Razvoj algoritma za procjenu visokocikličkog zamora metodom toka kiše

Kutleša, Eugen

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:799146

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

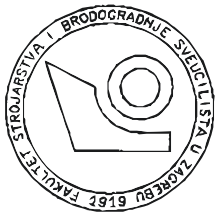
Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb











SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Eugen Kutleša

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Razvoj algoritma za procjenu visokocikličkog zamora metodom toka kiše

Mentori:
Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević, mag.ing.
Dr. sc. Damjan Čakmak, mag.ing.

Student:
Eugen Kutleša

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru, doc. dr. sc. Zvonimiru Tomičeviću na iskazanom povjerenju tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem svojim roditeljima i obitelji na potpori, podršci te iskazanom povjerenju i razumijevanju tijekom studija.

Naposljetku, posebna zahvala pripada komentoru dr. sc. Damjanu Čakmaku na iskazanom povjerenju, pokazanom entuzijazmu, odvojenom vremenu – satima provedenim u zajedničkom komentiranju i rješavanju problema. Zahvaljujem na tome što me je upoznao sa zanimljivim područjima zamornog loma i vibracija. Zahvaljujem i na usmjeravanju tijekom izrade ovog rada, na svim kritikama i korekcijama, na svim savjetima te na prijateljskom odnosu.

Eugen Kutleša

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: **602 - 04 / 21 - 6 / 1**	
Ur.broj: **15 - 1703 - 21 -**	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Eugen Kutleša** Mat. br.: 0035208942

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Razvoj algoritma za procjenu visokocikličkog zamora metodom toka kiše**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Development of the algorithm for the high-cycle fatigue assessment via rainflow method**

Opis zadatka:

Metoda „toka kiše“ (eng. *rainflow*) jedna je najtočnijih, najpoznatijih i najčešće korištenih metoda za brojanje ciklusa nepravilnih amplituda u tehničkoj praksi. *Rainflow* metoda omogućuje pojednostavljenje složenih povijesti naprezanja različitih amplituda na niz jednostavnih ciklusa naprezanja konstantnih amplituda. Na takav niz pojednostavljenih ciklusa toka kiše moguće je primijeniti Palmgren-Minerovo pravilo za procjenu nakupljenog oštećenja u konstrukciji.

U ovom radu potrebno je osmisliti i razviti algoritam za procjenu zamora na temelju stohastičke povijesti naprezanja korištenjem *rainflow* metode.

Tijekom rada potrebno je:

1. Opisati fenomen zamora materijala i način procjene zamora pomoću Palmgren-Minerovog pravila.
2. Opisati najčešće korištene metode brojanja ciklusa različitih amplituda prema ASTM E1049-85 normi: brojanje raspona toka kiše (eng. *rainflow range counting*), brojanje vrhova (eng. *peak counting*), brojanje raspona (eng. *range counting*) i brojanje prelaska nivoa (eng. *level crossing counting*).
3. Opisati različite načine brojanja ciklusa metodom toka kiše: brojanje ciklusa za ponavljajuću i neponavljajuću povijest naprezanja, te način računanja polu-ciklusa pri procjeni zamora.
4. Razviti i dokumentirati algoritam za procjenu visokocikličkog zamora *rainflow* metodom.
5. Verificirati, tj. potvrditi točnost razvijenog algoritma na primjerima iz referentne literature.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. studenoga 2020.

Zadatak zadao:

Datum predaje rada:
1. rok: 18. veljače 2021.
2. rok (izvanredni): 5. srpnja 2021.
3. rok: 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 22.2. – 26.2.2021.
2. rok (izvanredni): 9.7.2021.
3. rok: 27.9. – 1.10.2021.

Predsjednik Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević Dr.sc. Damjan Čakmak Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

Sadržaj

Sadržaj ..... **I**

Popis slika ..... **II**

Popis tablica ..... **III**

Popis oznaka ..... **IV**

Sažetak ..... **VI**

Summary ..... **VII**

1. Uvod **1**

2. Zamor **2**

2.1. Problematika zamornog loma 2

2.2. *S-N* metoda 7

3. Metode brojanja ciklusa **11**

3.1. Brojanje prelaska nivoa (engl. *Level-Crossing Counting*) 12

3.2. Brojanje vrhova (engl. *Peak Counting*) 13

3.3. Brojanje raspona (engl. *Range Counting*) 14

3.4. Brojanje raspona toka kiše (engl. *Rainflow Range Counting*) 15

3.4.1. Brojanje ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja (engl. Simplified Rainflow Counting for Repeating Histories) 17

3.4.2. Brojanje polu-ciklusa pri procjeni zamora (engl. Residual Counting) 18

4. Proračun procjene životnog vijeka **19**

4.1. Proračun na pokaznom primjeru (deterministički signal) 19

4.1.1. Neponavljajući ciklus 20

4.1.1.1. Brojanje polu-ciklusa kao 0,5 ciklusa 24

4.1.1.2. Brojanje polu-ciklusa kao 1 ciklus 24

4.1.1.3. Brojanje polu-ciklusa kao 0 ciklusa 25

4.1.2. Ponavljajući ciklus 25

4.2. Proračun na primjeru stohastičkog signala 28

5. Zaključak **35**

Literatura **37**

Prilozi **38**

Popis slika

Slika 1. Propagacija mikropukotine preko kristalnih zrna [3] 2
Slika 2. Poprečni presjek strojnog dijela nakon zamornog loma [6] 3
Slika 3. a) prikaz visokocikličkog i niskocikličkog zamora, b) prikaz iniciranja i propagacije pukotine [7] 4
Slika 4. Statički vlačni pokus: a) *σ, S-e* dijagram, b) korelacija A_0/A sa uzorkom (prilagođeno iz [1]) 5
Slika 5. Dinamičko opterećenje: a) harmonijsko, b) nepravilne amplitude [1] 5
Slika 6. Harmonijsko cikličko naprezanje [7] 6
Slika 7. Slučajevi harmonijskog cikličkog naprezanja ovisni o omjeru naprezanja (prilagođeno iz [8]) 7
Slika 8. *S-N* krivulja za čelični materijal [1] 8
Slika 9. Povijest naprezanja: a) s promjenjivom amplitudom, b) s razvrstanim ciklusima konst. amplituda 9
Slika 10. Krivulje utjecaja srednjeg naprezanja [7] 10
Slika 11. Prikaz pojednostavljenja sinusoide u pravce i "zatvorenog" trokuta kao cijelog ciklusa 11
Slika 12. Primjer brojanja prelaska nivoa (prilagođeno iz [2]) 12
Slika 13. Primjer brojanja vrhova (prilagođeno iz [2]) 13
Slika 14. Primjer brojanja raspona (prilagođeno iz [2]) 14
Slika 15. Primjer *Rainflow* metode (prilagođeno iz [1]) 15
Slika 16. Primjer pojednostavljene *Rainflow* metode [1] 17
Slika 17. Povijest naprezanja: a) preuzeta iz norme, b) pomnožena faktorom 200 [1], [2] 19
Slika 18. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za primjer iz norme 21
Slika 19. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1) 22
Slika 20. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0) 22
Slika 21. Wöhlerova (*S-N*) krivulja za čelik RQC-100 23
Slika 22. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za ponavljajući ciklus 26
Slika 23. Prikaz konvergencije: a) iskrivljenosti, b) kurtoze, c) srednje vrijednosti, d) $RMS/RMS_{calc.}$ 29
Slika 24. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za stohastički signal od: a) 10^3, b) 10^4, c) 10^5, d) 10^6 točaka 30
Slika 25. Prikaz konvergencije potrebnog vremena do loma (T_f) za sve 4 varijante brojanja ciklusa 31
Slika 26. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za stohastičku povijest naprezanja 32
Slika 27. Histogramski prikaz parcijalnih kumuliranih oštećenja za stohastičku povijest naprezanja 33

Popis tablica

Tablica 1. Pregled varijanti brojanja polu-ciklusa 18
Tablica 2. Tablica ciklusa (za neponavljajuću povijest naprezanja) 20
Tablica 3. Matrica raspona S_r i srednjeg naprezanja S_m (neponavljajuća povijest naprezanja) 20
Tablica 4. Tablica ciklusa za neponavljajući ciklus (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1) 21
Tablica 5. Tablica ciklusa za neponavljajući ciklus (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0) 22
Tablica 6. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (bez zaokruživanja polu-ciklusa) 24
Tablica 7. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1) 24
Tablica 8. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0) 25
Tablica 9. Tablica ciklusa (za ponavljajuću povijest naprezanja) 25
Tablica 10. Matrica raspona S_r i srednjeg naprezanja S_m, (ponavljajuća povijest naprezanja) 26
Tablica 11. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i 27

Popis oznaka

Latinične oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
A	mm^2, m^2	površina poprečnog presjeka opterećenog uzorka
A_0	mm^2, m^2	početna površina poprečnog presjeka uzorka
b	-	eksponent zamorne čvrstoće (Basquinov eksponent)
d	mm, m	promjer poprečnog presjeka opterećenog uzorka
d_0	mm, m	početni promjer poprečnog presjeka uzorka
D_i	%	oštećenje pojedinog ciklusa naprezanja ($D_i = n_i/N_{fi}$)
$D_{norml.}$	-	normalizirano kumulirano oštećenje ($D_{norml.} = D_i/(D_i)_{max}$)
D_{uk}	%	ukupno kumulirano oštećenje ($D_{uk} = \Sigma D_i$)
e	%	inženjerska deformacija ($e = (l - l_0)/ l_0$)
F	N	sila (općenito)
K	-	kurtoza (engl. *Kurtosis*)
l	mm, m	duljina opterećenog uzorka
l_0	mm, m	početna duljina uzorka
N_{fi}	-	broj ciklusa do loma
$N_{f\,(uk)}$	-	ukupni broj ciklusa do loma (broj povijesti naprezanja)
n	-	broj slučajnih varijabli
n_i	-	broj ciklusa (općenito)
R	-	omjer naprezanja ($R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$)
R_e	MPa	stvarna granica tečenja (ε_{pl} = 0,2 %)
R_m	MPa	stvarna vlačna čvrstoća
RMS	-	efektivna vrijednost (engl. *Root-Mean-Square*)
S	MPa	inženjersko naprezanje ($S = F/A_0$)
S_a	MPa	inženjerska amplituda naprezanja ($S_a = (S_{max} - S_{min})/2$)
S_{a0}	MPa	inženjerska amplituda naprezanja za $R = -1$
S_E	MPa	inženjerska granica elastičnosti
S_f	MPa	inženjerska zamorna (lomna) čvrstoća (trajna)
S'_f	MPa	inženjerski koeficijent zamorne čvrstoće
S_m	MPa	inženjersko srednje naprezanje ($S_m = (S_{max} + S_{min})/2$)
S_{max}	MPa	najveće inženjersko naprezanje (po apsolutnoj vrijednosti)
S_{min}	MPa	najmanje inženjersko naprezanje (po apsolutnoj vrijednosti)
S_p	MPa	inženjerska granica proporcionalnosti
S_r, ΔS	MPa	inženjerski raspon naprezanja ($S_r \equiv \Delta S = \lvert S_{max} - S_{min} \rvert$)
S_u, S_{ult}	MPa	inženjerska vlačna čvrstoća
S_y	MPa	inženjerska granica tečenja (e_{pl} = 0,2 %)
Sk	-	iskrivljenost (engl. *Skewness*)
T_f	s	vrijeme potrebno da dođe do loma

t	s	vrijeme
$\overline{x}$	-	srednja vrijednost slučajnih varijabli
x_i	-	slučajna varijabla

Grčke oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
α	°, rad	kut
ε	%	stvarna deformacija ($\varepsilon = \ln(l/l_0)$)
σ	MPa	stvarno naprezanje ($\sigma = F/A$), standardna devijacija
σ_a	MPa	stvarna amplituda naprezanja ($\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$)
σ_E	MPa	stvarna granica elastičnosti
σ_L	MPa	stvarna lomna čvrstoća
σ_m	MPa	stvarno srednje naprezanje ($\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$)
σ_{max}	MPa	najveće stvarno naprezanje (po apsolutnoj vrijednosti)
σ_{min}	MPa	najmanje stvarno naprezanje (po apsolutnoj vrijednosti)
σ_p	MPa	stvarna granica proporcionalnosti
σ_r, $\Delta\sigma$	MPa	stvarni raspon naprezanja ($\sigma_r = \lvert\sigma_{max} - \sigma_{min}\rvert$)

Sažetak

Ovaj rad bavi se temom analize zamora materijala. Fokus rada je usmjeren na tzv. *Rainflow* metodu brojanja ciklusa (metoda „toka kiše“). *Rainflow* metoda jedna je od metoda kojima se pojednostavljuju složene povijesti naprezanja promjenjivih amplituda u niz jednostavnih ciklusa naprezanja konstantnih amplituda. Pojednostavljena povijest naprezanja omogućuje proračun zamora. U radu se razmatraju i uspoređuju četiri varijante *Rainflow* metode temeljene na različitom brojanju polu-ciklusa.

Na početku rada opisan je fenomen zamornog loma, njegov uzrok u kristalnoj rešetci materijala, Wöhlerova krivulja te *S-N* metoda proračuna zamora.

U sljedećem dijelu nabrojene su i opisane metode brojanja ciklusa navedene u ASTM normi E1049-85 (2011).

Nadalje, uzet je ogledni primjer povijesti naprezanja iz norme te je na njemu detaljno opisan cjelokupan proračun zamora koristeći *S-N* metodu proračuna.

U zadnjem dijelu rada prikazani su i diskutirani rezultati analize zamora jednog stohastičkog signala povijesti naprezanja. Analiza je provedena pomoću algoritma napisanim u alatu *MATLAB R2018b*.

Ključne riječi: zamorni lom, *rainflow*, povijest naprezanja, ciklus, algoritam, kumulirano oštećenje.

Summary

This thesis deals with the topic of fatigue analysis. The focus of the thesis is on the so-called *Rainflow* cycle counting method. The *Rainflow* method is one of the methods that simplifies complex stress/load histories of variable amplitudes into a series of simple, constant amplitude stress cycles. Simple, constant amplitude stress/load history makes the fatigue calculation possible. This thesis discusses and compares four variants of the *Rainflow* counting method based on different half-cycle (residual) counting.

At the beginning of the thesis, the fatigue failure phenomenon, its cause in the crystal lattice of the material, the Wöhler curve and the *S-N* method of fatigue calculation are described.

The following section lists and describes the cycle counting methods listed in the ASTM standard E1049-85 (2011).

Furthermore, a stress/load history benchmark example was taken from the ASTM standard and the entire fatigue calculation was described in detail using the *S-N* calculation method.

In the last section, the results of the fatigue analysis of a "Gaussian" stress/load history are presented and discussed. The analysis is performed by an algorithm created in *MATLAB R2018b*.

Key words: fatigue failure, rainflow, stress/load history, cycle, algorithm, cumulative damage.

1. Uvod

Problem zamornog loma predstavlja veliki izazov današnjim inženjerima. Nameće potrebu za veoma pažljivim konstruiranjem, ali brzim i jednostavnim proračunom. Potrebno je poznavati materijal, namjenu proizvoda, uvjete eksploatacije, tj. opterećenje, itd. Prema definiciji zamora materijala, opterećenje je promjenjivo u vremenu, a često i periodično. Pojavljuje se problem određivanja broja perioda (ciklusa) opterećenja prije nastupanja zamornog loma. Rani pokušaji rješavanja tog problema izrodili su brojnim približnim metodama za brojanje ciklusa opterećenja (naprezanja). Neke od njih su metoda brojanja prelaska nivoa, brojanje vrhova i brojanje raspona. Radovi [1], [2], [3], [4] i [5], između ostalog, obrađuju temu brojanja ciklusa i metoda razvijenih za tu namjenu. Ove, među prvima nastale, metode pripadaju *jednoparametarskim* metodama brojanja jer one ne uzimaju u obzir srednje naprezanje. *Dvoparametarskom* brojanju pripada *Rainflow* metoda i ona uzima u obzir utjecaj srednjeg naprezanja.

Ovaj rad svojevrstan je nastavak na [1] jer koristi *Rainflow* metodu brojanja ciklusa (metoda toka kiše) i pojednostavljenu *Rainflow* metodu (brojanje ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja) za proračun procjene zamora. Rad se bavi problemom zamornog loma – procjenom kumuliranog oštećenja, tj. životnog vijeka konstrukcije te *Rainflow* metodom brojanja ciklusa kao „najpopularnijom i vjerojatno najboljom metodom brojanja ciklusa“ [3] (str. 282). Radi uspoređivanja metoda, u radu su za proračun procjene zamora korištene pojednostavljena (*Simplified*) *Rainflow* metoda i tri varijante „klasične“ *Rainflow* metode. Cilj rada je usporediti ta četiri načina brojanja te razviti algoritam za rješavanje proračuna procjene zamora koristeći te načine brojanja ciklusa.

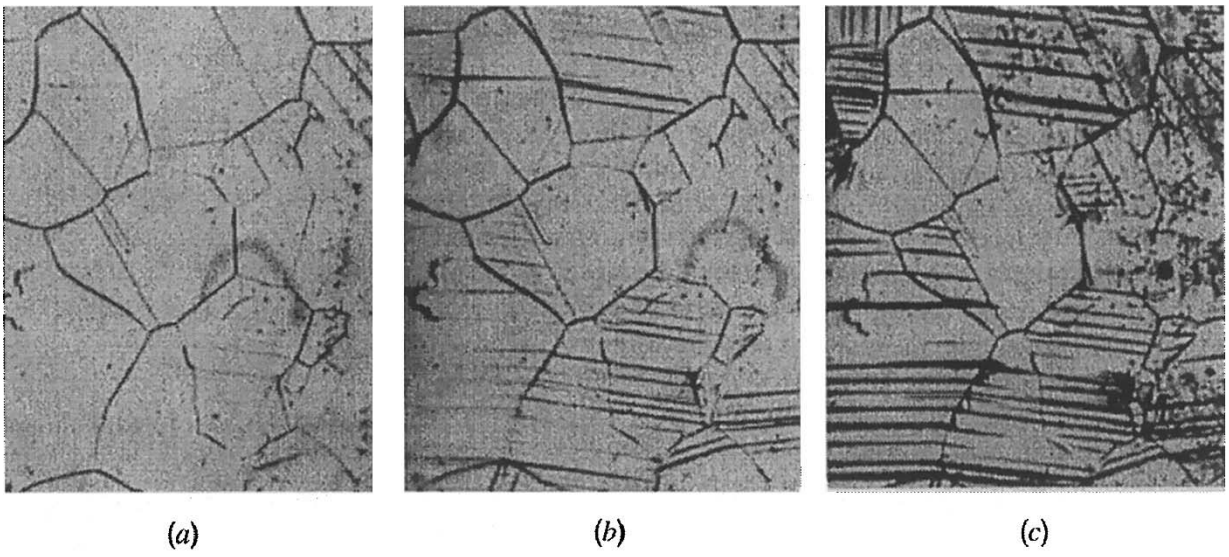
2. Zamor

2.1. Problematika zamornog loma

Uzroci loma konstrukcija ili strojnih dijelova mogu se podijeliti u dvije skupine. Prva skupina uključuje slučajeve kada naprezanja u materijalu dosegnu vrijednost vlačne čvrstoće; dolazi do potpunog loma materijala uz značajnu prethodnu plastičnu deformaciju. Takvi se lomovi najčešće mogu vidjeti prilikom laboratorijskih ispitivanja mehaničkih svojstava materijala, npr. *statičko vlačno ispitivanje*. Druga skupina obuhvaća slučajeve kada materijal puca nakon izvjesnog vremena provedenog u eksploataciji. Moglo bi se reći da se materijal „umorio“, stoga se ta pojava naziva *zamorni lom*.

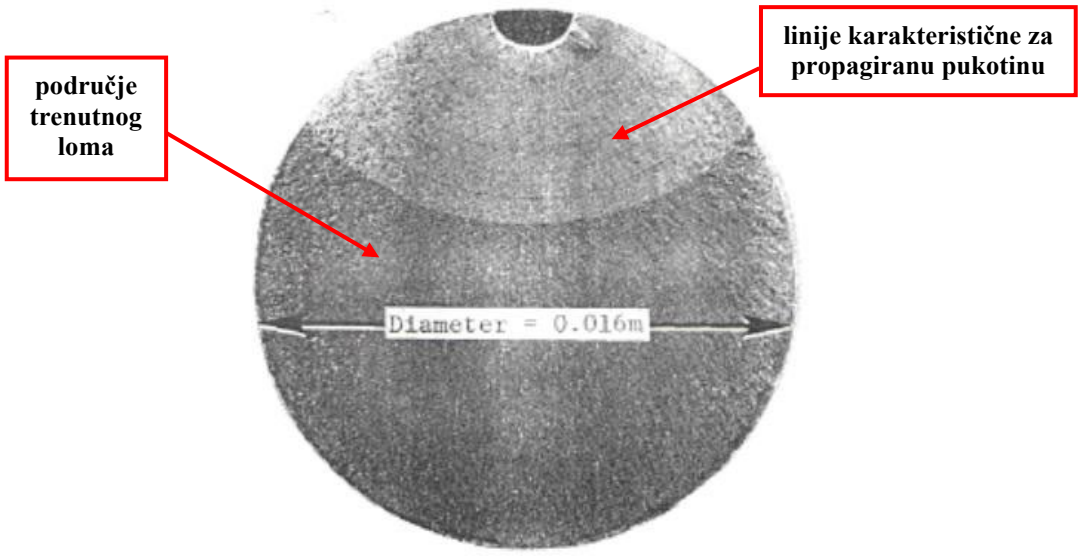
Zamor materijala pojava je koja se javlja kod strojnih dijelova i konstrukcija podvrgnutih dugotrajnom, vremenski promjenjivom opterećenju (tzv. dinamičko opterećenje). Lomovi uslijed zamora materijala mogu se dogoditi kada su naprezanja puno manja od vlačne čvrstoće materijala, a koja bi materijal pri takvom statičkom opterećenju trebao moći izdržati.

Uzrok pojave zamora veže se uz mikrostrukturu materijala, tj. kristalnu rešetku [3] (str. 44). Diskontinuiteti unutar kristalne rešetke, kao dislokacije ili granice kristalnih zrna, mjesta su nejednolike raspodjele deformacija i naprezanja. Tu se pojavljuju prve mikropukotine koje započinju proces pojave loma (Slika 1.).



Slika 1. Propagacija mikropukotine preko kristalnih zrna [3]

Stalnom promjenom opterećenja pukotina se širi (propagira). Kada pukotina toliko naraste da nosivi presjek strojnog dijela više ne može nositi nazivno opterećenje dolazi do trenutnog loma strojnog dijela (Slika 2.).

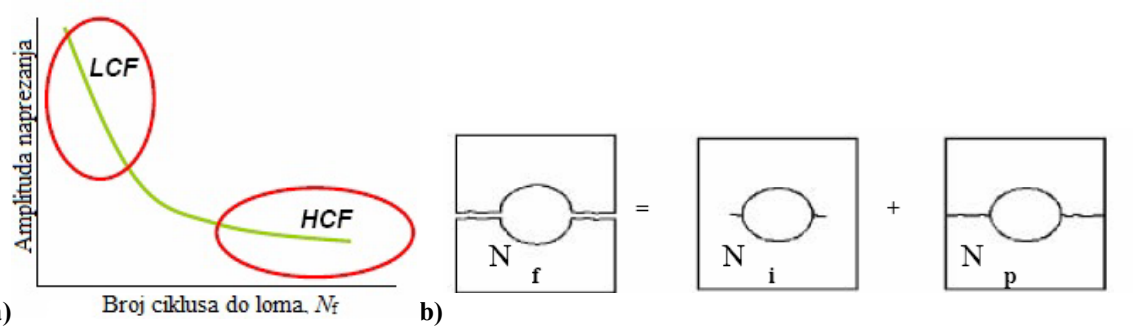


Slika 2. Poprečni presjek strojnog dijela nakon zamornog loma [6]

Kvaliteta obrade površine dinamički opterećenih strojnih dijelova (npr. vratila) može znatno utjecati na brzinu propagacije mikropukotina.

S obzirom na trenutak nastupanja zamornog loma razlikuju se *visokociklički zamor* (engl. *high-cycle fatigue*) i *niskociklički zamor* (engl. *low-cycle fatigue*) [7] (str. 4), [1] (str. 3).

- **Visokociklički zamor:**
  - lom nastupa nakon velikog broja ciklusa opterećenja ($N_f > 10^5$),
  - naprezanja i deformacije su u elastičnom području,
  - koristi se *S-N* krivulja (Wöhler, 1860.) → ***S-N* metoda**.
- **Niskociklički zamor:**
  - lom nastupa nakon $10^2 – 10^5$ ciklusa,
  - naprezanja i deformacije su u elastoplastičnom području,
  - računa se broj ciklusa do iniciranja pukotine (N_i) → ***ε-N* metoda**,
  - računa se broj ciklusa rasta pukotine do kritične duljine (N_p) → **d*a*/d*N***,
  - računa se broj ciklusa do loma: $N_f = N_i + N_p$.



Slika 3. a) prikaz visokocikličkog i niskocikličkog zamora, b) prikaz iniciranja i propagacije pukotine [7]

Sljedeće su navedene veličine određene u statičkom vlačnom ispitivanju koje se koriste u analizi zamora prema [3] (str. 94), [1] (str. 4) i [7] (str. 5). Prema navedenoj literaturi razlikuju se tzv. *inženjerska* naprezanja i deformacije te *stvarna* naprezanja i deformacije.

Inženjersko naprezanje:

$$S = \frac{F}{A_0}. \tag{2.1}$$

Stvarno naprezanje:

$$\sigma = \frac{F}{A}. \tag{2.2}$$

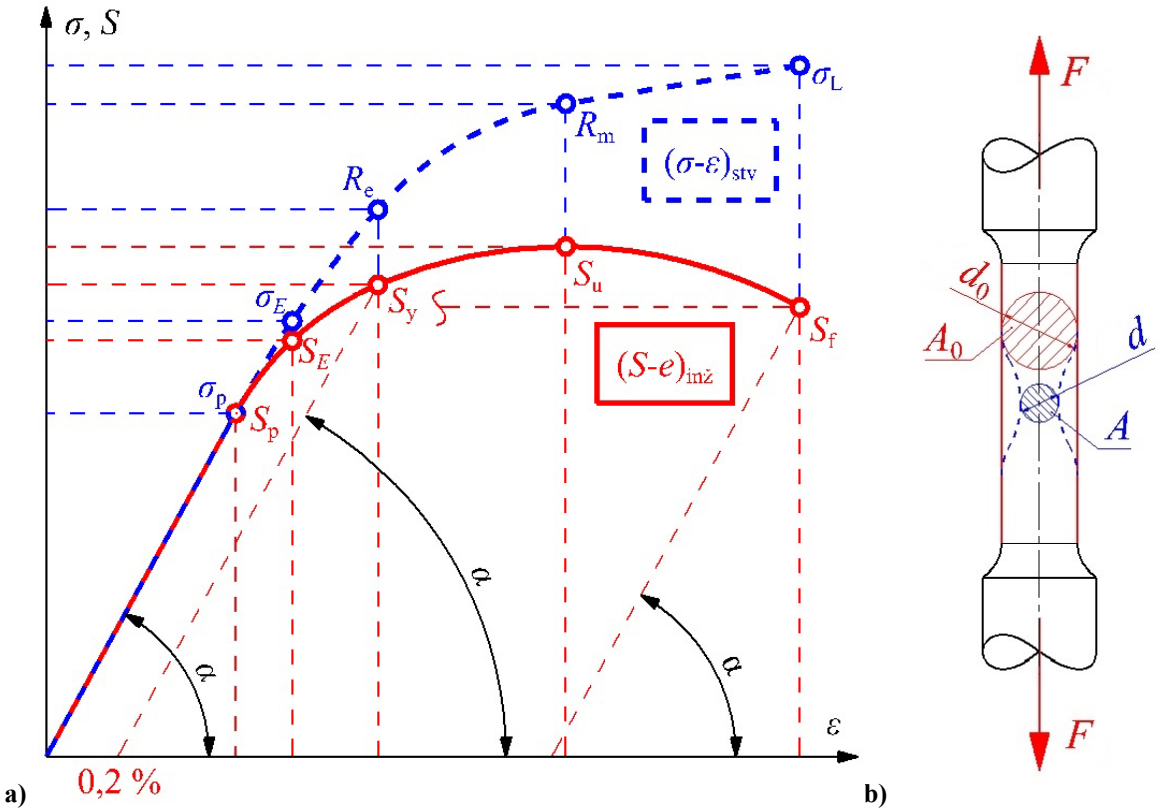
Inženjerska deformacija:

$$e = \frac{l - l_0}{l_0}. \tag{2.3}$$

Stvarna deformacija:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^{l} \frac{\mathrm{d}l}{l} = \ln \frac{l}{l_0}. \tag{2.4}$$

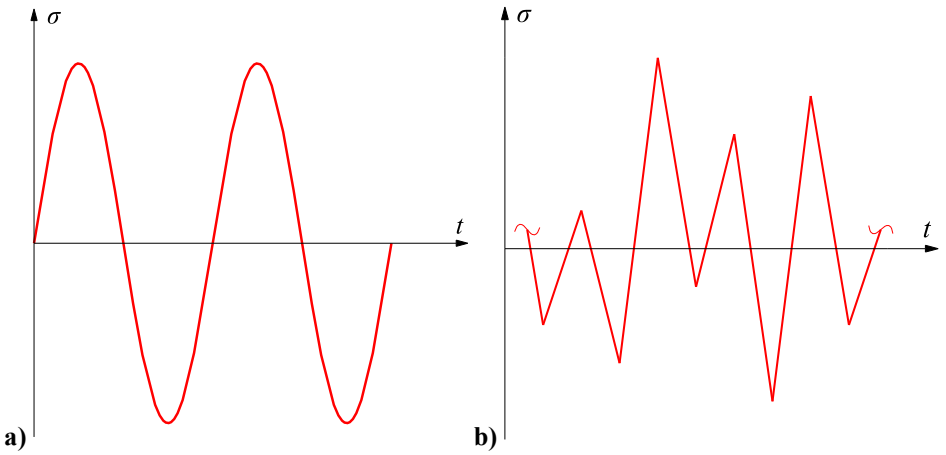
U izrazu (2.1) A_0 predstavlja površinu početnog poprečnog presjeka, a u (2.2) A površinu poprečnog presjeka u bilo kojem trenutku. Inženjerska naprezanja i deformacije su pojednostavljena te ne uzimaju u obzir suženje (kontrakciju) presjeka A (Slika 4.b).



Slika 4. Statički vlačni pokus: a) *σ, S-e* dijagram, b) korelacija A_0/A sa uzorkom (prilagođeno iz [1])

Slika 4. prikazuje razlike između inženjerskih i stvarnih naprezanja i deformacija. Pretpostavka da se površina poprečnog presjeka ne mijenja tijekom opterećenja i da je cijelo vrijeme jednaka A_0 olakšava korištenje izraza za izračun naprezanja.

Kada se govori o dinamičkom opterećenju razlikuju se dva opća slučaja: harmonijsko cikličko dinamičko opterećenje i dinamičko opterećenje promjenjivih amplituda. Harmonijsko cikličko opterećenje najjednostavniji je oblik periodičnog opterećenja. Funkcija opterećenja, deformacije ili naprezanja u vremenu ima oblik sinusne funkcije koja je u realnim situacijama vrlo rijetka i idealizirana je, ali se koristi u eksperimentalnim ispitivanjima (Slika 5.a).



Slika 5. Dinamičko opterećenje: a) harmonijsko, b) nepravilne amplitude [1]

Dinamičko opterećenje promjenjivih (nepravilnih) amplituda stohastički je signal opterećenja u vremenu (Slika 5.b).

Za slučaj harmonijskog cikličkog opterećenja mogu se definirati veličine koje su potrebne za definiranje sinusne funkcije opterećenja ili naprezanja te za proračun zamora (Slika 6.).

Raspon naprezanja jednak je dvostrukoj amplitudi ili razlici najvećeg i najmanjeg naprezanja:

$$\sigma_{\mathrm{r}} \equiv \Delta\sigma = \left|\sigma_{\max} - \sigma_{\min}\right| = 2 \cdot \sigma_{\mathrm{a}} . \tag{2.5}$$

Amplituda naprezanja jednaka je polovici raspona naprezanja:

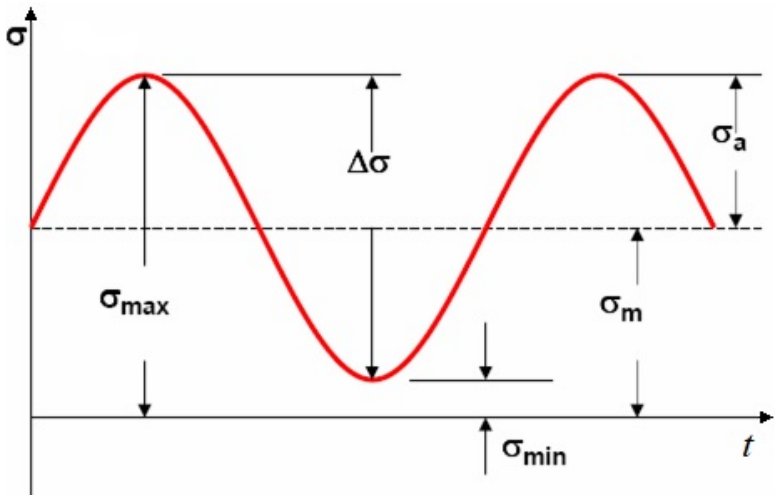
$$\sigma_{\mathrm{a}} = \left|\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}\right| = \frac{\sigma_{\mathrm{r}}}{2} . \tag{2.6}$$

Srednje naprezanje jednako je srednjoj vrijednosti između najvećeg i najmanjeg naprezanja:

$$\sigma_{\mathrm{m}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} . \tag{2.7}$$

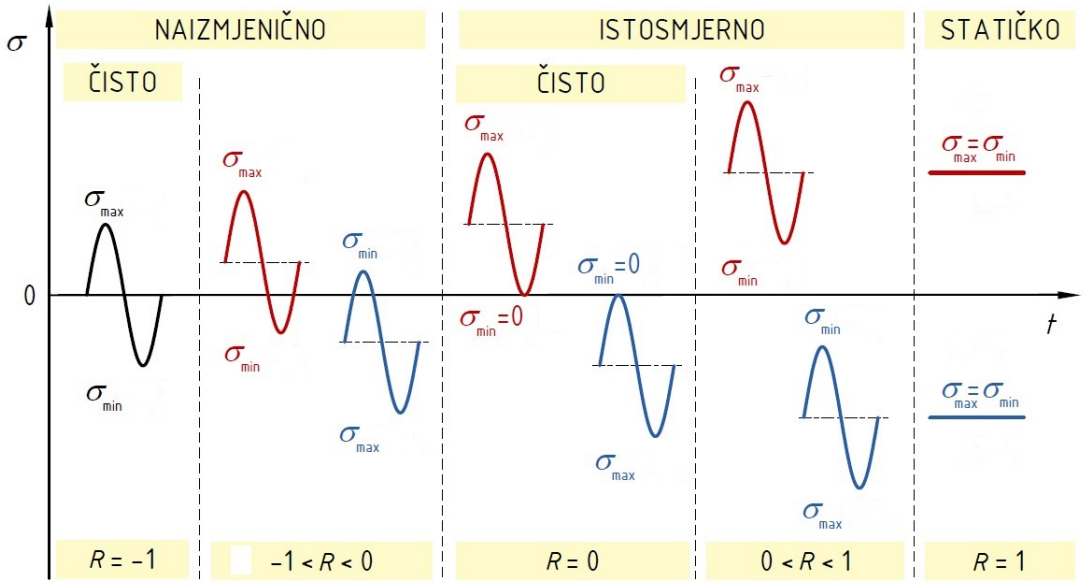
Omjer naprezanja jednak je omjeru najmanjeg i najvećeg naprezanja:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} . \tag{2.8}$$



Slika 6. Harmonijsko cikličko naprezanje [7]

Slika 7. prikazuje različite slučajeve harmonijskog cikličkog naprezanja ovisne o vrijednosti omjera naprezanja R koja može biti između – 1 i 1. Slučaj $R = -1$ naziva se *čisto naizmjenično naprezanje* ili *čisti naizmjenični ciklus* (engl. *fully reversed load* [1] (str. 6)) te je najjednostavniji oblik promjenjivog, dinamičkog opterećenja. Čisti naizmjenični ciklus obuhvaća i vlačno i tlačno područje s jednakim apsolutnim vrijednostima.



Slika 7. Slučajevi harmonijskog cikličkog naprezanja ovisni o omjeru naprezanja (prilagođeno iz [8])

Gornji izrazi i dijagrami prikazani su za stvarno naprezanje σ, no ekvivalentni izrazi vrijede i za inženjersko naprezanje S koje se koristi u ovome radu. Stoga se od sada u izrazima (2.5), (2.6), (2.7) i (2.8) koristi oznaka S umjesto σ.

2.2. *S-N* metoda

S-N metoda proračuna temelji se na procjeni životnog vijeka trajanja strojnog dijela ili konstrukcije u ovisnosti o amplitudi/rasponu naprezanja kojem je konstrukcija podvrgnuta. Osnova *S-N* metode je Wöhlerov ili *S-N* dijagram nastao iz rezultata brojnih ispitivanja na uređajima koji se zovu umaralice [3] (str. 62). U dijagram su unesene vrijednosti broja ciklusa do loma uzorka pri određenoj amplitudi naprezanja. Jednadžba krivulje koja prolazi kroz te točke i aproksimira prosječnu vrijednost glasi:

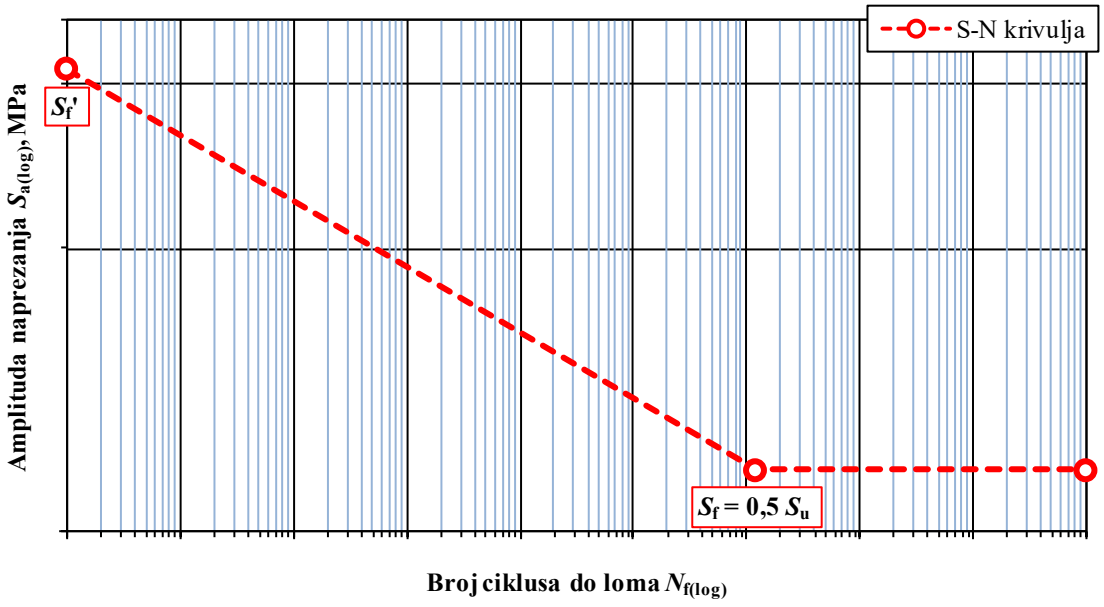
$$S_a = S_f' \cdot \left(N_f\right)^b, \tag{2.9}$$

gdje je S'_f koeficijent zamorne čvrstoće, a b eksponent zamorne čvrstoće. Iz ovog analitičkog izraza može se odrediti broj ciklusa do loma (N_f) u ovisnosti o amplitudi naprezanja (S_a) [7].

Slika 8. prikazuje *S-N* krivulju u dvostrukom logaritamskom mjerilu. Prema [1] (str. 6) i [3] (str. 73) *S-N* krivulja se na vrijednosti amplitude od pola vlačne čvrstoće zaustavlja i nastavlja kao horizontalni pravac koji predstavlja *trajnu dinamičku čvrstoću* ili *trajnu zamornu čvrstoću*. Ta je vrijednost određena iskustveno, a ispod nje čelični materijali niske i srednje čvrstoće ne bi nikada trebali doživjeti lom.

Izraz za iskustvenu vrijednost trajne dinamičke čvrstoće prema [1] (str. 6) glasi:

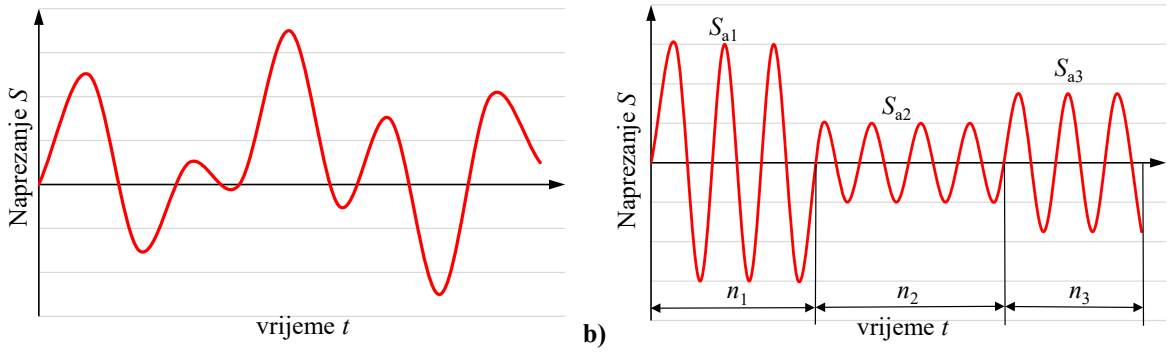
$$S_f \approx 0,5 \cdot S_u \,. \tag{2.10}$$



Slika 8. *S-N* krivulja za čelični materijal [1]

U slučaju kada opterećenje nije harmonijsko cikličko nego stohastičko, korištenje *S-N* krivulje nije dovoljno. *S-N* krivulja daje broj ciklusa do loma za određeni harmonijski ciklus konstantne amplitude naprezanja. Povijest naprezanja, tj. signal naprezanja u vremenu (engl. *load-time history* [2]) potrebno je stoga razvrstati u skupine ciklusa jednakih konstantnih amplituda. Time se dobiva pojednostavljena povijest naprezanja prikladna za procjenu zamora (Slika 9.).

Taj problem „razbijanja“ složene povijesti naprezanja na jednostavnije cikluse konstantnih amplituda rješava se pomoću približnih metoda razvijenih za brojanje ciklusa koje su detaljnije opisane u poglavlju 3.



Slika 9. Povijest naprezanja: a) s promjenjivom amplitudom, b) s razvrstanim ciklusima konst. amplituda

Promatranjem recipročne vrijednosti broja ciklusa do loma (N_{fi}) uočava se da ona predstavlja nakupljeno (kumulirano) oštećenje u materijalu uzrokovano jednim (n_i = 1) ciklusom naprezanja konstantne amplitude S_{ai}. Kumulirano oštećenje uslijed dinamičkog opterećenja s promjenjivom amplitudom određuje se Palmgren-Minerovim pravilom koje glasi:

$$D_{\text{uk}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N_{\text{fi}}} = \frac{n_1}{N_{\text{f1}}} + \frac{n_2}{N_{\text{f2}}} \ldots + \frac{n_n}{N_{\text{fn}}}, \tag{2.11}$$

gdje je n_i broj ciklusa naprezanja konstantne amplitude S_{ai} kojemu je podvrgnut materijal, a N_{fi} broj ciklusa do loma pri istoj konstantnoj amplitudi S_{ai}. Jednadžba predstavlja zbroj nakupljenog oštećenja uzrokovanog zasebnim ciklusima pripadnih amplituda naprezanja. Prijeđe li vrijednost kumuliranog oštećenja (D_{uk}) broj 1 (100%), u materijalu će nastupiti lom. Pribrojnici iz jednadžbe (2.11) pokazuju koliki udio u ukupnom kumuliranom oštećenju nosi određeni raspon/amplituda naprezanja. Veći broj ciklusa (n_i) i veća amplituda naprezanja (S_{ai}) uzrokuju veće oštećenje (iz *S-N* krivulje je poznato da veći rasponi/amplitude naprezanja rezultiraju manjim brojem ciklusa do loma N_{fi}).

Do sada je razmatran samo slučaj čistog naizmjeničnog harmonijskog ciklusa naprezanja (engl. *fully reversed cycle*) jer je on i najjednostavniji za analizu. U slučajevima kada omjer naprezanja R poprima vrijednosti između – 1 i 1 (Slika 7.) srednje naprezanje S_{m} više nije jednako nuli. Ono može biti vlačno ili tlačno, a njegov utjecaj na zamor je značajan. Općenito gledajući, vlačno srednje naprezanje djeluje tako da „otvara“ pukotinu, dok tlačno drži pukotinu „zatvorenom“, stoga pukotina sporije propagira. Drugim riječima, vlačno srednje naprezanje ubrzava pojavu zamora, a tlačno usporava/odgađa pojavu zamora [6] (str. 10.).

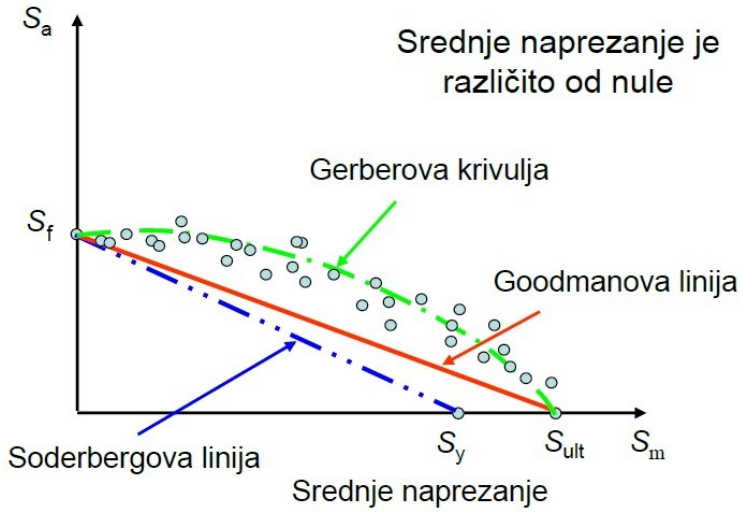
Analitički izrazi koji korigiraju proračun te uzimaju u obzir utjecaj srednjeg naprezanja prema [1] (str. 8) glase:

Goodman:
$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_u} = 1, \tag{2.12}$$

Gerber:
$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \left(\frac{S_m}{S_u}\right)^2 = 1, \tag{2.13}$$

Soderberg:
$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_y} = 1. \tag{2.14}$$

Sva tri korekcijska izraza prikazana su kao krivulje u donjem dijagramu (Slika 10.), a površina omeđena koordinatnim osima i trima krivuljama predstavlja područje u kojemu materijal nikada neće doživjeti zamorni lom. Iz toga se da zaključiti da je Soderbergova relacija najkonzervativnija, a Gerberova najliberalnija.



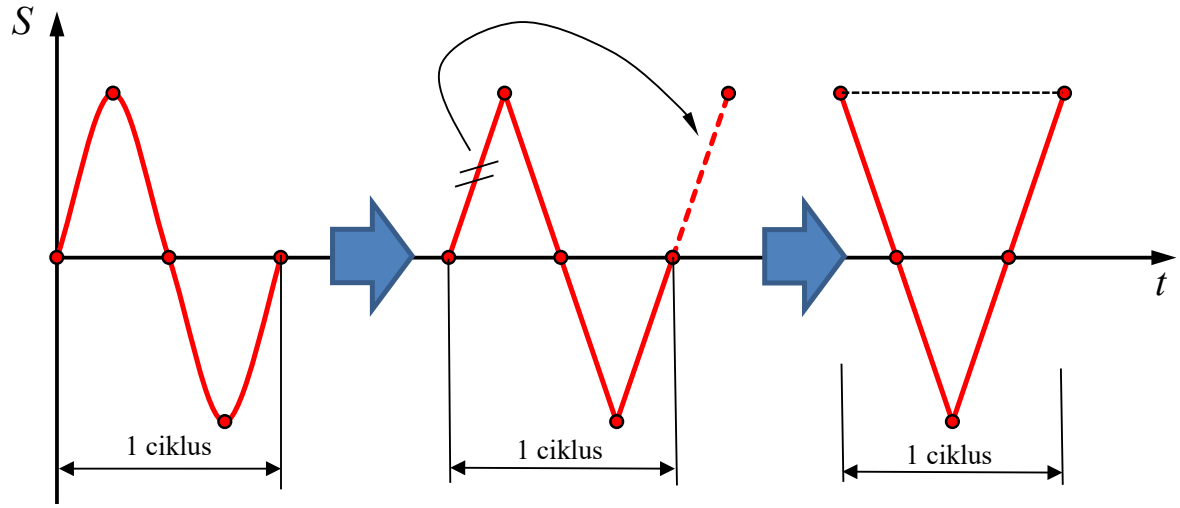
Slika 10. Krivulje utjecaja srednjeg naprezanja [7]

Radi jednostavnosti, u ovome se radu utjecaj srednjeg naprezanja zanemaruje.

3. Metode brojanja ciklusa

U prethodnom poglavlju obrađen je problem zamornog loma, njegovi uzroci, podjela na visokociklički i niskociklički zamor te su objašnjene osnove analize zamora. Određivanje životnog vijeka trajanja strojnog dijela/konstrukcije opterećenog periodičnim dinamičkim opterećenjem konstantne amplitude jednostavan je postupak koji koristi samo *S-N* (Wöhlerovu) krivulju. Određivanje životnog vijeka trajanja kada opterećenje tijekom vremena mijenja svoju amplitudu postaje znatno složeniji postupak. U tom slučaju više nije jednostavno odrediti broj ciklusa opterećenja (n_i), niti pripadne amplitude (S_{ai}) i srednja naprezanja (S_{mi}) tih ciklusa. ASTM norma [2] nudi nekolicinu metoda kojima se sažima (često duga) složena povijest naprezanja dajući podatak koliko se puta pojavio ciklus određenog raspona naprezanja i određenog srednjeg naprezanja.

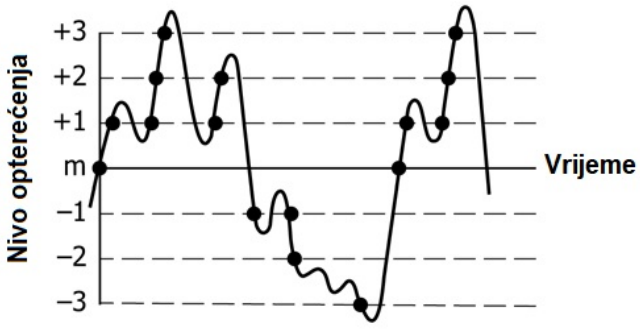
Povijest naprezanja može biti opisana bilo kojom matematičkom krivuljom, no za analizu toga signala nije potrebno znati funkciju koja opisuje tu krivulju, nego samo njezine lokalne ekstreme, tj. *vrhove* i *udoline* (engl. *peak*/*valley* [2]). Vrhove i udoline spajamo pravcima pa se dobiva „cik – cak“ krivulja (Slika 11.) na kojoj se vrši analiza signala (povijesti naprezanja).



Slika 11. Prikaz pojednostavljenja sinusoide u pravce i “zatvorenog” trokuta kao cijelog ciklusa

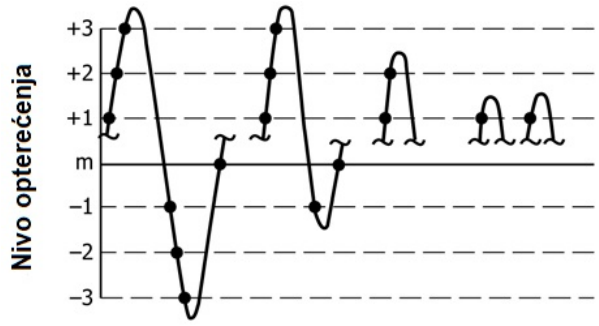
3.1. Brojanje prelaska nivoa (engl. *Level-Crossing Counting*)

Slika 12. prikazuje primjer brojanja ciklusa metodom prelaska nivoa. Na početku se odabere referentna vrijednost opterećenja te se povijest opterećenja podijeli u razine/nivoe po visini. Svaki put kada rastući dio krivulje prijeđe određenu razinu/nivo iznad referentne vrijednosti opterećenja (označena s „m“) ili kada padajući dio krivulje prijeđe određenu razinu/nivo ispod referentne vrijednosti opterećenja, bilježi se „ponavljanje“, tj. prelazak određene razine/nivoa opterećenja. Prelazak referentnog nivoa („m“) ubraja se isključivo onda kada rastući dio krivulje prijeđe preko njega.



Nivo	Broj ponavljanja
+3	2
+2	3
+1	5
0	2
−1	2
−2	1
−3	1

a) Brojanje prelaska nivoa



Raspon (nivo)	Broj ciklusa
7	1
6	0
5	1
4	0
3	0
2	1
1	2

b) Ciklusi izvedeni iz a)

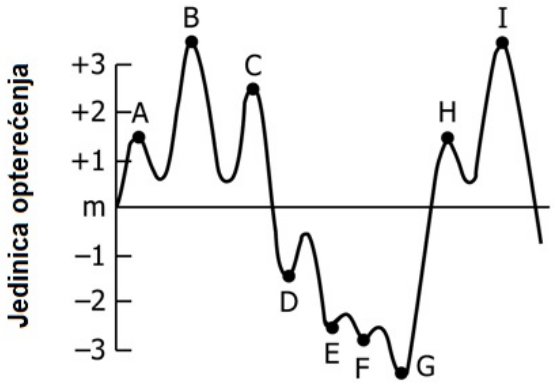
Slika 12. Primjer brojanja prelaska nivoa (prilagođeno iz [2])

Razvrstavanje ciklusa vrši se postavljanjem najprije najrazornijeg ciklusa[1], a zatim i ostalih ciklusa poredanih prema veličini raspona, od najvećeg prema najmanjem. Pretpostavka je da se točke lokalnih ekstrema nalaze između susjednih nivoa. Tablica na Slici 12. b) prikazuje broj ciklusa određenih raspona. Na slici su ciklusi poredani prema veličini raspona, ali sama metoda ne uzima u obzir kronološki redoslijed pojavljivanja određenog ciklusa što ima značajnu ulogu u analizi zamora [3] (str. 289).

[1] Najrazorniji (najdestruktivniji) ciklus je ciklus s najvećim rasponom naprezanja S_r.

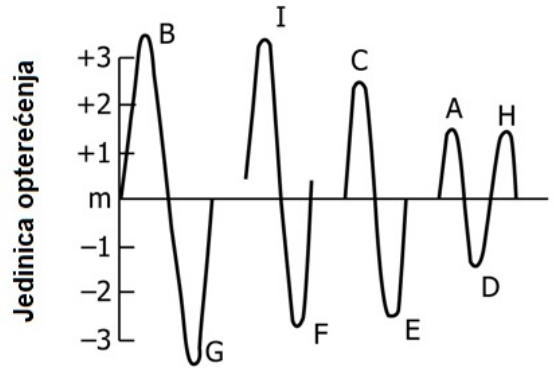
3.2. Brojanje vrhova (engl. *Peak Counting*)

U ovoj metodi prvo se odabire referentna vrijednost opterećenja. Bilježe se vrhovi iznad referentne vrijednosti opterećenja te udoline („negativni“ vrhovi) ispod referentne razine opterećenja (Slika 13.a). Najrazorniji ciklus zapravo je ciklus najvećeg raspona, a dobiven je pomoću najvišeg vrha i najniže udoline. Nakon njega je sljedeći prema veličini raspona i tako do najmanjeg raspona (Slika 13.b). Slično prethodnoj metodi brojanja prelaska nivoa, ni metoda brojanja vrhova ne uzima u obzir u kojem se trenutku dogodio koji ciklus. Varijacija ove metode je brojanje svih vrhova i udolina neovisno o referentnoj razini opterećenja. Postoji još jedna varijanta metode koja eliminira cikluse malih amplituda i umjesto brojanja svih vrhova i udolina bilježi samo najviši vrh ili najnižu udolinu između dva susjedna prelaska referentnog nivoa [3] (str. 290).



Vrh	Broj ponavljanja
+3.5	2
+2.5	1
+1.5	2
−1.5	1
−2.5	1
−2.7	1
−3.5	1

a) Brojanje vrhova



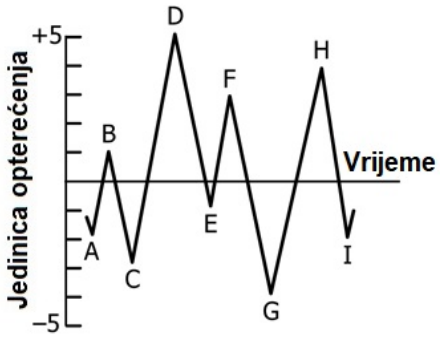
Raspon (jedinice)	Broj ciklusa
7	1
6.2	1
5	1
3	1.5

b) Ciklusi izvedeni iz a)

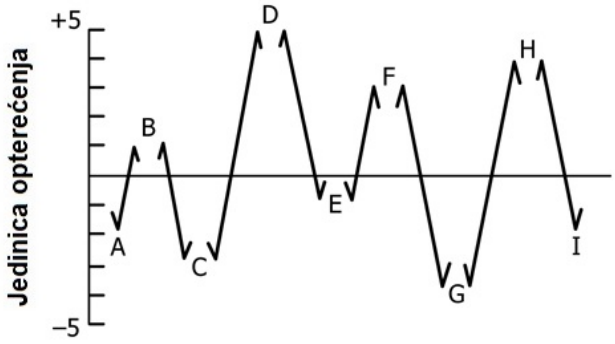
Slika 13. Primjer brojanja vrhova (prilagođeno iz [2])

3.3. Brojanje raspona (engl. *Range Counting*)

Za ovu metodu raspon se definira kao visina između susjednog vrha i udoline. Raspon je pozitivan na rastućem dijelu krivulje, a negativan na padajućem dijelu krivulje. Svaki raspon, bio pozitivan ili negativan, broji se kao pola ciklusa. Tablica na Slici 14. prikazuje polu-cikluse raspodijeljene prema veličini raspona. Varijacija ove metode uzima u obzir i utjecaj srednjeg naprezanja te je svakom polu-ciklusu dodijeljena njegova srednja vrijednost [2] (str. 3), [5] (str. 80).



Raspon (jedinice)	Broj ciklusa	Događaj
10	0	
9	0	
8	1.0	C-D, G-H
7	0.5	F-G
6	1.0	D-E, H-I
5	0	
4	1.0	B-C, E-F
3	0.5	A-B
2	0	
1	0	

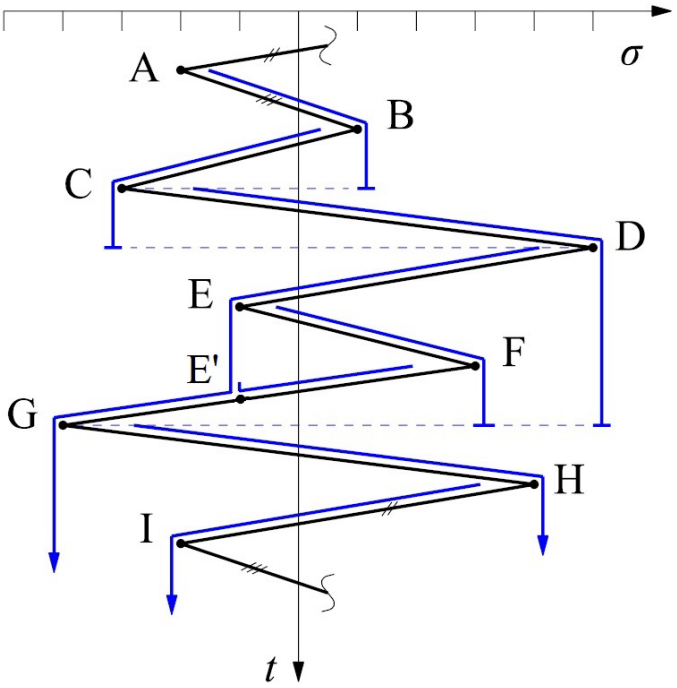


Slika 14. Primjer brojanja raspona (prilagođeno iz [2])

3.4. Brojanje raspona toka kiše (engl. *Rainflow Range Counting*)

Do sad navedene metode pripadaju skupini jednoparametarskih metoda brojanja ciklusa. Metoda toka kiše (*Rainflow* metoda) jest metoda dvoparametarskog brojanja ciklusa koja uzima u obzir i srednja naprezanja [2] (str. 4), [5] (str. 82). *Rainflow* metodu brojanja ciklusa razvili su Matsuishi i Endo 1968. godine [5] (str. 84).

Na početku se dijagram povijesti opterećenja/naprezanja rotira za 90° u smjeru kazaljke na satu tako da vremenska os bude okrenuta prema dolje te se pusti zamišljeni tok vode, počevši od točke A (Slika 15.).



Slika 15. Primjer *Rainflow* metode (prilagođeno iz [1])

Točke označene slovima od A do I predstavljaju lokalne ekstreme signala, tj. vrhove i udoline. Zamišljeni tok vode teče iz svake od tih točaka (kao i iz točke A). „Tečenje“ vode odvija se prema sljedećim pravilima [1] (str. 17):

- voda teče odozgor prema dolje (gravitacija),
- voda teče najprije iz točke A (točka I je zadnja po redu),
- tok vode iz sljedećeg ekstrema započinje tek kada tok vode iz prethodnog ekstrema završi (npr. točka B je na redu prije točke C),

- voda teče sve dok: **(1)** ne *prođe* pored većeg ili jednakog maksimuma ili minimuma od onog sa kojeg je krenula (točke A, B, C i E), **(2)** ne *ispadne* (točke D, G i H), **(3)** ne *naiđe* na prethodni mlaz (točka F),
- zatvorene krivulje (one koje su naišle na prethodni mlaz – spojnica E-F-E') tvore pune/cijele cikluse (Slika 15.),
- krivulje koje se nisu zatvorile (spojnice A-B, B-C, C-D, D-G, G-H i H-I) tvore polu-cikluse (engl. *one-half cycle* [2]) (Slika 15.).

Radi lakšeg razumijevanja, postupak je proveden na konkretnom signalu iz ASTM norme E1049-85 [2], (Slika 15. prikazuje upravo taj signal).

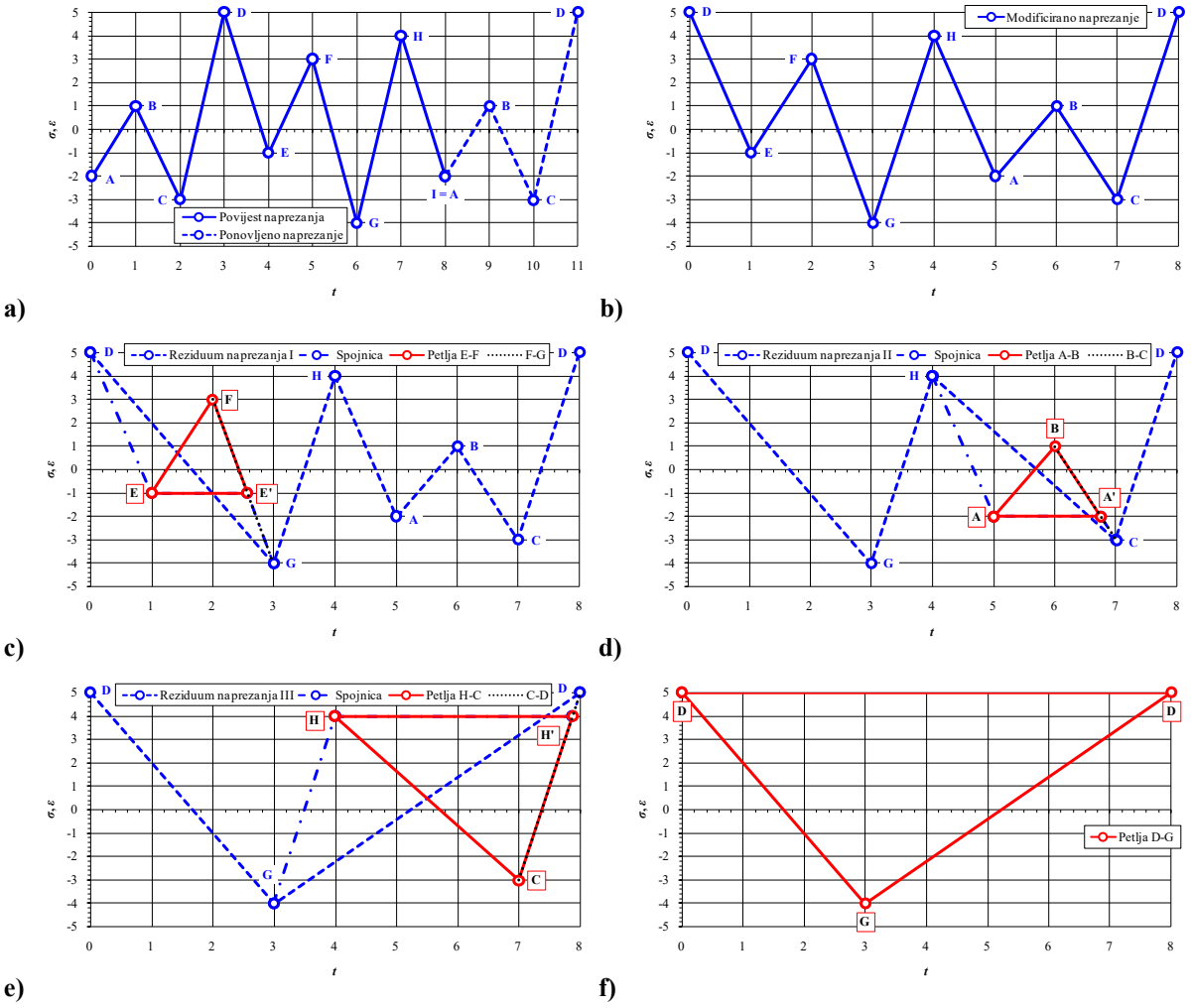
1) Voda teče od A do B, uspoređuju se amplituda do A s amplitudom do C, $|C| \geq |A|$, tok vode se zaustavlja u razini točke C, $|A\text{-}B| \equiv ½$ ciklusa, točka A se briše.
2) Voda teče od B do C, $|D| \geq |B|$, tok vode se zaustavlja u razini točke D, $|B\text{-}C| \equiv ½$ ciklusa, točka B se briše.
3) Voda teče od C do D, ~~$|E| \geq |C|$,~~ $|G| \geq |C|$, tok vode se zaustavlja u razini točke G, $|C\text{-}D| \equiv ½$ ciklusa, točka C se briše.
4) Voda teče od D do E, ~~$|F| \geq |D|$,~~ (voda teče dalje), ~~$|H| \geq |D|$,~~ voda istječe do kraja.
5) Voda teče od E do F, $|G| \geq |E|$, tok vode se zaustavlja u razini točke G.
6) Voda teče od F do E', zatvara se trokut E-F-E', $|E\text{-}F| \equiv ½$ ciklusa, $|F\text{-}E'| \equiv ½$ ciklusa, $|E\text{-}F\text{-}E'| \equiv 1$ ciklus, točke E i F se brišu.
7) Voda teče od G do H, voda istječe do kraja, voda teče od H do I, voda istječe do kraja.
8) $|D\text{-}G| \equiv ½$ ciklusa, $|G\text{-}H| \equiv ½$ ciklusa, $|H\text{-}I| \equiv ½$ ciklusa.

„Ručna“ provedba *Rainflow* metode može biti jednostavna za kratke povijesti naprezanja, no za kompleksnije i dulje signale pogodnija je primjena računala. Algoritam za provedbu *Rainflow* metode, namijenjen programiranju, može se naći u ASTM normi E1049-85 [2].

3.4.1. Brojanje ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja (engl. Simplified Rainflow Counting for Repeating Histories)

Metoda brojanja ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja naziva se i metodom triju uzastopnih točaka te pojednostavljenom *Rainflow* metodom [1].

Za *ponavljajući* ciklus (povijest naprezanja) se pretpostavlja da predstavlja period nekog duljeg signala, tj. da se ponavlja u vremenu. U praksi je često da se ciklusi, koliko god bili kompleksni, ponavljaju (u beskonačnom vremenu) [1] (str. 21). Ovdje se na povijesti naprezanja radi mala preinaka signala – pronalazi se najviši vrh ili najniža udolina (globalni ekstrem) te se prethodni vrhovi i udoline prebacuju na kraj signala (Slika 16.a).



Slika 16. Primjer pojednostavljene *Rainflow* metode [1]

Time su početna i krajnja vrijednost povijesti naprezanja ujedno i globalni ekstremi (Slika 16.b). Zatvoreni trokuti predstavljaju cijele cikluse (Slika 11). Po redu se označavaju točke

koje čine zatvorene trokute (E-F-E', A-B-A', H-C-H' i D-G-D), brišu se te se broje kao cijeli ciklusi (Slika 16. c, d, e, f). Zadnji zatvoreni ciklus (D-G-D) ujedno ima i najveći raspon.

Vidi se da brojanje takvog ponavljajućeg ciklusa/signala daje samo cijele cikluse, ne i polu-cikluse. Algoritam za provedbu *Simplified Rainflow* metode, namijenjen programiranju, također se može naći u [2].

3.4.2. Brojanje polu-ciklusa pri procjeni zamora (engl. Residual Counting)

U odlomku 3.4, nakon pregleda dviju *Rainflow* metoda, može se vidjeti da su rezultati „klasične“ *Rainflow* metode cijeli ciklusi i polu-ciklusi, a rezultati *Simplified Rainflow* metode samo cijeli ciklusi. Prema [9] (str. 12) postoje tri varijante kako brojati polu-cikluse (*reziduale*) dobivene „klasičnom“ *Rainflow* metodom:

- **polu-ciklusi se zanemaruju, tj. zaokružuju na 0,**
- **polu-ciklusi se broje kao 0,5 ciklusa,**
- **polu-ciklusi se zaokružuju na puni ciklus, tj. na 1.**

Preporučena praksa je da se polu-ciklusi ostavljaju kao pola ciklusa [9] (str. 12).

Tablica 1 daje pregled kakvo se kumulirano oštećenje (D_{uk}) očekuje ovisno o (ne)zaokruživanju polu-ciklusa. Pretpostavka je da će rezultati *Simplified Rainflow* metode i *Rainflow* metode (bez zaokruživanja polu-ciklusa), osim što će biti između dva krajnja slučaja (liberalnog i konzervativnog), biti i vrlo bliskih vrijednosti.

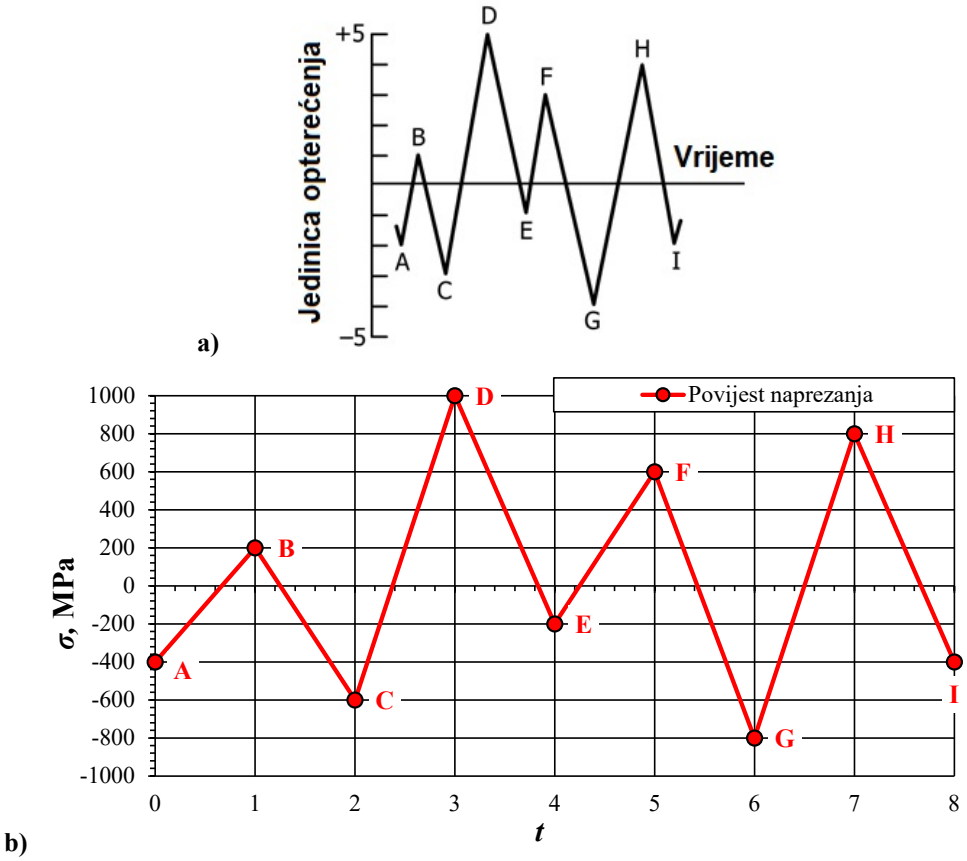
Tablica 1. Pregled varijanti brojanja polu-ciklusa

***Rainflow* metoda**			***Simplified Rainflow* metoda**
veći broj izbrojanih ciklusa (i polu-ciklusa)			manji broj ciklusa
puni ciklusi + polu-ciklusi zaokruženi na 0	puni ciklusi + polu-ciklusi	puni ciklusi + polu-ciklusi zaokruženi na 1	puni ciklusi
D_{uk} = malo	D_{uk} = srednje	D_{uk} = veliko	D_{uk} = srednje
liberalno	(sredina)	konzervativno	(sredina)

4. Proračun procjene životnog vijeka

4.1. Proračun na pokaznom primjeru (deterministički signal)

U ovom potpoglavlju prikazan je proračun zamora, tj. proračun procjene životnog vijeka za povijest naprezanja (vremenski signal naprezanja) preuzetu iz ASTM norme [2] (str. 6), (Slika 17.). Proračun je proveden koristeći *S-N* metodu proračuna zamora, a obrada signala povijesti naprezanja provedena je koristeći metodu toka kiše (*Rainflow*) te metodu triju uzastopnih točaka (*Simplified Rainflow*). Korištene su četiri varijante brojanja ciklusa navedene u odlomku 3.4.2.



Slika 17. Povijest naprezanja: a) preuzeta iz norme, b) pomnožena faktorom 200 [1], [2]

Zadatak je provesti procjenu životnog vijeka (broj ciklusa do loma) općenitog ispitnog uzorka podvrgnutog zadanoj povijesti opterećenja/naprezanja s promjenjivim amplitudama. Materijal ispitnog uzorka je čelik RQC-100 [1] (str. 15). Ukupni broj ciklusa do loma ($N_{f\,(uk)}$) predstavlja koliko će se puta ponoviti zadani signal povijesti naprezanja prije loma. Vrijednosti vrhova i udolina iz preuzete povijesti naprezanja pomnožene su s 200 kako bi se postigao fizikalni smisao dobivenih rezultata (Slika 17.b), [1] (str. 15). Vremenski razmaci između vrhova i udolina su proizvoljni te je odabran jedinični vremenski razmak.

4.1.1. Neponavljajući ciklus

Za *neponavljajući* ciklus (povijest naprezanja) se pretpostavlja da ne predstavlja period nekog duljeg signala, tj. da nije dio periodičnog signala. Za neponavljajuću povijest naprezanja koristi se postupak *Rainflow* metode te ga se može započeti od bilo kojeg vrha ili udoline. Sam postupak *Rainflow* metode na zadanoj povijesti naprezanja opisan je u potpoglavlju 3.4.

Tablica 2 prikazuje rezultate *Rainflow* metode provedene na zadanoj povijesti naprezanja. U tablici su prikazani cijeli ciklusi i polu-ciklusi, njihova srednja naprezanja i rasponi te njihove putanje. Vidi se da su većina ciklusa zapravo polu-ciklusi, a tek jedan je puni ciklus (E-F), što je vrlo čest slučaj za neponavljajuće povijesti naprezanja [1] (str. 19).

Tablica 2. Tablica ciklusa (za neponavljajuću povijest naprezanja)

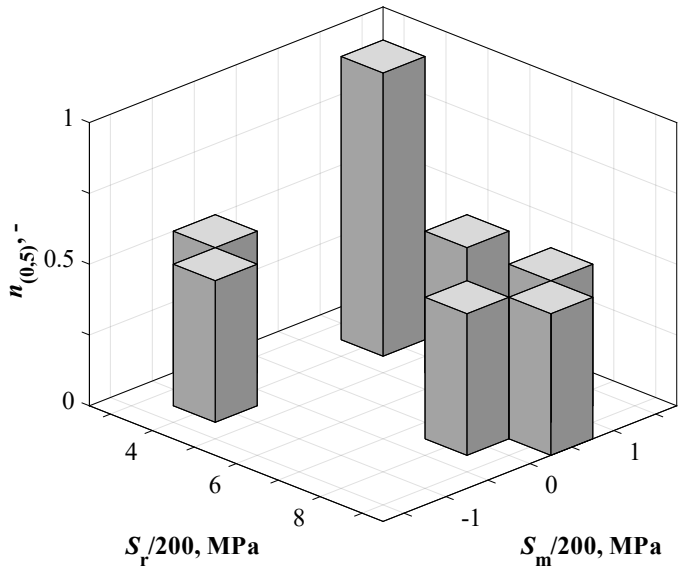
n	S_r, MPa	S_m, MPa	Putanja
0,5	600	-100	A-B
0,5	800	-200	B-C
1	800	200	E-F
0,5	1600	200	C-D
0,5	1800	100	D-G
0,5	1600	0	G-H
0,5	1200	200	H-I

Tablica 3 prikazuje matricu pomoću koje se može nacrtati trodimenzionalni (3D) *histogramski prikaz*, gore navedenih triju veličina (n, S_r, S_m).

Tablica 3. Matrica raspona S_r i srednjeg naprezanja S_m (neponavljajuća povijest naprezanja)

S_r, MPa	S_m, MPa								
	-400	-300	-200	-100	0	100	200	300	400
2000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1800	0	0	0	0	0	**0,5**	0	0	0
1600	0	0	0	0	**0,5**	0	**0,5**	0	0
1400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1200	0	0	0	0	0	0	**0,5**	0	0
1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
800	0	0	**0,5**	0	0	0	**1**	0	0
600	0	0	0	**0,5**	0	0	0	0	0
400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3D histogram (Slika 18.) zorno prikazuje raspodjelu ciklusa u odnosu na njihov raspon naprezanja i vrijednost srednjeg naprezanja, tj. prikazuje visinu stupca kao broj ciklusa, a položaj stupca kao vrijednosti raspona i srednjeg naprezanja (histogrami u poglavlju 4.2 daju još sadržajniji prikaz raspodjele).



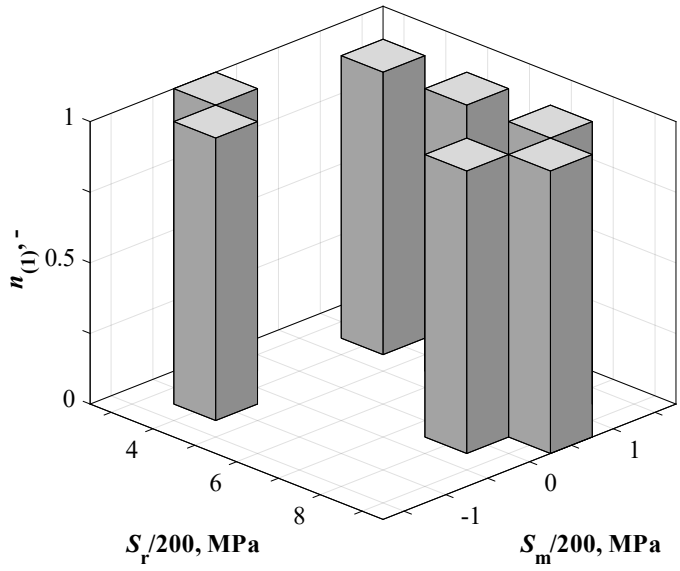
Slika 18. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za primjer iz norme

U odjeljku 3.4.2 objašnjeno je da se polu-ciklusi mogu uzimati u obzir na tri načina: **prvi**, da se broje kao puni/cijeli ciklusi; **drugi**, da se broje kao pola ciklusa, što oni i jesu; **treći**, da se uopće ne uzimaju u obzir („nula ciklusa“). Koristeći ova tri načina brojanja polu-ciklusa Tablica 2 poprima nova dva oblika (Tablica 4 i Tablica 5).

Tablica 4. Tablica ciklusa za neponavljajući ciklus (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1)

n	S_r, MPa	S_m, MPa	Putanja
~~0,5~~ 1	600	-100	A-B
~~0,5~~ 1	800	-200	B-C
1	800	200	E-F
~~0,5~~ 1	1600	200	C-D
~~0,5~~ 1	1800	100	D-G
~~0,5~~ 1	1600	0	G-H
~~0,5~~ 1	1200	200	H-I

Slika 19. prikazuje 3D histogram raspodjele broja ciklusa za varijantu zaokruživanja polu-ciklusa na puni/cijeli ciklus.

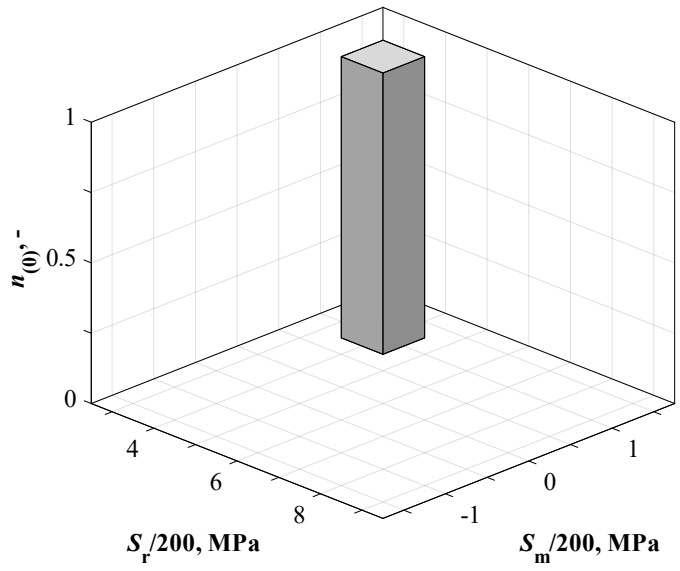


Slika 19. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1)

Tablica 5 i Slika 20. prikazuju slučaj zanemarivanja polu-ciklusa, tj. zaokruživanja na nulu.

Tablica 5. Tablica ciklusa za neponavljajući ciklus (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0)

n	S_r, MPa	S_m, MPa	Putanja
~~0,5~~ 0	600	-100	A-B
~~0,5~~ 0	800	-200	B-C
1	800	200	E-F
~~0,5~~ 0	1600	200	C-D
~~0,5~~ 0	1800	100	D-G
~~0,5~~ 0	1600	0	G-H
~~0,5~~ 0	1200	200	H-I

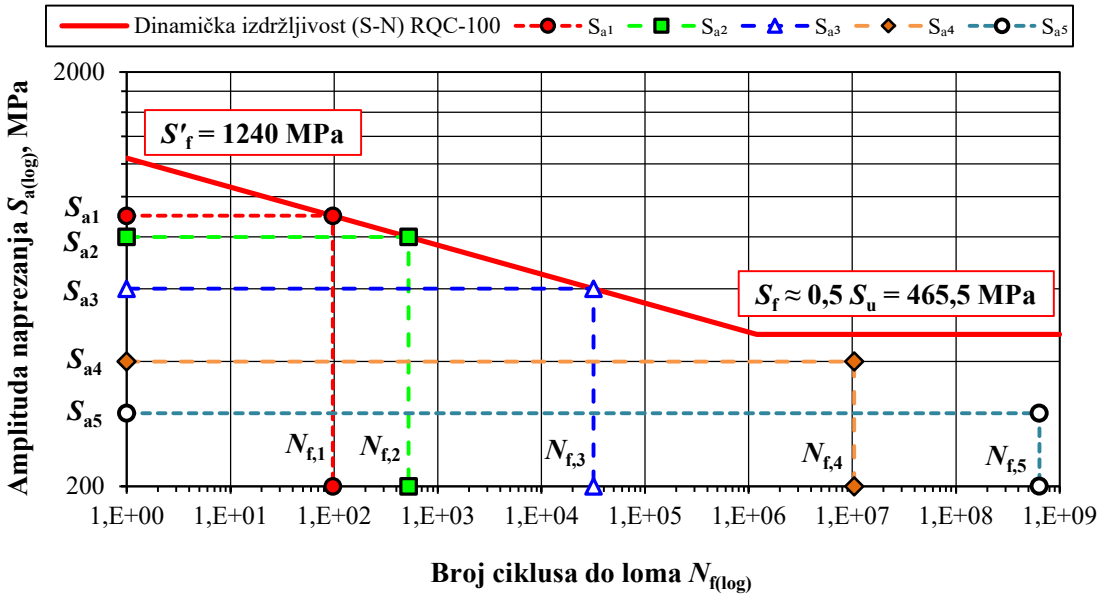


Slika 20. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0)

Nakon obrade signala povijesti naprezanja slijedi određivanje kumuliranog oštećenja pojedinog ciklusa (polu-ciklusa), ukupno kumulirano oštećenje cijelog signala povijesti naprezanja (D_{uk}) te određivanje ukupnog broja ciklusa do loma ($N_{f\,(uk)}$).

Mehanička svojstva čelika RQC-100 potrebna za analizu zamora preuzeta su iz [1] (str. 24): $\boldsymbol{S'_f = 1240\ MPa}$, $\boldsymbol{b = -0{,}07}$, $\boldsymbol{S_u = 931\ MPa}$.

Iz koeficijenta zamorne čvrstoće S'_f, eksponenta zamorne čvrstoće b i inženjerske vlačne čvrstoće S_u može se konstruirati *S-N* krivulja za čelik RQC-100 (Slika 21.).



Slika 21. Wöhlerova (*S-N*) krivulja za čelik RQC-100

Iz jednadžbe za *S-N* krivulju (2.9) dobiva se izraz za računanje broja ciklusa do loma pojedinih ciklusa/polu-ciklusa:

$$N_{fi} = \sqrt[b]{\frac{S_{ai}}{S'_f}} = \sqrt[b]{\frac{S_{ri}}{2 \cdot S'_f}}, \tag{4.1}$$

gdje je N_{fi} broj ciklusa do loma, a indeks i predstavlja pojedini ciklus/polu-ciklus s pripadnom amplitudom i srednjom vrijednosti naprezanja. Slika 21. prikazuje i grafičko određivanje broja ciklusa do loma za određenu amplitudu naprezanja S_{ai}. Vidljivo je da ciklusi s najvećom amplitudom naprezanja imaju najmanji broj N_{fi}, tj. rade najveće oštećenje u materijalu. Ciklusi S_{a4} i S_{a5} nalaze se u području trajne dinamičke čvrstoće i teoretski bi trebali imati beskonačan vijek trajanja, no originalna *S-N* krivulja opisana izrazom (2.9) ne uzima u obzir beskonačan vijek trajanja.

4.1.1.1. Brojanje polu-ciklusa kao 0,5 ciklusa

Tablica 6 prikazuje parcijalne/pojedinačne brojeve ciklusa do loma i prouzrokovano oštećenje u materijalu. Iznos ukupnog kumuliranog oštećenja jednak je sumi parcijalnih oštećenja prema (2.11), a iznos ukupnog broja povijesti naprezanja do loma jednak je $N_{\mathrm{f\,(uk)}} = 1/D_{\mathrm{uk}}$.

Tablica 6. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (bez zaokruživanja polu-ciklusa)

n_i	S_{ri}, MPa	N_{fi}	$D_i = n_i/N_{fi}$, %
0,5	600	637223617	$7{,}84654 \cdot 10^{-8}$
1,5	800	10458099	$1{,}43430 \cdot 10^{-5}$
0,5	1200	31905	0,0015671
1	1600	523,6	0,19097
0,5	1800	97,3	0,51368

Za slučaj neponavljajućeg ciklusa bez zaokruživanja polu-ciklusa vrijedi:

$$\boldsymbol{D_{\mathrm{uk}} \approx 0{,}706\%},$$

$$\boldsymbol{N_{\mathrm{f\,(uk)}} \approx 141{,}59}.$$

4.1.1.2. Brojanje polu-ciklusa kao 1 ciklus

Tablica 7 prikazuje parcijalne/pojedinačne brojeve ciklusa do loma i prouzrokovano oštećenje u materijalu. Iznos ukupnog kumuliranog oštećenja jednak je sumi parcijalnih oštećenja prema (2.11), a iznos ukupnog broja ciklusa do loma jednak je $N_{\mathrm{f\,(uk)}} = 1/D_{\mathrm{uk}}$.

Tablica 7. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1)

n_i	S_{ri}, MPa	N_{fi}	$D_i = n_i/N_{fi}$, %
1	600	637223617	$1{,}56931 \cdot 10^{-7}$
2	800	10458099	$1{,}91239 \cdot 10^{-5}$
1	1200	31905	0,0031343
2	1600	523,6	0,38195
1	1800	97,3	1,027368

Za slučaj neponavljajućeg ciklusa uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1 vrijedi:

$$\boldsymbol{D_{\mathrm{uk}} \approx 1{,}412\%},$$

$$\boldsymbol{N_{\mathrm{f\,(uk)}} \approx 70{,}8}.$$

4.1.1.3. Brojanje polu-ciklusa kao 0 ciklusa

Tablica 8 prikazuje parcijalne/pojedinačne brojeve ciklusa do loma i prouzrokovano oštećenje u materijalu. Iznos ukupnog kumuliranog oštećenja jednak je sumi parcijalnih oštećenja prema (2.11), a iznos ukupnog broja ciklusa do loma jednak je $N_{\mathrm{f\,(uk)}} = 1/D_{\mathrm{uk}}$.

Tablica 8. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i (uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0)

n_i	S_{ri}, MPa	N_{fi}	$D_i = n_i/N_{fi}$, %
0	600	637223617	0
1	800	10458099	$9{,}56197\cdot10^{-6}$
0	1200	31905	0
0	1600	523,6	0
0	1800	97,3	0

Za slučaj neponavljajućeg ciklusa uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0 vrijedi:

$$\boldsymbol{D_{\mathrm{uk}} \approx 9{,}6\cdot10^{-6}\%},$$

$$\boldsymbol{N_{\mathrm{f\,(uk)}} \approx 10\,458\,099}.$$

4.1.2. Ponavljajući ciklus

Ponavljajući ciklus već je objašnjen u odlomku 3.4.1 te je objašnjen i postupak *Simplified Rainflow* metode provedene na zadanom signalu.

Tablica 9 prikazuje rezultate *Simplified Rainflow* metode provedene na zadanoj povijesti naprezanja. Vidi se da su sada svi ciklusi puni/cijeli ciklusi te da nema polu-ciklusa.

Tablica 9. Tablica ciklusa (za ponavljajuću povijest naprezanja)

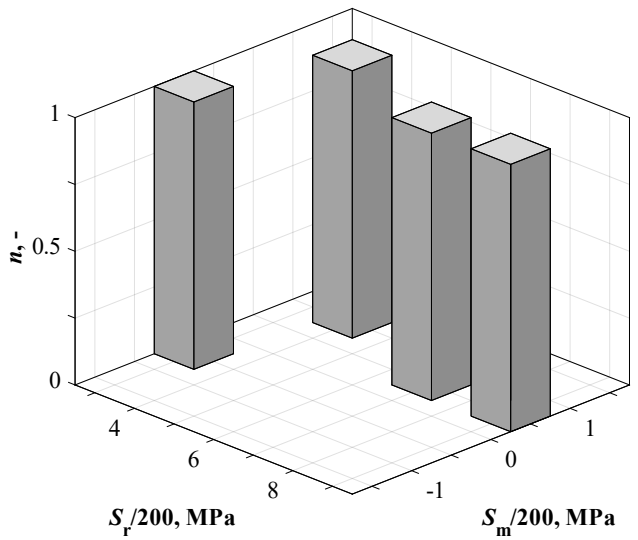
n	S_r, MPa	S_m, MPa	Putanja
1	800	200	E-F-E’
1	600	-100	A-B-A’
1	1400	100	H-C-H’
1	1800	100	D-G-D

Tablica 10 prikazuje matricu pomoću koje se može nacrtati 3D histogram gore navedenih triju veličina (n, S_r, S_m).

Tablica 10. Matrica raspona S_r i srednjeg naprezanja S_m, (ponavljajuća povijest naprezanja)

S_r, MPa	S_m, MPa								
	-400	-300	-200	-100	0	100	200	300	400
2000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1800	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0
1600	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1400	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0
1200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
800	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0
600	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0
400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3D histogram (Slika 22.) prikazuje četiri „stupića“ kao četiri puna/cijela ciklusa.



Slika 22. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za ponavljajući ciklus

Nakon obrade signala povijesti naprezanja slijedi određivanje kumuliranog oštećenja pojedinog ciklusa (D_i), ukupno kumulirano oštećenje cijelog signala povijesti naprezanja (D_{uk}) te određivanje ukupnog broja ciklusa do loma ($N_{f\,(uk)}$).

Mehanička svojstva čelika RQC-100 te *S-N* (Wöhlerova) krivulja za čelik RQC-100 jednaki su kao i u potpoglavlju 4.1.1.

Korištenjem mehaničkih svojstava čelika RQC-100, *S-N* krivulje te izraza (4.1) može se kreirati Tablica 11.

Tablica 11. Parcijalni broj ciklusa do loma N_{fi} i parcijalno oštećenje D_i

$n_i = 1$	S_{ri}, MPa	N_{fi}	$D_i = 1/N_{fi}$, %
1	600	637223617	$1{,}56931 \cdot 10^{-7}$
1	800	10458099	$9{,}56197 \cdot 10^{-6}$
1	1400	3527.6	0,028348
1	1800	97.3	1,027368

Tablica 11 prikazuje parcijalne/pojedinačne brojeve ciklusa do loma i prouzrokovano oštećenje u materijalu. Iznos ukupnog kumuliranog oštećenja jednak je sumi parcijalnih oštećenja prema (2.11), a iznos ukupnog broja ciklusa do loma jednak je $N_{f\,(uk)} = 1/D_{uk}$.

Za slučaj ponavljajućeg ciklusa vrijedi:

$$\boldsymbol{D_{uk} \approx 1{,}06\%},$$

$$\boldsymbol{N_{f\,(uk)} \approx 94{,}7}.$$

Ilustracije radi, množenjem D_{uk} s $N_{f\,(uk)}$, tj. oštećenja kojeg prouzrokuje jedna povijest naprezanja s ukupnim brojem ciklusa (povijesti naprezanja) dobiva se približno 100% (= 1). To znači da nastupa zamorni lom (objašnjeno u potpoglavlju 2.2 nakon izraza (2.11)).

Usporedbom ovih 4 varijanti brojanja ciklusa očekivanja navedena u odlomku 3.4.2 pokazuju se ispravnima te je zaokruživanje polu-ciklusa na 1 uistinu najkonzervativniji, a zaokruživanje na 0 najliberalniji način brojanja ciklusa. Varijanta kada se kod neponavljajućeg ciklusa polu-ciklusi ne zaokružuju i varijanta ponavljajućeg ciklusa, prema očekivanjima, daju rezultate između dva krajna slučaja.

Radi potvrđivanja navedenih očekivanja proračun procjene vijeka trajanja proveden je i na signalu koji nalikuje stvarnoj situaciji u praksi.

4.2. Proračun na primjeru stohastičkog signala

Istovremeno s „ručnim“ rješavanjem pokaznog primjera u odjeljku 4.1, razvijan je i algoritam u računalnom alatu *MATLAB* radi mogućnosti rješavanja proračuna procjene zamora na mnogo duljim i složenijim stohastičkim signalima. Signal povijesti naprezanja mora biti statistički prikladan, ako je cilj da vjerno opisuje stvarne situacije u praksi. Takvim postaje kada je dovoljno dugačak, tj. kada ima određen broj točaka (vrhova i udolina) i kada vrijednosti tih točaka prate *normalnu* (*Gaussovu*) *raspodjelu*.

Kako bi se znalo da za određeni signal vrijedi normalna raspodjela potrebno je definirati određene statističke parametre [10] (str. 2):

1) *Iskrivljenost* (engl. *Skewness*) – mjera asimetrije raspodjele slučajne varijable oko njezine srednje vrijednosti. Vrijednost nagiba može biti pozitivna, nula, negativna ili nedefinirana:

$$Sk = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^3}{\left(n-1\right)\cdot\sigma^3}. \tag{4.2}$$

2) *Kurtoza* (engl. *Kurtosis*) – mjera „zašiljenosti“ raspodjele slučajne varijable. Definira vršnu vrijednost raspodjele. Vrijednost „zašiljenosti“ može biti pozitivna, nula ili negativna:

$$K = \frac{1}{n\left(RMS\right)^4}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^4. \tag{4.3}$$

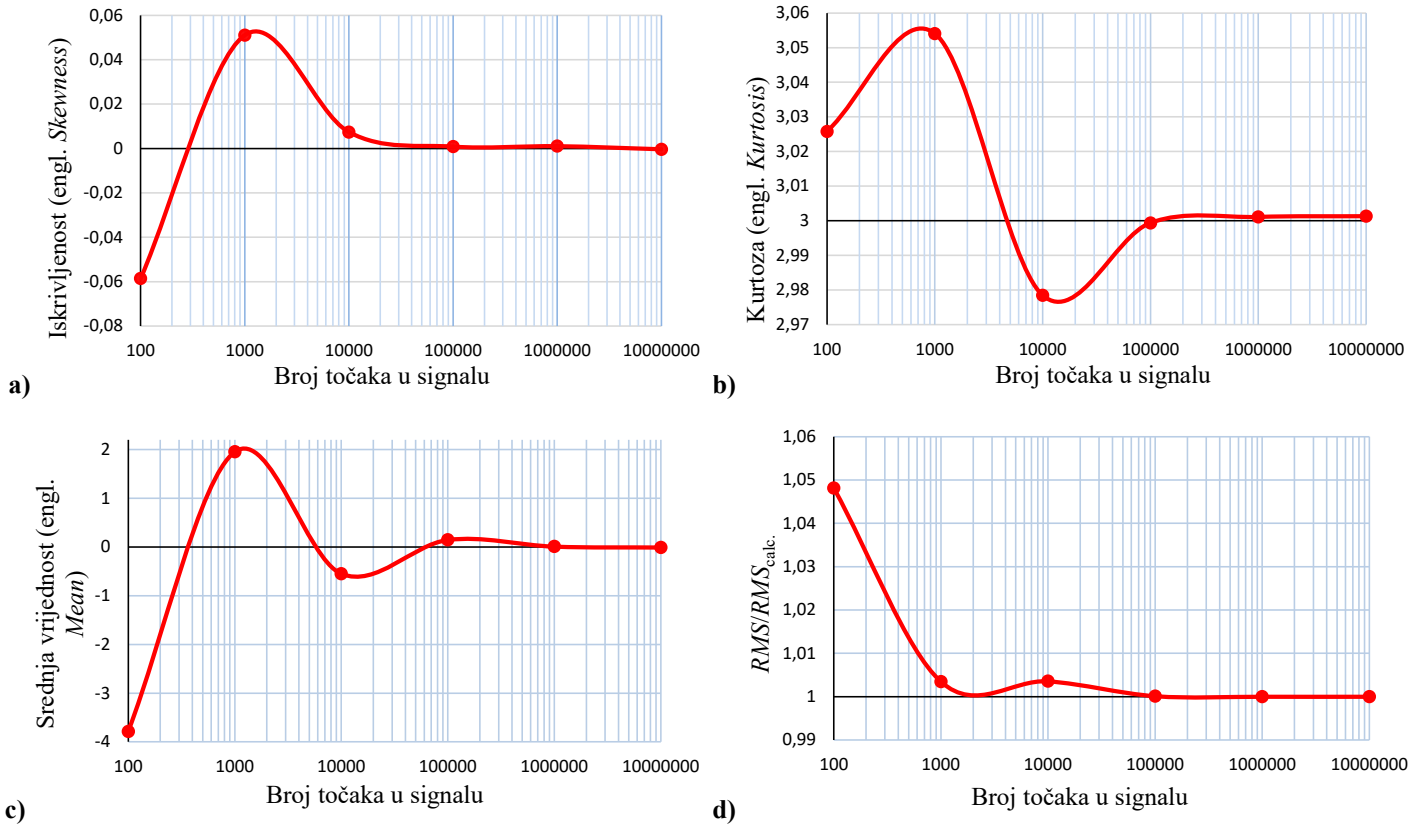
3) *Srednja vrijednost* (engl. *Mean*) – aritmetička sredina vrijednosti slučajne varijable:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{4.4}$$

4) *Efektivna vrijednost* (engl. *Root-Mean-Square, RMS*) – određuje kvantificiranje cjelokupnog energetskog sadržaja u signalu:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}. \tag{4.5}$$

Slika 23. prikazuje ovisnost statističkih parametara stohastičke povijesti naprezanja o broju točaka ulaznog signala, tj. duljini signala povijesti naprezanja.



Slika 23. Prikaz konvergencije: a) iskrivljenosti, b) kurtoze, c) srednje vrijednosti, d) *RMS*/*RMS*$_{calc.}$

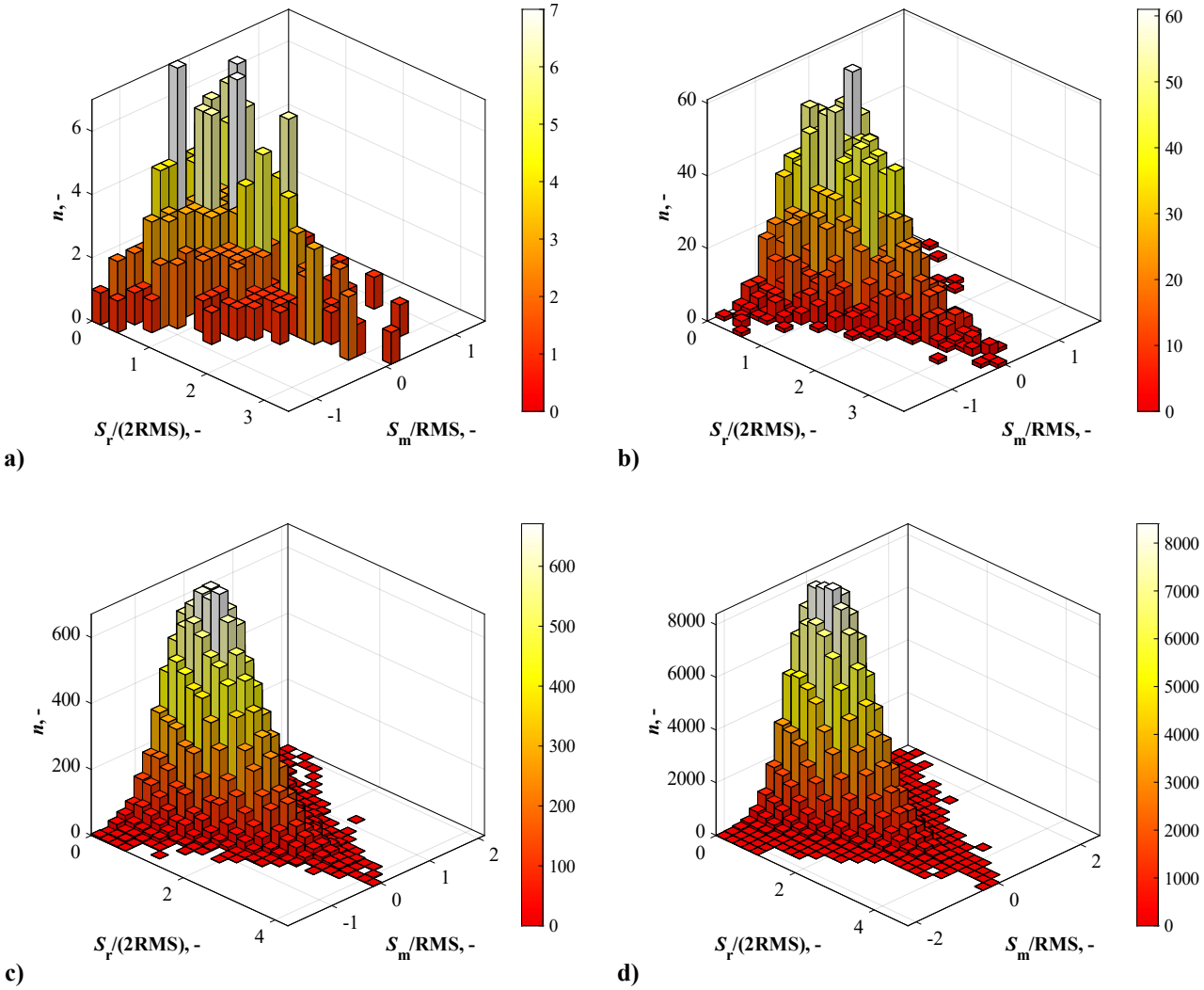
Vrijednosti točaka na gornjim dijagramima predstavljaju srednje vrijednosti dobivene iz rezultata pet simulacija. Primjećuje se da, što je signal dulji, statistički parametri signala konvergiraju. Konvergencija statističkih parametara ima značenje da je signal povijesti naprezanja postigao normalnu raspodjelu svojih vrijednosti.

Ulazni podaci algoritma su mehanička svojstva materijala – koeficijent zamorne čvrstoće S'_f i eksponent zamorne čvrstoće b te stohastički signal povijesti naprezanja. Algoritam sam kreira stohastički signal koji ulazi u analizu. Kao ulazni signal moguće je unijeti i rezultate nekog mjerenja, npr. povijest deformacije/pomaka nekog strojnog dijela opterećenog dinamičkim opterećenjem.

Algoritam provodi proračun procjene zamora za sve četiri varijante brojanja ciklusa objašnjene u cjelinama 3.4.2 i 4.1. Za slučaj ponavljajućeg ciklusa algoritam „pomiče“ ulazni signal i prilagođava ga *Simplified Rainflow* metodi brojanja ciklusa.

Računalni alat *MATLAB* sadrži implementiranu (ugrađenu) funkciju *rainflow( )* koja provodi postupak opisan u normi [2] te u ovome radu u potpoglavlju 3.4. Funkcija *rainflow( )* testirana je na primjeru signala preuzetom iz norme i obrađenom u potpoglavlju 4.1.

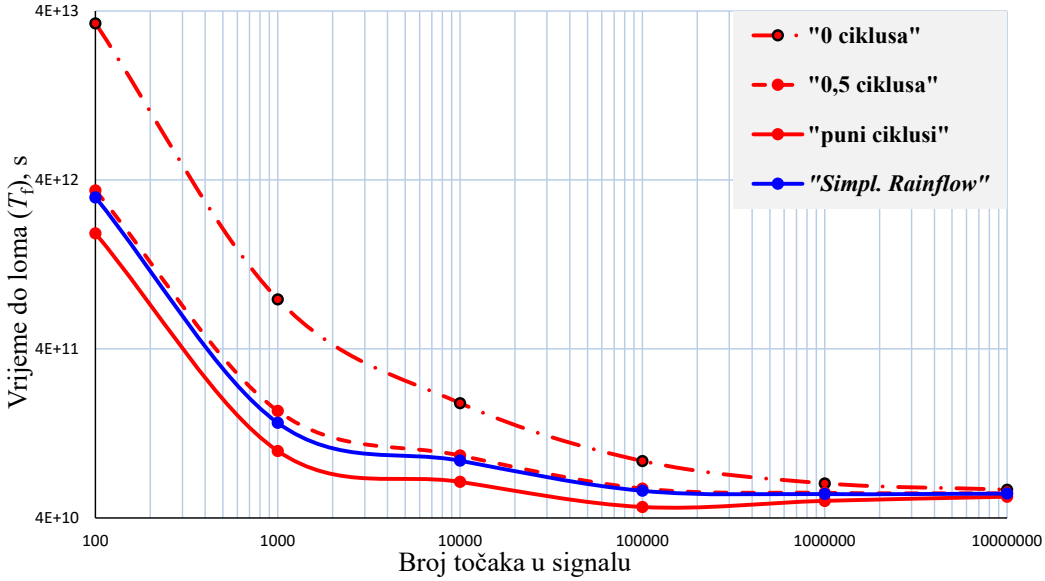
Slika 24. prikazuje rezultate brojanja ciklusa *Simplified Rainflow* metodom na signalima od 10^3, 10^4, 10^5 i 10^6 točaka. Svrha slike je prikazati kako veličina signala utječe na oblik histogramskog prikaza te vrijednosti rezultata.



Slika 24. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za stohastički signal od: a) 10^3, b) 10^4, c) 10^5, d) 10^6 točaka

Provedbom analize na signalima povijesti naprezanja različitih duljina (10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6 i 10^7 točaka) ponovno se očekivanja vezana uz usporedbu četiriju varijanti brojanja ciklusa pokazuju ispravnima. Zaokruživanje polu-ciklusa na 1 jest najkonzervativniji, a zaokruživanje polu-ciklusa na 0 najliberalniji način brojanja ciklusa. Neponavljajući ciklus bez zaokruživanja i ponavljajući ciklus opet daju rezultate između dva krajna slučaja.

Slika 25. prikazuje konvergenciju *vremena potrebnog da dođe do loma* (T_f) za sve četiri varijante brojanja ciklusa. Navedena veličina prikazana je u ovisnosti o duljini signala povijesti naprezanja.



Slika 25. Prikaz konvergencije potrebnog vremena do loma (T_f) za sve 4 varijante brojanja ciklusa

Potrebno je definirati vrijeme do loma T_f. Proizvoljno se odabire vremenski interval između točaka signala povijesti naprezanja (između vrhova i udolina) od 1 sekunde. Tada je vrijeme trajanja ulaznog signala jednako $(10^7 - 1)\cdot 1$ s = 9 999 999 sekundi, a vrijeme potrebno da dođe do loma $T_f = 9\,999\,999\ \text{s} \cdot N_{f(uk)}$. Izraz je dan za primjer signala duljine 10^7 točaka.

Varijanta zaokruživanja polu-ciklusa na nulu procjenjuje najdulji životni vijek od svih ostalih varijanti (Slika 25.). Velika razlika u vrijednosti T_f u odnosu na ostale varijante (vrijedi za kraće signale; 10^2, 10^3 točaka) događa se zbog toga što je pri kraćim signalima udio polu-ciklusa veći nego pri duljim signalima. Tada utjecaj zanemarivanja polu-ciklusa djeluje jako liberalno i rezultira puno duljim životnim vijekom od ostalih varijanti brojanja. Utjecaj zaokruživanja polu-ciklusa (pri kraćim signalima) veći je nego pri duljim signalima.

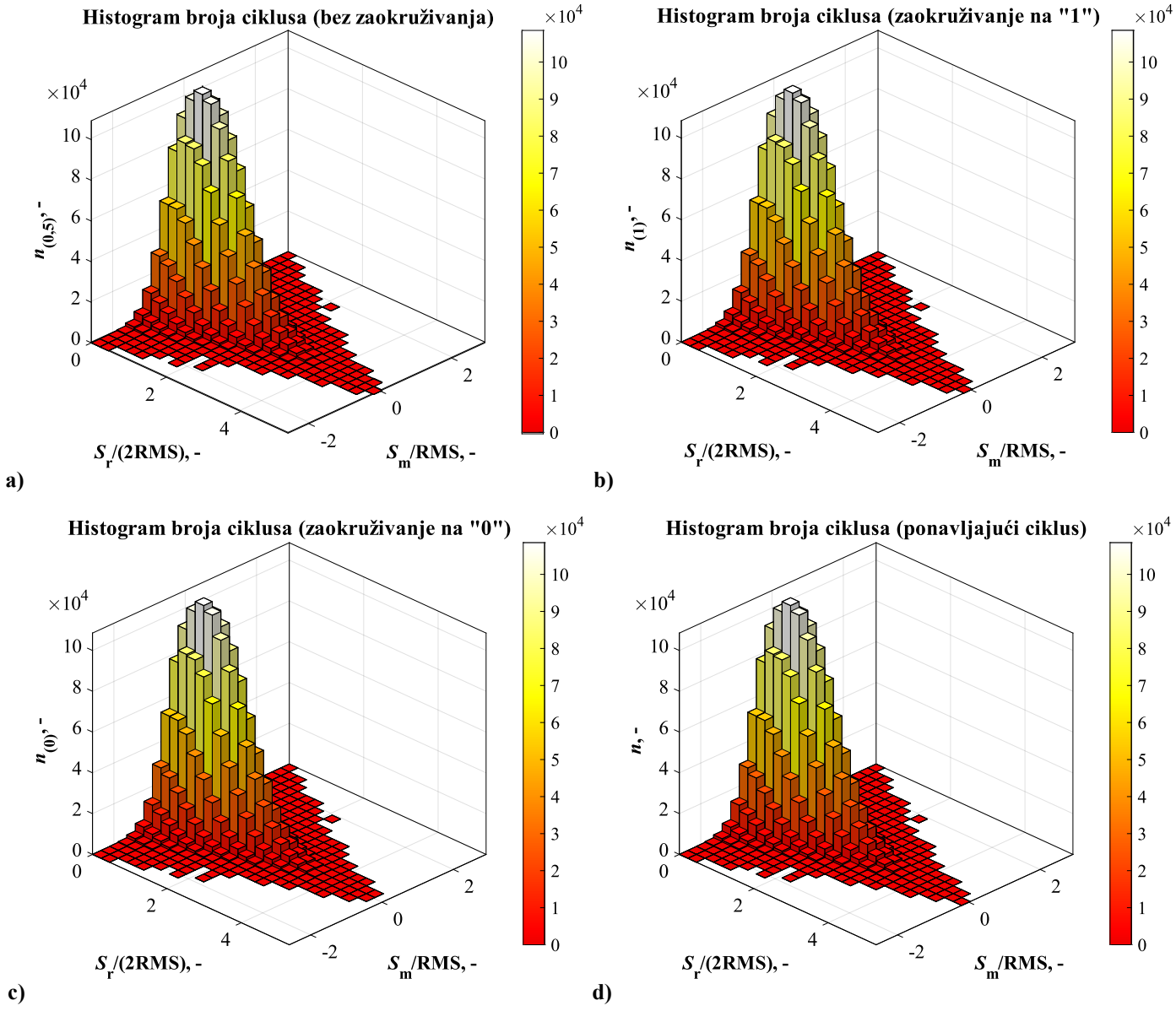
Simplified Rainflow metoda i „klasična“ *Rainflow* metoda koja ne zaokružuje polu-cikluse uvijek daju vrlo bliske rezultate (Slika 25.).

Rainflow metoda koja zaokružuje polu-cikluse na 1 (puni ciklusi) najkonzervativnija je i zato rezultira najkraćim životnim vijekom (Slika 25.).

Povećanjem broja točaka u signalu (približavanjem signala normalnoj raspodjeli) rezultati svih četiriju varijanti brojanja sve se više približavaju i razlike u rezultatima su sve manje (Slika 25.).

Slijedi proračun procjene životnog vijeka na signalu od 10^7 točaka radi potvrđivanja gore navedenih tvrdnji.

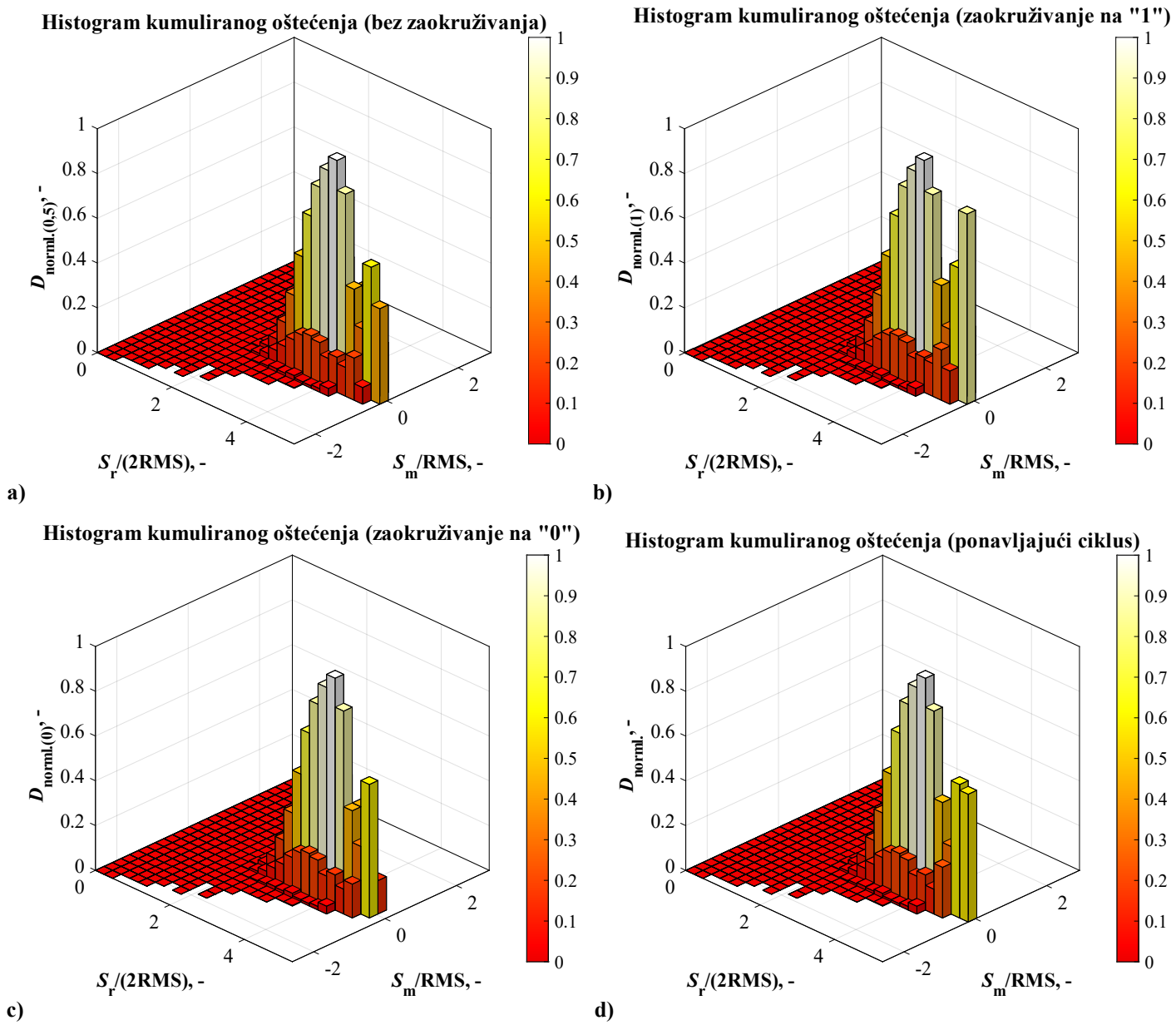
Slika 26. prikazuje četiri 3D histograma koji predstavlja raspodjelu broja ciklusa za četiri varijante brojanja ciklusa *Rainflow* metodom.



Slika 26. Histogramski prikaz raspodjele broja ciklusa za stohastičku povijest naprezanja

Vidi se da je razlika u kvalitativnom obliku histograma gotovo neprimjetna (za navedene četiri varijante brojanja ciklusa). Najveći broj ciklusa naprezanja nalazi se u području malih amplituda/raspona naprezanja i srednjeg naprezanja koje je jednako nuli, ili blizu nule. Broj ciklusa naglo opada s povećanjem amplitude i s povećanjem srednjeg naprezanja (bilo u tlačnom, bilo u vlačnom području).

Nakon obrade signala povijesti naprezanja slijedi određivanje ukupnog kumuliranog oštećenja cijelog signala povijesti naprezanja (D_{uk}) te određivanje ukupnog broja ciklusa do loma ($N_{f\ (uk)}$). Ovdje se uvodi zanimljiv 3D histogramski prikaz kumuliranog oštećenja (D) koji zorno prikazuje koji ciklusi, iz gornjeg histograma (Slika 26.), najviše pridonose ukupnom kumuliranom oštećenju (Slika 27.). Vertikalna os histograma predstavlja *normalizirano kumulirano oštećenje* ($D_{norml.}$) koje se dobiva dijeljenjem pojedinačnih parcijalnih kumuliranih oštećenja s najvećim parcijalnim oštećenjem ($D_{norml.} = D_i/(D_i)_{max}$).



Slika 27. Histogramski prikaz parcijalnih kumuliranih oštećenja za stohastičku povijest naprezanja

Može se primijetiti da onaj mali broj ciklusa najvećih amplituda sa Slike 26. uzrokuje najviše oštećenja u materijalu, dok područje s najvećim brojem ciklusa ima gotovo

zanemariv utjecaj na ukupno kumulirano oštećenje. Slika 27. pokazuje već primjetnu razliku između četiri varijante brojanja ciklusa. Najveća razlika se primjećuje na „stupićima“ s najvećim amplitudama. Razlog tomu je što se malom promjenom brojnika n_i u izrazu (2.11) vrijednost D_i značajno promijeni (uzimajući u obzir da je za velike amplitude naprezanja vrijednost N_{fi} manja nego za male amplitude naprezanja).

Slika 26. i Slika 27. prikazuju da je u području velikih amplituda naprezanja srednje naprezanje vrlo blizu nuli. Područje malih amplituda sadrži cikluse i vlačnog i tlačnog srednjeg naprezanja, no njihov je utjecaj na kumulirano oštećenje zanemariv, stoga je zanemarivanje utjecaja srednjeg naprezanja u ovom proračunu opravdano.

Ukupan broj ciklusa do loma ($N_{f\,(uk)}$) za sve četiri varijante brojanja ciklusa određuje se izrazom $N_{f\,(uk)} = 1/D_{uk}$ te iznosi:

a) $\boldsymbol{N_{f\,(uk)} \approx 5499{,}6}$, za neponavljajući ciklus bez zaokruživanja polu-ciklusa,

b) $\boldsymbol{N_{f\,(uk)} \approx 5314{,}1}$, za neponavljajući ciklus uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1,

c) $\boldsymbol{N_{f\,(uk)} \approx 5698{,}5}$, za neponavljajući ciklus uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0,

d) $\boldsymbol{N_{f\,(uk)} \approx 5489{,}4}$, za ponavljajući ciklus.

Koristeći objašnjenje nakon Slike 25. pomoću $N_{f\,(uk)}$ dobiva se vrijeme potrebno da dođe do loma (T_f) te za sve četiri varijante brojanja ciklusa ono iznosi:

a) $\boldsymbol{T_f \approx 5{,}4996 \cdot 10^{10}\ s}$, za neponavljajući ciklus bez zaokruživanja polu-ciklusa,

b) $\boldsymbol{T_f \approx 5{,}3141 \cdot 10^{10}\ s}$, za neponavljajući ciklus uz zaokruživanje polu-ciklusa na 1,

c) $\boldsymbol{T_f \approx 5{,}6985 \cdot 10^{10}\ s}$, za neponavljajući ciklus uz zaokruživanje polu-ciklusa na 0,

d) $\boldsymbol{T_f \approx 5{,}4894 \cdot 10^{10}\ s}$, za ponavljajući ciklus.

5. Zaključak

U radu je ukratko opisana problematika brojanja ciklusa u povijesti naprezanja (opterećenja) s promjenjivom amplitudom, tj. pojednostavljenja složenog stohastičkog signala naprezanja u jednostavan signal konstantnih amplituda. Opisane su neke metode brojanja ciklusa: brojanje prelaska nivoa (engl. *Level-Crossing Counting*), brojanje vrhova (engl. *Peak Counting*), brojanje raspona (engl. *Range Counting*), brojanje raspona toka kiše (engl. *Rainflow Range Counting*) te brojanje ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja (engl. *Simplified Rainflow Counting for Repeating Histories*).

Metode brojanja ciklusa koje su korištene u ovome radu su metoda toka kiše (*Rainflow* metoda) i brojanje ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja (*Simplified Rainflow* metoda). Korištene su i tri varijante brojanja polu-ciklusa u *Rainflow* metodi.

Rad je orijentiran razvoju algoritma u računalnom alatu *MATLAB R2018b* koji provodi, gore navedena, četiri načina brojanja ciklusa na stohastički generiranom signalu te vrši proračun procjene životnog vijeka za sva četiri slučaja brojanja ciklusa. Korištena je *S-N* metoda proračuna zamora. Proračun je proveden najprije na pokaznom primjeru preuzetom iz ASTM norme radi provjere valjanosti algoritma i radi objašnjavanja tijeka proračuna.

Na pokaznom primjeru se može uočiti razlika u rezultatima, pogotovo za slučajeve zaokruživanja polu-ciklusa na 0 i zaokruživanja na 1. Zaokruživanje polu-ciklusa na cijeli ciklus („1“) daje konzervativne rezultate (kratki životni vijek), tj. pretpostavlja veliko kumulirano oštećenje u materijalu. Zanemarivanje polu-ciklusa (zaokruživanje na nulu) daje liberalne rezultate jer pretpostavlja puno manje kumulirano oštećenje u materijalu. *Rainflow* metoda koja ne zaokružuje polu-cikluse i *Simplified Rainflow* metoda za ponavljajuće povijesti naprezanja daju rezultate između prethodno navedena dva krajnja slučaja te su im vrijednosti rezultata vrlo bliske.

Provedbom proračuna na duljim stohastičkim signalima primijećeno je statističko „poboljšanje“ signala koji ulaze u proračun tako što je uočena konvergencija statističkih parametara signala. Konvergencija tih parametara označava normalnu (*Gaussovu*) raspodjelu signala. Takav signal smanjuje utjecaj srednjeg naprezanja te se ono može zanemariti. Povećanjem ulaznog signala uočava se približavanje rezultata četiriju varijanti brojanja ciklusa, tj. razlika između vrijednosti dobivenih različitim varijantama brojanja se smanjuje.

Zaključak je da je za dovoljno dugi signal, dobiven snimanjem nekog mjerenja, raspodjela signala normalna te da sve četiri varijante brojanja ciklusa, obrađene u ovom radu (*Rainflow* – tri načina brojanja polu-ciklusa i *Simplified Rainflow* metoda), daju bliske rezultate procjene životnog vijeka.

Literatura

[1] *Čakmak, D.*, **Rainflow metoda, Seminarski rad iz kolegija Mehanika oštećenja i mehanika loma**, FSB, Zagreb, 2014.

[2] *ASTM Standards*, **E1049 – 85, Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis**, 2011.

[3] *Stephens*, *R. I.*, *Fatemi*, *A.*, *Stephens*, *R. R.*, *Fuchs*, *H. O.*, **Metal Fatigue in Engineering, Second Edition**, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.

[4] *Bannantine*, *J. A.*, *Comer*, *J. J.*, *Handrock*, *J. L.*, **Fundamentals of Metal Fatigue Analysis**, Prentice Hall, New Jersey, 1989.

[5] *Lee*, *Y.*, *Pan*, *J.*, *Hathaway*, *R. B.*, *Barkey*, *M. E.*, **Fatigue Testing and Analysis (Theory and Practice)**, Elsevier Butterworth–Heinemann, Burlington, 2005.

[6] *Kihm, F.*, **Fatigue from Random Loads**, HBM – nCode

[7] *Tonković, Z., Lesičar, T.*, **Rješavanje problema zamora materijala**, FSB, Zagreb, 2011.

[8] *Kranjčević, N.*, **Elementi Strojeva, Poglavlja iz kolegija Elementi konstrukcija I, IA i IB**, FSB, Zagreb, 2012.

[9] *Sutherland, H.J.*, **On the Fatigue Analysis of Wind Turbines**, Sandia National Laboratories, Albuquerque, 1999.

[10] *Abdullah, L., et al.*, **The needs of power spectral density in fatigue life prediction of heavy vehicle leaf spring**, Springer, 2020.

Prilozi

1. *MATLAB* skripta za proračun procjene zamora na pokaznom primjeru, *MatlabSkripta_ZAVRSNI_RAD_Eugen_Kutlesa_2021_benchmark.mlx*
2. *MATLAB* skripta za proračun procjene zamora na stohastičkom signalu, *MatlabSkripta_ZAVRSNI_RAD_Eugen_Kutlesa_2021_random.mlx*