

# Proračun vodostaja u otvorenom spremniku u ovisnosti o vremenu i dužini preljevnog praga

---

**Budimir, Melanie**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:914805>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-05-18**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **ZAVRŠNI RAD**

**Melanie Budimir**

**Split, 2022.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Proračun razine vodostaja u otvorenom spremniku u  
ovisnosti o vremenu i dužini preljevnog praga**

**Završni rad**

**Split, veljača 2022. godine**

***Sažetak:***

Izvršeni su proračuni za promjenjiv vodostaj u vodospremniku, te preliv viška vode iz spremnika čija površina ovisi o vodostaju. Voda istječe kroz dvije kratke odvodne cijevi, a ostatak se prelijeva preko prelivnog praga. Proračun je izvršen numeričkom integracijom mješovitim postupkom.

***Ključne riječi:***

Preljev, prelivni prag, protok, mješoviti postupak, otvoreni spremnik, numerička integracija

## **Calculation of water level in open tank in dependency of time and overflow threshold length**

***Abstract:***

Calculations were made for the variable water level in the tank and the overflow of excess water from the tank whose surface depends on the water level. Water flows out through two drain pipes and the rest is poured over the overflow threshold. The calculation is performed by numerical integration by mixed procedure.

***Keywords:***

Overflow, overflow threshold, flow, mixed procedure, open water tank, numerical integration

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Split, Matice hrvatske 15**

**STUDIJ: PREDDIPLOMSKI STRUČNI STUDIJ  
GRAĐEVINARSTVA**

**KANDIDAT: Melanie Budimir**

**KATEDRA: Katedra za hidromehaniku i hidrauliku**

**PREDMET: Osnove vodogradnje**

### **ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD**

**Tema: Proračun razine vodostaja u otvorenom spremniku u ovisnosti o vremenu i dužini  
preljevnog praga**

**Opis zadatka:** Zadan je otvoreni spremnik čija je površina promjenjiva ovisno o vodostaju u njemu. U spremnik se ulijeva protok vode koji je funkcija vremena. Iz spremnika voda istječe slobodno u atmosferu kroz dvije kratke cijevi. Na spremniku, na koti  $z_p$  postoji preliv dužine  $B$ . Studentica će postaviti sve potrebne jednadžbe koje opisuju zadani problem. Zadatak će riješiti numeričkom integracijom mješovitim postupkom za tri varijante dužine preljeva.

**U Splitu, rujan 2021.**

**Voditelj Završnog rada: Doc. dr. sc. Davor Bojanić, dipl.ing.građ.**

## Sadržaj

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| 1. ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD .....                       | 6  |
| 1.1. Uvod.....                                        | 8  |
| 1.2. Geometrijske i hidrauličke karakteristike .....  | 9  |
| 2. PRORAČUN.....                                      | 10 |
| 2.1. Postupak proračuna .....                         | 10 |
| 2.2. Rezultati proračuna vodostaja u vodospremi ..... | 14 |
| 3. GRAFIČKI PRIKAZ REZULTATA .....                    | 15 |
| 4. ZAKLJUČAK.....                                     | 18 |
| 5. LITERATURA .....                                   | 19 |

## 1. ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

### PREDMET: OSNOVE VODOGRADNJE

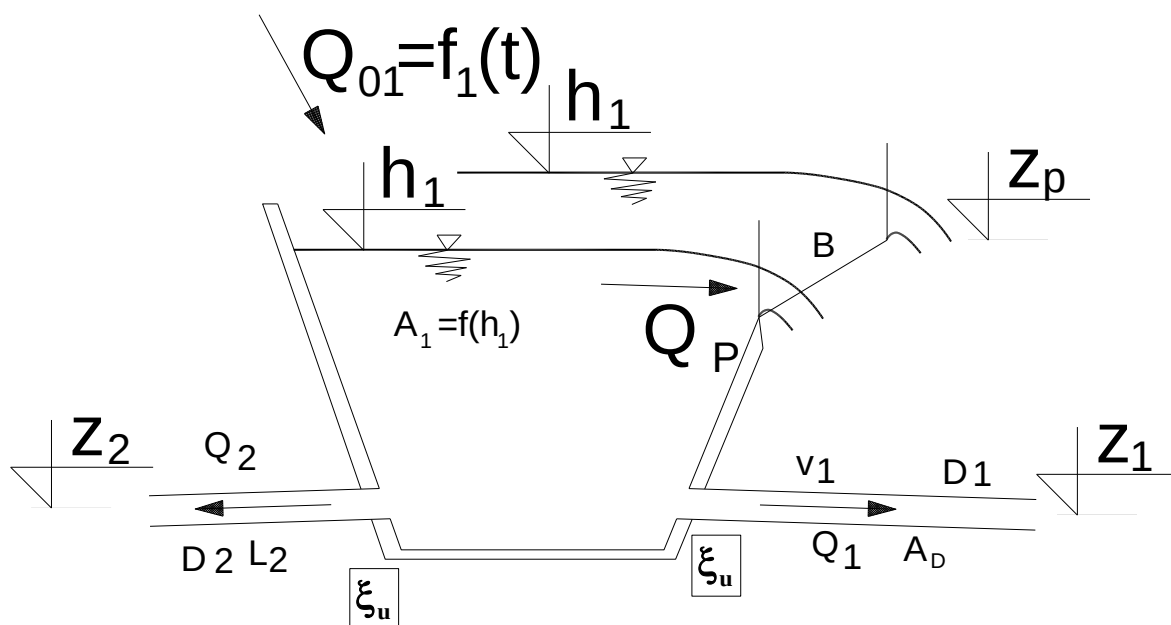
STUDENTICA: MELANIE BUDIMIR

Zadan je otvoreni spremnik čija je površina promjenjiva ovisno o vodostaju u njemu. U spremnik se ulijeva protok vode koji je funkcija vremena. Iz spremnika voda istječe slobodno u atmosferu kroz dvije kratke cijevi. Na spremniku, na koti  $z_p$  postoji preljev dužine  $B$ .

Studentica će postaviti sve potrebne jednadžbe koje opisuju zadani problem. Zadatak će riješiti numeričkom integracijom mješovitim postupkom.

Zadatak treba riješiti za 3 varijante dužine preljeva.

Za rješavanje koristiti tablični kalkulator (EXCELL). Rezultate prikazati grafički i tablično.



Slika 1. Vodospremnik s preljevom i dvije ispusne cijevi

Zadano je:

Površina vodospremnika u funkciji nadmorske visine:

| $h_1$ (m n.m.) | $A_1$ (m <sup>2</sup> ) |
|----------------|-------------------------|
| 90             | 200                     |
| 100            | 350                     |
| 105            | 430                     |
| 110            | 700                     |

Dotok u vodospremnik:

| $t$ (s)  | $Q_{01}$ (m <sup>3</sup> /s) |
|----------|------------------------------|
| 0,00     | 2,00                         |
| 200,00   | 3,00                         |
| 300,00   | 8,00                         |
| 500,00   | 7,00                         |
| 900,00   | 4,00                         |
| 1200,00  | 2,00                         |
| 10000,00 | 2,00                         |

$$D_{c1}=0.8 \text{ (m)}$$

$$L_{c1}=100.0 \text{ (m)}$$

$$z_1=92.00 \text{ (m n.m.)}$$

$$D_{c2}=0.6 \text{ (m)}$$

$$L_{c2}=70.0 \text{ (m)}$$

$$z_2=94.00 \text{ (m n.m.)}$$

$$\varepsilon = 0.001 \text{ (m)}$$

$$\nu = 0.00000131 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\xi_u = 0.5$$

$$B_1=2.2 \text{ (m); } B_2=3.0 \text{ (m); } B_3=4.5 \text{ (m)}$$

$$z_p = 100.00 \text{ (m n.m.)},$$

$$m=0,4$$

Početna razina vode u spremniku je 99.50 (m n.m.).

Split, 15. lipnja 2021.

Doc. dr. sc. Davor Bojanić, dipl.ing.građ.



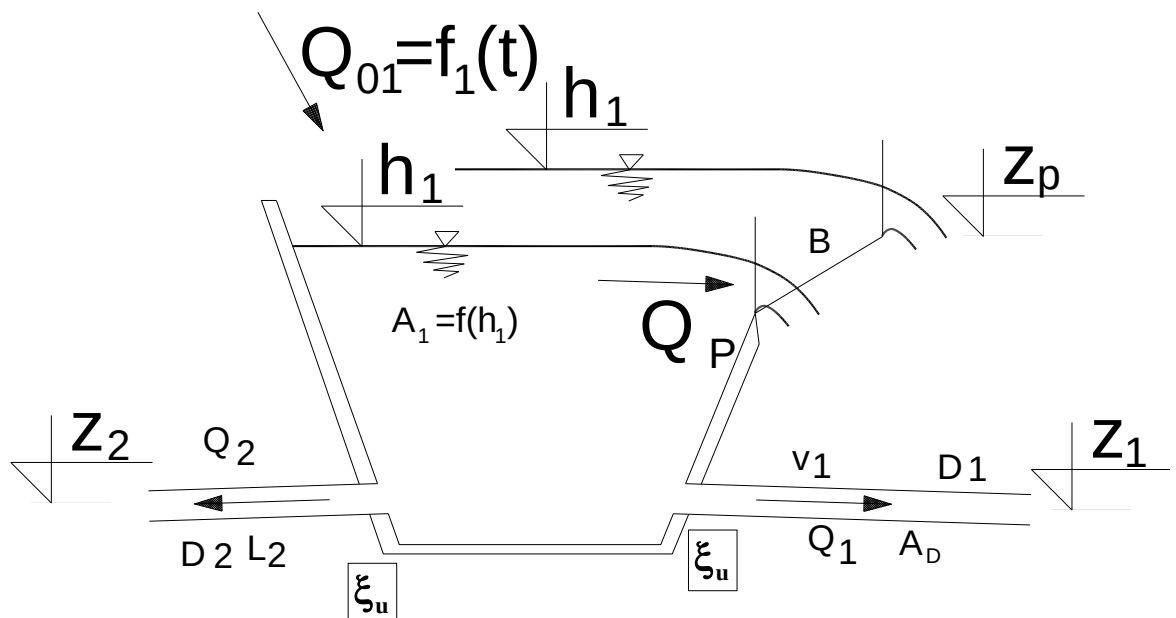
## TEHNIČKI OPIS

### 1.1. Uvod

Projektnim zadatkom zadan je otvoreni spremnik čija je površina promjenjiva ovisno o vodostaju. Iz spremnika voda istječe slobodno u atmosferu kroz dvije kratke cijevi, a ostatak vode se počinje prelijevati kada razina vode u vodostaju prijeđe visinu krune preljevnog praga. Na temelju zadanih podataka istražen je utjecaj širine preljevnog praga na rezultate istjecanja i prelijevanja.

Zadano je:

- Površina vodospremnika u funkciji nadmorske visine
- Dotok u funkciji vremena
- Početna razina vode u vodospremniku
- Visina preljevnog praga



Slika 1. Vodospremnik s preljevom i ispusnim cijevima

## 1.2. Geometrijske i hidrauličke karakteristike

Zadani sustav sastoji se od otvorenog spremnika s dotokom promjenjivim u vremenu, a na boku, pri dnu spremnika nalaze se dvije kratke cijevi kroz koje istječe voda slobodno u atmosferu. Površina vodospremnika se mijenja u funkciji nadmorske visine. Na nadmorskoj visini  $h=90.0$  (m n.m.) površina vodospremnika iznosi  $A=200$  ( $\text{m}^2$ ), za  $h=100.0$  (m n.m.) površina iznosi  $A=350$  ( $\text{m}^2$ ), za  $h=105.0$  (m n.m.) površina iznosi  $A=430$  ( $\text{m}^2$ ) i za  $h=110.0$  (m n.m.) površina vodospremnika iznosi  $A=700$  ( $\text{m}^2$ ). Kruna preljevnog praga nalazi se na koti  $Z_p=100.00$  (m n.m.).

Cijevi kroz koje istječe voda nalaze se na kotama  $Z_1= 92.00$  (m n.m.). Duljina cijevi iznosi  $L_1=100$  (m), a promjer cijevi jednak je  $D_1=0.8$  (m),  $Z_2=94.00$  (m. n. m.), a duljina i promjer pripadajuće cijevi iznose  $L_2=70.00$  (m. n. m.),  $D_2=0.6$  (m).

Za koeficijent lokalnog gubitka energije na ulazu uzeta je vrijednost  $\xi_u=0.5$ . Zadatkom je zadana apsolutna pogonska hidraulička hrapavost u iznosu od  $\varepsilon=0.001$  (m), pomoću koje se izračunavaju linijski gubici energije. Također je zadana vrijednosti i kinematičkog koeficijenta viskoznosti tekućine

$$\nu = 0.00000131 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

## 2. PRORAČUN

### 2.1. Postupak proračuna

Početna razina vode u vodospremniku je 99.50 (m n.m.).

#### 1. Jednadžba kontinuiteta za vodospremnik je:

$$A_1 \cdot \frac{dh}{dt} = Q_{01} - Q_p - Q_1 - Q_2 \quad (1)$$

Nakon separacije varijabli dobijemo:

$$A(h) \cdot dh = (Q_{01} - Q_p - Q_1 - Q_2) \cdot dt \quad (2)$$

$$dh = \frac{Q_{01} - Q_p - Q_1 - Q_2}{A(h)} \cdot dt \quad (3)$$

$$\int_{h_1}^{h_2} dh = \int_{t_1}^{t_2} \frac{Q_{01} - Q_p - Q_1 - Q_2}{A(h)} dt \quad (4)$$

Numerička integracija mješovitim postupkom daje:

$$h^{k+1} = h^k + \frac{Q_0^k - Q_p^k - Q_1^k - Q_2^k}{A^k} \cdot (1 - \vartheta) \cdot \Delta t + \frac{Q_0^{k+1} - Q_p^{k+1} - Q_1^{k+1} - Q_2^{k+1}}{A^{k+1}} \cdot \vartheta \cdot \Delta t \quad (5)$$

Pri čemu je  $A$  površina spremnika,  $Q_0$  je dotok.  $Q_{01}$  je protok kroz odvodnu cijev br. 1,  $Q_{02}$  protok kroz odvodnu cijev br. 2, a  $Q_p$  predstavlja protok preko preljevnog praga.

$h$  je oznaka za vodostaj u vodospremniku dok se oznake  $h^k$ ,  $Q_0^k$ ,  $Q_1^k$ ,  $Q_2^k$ ,  $Q_p^k$  i  $A^k$  odnose na vrijednosti na početku vremenskog intervala, a oznake  $h^{k+1}$ ,  $Q_0^{k+1}$ ,  $Q_1^{k+1}$ ,  $Q_2^{k+1}$ ,  $Q_p^{k+1}$  i  $A^{k+1}$  predstavljaju vrijednosti na kraju vremenskog intervala.

Vodostaj na kraju intervala odredit će se iz izraza (5).

#### 2. Preljevni protok računa se prema sljedećem izrazu:

$$\text{ako je } h > z_p, Q_p = m \cdot B \cdot \sqrt{2g} \cdot (h - z_p)^{3/2} \quad (6)$$

$$\text{ako je } h = z_p, Q_p = 0,00 \quad (7)$$

$$\text{ako je } h < z_p, Q_p = 0,00 \quad (8)$$

Iz uvjeta se zaključuje da, ako je vodostaj u spremniku veći od kote kune preljevnog praga, onda se preljevni protok računa prema izrazu iz formule (6), a ako je vodostaj u spremniku jednak ili manji od kote preljevnog praga, onda je preljevni protok jednak nuli što se vidi iz (7) i (8).

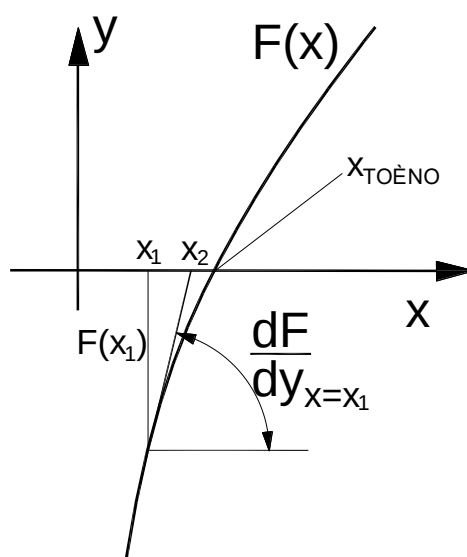
### 3. Protok kroz cijevi se računa prema formuli:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\xi_u + \lambda \cdot \frac{L_1}{D_1} + \alpha}} \sqrt{2g \cdot (h - z)} \cdot D_1^2 \cdot \frac{\pi}{4} \quad (9)$$

$$\text{Ako je } h = z, \text{ onda je protok } Q = 0,0 \quad (10)$$

Traži se  $h^{k+1}$  koji predstavlja vodostaj na kraju vremenskog koraka.

Primjenjuje se Newtonova metoda za rješavanje nelinearnih jednadžbi.



Slika 2. Realizacija Newtonove metode

Na slici br. 2, dato je kratko objašnjenje Newtonove metode kojom se rješavaju nelinearne jednačbe s jednom nepoznanicom.

Neka je zadana funkcija  $F(x)$ . Traži se onaj  $x$  ( $x_{\text{točno}}$ ) za kojeg vrijedi da je  $F(x)=0.0$ . Postupak je takav da se odabere vrijednost  $x_1$  te se za tu vrijednost izračuna vrijednost funkcije u toj točki  $F(x_1)$  te vrijednost derivacije u toj točki.

Novu vrijednost za  $x$ , tj.  $x_2$  koja će biti bliže točnom rješenju dobit će se iz izraza koji slijedi:

$$(x_2 - x_1) \cdot \frac{dF}{dy}_{x=x_1} = -F(x_1) \quad (11)$$

Iz izraza (11), slijedi:

$$x_2 = x_1 - \frac{F(x_1)}{\frac{dF}{dy}_{x=x_1}} \quad (12)$$

Time je određen postupak kojom se postupno približavamo točnom rješenju.

Dalje, formira se funkcija  $F$ . Vodostaj  $h^{k+1}$  predstavlja nezavisnu varijablu koju treba odrediti za svaki vremenski korak.

$$F = h^{k+1} - h^k - \frac{Q_0^k - Q_p^k - Q_1^k - Q_2^k}{A^k} \cdot (1 - \vartheta) \cdot \Delta t - \frac{Q_0^{k+1} - Q_p^{k+1} - Q_1^{k+1} - Q_2^{k+1}}{A^{k+1}} \cdot \vartheta \cdot \Delta t = 0 \quad (13)$$

$$Q_1^{k+1} = \frac{1}{\sqrt{\xi_u + \lambda^{k+1} \cdot \frac{L_1}{D_1} + \alpha}} \sqrt{2g \cdot (h^{k+1} - z_1)} \cdot D_1^2 \frac{\pi}{4} \quad (14)$$

$$Q_2^{k+1} = \frac{1}{\sqrt{\xi_u + \lambda^{k+1} \cdot \frac{L_2}{D_2} + \alpha}} \sqrt{2g \cdot (h^{k+1} - z_2)} \cdot D_2^2 \frac{\pi}{4} \quad (15)$$

$$\text{Ako je } h > z_p, \quad Q_p^{k+1} = m \cdot B \cdot \sqrt{2g} \cdot (h^{k+1} - z_p)^{3/2} \quad (16)$$

$$\text{Ako je } h < z_p, \quad Q_p = 0.0 \quad (17)$$

$$\text{Ako je } h=z_p, \quad Q_p = 0.0 \quad (18)$$

Derivacija funkcije F po  $h^{k+1}$  je:

$$\frac{\delta F}{\delta h^{k+1}} = 1 + \frac{\vartheta \cdot \Delta t}{A_1^{k+1}} \cdot \left( \frac{\delta Q_p^{k+1}}{\delta h^{k+1}} + \frac{dQ_1^{k+1}}{dh^{k+1}} + \frac{dQ_2^{k+1}}{dh^{k+1}} \right) \quad (19)$$

$$\frac{\delta Q_1^{k+1}}{\delta h^{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{\xi_u + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + \alpha}} \sqrt{2g} \cdot D_1^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(h^{k+1} - z_1)}} \quad (20)$$

$$\frac{\delta Q_2^{k+1}}{\delta h^{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{\xi_u + \lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} + \alpha}} \sqrt{2g} \cdot D_2^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(h^{k+1} - z_2)}} \quad (21)$$

$$\text{Ako je } h^{k+1} > z_p, \quad \frac{dQ_p^{k+1}}{dh^{k+1}} = m \cdot B_1 \cdot \sqrt{2g} \cdot \frac{3}{2} \cdot (h^{k+1} - z_p)^{1/2} \quad (22)$$

$$\text{Ako je } h^{k+1} = z_p, \quad \frac{dQ_p^{k+1}}{dh^{k+1}} = 0.0 \quad (23)$$

$$\text{Ako je } h^{k+1} < z_p, \quad \frac{dQ_p^{k+1}}{dh^{k+1}} = 0.0 \quad (24)$$

$$h^{k+1,n} = h^{k+1,s} + \Delta h^{k+1} \quad (25)$$

$$h^{k+1,n} = h^{k+1} - \frac{F}{\frac{dF}{dh^{k+1}}} \quad (26)$$

Postupak se ponavlja sve dok prirast  $(-\frac{F}{\frac{dF}{dh^{k+1}}})$  po apsolutnoj vrijednosti ne bude manji od zadane točnosti.

Kad se to postigne, ide se na novi vremenski interval.

## 2.2. Rezultati proračuna vodostaja u vodospremi

Rješavanjem nelinearne jednačbe opisane u točki 3.1. dobiveni su rezultati, a rješenje je provedeno u programu "Microsoft Excel" na način da su numeričkom integracijom mješovitim postupkom dobiveni podaci o razini vode u vodospremniku, protoku kroz cijevi, te preljevnom protoku, u ovisnosti o vremenu za različite širine preljevnog praga.

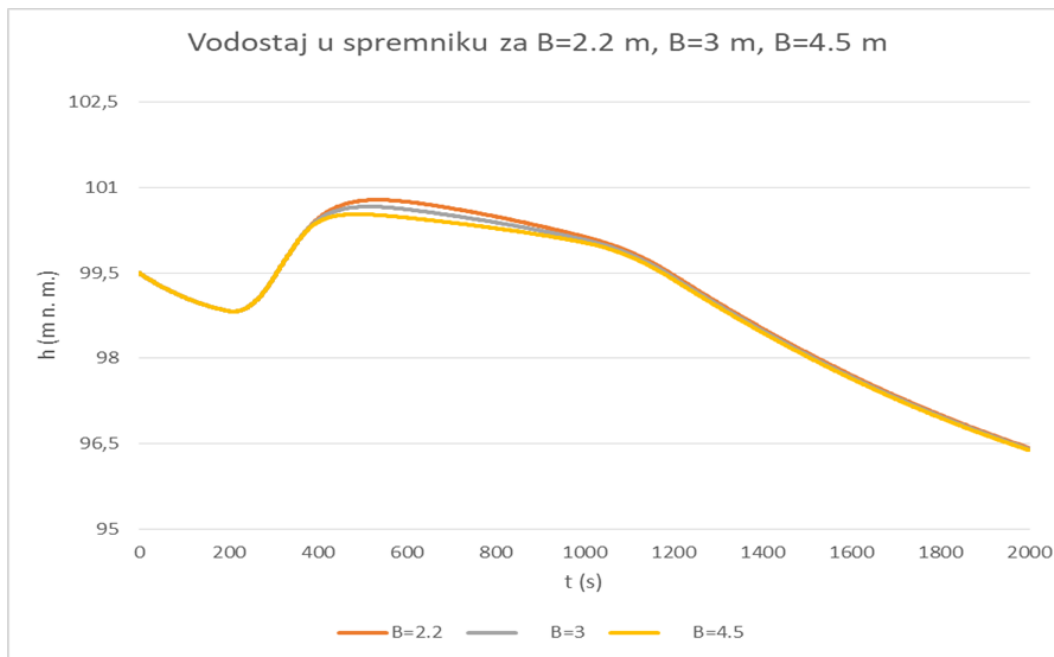
U ovom slučaju za širine:

$$B_1 = 2,2 \text{ (m)}$$

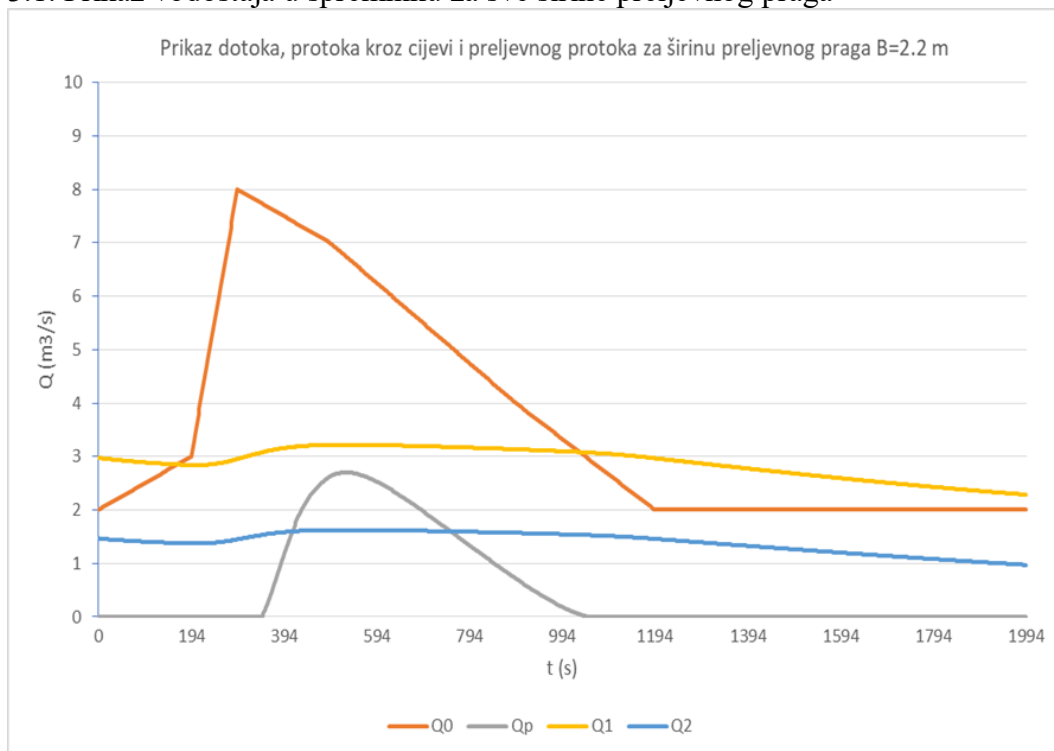
$$B_2 = 3,0 \text{ (m)}$$

$$B_3 = 4,5 \text{ (m)}$$

### 3. GRAFIČKI PRIKAZ REZULTATA

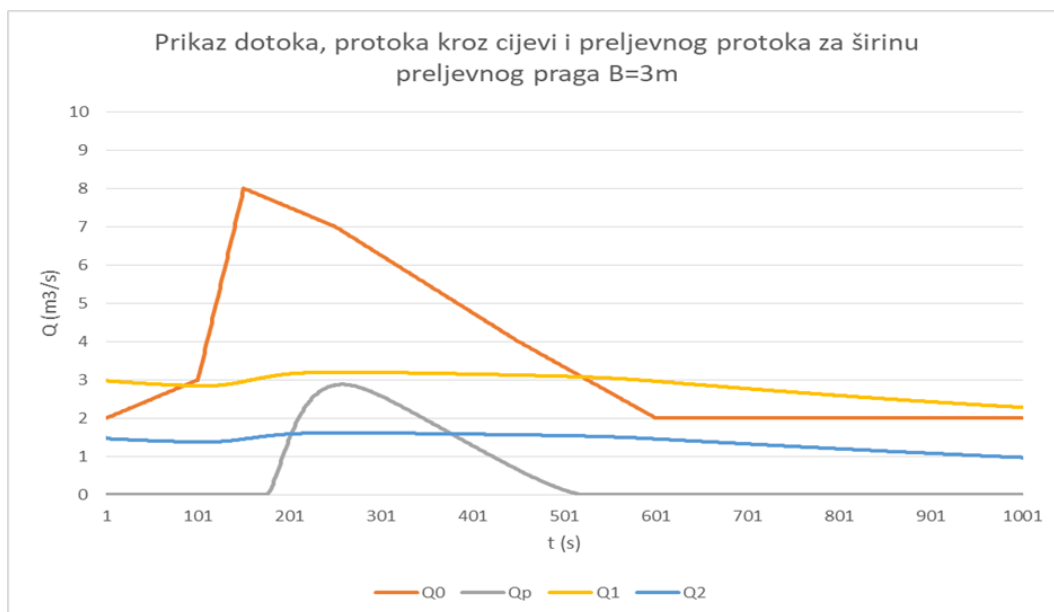


#### 3.1. Prikaz vodostaja u spremniku za sve širine preljevnog praga

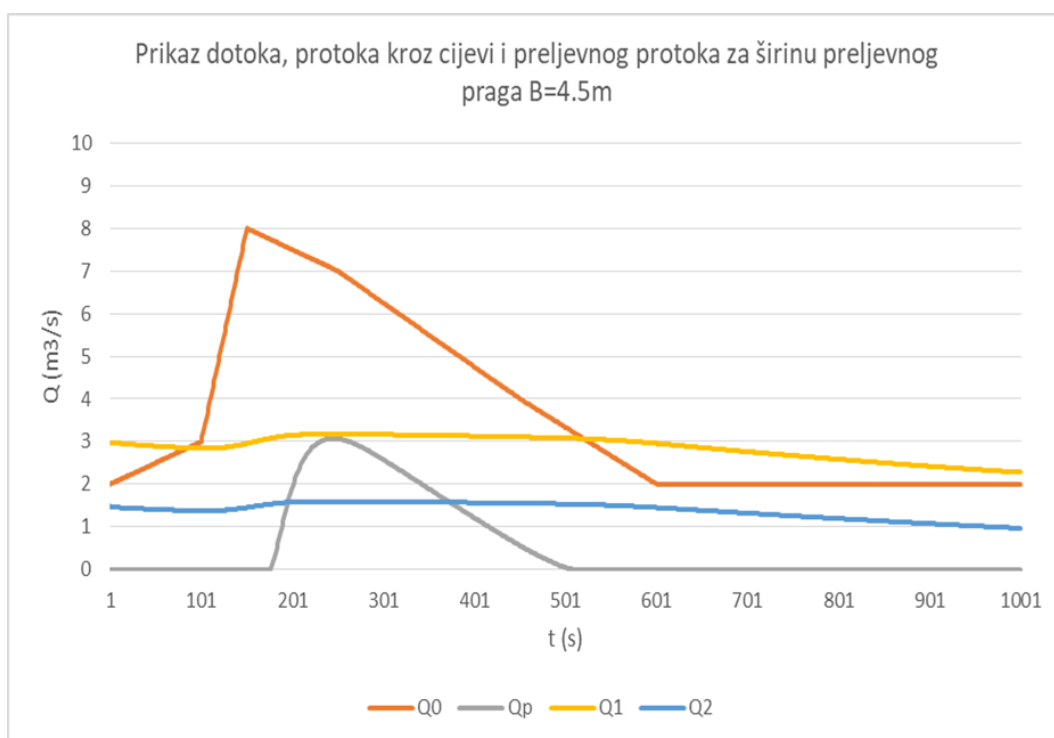


#### 3.2. Dotok Q0, protok Q1 i Q2, te preljevni protok Qp za B=2.2 m u funkciji vremena t

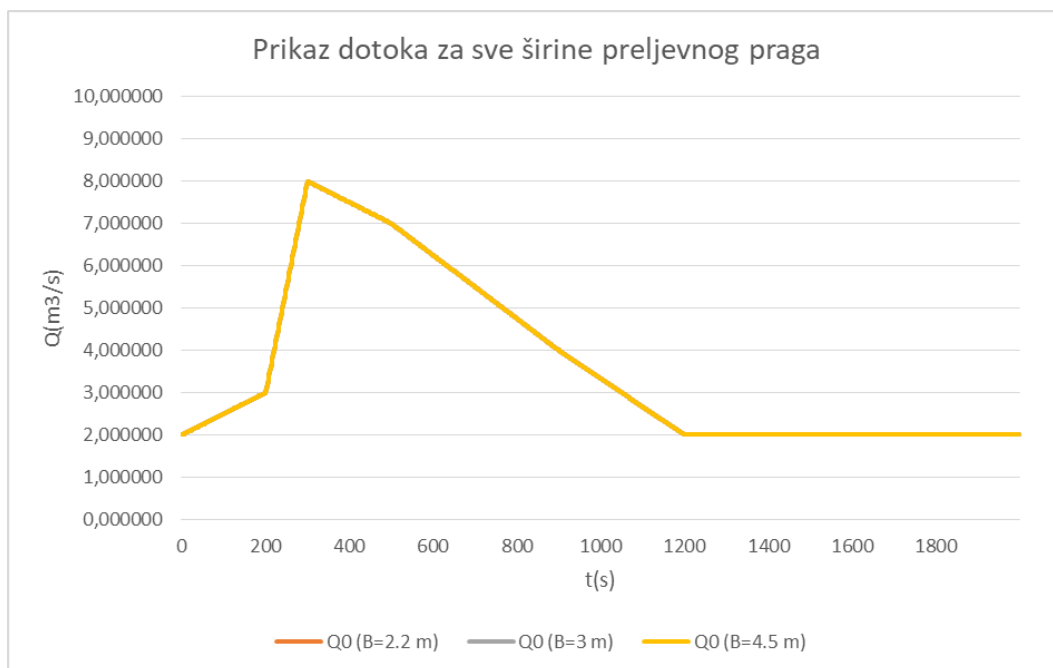




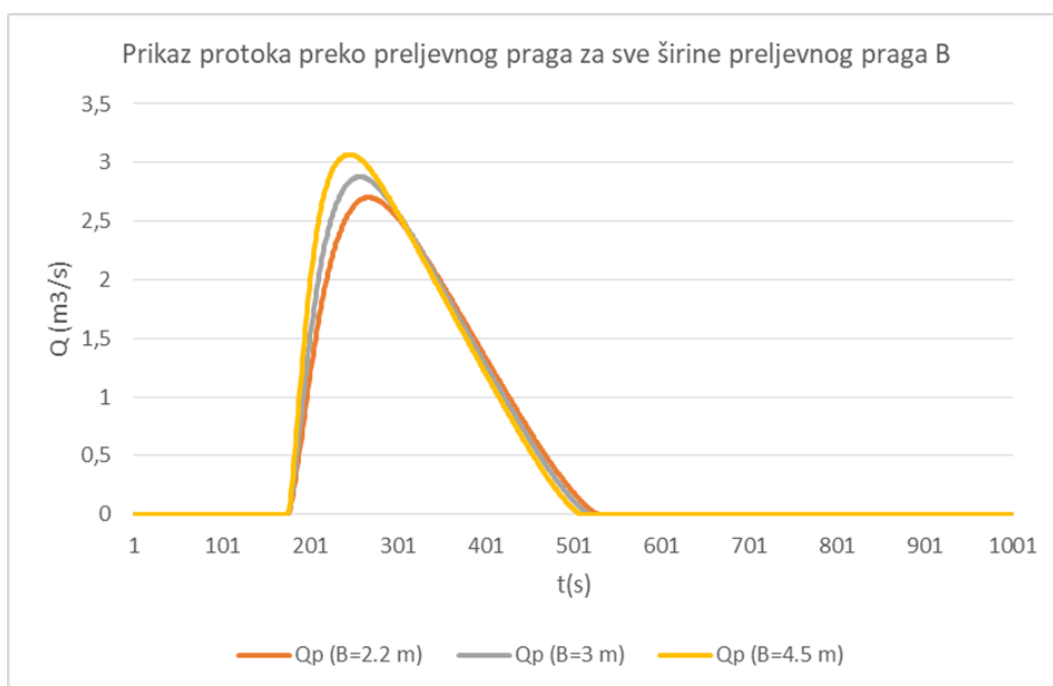
3.3. Dotok  $Q_0$ , protok  $Q_1$  i  $Q_2$ , te prelivni protok  $Q_p$  za  $B=3\text{ m}$  u funkciji vremena  $t$



3.4. Dotok  $Q_0$ , protok  $Q_1$  i  $Q_2$ , te prelivni protok  $Q_p$  za  $B=4,5\text{ m}$  u funkciji vremena  $t$



3.5. Prikaz dotoka za sve širine preljevnog praga



3.6. Prikaz protoka preko preljevnog praga za sve širine preljevnog praga B

#### 4. ZAKLJUČAK

Problematika obrađena u ovom radu odnosi se na otvoreni vodospremnik čija je površina varijabilna u ovisnosti o vodostaju. Iz zadanih vrijednosti površine vodospremnika i dotoka, ovisnog o vremenu, napravljen je proračun protoka kroz cijevi i preljevnog protoka za tri različite širine preljevnog praga. U ovom slučaju:  $B=2.2$  (m),  $B=3.0$  (m) i  $B=4.5$  (m).

Promatrajući ponašanje krivulje, iz dijagrama 3.1., zaključujemo da vodostaj vodospremnika dostiže najvišu vrijednost za najmanju širinu preljevnog praga ( $B=2.2$  (m)).

Kod dijagrama 3.2., 3.3. i 3.4., promatramo ponašanje protoka kroz cijevi, te preljevnog protoka, te dolazimo do zaključka da kod protoka kroz cijevi dolazi do manjih odstupanja s obzirom na duljinu preljevnog praga, dok kod preljevnog protoka, širina preljevnog praga uzrokuje veća odstupanja.

Tako u dijagramu 3.6., primjećujemo da trajanje prelijevanja vode najdulje traje kod preljevnog praga širine  $B=2.2$  (m), zatim kod  $B=3.0$  (m), pa tek onda  $B=4.5$  (m).

## **5. LITERATURA**

(1) D. Bojanić: Osnove vodogradnje (Materijali s predavanja)