Sinteza sustava upravljanja uzlaznom promjenom stupnja prijenosa automatskog mjenjača

Bencek, Martin

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:651446

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Martin Bencek

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor: Student:

Prof. dr. sc. Joško Deur Martin Bencek

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Najsrdačnije se zahvaljujem prof. dr. sc. Jošku Deuru na prihvaćanju mentorstva, ukazanom povjerenju i mnogim sugestijama koje su znatno pridonijele kvaliteti ovog rada.

Posebno se zahvaljujem mag. ing. Ivanu Cvoku na nesebičnom odvajanju vremena te iznimno korisnim savjetima i diskusijama prilikom izrade ovog rada.

Na kraju, volio bi se zahvaliti roditeljima, Vesni i Dragi, na pruženoj podršci za vrijeme studija. Također, zahvaljujem se svim bližnjima, prijateljima i kolegama na podršci.

Martin Bencek

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602-04/21-6/1	
Ur. broj: 15-1703-21	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **MARTIN BENCEK** Mat. br.: 0035212312

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Sinteza sustava upravljanja uzlaznom promjenom stupnja prijenosa automatskog mjenjača**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Design of an automatic transmission upshift control system**

Opis zadatka:

Automatski mjenjač s pretvaračem momenta ključan je mehatronički element pogonskog sustava vozila. Upravljanje uzlaznom promjenom stupnja prijenosa uobičajeno se izvodi moduliranjem kapaciteta okretnog momenta uključne i isključne spojke, a dodatno poboljšanje kvalitete promjene stupnja prijenosa postiže se upravljanjem okretnog momenta pogonskog motora. Pritom se upravljanje uobičajeno izvodi u otvorenom krugu, tj. zadavanjem prikladnih profila upravljačkih varijabli, čiji se parametri optimiraju van realnog vremena s ciljem postizanja brze i udobne promjene stupnja prijenosa uz niske gubitke energije. Kako bi se povećala robusnost cjelokupnog sustava upravljanja često se uključuju i regulacijska djelovanja. U radu je potrebno:

1. Opisati karakteristične faze uzlazne promjene stupnja prijenosa automatskog mjenjača, odgovarajući dinamički model pogona vozila, te rezultate optimiranja parametara upravljačkih trajektorija automatskog mjenjača, dobivene uz primjenu genetskog algoritma za karakterističnu uzlaznu promjenu stupnja prijenosa s otvorenim i zatvorenim pretvaračem momenta.
2. Provesti reduciranje dinamičkog modela i linearizaciju modela pretvarača momenta za potrebe sinteze sustava upravljanja.
3. Provesti sintezu linearnog kvadratnog regulatora u inercijskoj fazi promjene stupnja prijenosa za potrebe slijeđenja referentne trajektorije brzine klizanja uključne spojke.
4. Provesti sintezu sustava upravljanja u otvorenoj petlji u momentnoj fazi promjene stupnja prijenosa, uključujući kompenzaciju propada izlaznog momenta.
5. Provesti usporednu analizu kvalitete upravljanja promjenom stupnja prijenosa putem usporednih grafova kriterija (Pareto fronti) i vremenskih odziva, uključujući i usporedbu s rezultatima optimiranja dobivenim primjenom genetskog algoritma.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan: 6. svibnja 2021.

Rok predaje rada: 8. srpnja 2021.

Predviđeni datum obrane: 12. srpnja do 16. srpnja 2021.

Zadatak zadao: prof. dr. sc. Joško Deur

Predsjednica Povjerenstva: prof. dr. sc. Biserka Runje

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA III
POPIS TABLICA VI
POPIS OZNAKA VIII
POPIS KRATICA XIII
SAŽETAK XIV
SUMMARY XV
1. UVOD 1
2. MATEMATIČKO MODELIRANJE POGONA VOZILA 5
2.1. Model motora s unutarnjim izgaranjem 5
2.2. Nelinearni model pretvarača momenta 6
2.3. Model transmisije 7
2.4. Model trenja u spojkama 8
2.5. Model poluvratila, kotača, gume i uzdužne dinamike vozila 8
3. REDUCIRANJE DINAMIČKOG MODELA POGONA VOZILA 10
3.1. Reducirani model za inercijsku fazu 10
3.1.1. Reduciranje modela pogona vozila 10
3.1.2. Zatvoreni pretvarač momenta 12
3.1.3. Otvoreni pretvarač momenta 12
3.2. Usporedba reduciranog modela s punim modelom pogona vozila 13
3.2.1. Zatvoreni pretvarač momenta 13
3.2.2. Otvoreni pretvarač momenta 14
4. UPRAVLJANJE UZLAZNOM PROMJENOM STUPNJA PRIJENOSA AUTOMATSKOG MJENJAČA 17
4.1. Upravljanje uzlaznom promjenom stupnja prijenosa u otvorenoj petlji 17
4.2. Upravljanje u inercijskoj fazi 19
4.2.1. Linearni kvadratični regulator 19
4.2.2. Upravljačka strategija za uzlaznu promjenu 22
4.2.3. Sinteza digitalnog LQ regulatora u vremenski kontinuiranoj domeni za slučaj zatvorenog pretvarača momenta 24
4.2.4. Sinteza digitalnog LQ regulatora u vremenski kontinuiranoj domeni za slučaj otvorenog pretvarača momenta 27
4.3. Upravljanje u momentnoj fazi 29
4.3.1. Sinteza upravljanja u otvorenoj petlji 29
5. ANALIZA KVALITETE UPRAVLJANJA UZLAZNOM PROMJENOM STUPNJA PRIJENOSA 32
5.1. Analiza kvalitete upravljanja u inercijskoj fazi primjenom LQ regulatora i po dijelovima linearnim upravljačkim trajektorijama 32
5.2. Analiza kvalitete upravljanja u momentnoj fazi 38

5.2.1. Utjecaj iznosa momenta isključne spojke na prijelazu faza na performanse u slučaju upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta 38
5.2.2. Analiza utjecaja iznosa reference izlaznog momenta na prijelazu faza na performanse u slučaju kompenzacije propada izlaznog momenta 44
5.3. Analiza kvalitete LQR upravljanja promjenom stupnja prijenosa za različita trajanja inercijske faze 49
5.3.1. Upravljanje bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze 49
5.3.2. Upravljanje s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze 53
5.4. Usporedna analiza različitih strategija upravljanja promjenom stupnja prijenosa..... 58
6. KOMPENZACIJA DINAMIKE AKTUATORA SPOJKI 64
6.1. Model dinamike aktuatora 64
6.2. Usporedba LQ regulatora s i bez kompenzacije aktuatorske dinamike 64
7. ZAKLJUČAK 71
LITERATURA 73
Prilog A – Osnovni elementi veznih dijagrama 75
Prilog B – Težinski koeficijenti LQR-a za različite upravljačke strategije 76
Prilog C – Reducirani model pogona vozila s uključenom dinamikom aktuatora te težinske matrice za slučaj otvorenog i zatvorenog pretvarača momenta 77
PRILOZI 80

POPIS SLIKA

Slika 1. Uzlazna promjena stupnja prijenosa[1] 4
Slika 2. Shematski prikaz pogona vozila[1][11] (a) i vezni dijagram pogona vozila (b) 5
Slika 3. Statičke krivulje pretvarača momenta 7
Slika 4. Model trenja: (a) statička karakteristika, (b) klasični model, (c) Karnoppov model[1] 8
Slika 5. Vezni dijagram pogona vozila nakon zanemarivanja prigušenja gume te spajanja momenta inercija vozila i kotača 10
Slika 6. Vezni dijagram pogona vozila uz zanemareno uvijanje poluvratila 11
Slika 7. Vezni dijagram reduciranog modela pogona vozila 12
Slika 8. Usporedba reduciranog i punog modela pogona vozila za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa i slučaj zatvorenog pretvarača momenta 14
Slika 9. Koeficijenti prigušenja linearnog modela pretvarača momenta za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa 15
Slika 10. Usporedba reduciranog s punim modelom pogona vozila za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa i slučaj otvorenog pretvarača momenta 16
Slika 11. Definicija po dijelovima linearnih upravljačkih trajektorija[11] 18
Slika 12. Blok dijagram upravljačke strukture promjene stupnja prijenosa [11] 22
Slika 13. Blok dijagram strukture LQ regulatora[11] 23
Slika 14. Ilustracija upravljanja kapacitetom ONC i OFG spojke za vrijeme momentne faze 31
Slika 15. Performanse CPO upravljanja i LQR-a za različite koeficijente penalizacije trzaja q_j te različita trajanja inercijske faze t_{IP} za slučaj otvorenog pretvarača momenta 33
Slika 16. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta 34
Slika 17. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 220 ms i otvoreni pretvarač momenta 35
Slika 18. Performanse CPO upravljanja i LQR-a za različite koeficijente penalizacije trzaja q_j te različita trajanja inercijske faze t_{IP} za slučaj zatvorenog pretvarača momenta 36
Slika 19. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta 37
Slika 20. Performanse upravljanja bez kompenzacije izlaznog momenta za različite prijelazne momente OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta 39
Slika 21. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta 40
Slika 22. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 250 ms i otvoreni pretvarač momenta 41
Slika 23. Performanse upravljanja bez kompenzacije izlaznog momenta za različite prijelazne momente OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta 42
Slika 24. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 43

Slika 25. Performanse upravljanja s kompenzacijom izlaznog momenta za različite prijelazne momente na izlaznom vratilu $\tau_{os}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta 45
Slika 26. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta izlaznog vratila $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta 46
Slika 27. Performanse upravljanja s kompenzacijom izlaznog momenta za različite prijelazne momente na izlaznom vratilu $\tau_{os}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta 47
Slika 28. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta izlaznog vratila $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 48
Slika 29. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta 50
Slika 30. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta 51
Slika 31 Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta 52
Slika 32. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 53
Slika 33. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta 54
Slika 34. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta 55
Slika 35. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta 56
Slika 36. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 57
Slika 37. Performanse za različite upravljačke strategije u slučaju otvorenog pretvarača momenta 59
Slika 38. Rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta 60
Slika 39. Performanse za različite upravljačke strategije u slučaju zatvorenog pretvarača momenta 62
Slika 40. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta 63
Slika 41. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 300 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 66
Slika 42. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na

izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 250 ms, t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta 67
Slika 43. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta 69
Slika 44. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350ms, t_{IP} = 350ms i otvoreni pretvarač momenta 70
Slika 45. Osnovni elementi veznih dijagrama i njihove jednadžbe[21] 75

POPIS TABLICA

Tablica 1. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 300 ms za rezultate sa slike 16 34
Tablica 2. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 220 ms za rezultate sa slike 17 36
Tablica 3. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 300 ms za rezultate sa slike 19 38
Tablica 4. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 21) 40
Tablica 5. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 250 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 22) 42
Tablica 6. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 24) .. 44
Tablica 7. Indeksi performansi upravljanja s kompenzacijom propada izlaznog momenta za različite vrijednosti izlaznog momenta na prijelazu faza $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 26) 46
Tablica 8. Indeksi performansi upravljanja s kompenzacijom propada izlaznog momenta za različite vrijednosti izlaznog momenta na prijelazu faza $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 28) 48
Tablica 9. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 30) 51
Tablica 10. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 32) 53
Tablica 11. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 34) 55
Tablica 12. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 36) 57
Tablica 13. Performanse za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 38) 61
Tablica 14. Performanse za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 40) 63
Tablica 15. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 300 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 41) 66
Tablica 16. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 250 ms, t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 42) 68
Tablica 17. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme

momentne faze, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 43)..... 69
Tablica 18. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350ms, t_{IP} = 350ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 44) 70
Tablica 19. Težinski koeficijenti LQR-a za različite upravljačke strategije 76

POPIS OZNAKA

Oznaka	Mjerna jedinica	Opis oznake
$\mathbf{A}$	-	matrica koeficijenata sustava
$\mathbf{A}_{aug}$	-	proširena matrica koeficijenata reduciranog modela pogona vozila
A_d	m^2	prednja površina vozila
$\mathbf{A}_d$	-	diskretna matrica koeficijenata sustava
$\mathbf{A}_{red}$	-	matrica koeficijenata reduciranog modela pogona vozila
$\mathbf{B}$	-	matrica ulaza sustava
b_a	Ns/m	koeficijent prigušenja ekvivalentnog elastičnog vratila
$\mathbf{B}_{aug}$	-	proširena matrica ulaza reduciranog modela pogona vozila
$\mathbf{B}_d$	-	diskretna matrica ulaza sustava
b_{hs}	Ns/m	koeficijent prigušenja pojedinačnog poluvratila
b_{ii}, b_{it}, b_{ti}, b_{tt}	-	koeficijenti prigušenja pretvarača momenta
b_t	Ns/m	koeficijent prigušenja automobilske gume
$\mathbf{B}_{red}$		matrica ulaza reduciranog modela pogona vozila
$\mathbf{C}$	-	matrica izlaza sustava
C_d	-	koeficijent aerodinamičkog otpora
$\mathbf{C}_d$	-	diskretna matrica izlaza sustava
$\mathbf{C}_{red}$	-	matrica izlaza reduciranog modela pogona vozila
$\mathbf{D}$	-	matrica prijenosa sustava
$\mathbf{d}$	-	vektor konstantnih poremećaja
$\mathbf{D}_d$	-	diskretna matrica prijenosa sustava
E_{loss}	J	ukupna disipirana energija u spojkama za vrijeme promjene stupnja prijenosa
F_L	N	ukupna sila otpora
F_{roll}	N	sila otpora kotrljanja
F_t	N	uzdužna sila između gume i podloge

$\mathbf{G}$	-	matrica poremećaja sustava
$\mathbf{I}_{red}$	-	matrica inercija reduciranog modela pogona vozila
i_1, i_2, g_1, g_2	-	prijenosni omjeri
i_d	-	prijenosni omjer diferencijala
I_{ei}	kgm^2	ukupni moment inercije motora s unutarnjim izgaranjem i pumpe pretvarača momenta
I_{in}	kgm^2	moment inercije ulaznog vratila transmisije
I_{io}	kgm^2	moment sprege inercija transmisije
I_{out}	kgm^2	moment inercije izlaznog vratila transmisije
I_t	kgm^2	moment inercije transmisije
I_w	kgm^2	moment inercije kotača
J	-	kvadratična funkcija cilja
J_d	-	diskretna kvadratična funkcija cilja
j_{RMS}	m/s^3	korijen srednjeg kvadrata trzaja vozila
$\mathbf{K}$	-	matrica pojačanja regulatora stanja
k_a	N/m	koeficijent krutosti ekvivalentnog elastičnog vratila
k_{hs}	N/m	koeficijent krutosti pojedinačnog poluvratila
K_i	$s^{-1}/(Nm)^{1/2}$	faktor kapaciteta pretvarača momenta
m_v	kg	masa vozila
$\mathbf{N}$	-	matrica koja penalizira mješovite članove
$\mathbf{P}$	-	matrica rješenja Riccatijeve algebarske jednadžbe
$\mathbf{p}_{cl}$	-	pod-vektor upravljačkog vektora $\mathbf{p}_{ctrl}$ koji sadrži parametre kapaciteta spojki
$\mathbf{p}_{ctrl}$	-	upravljački vektor koji sadrži parametre po dijelovima linearnih upravljačkih trajektorija
$\mathbf{P}_d$	-	matrica rješenja diskretne algebarske Riccatijeve jednadžbe
$\mathbf{p}_{eng}$	-	pod-vektor upravljačkog vektora $\mathbf{p}_{ctrl}$ koji sadrži parametre redukcije momenta motora s unutarnjim izaganjem
p_{th}	-	položaj pedale akceleratira
$\mathbf{Q}$	-	pozitivno semidefinitna težinska matrica penalizacije varijabli stanja

$\mathbf{Q}_{\text{energija}}$, $\mathbf{N}_{\text{energija}}$	-	težinske matrice penalizacije disipacije energije u spojkama
q_{eOFG}	-	koeficijent penalizacije disipacije energije u isključnoj spojci
q_{eONC}	-	koeficijent penalizacije disipacije energije u uključnoj spojci
q_j	-	koeficijent penalizacije trzaja
$\mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$	-	težinska matrica penalizacije slijeđenja referentne trajektorije
q_t	-	koeficijent penalizacije pogreške slijeđenja trajektorije
$\mathbf{Q}_{\text{trzaj}}$, $\mathbf{N}_{\text{trzaj}}$ i $\mathbf{R}_{\text{trzaj}}$	-	težinske matrice penalizacije trzaja vozila
$\mathbf{R}$	-	pozitivno definitna simetrična matrica koja penalizira upravljačke varijable
r_1, r_2, r_3	-	koeficijenti penalizacije upravljačkih varijabli
r_t	m	ekvivalentni polumjer automobilske gume
$\mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$	-	težinska matrica penalizacije upravljačkih varijabli
R_τ	-	prijenosni omjer momenata pretvarača momenta
R_ω	-	prijenosni omjer brzina pretvarača momenta
T_{cl}	s	vremenska konstanta modela aktuatora spojki
T_{Dcl}	s	mrtvo vrijeme modela aktuatora spojki
t_{IP}	s	referentno vrijeme trajanja inercijske faze promjene stupnja prijenosa
$t_{IP,sim}$	s	vrijeme trajanja inercijske faze promjene stupnja prijenosa dobiveno iz simulacije
$\overline{T_C}$	-	normirani Coulumbov moment trenja
$\overline{T_S}$	-	normirani Stribeckov moment trenja
T_s	s	vrijeme uzorkovanja
t_{shift}	s	vrijeme trajanja promjene stupnja prijenosa
t_{TP}	s	referentno vrijeme trajanja momentne faze promjene stupnja prijenosa
$t_{TP,sim}$	s	vrijeme trajanja momentne faze promjene stupnja prijenosa dobiveno iz simulacije
$\mathbf{u}$	-	vektor upravljačkih varijabli
$\mathbf{U}$	-	matrica brzina klizanja spojki automatskog mjenjača
v_v	m/s	uzdužna brzina vozila

v_{v0}	m/s	početna uzdužna brzina gibanja vozila
$\mathbf{x}$	-	vektor varijabli stanja
x_e	-	integral pogreške slijeđenja trajektorije brzine klizanja uključne spojke
$\mathbf{y}$	-	vektor izlaznih varijabli sustava
δ	-	faktor oblika
$\Delta\tau_{ec}$	Nm	redukcija momenta motora s unutarnjim izgaranjem
ρ	kg/m^3	gustoća zraka
σ_2	-	normirani koeficijent viskoznog trenja
τ_e	Nm	moment motora s unutarnjim izgaranjem
τ_h	Nm	kapacitet momenta spojke
τ_{hs}	Nm	okretni moment poluvratila
τ_{is}	Nm	okretni moment ulaznog vratila transmisije
τ_{OFG}	Nm	okretni moment isključne spojke
$\tau_{OFG,dyn}$	Nm	dinamički kapacitet momenta isključne spojke
τ_{ONC}	Nm	okretni moment uključne spojke
$\tau_{ONC,dyn}$	Nm	dinamički kapacitet momenta uključne spojke
τ_{os}	Nm	okretni moment izlaznog vratila transmisije
φ_{hs}	rad	kut uvijanja poluvratila
ω	rad/s	brzina klizanja
$\boldsymbol{\omega}$	-	vektor brzina ulaznog i izlaznog vratila transmisije
$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{cl}}$	-	vektor brzina klizanja spojki
ω_e	rad/s	okretna brzina motora s unutarnjim izgaranjem
ω_i	rad/s	okretna brzina pumpe pretvarača momenta
ω_{is}	rad/s	okretna brzina ulaznog vratila transmisije
$\omega_{ONC,ref}$	rad/s	referentna trajektorija okretne brzine klizanja uključne spojke
ω_{os}	rad/s	okretna brzina izlaznog vratila transmisije
ω_{st}	rad/s	okretna Stribeckova brzina

ω_t	rad/s	okretna brzina turbine pretvarača momenta
ω_w	rad/s	okretna brzina kotača

POPIS KRATICA

Kratica	Opis
AMT	*Automated Manual Transmission* – Automatska manualna transmisija
AT	Automatske transmisije s planetarnim prijenosnicima
CVT	*Continuously Variable Transmission* – Kontinuirana varijabilna transmisija
MSUI	Motor s unutarnjim izgaranjem
OFG	*Offgoing Clutch* – Isključna spojka
ONC	*Oncoming Clutch* – Uključna spojka
STS	*Single-Transition Shift* – Promjena stupnja prijenosa s jednostrukim prijelazom
TCU	*Transmission Control Unit* – Upravljačka jedinica transmisije
ToCo	*Torque Converter* – Pretvarač momenta
DCT	*Dual Clutch Transmission* – Transmisija s dvostrukom spojkom
CPO	*Control Parameter Optimization* – Optimiranje upravljačkih varijabli
MOGA	*Multi Objective Genetic Algorithm* – Više-kriterijski genetski algoritam
RMS	*Root Mean Square* – Korijen srednjeg kvadrata
LQR	*Linear Quadratic Regulator* – Linearni kvadratični regulator
MIMO	*Multiple Input Multiple Output* – Sustav s više ulaza i izlaza
ZOH	*Zero Order Hold* – Impulsni formator nultog reda

SAŽETAK

Promjenu stupnja prijenosa kod automatskog mjenjača s planetarnim prijenosnicima obavlja podređena razina upravljanja, te se najčešće temelji na upravljanju u otvorenoj petlji. U ovom je radu predstavljena podređena razina upravljanja uzlaznom promjenom stupnja prijenosa zasnovana na linearnom kvadratičnom regulatoru (LQR) u inercijskoj fazi. LQR je dizajniran s ciljem slijeđenja referentne trajektorije brzine klizanja uključne spojke, uz minimiziranje disipacije energije u spojkama i promjene momenta izlaznog vratila transmisije, gdje su upravljačke varijable momenti uključne i isključne spojke te moment motora s unutarnjim izgaranjem. Sinteza je temeljena na reduciranom modelu pogona vozila te zahtijeva lako dostupne brzine vratila mjenjača u povratnoj vezi. LQR upravljanje u zatvorenoj petlji uspoređeno je s više-kriterijski optimiranim upravljanjem u otvorenoj petlji, koje se zasniva na primjeni po dijelovima linearnih upravljačkih profila. U momentnoj fazi koristi se upravljanje u otvorenoj petlji koje je dodatno prošireno s upravljanjem momentom motora s unutarnjim izgaranjem u svrhu kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije. Sinteza upravljanja u otvorenoj i zatvorenoj petlji provedena je za slučaj otvorenog i zatvorenog pretvarača momenta. Provedena je detaljna analiza predloženih upravljačkih sustava za vrijeme momentne i inercijske faze te su prikazani simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa iz prve u treću brzinu. Na kraju rada, predstavljena je mogućnost kompenzacije dinamike aktuatora spojki proširivanjem reduciranog modela pogona vozila s modelom dinamike aktuatora.

Ključne riječi: automatska transmisija, promjena stupnja prijenosa, modeliranje pogona vozila, optimalno upravljanje, linearni kvadratični regulator

SUMMARY

Gear change in an automatic transmission with planetary gears is performed by low-level control and is most often based on open-loop control. In this paper, a low-level control based on a linear quadratic regulator (LQR) in the inertia phase is presented. The LQR is designed to follow the oncoming clutch slip speed reference, while minimizing clutch energy dissipation and output shaft torque change. Control inputs are oncoming and off-going clutch torque and internal combustion engine torque. The synthesis is based on a reduced-order vehicle powertrain model and requires readily available transmission shaft speeds feedback. Closed-loop LQR control is compared to multi-objective optimal open-loop control, which is based on the application of piecewise linear control profiles. In the torque phase, open loop control is used which is further expanded with internal combustion engine torque control to compensate for the transmission output shaft torque reduction. The synthesis of open and closed loop control is performed for the case of open and closed torque converter. Proposed control systems during the torque and inertia phases are analyzed in simulation for the first to third gear change. Finally, clutch actuator dynamics compensation is performed by expanding the reduced vehicle powertrain model with actuator dynamics model.

Key words: automatic transmission, gear change, vehicle powertrain model, optimal control, linear quadratic regulator

1. UVOD

Glavna svrha pogona vozila je prijenos momenta s motora s unutarnjim izgaranjem (MSUI) na kotače vozila. Poznato je da MSUI ne može direktno pogoniti vozilo prilikom kretanja iz stacionarnog stanja jer ne razvija moment pri brzini okretaja jednakoj nuli. Stoga je potrebno omogućiti različite brzine vrtnje MSUI i kotača. Ukoliko se prijenos snage ne odvoji, MSUI ne može pogoniti vozilo zbog velikih inercijskih sila [1], odnosno prevelike brzine okretaja i premalog momenta MSUI. Stoga je između MSUI i poluvratila potrebno smjestiti reduktor u svrhu redukcije brzine okretaja i multiplikacije okretnog momenta MSUI pri nižim brzinama. Ukoliko se koristi jednostupanjski reduktor, područje brzine vozila u kojem MSUI može pogoniti vozilo je ograničeno jer MSUI ima ograničenu maksimalnu okretnu brzinu [2]. U svrhu proširenja radnog područja MSUI, smanjenja emisije štetnih plinova i potrošnje, te omogućavanja vožnje pri širokom rasponu brzina vozila koriste se mjenjači s većim brojem stupnja prijenosa. Prema tome, glavni zadaci transmisija su [1][3]:

- Pojačati okretni moment MSUI prilikom kretanja vozila.
- Prilagoditi brzinu vrtnje MSUI na niskim i visokim brzinama vozila.
- Omogućiti vožnju unatrag i rad motora u stacionarnom stanju vozila.

Kod osnovne podjele transmisija razlikujemo manualne, poluautomatske i automatske transmisije [1]. Kod manualnih transmisija vozač zadaje i izvodi promjenu stupnja prijenosa. Kod poluautomatskih transmisija, vozač odlučuje kada će se dogoditi sama promjena stupnja prijenosa dok je postupak promjene automatiziran. Automatske transmisije preuzimaju svu kontrolu nad promjenom stupnja prijenosa pomoću upravljačke jedinice transmisije (eng. *Transmission Control Unit*, TCU). Nadređena razina odlučuje kada će se promijeniti stupanj prijenosa (eng. *Shift Scheduling*), primarno s ciljem poboljšanja dinamike vozila, smanjenja potrošnje goriva i emisije štetnih plinova, dok podređena razina izvodi samo promjenu stupnja prijenosa (eng. *Shift Control*) na što brži i udobniji način.

Automatske transmisije možemo podijeliti na [4]:

- Automatizirane manualne transmisije (eng. *Automated Manual Transmission*, AMT).
- Kontinuirane varijabilne transmisije (eng. *Continuously Variable Transmission*, CVT).
- Transmisije s dvostrukom spojkom (eng. *Dual-Clutch Transmission*, DCT).
- Automatske transmisije s planetarnim prijenosnicima (eng. *Step-Ratio Automatic Transmission*).

Ovaj rad bavi se upravljanjem uzlaznom promjenom stupnja prijenosa, odnosno podređenom razinom upravljanja, automatskih transmisija s planetarnim prijenosnicima (AT). Upravljanje postavljeno u ovom radu primjenjivo je i na DCT zbog slične dinamike promjene stupnja prijenosa. Konkretno, upravljanje u ovom radu primjenjuje se na promjenu stupnja prijenosa s jednostrukim prijelazom (eng. *Single-Transition Shift*, STS), koja se izvodi promjenom stanja dviju spojki kao i kod DCT. Automatske transmisije s planetarnim prijenosnicima uglavnom su projektirane na način da sve uzastopne promjene, odnosno sve promjene u kojima se preskače jedna brzina spadaju pod STS promjene stupnja prijenosa. Osnovne komponente sustava AT su: hidromehanički pretvarač okretnog momenta (eng. *Torque Converter,* ToCo) s premosnom spojkom, lamelne spojke, planetarni prijenosnici i elektrohidraulički sustav upravljanja [1].

Uslijed sve strožih zakonskih regulativa vezanih uz emisije štetnih plinova, jedan od načina smanjenja emisija je povećanje broja stupnjeva prijenosa [1][4]. Prema [4], veći broj stupnjeva prijenosa donosi pogodnosti poput smanjenja potrošnje goriva i emisija štetnih plinova te povoljniji smještaj radne točke MSUI za dane uvjete vožnje (v. [4, poglavlje 1.5]). Međutim, veći broj stupnjeva prijenosa povećava broj promjena stupnja prijenosa za vrijeme vožnje, otežava konstrukciju AT, povećava broj komponenti i masu AT te povećava kompleksnost upravljanja takvim sustavom.

Glavni zadatak kod promjene stupnja prijenosa je izvesti samu promjenu brzo, efikasno i udobno. Promjena stupnja prijenosa izvodi se upravljanjem momentom spojki te samo upravljanje može biti izvedeno u otvorenoj i zatvorenoj petlji. Kod upravljanja momentom spojke, potrebno je razlikovati dva pojma, momentni kapacitet spojke i moment spojke. Momentni kapacitet spojke direktno je proporcionalan normalnoj sili na tarnim površinama lamela. Kada spojka kliže, kapacitet momenta i moment koji spojka prenosi su jednaki dok je kod zatvorene spojke moment jednak primijenjenom momentu te je manji od kapaciteta.

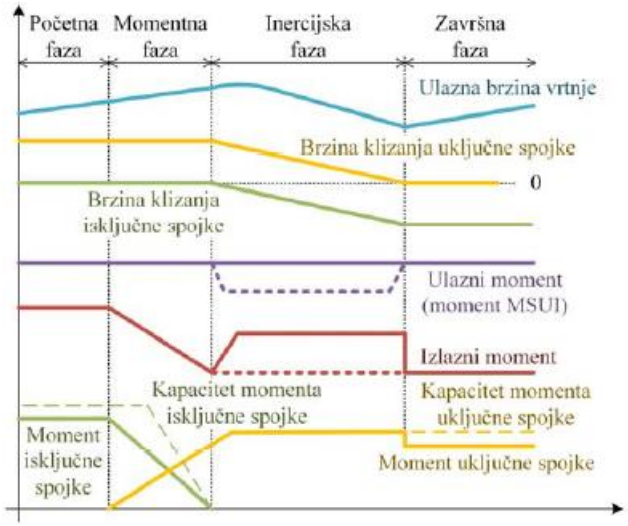
Tipična uzlazna promjena stupnja prijenosa prikazana je na slici 1. te se sastoji od četiri faze[1]:

1. Početna faza (eng. *Initial Phase*).
2. Momentna faza (eng. *Torque Phase*).
3. Inercijska faza (eng. *Inertia Phase*).
4. Završna faza (eng. *End Phase*).

Za vrijeme početne faze obavlja se priprema sustava za nadolazeću promjenu stupnja prijenosa. Klip hidrauličkog cilindra uključne spojke (eng. *Oncoming Clutch,* ONC) pomiče potisne ploče spojke sa svrhom eliminacije praznog hoda. Nakon toga slijedi momentna faza tijekom koje

dolazi do prijenosa momenta s isključne spojke (eng. *Offgoing Clutch*, OFG) na uključnu spojku. Prijenos momenta odvija se podizanjem kapaciteta ONC spojke te istovremenim smanjivanjem kapaciteta OFG spojke. S tim se reducira moment na izlaznom vratilu transmisije pošto je prijenosni omjer transmisije novog stupnja prijenosa manji. Pritom je potrebno održavati kapacitet OFG spojke iznad njenog reaktivnog momenta kako bi se spriječilo njeno proklizavanje. U inercijskoj fazi reducira se brzina klizanja ONC spojke dok brzina klizanja OFG spojke raste. Time se mijenja ulazna brzina transmisije do vrijednosti koja odgovara novom stupnju prijenosa. Za vrijeme inercijske faze, podizanjem kapaciteta ONC spojke disipira se energija s ulaznog vratila transmisije. Time se brzina ulaznog vratila transmisije smanjuje s ciljem zatvaranja ONC spojke. Međutim, podizanjem momentnog kapaciteta ONC spojke, moment se prenosi na izlazno vratilo transmisije te uzrokuje tzv. inercijski udar odnosno nadvišenje momenta na izlaznom vratilu transmisije. Dodatno smanjenje inercijskog udara postiže se redukcijom momenta MSUI u inercijskoj fazi. U tom slučaju, momentni kapacitet ONC spojke zadržava se na znatno nižim vrijednostima te uz smanjenje inercijskog udara dodatno smanjuje i disipiranu energiju na spojci. Uz to, mekši prijelaz između momente i inercijske faze može se postići i blagim podizanjem momenta MSUI i kapaciteta ONC spojke u momentnoj fazi, čime se kompenzira propad izlaznog momenta transmisije te potencijalno ublažava pojava inercijskog udara. Nakon inercijske faze, slijedi završna faza u kojoj se podiže kapacitet ONC spojke kako bi se spriječilo njeno proklizavanje. Također, pri samom kraju inercijske faze (ONC spojka je pred zatvaranjem) potrebno je zadovoljiti tzv. „*no-lurch*“ uvjet [5]. Ovaj uvjet govori da prilikom zatvaranja ONC spojke, derivacija njene brzine klizanja mora biti jednaka nuli. Ukoliko derivacija brzine klizanja ONC spojke nije jednaka nuli, pobuđuju se mehaničke oscilacije koje znatno utječu na kvalitetu promjene stupnja prijenosa, te primarno narušavaju udobnost promjene stupnja prijenosa.

Upravljanje promjenom stupnja prijenosa najčešće se izvodi u otvorenoj petlji (eng. *open loop*) primjenom upravljačkih profila koji su unaprijed određeni na temelju *offline* optimiranja i/ili kalibriranja [6]. Radi postizanja više kvalitete promjene stupnja prijenosa primjenjuje se upravljanje u zatvorenoj petlji (eng. *closed loop*) najčešće s ciljem slijeđenja referentne trajektorije brzine klizanja uključne spojke [7].

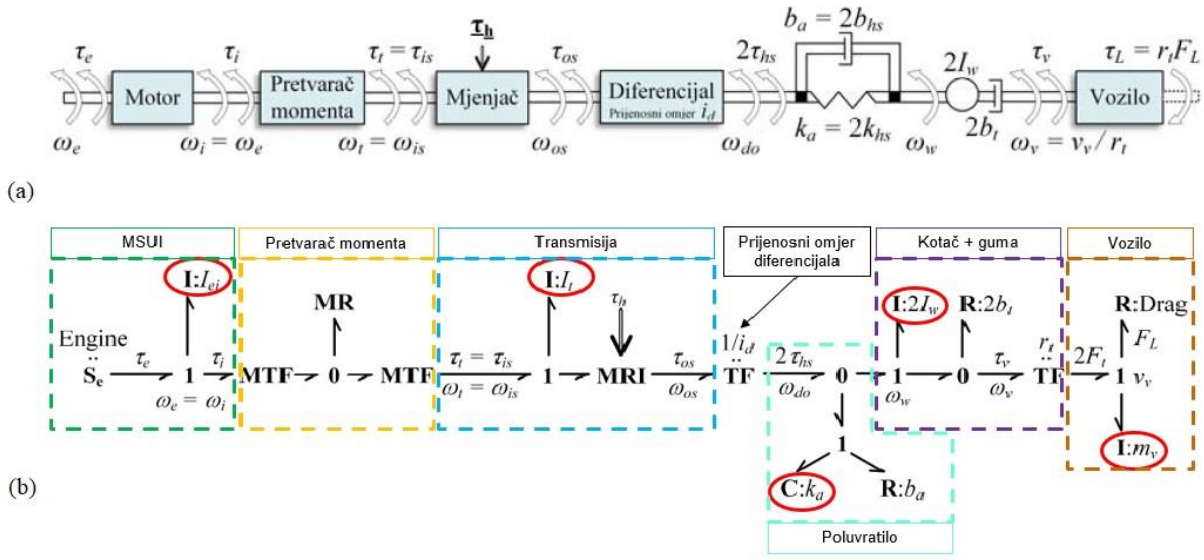


Slika 1. Uzlazna promjena stupnja prijenosa[1]

U ovom radu predstavit će se podređeno upravljanje STS-om u momentnoj i inercijskoj fazi promjene stupnja prijenosa. Upravljanje za vrijeme momentne faze izvodi se u otvorenoj petlji dok je upravljanje za vrijeme inercijske faze izvedeno u zatvorenoj petlji s povratnom vezom po brzini klizanja ONC spojke. Uz reduciranje momenta MSUI za vrijeme inercijske faze koristi se i nekonvencionalno moduliranje kapaciteta OFG spojke s ciljem dodatnog suzbijanja inercijskog udara prethodno predstavljeno u [8]. Također, predstavit će se upravljanje momentom MSUI za vrijeme momentne faze s ciljem suzbijanja propada momenta na izlaznom vratilu transmisije što može značajno poboljšati kvalitetu promjene stupnja prijenosa. Koncept takvog upravljanja prethodno je predstavljen u [9].

2. MATEMATIČKO MODELIRANJE POGONA VOZILA

Simulacija promjene stupnja prijenosa, te sinteza upravljačkog sustava zahtijevaju matematički model dinamike pogona vozila. Slika 2a prikazuje shematsku strukturu upravljanju-orijentiranog modela pogona vozila, dok je na slici 2b prikazan vezni dijagram modela (za osnovne izraze veznih dijagrama v. prilog A ili detaljnije [10]). Model pogona se sastoji od MSUI, pretvarača momenta, mjenjača (AT), diferencijala, ekvivalentnog poluvratila, pogonskih kotača te uzdužne dinamike vozila[1].



Slika 2. Shematski prikaz pogona vozila[1][11] (a) i vezni dijagram pogona vozila (b)

2.1. Model motora s unutarnjim izgaranjem

U ovom radu MSUI je modeliran kao izvor momenta. Okretni moment motora τ_e funkcija je položaja pedale akceleratora p_{th} i brzine vrtnje motora ω_e [11]:

$$\tau_e = f(p_{th}, \omega_e), \tag{1}$$

gdje je funkcija f definirana nelinearnom mapom motora.

Rotacijska dinamika motora može se opisati jednadžbom

$$I_{ei}\dot{\omega}_e = (\tau_e - \Delta\tau_{ec}) - \tau_i, \tag{2}$$

gdje je I_{ei} ukupni moment inercija motora i pumpe pretvarača momenta, τ_e je okretni moment pumpe pretvarača momenta. Dodatan član $\Delta\tau_{ec}$ predstavlja redukciju momenta motora koja je upravljačka varijabla kod upravljanja za vrijeme inercijska faze.

2.2. Nelinearni model pretvarača momenta

Pretvarač momenta kod AT služi kao zamjena glavne spojke prisutne kod ručnih transmisija. Njegovi glavni zadaci su [3]:

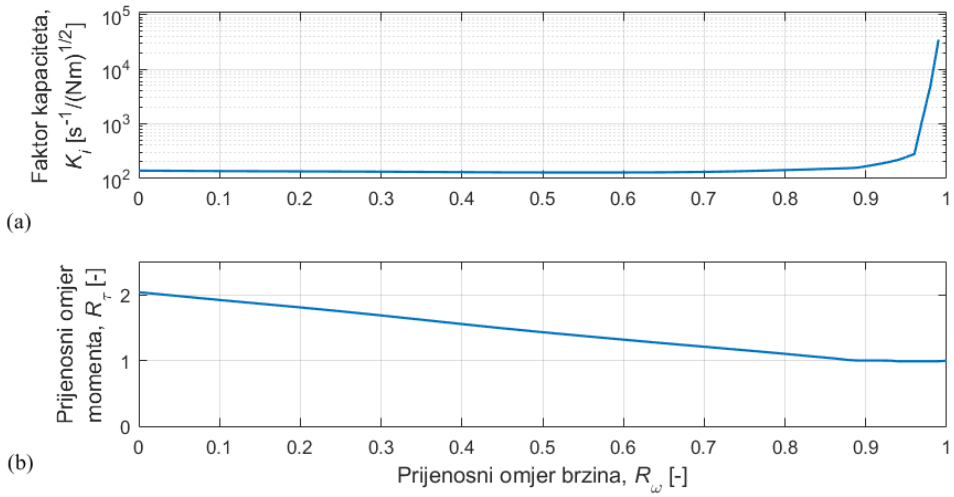
- Prijenos momenta MSUI i multiplikacija momenta pri kretanju vozila.
- Odvajanje MSUI i transmisije (funkcija spojke) čime se omogućava rad na brzini praznog hoda kada je vozilo stacionarno.

Pretvarač momenta sastoji se od pumpnog i turbinskog kola, statora i premosne spojke. Pumpa pretvarača momenta preuzima snagu s MSUI te usmjerava dinamički tok fluida na turbinu. Turbina preuzima snagu s fluida te je prenosi na ulazno vratilo transmisije što zapravo znači da su moment i brzina turbine i ulaznog vratila transmisije jednaki. Stator služi za preusmjeravanje fluida pri niskim brzinama vozila (pumpa pretvarača momenta ima visoku brzinu dok je turbina na niskim brzinama) čime se postiže veća efikasnost i multiplikacija momenta. Premosna spojka koristi se za zatvaranje pretvarača momenta sa svrhom eliminacije gubitaka u fluidu nakon što brzine pumpe i turbine postanu približno jednake, odnosno kada se moment više ne pojačava.

Statički model pretvarača momenta definiran je na sljedeći način [11]:

$$\begin{aligned} R_\omega &= \frac{\omega_t}{\omega_i}, \\ \tau_i &= \frac{\omega_i^2}{K_i^2(R_\omega)}, \\ \tau_t &= R_\tau(R_\omega)\tau_i, \end{aligned} \tag{3}$$

gdje su ω_t i $\omega_i = \omega_e$ brzine turbine i pumpe pretvarača momenta, τ_t i τ_i okretni momenti pretvarača momenta, R_ω je prijenosni omjer brzina, R_τ je prijenosni omjer momenata, a K_i je faktor kapaciteta pretvarača momenta. Model se opisuje pomoću statičkih krivulja $R_\tau(R_\omega)$ i $K_i(R_\omega)$ koje su prikazane na slici 3. Ulazne varijable u model pretvarača momenta su brzine pumpe i turbine.



Slika 3. Statičke krivulje pretvarača momenta

2.3. Model transmisije

AT je vrlo kompleksan sustav gdje se s velikim brojem stupnjeva prijenosa i javlja puno sprega inercija. Puni model automatske transmisije s 10 stupnjeva prijenosa predstavljen je u [1]. S ciljem jednostavnije sinteze upravljačkog sustava za jednu promjenu stupnja prijenosa puni se model reducira korištenjem veznog dijagrama modela mjenjača ili provođenjem numeričkog reduciranja modela (v. [1, poglavlje 3.] za više detalja). Redukcijom punog modela transmisije dobiva se model drugog reda za STS koji zapisan u prostoru stanja ima oblik

$$\begin{bmatrix} I_{in} & I_{io} \\ I_{io} & I_{out} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{is} \\ \dot{\omega}_{os} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -i_1 & -i_2 \\ 0 & -1 & g_1^{-1} & g_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{is} \\ \tau_{os} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

gdje je I_{in} moment inercije ulaznog vratila transmisije, I_{out} je moment inercije izlaznog vratila transmisije, I_{io} je moment sprege inercija, $\omega_{is} = \omega_t$ je brzina ulaznog vratila transmisije, ω_{os} je brzina izlaznog vratila transmisije, $\tau_{is} = \tau_t$ je okretni moment ulaznog vratila transmisije, τ_{os} je okretni moment izlaznog vratila transmisije, τ_{ONC} je okretni moment ONC, τ_{OFG} je okretni moment OFG, a i_1, i_2, g_1 i g_2 su prijenosni omjeri.

Prema [1], veza između vektora varijabli stanja i vektora brzina klizanja spojki je

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{cl}} = \mathbf{U}\boldsymbol{\omega}, \tag{5}$$

gdje je $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{cl}} = [\omega_{ONC}\ \omega_{OFG}]^{\mathrm{T}}$ vektor brzina klizanja spojki, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_{is}\ \omega_{os}]^{\mathrm{T}}$ je vektor brzina ulaznog i izlaznog vratila transmisije, a $\mathbf{U}$ je matrica koja povezuje brzine klizanja s varijablama stanja te je dana jednadžbom

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} i_2 & -g_2^{-1} \\ i_1 & -g_1^{-1} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

2.4. Model trenja u spojkama

Statička karakteristika trenja prikazana je na slici 4a te je definirana jednadžbom[1]

$$\tau_f(\tau_h, \omega) = \tau_h \left[\overline{T_C} + \left(\overline{T_S} - \overline{T_C} \right) e^{-\left| \frac{\omega}{\omega_{st}} \right|^{\delta}} + \sigma_2 \omega \right] sign(\omega), \tag{7}$$

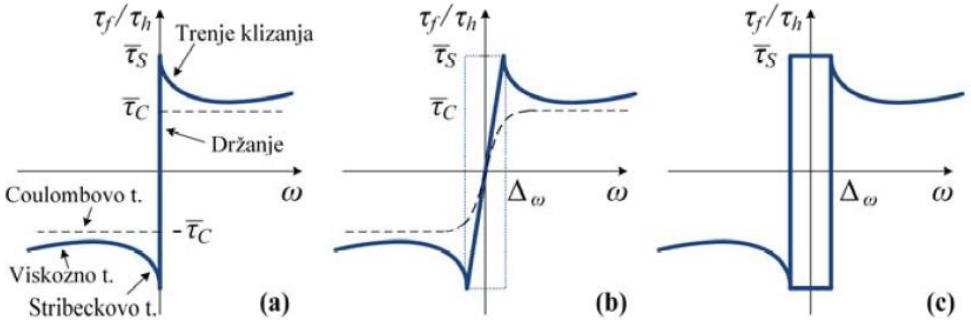
gdje je ω brzina klizanja, τ_h je kapacitet momenta spojke, $\overline{T_C}$ je normirani Coulombov moment trenja, $\overline{T_S}$ je normirani Stribeckov moment trenja, ω_{st} je Stribeckova brzina, δ je faktor oblika, a σ_2 je normirani koeficijent viskoznog trenja. Ukoliko vrijedi da je $\overline{T_S} = \overline{T_C}$ te se zanemari viskozno trenje, dobiva se jednostavni Coulombov model (isprekidane linije na slici 4a)

$$\tau_f(\tau_h, \omega) = \tau_h \overline{T_C} sign(\omega). \tag{8}$$

U ovom je radu korišten numerički efikasan Karnoppov model trenja prikazan na slici 4c. S ciljem jednostavnosti, zanemaren je utjecaj Stribeckovog trenja (v. jednadžbe (7) i (8)). U tom slučaju Karnoppov model opisan je jednadžbom [11]

$$\tau_f = \begin{cases} \tau_{fslip}(\omega) = \tau_h \overline{T_C} sign(\omega), & za\ |\omega| \geq \Delta_\omega \\ \tau_{fstick} = sat(\tau_{stick}, \overline{T_C} \tau_h), & inače \end{cases} \tag{9}$$

Pošto se u reduciranom modelu koriste dvije spojke potrebno je u obzir uzeti i njihovo stanje, odnosno je li spojka otvorena ili zatvorena, te se proračun primijenjenog momenta τ_{fstick} značajno komplicira s porastom broja spregnutih spojki. Izvod jednadžbi koje se koriste za određivanje trenja u sustavima s većim brojem spojki preuzet je iz [13].



Slika 4. Model trenja: (a) statička karakteristika, (b) klasični model, (c) Karnoppov model[1]

2.5. Model poluvratila, kotača, gume i uzdužne dinamike vozila

Diferencijal dopušta različite brzine vrtnje kotača u zavojima, ravnomjerno raspoređuje okretne momente te reducira brzinu vrtnje/pojačava moment s prijenosnim omjerom i_d. Između diferencijala i kotača smještena su poluvratila. U modelu orijentiranom upravljanju, poluvratila su opisana na sljedeći način [1]:

$$\dot{\varphi}_{hs} = i_d^{-1}\omega_{os} - \omega_w, \tag{10}$$

$$\tau_{os} = i_d^{-1}(2\tau_{hs}) = 2i_d^{-1}(k_{hs}\varphi_{hs} + b_{hs}\dot{\varphi}_{hs}), \tag{11}$$

gdje je φ_{hs} kut uvijanja poluvratila, ω_w brzina vrtnje kotača, τ_{hs} je okretni moment poluvratila, k_{hs} je koeficijent krutosti poluvratila, a b_{hs} je koeficijent prigušenja poluvratila. Koeficijenti k_a i b_a te okretni moment $2\tau_{hs}$ (v. sliku 2) posljedica su modeliranja poluvratila ekvivalentnim elastičnim vratilom gdje su oni dvostruko veći nego za svako poluvratilo zasebno.

Rotacijska dinamika kotača opisana je sljedećim izrazom:

$$I_w\dot{\omega}_w = \tau_{hs} - r_t^{-1}F_t, \tag{12}$$

gdje je I_w moment inercije kotača, r_t ekvivalentni polumjer gume, a F_t uzdužna sila između gume i podloge. Uzdužna sila između gume i podloge može se opisati jednadžbom (pod pretpostavkom da guma djeluje u linearnom području statičke karakteristike, v. [14] za više detalja):

$$F_t = r_t^{-1}b_t(\omega_w - r_t^{-1}v_v), \tag{13}$$

gdje je b_t koeficijent prigušenja gume, a v_v uzdužna brzina vozila.

Model uzdužne dinamike opisan je sljedećim izrazom:

$$m_v\dot{v}_v = 2F_t - F_L, \tag{14}$$

gdje je m_v masa vozila, a F_L ukupna sila otpora prilikom gibanja vozila. Ukupna sila otpora uključuje aerodinamički otpor i otpor kotrljanja:

$$F_L = \underbrace{\frac{1}{2}\rho A_d C_d v_v^2}_{F_{drag}} + F_{roll}, \tag{15}$$

gdje je ρ gustoća zraka, A_d je prednja površina vozila, C_d je koeficijent aerodinamičkog otpora, F_{roll} je konstantan otpor kotrljanja. Pretpostavlja se da je nagib ceste konstantan, te nije uključen u otpore (15).

Jednadžbe (14) i (15) predstavljaju nelinearni model uzdužne dinamike vozila koji je u svrhu sinteze regulatora potrebno linearizirati. Ukoliko se jednadžbe lineariziraju oko početne brzine gibanja vozila v_{v0}, dobivamo [11]:

$$m_v\dot{v}_v = 2F_t - F_L - \rho A_d C_d v_{v0} v_v, \tag{16}$$

gdje je konstantna sila otpora vozila jednaka

$$F_L = F_{roll} - \frac{1}{2}\rho A_d C_d v_{v0}^2. \tag{17}$$

3. REDUCIRANJE DINAMIČKOG MODELA POGONA VOZILA

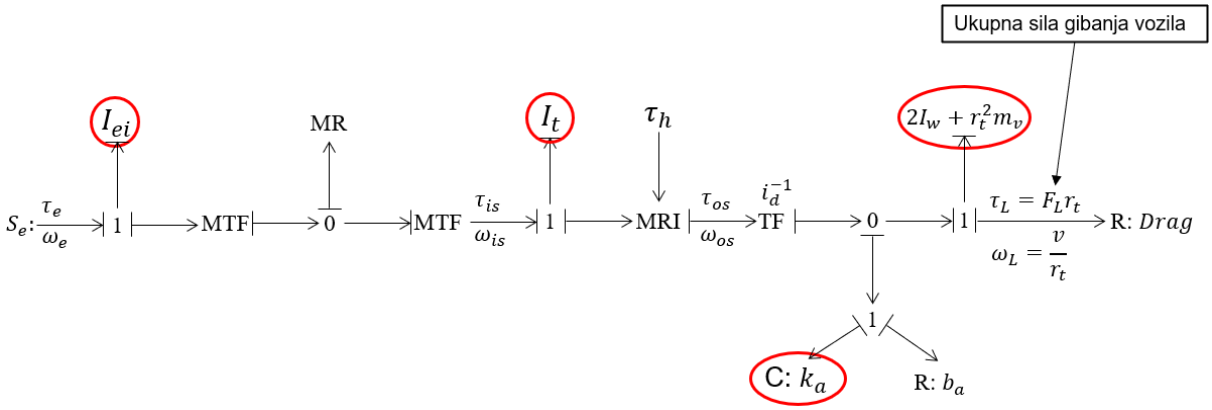
Puni model pogona vozila predstavljen je jednadžbama (2), (4), (10), (12), (14). Zapisom jednadžbi u prostoru stanja dobiva se model šestog reda (šest varijabli stanja, ω_e, ω_{is}, ω_{os}, φ_{hs}, ω_w i v_v). Sve varijable stanja osim kuta uvijanja poluvratila φ_{hs} su mjerljive. Ukoliko bi se koristio puni model pogona vozila za sintezu regulatora, bilo bi potrebno uključiti koristiti estimator varijabli stanja, npr. Luenbergerov estimator. Kako bi se sinteza pojednostavila, te izbjeglo korištenje estimatora, model pogona vozila reducira se na najniži mogući red.

3.1. Reducirani model za inercijsku fazu

Bitno je napomenuti kako reducirani model vrijedi samo za inercijsku fazu promjene stupnja prijenosa te se ne može koristiti za sintezu upravljanja za vrijeme momentne faze. Razlog tome je da u model nisu uključeni ključni uvjeti koji vrijede za momentnu fazu što će biti detaljnije objašnjeno u poglavlju 4.3. Također, obje spojke kližu te se njihov momentni kapacitet smatra upravljačkom varijablom i jednak je momentu koji spojke prenose, što ne vrijedi u fazama prije i poslije inercijske faze kada je jedna od spojki zatvorena.

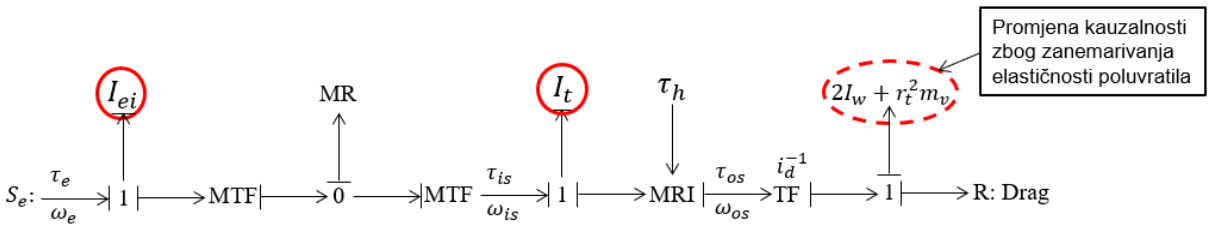
3.1.1. Reduciranje modela pogona vozila

Zanemarivanjem prigušenja gume te spajanjem inercije vozila $r_t^2 m_v$ s inercijom oba kotača $2I_w$ dobiva se model petog reda čiji je vezni dijagram prikazan na slici 5.



Slika 5. Vezni dijagram pogona vozila nakon zanemarivanja prigušenja gume te spajanja momenta inercija vozila i kotača

Daljnjom redukcijom može se zanemariti uvijanje poluvratila čime se dobiva vezni dijagram prikazan na slici 6, te model trećeg reda Bitno je primijetiti kako je došlo do promjene kauzalnosti brzine vozila, odnosno brzina vozila v_v sada se može jednoznačno odrediti pomoću preostalih varijabli stanja.



Slika 6. Vezni dijagram pogona vozila uz zanemareno uvijanje poluvratila

Na slici 7 prikazan je vezni dijagram reduciranog modela pogona vozila s uključenim reduciranim modelom transmisije (v. jednadžbu (4)) zajedno s rotacijskom dinamikom MSUI (v. jednadžbu (2)).

Pod pretpostavkom velike izlazne inercije (velika masa vozila m_v) brzina izlaznog vratila transmisije je konstantna, odnosno

$$\dot{\omega}_{os} = 0. \tag{18}$$

Ukoliko uvjet predstavljen jednadžbom (18) uvrstimo u reducirani model transmisije (4), dobivamo

$$I_{in}\dot{\omega}_{is} = \tau_{is} - i_1\tau_{OFG} - i_2\tau_{ONC}, \tag{19}$$

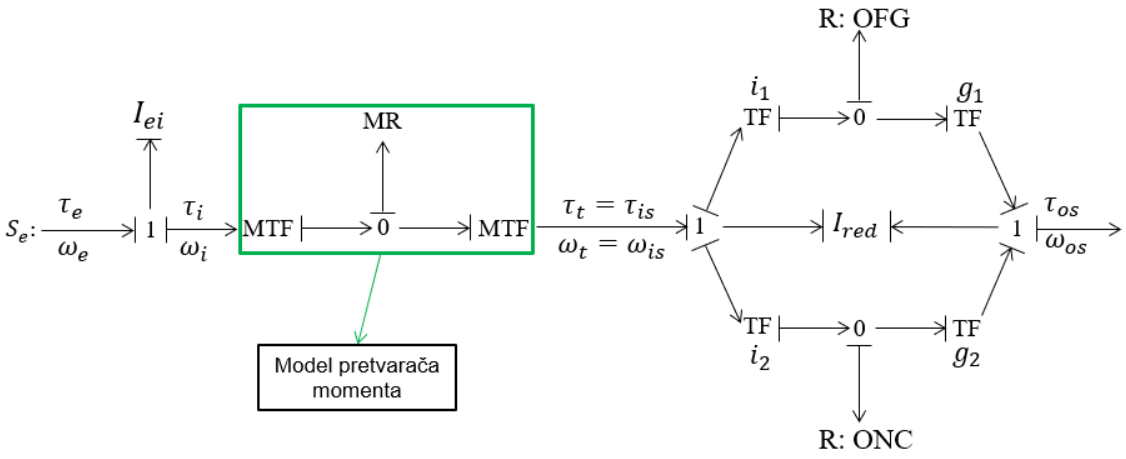
$$I_{io}\dot{\omega}_{is} = -\tau_{os} + g_1^{-1}\tau_{OFG} + g_2^{-1}\tau_{ONC}, \tag{20}$$

Prema jednadžbi (19), ubrzanje ulaznog vratila transmisije jednoznačno je određeno. Moment na izlaznom vratilu transmisije tada se dobije ubacivanjem jednadžbe (19) u jednadžbu (20) te naknadnim sređivanjem jednadžbe. Konačne jednadžbe reduciranog modela transmisije su

$$[I_{in}][\dot{\omega}_{is}] = [1 \quad -i_1 \quad -i_2]\begin{bmatrix}\tau_{is}\\ \tau_{OFG}\\ \tau_{ONC}\end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$[\tau_{os}] = \left[-\frac{I_{io}}{I_{in}} \quad \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}i_1 + g_1^{-1}\right) \quad \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}i_2 + g_2^{-1}\right)\right]\begin{bmatrix}\tau_{is}\\ \tau_{OFG}\\ \tau_{ONC}\end{bmatrix}. \tag{22}$$

Model pogona vozila sada je predstavljen modelom drugog reda, odnosno jednadžbama (2) i (21).



Slika 7. Vezni dijagram reduciranog modela pogona vozila

3.1.2. Zatvoreni pretvarač momenta

Za slučaj zatvorenog pretvarača momenta kada je premosna spojka pretvarača je uključena te se moment MSUI direktno prenosi na ulazno vratilo transmisije, $\tau_e = \tau_{is}$ (model pretvarača momenta na slici 7 može se zanemariti). Model pogona može se dodatno reducirati na model prvog reda i to na način da se spoje momenti inercije MSUI, pumpe pretvarača momenta i transmisije

$$I_{in} = I_{ei} + I_t, \tag{23}$$

gdje I_{in} novi povećani moment inercije na ulaznom vratilu transmisije.

U tom se slučaju dobiva model pogona vozila prvog reda:

$$[I_{in}][\dot{\omega}_{is}] = [-1 \quad -i_1 \quad -i_2]\begin{bmatrix}\Delta\tau_{ec}\\ \tau_{OFG}\\ \tau_{ONC}\end{bmatrix} + [1][\tau_e], \tag{24}$$

$$[\tau_{os}] = \left[\frac{I_{io}}{I_{in}} \quad \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}i_1 + g_1^{-1}\right) \quad \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}i_2 + g_2^{-1}\right)\right]\begin{bmatrix}\Delta\tau_{ec}\\ \tau_{OFG}\\ \tau_{ONC}\end{bmatrix} + \left[-\frac{I_{io}}{I_{in}}\right][\tau_e]. \tag{25}$$

3.1.3. Otvoreni pretvarač momenta

Za slučaj otvorenog pretvarača momenta potrebno je linearizirati model pretvarača momenta danog izrazima (3) kako bi se mogla provesti sinteza linearnog upravljačkog sustava.

Momenti pumpe i turbine linearnog modela pretvarača momenta opisani su sljedećim jednadžbama [11]:

$$\tau_i = b_{ii}\omega_e + b_{it}\omega_{is}, \tag{26}$$

$$\tau_t = \tau_{is} = -b_{ti}\omega_e - b_{tt}\omega_{is}. \tag{27}$$

gdje su b_{ii}, b_{it}, b_{ti} i b_{tt} koeficijenti prigušenja linearnog modela pretvarača momenta opisani izrazima:

$$\begin{aligned} b_{ii} &= 2\omega_i \left(\frac{1}{K_i^2} + \frac{R_\omega}{K_i^3} \frac{\partial K_i}{\partial R_\omega} \right), \\ b_{it} &= -2 \frac{\omega_i}{K_i^3} \frac{\partial K_i}{\partial R_\omega}, \\ b_{ti} &= \frac{\omega_i}{K_i^2} R_\omega \frac{\partial R_\tau}{\partial R_\omega} - R_\tau b_{ii}, \\ b_{tt} &= -\frac{\omega_i}{K_i^2} \frac{\partial R_\tau}{\partial R_\omega} - R_\tau b_{it}, \end{aligned} \tag{28}$$

Ukoliko se u jednadžbi (2) moment pumpe pretvarača momenta τ_i zamijeni s jednadžbom (26) te moment ulaznog vratila transmisije τ_{is} u jednadžbama (21) i (22) zamijeni s jednadžbom (27) dobivamo model pogona vozila drugog reda koji zapisan u prostoru stanja glasi:

$$\begin{bmatrix} I_{ei} & 0 \\ 0 & I_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{is} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_{ii} & -b_{it} \\ -b_{ti} & -b_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -i_1 & -i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [\tau_e]. \tag{29}$$

$$[\tau_{os}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{io}}{I_t} b_{ti} & \frac{I_{io}}{I_t} b_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1} \right) & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix} \tag{30}$$

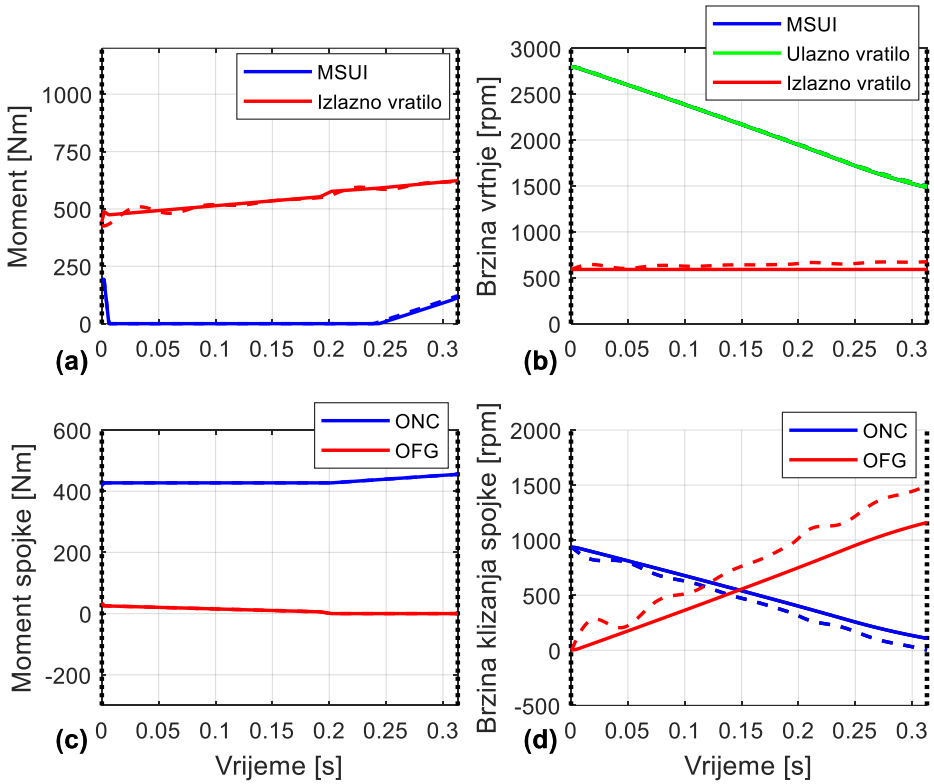
3.2. Usporedba reduciranog modela s punim modelom pogona vozila

Pošto će se model predstavljen jednadžbama (24) i (25) za slučaj zatvorenog pretvarača momenta, odnosno jednadžbama (29) i (30) za slučaj otvorenog pretvarača momenta koristiti za sintezu upravljačkog zakona, potrebno je usporediti odziv reduciranog i punog modela pogona vozila. Zahtjev na reducirani model je da vjerno opisuje dinamiku punog modela pogona vozila u inercijskoj fazi.

3.2.1. Zatvoreni pretvarač momenta

Na slici 8 prikazan je odziv punog i reduciranog modela pogona vozila za slučaj zatvorenog pretvarača momenta. Na puni i reducirani model pogona vozila primijenjeni su isti upravljački profili u otvorenoj petlji, odnosno isti moment OFG spojke τ_{OFG}, moment ONC spojke τ_{ONC} te isti profil reduciranja momenta MSUI $\Delta\tau_{ec}$ (v. poglavlje 4.1). Razlika brzine ulaznog vratila transmisije ω_{is}, ujedno i brzine MSUI ω_e (slika 8b) između reduciranog i punog modela je minimalna, što potvrđuje preciznost reduciranog modela u inercijskoj fazi i čini ga pogodnim za sintezu upravljačkog zakona. Brzine spojki reduciranog modela, prikazane na slici 8d, značajnije odstupaju od punog modela zbog pretpostavke konstantne brzine na izlaznom vratilu

transmisije ω_{os}. Zbog zanemarivanja utjecaja elastičnosti poluvratila, moment na izlaznom vratilu transmisije više nema izraženo oscilatorno ponašanje (slika 8a).

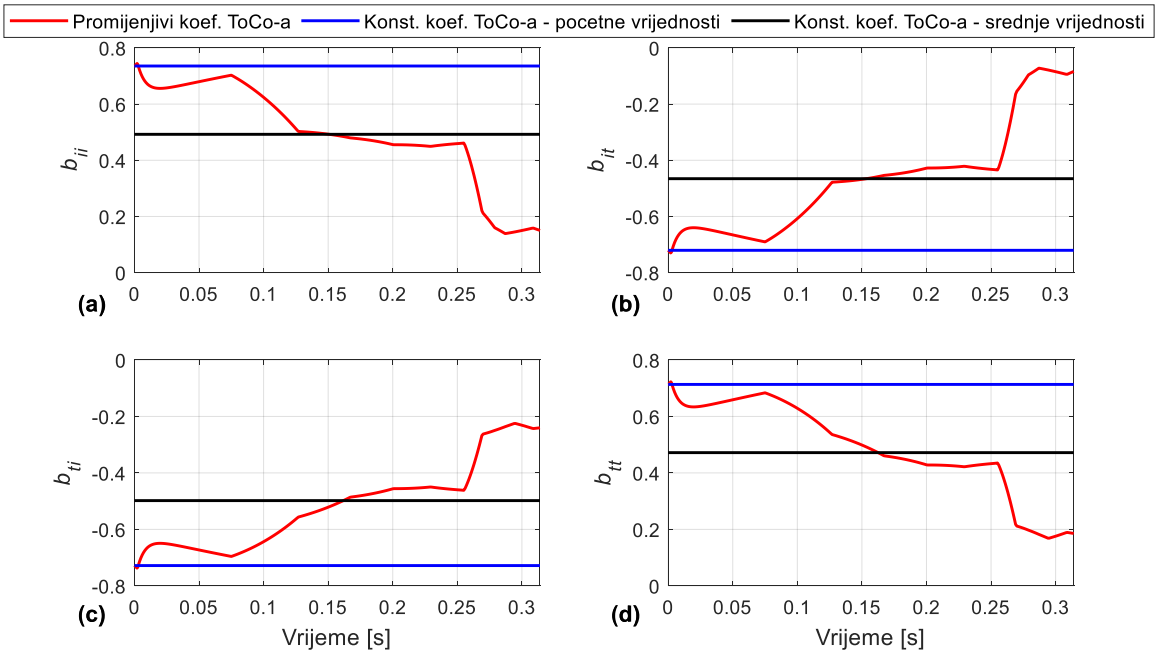


Slika 8. Usporedba reduciranog i punog modela pogona vozila za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa i slučaj zatvorenog pretvarača momenta

3.2.2. Otvoreni pretvarač momenta

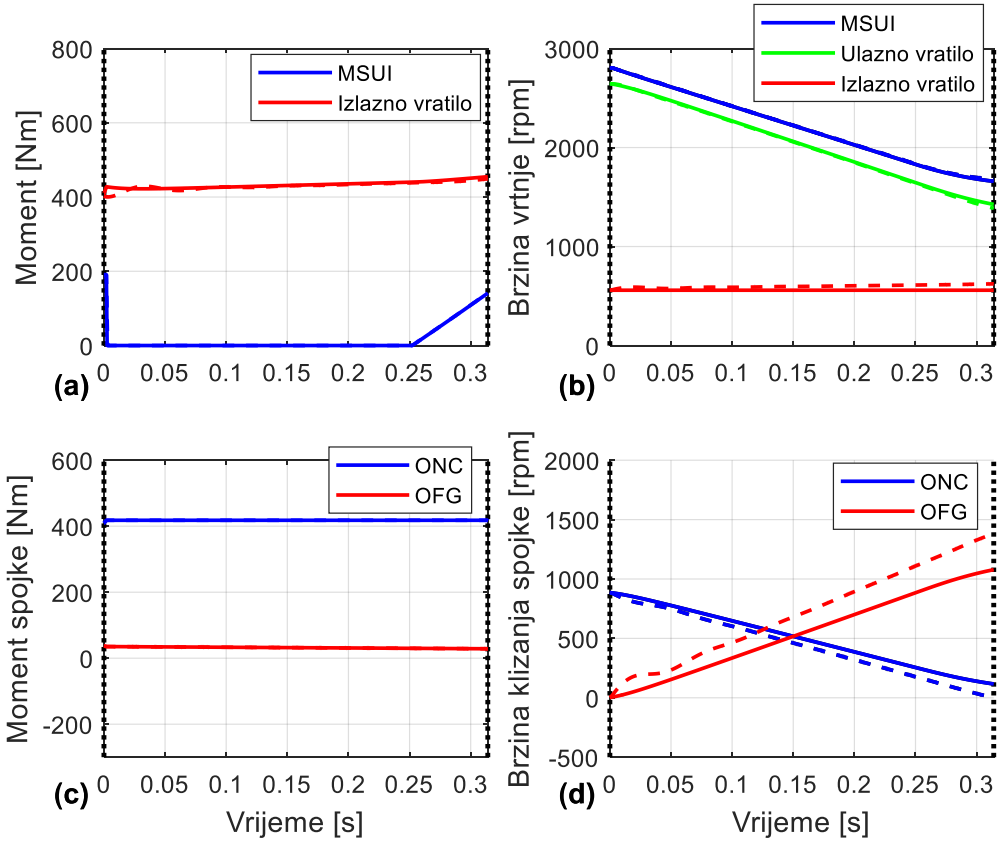
Koeficijenti prigušenja pretvarača momenta mijenjaju se s obzirom na prijenosni omjer brzina pretvarača momenta R_ω (v. sliku 3 i (25)). Pošto je za sintezu linearnog regulatora potreban vremenski invarijantan sustav, tj. sustav u kojem su parametri neovisni o vremenu, potrebno je provjeriti točnost reduciranog modela s konstantnim koeficijentima prigušenja. U tu svrhu razlikujemo tri slučaja:

1. Promjenjivi koeficijenti – kontinuiran proračun novih koeficijenata lineariziranog modela pretvarača momenta na temelju trenutnih podataka o okretnim brzinama ω_e i ω_{is} (v. crvene linije na slici 9).
2. Konstantni koeficijenti izračunati za vrijednosti brzina na početku inercijske faze ω_{e0} i ω_{is0} (v. plave linije na slici 9).
3. Konstantni koeficijenti proračunati za srednje vrijednosti za vrijeme inercijske faze na temelju simulacije punog modela (v. crne linije na slici 9).



Slika 9. Koeficijenti prigušenja linearnog modela pretvarača momenta za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa

Na slici 10 prikazana je usporedba reduciranog modela s punim modelom pogona vozila za slučaj otvorenog pretvarača momenta. Slično kao u slučaju zatvorenog pretvarača momenta primijenjeni su upravljački profili u otvorenoj petlji. Kao što je ranije spomenuto, u svrhu dobivanja vremenski invarijantnog modela potrebno je koristiti konstantne koeficijente prigušenja. Koeficijenti prigušenja pretvarača momenta koji uzrokuju najmanje odstupanje modela su oni proračunati za srednje vrijednosti brzine ulaznog vratila transmisije ω_{is} i brzine MSUI ω_e (3. grupa koeficijenata, v. sliku 9). Razlike između brzine ulaznog vratila transmisije ω_{is} i brzine MSUI ω_e (slika 10b) punog i reduciranog modela je minimalna što potvrđuje preciznost reduciranog modela te ga čini pogodnim za sintezu upravljačkog zakona. Ponovno, brzine spojki znatno (slika 10d) odstupaju zbog pretpostavke konstantne brzine izlaznog vratila transmisije ω_{os}. Također, kao i u slučaju zatvorenog pretvarača momenta, zbog zanemarivanja elastičnosti poluvratila oscilacije na izlaznom vratilu transmisije nisu izražene (slika 10a).



Slika 10. Usporedba reduciranog s punim modelom pogona vozila za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa i slučaj otvorenog pretvarača momenta

4. UPRAVLJANJE UZLAZNOM PROMJENOM STUPNJA PRIJENOSA AUTOMATSKOG MJENJAČA

4.1. Upravljanje uzlaznom promjenom stupnja prijenosa u otvorenoj petlji

Upravljanje promjenom stupnja prijenosa u otvorenoj petlji često se zasniva na primjeni po dijelovima linearnih upravljačkih profila koji se optimiraju ili kalibriraju. Jedan od mogućih pristupa optimiranju parametara po dijelovima linearnih upravljačkih profila varijabli (eng. *Control Parameter Optimization,* CPO) zasniva se na primjeni više-kriterijskog genetskog algoritma MOGA-II (eng. *Multi Objective Genetic Algorithm*) dostupnog unutar modeFRONTIER optimizacijskog okruženja [1].

MOGA-II je genetski algoritam koji postupkom *elitizma* (najbolja jedinka preživljava evolucijski proces te sudjeluje u idućoj iteraciji) omogućuje brzu konvergenciju prema optimalnim rješenjima. Početna populacija generirana je kao Sobol sekvenca, koja za razliku od pseudo-nasumičnog generatora brojeva, generira uniformno raspodijeljene početne parametre (jedinke).

Slika 11 prikazuje po dijelovima linearne upravljačke profile za obje spojke te moment motora za uzlaznu promjenu stupnja prijenosa. Parametri čije se vrijednosti optimiraju sadržani su u upravljačkom vektoru $\mathbf{p}_{\text{ctrl}}$, te su označeni na slici 11 plavom bojom. Upravljački vektor $\mathbf{p}_{\text{ctrl}}$ može se podijeliti u dva pod-vektora, odnosno

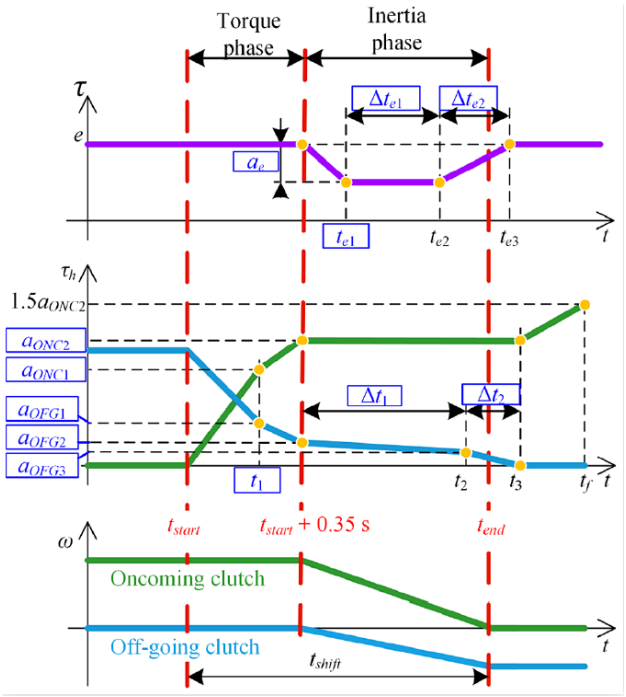
$$\mathbf{p}_{\text{ctrl}} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\text{cl}} \\ \mathbf{p}_{\text{eng}} \end{bmatrix}, \tag{31}$$

gdje $\mathbf{p}_{\text{cl}}$ definira po dijelovima linearne upravljačke profile ONC i OFG spojke, a $\mathbf{p}_{\text{eng}}$ definira po dijelovima linearni upravljački profil redukcije momenta MSUI. Po uzoru na sliku 11, gdje su prikazani po dijelovima linearni upravljački profili, vektori $\mathbf{p}_{\text{cl}}$ i $\mathbf{p}_{\text{eng}}$ sadrže sljedeće vrijednosti [15]

$$\mathbf{p}_{\text{cl}} = [a_{ONC1} \quad a_{ONC2} \quad a_{OFG1} \quad a_{OFG2} \quad a_{OFG3} \quad t_1 \quad \Delta t_1 \quad \Delta t_2], \tag{32}$$

$$\mathbf{p}_{\text{eng}} = [a_e \quad t_{e1} \quad \Delta t_{e1} \quad \Delta t_{e2}], \tag{33}$$

Upravljačke parametre prikazane u jednadžbama (32) i (33) potrebno je ograničiti kako genetski algoritam ne bi od upravljačkog sustava tražio nerealne iznose upravljačkih varijabli što je detaljnije predstavljeno u [11].



Slika 11. Definicija po dijelovima linearnih upravljačkih trajektorija[11]

Višekriterijsko optimiranje omogućava istovremenu minimizaciju konfliktnih funkcija cilja. U ovom slučaju definirane su tri funkcije cilja koje karakteriziraju kvalitetu promjene stupnja prijenosa: vrijeme trajanja promjene stupnja prijenosa t_{shift}, korijen srednjeg kvadrata (eng. *Root Mean Square*, RMS) trzaja j_{RMS} kao mjera udobnosti i disipacija energije u spojkama E_{loss}. Prema [11], funkcije cilja definirane su jednadžbama

$$\min_{\mathbf{p}_{\text{ctrl}}} J_1 = t_{shift}, \tag{34}$$

$$\min_{\mathbf{p}_{\text{ctrl}}} J_2 = j_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_f}\int_0^{t_f} \ddot{v}_v \, dt}, \tag{35}$$

$$\min_{\mathbf{p}_{\text{ctrl}}} J_3 = E_{loss} = \int_0^{t_f} \sum_i \omega_i \, \tau_{fi} \, dt, \tag{36}$$

gdje je t_f vrijeme simulacije promjene stupnja prijenosa prikazano na slici 11 te je postavljeno na t_f = 1.5 s.

4.2. Upravljanje u inercijskoj fazi

4.2.1. Linearni kvadratični regulator

Razmotrimo vremenski invarijantni linearni dinamički sustav zapisan u prostoru stanja

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \tag{37}$$

gdje je **x** vektor varijabli stanja sustava, **A** je matrica koeficijenata sustava, **u** je vektor upravljačkih varijabli, a **B** je matrica ulaza sustava. Vektor izlaznih varijabli tada je jednak

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \tag{38}$$

gdje je **y** vektor izlaznih varijabli sustava, **C** je matrica izlaza sustava, a **D** je matrica prijenosa sustava.

Upravljački vektor regulatora po varijablama stanja definiran je jednadžbom

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \tag{39}$$

gdje je **K** matrica pojačanja regulatora stanja.

Klasične metode sinteze regulacijskog sustava s više ulaza i izlaza (eng. *Multiple Input Multiple Output*, MIMO), poput metode namještanja polova zatvorenog regulacijskog kruga, često imaju beskonačan broj rješenja matrice **K**. Naprimjer, pretpostavimo da sintezu provodimo na sustavu *n*-tog reda s *m* upravljačkih varijabli te su sve varijable stanja mjerljive. Metodom namještanja polova moramo namjestiti *m*x*n* parametara upravljačke matrice **K**, a dostupno nam je samo *n* polova. Stoga, matrica **K** u sebi sadrži beskonačan broj rješenja koji zadovoljavaju željene polove zatvorenog regulacijskog kruga. Jedan od razloga primjene optimalnog upravljanja je upravo taj da se odrede konačna pojačanja matrice **K** koja zadovoljavaju određeni kriterij optimalnosti.

Linearni kvadratični regulator (eng. *Linear Quadratic Regulator*, LQR) je regulator po varijablama stanja čija se optimalna pojačanja dobivaju minimizacijom kvadratične funkcije cilja *J*. Radi jednostavnosti, predstavljena je sinteza LQR-a na beskonačnom horizontu (smatra se da je vrijeme upravljanja sustavom beskonačno) upravljanja što je češći slučaj. Druga mogućnost je da se sinteza provede na konačnom horizontu gdje se pretpostavlja da proces upravljanja ima određeno konačno vrijeme, kao što je slučaj kod promjene stupnja prijenosa. U tom slučaju, matrica pojačanja regulatora **K** je vremenski varijantna što je detaljnije predstavljeno u [16]. Sintezom LQR-a omogućuje se podešavanje odnosa između više konfliktnih kriterija.

U općem obliku, kvadratična funkcija cilja *J* jednaka je

$$J = \int_0^\infty [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + 2\mathbf{x}(t)^T \mathbf{N}\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R}\mathbf{u}(t)]\, dt, \tag{40}$$

gdje je **Q** pozitivno semidefinitna težinska matrica penalizacije varijabli stanja, **N** je matrica koja penalizira mješovite članove (umnožak varijable stanja i upravljačke varijable) funkcije cilja, a **R** je pozitivno definitna simetrična matrica koja penalizira upravljačke varijable. Svakom iteracijom parametara funkcije *J* odnosno težinskih matrica **Q**, **N** i **R** dobivaju se pojačanja regulatora koja imaju kompromis između brzine odziva i slobode upravljačkog signala. Minimalnom penalizacijom upravljačkih varijabli LQR ima mogućnost postaviti polove zatvorenog regulacijskog kruga ulijevo na realnoj osi. U tom slučaju se dobivaju visoki iznosi pojačanja regulatora (tzv. „*High Gain Control*“) te LQR može u nekim slučajevima tražiti iznose upravljačkih varijabli koji premašuju fizikalna ograničenja.

Vektor upravljačkih varijabli koji minimizira funkciju cilja (40) je [17]

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{N}^T)\mathbf{x}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \tag{41}$$

gdje je pozitivno definitna matrica **P** rješenje Riccatijeve algebarske jednadžbe

$$(\mathbf{P}\mathbf{B} + \mathbf{N})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{N}^T) - \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{Q} = 0. \tag{42}$$

Digitalni upravljački sustavi na kojima je implementiran upravljački zakon nisu vremenski kontinuirani, već vremenski diskretni. Stoga se sinteza upravljačkog zakona provodi u vremenski diskretnom području te se dobiveni diskretni zakon upravljanja ispituje na kontinuiranom modelu procesa. Pretpostavka je da se uzorkovanje odnosno diskretizacija signala provodi pomoću impulsnog formatora nultog reda (eng. *Zero Order Hold*, ZOH).

Razmotrimo diskretni linearni vremenski invarijantni sustav zapisan u formi prostora stanja

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_\mathrm{d}\mathbf{u}(k), \tag{43}$$

gdje *k* predstavlja *k*-ti vremenski korak, $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ je diskretna matrica koeficijenata sustava, $\mathbf{B}_\mathrm{d}$ je diskretna matrica ulaza sustava. Izlazni vektor tada je jednak

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{C}_\mathrm{d}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_\mathrm{d}\mathbf{u}(k), \tag{44}$$

gdje je $\mathbf{C}_\mathrm{d}$ diskretna matrica izlaza sustava, a $\mathbf{D}_\mathrm{d}$ je diskretna matrica prijenosa sustava.

Diskretna kvadratična funkcija cilja J_d opisana je jednadžbom

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}(k)^T \mathbf{Q}_\mathrm{d} \mathbf{x}(k) + 2\mathbf{x}(k)^T \mathbf{N}_\mathrm{d} \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{R}_\mathrm{d} \mathbf{u}(k)], \tag{45}$$

gdje je su $\mathbf{Q}_\mathrm{d}$, $\mathbf{N}_\mathrm{d}$ i $\mathbf{R}_\mathrm{d}$ diskretne težinske matrice. Upravljački vektor koji minimizira funkciju cilja (45) ima oblik [18]

$$\mathbf{u}(k) = -\left(\mathbf{R}_\mathrm{d} + \mathbf{B}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{B}_\mathrm{d}\right)^{-1} (\mathbf{B}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{A}_\mathrm{d} + \mathbf{N}_\mathrm{d}^T) \mathbf{x}(k) = -\mathbf{K}_\mathrm{d} \mathbf{x}(k), \tag{46}$$

gdje je $\mathbf{P}_\mathrm{d}$ rješenje diskretne algebarske Riccatijeve jednadžbe

$$\mathbf{P}_\mathrm{d} = \mathbf{Q}_\mathrm{d} + \mathbf{A}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{A}_\mathrm{d} - (\mathbf{A}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{B}_\mathrm{d} + \mathbf{N}_\mathrm{d}) \left(\mathbf{R}_\mathrm{d} + \mathbf{B}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{B}_\mathrm{d}\right)^{-1} (\mathbf{B}_\mathrm{d}^T \mathbf{P}_\mathrm{d} \mathbf{A}_\mathrm{d} + \mathbf{N}_\mathrm{d}^T). \tag{47}$$

Kako bi se provela sinteza diskretnog upravljačkog zakona, potrebno je vremenski kontinuirani model procesa transformirati u vremenski diskretni model. Jednadžbe koje transformiraju vremenski kontinuirani model procesa (zapisan u formi prostora stanja) u vremenski diskretni su [18]

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\mathrm{d} &= e^{\mathbf{A}T_s}, \\ \mathbf{B}_\mathrm{d} &= \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{B} ds\,, \\ \mathbf{C}_\mathrm{d} &= \mathbf{C}, \\ \mathbf{D}_\mathrm{d} &= \mathbf{D}, \end{aligned} \tag{48}$$

gdje je T_s vrijeme uzorkovanja.

Ukoliko se želi pronaći rješenje diskretne kvadratične funkcije prema jednadžbi (45), potrebno je transformirati vremenski kontinuirane težinske matrice u vremenski diskretne. Veza između kontinuiranih i diskretnih težinskih matrica je [16]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_\mathrm{d} & \mathbf{N}_\mathrm{d} \\ \mathbf{N}_\mathrm{d}^\mathrm{T} & \mathbf{R}_\mathrm{d} \end{bmatrix} = \int_0^{T_s} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^T(\tau) & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Gamma}^T(\tau) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}(\tau) & \boldsymbol{\Gamma}(\tau) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} d\tau\,, \tag{49}$$

gdje su matrice $\boldsymbol{\Phi}(\tau)$i $\boldsymbol{\Gamma}(\tau)$ jednake

$$\boldsymbol{\Phi}(\tau) = e^{\mathbf{A}\tau}, \tag{50}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\tau}) = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}\eta} \mathbf{B} d\eta\,, \tag{51}$$

Jednadžba (49) može se riješiti primjenom matričnog eksponencijala odnosno

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} \\ 0 & \boldsymbol{\Phi}_{22} \end{bmatrix} = \exp\left(\begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T & \mathbf{0} & \mathbf{Q} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{B}^T & \mathbf{0} & \mathbf{N}^T & \mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} T_s \right), \tag{52}$$

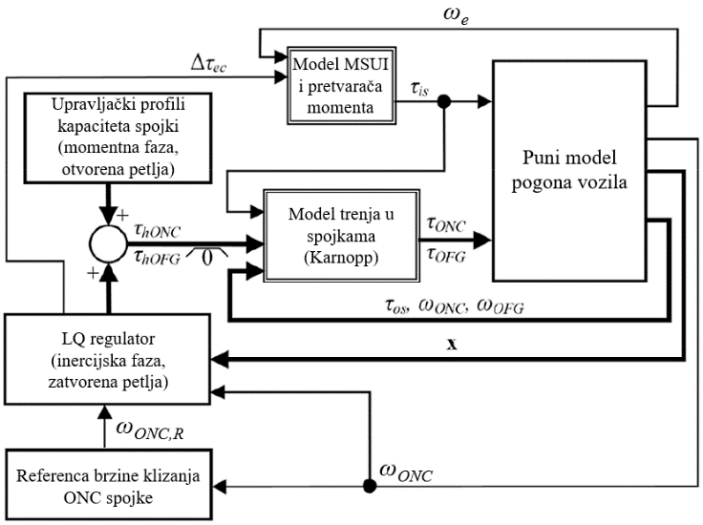
gdje su matrice procesa **A** i **B** te težinske matrice **Q**, **N** i **R** zapisane u vremenski kontinuiranoj domeni. Diskretne težinske matrice jednake su

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_\mathrm{d} & \mathbf{N}_\mathrm{d} \\ \mathbf{N}_\mathrm{d}^T & \mathbf{R}_\mathrm{d} \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi}_{22}^T \mathbf{\Phi}_{12}. \tag{53}$$

Nakon određivanja diskretnih matrica sustava pomoću jednadžbe (48) te diskretnih težinskih matrica jednadžbom (53), one se ubacuju u jednadžbu (47). Rješenje Riccatijeve diskretne algebarske jednadžbe zatim se zajedno s diskretnim težinskim matricama i diskretnim matricama sustava ubacuje u jednadžbu (46) s ciljem određivanja matrice optimalnih pojačanja LQR-a. U nastavku ovog poglavlja prikazana je sinteza digitalnog LQR-a na temelju vremenski kontinuiranog modela sustava. Prethodno opisani postupak pronalaska pojačanja digitalnog regulatora na temelju vremenski kontinuiranog modela zapisanog u formi prostora stanja, vremenski kontinuiranih težinskih matrica te odabranog vremena uzorkovanja izvršava funkcija *lqrd()* dostupna unutar programskog paketa *MATLAB*.

4.2.2. Upravljačka strategija za uzlaznu promjenu

Blok dijagram upravljačke strukture prikazan je na slici 12. Za vrijeme momentne faze promjene stupnja prijenosa primjenjuju se upravljački profili u otvorenom krugu, npr. oni dobiveni višekriterijskim optimiranjem (CPO, v. poglavlje 4.1). Nakon završetka momentne faze, kada OFG spojka prokliže uključuje se LQR upravljanje u zatvorenoj petlji. LQR je proširen s integralnim djelovanjem (v. poglavlje 4.2.4 i 4.2.3 za više detalja) kako bi se postiglo bolje slijeđenje referentne trajektorije brzine klizanja ONC spojke.



Slika 12. Blok dijagram upravljačke strukture promjene stupnja prijenosa [11]

Referentna trajektorija brzine klizanja ONC spojke generira se na način da se na temelju početne brzine klizanja ONC spojke (kraj momentne i početak inercijske faze) te željenog

vremena trajanja inercijske faze odredi linearni profil. Konačna točka trajektorije brzine klizanja jednaka je nuli pošto je cilj inercijske faze zatvaranje ONC spojke. Također, kako bi se pokušao zadovoljiti „*no-lurch*“ uvjet (derivacija brzine klizanja ONC spojke mora biti jednaka nuli na kraju inercijske faze, v. [5]) trajektorija je pri samom kraju inercijske faze zaglađena primjenom filtra drugog reda (detaljnije objašnjeno u [11]).

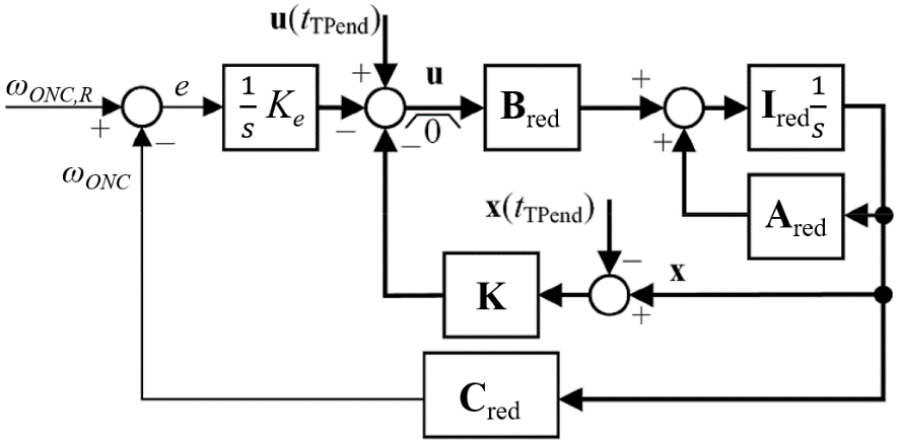
Blok dijagram LQR-a prikazan je na slici 13. LQR je proširen unaprijednim (eng. *Feedforward*) djelovanjem odnosno vektorom upravljačkih varijabli $\mathbf{u}(t_{\mathrm{TPEND}})$ koji se sastoji od početnih vrijednosti kapaciteta spojki i redukcije momenta MSUI na kraju momentne faze, odnosno na početku inercijske faze promjene stupnja prijenosa. Također, vektor varijabli stanja umanjuje se za vektor $\mathbf{x}(t_{\mathrm{TPEND}})$ koji se sastoji od početnih vrijednosti varijabli stanja na kraju momentne faze, odnosno na početku inercijske faze promjene stupnja prijenosa. Na taj način je ostvareno da LQR kreće s početnim vrijednostima varijabli stanja jednakim nuli čime se osigurava kontinuirani prijelaz između momentne i inercijske faze. Konačni vektor upravljačkih varijabli tada je jednak

$$\mathbf{u} = -[\mathbf{K} \quad K_e]\begin{bmatrix}\mathbf{x} - \mathbf{x}(t_{\mathrm{TPEND}}) \\ x_e\end{bmatrix} + \mathbf{u}(t_{\mathrm{TPEND}}), \tag{54}$$

gdje se vektor upravljačkih varijabli sastoji od

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix}\Delta\tau_{ec} \\ \tau_{ONC} \\ \tau_{OFG}\end{bmatrix}. \tag{55}$$

Vektor upravljačkih varijabli **u** dodatno se ograničava u simulacijskom modelu kako bi se spriječilo nerealno ponašanje sustava. Ograničenjima se sprječava negativan $\Delta\tau_{ec}$ odnosno povećanje momenta MSUI (eng. *Engine Boost*). Također, kapaciteti ONC i OFG spojki ograničavaju se na pozitivne vrijednosti kako bi se osiguralo svojstvo pasivnosti spojki, odnosno disipacija energije na spojkama (v. [19] za više detalja).



Slika 13. Blok dijagram strukture LQ regulatora[11]

Funkcija cilja *J* koja se koristiti za sintezu LQR-a je

$$J = \int_0^\infty \left(\underbrace{q_j \Delta\tau_{os}^2}_{\text{Trzaj}} + \underbrace{[q_{eONC}\omega_{ONC}\tau_{ONC} + q_{eOFG}\omega_{OFG}\tau_{OFG}]}_{\text{Disipirana energija u spojkama}} + \dots \right.$$
$$\left. \underbrace{q_t x_e^2}_{\text{Pogreška slijeđenja trajektorije}} + \underbrace{[r_1\tau_{ONC}^2 + r_2\tau_{OFG}^2 + r_3\Delta\tau_{ec}^2]}_{\text{Napor upravljanja}} \right) dt, \tag{56}$$

gdje je q_j koeficijent penalizacije izlaznog momenta te se koristi kao mjera udobnosti promjene stupnja prijenosa (pošto trzaj nije sadržan u reduciranom modelu), q_{eONC} i q_{eOFG} su koeficijenti penalizacije disipacije energije u spojkama, q_t je koeficijent penalizacije pogreške slijeđenja referentne trajektorije brzine klizanja, gdje precizno slijeđenje osigurava željeno trajanje inercijske faze, a koeficijenti r_1, r_2 i r_3 penaliziraju upravljačke varijable kako bi se smanjile njihove oscilacije i magnitude.

4.2.3. Sinteza digitalnog LQ regulatora u vremenski kontinuiranoj domeni za slučaj zatvorenog pretvarača momenta

Prema jednadžbi (24), reducirani model pogona vozila može se zapisati u obliku

$$\mathbf{I}_{\text{red}}\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_{\text{red}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\text{red}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}_{\text{red}}\mathbf{d}, \tag{57}$$

gdje je $\mathbf{I}_{\text{red}}$ matrica inercija reduciranog modela, $\mathbf{A}_{\text{red}}$ je matrica koeficijenata reduciranog modela vozila, $\mathbf{B}_{\text{red}}$ je matrica ulaza reduciranog modela vozila, $\mathbf{G}_{\text{red}}$ je matrica poremećaja reduciranog modela, a **d** vektor konstantnih poremećaja. Moment MSUI τ_e ovdje je modeliran kao poremećajna varijabla. Pošto se prema prethodno prikazanoj sintezi LQR-a u obzir ne uzimaju poremećajne varijable, τ_e se u jednadžbama (24) i (25) može zanemariti. Konačni reducirani model pogona vozila za vrijeme inercijske faze i slučaj zatvorenog pretvarača momenta je

$$\underbrace{[I_{in}]}_{\mathbf{I}_{\text{red}}}\underbrace{[\dot{\omega}_{is}]}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{[-1 \quad -i_1 \quad -i_2]}_{\mathbf{A}_{\text{red}}}\underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\tau_{ec}\\ \tau_{OFG}\\ \tau_{ONC}\end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}, \tag{58}$$

Kao što je spomenuto u poglavlju 4.2.2, u prostor stanja modela je uključeno integralno djelovanje kako bi se postiglo što bolje slijeđenje referentne trajektorije i osigurala stacionarna točnost. Nova varijabla stanja opisana je jednadžbom

$$\dot{x}_e = \omega_{ONC,ref}(t) - \omega_{ONC}(t) = \omega_{ONC,ref}(t) - \mathbf{C}_{\text{red}}\mathbf{x}(t), \tag{59}$$

gdje je x_e nova varijabla stanja koja predstavlja integral pogreške slijeđenja referentne trajektorije, $\omega_{ONC,ref}$ je referentna trajektorija brzine klizanja ONC spojke ovisna o vremenu, a je $\mathbf{C}_{\text{red}}$ matrica izlaza reduciranog modela pogona vozila.

Pošto se brzine spojki ne mjere, one se mogu vrlo jednostavno rekonstruirati iz brzina ulaznog i izlaznog vratila transmisije (v. vezni dijagram na slici 7). Može se pretpostaviti kako se referentna trajektorija brzine klizanja ONC spojke može korektno zadati (podmodel za zadavanje trajektorije na slici 12) te da se stvarna brzina klizanja može korektno rekonstruirati iz mjerenja brzina ulaznog i izlaznog vratila transmisije (povratna veza po brzini klizanja ω_{ONC} na slici 12). Međutim, pošto se reduciranjem zanemarila promjena brzine izlaznog vratila, nju nije moguće uključiti u povratnu vezu prilikom sinteze reduciranog modela. Iz tog razloga je matrica $\mathbf{C}_{\text{red}}$ iz jednadžbe (59) sastavljena od samo jednog elementa matrice **U** (v. jednadžbu (5)) koji povezuje brzinu klizanja ONC spojke i brzinu ulaznog vratila transmisije, odnosno

$$\mathbf{C}_{\text{red}} = [i_2], \tag{60}$$

Množenjem jednadžbe (58) s inverzom matrice $\mathbf{I}_{\text{red}}^{-1}$ s lijeve strane, te proširivanjem istog prostora stanja s jednadžbom (59) dobivamo

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{is} \\ \dot{x}_e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -i_2 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\text{aug}}} \begin{bmatrix} \omega_{is} \\ x_e \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{I_{in}} & \frac{-i_2}{I_{in}} & \frac{-i_1}{I_{in}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\text{aug}}} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{ONC} \\ \tau_{OFG} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_{ONC,ref}, \tag{61}$$

gdje su matrice $\mathbf{A}_{\text{aug}}$ i $\mathbf{B}_{\text{aug}}$ matrice proširenog sustava.

Jednadžba koja opisuje moment na izlaznom vratilu transmisije u tom slučaju je

$$[\tau_{os}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{io}}{I_{in}} & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix}. \tag{62}$$

Jednadžbe (61) i (62) predstavljaju model pogona vozila zapisan u formi prostora stanja proširen s integralnim djelovanjem koji će se koristiti za sintezu LQR-a. Nakon proširivanja modela s integralnim djelovanjem, potrebno je definirati kontinuirane težinske matrice LQR-a **Q**, **N** i **R**. Uvrštavanjem jednadžbe (62) u (56) i raspisivanjem prvog člana koji penalizira moment izlaznog vratila dobiva se težinska matrica dobiva se težinska matrica $\mathbf{R}_{\text{trzaj}}$

$$\mathbf{R}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}\right)^2 & \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right) & \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) \\ \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)^2 & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) \\ \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right)^2 \end{bmatrix}, \tag{63}$$

Drugi član funkcije cilja predstavlja penalizaciju disipirane energije u spojkama. Kao što je prethodno spomenuto, zbog pretpostavke konstantne brzine izlaznog vratila transmisije brzine klizanja ONC i OFG spojke opisane su slijedećim nepotpunim izrazima:

$$\begin{aligned} \omega_{ONC} &= i_2 \omega_{is}, \\ \omega_{OFG} &= i_1 \omega_{is} \end{aligned} \tag{64}$$

Spajanjem izraza za penalizaciju disipirane energije s izrazima danim jednadžbom (64) vrijedi jednakost:

$$q_{eONC}\omega_{ONC}\tau_{ONC} + q_{eOFG}\omega_{OFG}\tau_{OFG} = q_{eONC}i_2\omega_{is}\tau_{ONC} + q_{eOFG}i_1\omega_{is}\tau_{OFG}. \tag{65}$$

Zapisom desne strane jednadžbe (65) u matričnoj formi određuje se težinska matrica $\mathbf{N}_{\text{energija}}$ koja je predstavljena jednadžbom

$$\mathbf{N}_{\text{energija}} = \begin{bmatrix} 0 & q_{ONC}i_2 & q_{OFG}i_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{66}$$

Zbog pretpostavke konstantne brzine izlaznog vratila dobivaju se nepotpuni izrazi za disipaciju energije, što može uzrokovati određenu podoptimalnost.

Težinska matrica $\mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$ definirana prema trećem članu jednadžbe (56) je

$$\mathbf{Q}_{\text{praćenje}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & q_t \end{bmatrix}. \tag{67}$$

Na kraju, posljednji član jednadžbe (56) predstavlja penalizaciju napora upravljanjem. Zapisom penalizacije upravljačkih varijablu u matričnom obliku dobiva se težinska matrica $\mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$

$$\mathbf{R}_{\text{upravljanje}} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}. \tag{68}$$

Konačne težinske matrice **Q**, **N** i **R** dobivaju se zbrajanjem jednadžbi (63), (66), (67) i (68). Pritom treba obratiti pozornost na matricu penalizacije mješovitih članova **N**, koju je potrebno pomnožiti s 1/2 (v. jednadžbu (40)). Ukupne težinske matrice su

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \mathbf{Q}_{\text{praćenje}}, \\ \mathbf{N} &= \frac{1}{2}\mathbf{N}_{\text{energija}}, \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{\text{trzaj}} + \mathbf{R}_{\text{upravljanje}}. \end{aligned} \tag{69}$$

Konačno, proširene matrice sustava $\mathbf{A}_{\text{aug}}$ i $\mathbf{B}_{\text{aug}}$ (61), težinske matrice **Q**, **N** i **R** dane izrazom (69) i vrijeme uzorkovanja T_s (10 ms) koriste se za dobivanje matrice optimalnih pojačanja vremenski diskretnog LQ regulatora prema postupku opisanom u poglavlju 4.2.1.

4.2.4. Sinteza digitalnog LQ regulatora u vremenski kontinuiranoj domeni za slučaj otvorenog pretvarača momenta

Slični se postupak primjenjuje za dobivanje matrice pojačanja u slučaju otvorenog pretvarača momenta. Konačni model pogona vozila za vrijeme inercijske faze i slučaj otvorenog pretvarača momenta je

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_{ei} & 0 \\ 0 & I_t \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{\mathrm{red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{is} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -b_{ii} & -b_{it} \\ -b_{ti} & -b_{tt} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\mathrm{red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -i_1 & -i_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\mathrm{red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}, \tag{70}$$

Također, i za slučaj otvorenog pretvarača momenta potrebno je uključiti integralno djelovanje prema jednadžbi (59). Pošto je ovdje model proširen s rotacijskom dinamikom MSUI prema jednadžbi (2), matrica $\mathbf{C}_{\mathrm{red}}$ jednaka je

$$\mathbf{C}_{\mathrm{red}} = [0 \quad i_2]. \tag{71}$$

gdje je određivanje matrice $\mathbf{C}_{\mathrm{red}}$ predstavljeno u poglavlju 4.2.3.

Prošireni model pogona vozila za slučaj otvorenog pretvarača momenta dobiva se množenjem jednadžbe (70) s inverzom matrice inercija $\mathbf{I}_{\mathrm{red}}^{-1}$ s lijeve strane te uključivanjem integralnog djelovanja. Konačni prostor stanja modela jednak je

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{is} \\ \dot{x}_e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-b_{ii}}{I_{ei}} & \frac{-b_{it}}{I_{ei}} & 0 \\ \frac{-b_{ti}}{I_t} & \frac{-b_{tt}}{I_t} & 0 \\ 0 & -i_2 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\mathrm{aug}}} \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \\ x_e \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{I_{ei}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-i_2}{I_t} & \frac{-i_1}{I_t} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\mathrm{aug}}} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{ONC} \\ \tau_{OFG} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_{ONC,ref}, \tag{72}$$

gdje su $\mathbf{A}_{\mathrm{aug}}$ i $\mathbf{B}_{\mathrm{aug}}$ matrice proširenog sustava.

Jednadžba koja opisuje moment na izlaznom vratilu jednaka je

$$[\tau_{os}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{io}}{I_t} b_{ti} & \frac{I_{io}}{I_t} b_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{OFG} \\ \tau_{ONC} \end{bmatrix}. \tag{73}$$

Model predstavljen jednadžbom (72) koristi se za sintezu LQR-a za slučaj otvorenog pretvarača momenta.

Težinske matrice **Q**, **N** i **R** određuju se prema podintegralnoj funkciji u jednadžbi (56). Ubacivanjem jednadžbe (73), kvadriranjem i množenjem s koeficijentom penalizacije trzaja q_j dobivaju se težinske matrice $\mathbf{Q}_{\mathrm{trzaj}}$, $\mathbf{N}_{\mathrm{trzaj}}$ i $\mathbf{R}_{\mathrm{trzaj}}$ koje su predstavljene jednadžbom

$$\mathbf{Q}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} \left(\frac{I_{io}}{I_t} b_{ti}\right)^2 & \left(\frac{I_{io}}{I_t}\right)^2 b_{ti} b_{tt} & 0 \\ \left(\frac{I_{io}}{I_t}\right)^2 b_{ti} b_{tt} & \left(\frac{I_{io}}{I_t} b_{tt}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{I_{io}}{I_t}\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right) b_{ti} & 2\frac{I_{io}}{I_t}\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right) b_{ti} \\ 0 & 2\frac{I_{io}}{I_t} b_{tt}\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right) & 2\frac{I_{io}}{I_t}\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right) b_{tt} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{74}$$

$$\mathbf{R}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right)^2 & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right) \\ 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}\right)^2 \end{bmatrix}.$$

Dodatne matrice $\mathbf{Q}_{\text{trzaj}}$ i $\mathbf{N}_{\text{trzaj}}$ pojavljuju se zbog ovisnosti izlaznog momenta o varijablama stanja, što nije bio slučaj kod zatvorenog pretvarača momenta, gdje je izlazni moment isključivo u funkciji upravljačkih varijabli.

Težinska matrica $\mathbf{N}_{\text{energija}}$ drugog člana podintegralne funkcije jednadžbe (56) za penalizaciju disipacije energije dobiva se povezivanjem brzina klizanja spojki s brzinom ulaznog vratila transmisije pomoću matrice **C** (v. jednadžbe (5) i (65)). Konačna jednadžba težinske matrice $\mathbf{N}_{\text{energija}}$ je

$$\mathbf{N}_{\text{energija}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{eONC} i_2 & q_{eOFG} i_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{75}$$

Težinska matica $\mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$ koja penalizira odstupanje brzine klizanja ONC spojke od referentne trajektorije (treći član u podintegralnoj funkciji, v. jednadžbu (56)) jednaka je

$$\mathbf{Q}_{\text{praćenje}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_t \end{bmatrix}. \tag{76}$$

Matrica penalizacije upravljačkih varijabli $\mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$ jednaka je kao i za slučaj zatvorenog pretvarača momenta (v. jednadžbu (68)).

Konačne težinske matrice za slučaj otvorenog pretvarača momenta jednake su

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \mathbf{Q}_{\text{trzaj}} + \mathbf{Q}_{\text{praćenje}}, \\ \mathbf{N} &= \frac{\mathbf{N}_{\text{trzaj}}}{2} + \frac{\mathbf{N}_{\text{energija}}}{2}, \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{\text{trzaj}} + \mathbf{R}_{\text{upravljanje}}. \end{aligned} \tag{77}$$

Proširene matrice sustava $\mathbf{A}_{aug}$ i $\mathbf{B}_{aug}$ (72), težinske matrice **Q**, **N** i **R** dane izrazom (77) i vrijeme uzorkovanja T_s (10 ms) koriste se za dobivanje matrice optimalnih pojačanja vremenski diskretnog LQ regulatora prema postupku opisanom u poglavlju 4.2.1.

4.3. Upravljanje u momentnoj fazi

Reducirani model pogona vozila predstavljen u 3. poglavlju vrijedi samo za inercijsku fazu promjene stupnja prijenosa. Prema slici 1, za vrijeme momentne faze OFG spojka ne kliže, već je zatvorena te vrijedi

$$\omega_{OFG} = 0. \tag{78}$$

Ubacivanjem uvjeta (78) u jednadžbu (5) dobiva se direktna veza između brzine ulaznog i izlaznog vratila transmisije, odnosno

$$\omega_{os} = i_1 g_1 \omega_{is}. \tag{79}$$

Deriviranjem jednadžbe (79) te ubacivanjem uvjeta velike izlazne inercije (v. jednadžbu (18)) dobiva se

$$\dot{\omega}_{is} = 0. \tag{80}$$

Ubacivanjem uvjeta (18) i (80) u jednadžbu (4) reduciranog modela transmisije može se primijetiti kako su moment OFG spojke τ_{OFG} i moment na izlaznom vratilu transmisije τ_{os} jednoznačno određeni, odnosno

$$\tau_{OFG} = \frac{1}{i_1}\tau_{is} - \frac{i_2}{i_1}\tau_{ONC}, \tag{81}$$

$$\tau_{os} = \frac{1}{i_1 g_1}\tau_{is} + \left(\frac{1}{g_2} - \frac{i_2}{i_1 g_1}\right)\tau_{ONC}. \tag{82}$$

Izraz (81) opisuje reaktivni moment OFG spojke, odnosno moment koji će OFG spojka prenositi za dani ulazni moment τ_{is} i moment ONC spojke τ_{ONC}.

4.3.1. Sinteza upravljanja u otvorenoj petlji

Pošto u modelu danom s jednadžbama (81) i (82) ne postoje varijable stanja po kojima se može formirati povratna veza, koristi se upravljanje u otvorenoj petlji temeljeno na inverziji izraza (81) i (82) uz poznate željene profile momenta na izlaznom vratilu transmisije $\tau_{os}(t)$ i momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t)$ .Kod upravljanja u otvorenoj petlji za vrijeme momentne faze promjene stupnja prijenosa razlikuju se dva slučaja

1. Upravljanje bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije
2. Upravljanje s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije

Za prvi slučaj upravljanja potrebno je poznavati samo upravljačku trajektoriju reaktivnog momenta OFG spojke, koja uz pretpostavku konstantnog momenta MSUI (za zatvoreni pretvarač momenta momenti MSUI i izlaznog vratila transmisije su jednaki), daje moment uključne spojke

$$\tau_{ONC} = \frac{1}{i_2}[\tau_e - i_1\tau_{OFG}(t)], \tag{83}$$

Za slučaj otvorenog pretvarača momenta, potrebno je u jednadžbi (81) uključiti i jednadžbu (27), te dobivamo

$$\tau_{ONC} = \frac{1}{i_2}[-b_{ti}\omega_e - b_{tt}\omega_{is} - i_1\tau_{OFG}(t)], \tag{84}$$

što predstavlja upravljački signal momenta ONC spojke za vrijeme momentne faze bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu i slučaj otvorenog pretvarača momenta. Ovdje je proveden isti način određivanja koeficijenata prigušenja pretvarača momenta b_{ti} i b_{tt} kao što je to opisano u poglavlju 3.1.3.

Za drugi slučaj upravljanja je uz upravljačku trajektoriju OFG spojke potrebno odrediti i upravljačku trajektoriju momenta na izlaznom vratilu transmisije $\tau_{os}(t)$. Kompenzacija propada momenta na izlaznom vratilu može se postići podizanjem momenta MSUI (v. [9] za više detalja). Kombinacijom jednadžbi (81) i (82), te sređivanjem dobivaju se izrazi za moment ONC spojke te moment motora

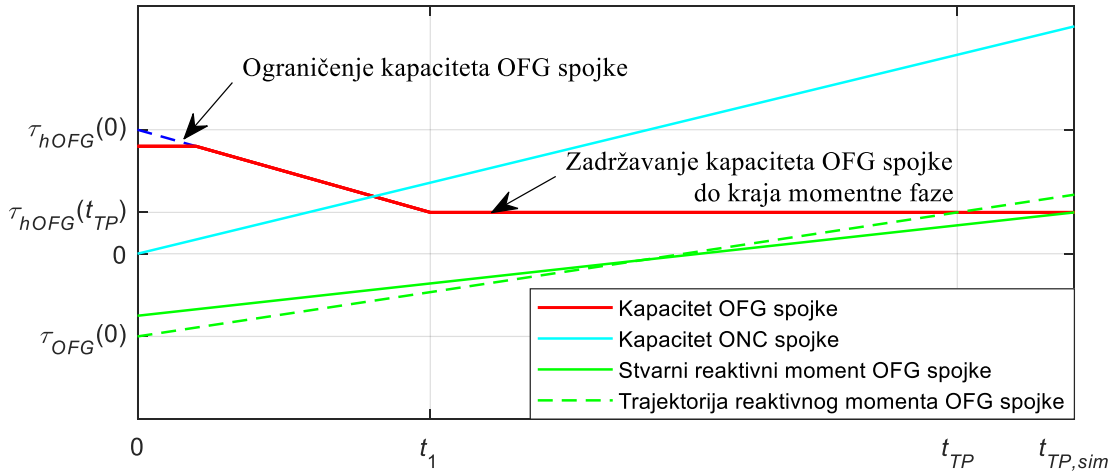
$$\tau_{ONC} = g_2[\tau_{os}(t) - g_1^{-1}\tau_{OFG}(t)], \tag{85}$$

$$\tau_e = i_2 g_2 \tau_{os}(t) + \left(i_1 - \frac{i_2 g_2}{g_1}\right)\tau_{OFG}(t). \tag{86}$$

Ove jednadžbe vrijede za slučaj zatvorenog pretvarača momenta, ali će se radi jednostavnosti primijeniti i na slučaj otvorenog pretvarača momenta pošto moment MSUI nije lako izraziti zbog uključene rotacijske dinamike MSUI prema jednadžbi (2).

Slika 14 prikazuje ilustraciju upravljanja OFG spojkom s linearnim profilom. U oba slučaja upravljanja, kapacitet OFG spojke (crvena linija) računa se iz apsolutne vrijednosti referentne trajektorije $\tau_{OFG}(t)$ (crtkana zelena linija), kako bi se osigurao pozitivan kapacitet momenta OFG spojke. Uz to, maksimalni kapacitet OFG spojke za vrijeme momentne faze ograničen na vrijednost kapaciteta OFG spojke na početku momentne faze $\tau_{hOFG}(0)$. Početna točka trajektorije momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(0)$ izračunata je iz jednadžbe (81) uz $\tau_{ONC}(0) = 0$. Krajnja točka trajektorije momenta OFG određena je sa željenim trajanjem momentne faze $t = t_{TP}$ i iznosom momenta na prijelazu iz momentne u inercijsku fazu $\tau_{OFG}(t_{TP})$. Nakon što kapacitet momenta OFG spojke padne na vrijednost prijelaznog momenta $\tau_{OFG}(t_{TP})$ (vrijeme t_1 na slici

19), tu se zadržava se do proklizavanja OFG spojke, odnosno početka inercijske faze kada LQR preuzima upravljanje (vrijeme $t_{\mathrm{TP,sim}}$ na slici 19).



Slika 14. Ilustracija upravljanja kapacitetom ONC i OFG spojke za vrijeme momentne faze

Sličan izračun primjenjuje se i kod kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze. Pritom se početna vrijednost referentne trajektorije izlaznog momenta $\tau_{os}(0)$ izračuna prema jednadžbi (82) uz uvjet da je početni moment ONC spojke jednak nuli, dok je vrijednost izlaznog momenta na prijelazu iz momentne u inercijsku fazu $\tau_{os}(t_{TP})$ slobodni parametar profila. Dakle, u slučaju kompenzacije propada momenta izlaznog vratila u momentnoj fazi postoje tri slobodna parametra koji definiraju profile: vrijeme trajanja momentne faze t_{TP}, prijelazni moment OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ i prijelazni moment izlaznog vratila $\tau_{os}(t_{TP})$.

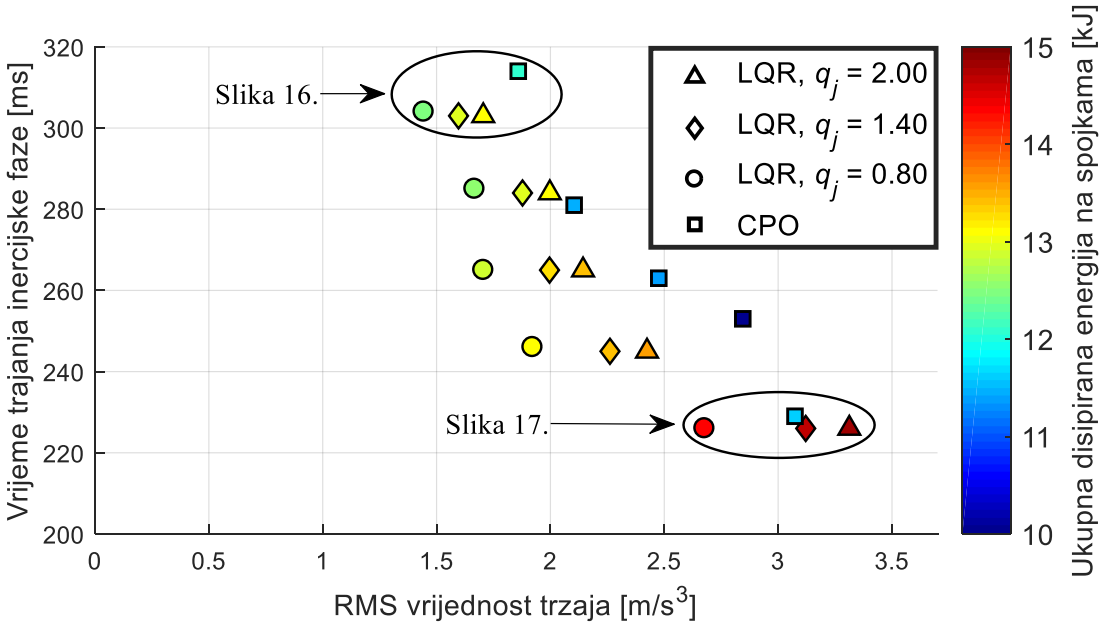
5. ANALIZA KVALITETE UPRAVLJANJA UZLAZNOM PROMJENOM STUPNJA PRIJENOSA

Optimalno upravljanje s uključenim većim brojem suprotstavljenih kriterija u općenitom slučaju ne rezultira jednim rješenjem, već skupom rješenja, tzv. Pareto frontom gdje je svako rješenje problema bolje od svih ostalih barem po jednom kriteriju. U svrhu detaljnije analize kvalitete promjene stupnja prijenosa generirana su simulacijska rješenja za različite slučajeve upravljanja, s različitim trajanjima faza, podešenjima ciljnih funkcija i sl. Vrijeme trajanja momentne faze dobiveno simulacijom promjene stupnja prijenosa označeno s $t_{TP,sim}$, dok je vrijeme trajanja inercijske faze označeno s $t_{IP,sim}$, dok su referentne vrijednosti trajanja faza označene su s t_{TP} i t_{IP}. Također, bitno je napomenuti kako su vrijednosti RMS trzaja i disipacije energije u spojkama prema kojim su generirane Pareto fronte dobivene za ukupno trajanje promjene stupnja prijenosa.

5.1. Analiza kvalitete upravljanja u inercijskoj fazi primjenom LQ regulatora i po dijelovima linearnim upravljačkim trajektorijama

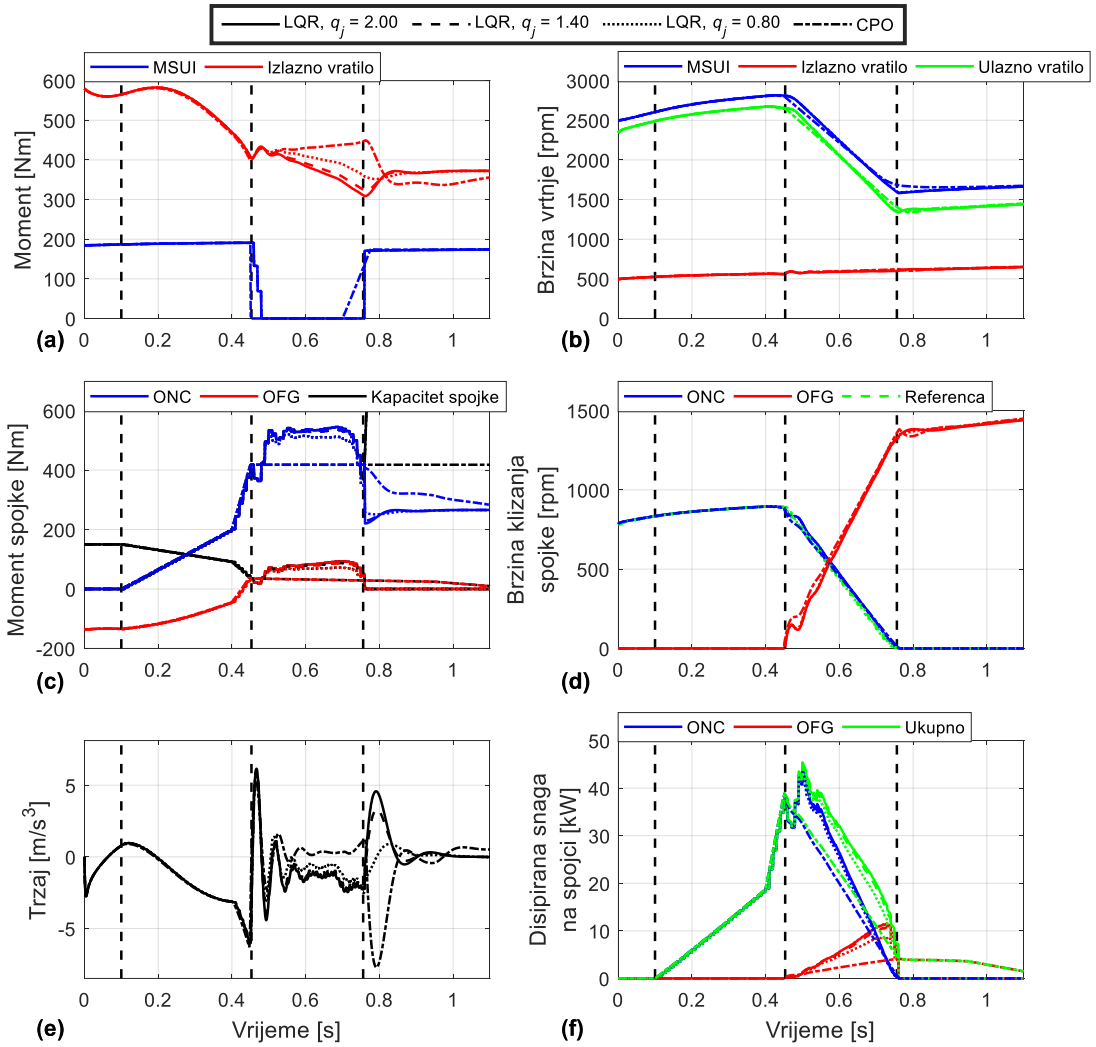
Na slici 15 prikazane su Pareto fronte za slučaj otvorenog pretvarača momenta dobivene optimiranjem po dijelovima linearnih upravljačkih profila (CPO), te primjenom LQR upravljanja u inercijskoj fazi. Pritom su kod LQR upravljanja za vrijeme momentne faze primijenjeni CPO upravljački profili. Prikazani su rezultati dobiveni s tri različita koeficijenta penalizacije trzaja $q_j \in \{2, 1.4, 0.8\}$, vrijednosti ostalih koeficijenata su: $r_1 = 5 \cdot 10^{-3}$, $r2 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_3 = 5 \cdot 10^{-3}$, $q_t = 2 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 4$, $q_{OFG} = 7$. Željena trajanja inercijske faze t_{TP} su od 220 ms do 300 ms u koracima od 20 ms. Prikazana CPO rješenja odgovaraju onim rješenjima koja su približnog trajanja kao i željena trajanja inercijske faze te daju minimalnu vrijednost RMS trzaja.

U usporedbi s CPO rezultatima, LQR postiže manju RMS vrijednost trzaja (bolju udobnost) dok je ukupna disipirana energija u spojkama veća. Za kraća vremena trajanja inercijske faze postižu veće vrijednosti trzaja i disipirane energije. LQR bolje suzbija trzaj za manje koeficijente penalizacije q_j, što nije smisleno. Prema jednadžbi (56), trzaj vozila suzbija se preko promjene izlaznog momenta transmisije (slika 16a) te se za veću penalizaciju dobiva niži izlazni moment transmisije, ali to uzrokuje veći trzaj vozila. Razlog tome je sinteza na reduciranom modelu transmisije što uzrokuje podoptimalno upravljanje promjenom stupnja prijenosa za vrijeme inercijske faze.



Slika 15. Performanse CPO upravljanja i LQR-a za različite koeficijente penalizacije trzaja q_j te različita trajanja inercijske faze t_{IP} za slučaj otvorenog pretvarača momenta

Na slici 16 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnje prijenosa za istaknuta rješenja na slici 15, dok su u tablici 1 dane performanse odabranih rješenja. Prema vrijednostima prikazanim u tablici 1, disipirana energija u spojkama veća je za veće koeficijente penalizacije trzaja te znatno veća od vrijednosti za CPO upravljanje. To je uzrokovano većim momentima ONC i OFG spojke (slika 16c) koji dodatno reduciraju izlazni moment. Međutim, značajno prigušenje izlaznog momenta u slučaju LQR upravljanja uzrokuje veći trzaj. Na slici 16e može se vidjeti da CPO znatno bolje suzbija trzaj za vrijeme inercijske faze zahvaljujući smanjenoj modulaciji momenta ONC i OFG spojke, a time je i manja promjena momenta na izlaznom vratilu transmisije. Međutim, manjom modulacijom OFG spojke za vrijeme inercijske faze dolazi do većeg odstupanja momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 16a) od momenta koji odgovara novom stupnju prijenosa na kraju inercijske faze, što uzrokuje pad izlaznog momenta i povećani trzaj po završetku inercijske faze. Slika 16d pokazuje da LQR vrlo dobro slijedi referentnu trajektoriju brzine klizanja ONC spojke te osigurava željeno trajanje inercijske faze.



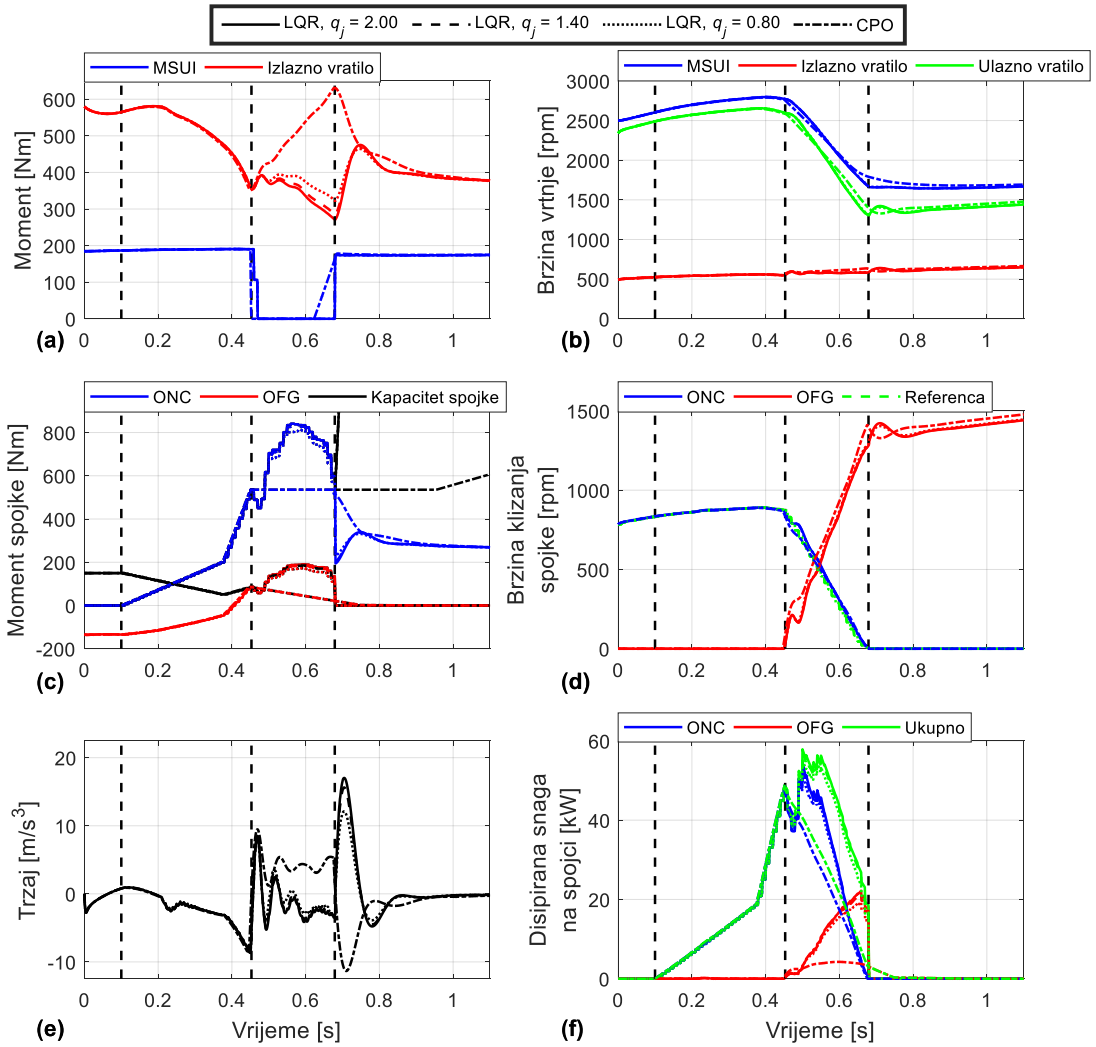
Slika 16. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 1. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 300 ms za rezultate sa slike 16

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
CPO	353**(+0.0%)**	314**(+0.0%)**	1.8588**(+0.0%)**	12.0724**(+0.0%)**
q_j = 2	353**(+0.0%)**	303**(-3.5%)**	1.7049**(-8.3%)**	13.0726**(+8.3%)**
q_j = 1.4	353**(+0.0%)**	303**(-3.5%)**	1.5964**(-14.1%)**	12.9028**(+6.9%)**
q_j = 0.8	353**(+0.0%)**	304**(-3.2%)**	1.4440**(-22.3%)**	12.4708**(+3.3%)**

Na slici 17 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za drugu skupinu istaknutih rješenja na slici 15 s kraćim trajanjem inercijske faze t_{IP} = 220 ms, dok su u tablici 2 dane performanse odabranih rješenja. Prema vrijednostima u tablici 2, CPO upravljanje promjenom stupnja prijenosa u ovom slučaju slabije suzbija trzaj (slika 17e), ali postiže znatno

manji iznos disipirane energije u odnosu na LQR. Oba upravljanja na kraju inercijske faze imaju značajan inercijski udar, uzrokovan nadvišenjem ili propadom momenta izlaznog vratila transmisije (slika 17a). Prema slici 17f, disipirana snaga je ponovno veća u odnosu na CPO, ali je nadvišenje izlaznog momenta znatno reducirano zbog veće modulacije momenta ONC i OFG spojki za vrijeme inercijske faze (slika 17c). LQR vrlo dobro slijedi trajektoriju brzine klizanja ONC spojke (slika 17d) te osigurava željeno trajanje inercijske faze.

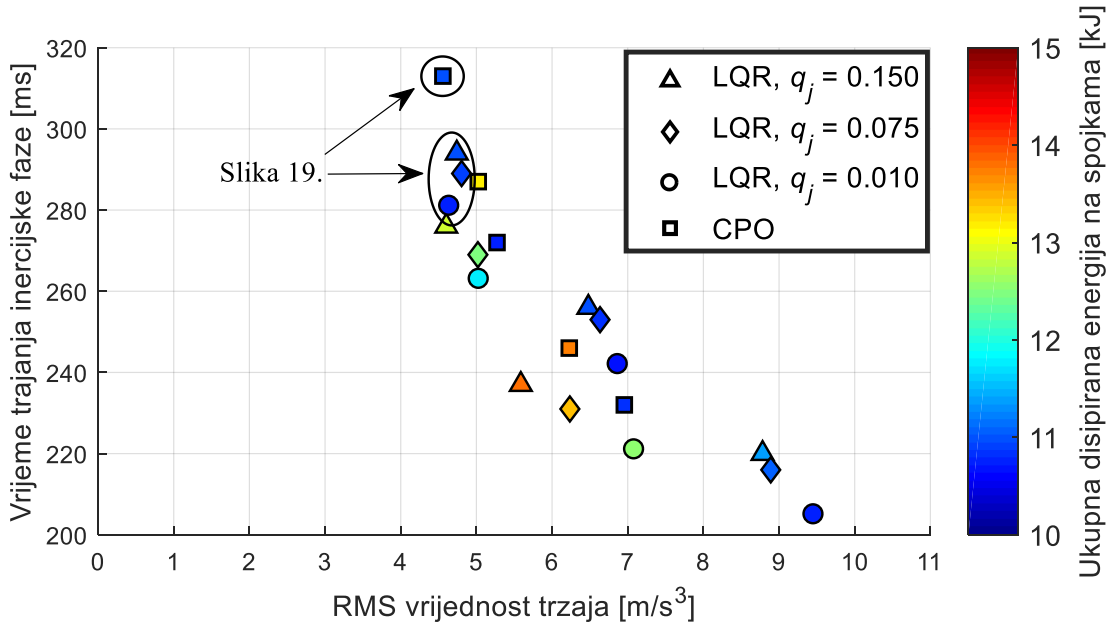


Slika 17. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 220 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 2. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 220 ms za rezultate sa slike 17

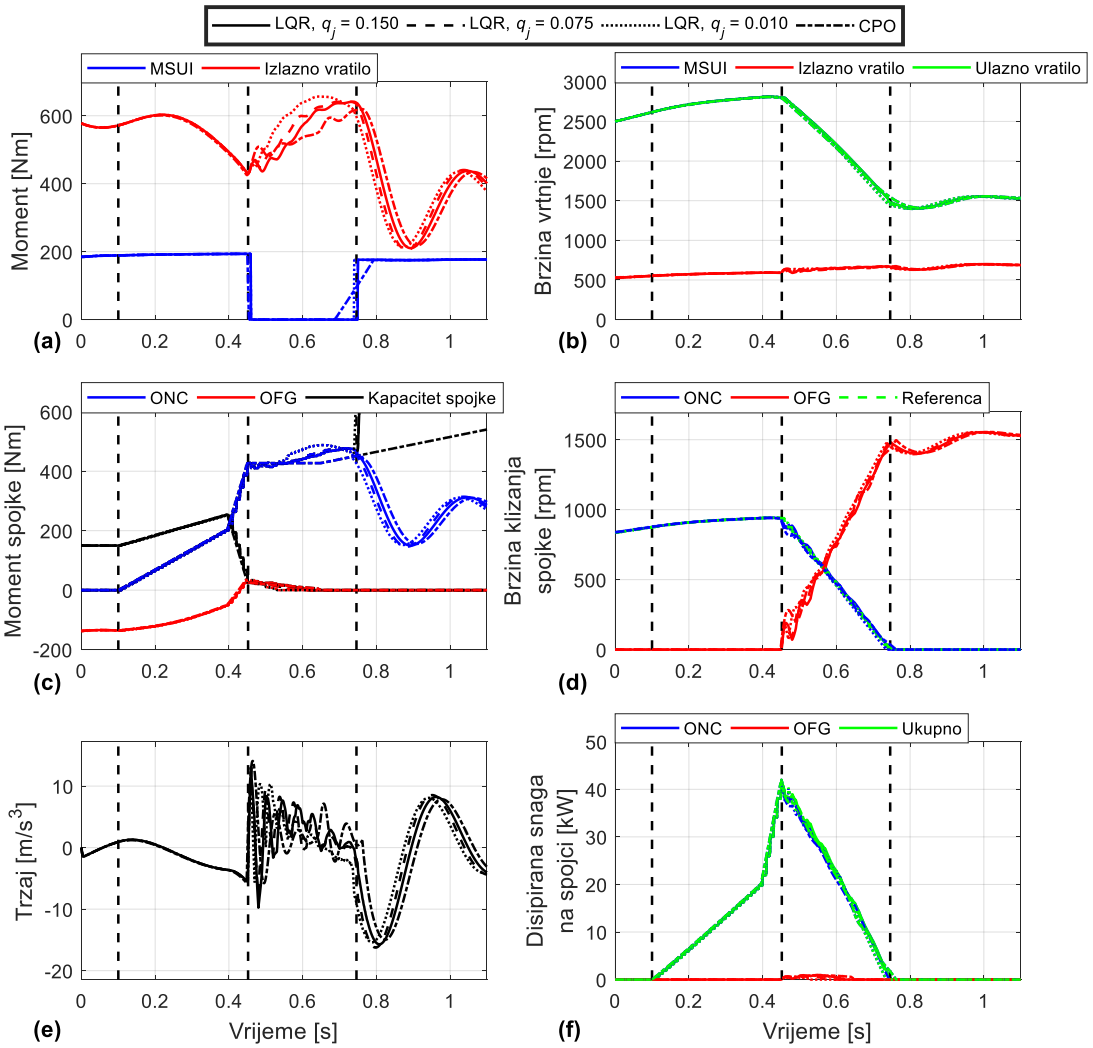
	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
CPO	353**(+0.0%)**	229**(+0.0%)**	3.0740**(+.0%)**	11.5741**(+0.0%)**
q_j = 2	353**(+0.0%)**	226**(-1.3%)**	3.3126**(+7.7%)**	14.8066**(+27.9%)**
q_j = 1.4	353**(+0.0%)**	226**(-1.3%)**	3.1211**(+1.5%)**	14.6778**(+26.8%)**
q_j = 0.8	353**(+0.0%)**	226**(-1.3%)**	2.6770**(-12.9%)**	14.3404**(+23.9%)**

Slika 18 prikazuje Pareto fronte dobivene s CPO i LQR upravljanjem za tri različita koeficijenta penalizacije trzaja q_j za slučaj zatvorenog pretvarača momenta. Vrijednosti koeficijenta penalizacije trzaja $q_j \in \{0.15, 0.075, 0.01\}$, dok su vrijednosti ostalih koeficijenata: $r_1 = 10^{-2}$, $r_2 = 2 \cdot 10^{-1}$, $r_3 = 8 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 2 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 5$, $q_{OFG} = 10$. Željena trajanja inercijske faze t_{TP} su od 220 ms do 300 ms u koracima od 20 ms. Za veće koeficijente penalizacije LQR bolje suzbija trzaj vozila dok disipirana energija u spojkama popratno raste. RMS vrijednosti trzaja znatno su veće nego kod slučaja otvorenog pretvarača momenta zbog nedostatka prigušenja koje pretvarač momenta unosi u sustav. U usporedbi s CPO rezultatima upravljanja, LQR u ovom slučaju postiže rezultate koji su direktno usporedivi s rezultatima CPO upravljanja, odnosno poboljšanje kvalitete promjene stupnja prijenosa nije izraženo uvođenjem LQR upravljanja.



Slika 18. Performanse CPO upravljanja i LQR-a za različite koeficijente penalizacije trzaja q_j te različita trajanja inercijske faze t_{IP} za slučaj zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 19 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnje prijenosa za istaknuta rješenja na slici 18, dok su u tablici 3 dane performanse odabranih rješenja. Kao i u prethodnom slučaju, upravljanje je jednako za vrijeme momentne faze dok se upravljanje u inercijskoj fazi razlikuje. Prema rezultatima u tablici 3, CPO ima nešto manju RMS vrijednost trzaja u odnosu na LQR, ali i nešto veći iznos disipirane snage u spojkama (slika 19 e i f). Razlika između odnosa disipiranih energija i trzaja vozila između CPO i LQR upravljanja je znatno manja nego u slučaju otvorenog pretvarača momenta. Povećanje trzaja kod LQR-a u odnosu na slučaj otvorenog pretvarača momenta uzrokovano je slabo prigušenim oscilacijama momenta na izlaznom vratilu transmisije što je posljedica inercijskog udara (slika 19a) na kraju inercijske faze.



Slika 19. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR i CPO upravljanje, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 3. Indeksi performansi LQR i CPO upravljanja za vrijeme inercijske faze, t_{IP} = 300 ms za rezultate sa slike 19

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
CPO	348**(+0.0%)**	313**(+0.0%)**	4.5568**(+0.0%)**	10.9975**(+0.0%)**
q_j = 0.15	348**(+0.0%)**	294**(-6.1%)**	4.7408**(+4.0%)**	11.0095**(+0.1%)**
q_j = 0.075	348**(+0.0%)**	289**(-7.7%)**	4.8044**(+5.4%)**	10.8656**(-1.2%)**
q_j = 0.015	348**(+0.0%)**	281**(-10.2%)**	4.6434**(+1.9%)**	10.7165**(-2.6%)**

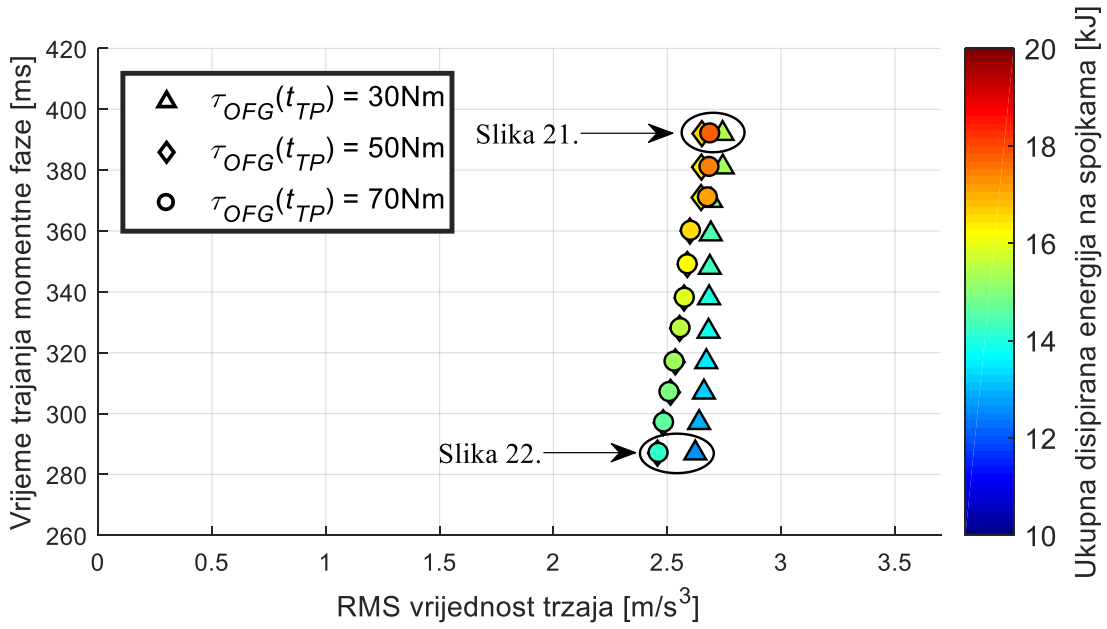
5.2. Analiza kvalitete upravljanja u momentnoj fazi

Upravljanje u otvorenoj petlji u momentnoj fazi bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije (v. poglavlje 4.3) primjenom zakona upravljanja danog jednadžbom (83) za slučaj zatvorenog pretvarača momenta i jednadžbom (84) za slučaj otvorenog pretvarača momenta zahtijeva formulaciju trajektorija reaktivnog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t)$. Upravljanje u otvorenoj petlji s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze zahtijeva dodatnu trajektoriju željenog izlaznog momenta $\tau_{os}(t)$ prema jednadžbama (85) i (86). Kao što je već spomenuto, u slučaju kompenzacije propada izlaznog momenta, isti zakon upravljanja primijenjen je za slučaj otvorenog i zatvorenog pretvarača momenta (v. poglavlje 4.3.1). Analiza kvalitete upravljanja u momentnoj fazi provodi se za različite iznose momenta OFG spojke na prijelazu iz momentne u inercijsku fazu $\tau_{OFG}(t_{TP})$, te iznose reference izlaznog momenta na prijelazu iz momentne u inercijsku fazu $\tau_{os}(t_{TP})$.

5.2.1. Utjecaj iznosa momenta isključne spojke na prijelazu faza na performanse u slučaju upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta

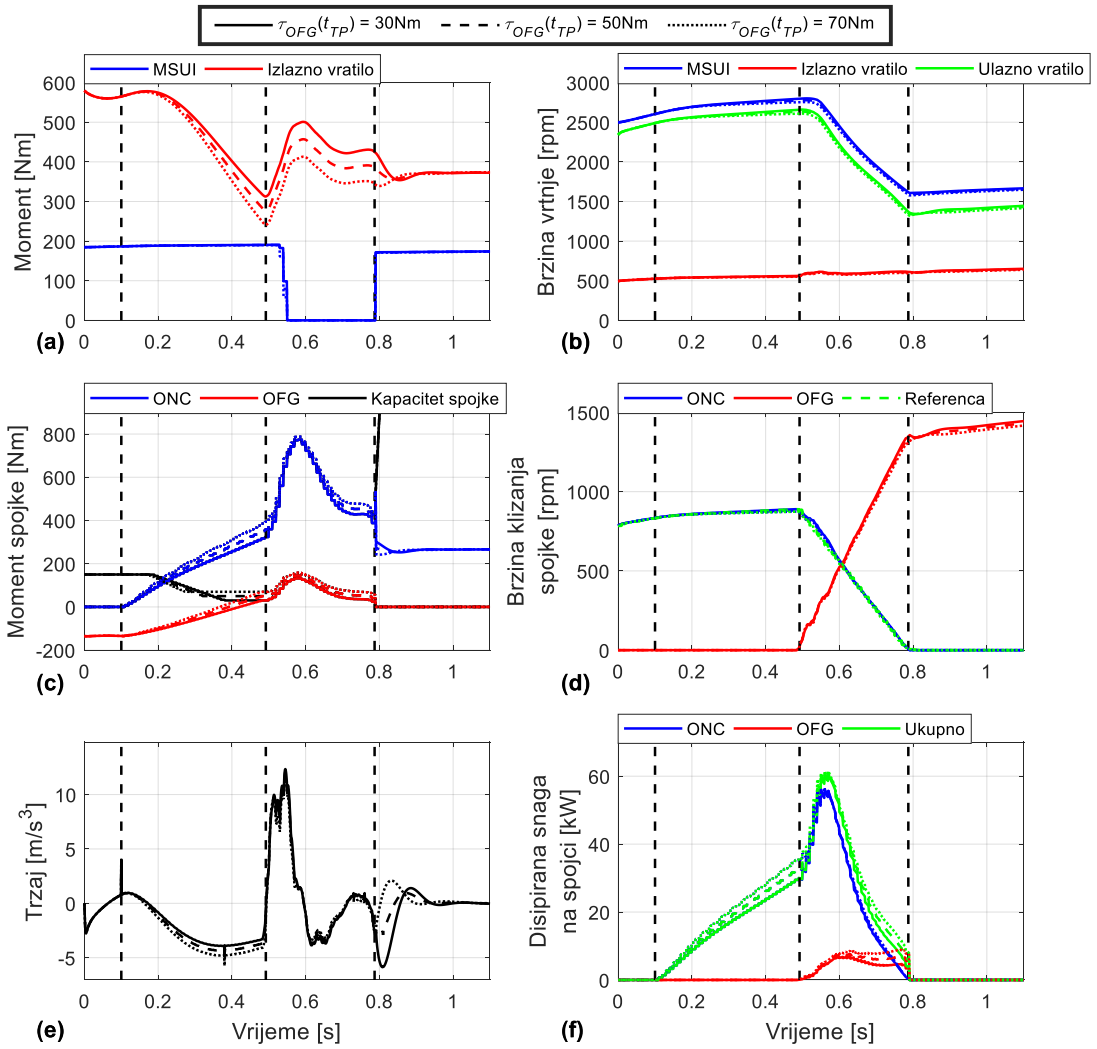
Na slici 20 prikazano je trajanje momentne faze (y-os) u odnosu na RMS trzaj (x-os) i disipiranu energiju za promjenjivi iznos prijelaznog momenta te različita željena trajanja momente faze u slučaju otvorenog pretvarača momenta. Za vrijeme inercijske faze korišteno je LQR upravljanje (težinski koeficijenti su: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 25 \cdot 10^{-2}$, $r_3 = 9 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 2 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 40$, $q_{OFG} = 50$, $q_j = 1$), gdje je referentno trajanje inercijske faze t_{IP} = 300 ms za sve slučajeve dok su željena trajanja momentne faze t_{TP} zadana od 250 ms do 350 ms u koracima od 10 ms. Razmatrana su tri iznosa prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$: 30 Nm, 50 Nm i 70 Nm. Povećanjem prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ s 50 Nm na 70 Nm nije rezultiralo značajnom

promjenom s obzirom na RMS trzaja vozila, ali je rezultiralo znatnim povećanjem disipirane energije što je vrlo nepoželjno. Promjena trajanja momentne faze ima značajan utjecaj na iznos disipirane energije, što je smisleno jer se za dulje vrijeme klizanja ONC spojke na visokim iznosima momenta disipira više energije.



Slika 20. Performanse upravljanja bez kompenzacije izlaznog momenta za različite prijelazne momente OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta

Na slici 21 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za prvu skupinu istaknutih rješenja na slici 20, dok su u tablici 4 dane konačne performanse. Za isto vrijeme trajanja momentne faze, veći moment OFG spojke na prijelazu faza uzrokuje i veći propad momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 21a). Veći propad momenta rezultira i nešto većim trzajem (slika 21e) za vrijeme momentne faze. LQR u inercijskoj fazi daje sličan profil izlaznog momenta, no razlika je u apsolutnim iznosima. Za veći $\tau_{OFG}(t_{TP})$, izlazni moment u inercijskoj fazi je niži, te je pad izlaznog momenta na kraju inercijske faze niži. Međutim, prema rezultatima u tablici 4 za $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 70 Nm došlo je do povećanja trzaja i disipirane energije u odnosu na $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm. Prema tome, može se zaključiti da povećanje prijelaznog momenta OFG spojke iznad 50 Nm ima blago negativan utjecaj s obzirom na udobnost i efikasnost promjene stupnja prijenosa unatoč tome što je inercijski udar na kraju inercijske faze manji. Također, prema tablici 4 dobivena su vremena trajanja momentne faze od 392 ms dok je referentno vrijeme 350 ms. Ovo značajno odstupanje uzrokovano je zanemarivanjem dinamike pogona vozila (reduciranje modela) te upravljanjem u otvorenoj petlji.



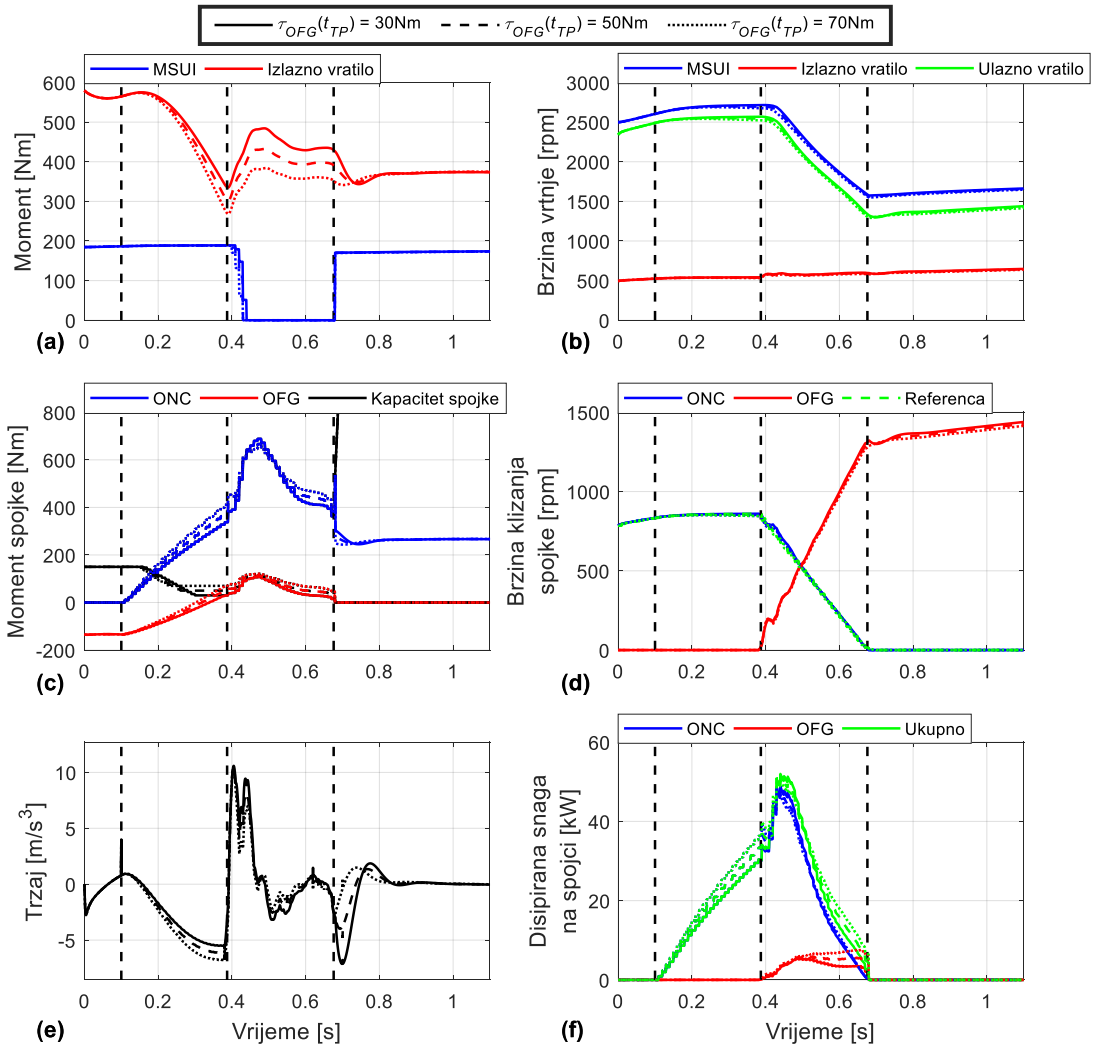
Slika 21. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 4. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 21)

$\tau_{OFG}(t_{TP})$ [Nm]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
30	392**(+0.0%)**	295**(+0.0%)**	2.7430**(+0.0%)**	15.4365**(+0.0%)**
50	392**(+0.0%)**	295**(+0.0%)**	2.6520**(-3.3%)**	16.5637**(+7.3%)**
70	392**(+0.0%)**	295**(+0.0%)**	2.6895**(-2.0%)**	17.6636**(+14.4%)**

Na slici 22 prikazani su rezultati simulacije za drugu grupu rješenja sa slike 20 s kraćim trajanjem momentne faze t_{TP} = 250 ms, dok su u tablici 5 dane konačne performanse. Slično kao u prethodnom slučaju, za veći $\tau_{OFG}(t_{TP})$ postiže se veći iznos trzaja za vrijeme momentne faze (slika 22e). Disipirana snaga (slika 22f) također raste s povećanjem $\tau_{OFG}(t_{TP})$ zbog većeg

momenta ONC spojke na približno jednakim brzinama klizanja (slika 22d). Disipirana energija (tablica 5) znatno je manja pri kraćem trajanju momentne faze (usp. s vrijednostima u tablici 4). Ovdje također dolazi do blagog smanjenja efikasnosti i udobnosti promjene stupnja prijenosa povećanjem $\tau_{OFG}(t_{TP})$ s 50 Nm na 70 Nm što dodatno potvrđuje da preveliko povećanje konačnog momenta ima negativan utjecaj na kvalitetu promjene stupnja prijenosa bez obzira na smanjenje inercijskog udara. Na temelju prikazanih rezultata može se zaključiti da se veća efikasnost i udobnost pri upravljanju u momentnoj fazi za otvoreni pretvarač momenta postiže s kraćim trajanjem momentne faze, te srednjim iznosom momenta OFG spojke.

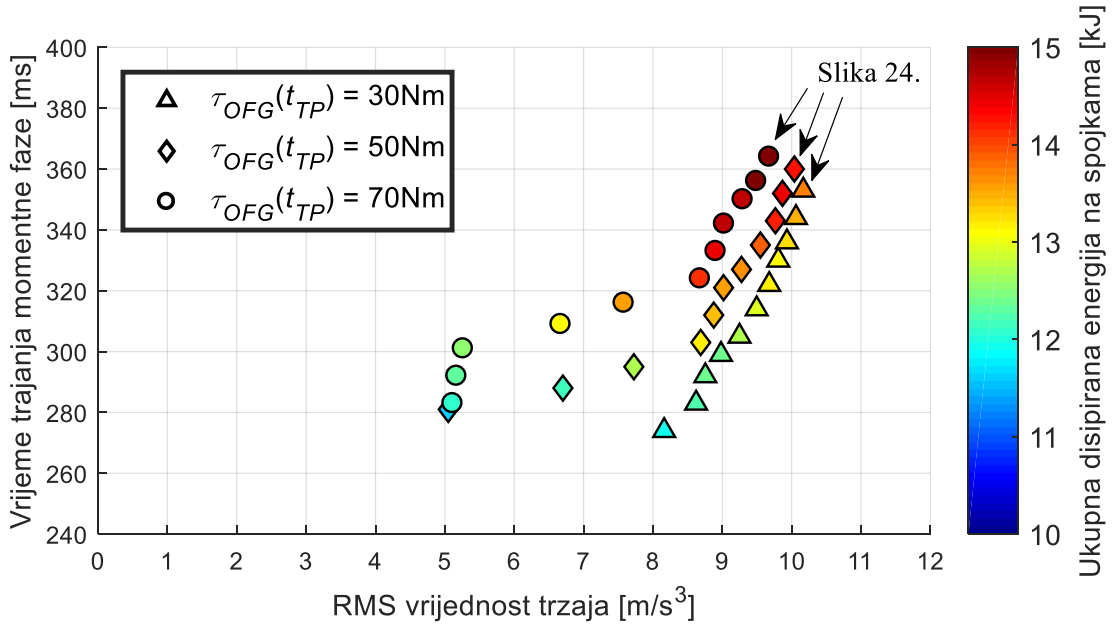


Slika 22. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 250 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 5. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 250 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 22)

$\tau_{OFG}(t_{TP})$ [Nm]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
30	287**(+0.0%)**	289**(+0.0%)**	2.6229**(+0.0%)**	12.6179**(+0.0%)**
50	287**(+0.0%)**	289**(+0.0%)**	2.4567**(-6.3%)**	13.4042**(+6.2%)**
70	287**(+0.0%)**	289**(+0.0%)**	2.4629**(-6.1%)**	14.2180**(+12.7%)**

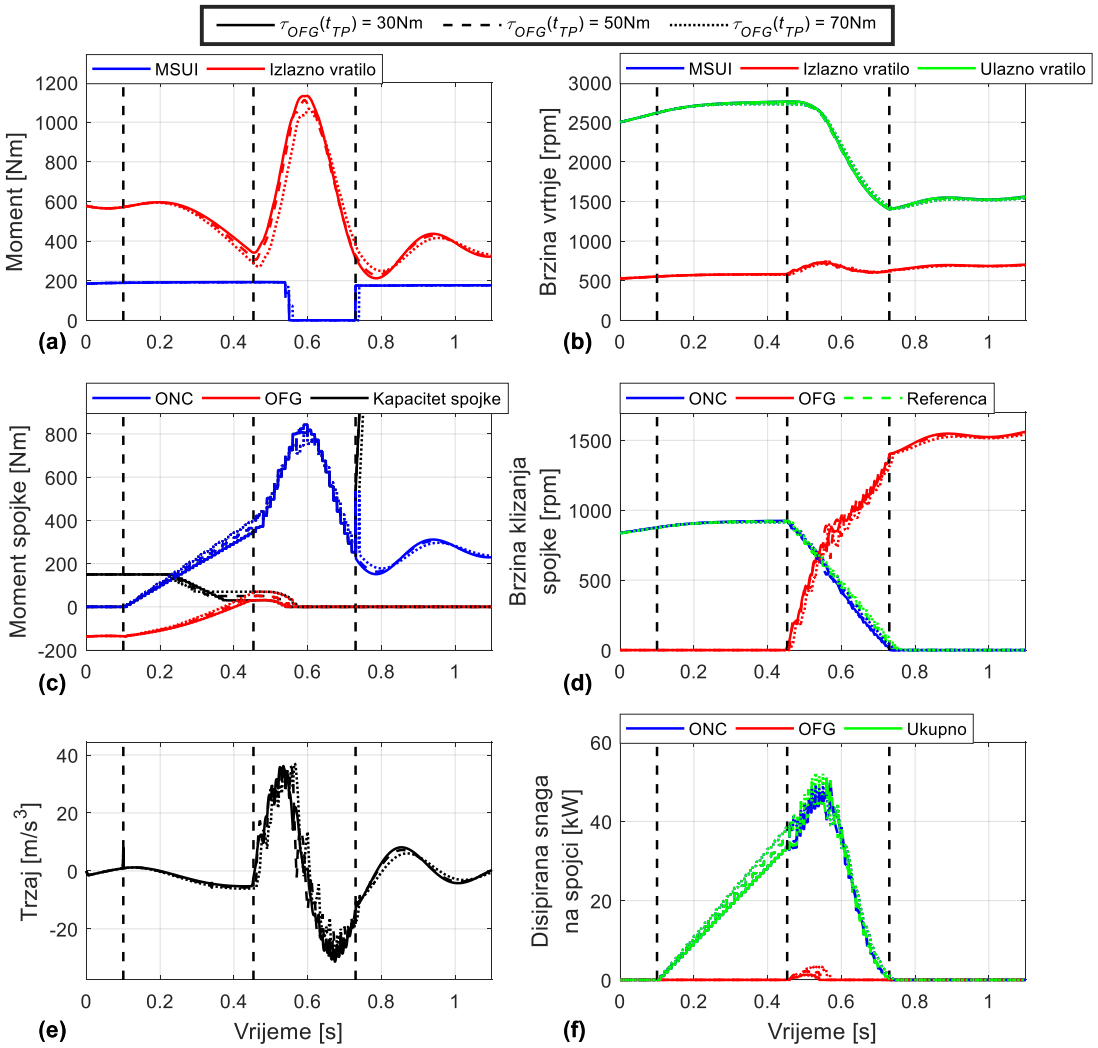
Na slici 23 prikazane su performanse za različite momente OFG spojke na prijelazu faza u slučaju zatvorenog pretvarača momenta. Željena trajanja momentne faze t_{TP} i prijelazni momenti $\tau_{OFG}(t_{TP})$ isti su kao i u prethodnom slučaju, dok su težinski koeficijenti LQR-a: r_1 = $3 \cdot 10^{-1}$, r_2 = $3 \cdot 10^{-1}$, r_3 = $5 \cdot 10^{-1}$, q_t = $3 \cdot 10^6$, q_{ONC} = 55, q_{OFG} = 85, q_j = 0.2. U odnosu na slučaj otvorenog pretvarača momenta, ovdje se postiže znatno manja RMS vrijednost trzaja i disipirane energije u spojkama za kraće trajanje momentne faze. Povećanjem prijelaznog momenta OFG spojke uz isto trajanje momentne faze rezultira značajnijim smanjenjem trzaja ali pod cijenu veće disipirane energije u spojkama.



Slika 23. Performanse upravljanja bez kompenzacije izlaznog momenta za različite prijelazne momente OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 24 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja sa slike 23, dok su u tablici 6 dane konačne performanse. Uvedene podoptimalnosti upravljanjem za vrijeme momentne faze znatno utječu na LQR koji upravlja promjenom stupnja prijenosa za

vrijeme inercijske faze. Visokim propadom izlaznog momenta za vrijeme momentne faze, LQR naglo diže kapacitet ONC spojke radi slijeđenja trajektorije brzine klizanja ONC spojke (v. jednadžbu (4) gdje zbog sprege inercija u transmisiji izlazni moment također utječe na brzinu vrtnje ulaznog vratila, a time i na brzinu klizanja ONC spojke). Istovremeno, znatnim kašnjenjem redukcije motora, LQR podiže moment ONC spojke na znatno više vrijednosti što uzrokuje drastično nadvišenje izlaznog momenta transmisije (slika 24a). Time se uzrokuje visoka disipacija snage (slika 24f) i trzaj vozila (slika 24e). Usporedbom vrijednosti danih u tablici 4 i 6 (iste referentne vrijednosti trajanja momentne i inercijske faze), može se zaključiti kako se kvalitetnija promjena stupnja prijenosa postiže otvaranjem pretvarača momenta.



Slika 24. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

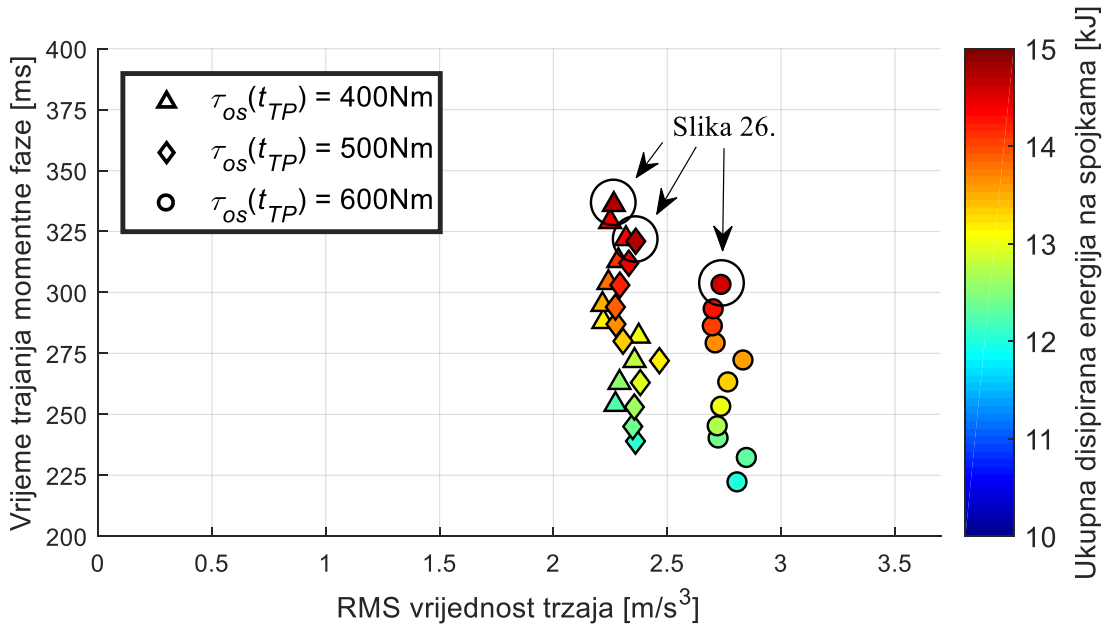
Tablica 6. Indeksi performansi upravljanja bez kompenzacije propada izlaznog momenta za različite vrijednosti momenta OFG spojke na prijelazu faza $\tau_{OFG}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 24)

$\tau_{OFG}(t_{TP})$ [Nm]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
30	353**(+0.0%)**	277**(+0.0%)**	10.1678**(+0.0%)**	13.7110**(+0.0%)**
50	360**(+2.0%)**	269**(-2.9%)**	10.0393**(-1.4%)**	14.2953**(+4.3%)**
70	364**(+3.1%)**	276**(-0.4%)**	9.6777**(-4.8%)**	15.2358**(+11.1%)**

5.2.2. Analiza utjecaja iznosa reference izlaznog momenta na prijelazu faza na performanse u slučaju kompenzacije propada izlaznog momenta

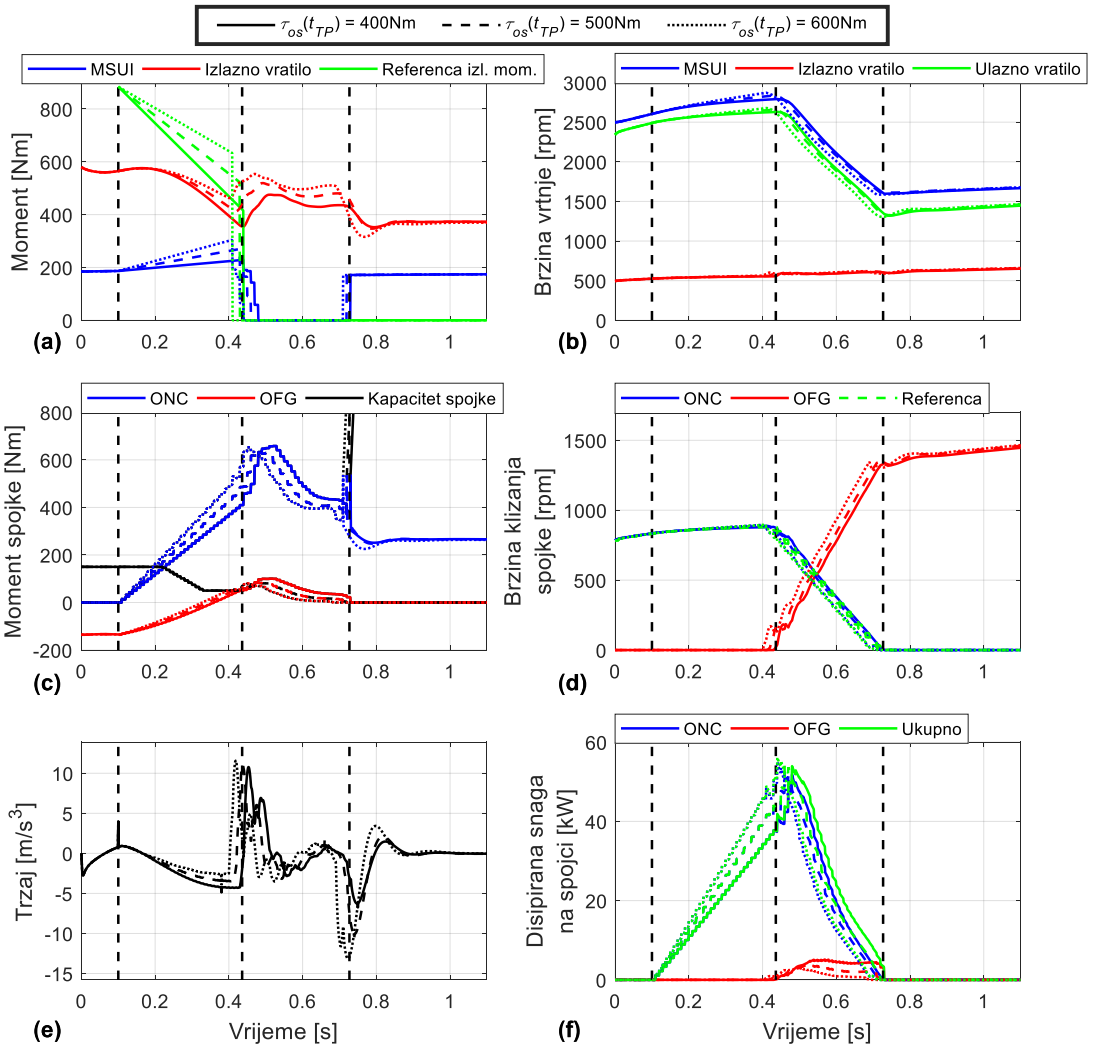
Iznosi prijelaznog momenta na izlaznom vratilu transmisije $\tau_{os}(t_{TP})$ su: 400 Nm, 500 Nm i 600 Nm. Prijelazni moment OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm za sve slučajeve, a željeno trajanje momentne faze zadano je od 250 ms do 350 ms u koracima od 10 ms. Za vrijeme inercijske faze korišteno je LQR upravljanje sa željenim trajanjem od 300 ms.

Na slici 25 prikazane su performanse upravljanja u otvorenoj petlji s uključenom kompenzacijom propada izlaznog momenta u slučaju otvorenog pretvarača momenta. Težinski koeficijenti LQR-a su: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 25 \cdot 10^{-2}$, $r_3 = 12 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 2 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 40$, $q_{OFG} = 50$, $q_j = 1$. Za veće iznose kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije trzaj vozila i disipirana energija na spojkama su veće za isto trajanje momentne faze. U usporedbi s rezultatima za slučaj bez kompenzacije propada izlaznog momenta (slika 20), trzaj i disipirane energije su usporedive po iznosima za ista vremena trajanja momentne faze. U slučaju otvorenog pretvarača momenta, kompenzacija propada momenta na izlaznom vratilu transmisije ne dovodi do značajnog poboljšanja kvalitete i efikasnosti promjene stupnja prijenosa s obzirom na isto trajanje momentne faze u usporedbi s upravljanjem bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije.



Slika 25. Performanse upravljanja s kompenzacijom izlaznog momenta za različite prijelazne momente na izlaznom vratilu $\tau_{os}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta

Na slici 26 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja na slici 25, dok su u tablici 7 dane konačne performanse odabranih rješenja. Referenca momenta na izlaznom vratilu znatno je veća od stvarnog momenta (slika 26a) zbog zanemarene dinamike sustava što uvodi određenu grešku u izračunu momenta izlaznog vratila. Kompenzacija izlaznog momenta automatski podiže moment MSUI u momentnoj fazi, čime se znatno smanjuje propad momenta na izlaznom vratilu transmisije u odnosu na slučaj bez kompenzacije, (v. sliku 21). Smanjenjem propada momenta, smanjuje se i trzaj za vrijeme momentne faze. Međutim, uz povećanje kompenzacije izlaznog momenta u momentnoj fazi dobiva se veći iznos izlaznog momenta u inercijskoj fazi. U konačnici, to rezultira većim inercijskim udarom što negativno utječe na RMS vrijednost trzaja vozila (slika 26e). Prema stvarnim vremenima trajanja momentne faze $t_{TP,sim}$ prikazanim u tablici 7 vidljivo je znatno odstupanje od referentnog vremena t_{TP}. Odstupanje raste s povećanjem kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu te je posljedica je upravljanja u otvorenoj petlji i nemodelirane dinamike. Povećanjem momenta MSUI (slika 26c) za vrijeme inercijske faze momenta ONC spojke podiže se na veće iznose što je vidljivo iz jednadžbe (86). Prema tome, smisleno bi bilo da u tom slučaju dolazi do povećanja disipirane energije. Međutim, pošto za veće prijelazne momente $\tau_{os}(t_{TP})$ dolazi do kraćeg trajanja momentne faze, ukupna disipirana energija je otprilike jednaka (tablica 7).



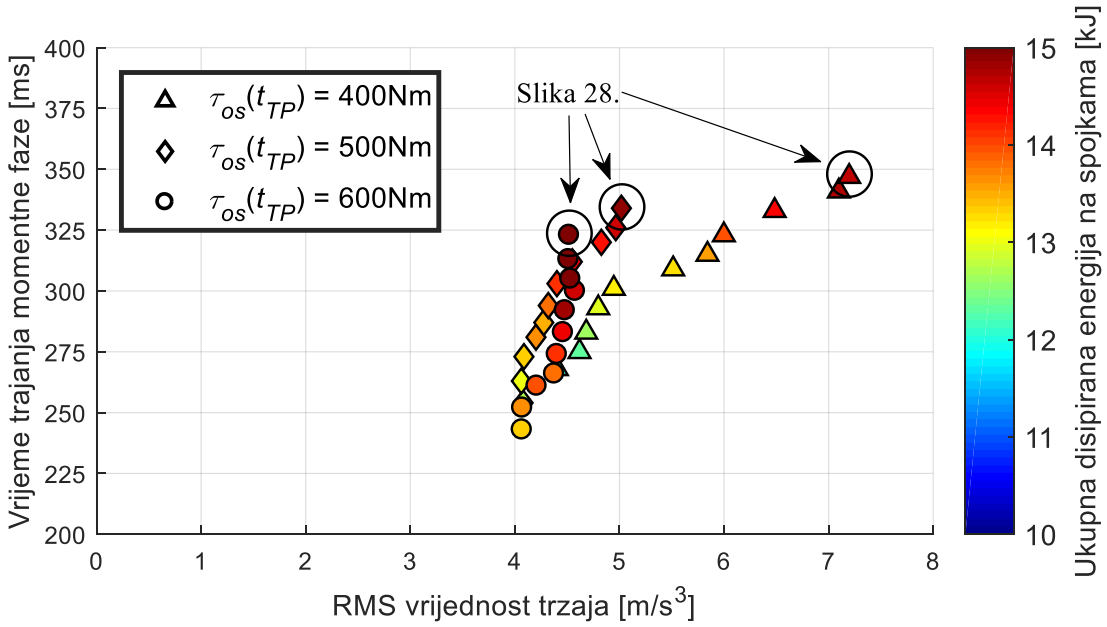
Slika 26. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta izlaznog vratila $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 7. Indeksi performansi upravljanja s kompenzacijom propada izlaznog momenta za različite vrijednosti izlaznog momenta na prijelazu faza $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 26)

$\tau_{os}(t_{TP})$ [Nm]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
400	336**(+0.0%)**	291**(+0.0%)**	2.2652**(+0.0%)**	14.7230**(+0.0%)**
500	321**(-4.5%)**	296**(+1.7%)**	2.3615**(+4.3%)**	14.7066**(-0.1%)**
600	303**(-9.8%)**	305**(+4.8%)**	2.7390**(+21.0%)**	14.5818**(+1.0%)**

Na slici 27 prikazane su performanse upravljanja u otvorenoj petlji s uključenom kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze u slučaju zatvorenog pretvarača momenta. Trajektorije upravljanja iste su kao i u prethodnom slučaju, dok su koeficijenti LQR-a: $r_1 = 3 \cdot 10^{-1}$, $r_2 = 2 \cdot 10^{-1}$, $r_3 = 5 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 4 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 55$,

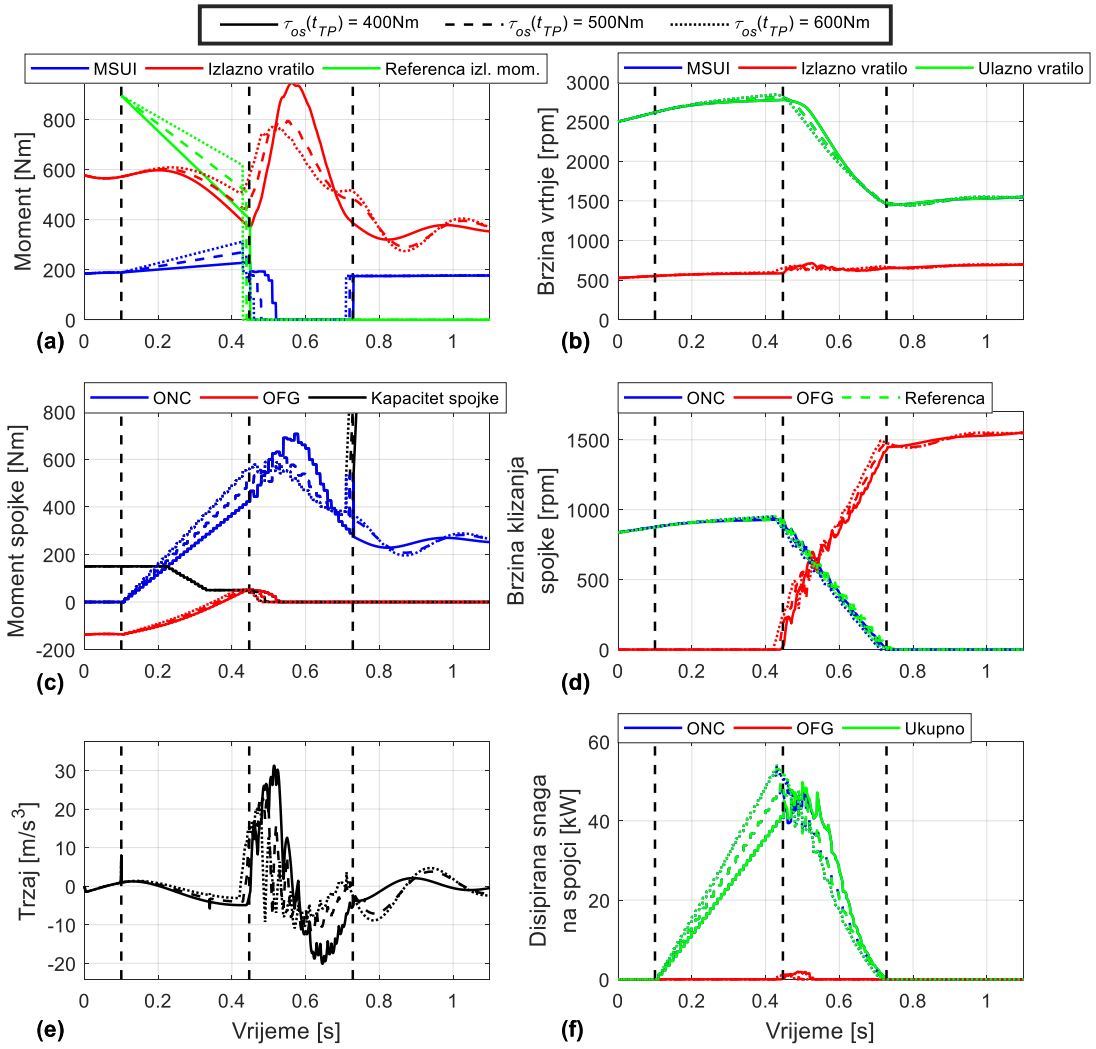
q_{OFG} = 85, q_j = 0.2. Za veće kompenzacije propada izlaznog momenta (veće podizanje momenta MSUI) disipirana energija je veća za isto vrijeme trajanja momentne faze. Primjenom kompenzacije propada izlaznog momenta postignuto je znatno bolje suzbijanje trzaja u usporedbi s upravljanjem bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije, ali pod cijenu veće disipacije energije u spojkama (slika 23).



Slika 27. Performanse upravljanja s kompenzacijom izlaznog momenta za različite prijelazne momente na izlaznom vratilu $\tau_{os}(t_{TP})$ i različita trajanja momentne faze t_{TP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 28 prikazani su rezultati simulacije istaknutih rješenja na slici 27, dok su u tablici 8. dane konačne performanse odabranih rješenja. Za veće reference izlaznog momenta transmisije veća je i kompenzacija propada izlaznog momenta odnosno dobiva se veće podizanje momenta MSUI (slika 28a). Za istu OFG trajektoriju te veći iznos reference izlaznog momenta kapacitet ONC spojke na kraju momentne faze raste što pozitivno utječe na LQR upravljanje (slika 28c). Za najnižu referencu $\tau_{os}(t_{TP})$ = 400 Nm, LQR na početku inercijske faze ima najniži moment ONC spojke, koji zatim mora znatno povećati u inercijskoj fazi kako bi se omogućilo dobro slijeđenje trajektorije brzine klizanja ONC spojke. Pošto za taj slučaj kasni s redukcijom momenta MSUI dolazi do naglog podizanja kapaciteta ONC spojke te nadvišenja momenta na izlaznom vratilu transmisije i trzaja vozila. Prema konačnim rezultatima simulacije promjene stupnja prijenosa (tablica 8) za veće kompenzacije raste disipirana energija što je posljedica povećane disipacije snage (slika 28f) za vrijeme momentne faze gdje ONC spojka kliže na višim momentima. Međutim, pod cijenu povećane disipacije snage, trzaj je vrlo dobro suzbijen (slika 28e). U usporedbi s upravljanjem bez kompenzacije propada izlaznog momenta (slika 24)

dolazi do znatno boljeg odziva sustava te je promjena stupnja prijenosa znatno ugodnija pod cijenu veće disipacije energije u spojkama.



Slika 28. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa s obzirom na promjenu prijelaznog momenta izlaznog vratila $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 8. Indeksi performansi upravljanja s kompenzacijom propada izlaznog momenta za različite vrijednosti izlaznog momenta na prijelazu faza $\tau_{os}(t_{TP})$, željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 28)

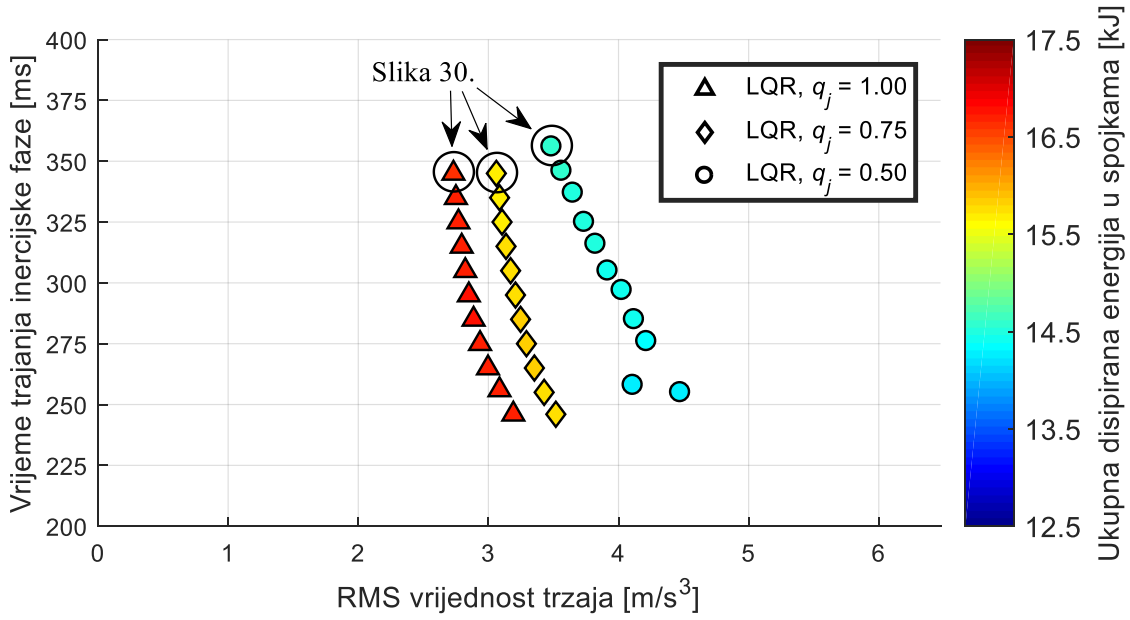
$\tau_{os}(t_{TP})$ [Nm]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
400	347**(+0.0%)**	281**(+0.0%)**	7.1963**(+0.0%)**	14.6529**(+0.0%)**
500	334**(-3.7%)**	285**(+1.4%)**	5.0185**(-30.3%)**	14.9131**(+1.8%)**
600	323**(-6.9%)**	287**(+2.1%)**	4.5193**(-37.2%)**	15.5974**(+6.4%)**

5.3. Analiza kvalitete LQR upravljanja promjenom stupnja prijenosa za različita trajanja inercijske faze

Kao što je to bio slučaj u poglavlju 5.1, ovdje će se analizirati utjecaj koeficijenta penalizacije trzaja LQR-a za vrijeme inercijske faze. U odnosu na 5.1., za vrijeme momentne faze primijenjeno je upravljanje u otvorenoj petlji čiji su rezultati prethodno analizirani. U slučaju upravljanja u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada izlaznog momenta za vrijeme momentne faze koristi se trajektorija OFG spojke s prijelaznim momentom $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm te je željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms. Za slučaj upravljanja s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu prijelazni moment OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm dok je prijelazna točka reference izlaznog momenta $\tau_{os}(t_{TP})$ = 500 Nm te je željeno trajanje momentne faze t_{TP} = 350 ms. Željena trajanja inercijske faze simbol zadana su od 250 ms do 350 ms u koracima od 10 ms.

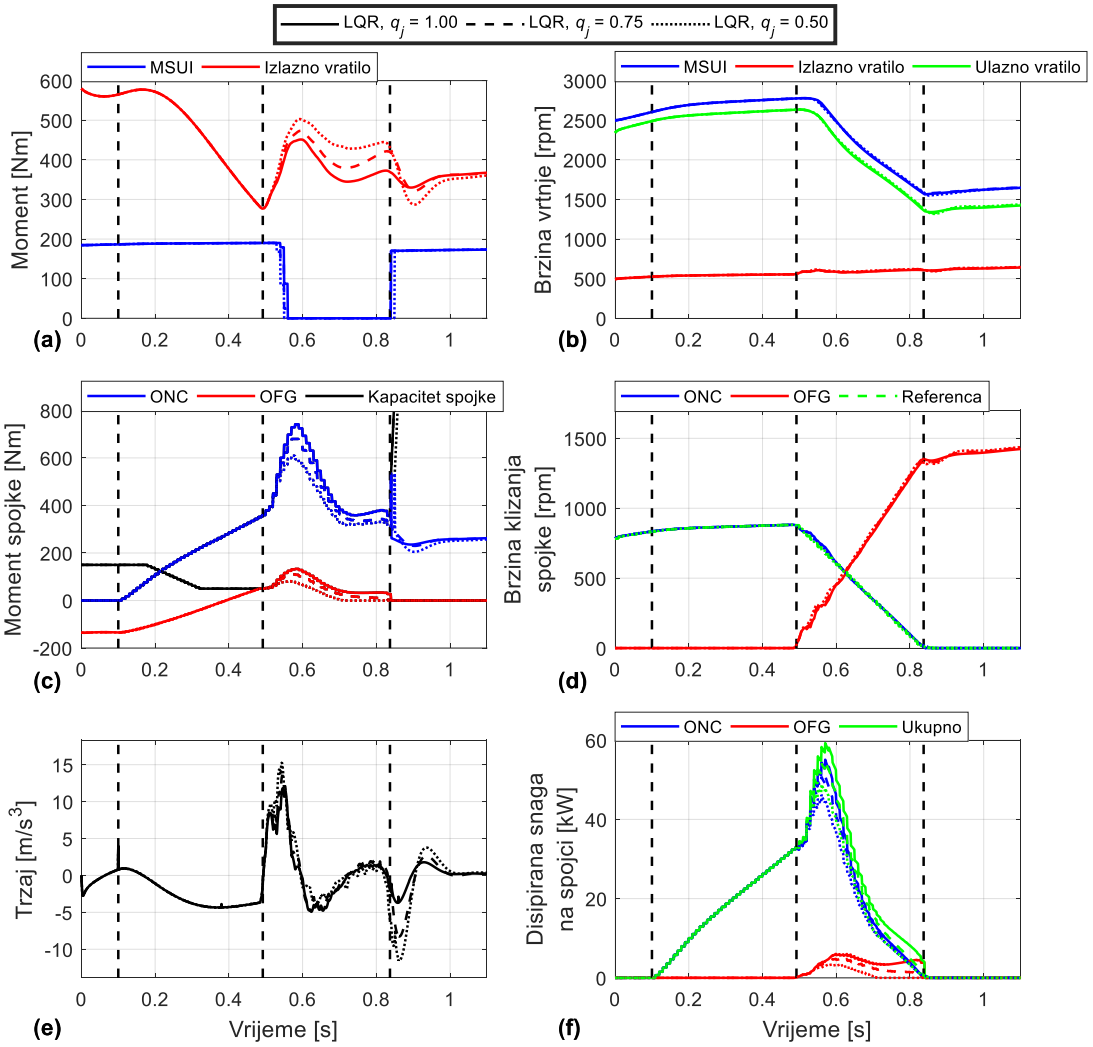
5.3.1. Upravljanje bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze

Na slici 29 prikazano je trajanje inercijske faze (y-os) u odnosu na RMS trzaja (x-os) i disipiranu energiju (z-os, boja) za slučaj upravljanja u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze te LQR upravljanje za vrijeme inercijske faze u slučaju otvorenog pretvarača momenta. LQR parametri jednaki su: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 30 \cdot 10^{-2}$, $r_3 = 9 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 2 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 40$, $q_{OFG} = 50$ dok su koeficijenti $q_j \in \{1, 0.75, 0.5\}$. Parametri su dodatno podešeni u odnosu na slučaj s CPO upravljanjem za vrijeme momentne faze (v. poglavlje 5.1) te se sad za veće koeficijente penalizacije q_j postiže manji RMS trzaj vozila dok je disipirana energija u spojkama veća. Prikazane performanse dobivene su za željeno trajanje inercijske faze t_{IP} od 250 ms do 350 ms s korakom od 10 ms. U usporedbi s CPO upravljanjem za vrijeme momentne faze (slika 15), podoptimalno upravljanje u otvorenoj petlji dovelo je do određenog pogoršanja s obzirom na trzaj vozila i disipiranu energiju u spojkama. Degradacija kvalitete s obzirom na disipiranu energiju je posljedica visokih iznosa momenta na kojim ONC spojka kliže dok je povećanje trzaja uzrokovano naglim podizanjem momenta ONC spojke (zbog kašnjenja redukcije momenta MSUI) za vrijeme inercijske faze (v. sliku 30). Poboljšanje rezultata može se postići dodatnim podešavanjem težinskih koeficijenata LQR-a s ciljem ranije redukcije momenta MSUI.



Slika 29. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta

Na slici 30 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja na slici 29, dok su u tablici 9 dane konačne performanse. LQR za vrijeme inercijske faze s većim koeficijentom penalizacije trzaja q_j uspijeva smanjiti nadvišenje momenta na izlaznom vratilu (slika 30a), a time pad momenta kraju inercijske faze po zatvaranju ONC spojke (slika 30e). Povećana modulacija momenta ONC i OFG spojki (slika 30c) za veće koeficijente penalizacije trzaja rezultira većom disipacijom snage (slika 30f) za vrijeme inercijske faze. Prema stvarnim vremenima trajanja inercijske faze u tablici 9, LQR vrlo dobro slijedi referentnu trajektoriju brzine klizanja ONC spojke (slika 30d) bez obzira na promjenu koeficijenta q_j te se na taj način osigurava željeno trajanje inercijske faze promjene stupnja prijenosa.



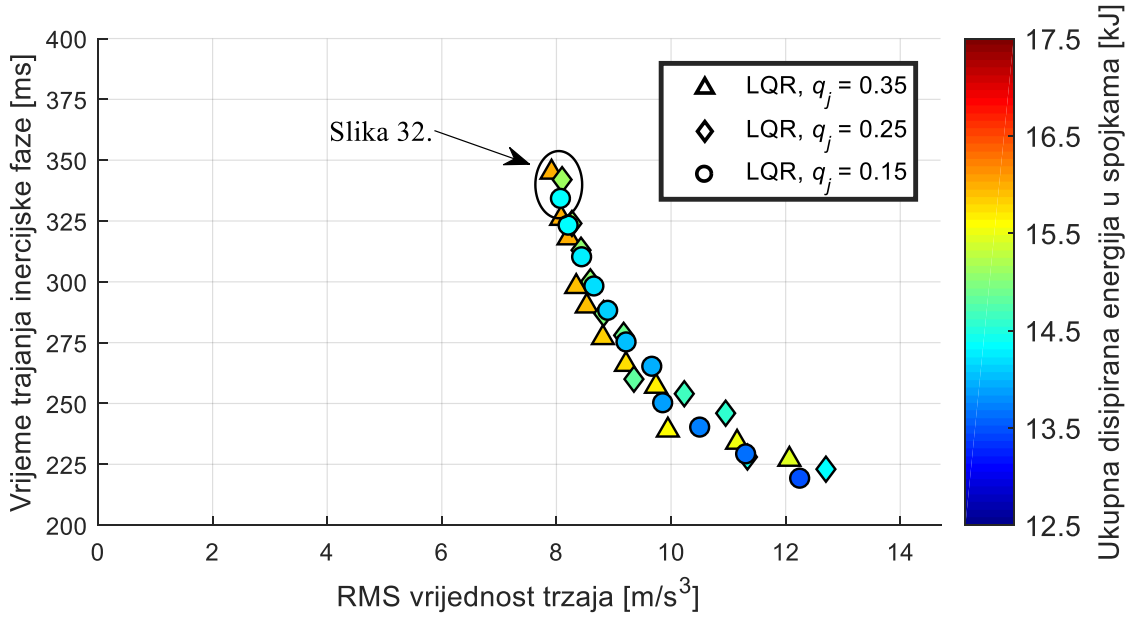
Slika 30. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 9. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 30)

q_j [-]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
0.5	392**(+0.0%)**	356**(+0.0%)**	3.4859**(+0.0%)**	14.5579**(+0.0%)**
0.75	392**(+0.0%)**	345**(-3.1%)**	3.0611**(-12.2%)**	15.6421**(+7.4%)**
1	392**(+0.0%)**	345**(-3.1%)**	2.7314**(-21.6%)**	16.6226**(+12.2%)**

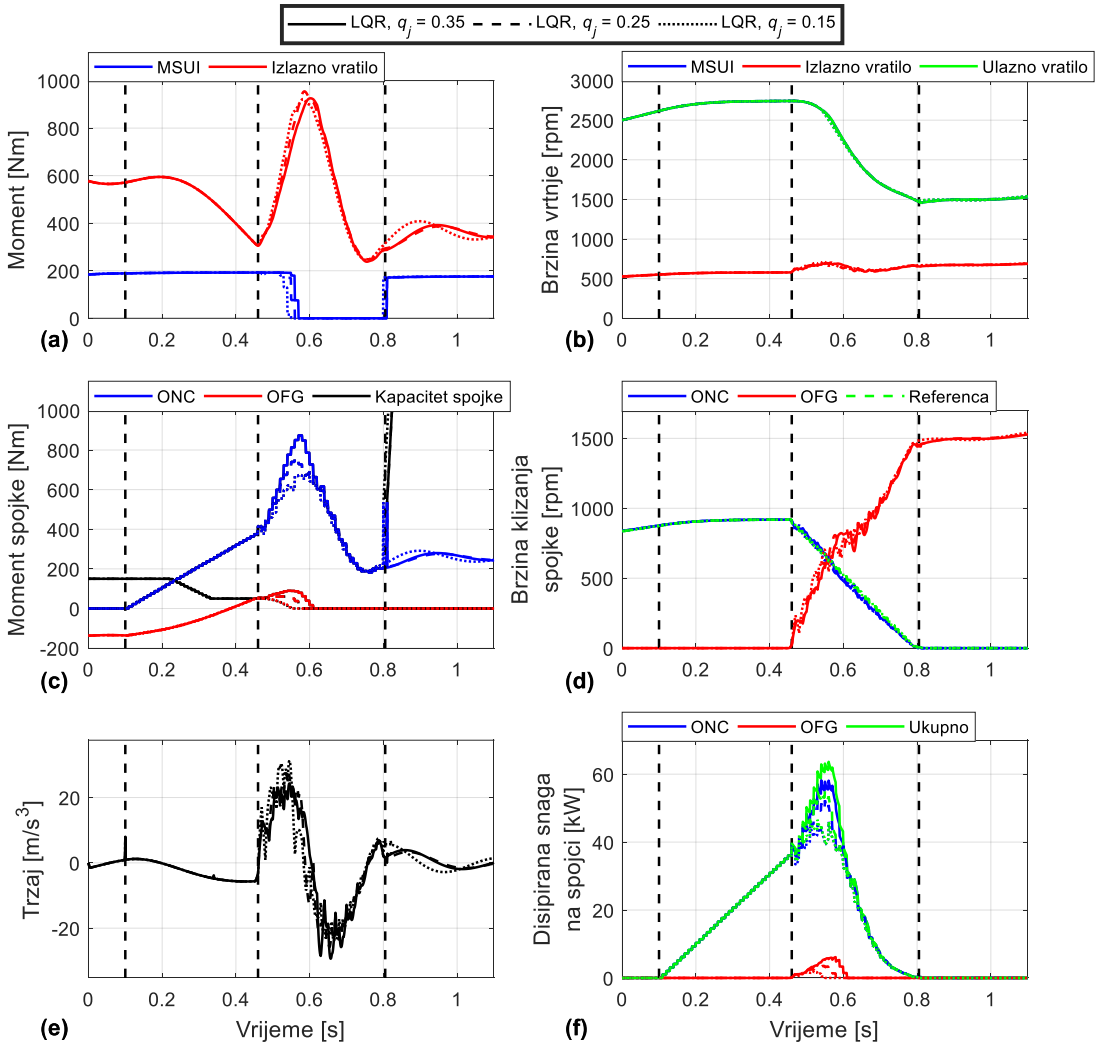
Na slici 31 prikazane su performanse za slučaj upravljanja u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze te LQR upravljanja za vrijeme inercijske faze u slučaju zatvorenog pretvarača momenta. Iznosi težinskih koeficijenata LQR-a su: $r_1 = 4 \cdot 10^{-1}$, $r_2 = 2 \cdot 10^{-1}$, $r_3 = 5 \cdot 10^{-1}$, $q_t = 3 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 55$, $q_{OFG} = 80$ dok su koeficijenti

penalizacije $q_j \in \{0.35, 0.25, 0.15\}$. S manjim vremenom trajanja inercijske faze raste i trzaj vozila. Povećanjem koeficijenta penalizacije trzaja q_j nije došlo do značajnog poboljšanja udobnosti (smanjenja trzaja vozila). Međutim, s manjom penalizacijom trzaja, LQR postiže znatno manje iznose disipirane energije što povećava efikasnost promjene stupnja prijenosa.



Slika 31 Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 32 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja sa slike 31, dok su u tablici 10 dane konačne performanse odabranih rješenja. Prema rezultatima u tablici 10 trzaj vozila je prilično ujednačen dok su disipirane energije znatno manje s manjim koeficijentom penalizacije trzaja q_j. Veći trzaj u odnosu na slučaj otvorenog pretvarača momenta uzrokovan je podoptimalnim upravljanjem za vrijeme momentne i inercijske faze. Visok trzaj vozila za vrijeme inercijske faze (slika 32e) uzrokovan je kasnom redukcijom momenta MSUI čime LQR mora podizati moment ONC spojke na visoke vrijednosti (slika 32c) radi slijeđenja referentne trajektorije (slika 32d). Nakon redukcije momenta MSUI, smanjuje se i moment ONC spojke što uzrokuje značajan pad momenta na izlaznom vratilu te trzaj vozila. Na kraju inercijske faze, inercijski udar je dobro suzbijen za sve iznose koeficijenta q_j. Zbog nedostatka prigušenja prisutne su blage oscilacije trzaja i momenta na izlaznom vratilu u završnoj fazi promjene stupnja prijenosa. U ovom bi se slučaju rezultati mogli poboljšati dodatnim podešavanjem težinskih koeficijenata LQR upravljanja kako bi se forsirala ranija redukcija momenta MSUI te niži iznosi momenata na spojkama.



Slika 32. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 10. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 32)

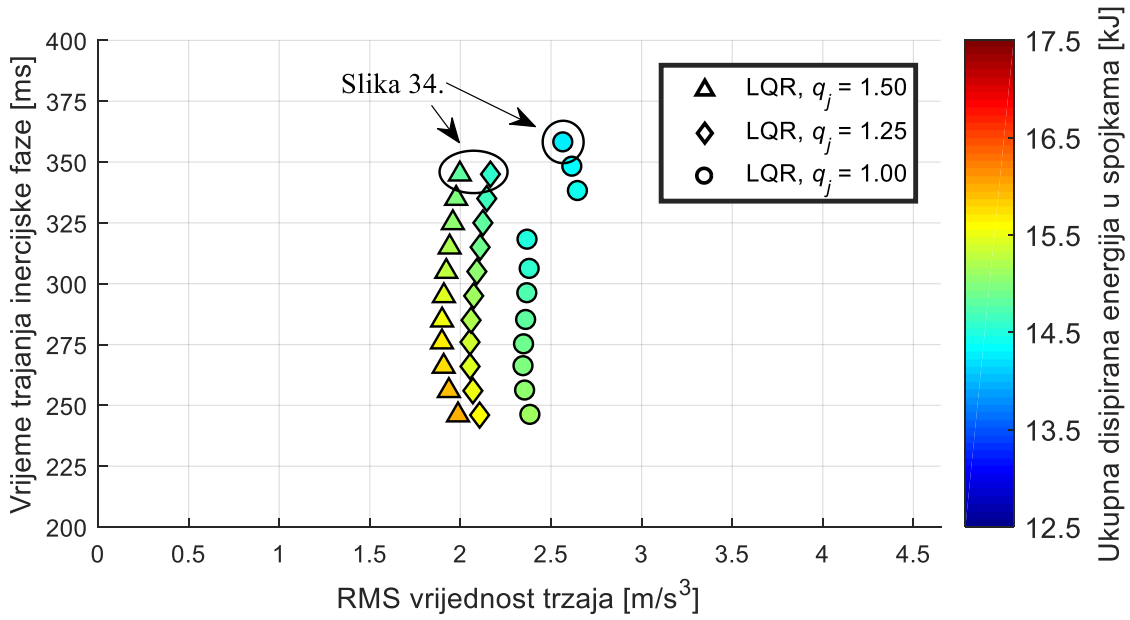
q_j [-]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
0.15	360**(+0.0%)**	334**(+0.0%)**	8.0824**(+0.0%)**	14.3449**(+0.0%)**
0.25	360**(+0.0%)**	342**(+2.4%)**	8.0989**(+0.2%)**	15.1538**(+5.6%)**
0.35	360**(+0.0%)**	345**(+3.3%)**	7.9144**(-2.1%)**	16.0139**(+11.6%)**

5.3.2. Upravljanje s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu za vrijeme momentne faze

Na slici 33 prikazane su performanse za slučaj upravljanja u otvorenoj petlji s uključenom kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije te otvoreni pretvarač

momenta. U odnosu na prethodni slučaj gdje se u momentnoj fazi upravlja bez kompenzacije propada izlaznog momenta promijenjen je jedino koeficijent q_j kod LQR upravljanja na 1, 1.25 i 1.5. Preostali parametri ostaju jednaki prethodnima za slučaj otvorenog pretvarača momenta. Iznos izlaznog momenta na prijelazu faza postavljen je na $\tau_{os}(t_{TP})$ = 500 Nm dok su preostali parametri upravljanja u otvorenoj petlji jednaki onima iz poglavlja 5.3.1.

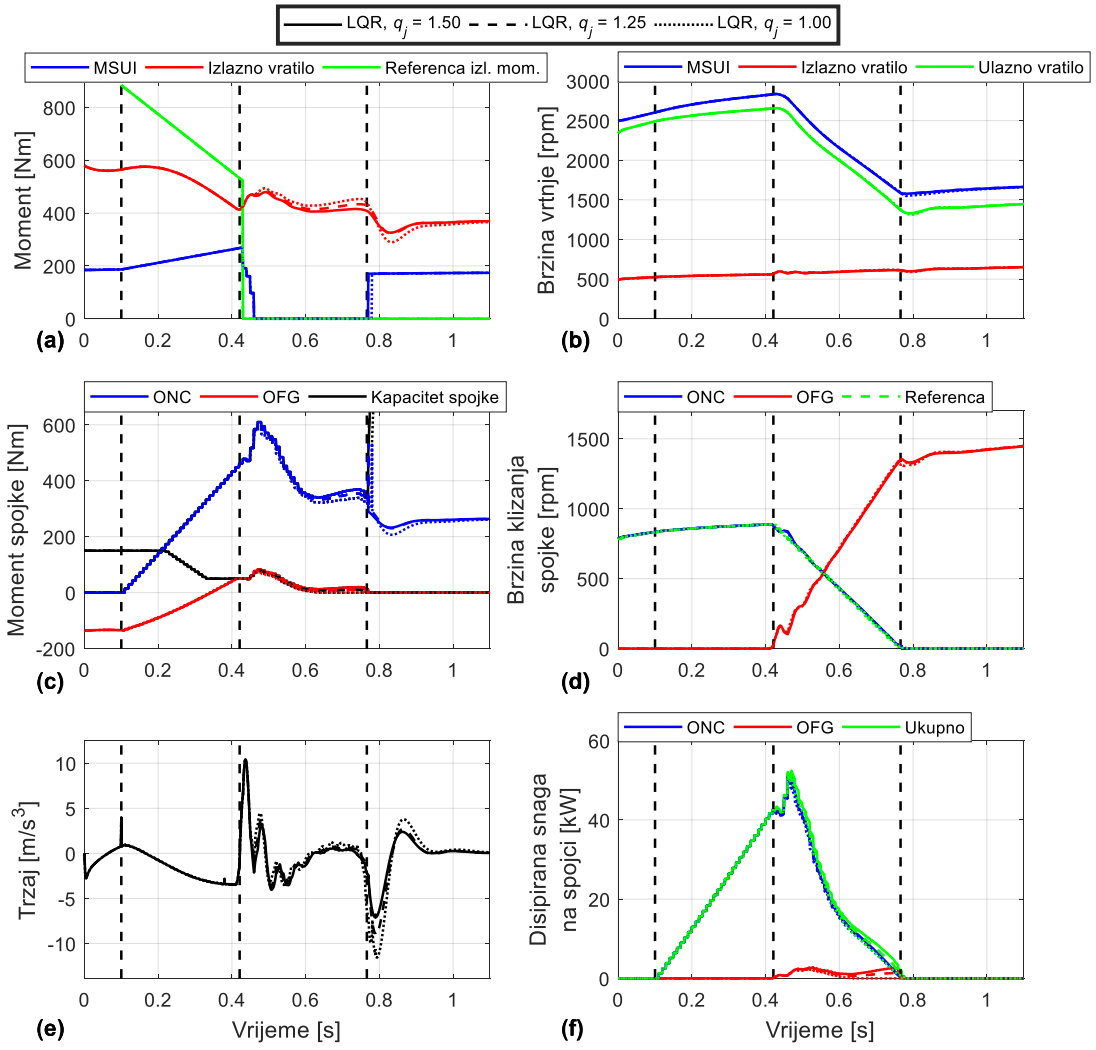
Trzaj vozila dodatno je suzbijen s većim koeficijentom penalizacije q_j za različita vremena trajanja inercijske faze pod cijenu veće disipacije energije. Povećanjem trajanja inercijske faze ne dolazi do poboljšanja trzaja, ali rezultira manjom disipacijom energije na spojkama. Prema tome, ovaj slučaj upravljanja efikasniji je za dulja trajanja inercijske faze promjene stupnja prijenosa. U usporedbi s upravljanjem bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 29) postignuto je dodatno suzbijanje trzaja vozila bez povećanja disipirane energije u spojkama, što pridonosi udobnosti promjene stupnja prijenosa bez narušavanja učinkovitosti.



Slika 33. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{TP} u slučaju otvorenog pretvarača momenta

Na slici 34 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za rješenja istaknuta a slici 33, dok su u tablici 11 dane konačne performanse. Odziv sustava u momentnoj fazi je isti zbog primjene istog zakona upravljanja u otvorenoj petlji. U inercijskoj fazi, odzivi su slični, te za sve koeficijente q_j trzaj vozila je vrlo dobro suzbijen (slika 34e) dok je propad momenta na kraju inercijske faze veći za manje koeficijente penalizacije trzaja. Razlika u disipiranoj snazi (slika 34f) opet je uzrokovana većom modulacijom momenta ONC i OFG spojke (slika 34c) za vrijeme inercijske faze. Prema rezultatima u tablici 11, LQR postiže minimalna odstupanja od

referentnog vremena inercijske faze bez obzira na koeficijent penalizacije trzaja q_j preciznim slijeđenjem trajektorije brzine klizanja ONC spojke (slika 34d).



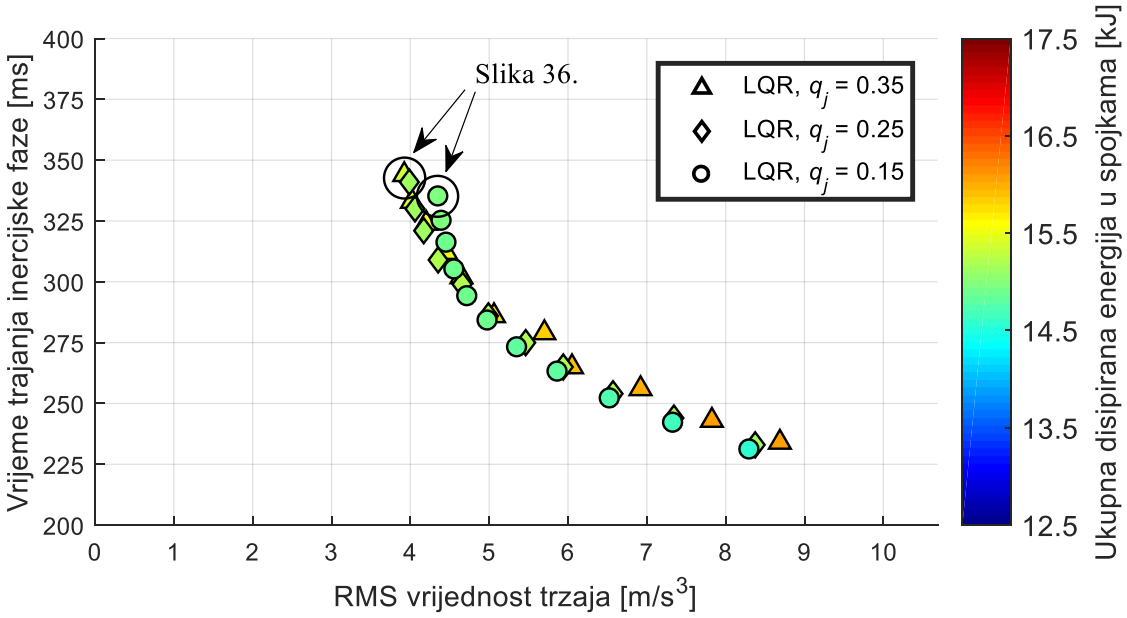
Slika 34. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 11. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 34)

q_j [-]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
1	321**(+0.0%)**	358**(+0.0%)**	2.5690**(+0.0%)**	14.2242**(+0.0%)**
1.25	321**(+0.0%)**	345**(-3.6%)**	2.1657**(-15.7%)**	14.5352**(+2.2%)**
1.5	321**(+0.0%)**	345**(-3.6%)**	1.9970**(-22.3%)**	14.8075**(+4.1%)**

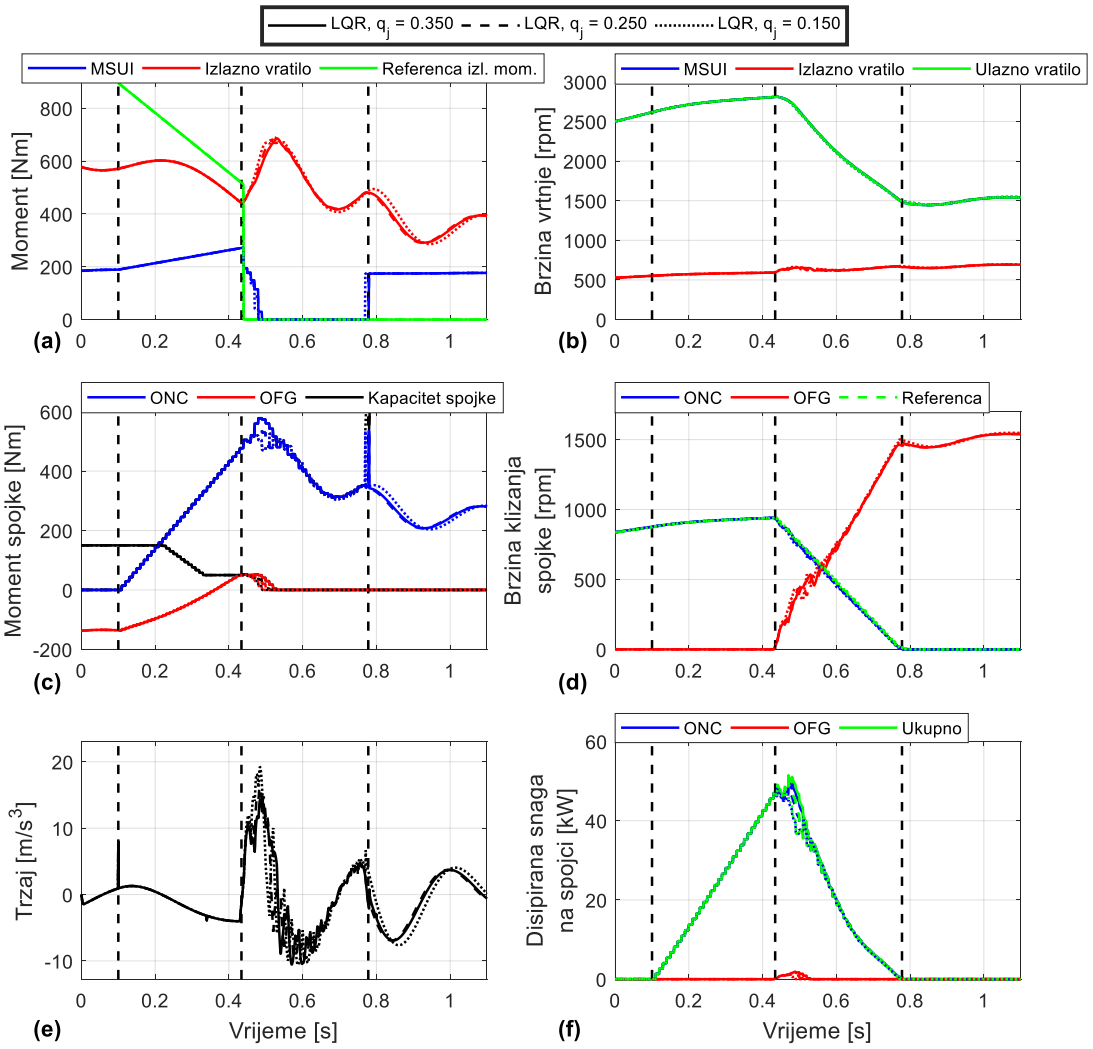
Na slici 35 prikazane su performanse za slučaj upravljanja u otvorenoj petlji s uključenom kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije te zatvoreni pretvarač

momenta. Težinski koeficijenti LQR-a jednaki su kao u slučaju upravljanje bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za slučaj zatvorenog pretvarača momenta. Iznos izlaznog momenta na prijelazu faza postavljen je na $\tau_{os}(t_{TP})$ = 500 Nm dok su preostali parametri upravljanja u otvorenoj petlji jednaki onima iz poglavlja 5.3.1.Povećanjem koeficijenta penalizacije ne dolazi do značajnog reduciranja trzaja za ista vremena trajanja inercijske faze promjene stupnja prijenosa. Međutim, dolazi do povećanja disipirane energije s povećanjem koeficijenta q_j. U usporedbi sa slučajem bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 31), za sva trajanja inercijske faze postiže se znatno manja RMS vrijednost trzaja što značajno povećava udobnost promjene stupnja prijenosa.



Slika 35. Performanse LQR upravljanja s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j te različita željena trajanja inercijske faze t_{IP} u slučaju zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 36 prikazani su rezultati simulacije za istaknuta rješenja na slici 35, dok su u tablici 12 dane konačne performanse. Razlika u vrijednostima disipiranih energija (slika 36f) prikazanih u tablici 12 je zbog većeg momenta na početku inercijske faze (slika 36c). Trzaj vozila je bolje suzbijen za veće koeficijente q_j. Također, u završnoj fazi promjene stupnja prijenosa mogu se primijetiti slabo prigušene oscilacije momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 36a) koje su posljedica inercijskog udara te imaju značajan utjecaj na trzaj vozila (slika 36e). U usporedbi s vrijednostima bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije (tablice 10 i 12) za q_j = 0.25, za približno jednaku disipiranu energiju postiže se značajno smanjenje trzaja vozila. Prema tome, upravljanje s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu omogućuje znatno kvalitetnije izvođenje promjene stupnja prijenosa za slučaj zatvorenog pretvarača momenta.



Slika 36. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 12. Indeksi performansi za LQR upravljanje s različitim koeficijentima penalizacije trzaja q_j, željeno trajanje inercijske faze t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 36)

q_j [-]	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
0.15	334**(+0.0%)**	335**(+0.0%)**	4.3573**(+0.0%)**	14.9399**(+0.0%)**
0.25	334**(+0.0%)**	341**(+1.8%)**	3.9870**(-8.5%)**	15.1414**(+1.3%)**
0.35	334**(+0.0%)**	344**(+2.7%)**	3.9225**(-10.0%)**	15.3839**(+3.0%)**

5.4. Usporedna analiza različitih strategija upravljanja promjenom stupnja prijenosa

U 4. poglavlju predstavljene su različite upravljačke strategije promjenom stupnja prijenosa. Konkretno, upravljačke strategije su:

Strategija 1 CPO upravljanje

Strategija 2 CPO upravljanje za vrijeme momentne faze i LQR upravljanje za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa (q_j = 0.8 za otvoreni pretvarač momenta i q_j = 0.01 za zatvoreni pretvarač momenta)

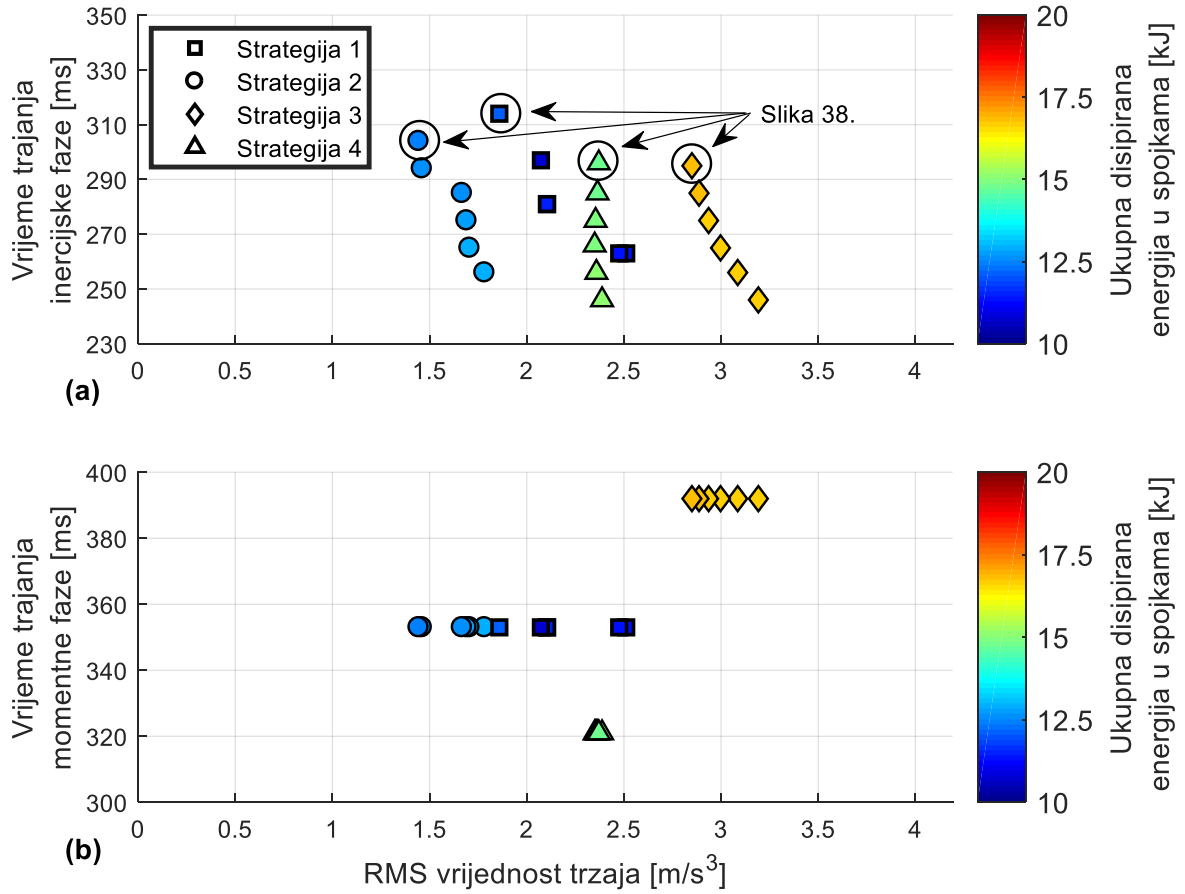
Strategija 3 Upravljanje u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije ($\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm) i LQR upravljanje za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa (q_j = 1 za otvoreni pretvarač momenta i q_j = 0.25 za zatvoreni pretvarač momenta)

Strategija 4 Upravljanje u otvorenoj petlji s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije ($\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm i $\tau_{os}(t_{TP})$ = 500 Nm) i LQR upravljanje za vrijeme inercijske faze promjene stupnja prijenosa (q_j = 1 za otvoreni pretvarač momenta i q_j = 0.25 za zatvoreni pretvarač momenta)

Preostali težinski parametri LQR-a dani su u prilogu B. Referentno vrijeme trajanja momentne faze t_{TP} je 350ms. U svim se strategijama mijenja jedino trajanje inercijske faze od 250 ms do 300 ms u koracima od 10 ms.

Na slici 37 prikazane su performanse za navedene upravljačke strategije i otvoreni pretvarač momenta. CPO upravljanje (Strategija 1) postiže najmanju disipaciju energije u spojkama (slika 37a). Zamjenom CPO upravljanja s LQR upravljanjem za vrijeme inercijske faze (Strategija 2) postiže se dodatno suzbijanje trzaja vozila, ali i povećana disipacija energije u odnosu na CPO upravljanje. Uvođenjem upravljanja u otvorenoj petlji za vrijeme momentne faze (Strategija 3) uvodi se određena podoptimalnost koja u konačnici rezultira daljnjim povećanjem trzaja vozila i disipacije energije za različita vremena trajanja inercijske faze. Međutim, proširivanjem upravljanja u otvorenoj petlji s upravljanjem momenta MSUI (odnosno kompenzacija propada izlaznog momenta, Strategija 4) dolazi do poboljšanja kvalitete promjene stupnja prijenosa u odnosu na Strategiju 3 u vidu smanjenja trzaja i disipirane energija u spojkama za različita vremena trajanja inercijske faze, ali su ti indeksi i dalje veći od onih u Strategiji 2. Razlog tome je nešto lošije LQR upravljanje u inercijskoj fazi u slučaju kompenzacije propada izlaznog momenta u momentnoj fazi, što uzrokuje veći izlazni moment tijekom inercijske faze.

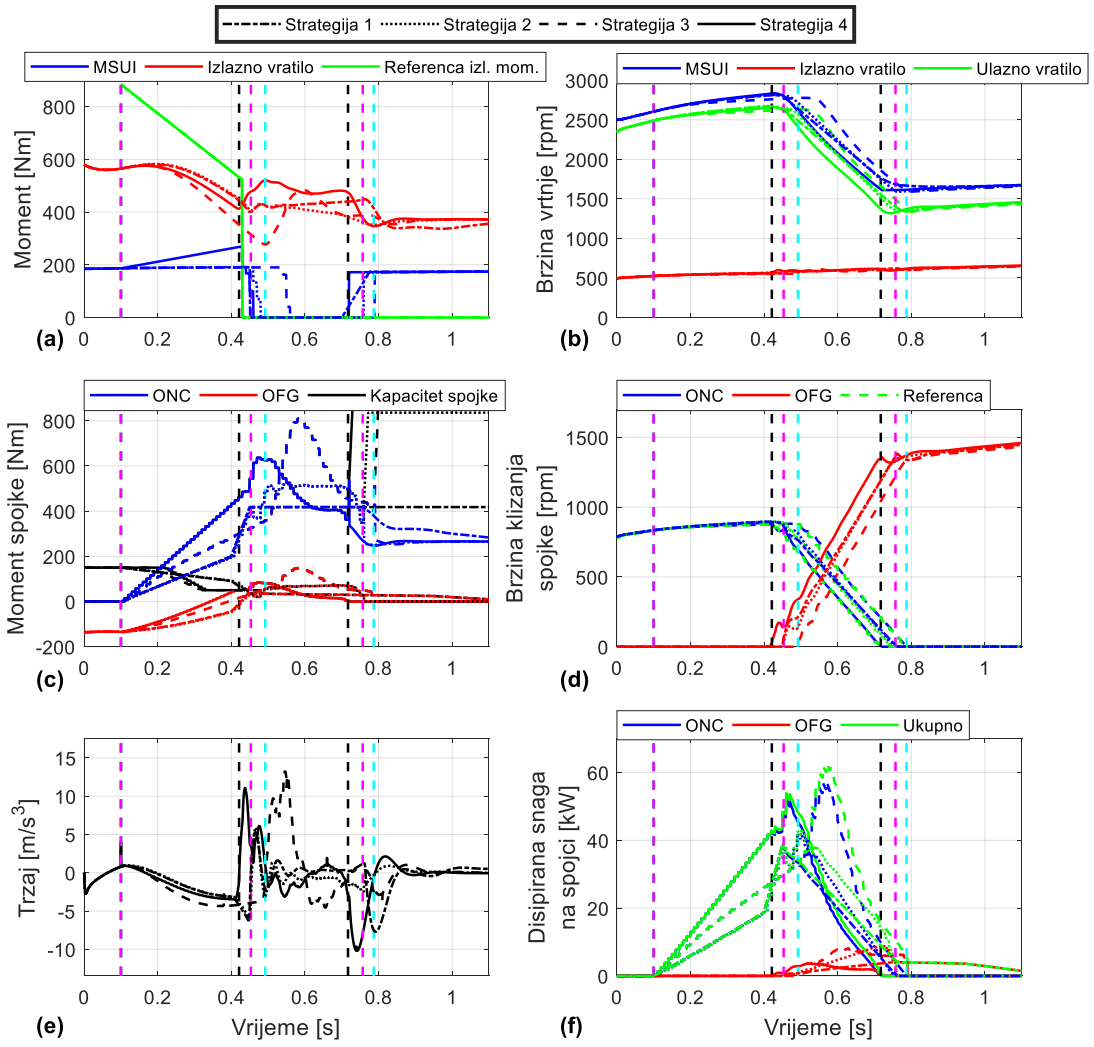
Performanse ove strategije bi se izgledno dale poboljšati boljim podešavanjem iznosa momenta OFG spojke te izlaznog momenta na prijelazu u inercijsku fazu, kao i podešavanjem težinskih koeficijenata LQR upravljanja. Međutim, CPO upravljanje koje se temelji na računalno zahtjevnijem „*off-line*“ optimiranju upravljačkih profila za pojedinu promjenu stupnja prijenosa zahtijeva mnogo veći napor pri kalibriranju upravljačkih profila. Prednost LQR upravljanja u kombinaciji s upravljanjem s kompenzacijom propada momenta u momentnoj fazi (Strategija 4) u odnosu na CPO je jednostavnije implementiranje u realnom vremenu i manji napor kod podešavanja. Podešavanje ove strategije svodi se na podešavanje težinskih koeficijenata LQR-a te odabir željenih profila izlaznog momenta i reaktivnog momenta OFG spojke u momentnoj fazi.



Slika 37. Performanse za različite upravljačke strategije u slučaju otvorenog pretvarača momenta

Na slici 38 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja na slici 37a, dok su u tablici 13 dane konačne performanse odabranih rješenja. Prema rezultatima u tablici 13, Strategija 3 postiže najgore rezultate. Odstupanje od referentnog trajanja momentne faze znatno povećava vrijeme promjene stupnja prijenosa te uzrokuje i podoptimalno

upravljanje za vrijeme inercijske faze. Povećanje disipirane energije (slika 38f) uzrokuje manju učinkovitost promjene stupnja prijenosa i veće trošenje spojki. Ovi problemi djelomično su riješeni uvođenjem upravljanja momentom MSUI (Strategija 4), gdje se postiže značajno smanjenje disipirane energije i trzaja vozila za vrijeme promjene stupnja prijenosa.

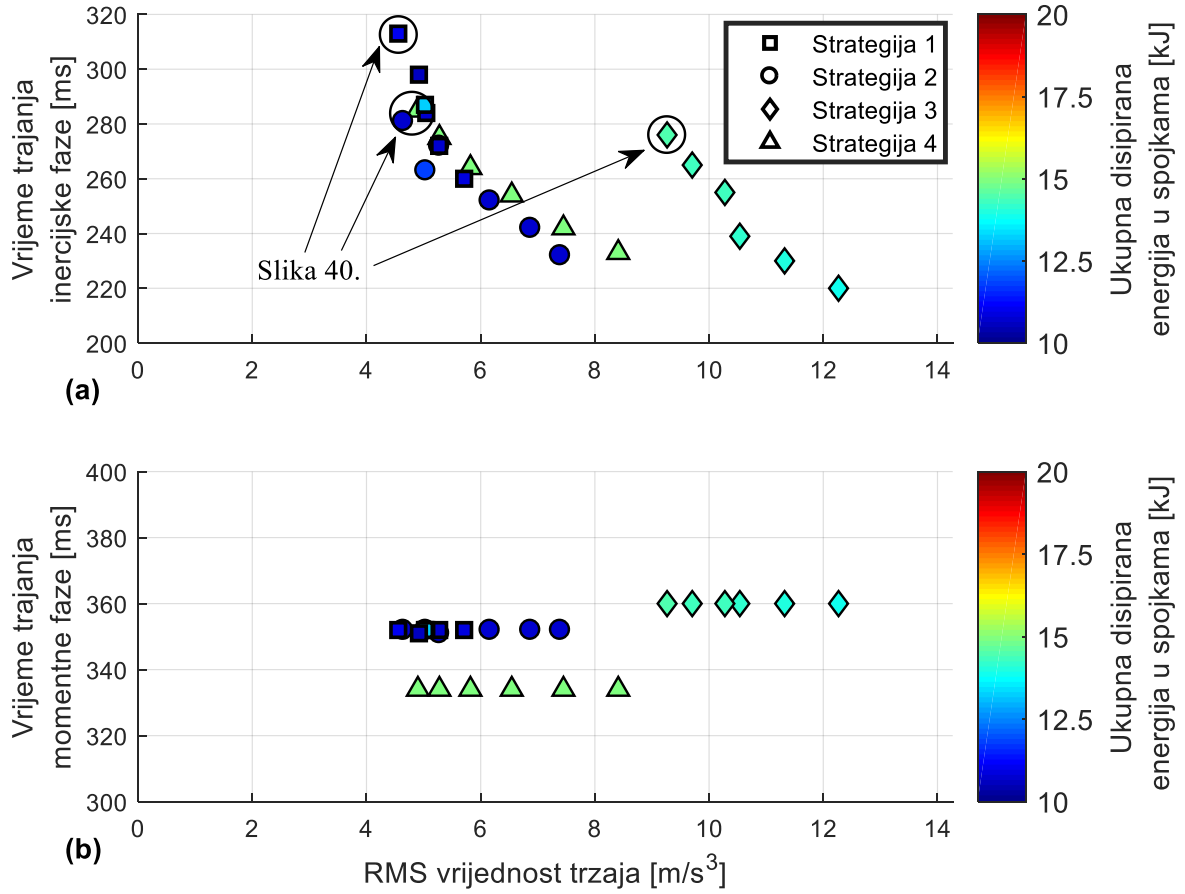


Slika 38. Rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 13. Performanse za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 38)

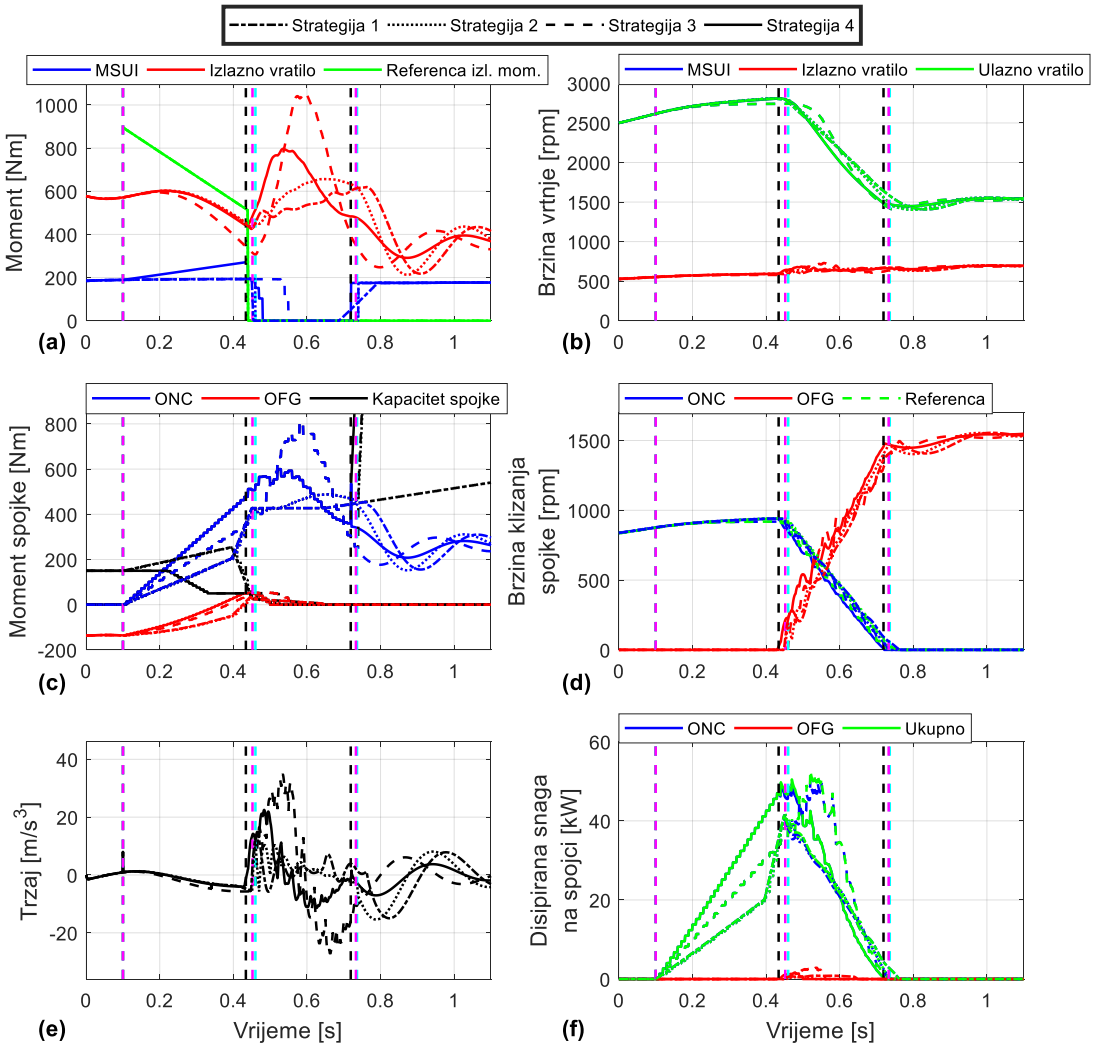
	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Strategija 1	353**(+0.0%)**	314**(+0.0%)**	1.8588**(+0.0%)**	12.0724**(+0.0%)**
Strategija 2	353**(+0.0%)**	304**(-3.2%)**	1.4440**(-22.3%)**	12.4708**(+3.3%)**
Strategija 3	392**(+11.0%)**	295**(-6.0%)**	2.8497**(+53.3%)**	16.7265**(+38.6%)**
Strategija 4	321**(-9.1%)**	296**(-5.7%)**	2.3706**(+27.5%)**	14.7063**(+21.8%)**

Na slici 39 prikazane su performanse za navedene upravljačke strategije i zatvoreni pretvarač momenta. Kao i u slučaju otvorenog pretvarača momenta, najgori rezultati s obzirom na trzaj vozila i disipiranu energiju u spojkama postižu se Strategijom 3, odnosno za slučaj upravljanja u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze i LQR upravljanje u inercijskoj fazi. Uključivanjem upravljanja momentom MSUI za vrijeme momentne faze (Strategija 4) dolazi do značajnog suzbijanja trzaja vozila, ali pod cijenu veće disipacije energije u spojkama. Prema vrijednostima trzaja za različita trajanja inercijske faze vozila ova strategija upravljanja ima minimalnu razliku nad optimalnijim Strategijama 1 i 2 (slika 39a). Glavni razlog za povećanje disipirane energije je primjena linearnog profila momenta ONC spojke za vrijeme momentne faze. Strategije 1 i 2 postižu slične rezultate te se može zaključiti da zamjenom optimalnih CPO upravljačkih profila s LQR-om za vrijeme inercijske faze nije došlo do degradacije kvalitete promjene stupnja prijenosa, no robusnost bi trebala biti povećana zbog uvođenja povratne veze. Odstupanje od referentnog trajanja momentne faze veće je kod primjene upravljanja u otvorenoj petlji s i bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije (slika 39b), što je očekivano s obzirom da ne postoji povratna veza te je dinamika cijelog pogona zanemarena.



Slika 39. Performanse za različite upravljačke strategije u slučaju zatvorenog pretvarača momenta

Na slici 40 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa za istaknuta rješenja na slici 39a, dok su u tablici 14 dane konačne performanse odabranih rješenja. CPO upravljanje za vrijeme momentne faze imaju znatno manju disipaciju snage zbog primjene po dijelovima linearnih profila. Uvođenjem LQR-a za vrijeme inercijske faze (Strategija 2) nije došlo do pogoršanja kvalitete promjene stupnja prijenosa. Primjenom Strategije 3 dolazi do znatnog propada izlaznog momenta te u tom slučaju LQR za vrijeme inercijske faze naglo podiže moment ONC spojke zbog kasne redukcije momenta MSUI (slika 40a). Zbog toga dolazi do nadvišenja izlaznog momenta te visokih iznosa trzaja vozila. Prema rezultatima u tablici 14, uvođenje kompenzacije propada momenta (Strategija 4) dovelo je do značajnog poboljšanja udobnosti promjene stupnja prijenosa (slika 40f), ali uz nešto veću disipaciju snage na spojkama (slika 40e).



Slika 40. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 14. Performanse za različite upravljačke strategije, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 300 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 40)

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Strategija 1	352**(+0.0%)**	313**(+0.0%)**	4.5568**(+0.0%)**	10.9975**(+0.0%)**
Strategija 2	352**(+0.0%)**	281**(-10.2%)**	4.6434**(+1.9%)**	10.7165**(-2.6%)**
Strategija 3	360**(+2.3%)**	276**(-11.8%)**	9.2648**(+103.3%)**	14.4537**(+31.4%)**
Strategija 4	334**(-5.1%)**	285**(-8.9%)**	4.9000**(+7.5%)**	14.9959**(+36.4%)**

6. KOMPENZACIJA DINAMIKE AKTUATORA SPOJKI

Dinamika aktuatora spojke, odnosno hidrauličkog kruga upravljanja spojkom, zanemarena je u prethodnim poglavljima. Primjena LQR upravljanja na realnoj transmisiji, gdje je prisutno kašnjenje aktuatora, može dovesti do pogoršanja performansi. U ovom poglavlju analizira se utjecaj dinamike aktuatora na performanse LQR upravljanja, te kompenzacija iste uključivanjem u sintezu LQR upravljanja.

6.1. Model dinamike aktuatora

S ciljem realističnijeg opisa pogona vozila u model pogona vozila (v. poglavlje 2.) može se uključiti dinamika aktuatora spojki predstavljena kombinacijom proporcionalnog člana s kašnjenjem prvog reda i člana s mrtvim vremenom [1]:

$$T_{cl}\dot{\tau}_{ONC,dyn} = -\tau_{ONC,dyn} + \tau_{ONC}(t - T_{Dcl}), \tag{87}$$

$$T_{cl}\dot{\tau}_{OFG,dyn} = -\tau_{OFG,dyn} + \tau_{OFG}(t - T_{Dcl}), \tag{88}$$

gdje je T_{cl} = 30 ms vremenska konstanta modela aktuatora, a T_{Dcl} = 10 ms je mrtvo vrijeme. Uključivanjem modela dinamike aktuatora spojki u model trenja više ne ulaze kapaciteti τ_{ONC} i τ_{OFG}, već dinamički kapaciteti $\tau_{ONC,dyn}$ i $\tau_{OFG,dyn}$. Sinteza LQR-a ne uzima u obzir mrtvo vrijeme sustava te se ono može zanemariti u jednadžbama (87) i (88). Model aktuatora kojim se proširuje sustav dan jednadžbama (61) i (72), te koji je korišten za sintezu LQR-a je

$$T_{cl}\dot{\tau}_{ONC,dyn} = -\tau_{ONC,dyn} + \tau_{ONC}, \tag{89}$$

$$T_{cl}\dot{\tau}_{OFG,dyn} = -\tau_{OFG,dyn} + \tau_{OFG}. \tag{90}$$

U ovom slučaju, dinamički kapaciteti $\tau_{ONC,dyn}$ i $\tau_{OFG,dyn}$ su varijable stanja. Stoga je potrebno uključiti mjerenje ili estimaciju momenta na spojkama što je nedostatak ovog upravljačkog sustava. Sinteza LQR-a radi se na isti način za slučaj otvorenog i zatvorenog pretvarača momenta kao što je predstavljeno u poglavljima 4.2.3 i 4.2.4. Funkcija cilja definirana je jednadžbom (56). Konačni reducirani model s uključenom dinamikom aktuatora spojki te težinskim matricama dani su u prilogu C.

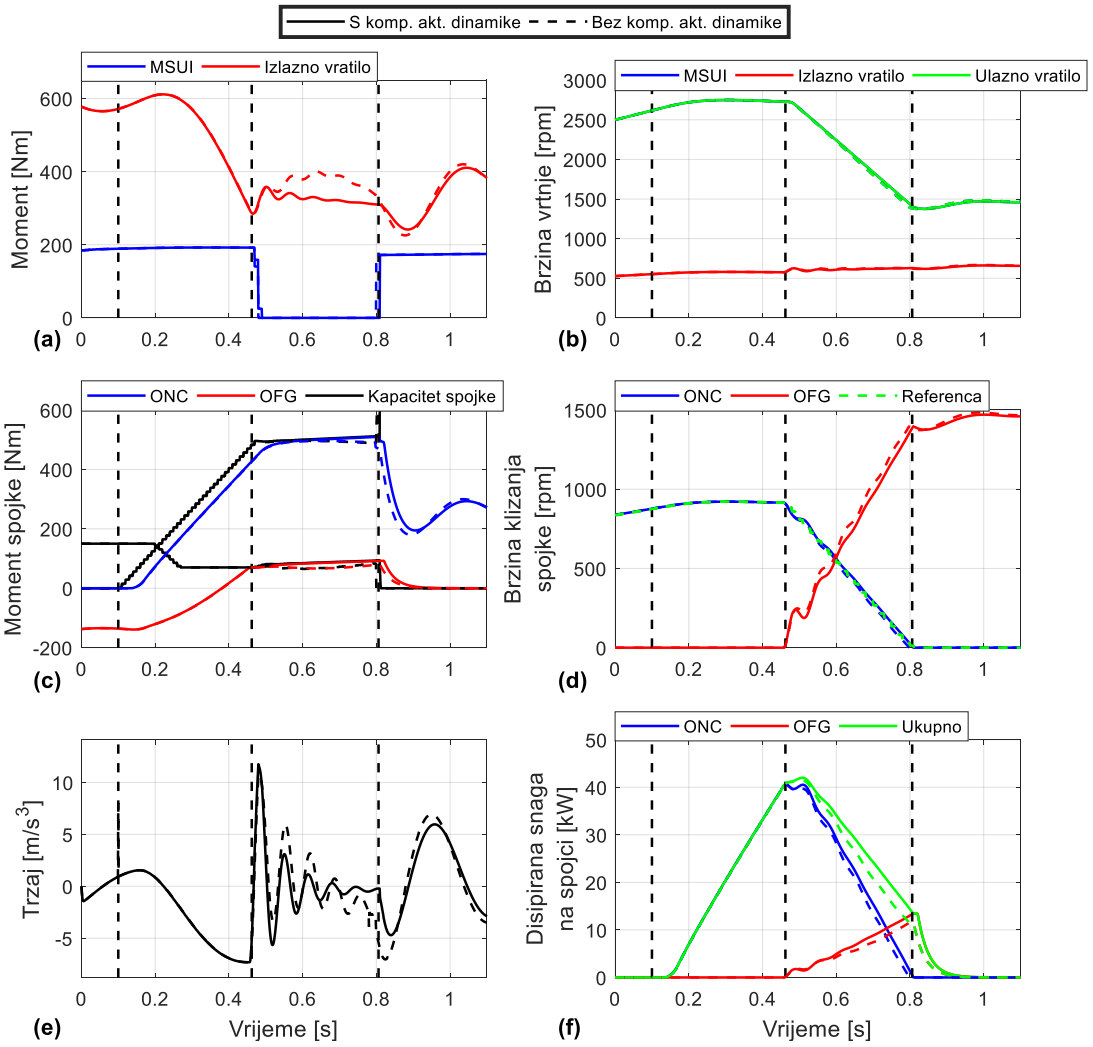
6.2. Usporedba LQ regulatora s i bez kompenzacije aktuatorske dinamike

Za vrijeme momentne faze primijenjeno je upravljanje u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada izlaznog momenta gdje je prijelazni moment OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP})$ = 50 Nm (v. slike 41 i 42) dok je željeno trajanje momentne faze t_{TP} smanjeno na 300 ms za zatvoreni pretvarač

momenta i 250 ms za otvoreni pretvarač momenta radi dodatnog degradiranja upravljačkog sustava za vrijeme momentne faze. Uključivanjem upravljanja momentom MSUI, prijelazni moment OFG spojke $\tau_{OFG}(t_{TP}) = 50$ Nm, dok je iznos prijelaznog momenta na izlaznom vratilu transmisije $\tau_{os}(t_{TP}) = 500$ Nm (v. slike 43 i 44). Na taj način se smanjuje dodatna degradacija upravljačkog sustava te je željeno trajanje momentne faze t_{TP} postavljeno na 350 ms. U slučaju bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije, težinski koeficijenti LQR-a bez kompenzacije dinamike aktuatora za slučaj zatvorenog pretvarača momenta su: $r_1 = 10^{-5}$, $r_2 = 1.5$, $r_3 = 2$, $q_t = 5 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 2$, $q_{OFG} = 4$, $q_j = 0.01$, (povećana je penalizacija upravljačkih varijabli r u odnosu na simulaciju bez aktuatorske dinamike, v. poglavlje 5.3.1) dok su težinski koeficijenti za slučaj otvorenog pretvarača momenta jednaki: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 15$, $r_3 = 5$, $q_t = 10^7$, $q_{ONC} = 50$, $q_{OFG} = 85$, $q_j = 5$. Težinski koeficijenti LQR-a s uključenom kompenzacijom aktuatorske dinamike (v. potpoglavlje 6.1) za slučaj zatvorenog pretvarača momenta su: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 15$, $r_3 = 5$, $q_t = 5 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 55$, $q_{OFG} = 20$, $q_j = 0.5$ (odnosno penalizacije upravljačkih varijabli), dok su težinski koeficijenti za slučaj otvorenog pretvarača momenta jednaki: $r_1 = 10^{-2}$, $r_2 = 25$, $r_3 = 35$, $q_t = 5 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 50$, $q_{OFG} = 125$, $q_j = 2.5$. U slučaju s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije, težinski koeficijenti LQR-a bez kompenzacije dinamike aktuatora za slučaj zatvorenog pretvarača momenta su: $r_1 = 0.5$, $r_2 = 3$, $r_3 = 9$, $q_t = 5 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 25$, $q_{OFG} = 50$, $q_j = 0.8$ (penalizacija upravljačkih varijabli je povećana, v. poglavlje 5.3.2), dok su težinski koeficijenti za slučaj otvorenog pretvarača momenta jednaki: $r_1 = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_2 = 25$, $r_3 = 45$, $q_t = 10^7$, $q_{ONC} = 50$, $q_{OFG} = 85$, $q_j = 5$. Težinski koeficijenti LQR-a s uključenom kompenzacijom aktuatorske dinamike za slučaj zatvorenog pretvarača momenta su: $r_1 = 0.1$, $r_2 = 1.5$, $r_3 = 10$, $q_t = 8 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 15$, $q_{OFG} = 25$, $q_j = 0.4$, dok su težinski koeficijenti za slučaj otvorenog pretvarača momenta jednaki: $r_1 = 0.1$, $r_2 = 10$, $r_3 = 25$, $q_t = 5 \cdot 10^6$, $q_{ONC} = 50$, $q_{OFG} = 125$, $q_j = 2.5$.Parametri penalizacije napora upravljanja (v. jednadžbu (68)) znatno su povećani jer LQR bez kompenzacije aktuatorske dinamike postane nestabilan zbog visokih pojačanja te kašnjenja u sustavu.

Na slici 41 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa primjenom LQR-a za vrijeme inercijske faze s i bez uključene kompenzacije dinamike aktuatora spojki za slučaj zatvorenog pretvarača momenta, dok su u tablici 15 dani konačni rezultati. Nadvišenje momenta znatno je manje kod LQR-a s uključenom kompenzacijom aktuatorske dinamike (slika 41a) te je posljedično i trzaj vozila za vrijeme inercijske faze manji (slika 41e). Disipacija snage u spojkama (slika 41f) veća je zbog modulacije ONC i OFG spojke na višim momentima (slika 41c) za vrijeme inercijske faze. Prema vremenima trajanja momentne i inercijske faze (v.

tablicu 15), odstupanje od željenog trajanja momentne faze je znatno veće, dok je primjenom LQR-a za vrijeme inercijske faze postignuto dobro slijeđenje trajektorije brzine klizanja ONC spojke (slika 41d), a time i željeno trajanje inercijske faze.

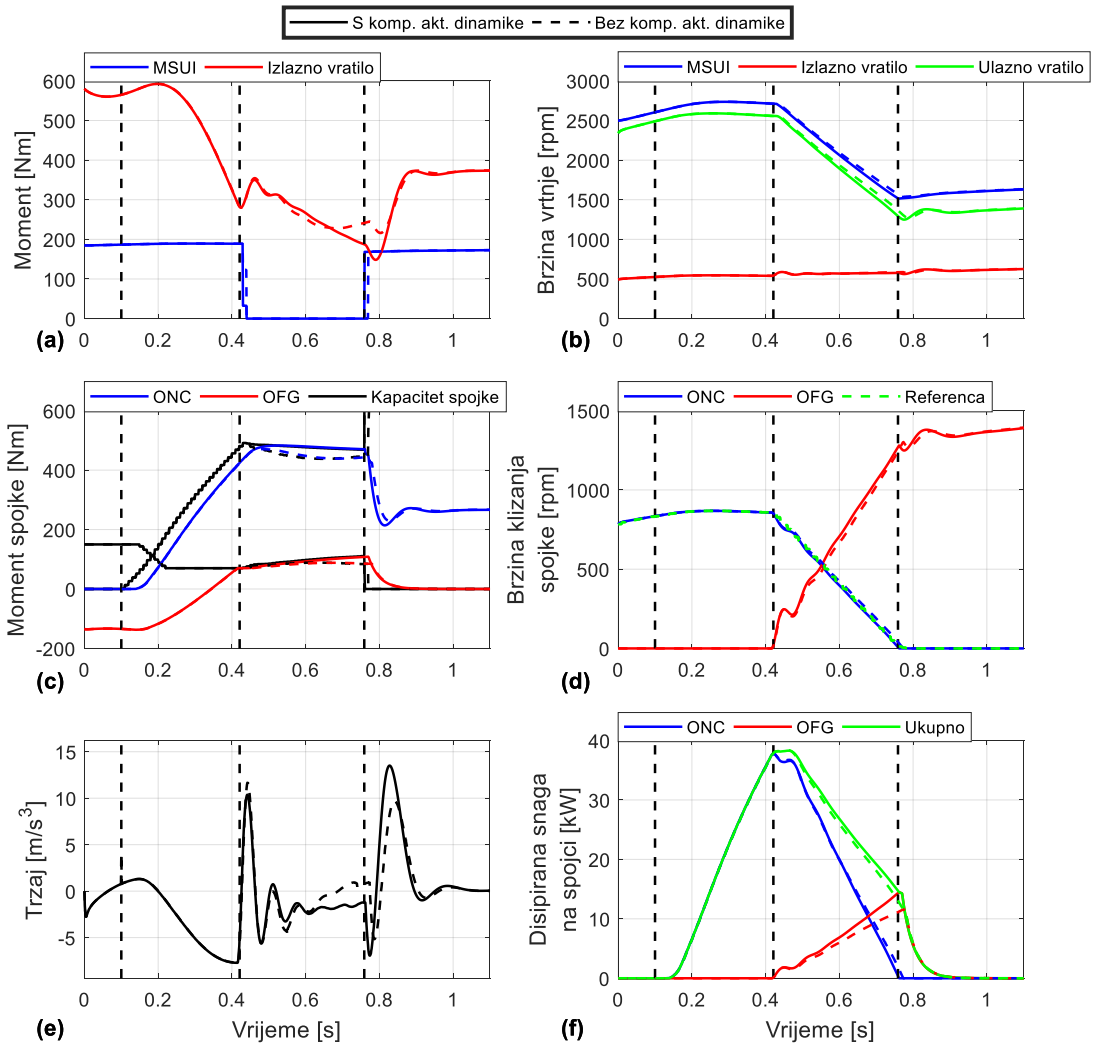


Slika 41. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 300 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 15. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 300 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 41)

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Bez komp. akt. dinamike	362**(+0.0%)**	332**(+0.0%)**	3.9498**(+0.0%)**	16.5348**(+0.0%)**
S komp. akt. dinamike	362**(+0.0%)**	344**(+3.6%)**	3.1326**(-20.7%)**	17.5101**(+5.9%)**

Na slici 42 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa primjenom LQR-a za vrijeme inercijske faze s i bez uključene kompenzacije dinamike aktuatora spojki te slučaj otvorenog pretvarača momenta, dok su u tablici 16 dane konačne performanse. LQR s kompenzacijom aktuatorske dinamike postiže nešto ugodniju promjenu stupnja prijenosa (slika 42e) pod cijenu veće disipacije snage u spojkama (slika 42f). Prema rezultatima prikazanim u tablici 16, obje forme LQR-a postižu dobro slijeđenje trajektorije (slika 42d).

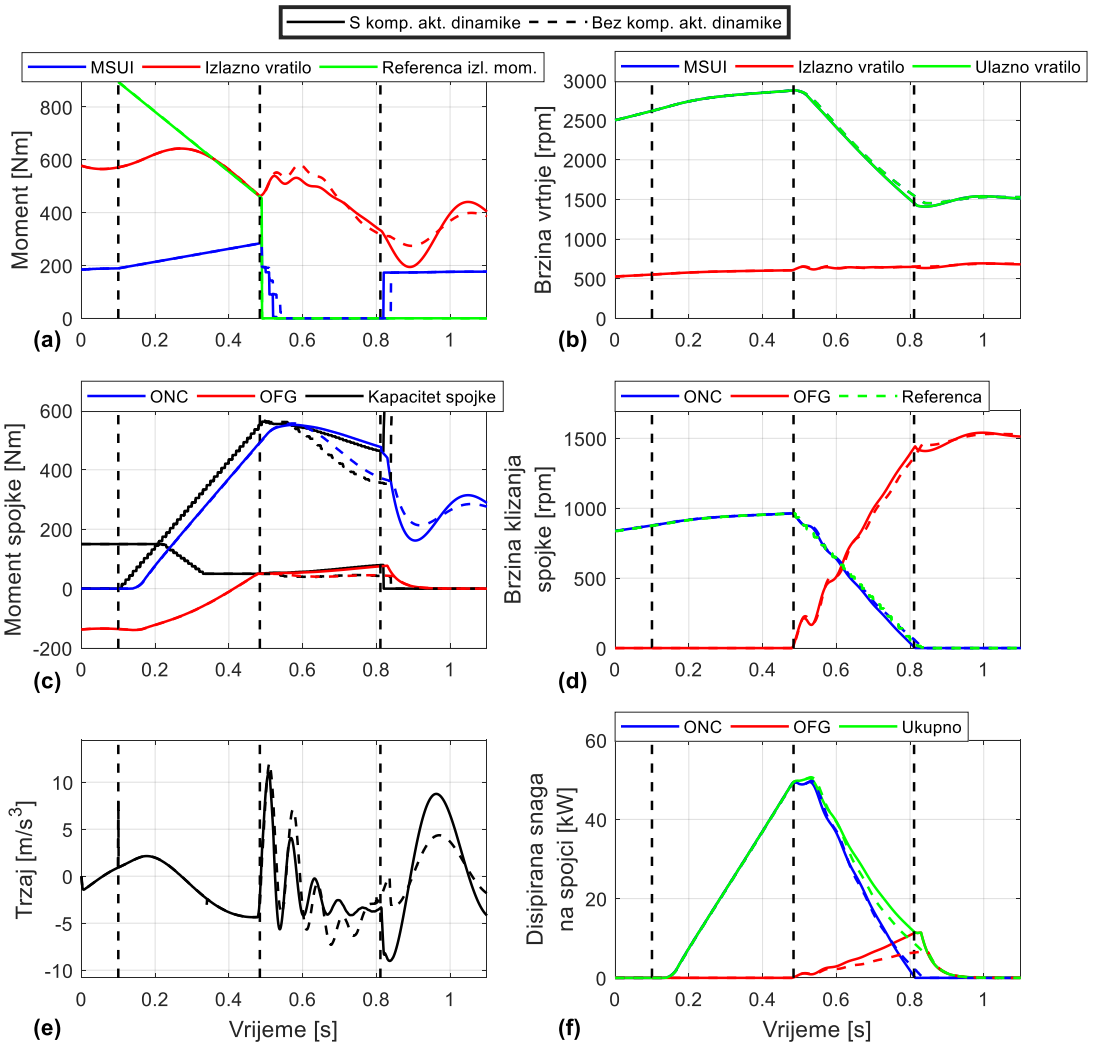


Slika 42. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 250 ms, t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 16. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, bez kompenzacije propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 250 ms, t_{IP} = 350 ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 42)

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Bez komp. akt. dinamike	322**(+0.0%)**	348**(+0.0%)**	3.7214**(+0.0%)**	15.0380**(+0.0%)**
S komp. akt. dinamike	322**(+0.0%)**	338**(-2.9%)**	3.5808**(-3.8%)**	15.3296**(+1.9%)**

Na slici 43 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa primjenom upravljanja u otvorenoj petlji s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze. LQR-a za vrijeme inercijske faze s i bez uključene kompenzacije dinamike aktuatora spojki te slučaj zatvorenog pretvarača momenta, dok su u tablici 17 dani konačni rezultati. Prema rezultatima u tablici 17, LQR s kompenzacijom aktuatorske dinamike u ovom slučaju ima lošije performanse s obzirom na trzaj (slika 43e), disipaciju snage na spojkama (slika 43f) i slijeđenje trajektorije (slika 43d). Znatno veća modulacija momenta ONC i OFG spojki uzrokuje veću disipaciju snage. Međutim, trzaj je bolje suzbijen za vrijeme inercijske faze te je glavni uzrok povećanja RMS vrijednosti trzaja jači inercijski udar u slučaju s kompenzacijom aktuatorske dinamike. Odziv se može poboljšati iterativnim izborom novih parametara težinskih matrica.



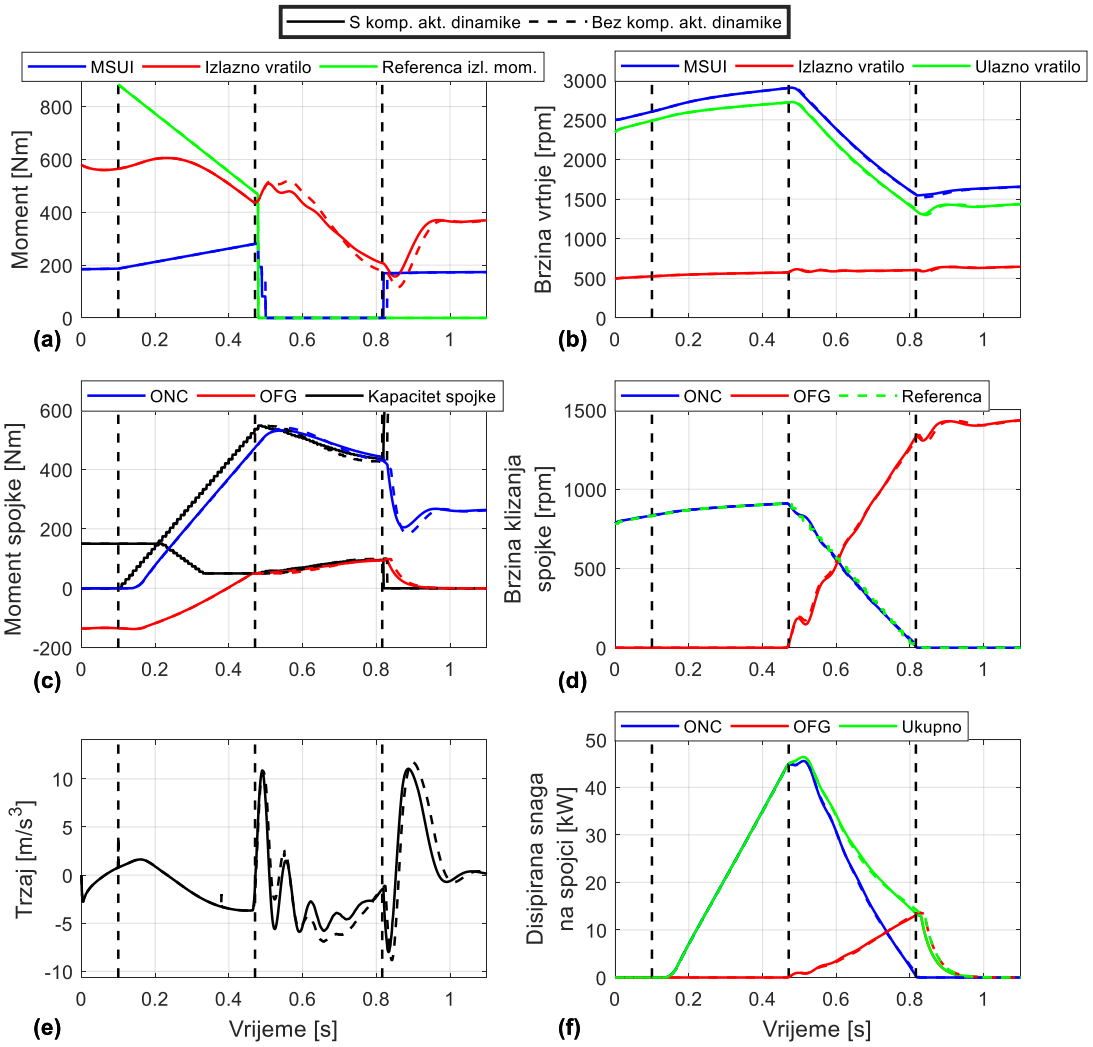
Slika 43. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta

Tablica 17. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350 ms, t_{IP} = 350 ms i zatvoreni pretvarač momenta (slika 43)

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Bez komp. akt. dinamike	385**(+0.0%)**	347**(+0.0%)**	3.4753**(+0.0%)**	18.6893**(+0.0%)**
S komp. akt. dinamike	385**(+0.0%)**	327**(-5.8%)**	3.6206**(+4.2%)**	19.3007**(+3.3%)**

Na slici 44 prikazani su rezultati simulacije promjene stupnja prijenosa primjenom LQR-a za vrijeme inercijske faze s i bez uključene kompenzacije dinamike aktuatora spojki te slučaj otvorenog pretvarača momenta, dok su u tablici 18 dani konačni rezultati. Za razliku od

prethodnog slučaja, LQR s kompenzacijom aktuatorske dinamike ovdje postiže bolje performanse s obzirom na trzaj vozila (slika 44e) i disipaciju snage (slika 44f). Prema rezultatima u tablici 18, obje vrste LQR-a postižu vrlo dobro slijeđenje trajektorije (slika 44d).



Slika 44. Simulacijski rezultati promjene stupnja prijenosa za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350ms, t_{IP} = 350ms i otvoreni pretvarač momenta

Tablica 18. Performanse za LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike, s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije za vrijeme momentne faze, t_{TP} = 350ms, t_{IP} = 350ms i otvoreni pretvarač momenta (slika 44)

	$t_{TP,sim}$ [ms]	$t_{IP,sim}$ [ms]	RMS trzaj [m/s^3]	Ukupna disipirana energija na spojkama [kJ]
Bez komp. akt. dinamike	372**(+0.0%)**	349**(+0.0%)**	4.3283**(+0.0%)**	18.1543**(+0.0%)**
S komp. akt. dinamike	372**(+0.0%)**	345**(-1.1%)**	3.2980**(-23.8%)**	18.0734**(-0.4%)**

7. ZAKLJUČAK

U ovom radu predstavljeno je podređeno upravljanje promjenom stupnja prijenosa s jednim prijelazom. Upravljanje u inercijskoj fazi temeljeno je na primjeni linearnog kvadratičnog regulatora (LQR), čija je sinteza temeljena na reduciranom modelu pogona vozila, sa svrhom praćenja referentne trajektorije brzine klizanja uključne spojke. Dodatno, ciljna funkcija LQR-a penalizira disipaciju energije u spojkama te izlazni moment. Za razliku od konvencionalnog upravljanja promjenom stupnja prijenosa, LQR u inercijskoj fazi upravljanja momentom uključne i isključne spojke, te momentom motora. Osim upravljanja u inercijskoj fazi, predstavljeno je upravljanje u otvorenoj petlji u momentnoj fazi promjene stupnja prijenosa koje je također temeljeno na reduciranom modelu pogona vozila. Upravljanje u momentnoj fazi prošireno je upravljanjem momenta motora s unutarnjim izgaranjem sa svrhom smanjenja propada momenta na izlaznom vratilu transmisije. Razvijeni sustav upravljanja uspoređen je s optimalnim, po dijelovima linearnim upravljačkim profilima koji su dobiveni primjenom više-kriterijskog optimiranja genetskim algoritmom. Upravljački zakoni ispitani su na punom modelu pogona vozila te je kvaliteta promjene stupnja prijenosa analizirana za različite postavke.

Implementacijom LQR-a za vrijeme inercijske faze vrlo dobro se suzbija trzaj vozila, ali za slučaj otvorenog pretvarača momenta disipira se više energije u spojkama. Ukoliko se želi postići niža disipacija energije, potrebno je iterativnim postupkom odabrati nove parametre za sintezu regulatora.

Upravljanjem u otvorenoj petlji dobiven je određeni stupanj slobode s obzirom na izbor prijelaznog momenta OFG spojke na prijelazu faza. Rezultati za slučaj otvorenog pretvarača momenta ukazuju da povećanjem prijelaznog momenta OFG spojke iznad određene granice rezultira degradacijom kvalitete i udobnosti promjene stupnja prijenosa. Za slučaj zatvorenog pretvarača povećanje prijelaznog momenta OFG spojke na prijelazu faza rezultira većom disipacijom energije uz smanjenje trzaja vozila. U oba slučaja, povećanjem vremena trajanja momentne faze povećava se disipacija energije. Kod otvorenog pretvarača momenta trzaj vozila je poprilično ujednačen s povećanjem vremena trajanja momentne faze, a kod zatvorenog pretvarača momenta dolazi do značajnog povećanja trzaja vozila za dulja trajanja momentne faze. Prema tome, može se zaključiti da se ugodnija i efikasnija promjena stupnja prijenosa postiže za kraća trajanja momentne faze.

Upravljanje u otvorenoj petlji s kompenzacijom propada momenta na izlaznom vratilu transmisije ne dovodi do značajnog poboljšanja kvalitete promjene stupnja prijenosa za slučaj otvorenog pretvarača momenta s obzirom na promjenu trajanja momentne faze. Pokazano je kako i upravljanje za vrijeme momentne faze može dovesti do podoptimalnog upravljanja za vrijeme inercijske faze, pogotovo kod zatvorenog pretvarača momenta, te je u tom slučaju potrebno dodatno podešavanje težinskih koeficijenata LQR-a.

Usporednom analizom svih upravljačkih strategija pokazano je kako se najbolji rezultati postižu u slučaju CPO upravljanja za vrijeme momentne faze i LQR upravljanja za vrijeme inercijske faze. Upravljanje u otvorenoj petlji bez kompenzacije propada izlaznog momenta za vrijeme momentne faze i LQR upravljanje za vrijeme inercijske faze (Strategija 3) za slučaj zatvorenog i otvorenog pretvarača momenta rezultiraju najvećim trzajem vozila i ukupnom disipiranom energijom u spojkama. Znatno bolji rezultati postižu se uključivanjem kompenzacije propada momenta (Strategija 4) na izlaznom vratilu transmisije gdje su trzaj i disipirana energija značajno reducirani u oba slučaja stanja pretvarača momenta. Ovo upravljanje predstavlja dobru alternativu za CPO + LQR (Strategija 2) upravljanje jer se dopušta određena sloboda i parametriranje za vrijeme momentne faze. Međutim, disipirana energija je znatno veća zbog primjene linearnih profila kapaciteta spojki za vrijeme momentne faze.

Na kraju rada prikazano je proširivanje reduciranog modela pogona vozila s dinamikom aktuatora spojki te je provedena sinteza proširenog LQR-a. LQR s i bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike postižu slične rezultate. Bitno je napomenuti kako je LQR bez uključene kompenzacije aktuatorske dinamike potrebno usporiti (povećati koeficijente penalizacije upravljačkih varijabli) kako ne bi došlo do nestabilnosti regulatora. Na temelju toga, može se zaključiti kako ovaj način kompenzacije aktuatorske dinamike nije isplativ jer je potrebno mjeriti ili estimirati kapacitete spojki dok je poboljšanje minimalno.

Mogući pravci daljnjeg razvoja upravljačke strategije uključuju:

- Razvoj naprednijeg algoritma upravljanja za vrijeme momentne faze s ciljem smanjenja trzaja i disipirane energije u spojkama.
- Primjena naprednijih algoritama za kompenzaciju kašnjenja aktuatora (npr. Smith-ov prediktor).

LITERATURA

[1] Ranogajec V. Optimalno upravljanje automatskim mjenjačem s velikim brojem stupnjeva prijenosa [Disertacija]. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2019.

[2] Bai S, Maguire J, Peng H. Dynamic Analysis and Control System Design of Automatic Transmissions. SAE International; 2013.

[3] Halderman JD. Automatic Transmissions and Transaxles, Pearson; 2015.

[4] Fischer R, Küçükay F, Jürgens G, Najork R, Pollak B. The Automotive Transmission Book. Springer; 2015.

[5] Garofalo F, Glielmo L, Iannelli L, Vasca, F. Optimal Tracking for Automotive Dry Clutch Engagement. IFAC Proceedings Volumes. 2002;35(1):367-371.

[6] Ranogajec V, Ivanović V, Deur J, Tseng HE. Optimization-based assessment of automatic transmission double-transition shift controls. Control Engineering Practice. 2018;76(1):155–166.

[7] Liu F, Chen L, Li D, Yin C. Improved clutch slip control for automated transmissions. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2018;232(18):3181–3199.

[8] Ranogajec V, Deur J, Coric M. Bond Graph Analysis of Automatic Transmission Shifts including Potential of Extra Clutch Control. SAE International Journal of Engines. 2016;9(3):1929-1945.

[9] Teslak CJ, Tseng E, Cicala SM, Riedle B, Fujii Y, Zhang J, et al. Implementation of Torque Hole Filling for Transmission Shift Control. SAE Technical Paper, 2018.

[10] Karnopp DC, Margolis DL, Rosenberg RC. System Dynamics: Modeling, Simulation, and Control of Mechatronic Systems. 5th Edition. Wiley; 2012.

[11] Cvok I, Deur J, Ivanovic V, Zhang Y, Fujii Y. An LQR Approach of Automatic Transmission Upshift Control Including Use of Off-Going Clutch within Inertia Phase. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility. 2020;(2(4):2081-2091.

[12] Deur J, Asgari J, Hrovat D, Kovač P, Modeling and Analysis of Automatic Transmission Engagement Dynamics-Linear Case. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2006;128(2):263–277.

[13] Deur J, Asgari J, Hrovat D. Modeling of an Automotive Planetary Gear Set Based on Karnopp Model for Clutch Friction. Proceedings of 2003 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Washington D.C. 2003. pp. 903-910.

[14] Hrovat D, Tobler WE. Bond Graph Modeling of Automotive Power Trains. Journal of the Franklin Institute. 1991;328:623−662.

[15] Ranogajec V, Deur J, Ivanović V, Tseng HE. Multi-objective Parameter Optimization of Control Profiles for Automatic Transmission Double-Transition Shifts. Control Eng. Pract. 93:104183, 2019.

[16] Franklin G, Powell J, Workman M, Digital Control of Dynamic Systems. Addison Wesley Longman Inc.; 1998.

[17] Moore JB, Anderson B. Optimal Control – Linear Quadratic Methods. Prentice-Hall Inc.; 1989.

[18] Isermann R. Digital Control Systems. Springer-Verlag; 1981.

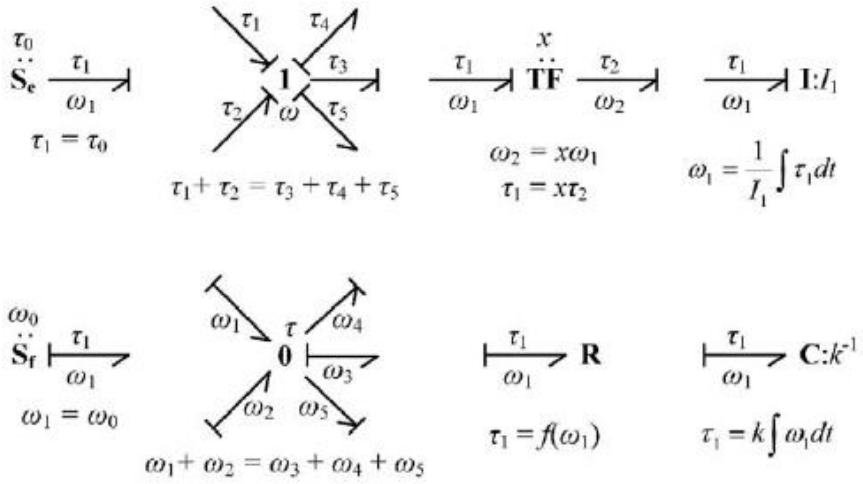
[19] Čorić M, Ranogajec V, Deur J, Ivanović V, et al. Optimization of Shift Control Trajectories for Step Gear Automatic Transmissions. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2017:139(6):61005-61013

[20] Friedland B. Control System Design – An Introduction to State-Space Methods. NewYork: Dover Publications; 1986.

[21] Karnopp DC, Margolis DL, Rosenberg RC. System Dynamics: A Unified Approach. New York: Wiley; 1990.

Prilog A – Osnovni elementi veznih dijagrama

Modeliranje kinematike pogona vozila izvedeno je pomoću veznih dijagrama (eng. „*Bond graph*“). Vezni dijagrami predstavljaju jednostavnu i preglednu metodu pomoću koje se na jednostavan način mogu prikazati kompleksni fizikalni sustavi. Metoda funkcionira na način da se fizikalni sustav rastavi na standardne i predefinirane elemente čiji raspored odgovara fizičkom ustroju danog sustava. Dijagrami se lako mijenjaju dodavanjem ili oduzimanjem elemenata, a mogu se jednostavno raspisati u matematički oblik po određenim pravilima. U ovom slučaju, metodom veznih dijagrama opisuje se mehanički sustav, gdje se pod snagom misli na mehaničku snagu. Na slici 45 prikazani su osnovni elementi veznih dijagrama i njihove jednadžbe. Svakoj vezi pripada varijabla napora e (u ovom slučaju okretni moment τ) i varijabla toka f (u ovom slučaju okretna brzina ω). Svaka veza u veznom dijagramu nosi informaciju o referentnom smjeru snage u sustavu (polustrelica). Postoje dvije vrste veznih dijagrama, kauzalni i ne-kauzalni. Kauzalnost je vrlo važna informacija na svakom elementu u veznom dijagramu koja za varijable snage (okretni moment i okretnu brzinu) definira uzročnu (ulaznu) i posljedičnu (izlaznu) varijablu. Kauzalnost se definira uspravnom crtom. Crta na strani polustrelice označava moment kao ulaznu te brzinu kao izlaznu varijablu, dok suprotno vrijedi za postavljanje crte na suprotnoj strani od polustrelice. Promjenom kauzalnosti sustava dinamički modeli mogu se reducirati na minimalni stupanj. Općenito se za **I** i **C** elemente preferira integralna kauzalnost, ali u slučaju pojave derivabilne kauzalnost znači da je došlo do pojave redundantne varijable stanja (jednoznačno određena varijabla stanja preko ostalih varijabli stanja).



Slika 45. Osnovni elementi veznih dijagrama i njihove jednadžbe[21]

Prilog B – Težinski koeficijenti LQR-a za različite upravljačke strategije

U tablici 19 dani su težinski koeficijenti LQR-a s obzirom na stanje pretvarača momenta za upravljačke strategije opisane u poglavlju 5.4.

Tablica 19. Težinski koeficijenti LQR-a za različite upravljačke strategije

Strategija upravljanja	Stanje pretvarača momenta	r_1	r_2	r_3	q_t	q_{ONC}	q_{OFG}	q_j
Strategija 2	Zatvoren	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{6}$	5	10	0.01
	Otvoren	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{6}$	4	7	0.8
Strategija 3	Zatvoren	$4 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{6}$	55	80	0.25
	Otvoren	$5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{6}$	40	50	1
Strategija 4	Zatvoren	$4 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{6}$	55	80	0.25
	Otvoren	$5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{6}$	40	50	1

Prilog C – Reducirani model pogona vozila s uključenom dinamikom aktuatora te težinske matrice za slučaj otvorenog i zatvorenog pretvarača momenta

C.1 Otvoreni pretvarač momenta

Reducirani model pogona vozila za slučaj otvorenog pretvarača momenta proširen s modelom dinamike aktuatora opisan je jednadžbama

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{is} \\ \dot{\tau}_{ONC,dyn} \\ \dot{\tau}_{OFG,dyn} \\ \dot{x}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_{ii}}{I_{ei}} & \frac{-b_{it}}{I_{ei}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-b_{ti}}{I_t} & \frac{-b_{tt}}{I_t} & \frac{-i_2}{I_t} & \frac{-i_1}{I_t} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{cl}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{cl}} & 0 \\ 0 & -i_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_{is} \\ \tau_{ONC,dyn} \\ \tau_{OFG,dyn} \\ x_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-1}{I_{ei}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{cl}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{cl}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{ONC} \\ \tau_{OFG} \end{bmatrix}, \tag{C-1}$$

$$\tau_{os} = a_1\omega_e + a_2\omega_{is} + b_1\tau_{ONC,dyn} + b_2\tau_{OFG,dyn}, \tag{C-2}$$

gdje su koeficijenti a_1, a_2, b_1 i b_2 opisani jednadžbom

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{I_{io}}{I_t} b_{ti}, \\ a_2 &= \frac{I_{io}}{I_t} b_{tt}, \\ b_1 &= \frac{I_{io}}{I_t} i_2 + g_2^{-1}, \\ b_2 &= \frac{I_{io}}{I_t} i_1 + g_1^{-1}. \end{aligned} \tag{C-3}$$

Funkcija cilja korištena za određivanje težinskih matrica definirana je jednadžbom (56). Kvadriranjem jednadžbe (C-2), množenjem s koeficijentom penalizacije trzaja q_j te sređivanjem dobije se težinska matrica $\mathbf{Q}_{\text{trzaj}}$

$$\mathbf{Q}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1a_2 & a_1b_1 & a_1b_2 & 0 \\ a_1a_2 & a_2^2 & a_2b_1 & a_2b_2 & 0 \\ a_1b_1 & a_2b_1 & b_1^2 & b_1b_2 & 0 \\ a_1b_2 & a_2b_2 & b_1b_2 & b_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{C-4}$$

Član penalizacije dispacije energije u jednadžbi (56) više ne sadrži upravljačke varijable τ_{ONC} i τ_{OFG}, već stvarne momente spojki $\tau_{ONC,dyn}$ i $\tau_{OFG,dyn}$. Prema tome potrebno je modificirati jednadžbu (65), odnosno vrijedi

$$\begin{aligned} q_{eONC}\omega_{ONC}\tau_{ONC,dyn} + q_{eOFG}\omega_{OFG}\tau_{OFG,dyn} \\ = q_{eONC}i_2\omega_{is}\tau_{ONC,dyn} + q_{eOFG}i_1\omega_{is}\tau_{OFG,dyn} \end{aligned} \tag{C-5}$$

Zapisom jednadžbe (C-5) u matričnoj formi dobiva se matrica $\mathbf{Q}_{\text{energija}}$ definirana jednadžbom

$$\mathbf{Q}_{\text{energija}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{eONC} i_2 & q_{eOFG} i_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{C-6}$$

Matrica $\mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$ koja penalizira pogrešku slijeđenja trajektorije jednaka je

$$\mathbf{Q}_{\text{praćenje}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_t \end{bmatrix}. \tag{C-7}$$

Matrica $\mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$ koja penalizira forsiranje upravljačkih varijabli jednaka je

$$\mathbf{R}_{\text{upravljanje}} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}. \tag{C-8}$$

Pošto su sad stvarni momenti spojka varijable stanja, može se primijetiti nedostatak matrice mješovitih članova **N**. Konačne težinske matrice **Q** i **R** jednake su

$$\begin{gathered} \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\text{trzaj}} + \mathbf{Q}_{\text{energija}} + \mathbf{Q}_{\text{praćenje}}, \\ \mathbf{R} = \mathbf{R}_{\text{upravljanje}}. \end{gathered} \tag{C-9}$$

Bitno je napomenuti kako prethodno izvedeni model vrijedi samo za inercijsku fazu promjene stupnja prijenosa.

C.2 Zatvoreni pretvarač momenta

Reducirani model pogona za slučaj zatvorenog pretvarača momenta proširen s modelom dinamike aktuatora opisan je jednadžbama

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{is} \\ \dot{\tau}_{ONC,dyn} \\ \dot{\tau}_{OFG,dyn} \\ \dot{x}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{i_2}{I_{in}} & -\frac{i_1}{I_{in}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{cl}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{cl}} & 0 \\ -i_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{is} \\ \tau_{ONC,dyn} \\ \tau_{OFG,dyn} \\ x_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{cl}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{cl}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{ec} \\ \tau_{ONC} \\ \tau_{OFG} \end{bmatrix}, \tag{C-10}$$

$$\tau_{os} = \frac{I_{io}}{I_{in}} \Delta\tau_{ec} + \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1} \right) \tau_{ONC,dyn} + \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1} \right) \tau_{OFG,dyn}. \tag{C-11}$$

Kao i u prethodnom slučaju, funkcija cilja za određivanje težinskih matrica definirana je jednadžbom (56). Kvadriranjem jednadžbe (C-11), sređivanjem te množenjem s koeficijentom penalizacije q_j dobivaju se matrice $\mathbf{Q}_{\text{trzaj}}$, $\mathbf{N}_{\text{trzaj}}$ i $\mathbf{R}_{\text{trzaj}}$ koje su definirane jednadžbom

$$\mathbf{Q}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)^2 & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right)\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & \left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}_{\text{trzaj}} = 2q_j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_2 + g_2^{-1}\right) & 0 & 0 \\ \frac{I_{io}}{I_{in}}\left(\frac{I_{io}}{I_{in}} i_1 + g_1^{-1}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{C-12}$$

$$\mathbf{R}_{\text{trzaj}} = q_j \begin{bmatrix} \left(\frac{I_{io}}{I_{in}}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Član za penalizaciju disipirane energije u spojkama i u ovom slučaju je potrebno modificirati, prema tome vrijedi jednadžba (C-5). Zapisom u matričnoj formi dobiva se tržinska matrica $\mathbf{Q}_{\text{energija}}$

$$\mathbf{Q}_{\text{energija}} = \begin{bmatrix} 0 & q_{eONC} i_2 & q_{eOFG} i_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{C-13}$$

Zapisom trećeg člana u matričnoj formi dobiva se matrica $\mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$

$$\mathbf{Q}_{\text{praćenje}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_t \end{bmatrix}. \tag{C-14}$$

Težinska matrica penalizacije forsiranja upravljačkih varijabli $\mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$ jednaka je kao i za prethodni slučaj (v. jednadžbu (C-8)). Ukupne težinske matrice za slučaj zatvorenog pretvarača momenta jednake su

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\text{trzaj}} + \mathbf{Q}_{\text{energija}} + \mathbf{Q}_{\text{praćenje}}$$

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{N}_{\text{trzaj}}}{2} \tag{C-15}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\text{trzaj}} + \mathbf{R}_{\text{upravljanje}}$$

Kao i u slučaju otvorenog pretvarača momenta, ovaj model vrijedi samo za inercijsku fazu promjene stupnja prijenosa.

PRILOZI

I. CD-R disk