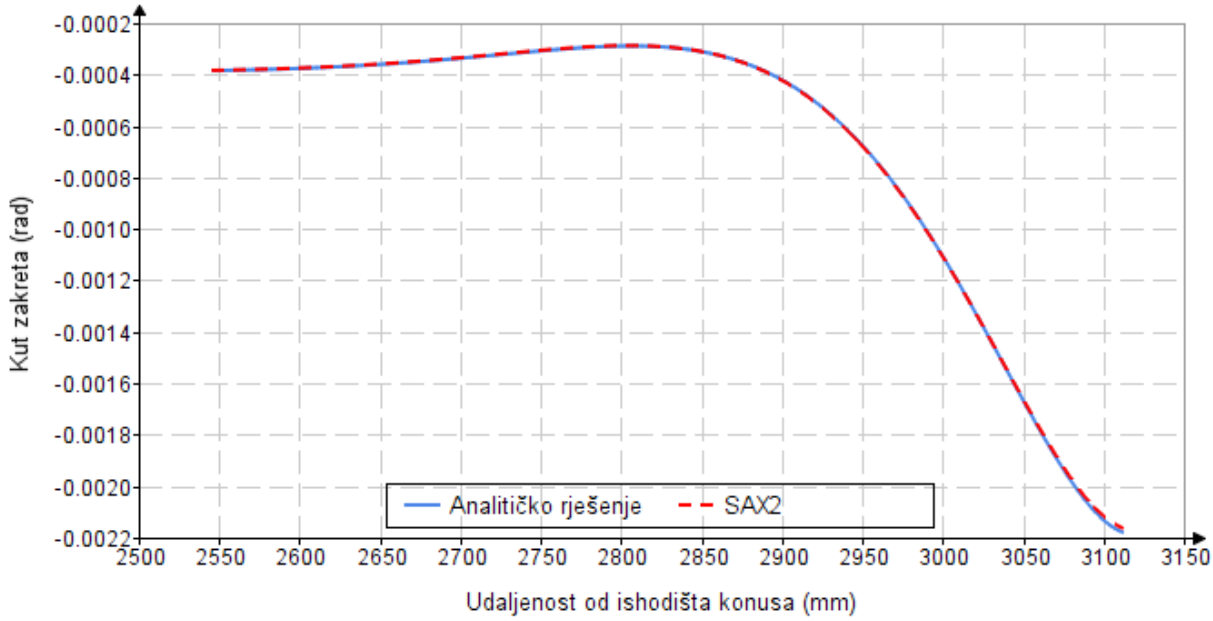
Slika 34. Radijalni pomak sferne ljuske na mjestu spoja



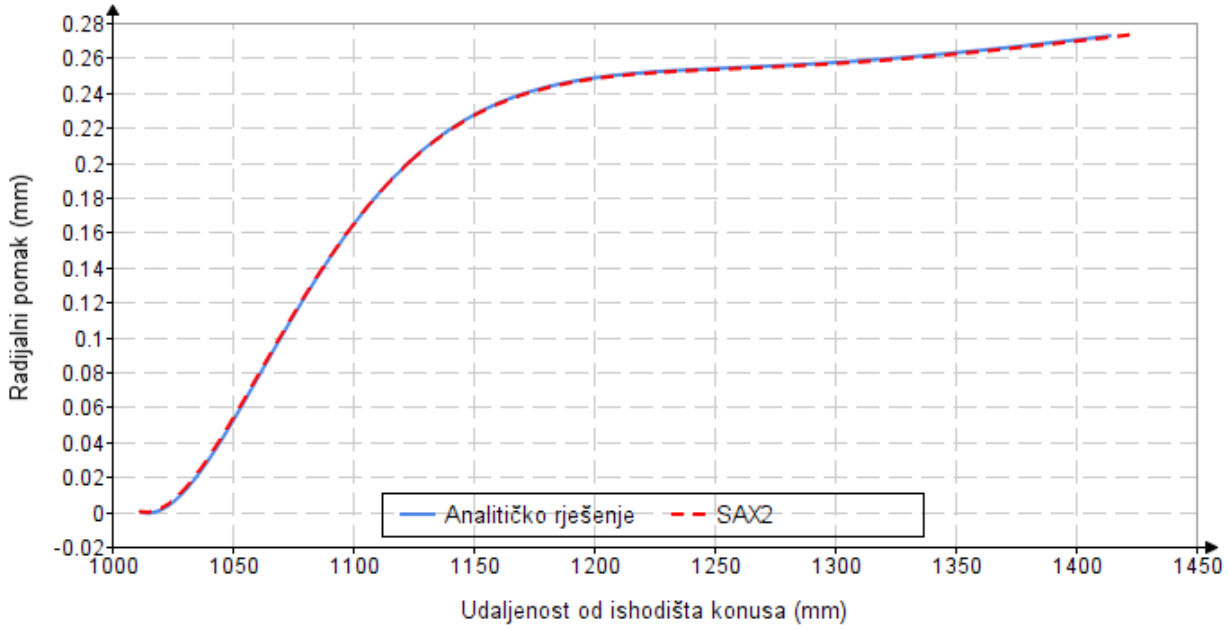
Slika 35. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja



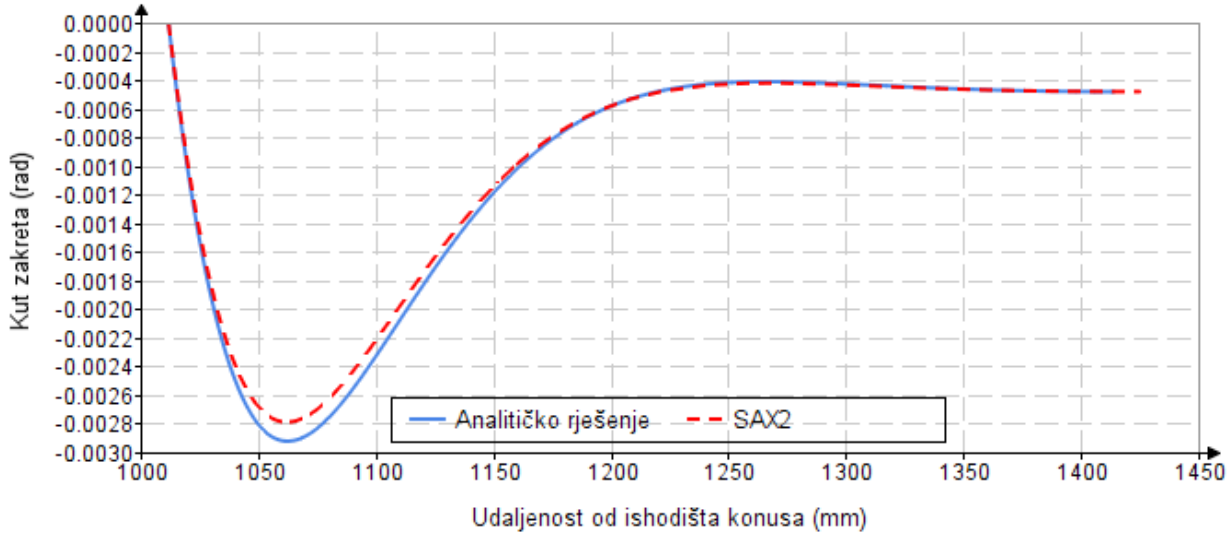
Slika 36. Radijalni pomak konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom



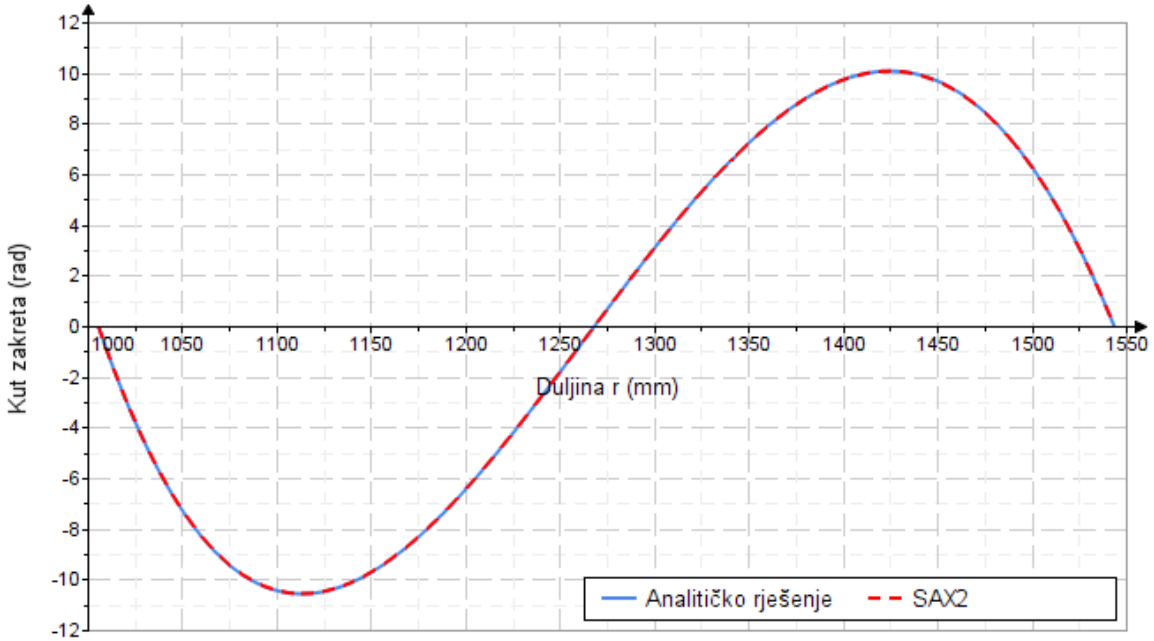
Slika 37. Kutni zakret konusne ljuske na spoju sa sfernom ljuskom



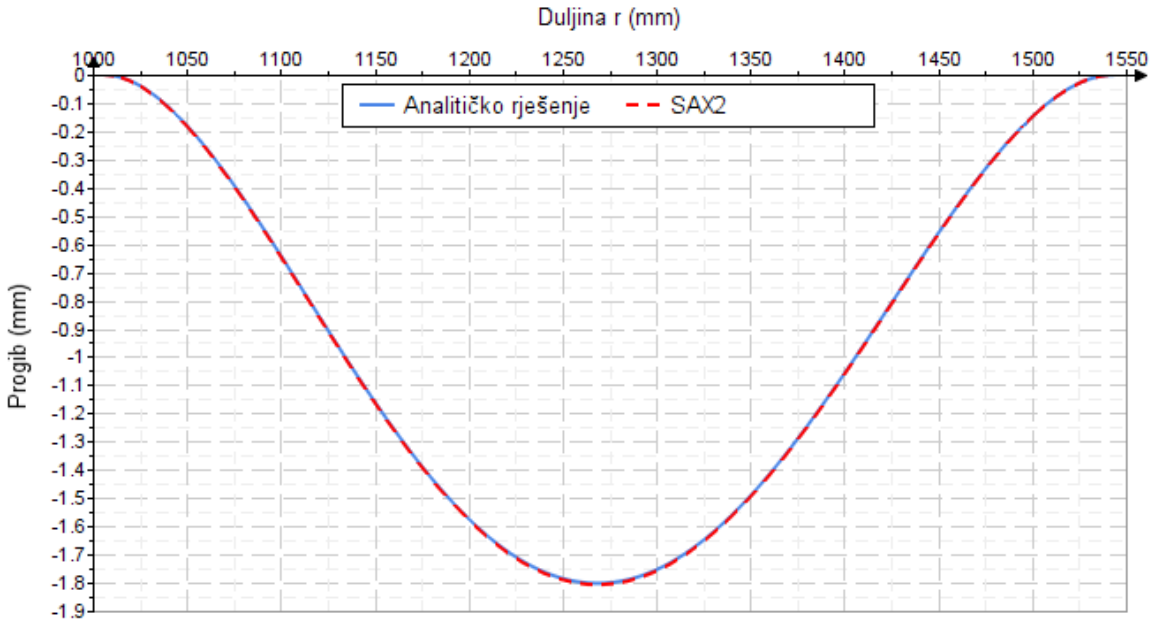
Slika 38. Radijalni pomak konusne ljuske kod uklještenja



Slika 39. Kutni zakret konusne ljuske kod uklještenja



Slika 40. Kutni zakret kružne ploče



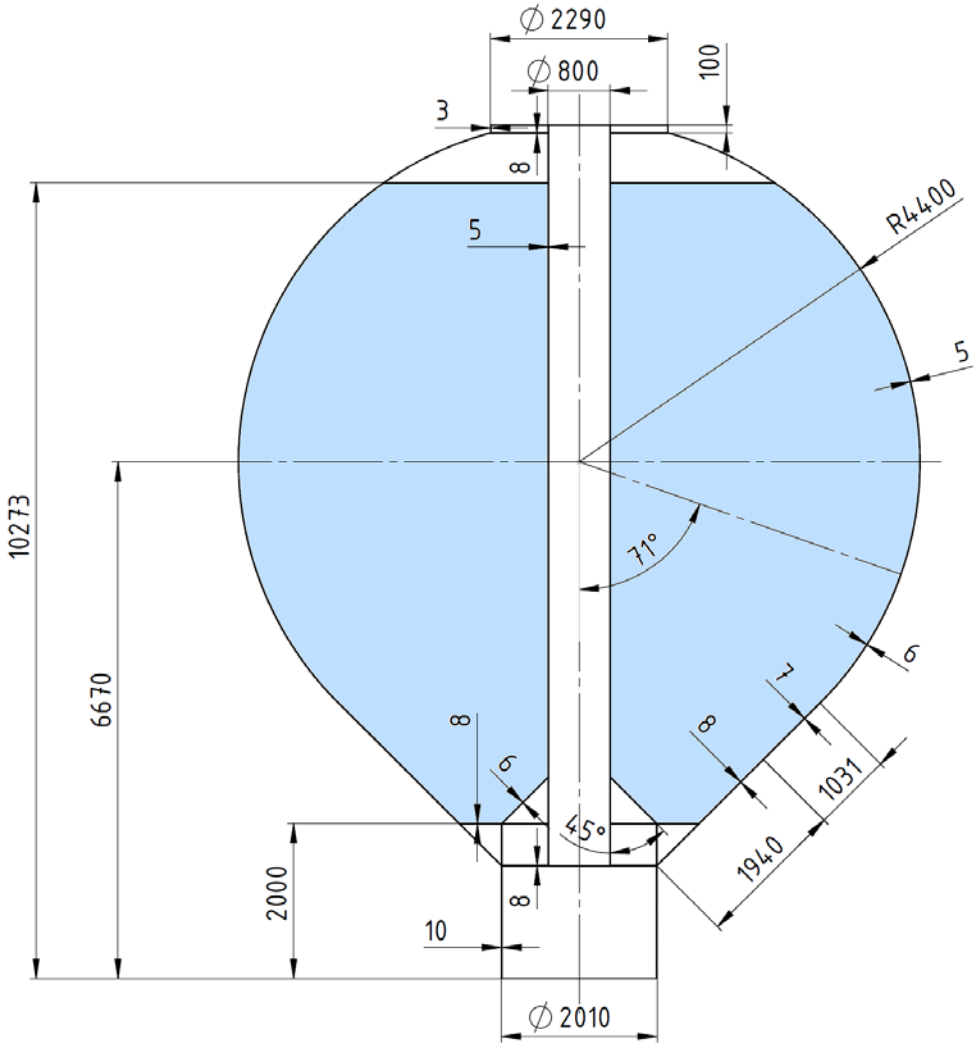
Slika 41. Progib kružne ploče

Maksimalna greška pomaka iznosi 0.37%, a maksimalna greška kuta zakreta iznosi 4.5% što zadovoljava strojarski uvjet držanja greške ispod 5%. Ovime smo potvrdili točnost odabranih konačnih elemenata te možemo krenuti u analizu kompleksnijih modela.

4. NUMERIČKA ANALIZA REALNOG MODELA

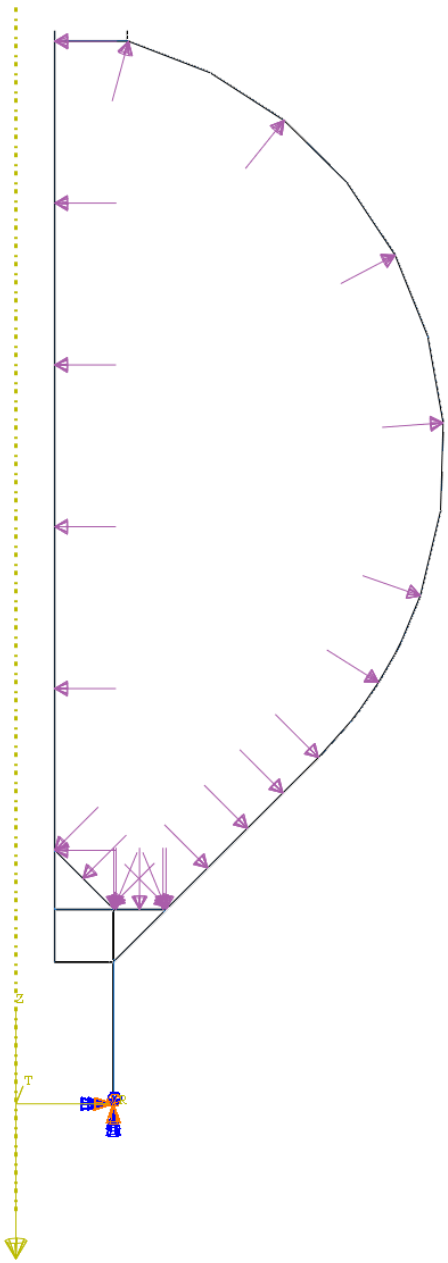
4.1. Analiza spremnika

Geometrija realnog modela je dosta složenija od pojednostavljenog modela koji nam je poslužio za verifikaciju elemenata. Napravljena je prema opisu vodotornja dobivenog od tvrtke Radnik d.d. koja je izvođač radova za vodotoranj u općini Sveti Ivan Žabno. Kao što smo već spomenuli prilikom modeliranja pojednostavljenog modela, sferna i konusna ljuska imaju 3 promjene debljine stijenke, od 8 mm do 5 mm. Kroz spremnik prolazi cijev promjera 800 mm koja služi za inspekciju spremnika. Ta cijev se veže za glavnu cijev stupa promjera 2010 mm s dvije ravne ploče debljine 8 mm i jednom konusnom ljuskom debljine 6 mm. Na vrhu je sferna ljuska povezana s unutarnjom cijevi ravnom pločom debljine 8 mm. Razina vode ne ide do vrha spremnika kao u pojednostavljenom modelu, već do razine za koju ukupni volumen iznosi 350 kubnih metara.



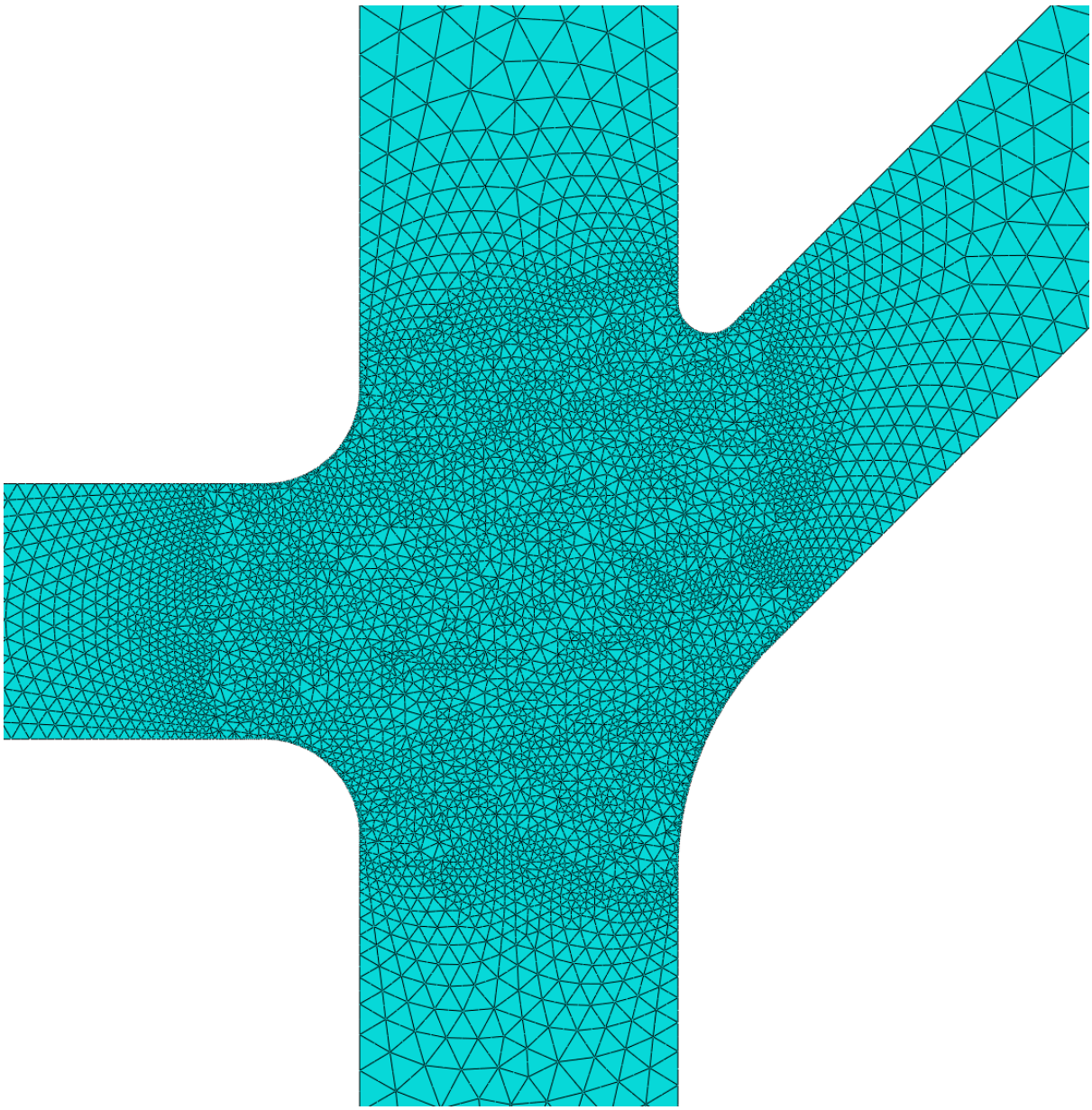
Slika 42. Kutni zakret sferne ljuske na mjestu spoja

Model ćemo modelirati u programu Abaqus u osnosimetričnom prostoru zato što su sva opterećenja na spremnik osnosimetrična. Kao osnovnu značajku koristit ćemo „ljusku“ tako da dobijemo i raspodjelu veličina duž debljine ljuski. Prilikom zadavanja geometrije stavit ćemo radijuse na mjesta gdje se ljuske spajaju pod kutem kako bi izbjegli pojavu jako visokih nerealnih vrijednosti naprezanja u singularitetu. Kao svojstva materijala osim modula elastičnosti i Poissonovog faktora uvrštavamo i gustoću. Kako bi ostali vjerodostojni jedinicama koje smo koristili za druge parametre, gustoća se mora uvrstiti u tonama po kubnom milimetru. Kao opterećenja zadajemo hidrostatski tlak i gravitaciju. Mjerna jedinica za ubrzanje gravitacije je milimetar po sekundi na kvadrat.



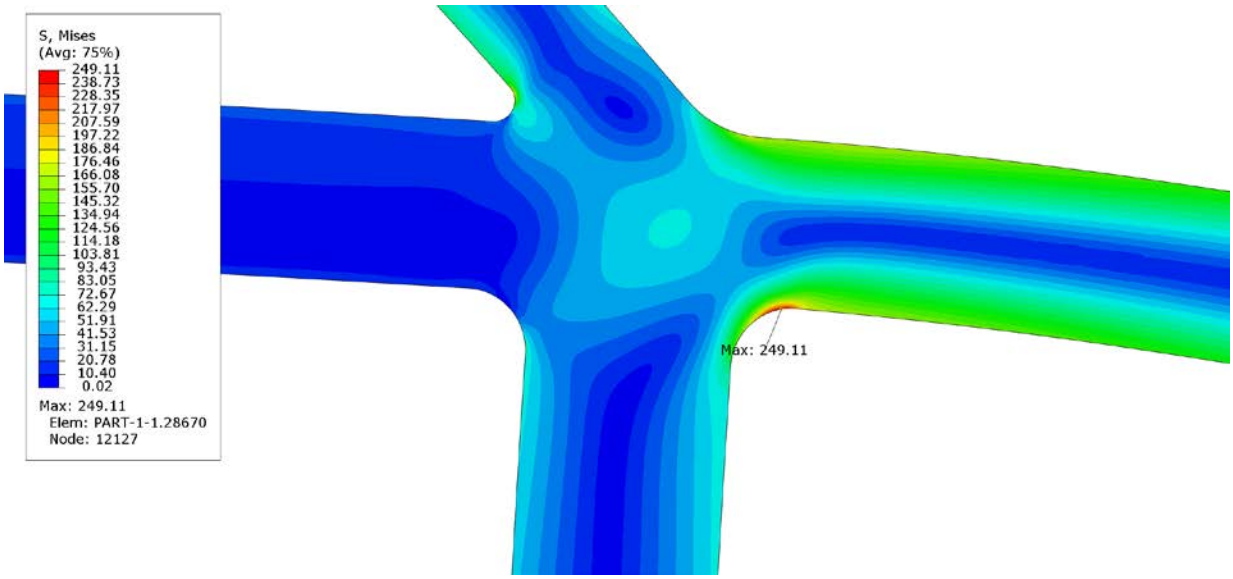
Slika 43. Opterećenja i rubni uvjeti realnog modela

Za konačni element biramo osnosimetrični trokutasti element drugog reda CAX6. Globalna udaljenost između čvorova je 2 mm. Na radijusima gdje se javljaju singulariteti lokalno usitnjavamo mrežu naredbom „seed edges“ na 0.1 mm.



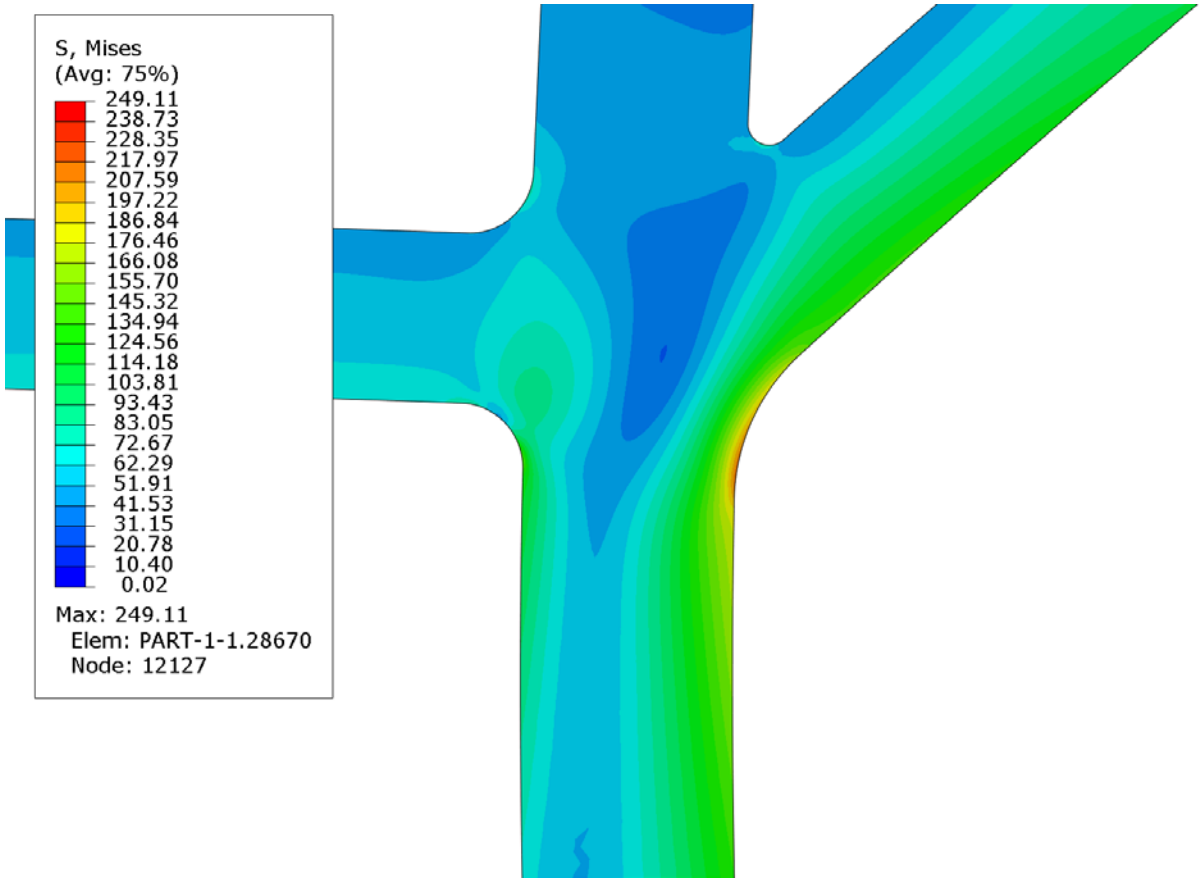
Slika 44. Usitnjavanje mreže

Nakon provedene analize dobivamo raspodjelu naprezanja u konstrukciji. Maksimalno ekvivalentno naprezanje iznosi 249.11 MPa i javlja se u spoju cilindričnog dijela stupa s kružnom pločom povezanom za vanjsku konusnu ljusku. Ako se malo odmaknemo od maksimuma, vrijednosti vrlo brzo padnu na 150 MPa što je realnija veličina.



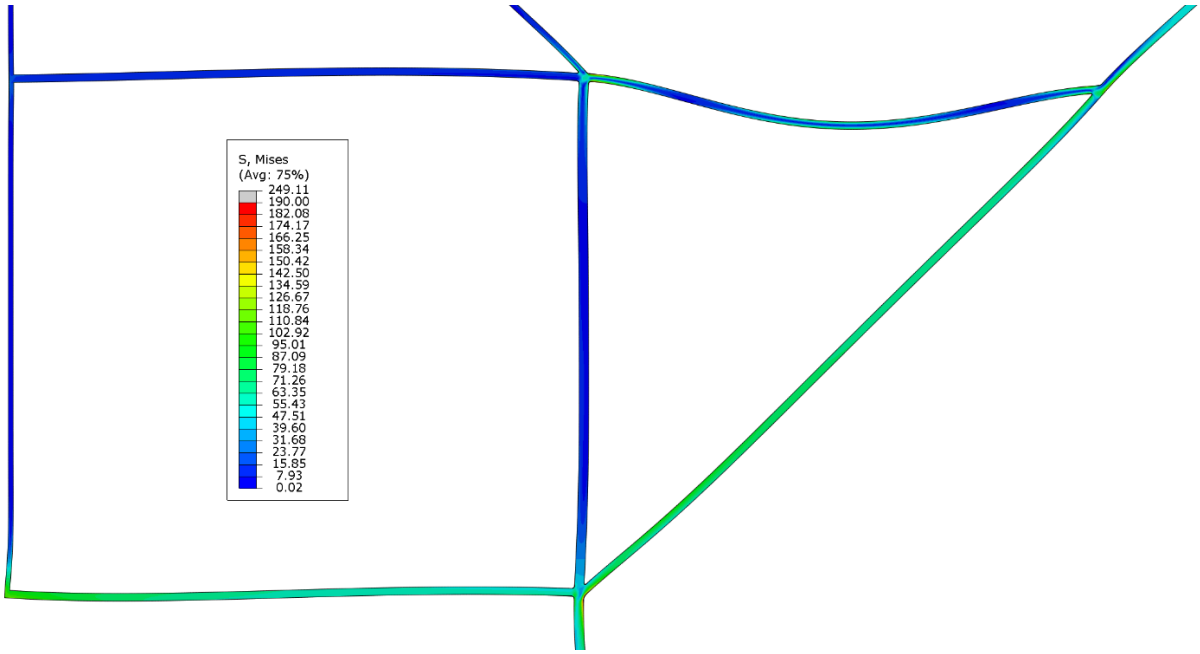
Slika 45. Koncentracija naprezanja na spoju ploče i stupa

Javlja se još jedna koncentracija naprezanja na spoju vanjske konusne ljuske i cilindričnog glavnog stupa. Na tom mjestu maksimalno naprezanje iznosi 214 MPa.

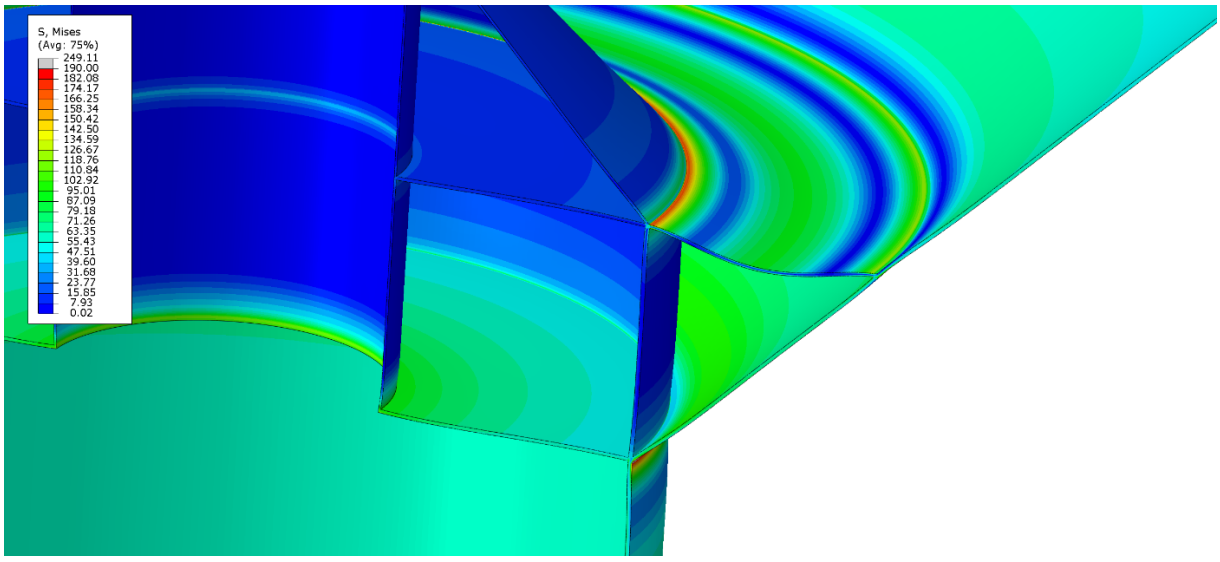


Slika 46. Koncentracija naprezanja na spoju ljuske i stupa

Na slikama (47) i (48) prikazan je deformirani oblik donjeg dijela spremnika s faktorom povećanja deformacija iznosa 20.

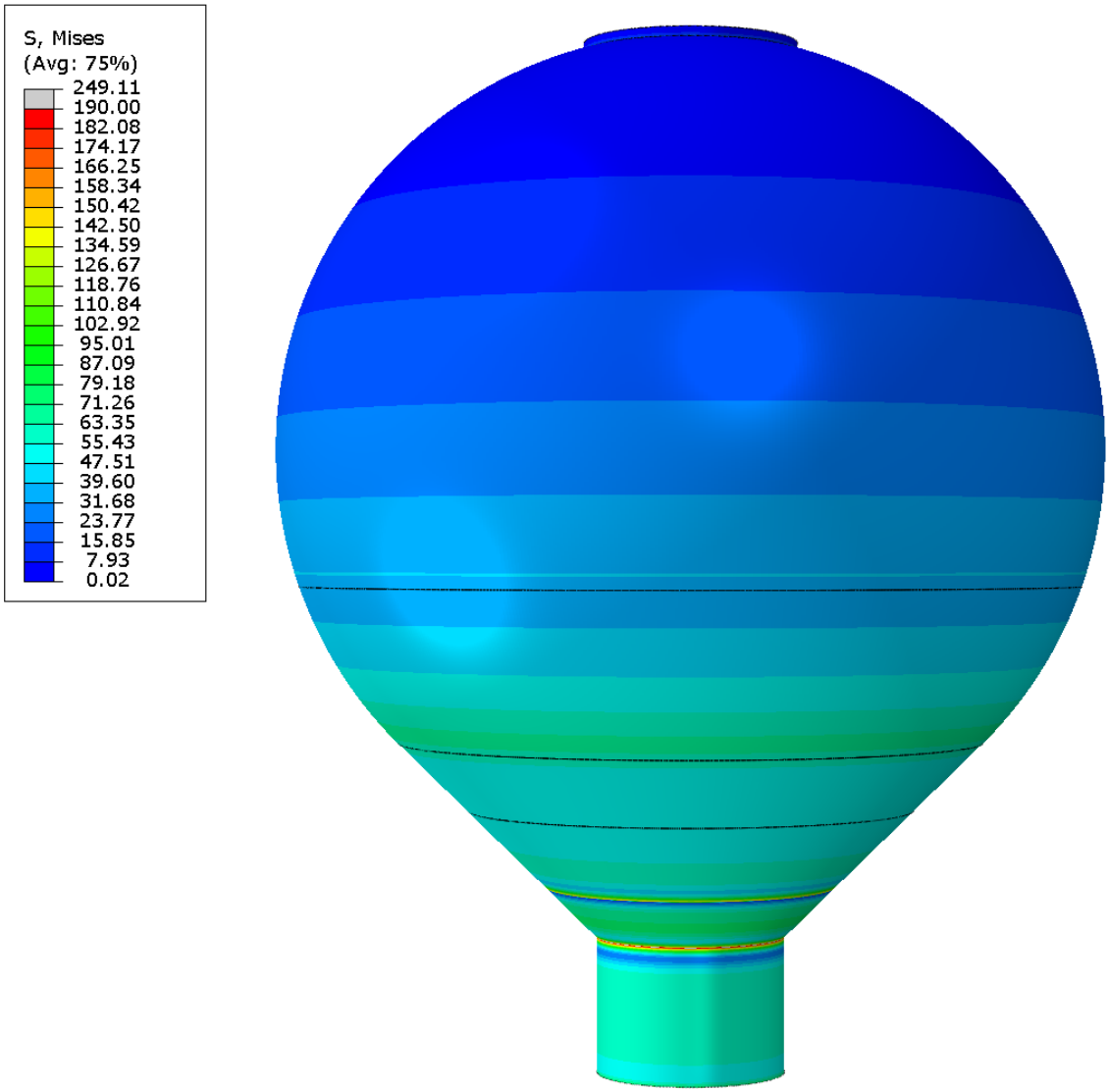


Slika 47. Deformirani oblik donjeg dijela spremnika



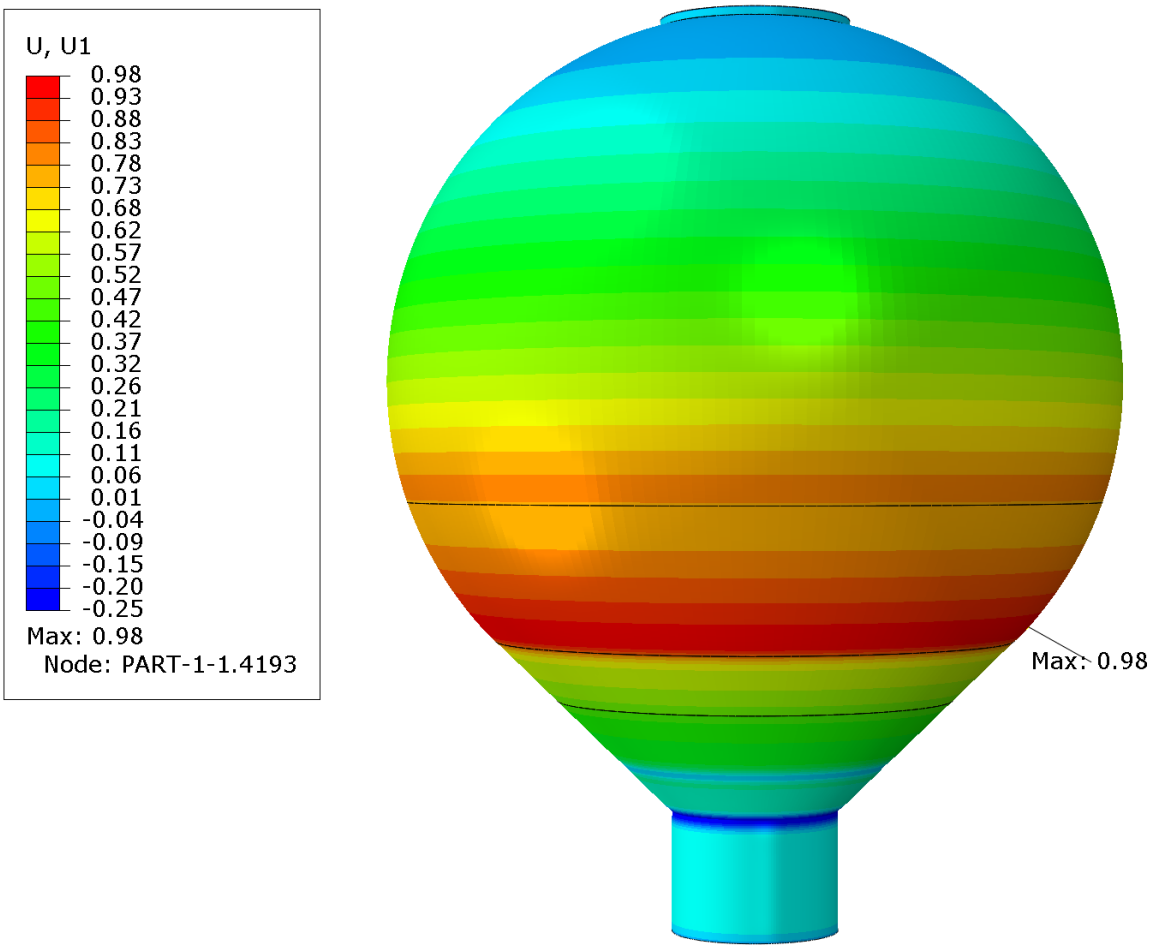
Slika 48. Deformirani oblik donjeg dijela spremnika u 3D-u

Ako postavimo da je naprezanje od 190 MPa obojeno najcrvenijom bojom, raspodjela naprezanja po ljusci spremnika prikazana je na slici (49). Ako se dovoljno udaljimo od spojeva, maksimalno naprezanje u ljusci je oko 100 MPa.



Slika 49. Naprezanje spremnika

Maksimalni radijalni pomak spremnika je 0.98 mm, dok je u analitičkom modelu bio 1.01 mm. To je greška od 3% što dokazuje da je analitički model, iako jako pojednostavljen, bio dovoljno točan za procjenu stanja naprezanja u realnom modelu.



Slika 50. Radijalni pomak ljuske spremnika

4.2. Analiza utjecaja vjetra na konstrukciju

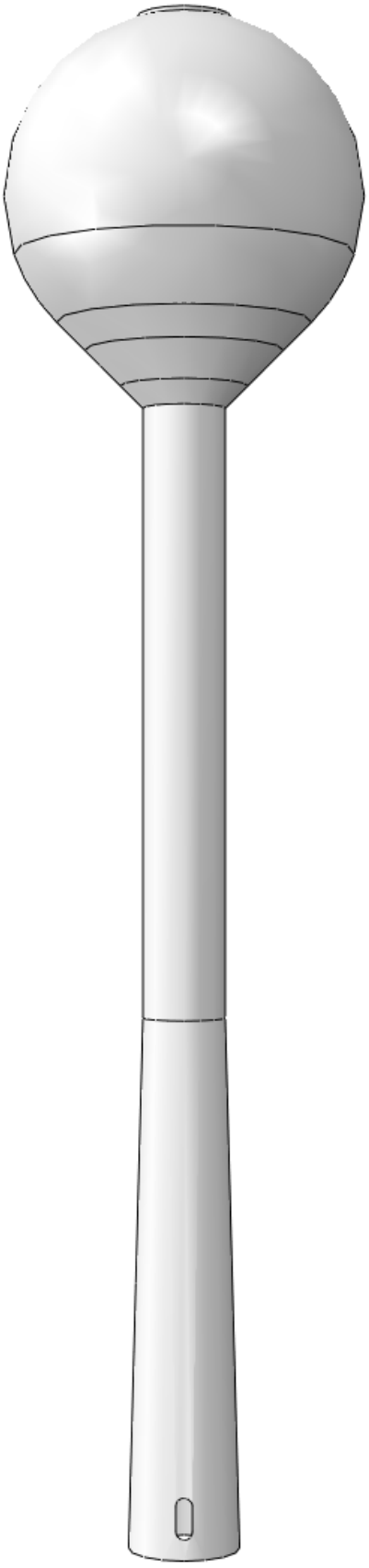
U analizi utjecaja vjetra na konstrukciju koristit ćemo se silama vjetra koje smo izračunali u analitičkom proračunu. Te sile ćemo zadati u obliku tlaka. Da bismo dobili vrijednosti tlaka, moramo sile podijeliti s površinama ploha na koje tlak djeluje. Izrazi za tlakove glase

$$q_k = \frac{F_{wk}}{A_{ka}} = 2.53 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \tag{177}$$

$$q_c = \frac{F_{wc}}{A_{ca}} = 3.70 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \tag{178}$$

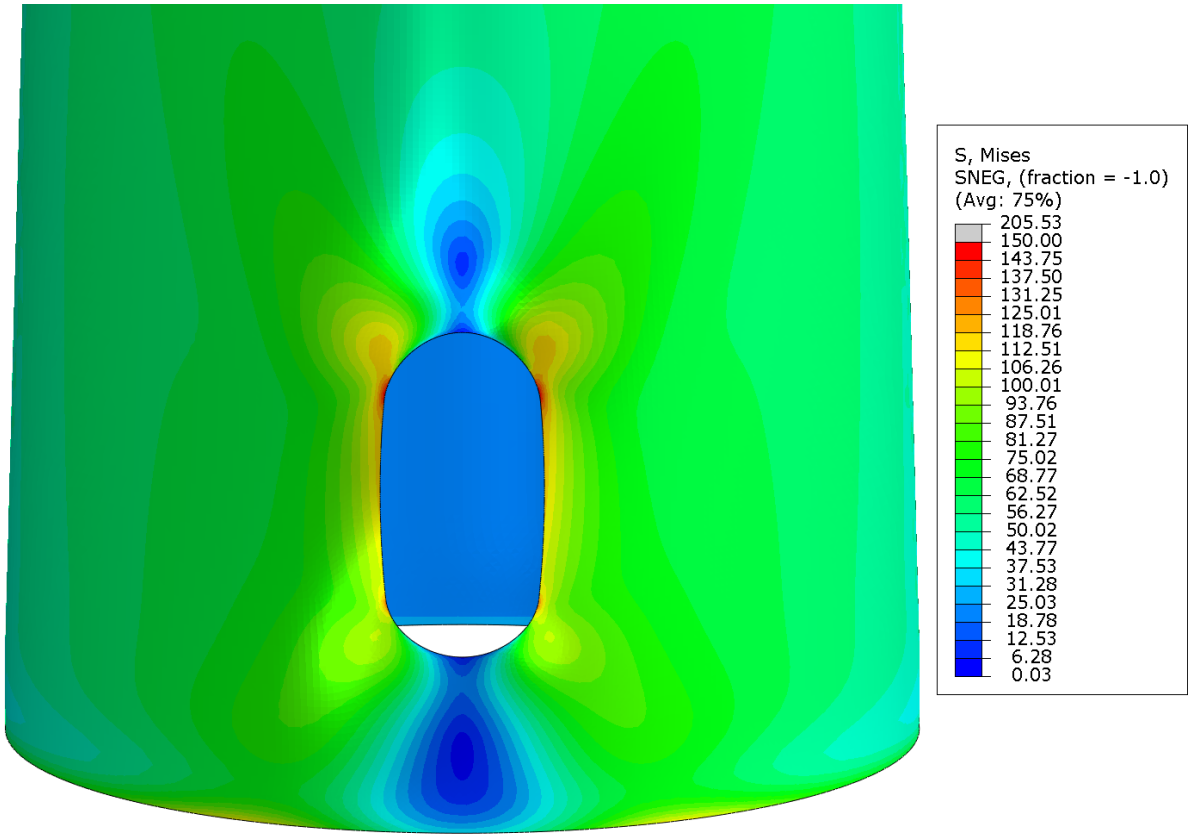
$$q_s = \frac{F_{ws}}{A_{sa}} = 1.75 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}. \tag{179}$$

Površine su očitane iz programskog paketa Abaqus. Nećemo promatrati utjecaj vjetra na ljusku sfere jer je utjecaj vode puno puta veći od utjecaja vjetra, te zato što je prava raspodjela pritiska oko sfere i cilindra nelinearna i ovisna o Reynoldsovom broju.



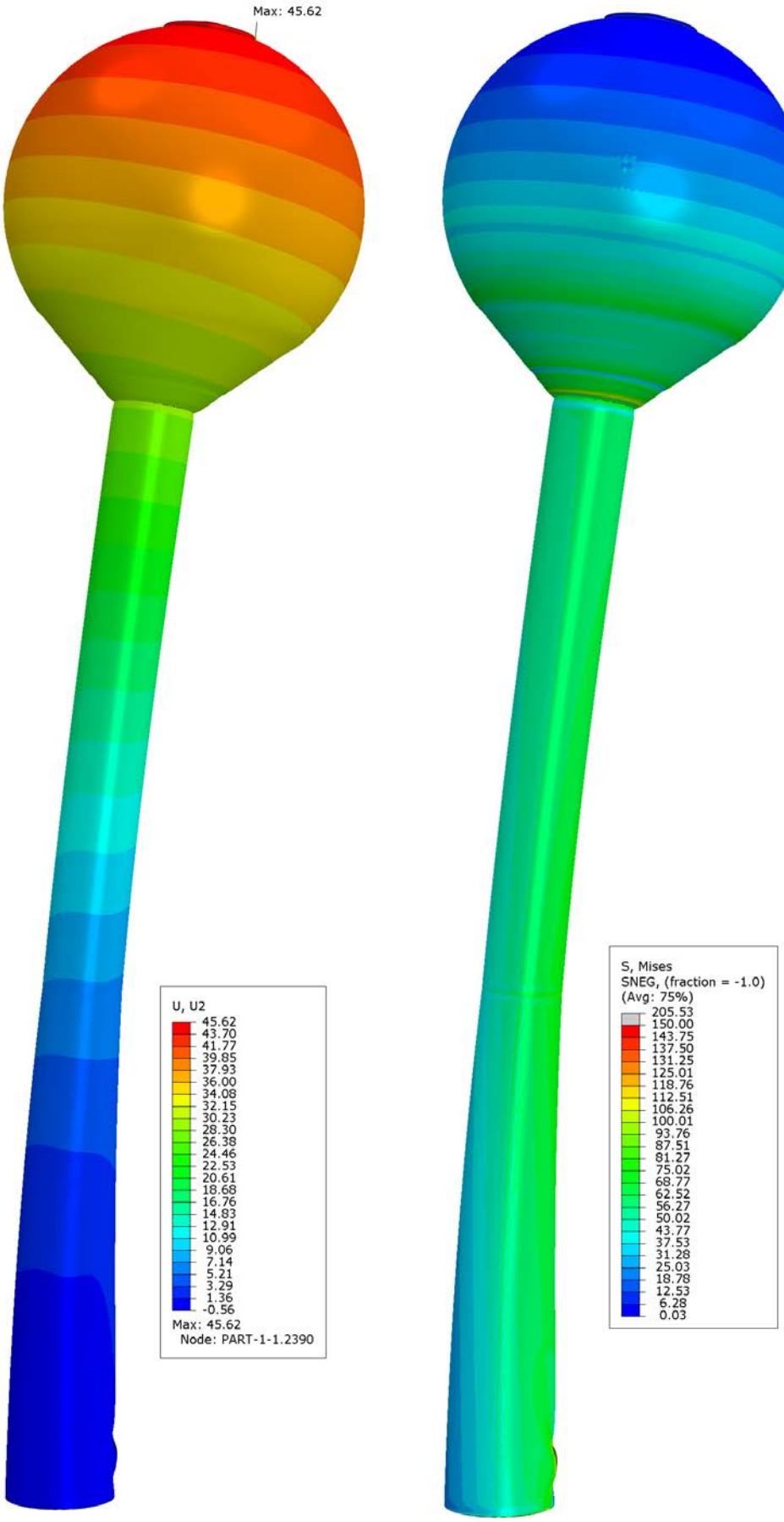
Slika 51. Model vodotornja

Model ćemo izraditi u 3D prostoru s osnovnom značajkom „ljuska“. Skicirat ćemo potpunu geometriju unutar spremnika kako ne bi narušili čvrstoću vodotornja, a i zato što ćemo zadati jednaka opterećenja kao u prethodnom primjeru. Za razliku od analitičkog proračuna, uzet ćemo u obzir otvor za vrata u podnožju konstrukcije dimenzija 1000 x 400 mm. Materijalu ćemo opet dodati svojstvo gustoće. U modulu „sklop“ potrebno je orijentirati konstrukciju tako da z os bude vertikalna os. Od opterećenja zadajemo gravitaciju, hidrostatski tlak i tlak vjetra. Tlak vjetra zadajemo kao „surface traction“ kako smjer tlaka ne bi bio normalan na površinu, već uvijek orijentiran u smjeru osi y. Kao rubni uvjet zadajemo uklještenje u podnožju stupa. Za konačni element biramo STRI65. Globalni razmak između čvorova je 200 mm. Mreža je lokalno usitnjena na spoju cilindričnog i konusnog stupa, uklještenju stupa i oko otvora za ulaz. Nakon provedene analize, maksimalno naprezanje iznosi 205 MPa i javlja se na istom mjestu koje je određeno u prethodnom primjeru. Ako zanemarimo ta mjesta unutar spremnika, maksimalno naprezanje se pojavljuje na rubu otvora u podnožju stupa i iznosi 150 MPa.



Slika 52. Naprezanje oko otvora u podnožju stupa

Deformirani oblik stupa prikazan je na slici (51). Maksimalni pomak u radijalnom smjeru iznosi 45.62 mm.

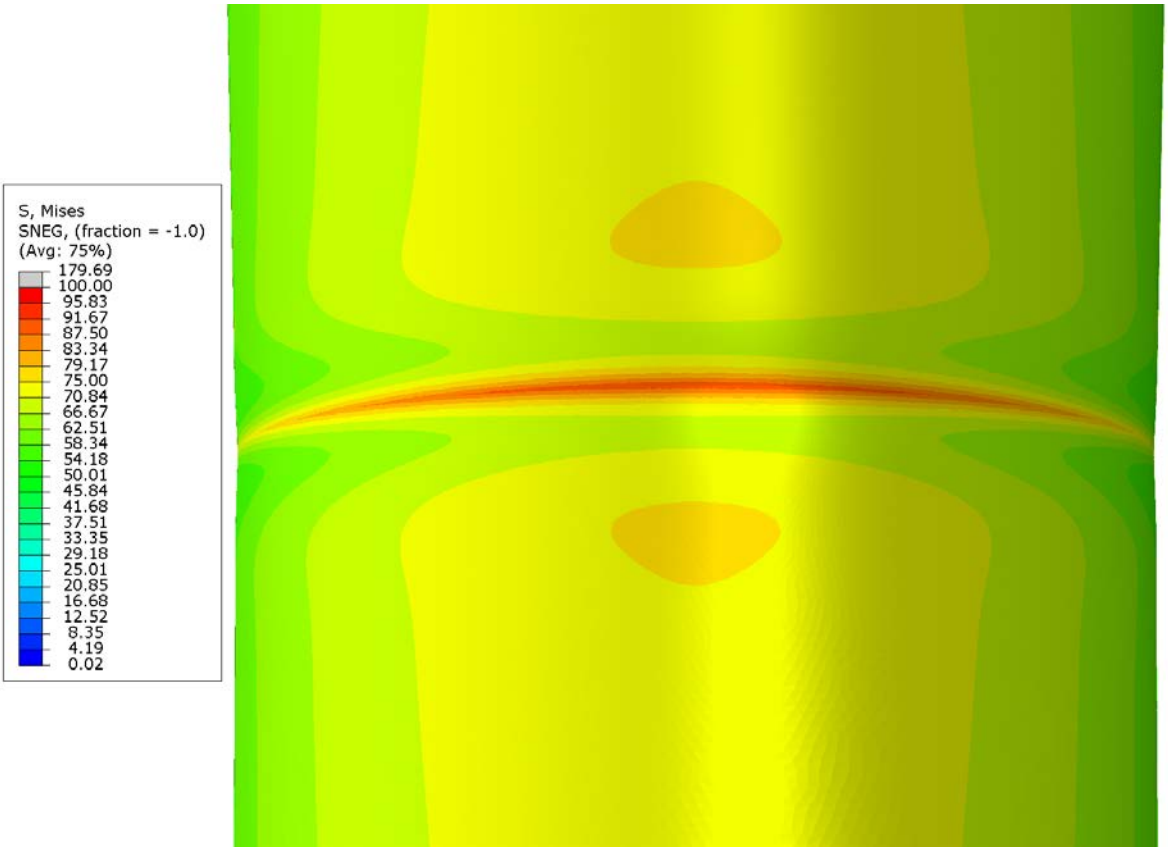


Slika 53. Pomak i naprezanja uslijed opterećenja vjetrom

Ostalo nam je još provjeriti naprezanje u kritičnom presjeku 1. U analitičkom proračunu smo dobili maksimalnu vrijednost

$$\sigma(A) = 75.64 \text{ MPa}. \quad \textbf{(180)}$$

Maksimalna vrijednost naprezanja u Abaqus-u iznosi 91 MPa za razmak elemenata od 1 mm na rubu spoja cilindrične i konusne ljuske. No ta vrijednost se javlja samo na rubu tako da je vjerojatno riječ o singularnosti. Blagim odmakom od samog ruba spoja vrijednost naprezanja pada na 77 MPa što je bliže analitičkom rješenju.



Slika 54. Naprezanje na spoju cilindra i konusa

5. ZAKLJUČAK

U radu je provedena analitička i numerička analiza vodotornja. Pokazano je da numerička metoda daje točne rezultate postupkom verifikacije konačnih elemenata u kojem smo uspoređivali rezultate dobivene analitičkim proračunom. Također je pokazano numeričkom analizom realnog modela da pojednostavljeni modeli daju dovoljno točne rezultate i da potpuno detaljna numerička analiza nije nužna. Jedna od prednosti numeričke analize je što nam pokazuje mjesta gdje se javljaju koncentracije naprezanja. Tehnikama za izbjegavanje singularnosti, poput izrade radijusa i lokalnog usitnjavanja mreže, smo smanjili maksimalna naprezanja ispod granice tečenja materijala. Vodotoranj je zadovoljio sve uvjete u svim proračunima. Raspodjela naprezanja u stupu je relativno ravnomjerna. Naprezanja u spremniku se smanjuju približavanjem vrhu sfere što bi sugeriralo da moguća još tanja debljina ljuske, no vjerojatno postoje drugi konstrukcijski ili tehnološki razlozi koji to sprječavaju. Kružna ljuska koja povezuje konusnu ljusku i cilindrični dio stupa ima dosta veću deformaciju nego ostali dijelovi konstrukcije. Trebalo bi povećati debljinu ploče na 10 mm ili promijeniti konstrukcijsko rješenje vezanja spremnika za stup. Daljnji proračun bi uključivao analizu utjecaja vjetra na ljusku spremnika gdje bi se raspodjela opterećenja vjetra modelirala realno. Također, mogla bi se napraviti analiza utjecaja potresa na konstrukciju. Voda bi se mogla simulirati metodom SPH (Smoothed particle hydrodynamics) kojom bi se mogao simulirati utjecaj bućkanja na stijenke spremnika. Mogao bi se izvršiti proračun opterećenja snijegom ili simulirati efekt aeroelastičnog titranja za vrijeme jakih vjetrova.

LITERATURA

[1] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Tehnička knjiga Zagreb, 2009.

[2] Decker, K. H.: Elementi strojeva, Tehnička knjiga Zagreb, 2006.

[3] Timoshenko, S.P., Woinowsky – Krieger S.: Theory of plates and shells, McGraw-Hill, Michigan 1958.

[4] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Tehnička knjiga Zagreb, 2004.

[5] Alfirević I.: Linearna analiza konstrukcija, Zagreb 2011.

[6] Ventsel E., Krauthammer T.: Thin plates and shells, Marcel Dekker, New York 2001.

[7] Abaqus®, „Abaqus Software“, Version 2020, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2020.

[8] Solidworks, Version 2020, Dassault Systemes Corp., Concord, Massachusetts, USA, 2020.

[9] Skozrit, I.: Vježbe iz kolegija Uvod u čvrstoću konstrukcija, 2015.

[10] Sorić J.: Predavanja iz kolegija Uvod u čvrstoću konstrukcija, 2018.

[11] Sorić J.: Predavanja iz kolegija Metoda konačnih elemenata, 2019.

[12] European Committee for Standartization (CEN) 2005., EN 1991-1-4: Eurocode 1 – Actions on structures – Part 1 – 4: General actions – Wind Actions

[13] Čakmak D.: Vježbe iz kolegija Teorija vibracija D, 2018.

[14] Aničić D.: Eurokodovi – europske norme za projektiranje konstrukcija, webstranica: http://www.kartografija.hr/tl_files/Hkd/dogadjaji/Svjetski%20dan%20GISa/prezentcije/02Anicic.pdf

[15] FEA cluster: Element types, webstranica: https://www.feacluster.com/CalculiX/ccx_2.13/doc/ccx/node24.html

[16] About the Abaqus shell element library, webstranica: https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAETHERefMap/simathe-c-shells.htm

[17] Mathcad, Version Prime 6.0, PTC Inc., Boston, Massachusetts, USA, 2020.

PRILOZI

I. CD-R disc