Algoritmi za prepoznavanje lica

Nikolić, Kristina

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:340618

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**



Repository / Repozitorij:

Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science







Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike i računarstva

Kristina Nikolić

Algoritmi za prepoznavanje lica

Diplomski rad

Osijek, 2016.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike i računarstva

Kristina Nikolić

Algoritmi za prepoznavanje lica

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Darija Marković
Sumentor: dr. sc. Slobodan Jelić

Osijek, 2016.

Sadržaj

1 UVOD **2**

2 PREPOZNAVANJE LICA **3**
2.1 Općenito o prepoznavanju lica 3
2.2 Povijest algoritama za prepoznavanje lica 3
2.3 Psihološki pristup prepoznavanju lica 4
2.4 Primjena matematike u prepoznavanju lica 5
2.5 Općenito o algoritmima za prepoznavanje lica 6

3 ALGORITMI KOJI KORISTE 2D PRIKAZ **8**
3.1 Općenito o algoritmima koji koriste dvodimenzionalni prikaz 8
3.2 Nixonova metoda 8
3.3 Analiza glavnih komponenti 9
3.4 Linearna diskriminantna analiza 13

4 ALGORITMI KOJI KORISTE 3D PRIKAZ **17**
4.1 Općenito o algoritmima koji koriste trodimenzionalni prikaz 17
4.2 Trodimenzionalno prepoznavanje bez rekonstrukcije lica 17
4.3 Trodimenzionalni model oblika 20
4.4 Trodimenzionalno prepoznavanje bazirano na komponentama 22

5 IMPLEMENTACIJA **24**

6 ZAKLJUČAK **28**

1 UVOD

Zadatak ovog rada bio je opisati i usporediti algoritme za prepoznavanje lica te implementirati algoritam analize glavnih komponenti. Opisano je šest različitih algoritama koji su podijeljeni u dvije glavne kategorije ovisno o tome koriste li za procesiranje dvodimenzionalne ili trodimenzionalne modele lica.

U drugom poglavlju opisan je općeniti pristup prepoznavanju lica s psihološkog i matematičkog stajališta. Ukratko je opisana primjena algoritama za prepoznavanje lica, te općeniti pristup implementaciji algoritama.

Treće poglavlje posvećeno je metodama koje za prepoznavanje lica procesiraju isključivo dvodimenzionalne fotografije. Opisane su tri različita pristupa ovome problemu te su za svaki pristup navedeni primjeri na kojima se testirala uspješnost metode prepoznavanja.

Četvrto poglavlje opisuje metode koje za prepoznavanje koriste trodimenzionalne modele od kojih se generiraju modeli koji se kasnije procesiraju. U ovom poglavlju su također opisane tri metode te dani primjeri na kojima su metode testirane.

U posljednjem poglavlju ovog rada je detaljnije opisan način rada metode analize glavnih komponenti te je dana implementacija metode za MATLAB®.

2 PREPOZNAVANJE LICA

2.1 Općenito o prepoznavanju lica

Prepoznavanje lica oduvijek je imalo važnu ulogu u društvenoj interakciji ljudi. Prepoznavanjem lica čovjek može utvrditi nečiji identitet i emocionalno stanje. Istraživanja [26] su pokazala da čovjek može prepoznati do deset tisuća lica koje je upoznao tijekom života i može identificirati poznata lica u trenu čak i nakon dužeg razdoblja razdvojenosti. Osim toga, prilikom prepoznavanja čovjek može zanemariti otegotne okolnosti poput različitih osvjetljenja, izraza lica, kutova gledanja, promjene frizure ili brade, odnosno, brkova.

Ljudska sposobnost vizualnog procesiranja lica je stoljećima fascinirala mnoge filozofe i znanstvenike. Kroz povijest se pokušalo shvatiti na koji način čovjek prepoznaje osobe kako bi se mogućnost prepoznavanja lica mogla implementirati te kako bi mogla imati još širu primjenu od isključivo društvene interakcije.

U starijim člancima koji govore o algoritmima za prepoznavanje lica ponajviše se govori o važnosti prepoznavanja lica u kriminalističkim istragama te o važnosti prepoznavanja nalazi li se lice na slici prilikom razvijanja fotografija (kako bi se obratila pažnja na boje na slici) [15]. Međutim, napretkom tehnologije i algoritama, pronađene su još mnoge primjene prepoznavanja lica.

Prema [27] i [17] danas se prepoznavanje lica koristi u potrazi za nestalim osobama (aplikacija [29]). Ova primjena potaknuta je činjenicom da u Indiji svakoga sata nestane 14 djece te se, na osnovu usporedbe slike koju korisnici aplikacije uslikaju i slika u bazi, pronalaze nestali. Nadalje, široka primjena uočava se i u pitanjima sigurnosti - razni sustavi mogu na osnovu identifikacije osobe prema licu dati, odnosno, osporiti prava na pristup. Tako se u Kini razvija bankomat koji bi trebao raditi na osnovu prepoznavanja lica, te korisnici ne bi sa sobom trebali imati nikakve dokumente kako bi mogli podići novac. Osim toga, implementiraju se rješenja koja bi se trebala korisiti u obrazovnim ustanovama kako bi se lakše i vjerodostojnije pratili dolasci učenika (studenata) na predavanja i kako bi se osiguralo da osobe koje polažu ispite zaista jesu te osobe. Također, primjena se pronalazi i u identifikaciji ljudi kod izlazaka na izbore. Osim toga, društvene mreže također imaju ugrađenu mogućnost prepoznavanja lica i predlaganja osoba za označivanje na fotografijama koje korisnici postavljaju. Naposlijetku, važno je spomenuti i mogućnost analiziranja video snimki u svrhu prepoznavanja osoba pri čemu računala mogu prepoznati oko 100 osoba u 5-6 sekundi, dok bi čovjeku za isti zadatak moglo trebati i cijeli dan.

Prepoznavanje lica, kao što je do sada navedeno, ima tendenciju još šire primjene u budućnosti. Zbog toga se konstantno radi na razvoju novih rješenja koja bi omogućila što precizniju i pouzdaniju identifikaciju osoba na ovaj način.

2.2 Povijest algoritama za prepoznavanje lica

Prvi algoritmi za prepoznavanje lica pojavili su se 1960ih godina. Pionirom algoritama smatra se Woodrow Wilson Bledsoe [18]. On je, osim važnog utjecaja na samo područje umjetne inteligencije, prepoznavanja teksta i automatiziranog dokazivanja teorema, dao velik doprinos algoritmima za prepoznavanje lica.

Bledsoe je sredinom 1960ih godina, u suradnji s Helen Chan i Charlesom Bissonom, radio na prepoznavanju lica pomoću računala. Budući da su istraživanja radili pod pokroviteljstvom neimenovane agencije koja se bavila umjetnom inteligencijom, kako bi istaživanje bilo održano u tajnosti, objavljen je samo mali dio njihovog rada. Oni su radili na tome da iz velike baze fotografija izdvoji nekoliko fotografija koje su najsličnije zadanoj fotografiji. Uspješnost metode mjerila se u omjeru veličine skupa fotografija odgovora i ukupnog broja fotografija u bazi. Sam Bledsoe kao problem prilikom prepoznavanja fotografija lica naveo je činjenicu da su fotografije iz baze snimljene u jednoj orijetaciji glave i pod jednakim osvjetljenjem. Stoga je ovakav način prepoznavanja lica pokazao veliku ranjivost upravo prema promjenama orijentacija glave i različitim osvjetljenjima.



Slika 2.1: Uređaj GRAFACON (RAND TABLET), preuzeto s [25]

Navedeni algoritam rađen je na način da je naprije čovjek ručno, na GRAFACONu, odnosno, RAND TABLETu (uređaj prikazan na Slici 2.1.), morao odrediti koordinate značajki lica poput centra zjenica, unutarnjih kutova očiju, vanjskih kutova očiju i tome slično. Iz navedenih koordinata, računalo je mjerilo udaljenosti te je potom uspoređivalo dobivene udaljenosti s udaljenostima koje su dobivene na osnovu testnih fotografija. One fotografije koje su zadovoljavale rubno ograničenje u odstupanjima vraćene su kao rezultat prepoznavanja.

Od navedenog poluautomatskog prepoznavanja lica, preko automatizacije prepoznavanja lica, danas se za prepoznavanje lica koriste metode koje koriste trodimenzionalne modele za prepoznavanje. Novije metode pokazuju veću otpornost na različite izraze lica te različita osvjetljenja, frizure i ostalo.

2.3 Psihološki pristup prepoznavanju lica

Kroz povijest, a pogotovo nakon pojave algoritama za prepoznavanje lica i računala koja su mogla prepoznavati lica, brojni psiholozi i neuropsiholozi su pokušavali doći do informacije kako ljudi pamte lica. Mnoga istraživanja bila su kontradiktorna. Primjerice, pojedina istraživanja su pokazala da ljudi bolje prepoznaju lica ukoliko promatraju fotografije snimljene tako da se vidi lice sprijeda, dok su druga istraživanja pokazala da je veći postotak prepoznatih lica koja su snimljena iz poluprofila. Također, neka od istraživanja pokazala su da se lica koja su otprije poznata bolje prepoznaju ukoliko su fotografije snimljene iz poluprofila.

Navedena se istraživanja ne mogu u potpunosti izjednačiti jer se radilo o različitim uvjetima u kojima su snimljene fotografije (različiti kutovi, različiti izrazi lica, poznate i nepoznate osobe) i o različitim testiranim hipotezama. Iz tog razloga, i kako bi došli do točnijih

podataka, Dominique Valentin, Herve Abdi i Betty Edelman su 1997. godine proveli istaživanje [16].

Istraživanje je provedeno na 48 ispitanika. Ispitanici su promatrali fotografije lica njima poznatih i nepoznatih osoba te su dobili uputu da će nakon kratke pauze morati prepoznati lica koja su prethodno promatrali. Nepoznate osobe su bili volonteri koje ispitanici nisu prije susreli, dok su poznate osobe bile volonteri koji su se prethodno susretali s ispitanicima budući da se radilo o studentima i osoblju jednog sveučilišta. Navedenih 48 ispitanika odabrano je na način da su volonteri naveli koji su im od ispitanika najpoznatiji te su ti ispitanici odabrani za provođenje istraživanja.

Fotografije za učenje, koje su ispitanici trebali upamtiti bile su snimljene iz različitih kutova - trećina fotografija snimljena je iz frontalne perspektive, trećina iz poluprofila, te trećina iz perspektive profila. Svakom ispitaniku prikazano je 25 fotografija od kojih se 15 fotografija pojavilo na kasnijem testu prepoznavanja, dok je preostalih 10 fotografija bilo prikazano u svrhu prepoznavanja. Nakon pauze od 10 minuta, ispitanici su testirani s jednakim brojem fotografija njima poznatih i nepoznatih osoba, iz različitih kutova snimanja koji nisu nužno odgovarali kutu snimanja fotografija za učenje.

Istraživanje je pokazalo da je stopa prepoznavanja lica osoba koje su otprije poznate ispitanicima veća od stope prepoznavanja lica osoba koje su im nepoznate. Također, pokazano je da je prepoznavanje lica koja su snimljena iz poluprofila bolje od prepoznavanja lica iz frontalnog snimka i snimka iz profila.

Vođeni ovim rezultatima, Valentin, Abdi i Edelman, su došli do zaključka da su lica pohranjena u pamćenju ljudi iz poluprofila te prilikom prepoznavanja osoba upravo takvi prikazi imaju najvažniji utjecaj.

2.4 Primjena matematike u prepoznavanju lica

Istraživanja kao ono navedeno u prethodnom potpoglavlju pomažu u određivanju važnosti različitih aspekata analiziranja fotografija. Međutim, osim različitih kutova snimanja fotografija lica, koriste se i različiti matematički pristupi kako bi se postigla što veća preciznost u prepoznavanju lica.

Samo prebacivanje logike prepoznavanja lica u algoritamski oblik pretpostavlja da se različitim izračunima pretvori ljudsku pojavu u računalu razumljiv proces koji se može automatizirati.

Algoritmi su se prije ponajviše oslanjali na računanje udaljenosti među pojedinim karakterističnim točkama lica. Karakterističnim točkama lica smatraju se zjenice, kutovi očiju, vrh nosa, kutovi usana, i tome slično. Navedene točke najprije su bile određivane ručno, a kasnije se različitim metodama određivanje tih točaka automatiziralo.

Računanje udaljenosti se izvodilo na različite načine - moguće je računati udaljenost između dvije karakteristične točke na fotografiji bez uzimanja u obzir dubine fotografije, odnosno kontura lica. Nadalje, uzimale su se u obzir sjene na fotografiji te na osnovu njih

računale udaljenosti i dubine kontura lica. Udaljenosti su se računale metodom triangulacije, gdje su se "iscrtavali" raznostranični trokuti koji u trodimenzionalnom prostoru predstavljaju jednakostranične trokute.

Dobivene udaljenosti prikazivane se kao nizovi brojeva za svaku fotografiju lica koja je bila u fotografijama za učenje. Prilikom procesa prepoznavanja, slika koja se treba prepoznati procesira se na jednak način na koji su procesirane fotografije za učenje. Novodobiveni niz brojeva uspoređivao se s nizovima dobivenim prilikom učenja.

Osim računanja udaljenosti između karakterističnih točaka, novije matematičke metode se koriste i na način da se uspoređuju pojedinačni pikseli i prosječne vrijednosti boja svakog piksela. Dobiveni podaci se pohranjuju u matrice te se potom računaju svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori, kao, primjerice u metodi analize glavnih komponenata (eng. *Principal Component Analysis* - PCA), koja će biti kasnije detaljnije objašnjena.

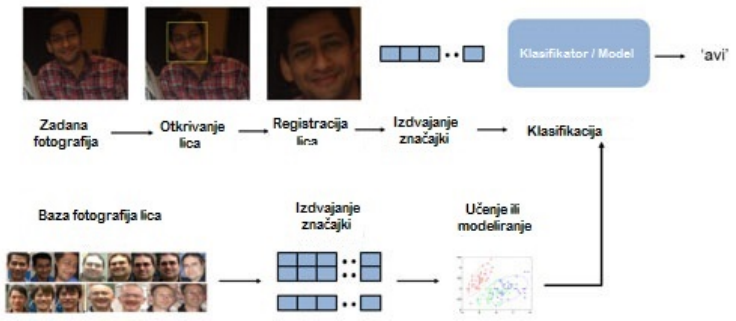
2.5 Općenito o algoritmima za prepoznavanje lica

Većina algoritama za prepoznavanje lica napravljena je tako da koristi strojno učenje (eng. *machine learning*). Proces strojnog učenja svodi se na to da se računalu naprije daju podaci za učenje, u slučaju prepoznavanja lica, radi se o fotografijama lica. Potom se ti podaci procesiraju i pohranjuju u bazu podataka. U procesu testiranja, nastavlja se i proces učenja na način da se novodobiveni podaci pohranjuju u bazu i samim time se baza proširuje i dobivaju se precizniji podaci.

Kod procesiranja fotografija za prepoznavanje lica postoje tri osnovna koraka:

- izdvajanje lica iz okoline (pomoću poluautomatskih ili potpuno automatskih metoda)
- određivanje karakterističnih točaka lica (pomoću poluautomatskih ili potpuno automatskih metoda)
- procesiranje lica i pohranjivanje podataka (u procesu učenja), to jest, uspoređivanje podataka s podacima dobivenim učenjem (u procesu prepoznavanja)

Na Slici 2.2. prikazan je osnovni postupak prepoznavanja lica.



Slika 2.2: Koraci u računalnom prepoznavanju lica, preuzeto s [23]

Algoritme možemo grubo podijeliti na one koji koriste dvodimenzionalni prikaz te iz njega izdvajaju karakteristične točke i udaljenosti među njima, te one koji koriste trodimenzionalni prikaz, odnosno, trodimenzionalne modele za prepoznavanje. Osim navedenih, postoje još i metode koje se koriste video snimkama kako bi dobile što bolji prikaz, a samim time i veću preciznost i otpornost na najčešće probleme koji se javljaju prilikom računalnog prepoznavanja lica - različito osvjetljenje i različiti izrazi lica.

Budući da velik broj ljudi radi na pronalasku najboljeg algoritma za prepoznavanje lica, u upotrebi se nalaze baze fotografija koje se mogu koristiti za proces učenja stroja. Baze se međusobno razlikuju po broju fotografija, broju osoba koje su snimljene, kutovima iz kojih je snimano, broju fotografija po osobi, po činjenici jesu li sve fotografije snimljene u istim uvjetima i s istim izrazima lica, i tako dalje.

Jedna od najpoznatijih baza fotografija je FERET baza. Ona u sebi sadrži velik broj fotografija koje su snimali različiti razvojni inženjeri algoritama za prepoznavanje lica te stoga pokriva mnoge uvjete i okolnosti snimanja (14,126 fotografija 1199 osoba). Nadalje, *Yale face database*, sadrži 165 fotografija 15 osoba snimljenih u kontroliranim uvjetima, po 11 fotografija po osobi (različiti kutovi snimanja, različita osvjetljenja i različiti izrazi lica). Također, postoje razne baze fotografija osoba određenih nacionalnosti (Iran, Indija, Kina, europske zemlje, i slično) koje se međusobno razlikuju po broju fotografija, broju osoba i uvjetima snimanja.

Istraživači, kao što će biti kasnije navedeno, prema vlastitim preferencijama odlučuju koje će baze koristiti za proces učenja računala i hoće li koristiti već postojeće baze ili će napraviti vlastitu.

3 ALGORITMI KOJI KORISTE 2D PRIKAZ

3.1 Općenito o algoritmima koji koriste dvodimenzionalni prikaz

Algoritmi koji koriste dvodimenzionalni prikaz rade na principu da na određeni način procesiraju dvodimenzionalne fotografije koje se zadaju kao trening skup fotografija. Budući da se radi o različitim metodama, svaka od njih ima drugačiji pristup ovom problemu. Potom, ovisno o metodi, odabire se način na koji će se procesirani podaci spremati i uspoređivati. Prilikom prepoznavanja fotografije lica, fotografija koju želimo svrstati u određenu kategoriju se procesira jednako kao trening skup podataka. Nakon toga se pristupom svojstvenim izabranoj metodi lice klasificira kao poznato ili nepoznato i prepoznaje se kao neko od lica iz veće baze podataka čiji je podskup bio trening skup podataka.

U ovom poglavlju bit će opisan pristup koji koriste dvodimenzionalne metode: Nixonova metoda, analiza glavnih komponenti (eng. *Principal Component Analysis*) i linearna diskriminantna analiza (eng. *Linear Discriminant Analysis*). Nakon opisa svake pojedinačne metode, bit će dani primjeri kojima su istraživači testirali uspješnost metoda te rezultati njihovih tesitranja.

3.2 Nixonova metoda

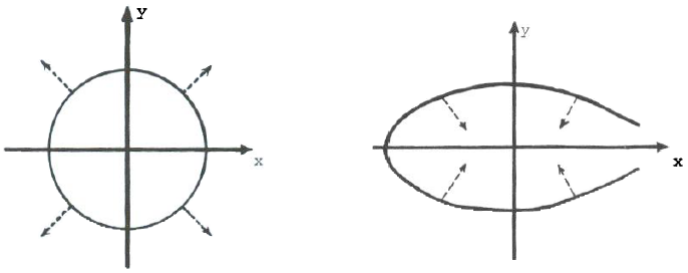
Jedna od prvih metoda koje su koristile automatizirani pristup za određivanje karakterističnih točaka lica je Nixonova metoda. Istraživač, Mark Nixon, sredinom 1980ih predstavio je metodu za prepoznavanje lica koja se temeljila na izračunu razmaka između očiju. Nixona je na postavljanje ove metode potakla činjenica da geometrijske veličine imaju važan utjecaj na prepoznavanje lica kod samih ljudi.

Za ovu metodu odabran je upravo razmak među očima jer je Nixon smatrao da od 21 značajne točke lica (među kojima se nalaze dužina i stršenje ušiju, debljina usana, odvojenost očiju, i tako dalje), može najlakše implementirati automatizirano prepoznavanje očiju. Također, u prilog ovome išla je i činjenica da se prikaz očiju ne mijenja u velikoj mjeri prilikom različitih izraza lica.

Kako bi se provela ova metoda, najprije je potrebno izdvojiti područje fotografije na kojemu bi trebale biti locirane oči. Za prepoznavanje lica pomoću očiju, najbitnije su šarenica i bjeloočnica. Otkrivanje šarenice na fotografiji je u to vrijeme bio jedan od jednostavnijih zadataka upravo zbog kružnog oblika šarenice. Problem je mogao nastati u slučaju kada su na fotografiji zatvorene oči ili kada se šarenica nalazi na takvoj poziciji na slici da ju je nemoguće otkriti. Druga bitna značajka kod prepoznavanje lica pomoću očiju je bjeloočnica. Bjeloočnica oblikom podsjeća na elipsu i locira se lako pomoću pozicije obrva. Upravo zbog toga, omogućeno je otkrivanje pozicije očiju čak i kada su one zatvorene.

Kako bi se moglo provesti pronalaženje pozicije očiju na licu, promatra se gradijent fotografije (budući da su fotografije tada bile crno-bijele, promatrala se nijansa sive). Primjerice, za šarenice je poznato da se oko njih nalazi svjetlija podloga te se tako lakše mogu otkriti. S druge strane, za bjeloočnicu je poznato da ona ima svjetliju podlogu u odnosu na svoju okolinu. Na Slici 3.1. vidi se očekivani položaj svjetlijeg gradijenta kod šarenice i kod bjeloočnice. Osim gradijenta, potrebno je promotriti i kut rotacije fotografije kako bi se potvrdilo

da se zaista radi o navedenim značajkama lica.



Slika 3.1: Položaj svjetlijeg gradijenta za šarenicu i bjeloočnicu, preuzeto s [12]

Prilikom implementacije ove metode, najprije je potrebno odrediti područja različitog gradijenta. Fotografija se prikazuje pomoću četiri vrijednosti svjetline - područje na koje je direktno pozicioniran izvor svjetlosti (pod kutom od 0° do 90°), svijelo sivo područje ($90° - 180°$), tamno sivo područje ($180° - 270°$) i vrlo tamno područje ($270° - 360°$). Zatim se procedura traženja očiju ograničava isključivo na polovinu fotografije u kojem oči trebaju biti pronađene. Primjer rezultirajuće fotografije, nakon promjene nastale zbog različitih vrijednosti svjetlina, prikazana je na Slici 3.2.

Testiranje rada ove metode provedeno je na skupu fotografija šest pojedinaca. Svaka fotografija snimljena je pod jednakim osvjetljenjem te je snimljeno po dvije fotografije svakog pojedinca (jedna s otvorenim i druga sa zatvorenim očima). Eksperiment je pokazao da se pozicioniranje bjeloočnica pomoću obrva ne ponaša uvijek u skladu s očekivanim, posebice ako su obrve podignute. U tom slučaju se bjeloočnica pogrešno locira u području obrva. Međutim, budući da je na taj način moguće s boljom točnošću detektirati poziciju očiju, navedeni način lociranja očiju nije odbačen.



Slika 3.2: Područja različite svjetline na fotografiji lica, preuzeto s [12]

Nažalost, nisu dani točni podaci o postotku točnosti prepoznavanja za Nixonovu metodu prepoznavanja lica, ali se došlo do zaključka da se ova metoda može koristiti za prepoznavanje.

3.3 Analiza glavnih komponenti

Analiza glavnih komponenti (eng. *Principal Component Analysis*), ili kraće PCA, je metoda koja se bazira na dvodimenzionalnom problemu prepoznavanja koristeći činjenicu da

se lica obično promatraju iz frontalne perspektive te da mogu biti opisana malim skupom dvodimenzionalnih karakterističnih točaka. Budući da su istraživači i autori ove metode, Matthew Turk i Alex Pentland, znali da za prepoznavanje lica nije dovoljno samo pronaći karakteristične točke i izmjeriti udaljenosti, oni su osmislili drugačiji pristup.

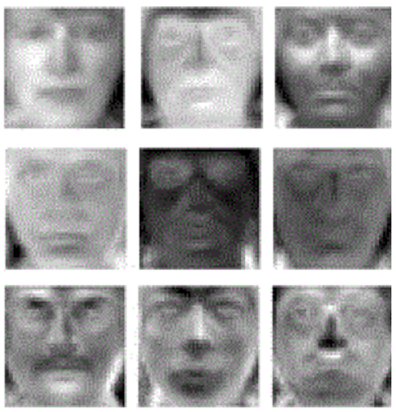
Turk i Pentland [15] su otkrili da metoda kodiranja i dekodiranja fotografija lica može dati uvid u informacijski sadržaj fotografija lica, naglašavajući pritom karakteristične lokalne i globalne značajke lica. Pritom su pokazali da navedene značajke mogu, ali i ne moraju nužno odgovarati onim značajkama koje intuitivno smatramo karakterističnim točkama lica (oči, nos, usne, i tako dalje).

Ono što su Turk i Pentland zapravo napravili je sljedeće: oni su izdvojili informacije na fotografiji lica i na neki način uhvatili varijaciju u kolekciji fotografija, neovisno o ijednoj prosudbi toga što je zapravo karakteristična točka lica. Potom su tu informaciju kodirali i kasnije ju iskoristili za usporedbu individualnih fotografija lica.

Najprije su analizirali fotografije za učenje te su iz njih odredili jedinstven način kodiranja lica. Zatim su te podatke pohranili u bazu kodiranih lica i njih koristili za daljnje izračune.

Matematički govoreći, fotografija je tretirana kao točka (ili vektor) u visokodimenzionalnom prostoru. Promatrajući kovarijacijske matrice skupa fotografija lica, traže se svojstveni vektori navedene matrice. Svojstveni vektori su poredani na način da je svaki izračunat za različitu količinu varijacija na fotografiji lica te su zatim poredani prema opadajućem poretku odgovarajućih svojstvenih vrijednosti.

Skup svih svojstvenih vektora može biti smatran skupovima značajki koje zajedno karakteriziraju varijaciju između fotografija lica. Svojstvene vektore ove vrste Turk i Pentland nazvali su *svojstvena lica* (eng. *eigenfaces*). Pokazalo se da svako lica ima devijaciju od uniformno sivog jer su određene značajke drugačije od skupa trening lica. Na Slici 3.3. prikazan je jedan skup svojstvenih lica.



Slika 3.3: *Svojstvena lica* (eng. *eigenfaces*), preuzeto s [22]

Turk i Pentland su svako lice prikazali kao linearnu kombinaciju svojstvenih lica. Također, pokazalo se da, ako se koriste samo ona svojstvena lica koja imaju najveće svojstvene vrijednosti i pritom najviše utječu na diskriminiranje unutar skupa fotografija lica, da se

tada dobiva aproksimirana fotografija lica. Zbog toga se uzima najboljih M svojstvenih lica koji čine ljusku M-dimenzionalnog potprostora svih mogućih fotografija lica, takozvanog *prostora lica* (eng. *face space*).

Rad Turka i Pentlanda motivirala je tehnika kompresije fotografija koju su razvili Sirovich i Kriby (1987.) [15]. Njihova tehnika sastojala se od toga da su računali najbolji koordinatni sustav za kompresiju, te su tvrdili da svaka kolekcija fotografija može biti aproksimativno rekonstruirana pohranjivanjem male kolekcije težina za svako lice i malog skupa *svojstvenih fotografija*. Težine o kojima su govorili dobivene su projiciranjem fotografije lica na svojstvenu fotografiju.

Poučeni time, Turk i Pentland, su došli do zaključka da je efikasniji način za učenje i prepoznavanje lica konstruiranje svojstvenih lica iskustvom kroz vrijeme i prepoznavanjem određenih lica uspoređivanjem težina značajki potrebnih za aproksimativnu rekonstrukciju lica pomoću poznatih individualnih težina. Koristeći navedeno dobiva se puno kompaktnija reprezentacija u usporedbi sa samim slikama.

Postupak provođenja metode PCA je sljedeći. Pretpostavimo da je trening skup fotografija zadan kao $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_K$. Najprije je potrebno izračunati prosječnu vrijednost za svaki piksel fotografije (*prosječno lice*):

$$\Psi = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{K} \Gamma_n.$$

Svako lice se od prosječnog razlikuje za vektor:

$$\Phi_i = \Gamma_i - \Psi.$$

Nakon toga se računa kovarijacijska matrica po formuli : $C = \Phi^T \cdot \Phi$ te se zatim računaju svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori kovarijacijske matrice. Uzima se određeni broj svojstvenih vektora (oni koji odgovaraju najvećim svojstvenim vrijedostima) i njih se nazove svojstvenim licima. Dobivena svojstvena lica se normaliziraju i pohranjuju u matricu w na način da je prvi stupac matrice normalizirani svojstveni vektor koji odgovara najvećoj svojstvenoj vrijednosti, a svaki idući stupac odgovara normaliziranom svojstvenim vektoru sljedeće svojstvene vrijednosti u padajućem poretku. Matrica w (takozvani *prostor lica*) stoga ima onoliko stupaca koliko je uzeto svojstvenih lica i onoliko redaka koliko ima piksela u svakoj fotografiji iz trening skupa fotografija.

Dobivena matrica w koristi se za projiciranje fotografija iz skupa fotografija za učenje. Skup fotografija za učenje se dijeli u klase na način da svaka klasa sadrži fotografije jednog pojedinca. Projiciranje se radi na način da se za svaku fotografiju iz klase izračuna razlika vrijednosti piksela fotografije i prosječnog lica. Dobivene vrijednosti ponovo se pohranjuju u matricu na način da svaki stupac matrice predstavlja jedan vektor razlike. Takva matrica koristi se za projekciju na sljedeći način:

$$pcaProj = w^T * subtractionMatrix$$

Matrica *pcaProj* dobivena gornjim izračunom u svakom vektor stupcu sadrži koeficijente linearne kombinacije kojom se može dobiti projicirana fotografija iz skupa podataka za učenje. Nakon toga izračunava se prosječna vrijednost svakog koeficijenta te se dobivene

vrijednosti pohranjuju u vektor stupac kojim se predstavlja aproksimirano lice klase fotografija jednog pojedinca iz skupa fotografija za učenje. Postupak se ponavlja za svaku klasu fotografija u skupu fotografija za učenje.

Kada želimo odrediti kojoj klasi pojedinaca pripada fotografija koju želimo prepoznati, postupak se ponavlja za fotografiju nepoznatog lica: od nepoznatog lica oduzima se prosječno lice, dobivena vrijednost projicira se na prostor lica te se na taj način dobiva vektor koeficijenata koji se koriste u linearnoj kombinaciji prilikom aproksimiranja nepoznate fotografije. Nadalje, računa se udaljenost između dobivenog vektora koeficijenata i prosječnih vrijednosti vektora koeficijenata svake klase fotografija pojedinaca iz skupa fotografija za učenje. Moguće je odrediti maksimalnu dopustivu udaljenost od prostora lica i ako sve dobivene udaljenosti veće od maksimalne dopustive udaljenosti, fotografiju koju smo željeli prepoznati možemo smatrati nepoznatim licem.

Ako vektor koeficijenata ima velika odstupanja od svih vektora reprezentanata klasa pojedinaca, može se zaključiti da je fotografija daleko od prostora lica. To znači da se na fotografiji vjerojatno niti ne nalazi lice.

Opcionalno, možemo ažurirati svojstvena lica, te ako se uoči da se isto nepoznato lice pojavilo više puta, može se izračunati njegov vektor koeficijenata linearne kombinacije i pohraniti ga kao poznato lice.

Prema tome, postupak provođenja metode PCA možemo prikazati kroz nekoliko točaka:

1. Inicijalizacija:
    - računanje prosječnih vrijednosti svakog piksela trening skupa fotografija (prosječno lice)
    - računanje razlika između svake fotografije trening skupa fotografija i prosječnog lica, te pohranjivanje dobivenih razlika u matricu Φ
    - računanje matrice $C = \Phi^T \cdot \Phi$
    - određivanje svojstvenih lica i prostora lica
2. Učenje:
    - projiciranje fotografija za učenje na prostor lica
    - računanje vektora težina za svaku fotografiju svake klase pojedinaca
    - računanje prosječnih težina za svakog pojedinca
3. Testiranje:
    - projiciranje fotografije koju želimo prepoznati na prostor lica
    - računanje vektora težina za fotografiju koju želimo prepoznati
    - računanje udaljenosti do svake klase
    - svrstavanje nepoznate fotografije u najbližu klasu
    - (opcionalno) ažuriranje prostora lica

Istraživači, Turk i Pentland, su u svom radu opisali primjere na kojima su testirali svoju metodu prepoznavanja lica. Pokazalo se da, u slučaju kada se uzme beskonačna maksimalna dopustiva udaljenost od prostora lica, PCA pokazuje točnost od 96% s obzirom na različite uvjete osvjetljenja, 85% s obzirom na različite orijentacije glave i 64% s obzirom na različite veličine lica. Tada su sva lica označena kao prepoznata. U slučaju kada se uzme maksimalna dopustiva udaljenost takva da budu prihvaćene samo fotografije bliske klasama lica, za dobivanje sto postotne točnosti u fotografijama klasificiranim kao prepoznatim, postotak neidentificiranih lica porastao je do 19% za razlike u osvjetljenju, 39% za razlike u orijentaciji i 60% za razlike u veličini.

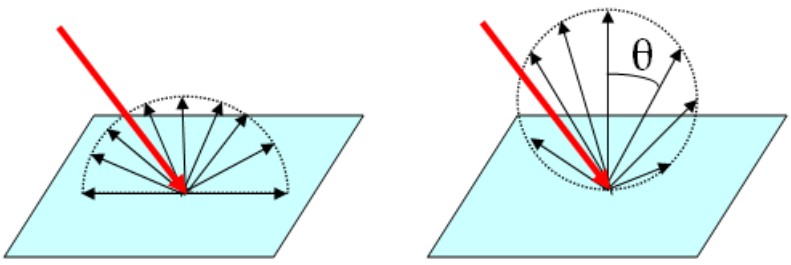
Osim navedenog istraživanje, i drugi istraživači [6] su provodili istraživanja koja su uključivala ispitivanje stope pogotka PCA metode. Tako je, u radu [1], izračunata stopa pogotka u L2 metrici od 72.80% kada se koriste fotografije iz FERET baze podataka s neutralnim ili nekim drugim izrazom lica, dok su stope pogotka 4.64% kada se koriste fotografije iz FERET baze podataka gdje su fotografije takve da su snimane u značajno različitim uvjetima osvjetljenja. U istom radu, opisane su i stope pogotka kada se za računanje udaljenosti koristi L1 metrika. Tada prva navedena stopa pogotka raste na 80.42%, dok druga raste do 20.62%.

3.4 Linearna diskriminantna analiza

Za opis ove metode najprije se moramo upoznati s par pojmova.

Definicija 1. *Lambertijanska površina* je površina koja reflektira zraku svjetlosti jednako u svim smjerovima.

U prirodi ne postoji lambertijanska površina, ali često se uspoređuje s matiranim bijelim papirom u koji upremo izvor svjetlosti pod kutom od 90° ili kutom vrlo bliskim tome kutu. Tada dobijemo dojam da cijela površina papira svijetli. Na Slici 3.4. prikazan je način na koji lambertijanska površina reflektira svjetlost.



Slika 3.4: Lambertijanska površina, preuzeto s [24]

Drugi pojam potreban za razumjevanje ove metode prepoznavanja lica je Fisherova linearna diskriminanta.

Definicija 2. *Fisherova linearna diskirminanta* je klasifikacijska metoda koja projicira podatak iz visokodimenzionalnog prostora na liniju i izvršava klasifikaciju na jednodimenzionalnom prostoru. Projekcija maksimizira udaljenost između srednjih vrijednosti dviju klasa pri

čemu minimizira varijance unutar klasa. Taj prinicip se naziva *Fisherov kriterij*, pri čemu se maksimizira

$$J(w) = \frac{\|m_1 - m_2\|^2}{s_1^2 + s_2^2}$$

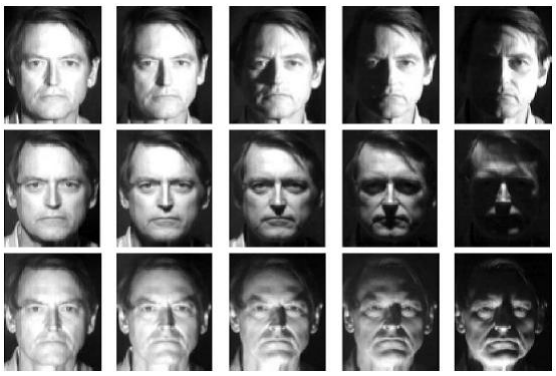
gdje je m_i srednja vrijednost, a s_i^2 varijanca unutar svake od dviju klasa.

Linearnu diskriminantnu analizu (eng. *Linear Discriminant Analysis*), ili kraće LDA, predstavili su Peter N. Belhumeur, João P. Hespanha i David J. Kriegman. Oni su napravili usporedbu rezultata dobivenih pomoću triju već postojećih metoda (od kojih je jedna bila PCA) i metode koju su svojim radom [2] predstavili. Za usporedbu su koristili dvije baze, od kojih je jedna imala 500, a druga 176 fotografija.

Ova metoda koristi sličan pristup kao prethodno opisana metoda PCA, međutim, LDA, koristi neke od pogodnosti lambertijanske površine i bazirana je na Fisherovoj linearnoj diskriminanti. Zbog toga, LDA metoda kreira dobro separirane klase u niskodimenzionalnom prostoru čak i s velikim odstupanjima osvjetljenja i izraza lica. Pritom se pod odstupanjima osvjetljenja smatraju, ne samo odstupanja u intenzitetu osvjetljenja, nego i odstupanja u smjeru postavljanja izvora svjetlosti i odstupanja u broju izvora svjetlosti.

Ova metoda, nekad nazivana i *Fisherova lica* maksimizira omjer rasipanja između klasa i rasipanja unutar klase. Ona je nastala povodom zaključka do kojeg su došli Moses, Adini i Ullman [11], koji glasi:
"Razlika između fotografija istog lica pod različitim uvjetima osvjetljenja i kutovima gledanja je gotovo uvijek veća od razlike između fotografija različitih lica."

Razlika između različitih osvjetljenja jednog lica prikazana je na Slici 3.5.



Slika 3.5: Utjecaj različitog osvjetljenja na fotografijama istog lica, preuzeto s [2]

Budući u prirodi ne postoji lambertijanska površina, tako ni lice nije površina te vrste. Zbog toga se ne može očekivati da će razlike u osvjetljenju davati linearnu zavisnost između piksela fotografija istog lica snimljenih u različitim uvjetima osvjetljenja. Međutim, projiciranjem fotografija na prostor niske dimenzije zadržava se dio tražene linearnosti.

Nadalje, Fisherova linearna diskriminanta omogućava kreiranje klasa na način da je omjer rasipanja između različitih klasa i rasipanja unutar jedne klase maksimalan. To svojstvo iskorišteno je za odabir vektora Fisherovih lica, koji odgovaraju vektorima svojstvenih lica PCA

metode. Kako je ova metoda na neki način izvedenica metode PCA, navedene dvije metode se podudaraju u preostalom postupku.

Za istraživanje koje su proveli autori ove metode bile su potrebne posebne baze podataka. Jedna od baza korištenih u istraživanju bila je Baza iz Harvardovog laboratorija za robotiku. Istraživači su odabrali 225 fotografija 5 pojedinaca iz navedene baze i podijelili ih u 5 podskupova na sljedeći način:

1. 30 fotografija snimljenih s osvjetljenjem postavljenim 15° stupnjeva od osi kamere
2. 45 fotografija snimljenih s osvjetljenjem postavljenim 30° stupnjeva od osi kamere
3. 65 fotografija snimljenih s osvjetljenjem postavljenim 45° stupnjeva od osi kamere
4. 85 fotografija snimljenih s osvjetljenjem postavljenim 60° stupnjeva od osi kamere
5. 105 fotografija snimljenih s osvjetljenjem postavljenim 75° stupnjeva od osi kamere

Sve fotografije isječene su na način da se izdvoji samo lice. Za metodu PCA korišteno je 10 svojstvenih vektora koji odgovaraju svojstvenim vrijednostima koji su u rasponu od četvrte do četrnaeste najveće budući da se pokazalo da se prve tri komponente razlikuju isključivo u osvjetljenju. Korišteno je 30 fotografija za trening skup fotografija.

Korištenjem ove baze provedena su 2 podistraživanja. U prvom podistraživanju za trening skup fotografija korištene su fotografije iz podskupa 1, a za testiranje fotografije iz podskupova 1, 2 i 3. U drugom podistraživanju su za trening skup podataka korištene fotografije iz podskupova 1 i 5, dok su za testiranje korištene fotografije iz podskupova 2, 3 i 4.

Oba podistraživanja su pokazala da su sve metode jako precizne u slučaju kada je osvjetljenje gotovo frontalno. Također, pokazalo se da metoda PCA pokazuje puno veću točnost nakon izbacivanja prvih triju svojstvenih vektora koji su odgovarali najvećim svojstvenim vrijednostima. Dodatno, pokazano je da je jedna od metoda (ona koja se oslanjala na to da je lice lambertijanska površina) radila gotovo jednako dobro kao metoda LDA no zahtjevala je tri puta više informacija i izvršavala se tri puta duže.

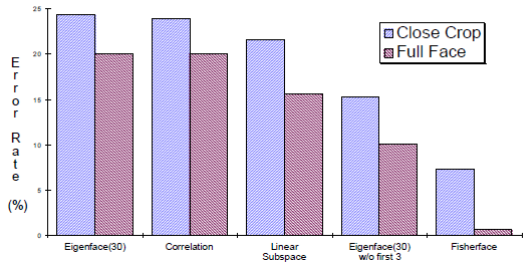


Slika 3.6: Yale baza podataka za jednu osobu, preuzeto s [21]

Drugi pokus proveden je s bazom podataka sa sveučilišta Yale. U bazi su se nalazile fotografije 16 muških i ženskih pojedinaca, od svakoga po 10 fotografija snimljenih sa ili bez naočala ispred neutralne pozadine. Prva fotografija snimljena je s naočalama, neutralnim izrazom lica i prirodnim svjetlom. Druga fotografija bila je bez naočala ili s posuđenim naočalama, neutralnim izrazom lica i prirodnim osvjetljenjem. Fotografije 3-5 snimljene su s neutralnim izrazima lica i različitim osvjetljenjima, dok je preostalih 5 fotografija snimljeno

pod prirodnim osvjetljenjem s različitim izrazima lica (sretno, tužno, namigivanje, pospano i iznenađeno). Primjer skupa fotografija jednog individualca prikazan je na Slici 3.6.

Fotografije su ručno centrirane i isječene u dvije različite skale te su se ovisno o tome provela dva podistraživanja. U jednom je korišteno cijelo lice i mali dio pozadine, dok su u drugom slučaju fotografije isječene tako da se vide samo obrve, oči, nos, usta i brada, ali ne i preostale konture lica. Jednako kao i u prethodno opisanom istraživanju, provedeno je istraživanje s najboljih 10 svojstvenih vektora u metodi PCA te s najboljih 10 kada se preskoče prve tri najveće svojstvene vrijednosti.



Slika 3.7: Rezultati istraživanja (baza podatka sveučilišta Yale, korišteno je 30 trening fotografija), preuzeto s [2]

Rezultati istraživanja dani su na Slici 3.7. Jasno se vidi da su sve metode dale bolje razultate u slučajevima kada se koristila cijela slika lica s malim dijelom pozadine. Također, kao i u prvom istraživanju, PCA metoda je dala bolje rezultate u slučaju kada su se preskočila tri svojstvena vektora koji odgovaraju najvećim svojstvenim vrijednostima. Osim toga, vidljivo je znatno smanjenje postotka greške u metodi Fisherovih lica u podistraživanju kada je korišteno cijelo lice u usporedbi sa onim gdje je korišteno isječeno lice - postotak greške se smanjio s 7.3% na 0.6%.

Ovim je pokazano da metoda LDA dobro podnosi izmjene osvjetljenja i izraza lica, te da je preciznija od metode PCA.

4 ALGORITMI KOJI KORISTE 3D PRIKAZ

4.1 Općenito o algoritmima koji koriste trodimenzionalni prikaz

Početkom 2000ih godina pojavili su se algoritmi za prepoznavanje lica koji koriste trodimenzionalni prikaz. Potreba za njima nastala je iz razloga što su algoritmi koji koriste dvodimenzionalne metode za prepoznavanje lica u pravilu osjetljivi na različite uvjete osvjetljenja, položaje glave, izraze lica i korištenje dekorativne kozmetike.

Pokazalo se da algoritmi koji koriste trodimenzionalni prikaz pokazuju otpornost prema varijacijama u bojama, osvjetljenju, korištenju kozmetike i izdvajanju lica od pozadine. Algoritmi u današnje vrijeme sve više teže trodimenzionalnom prikazu upravo zbog njegovih prednosti.

Razlika između algoritama koji koriste dvodimenzionalni ili trodimenzionalni prikaz je zapravo samo u početnom procesiranju fotografija lica. Kasniji postupak procesiranja fotografije je sličan, računaju se određene udaljenosti, pohranjuju u vektore ili matrice te se određuje koji reprezentant najbolje odgovara fotografiji koju je potrebno prepoznati.

Algoritme koji koriste trodimenzionalni prikaz koriste i velike kompanije poput *facebook*-a [20]. Oni, također, koriste strojno učenje čime svakodnevno poboljšavaju uspješnost algoritma. Točnost algoritma koji se ondje koristi je 97.35% što je zapravo jako precizno uzme li se u obzir činjenica da su fotografije na *facebook*-u snimljene u vrlo različitim uvjetima.

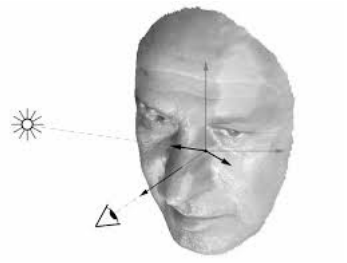
U ovom poglavlju bit će ukratko predstavljene neke od metoda koje koriste trodimenzionalni prikaz za prepoznavanje lica. Predstavljene metode su: prepoznavanje bez rekonstrukcije lica, trodimenzionalni model oblika (*3D Morphable Model*) te prepoznavanje koje je bazirano na komponentama.

4.2 Trodimenzionalno prepoznavanje bez rekonstrukcije lica

Ova metoda, predstavljena je 2003. godine [5]. Kao što i njeno ime govori, služi se trodimenzionalnim prepoznavanjem bez rekonstrukcije lica. Zbog toga je najprije potrebno odrediti strukturu lica osobe koju želimo prepoznati. Pritom nije potrebno napraviti potpunu rekonstrukciju lica i zbog toga se smanjuje broj mogućih grešaka i reducira se potrebna računalna snaga za izvršavanje metode. Dva su najvažnija načina kako se može odrediti struktura lica - osvjetljavanje pomoću više izvora svjetlosti (eng. *photometric stereo*) i, takozvano, strukturirano svjetlo (eng. *structured light*).

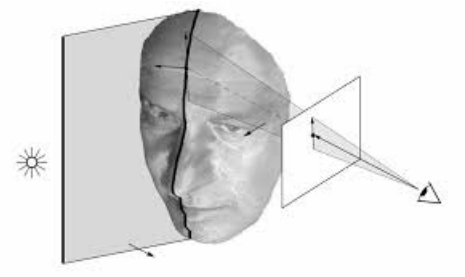
Prva metoda pretpostavlja da je lice lambertijanska površina i sastoji se od snimanja lica u različitim uvjetima osvjetljenja i izdvajanja trodimenzionalne geometrije lica. Pretpostavlja se da se lice promatra iz dane pozicije na z-osi i da svjetlost dolazi iz zraka paralelnih s zrakom kraj koje je označen izvor svjetlosti kao što je prikazano na Slici 4.1. Može se pokazati da su, pod danim uvjetima, dovoljna tri različita osvjetljenja za određivanje strukture lica.

Druga metoda je metoda strukturiranog svjetla koja se svodi na određivanje strukture lica pomoću rubova sjena na dvodimenzionalnom prikazu. Na Slici 4.2. prikazan je odnos



Slika 4.1: Osvjetljavanje s više izvora svjetlosti, preuzeto s [5]

između površine sjene i lokalnog smjera trake granice osvjetljenja. Potom je potrebno napraviti identičnu fotografiju s rotacijom izvora svjetlosti relativno u odnosu na prvi izvor svjetlosti. Pomoću navedenog mogu se izračunati drugi tangencijalni vektori i normala prostora. Primjenom ovih metoda, izračunima koji zbog složenosti nisu uključeni u opseg ovog rada, dobiva se aproksimacija lica kao što je prikazana na Slici 4.3.



Slika 4.2: Metoda strukturiranog svjetla, preuzeto s [5]

Iako ljudsko lice može napraviti mnoge različite izraze te oni rade promjene na licu, izrazi lica se mogu opisivati izometrijskim transfomacijama jer čuvaju metriku lica. Zahtjev ove metode je pronaći reprezentaciju koja je jednaka za sve izometrijske površine (eng. *isometric sufraces*). Pritom, za dvije površine X i X' kažemo da su *izometrijske površine* ako postoji glatko preslikavanje $f : X \to X'$ koje provršinu X preslikava u površinu X' pri čemu se zadržava oblik i duljina površine X. Mnogi znanstvenici su tražili način kako to postići te su naposlijetku Elad i Kimmel [7] predstavili efikasni alogritam koji je korišten u ovoj metodi.

Pretpostavlja se da je zadana poliedarska aproksimacija površine lica koja se može zamisliti kao uzimanje konačnog uzorka iz beskonačnog skupa točaka površine. Potom se vrši diskretizacija udaljenosti među dobivenim točkama. Dobivene udaljenosti pohranjuju se u matricu koja je invarijantna na izometrijske deformacije površine, ali nije jedinstvena reprezentacija skupa izometrijskih površina budući da ovisi o poretku uzetih točaka. Svaki element matrice računa se po formuli:

$$\delta_{ij} = \delta(p_i, p_j),$$

gdje su p_i, p_j dvije točke površine.

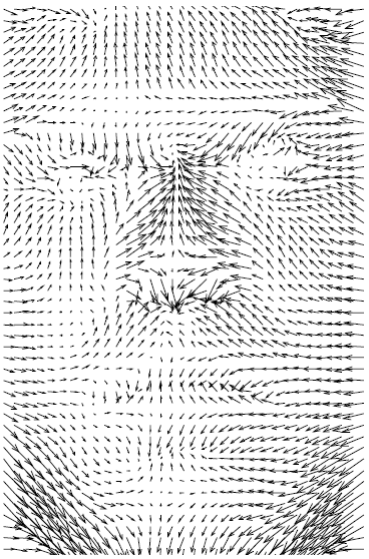
Tretiraju li se udaljenosti kao razlike među licima, može se primjeniti tehnika redukcije dimenzija kako bi se površina projicirala na niskodimenzionalni euklidski prostor. To se radi pomoću preslikavanja:

$$\rho : (S, \delta) \to (\mathbb{R}^m, d); \rho(p_i) = x_i$$

pri čemu se minimizira pogreška

$$\epsilon = f(|\delta_{ij} - d_{ij}|),$$

gdje je $\delta_{ij} = \delta(p_i, p_j)$, $d_{ij} = ||x_i - x_j||^2$.



Slika 4.3: Aproksimacija fotografije lica metodom bez rekonstrukcije lica, preuzeto s [5]

Pomoću metode koju su predstavili Kimmel i Sethian [10], udaljenost između vrhova površine i ostatka vrhova može biti izračunata u linearnom broju operacija, $O(n)$, gdje je n broj vrhova uzetih za reprezentaciju lica.

Način prepoznavanja lica pomoću ove metode je sljedeći: najprije se fotografija lica procesira tako što se s fotografije isjeku svi dijelovi koji leže izvan elipse kojoj je središte vrh nosa. Zatim se računaju udaljenosti i pohranjuju u matricu kojoj se potom smanjuje dimenzija. Dobiveni oblik se uspoređuje s podacima spremljenim u bazi i ukoliko je udaljnost prihvatljiva, smatra se da je pronađeno podudaranje.

Istraživanje koje je provedeno na fotografijama 10 osoba snimljenim u kontroliranim uvjetima pod različitim osvjetljenjima pokazalo je da je ova metoda otporna na različite izraze lica, orijentacije glave i uvjete osvjetljenja. Također, ova metoda se pokazala uspješnijom od ostalih metoda koje promatraju lice kao "ukočenu" tvorevinu (lice promatraju samo s jednim izrazom lica).

Osim navedenog istraživanja, spominje se i istraživanje u kojem je korištena baza 64 fotografije djece i 93 fotografija odraslih osoba (115 muškaraca i 42 žene) [4]. Fotografije su procesirane kako bi se uklonio dio koji nije vezan za lice. Najvažnije fotografije u bazi za ovo istraživanje bile su fotografije jednojajčanih blizanaca. Pokazano je da metoda uspješno razlikuje fotografije blizanaca. Osim toga, pokazano je da metoda prepoznaje značajne deformacije lica, poput napuhnutih obraza, kao osobe koje su jače konstitucije i stoga imaju punije obraze.

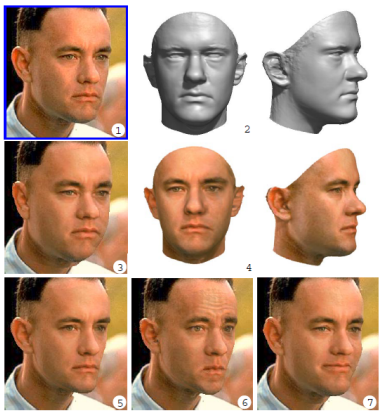
4.3 Trodimenzionalni model oblika

Trodimenzionalni model oblika (eng. *Three Dimensional Morphable Model*), ili kraće: 3D Morphable Model, metoda je koja također koristi trodimenzionalni prikaz za prepoznavanje lica. Ova je metoda, za razliku od većine do sada navedenih metoda, zamišljena na način da radi s fotografijama u boji. Princip rada metode jako nalikuje metodi PCA.

Razlika u odnosu na metodu PCA je što metoda 3D Morphable Model koristi laserske skenove lica kao trening skup fotografija. Laserski skenovi snimljeni su na način da su osobe nosile kapice za tuširanje te je im je skenirana glava. Potom se iz dobivenih skenova izdvaja lice od ostatka glave te se nakon toga nastavlja obrada fotografija.

Najprije se trening skup podataka obrađuje na način da se za svaki piksel skeniranog lica uzimaju točne x, y i z koordinate te crvena, zelena i plava komponenta svakog piksela. Zatim se, kao i u metodi PCA, računaju srednje vrijednosti i nastavlja se postupak za određivanje najvećih svojstvenih vrijednosti i svojstvenih lica.

Ovom metodom mogu se prilikom procesiranja trening skupa podataka odmah izdvojiti lica koje imaju neka posebna obilježja, primjerice, "kukasti" nos, puniji obrazi, "ispijeni" obrazi, različiti izrazi lica i tome slično. Pomoću takvih svojstvenih lica mogu se rekonstruirati lica koja nalikuju na karikature ili se može pretpostaviti kako bi neko lice izgledalo s nekim od tih, karakterističnih, obilježlja. Na Slici 4.4. prikazani su modeli dobiveni manipuliranjem svojstvenim licima te aproksimacije lica iz skeniranog modela.

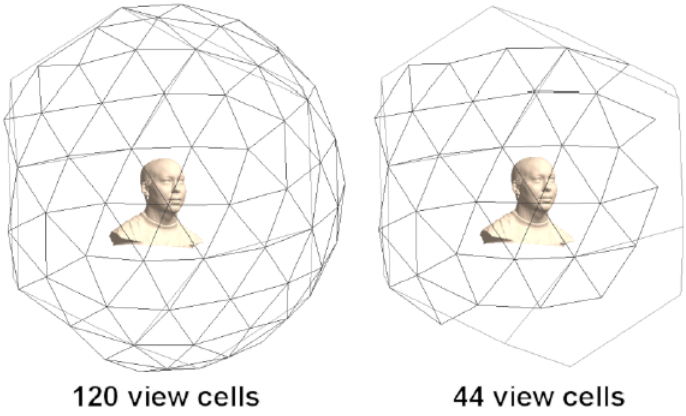


Slika 4.4: Fotografija lica, aproksimacija fotografije dobivena 3D Morphable Modelom i izvedenice fotografije lica s karakterističnim obilježjima, preuzeto s [3]

Reprezentacije lica koje se nalaze u trening skupu podataka i u skupu podataka za učenje ne moraju biti laserski skenovi. Naime, sličan efekt može se dobiti spajanjem fotografija snimljenih iz više kutova na način da se spoje po određenim rubovima na fotografiji.

U istraživanju [9] koje su proveli J. Lee, B. Moghaddam, H. Pfister i R. Machiraju željelo se otkriti koji je potreban broj kutova snimanja kako bi se dobila dovoljno dobra aproksimacija koja se kasnije može koristiti u 3D Morphable Model-u. Istraživači su eksperimentalnim načinom, postavljanjem velikog broja kamera u različite položaje, proučavali model koji se dobije snima li se čovjek kao da se nalazi u središtu pravilnog poliedra sa 120 stranica koje čine jednakostranični trokuti. Proučavanjem su došli do zaključka da, od navedenih 120

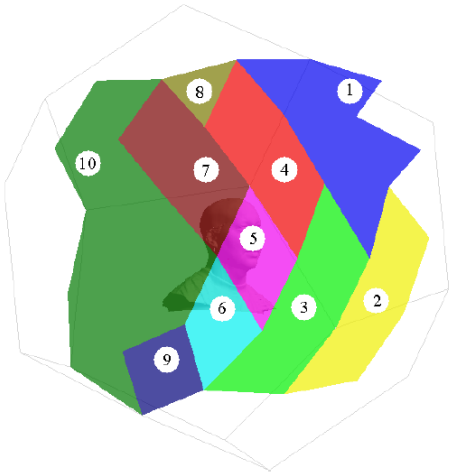
ploha dobivenih na taj način, svega 44 plohe u sebi sadrže komponente lica. Na Slici 4.5. prikazan je model koji su proučavali.



Slika 4.5: Model za proučavanje potrebnog broja kutova snimanja, preuzeto s [9]

Budući se i dalje radilo o velikom broju koji je uzrokovao dugotrajne izračune aproksimacija i procesiranje fotografija, istraživače je zanimalo koliki je broj ploha optimalan za ovakav način snimanja fotografija. Stoga su od navedenih ploha tražili one plohe koje su si međusobno bile najbliže te su te plohe spajali u jednu plohu. Postupak je nastavljen do trenutka kada su se rezultati uspješnosti testiranja počeli uvelike međsobno razlikovati što je bio indikator da je došlo do značajnog smanjenja uspješnosti algoritma. Na Slici 4.6 prikazan je postupak smanjivanja broja ploha.

Istraživanje je pokazalo da je za uspješno funkcioniranje algoritma dovoljno snimiti lice iz tri različita kuta. Pritom su potrebni kutovi snimanja - frontalni, poluprofil i profil. Za manji broj korištenih kutova, postotak greške povećavao se s 28.2% na 31.9% za smanjenje na 2 plohe i 40.7% za korištenje samo jedne plohe snimanja.



Slika 4.6: Proces smanjivanja broja korištenih ploha, preuzeto s [9]

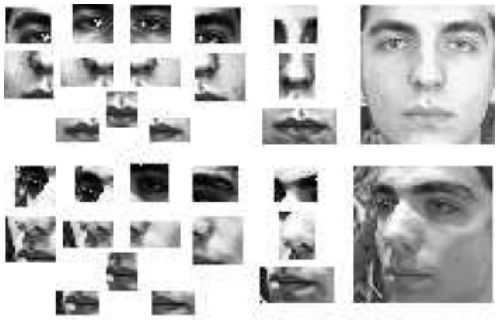
Metoda 3D Morphable Model testirana je sa skupom od 200 fotografija za učenje te je izdvojeno 100 svojstvenih lica. Metoda se pokazala uspješnom u kreiranju izraza lica koji

nisu bili na fotografijama za učenje te je pokazano kako se mogu dodavati predmeti poput šešira, brade i brkova te fotografija izgleda prirodno. Lica kreirana na taj način mogu se koristiti u drugim metodama, kao, primjerice, u metodi trodimenzionalnog prepoznavanja baziranog na komponentama, koja će biti sljedeća predstavljena.

4.4 Trodimenzionalno prepoznavanje bazirano na komponentama

Kao poboljšanje 3D Morphable Model metode, 2003. godine pojavila se metoda koja uz navedenu metodu koristi i prepoznavanje bazirano na komponentama [8]. Ova metoda najprije procesira fotografije pomoću 3D Morphable Model metode, te zatim koristi dobivene fotografije kao trening skup podataka za metodu koja se služi komponentama lica za prepoznavanje. Zbog korištenja komponenti, ova metoda pokazala se vrlo uspješnom jer promjene fotografija, kao što su promjene orijetacije glave ne utječu u velikoj mjeri na same komponente lica. Kao i kod svih ostalih metoda, da bi se postigla što bolja preciznost, potreban je što veći skup trening fotografija.

Nakon računanjasvojstvenih lica pomoću 3D Morphable Modela (za svaku osobu uzimaju se tri fotografije), generiraju se sintetičke fotografije pod različitim uvjetima osvjetljenja i različitim kutovima snimanja te se zatim izdvajaju komponente lica. Korištenjem posebno implementiranog detektora komponenti, izdvaja se 14 komponenti lica. Nakon toga se komponente analiziraju i komponente koje imaju prevelika međusobna preklapanja se izbacuju. Primjer izdvojenih komponenti prikazan je na Slici 4.7.



Slika 4.7: Primjer izdvojenih komponenti, preuzeto s [8]

U trening dijelu algoritma se za svaku osobu iz trening skupa fotografija kreira određen broj sintetičkih fotografija i iz njih se izdvajaju komponente koje se procesiraju postupkom metode PCA. Na taj način se za svaku osobu dobija skup aproksimiranih vrijednosti komponenti koji se kasnije koristi u prepoznavanju lica.

Prepoznavanje fotografije lica provodi se na način da se željena fotografija najprije procesira kao fotografije iz trening skupa. Zatim se računaju udaljenosti svake komponente te se određuje klasa fotografija kojoj pripada lice koje želimo prepoznati.

Ova metoda testirana je na skupu od 1200 fotografija lica 6 različitih osoba. Fotografije su snimane iz različitih kutova - kut snimanja se nalazio u rasponu od poluprofila do frontalnog snimka. Metoda je pokazala točnost od približno 90% za fotografije lica koje su

snimljene u poluprofilu. Za ostale fotografije nije naveden podatak kolika je točnost.

5 IMPLEMENTACIJA

U praktičnom dijelu ovog rada dana je implementacija dvodimenzionalne metode PCA. Implementacija je rađena u MATLAB®-u te je podijeljena u nekoliko funkcija. Za testiranje rada metode korištene su Senthilkumar baza fotografija lica [28] i ColorFERET baza fotografija lica [13], [14]. Imena fotografija koje su korištene kao trening set fotografija i set fotografija za učenje su dane u listama varijabli `trainList.mat` i `learnImages.mat`.



Slika 5.1: Dio Senthilkumar baze fotografija lica

Budući da su fotografije iz ove baze već prethodno normalizirane, nije bilo potrebno normalizirati fotogafije. Proces normalizacije može se odraditi i ručno, u slučaju da želimo dodati još fotografija. Sama implementacija sastoji se od dvije pomoćne i pet metoda algoritma.

Pomoćna metoda `createLists.m` korištena je za kreiranje lista imena trening skupa fotografija i skupa fotografija za učenje. Druga pomoćna metoda, `createBWimage.m`, može se iskoristiti prije testiranja uspješnosti prepoznavanja implementirane metode. Ova metoda kreira kopiju normalizirane fotografije lica na način da joj promijeni dimenzije na 140x188 te ju pretvori u crno-bijelu inačicu.

Metode koje su korištene za implementaciju algoritma su sljedeće: `trainingPhase.m`, `createClassRepresentationPhase.m` (u njoj su iskorištene metode `learningIndividualsPhase.m` i `createApproximationFace.m`), te `recognizeFace.m`.

Metoda `trainingPhase.m` na osnovu ulaznih parametara dobiva putanju do skupa svih fotografija, liste naziva fotografija koje se koriste za trening i željenu dimenziju prostora lica. Najprije se učitavaju trening fotografije i svaki piksel se pretvara u jedan element matrice. Zatim se navedena matrica transformira u vektor stupac pomoću MATLAB®-ove funkcije `reshape`, te se vektori svih fotografija iz trening skupa fotografija pohranjuju u jednu matricu dimenzija ukupnog broja piksela na fotografiji $\times$ broj fotografija. Nakon toga se kreira prosječno lice:

$$\Psi = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M} \Gamma_n$$

pri čemu je M kardinalitet skupa trening fotografija, te $\Gamma_i, \forall i \in 1, \ldots, M$ vektor stupac koji predstavlja fotografiju trening skupa fotografija.

Potom se prolazi kroz sve vektore koji predstavljaju fotografije i od njih se oduzima vektor prosječne vrijednosti. Dobivene vrijednosti se slažu u matricu kao što je navedeno u

opisu PCA metode te se navedena matrica transponira i množi sama sa sobom. Na taj način se dobiva kovarijacijska matrica C iz opisa metode, te se traže njene svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori. Zatim se, prema algoritmu metode PCA, uzima određeni broj najvećih svojstvenih vrijednosti i odgovarajući svojstveni vektori se proglašavaju svojstvenim licima i zajedno čine takozvani prostor lica.

Metoda `createClassRepresentationPhase.m` iterira kroz fotografije svakog pojedinca u skupu fotografija za učenje te kreira matricu njihovih vektora reprezentanata. Zatim, pomoću metode `learningIndividualsPhase.m`, od svake fotografije oduzima prosječno lice izračnato pomoću prethodne metode, te se dobivene vrijednosti projiciraju na prostor lica. Tim postupkom se dobivaju vektori težina koji se koriste da bi se od svojstvenih lica kreirala aproksimacija svake klase lica pojedinca. Na samom kraju metode poziva se pomoćna metoda `createApproximationFace.m` koja kreira aproksimacijske fotografije svake klase čiji se rezultat može vidjeti na Slici 5.2.



Slika 5.2: Aproksimacijske fotografije svake klase fotografija

Posljednja metoda koja je korištena u implemetaciji je metoda za prepoznavanje lica, odnosno svrstavanje dane fotografije lica u jednu od prethodno kreiranih kategorija, `recognizeFace.m`. U ovoj metodi fotografija se procesira na jednak način kao sve fotografije do sada. Od svakog njenog piksela oduzima se vrijednost dobivena u prosječnom licu te se fotografija projicira na prostor lica na način opisan u potpoglavlju o metodi PCA. Nakon toga se računaju udaljenosti do reprezentanata svake klase u Euklidskoj normi te se dana fotografija proglašava pripadnikom klase kojoj je najbliža. Na ovaj način svaka prosljeđena fotografija bude svrstana u neku od klasa. Primjer fotografije koja je klasificirana kao da pripada klasi prvog pojedinca dana je na Slici 5.3.



Slika 5.3: Fotografija za testiranje koja pripada prvom pojedincu

Testiranje rada implementirane metode najprije je provedeno na Senthilkumar bazi fotografija lica. Senthilkumar baza fotografija sastoji se od 80 fotografija 5 pojedinaca, tj. 16

crno-bijelih fotografija. Fotografije su normalizirane i smanjene na veličinu od 140x188 piksela. Budući da su neke fotografije snimane iz bočnih kutova, nisu sve fotografije iskorištene za testiranje ove metode. Trening skup fotografija sastoji se od 15 fotografija (3 fotografije svakog od 5 pojedinaca), dok se skup fotografija za učenje sastoji od 45 fotografija (9 fotografija svakog od 5 pojedinaca). Skup fotografija gdje je prikazana po jedna fotografija svakog pojedinca može se vidjeti na Slici 5.1.. U slučaju kada se uzme *prostor lica* dimenzije 7, kada se algoritam pokrene na 79 fotografija Sentihkumar baze, postiže se točnost od 88.61%. Ako se dimenzija prostora lica smanji na 3, te ostali uvjeti testiranja ostanu isti, postiže se točnost od 69.62%.

Osim testiranja rada algoritma na Senthilkumar bazi, implementacija je testirana i na ColorFERET bazi pri čemu se svaka fotografija prije procesiranja pretvorila u odgovarajuću crno-bijelu inačicu. ColorFERET baza sastoji se od 11342 fotografija koje pripadaju 994 različite osobe. Pojedine fotografije snimljene su s vremenskim odmakom, te stoga postoji razlika u broju fotografija među pojedincima. Svaka fotografija označena je jednom od oznaka:

- 'fa' - frontalne fotografije s neutralnim izrazom lica
- 'fb' - frontalne fotografije s proizvoljnim izrazom lica
- 'hl' - fotografije lijevog poluprofila lica
- 'hr' - fotografije desnog poluprofila lica
- 'pl' - fotografije lijevog profila lica
- 'pr' - fotografije desnog profila lica

Implementacija je pokrenuta sa trening skupom od 1359 fotografija koje pripadaju klasi 'fa'. Uzeto je 200 svojstvenih lica za daljnje procesiranje. Potom je algorimu dan skup od 11312 (preostale fotografije nije bilo moguće otvoriti) fotografija za učenje te su kreirani reprezentanti svake od 989 upotrebljivih skupina lica pojedinaca. Uspješnost prepoznavanja testirana je odvojeno na skupu fotografija koje pripadaju klasi 'fa', 'fb', poluprofil i profil te su dobivene uspješnosti prikazane u sljedećoj tablici.

Uspješnost prepoznavnaja (200 fotografija)			
fa	fb	poluprofil	profil
55.5%	54.5%	36.5%	16.5%

Uspješnost prepoznavanja u slučaju pokretanja s ColorFERET bazom manja je od očekivane točnosti iz par razloga. Jedan od razloga je to što je trening skup fotografija pripadao isključivo fotografijama klase 'fa'. Osim toga, uzeta je relativno mala dimnezija prostora lica te je stoga i sama aproksimacija lica bila lošija od potrebne za uspješnije prepoznavanje.

Rad implemetirane metode mogao bi se poboljšati na način da se odredi maksimalna dopustiva udaljenost do prostora lica. Ta vrijednost se može odrediti na način da se posljednja metoda pokrene na nakoliko testnih fotografija pri čemu se za neke zna kojoj klasi fotografija lica pripadaju i fotografijama koje ne pripadaju niti jednoj klasi lica te se odredi

udaljenost koja na dobar način razdvaja nepoznata lica od lica koja pripadaju nekoj od klasa.

Implementacija dana u ovom radu može se izmjeniti na način da se koriste druge metrike za određivanje udaljenosti fotografije lica koju želimo klasificirati i poznatih reprezentanata klasa. Također, može se povećati ili smanjiti broj fotografija u skupu trening fotografija i u skupu fotografija za učenje. Nadalje, moguće je manipulirati dimenzijom svojstvenog prostora i tome slično.

Svaka od navedenih izmjena utječe na preciznost algoritma. Kako bi se izračunala točnost rada ovog algoritma, bilo bi ga potrebno pokrenuti na velikom broju testnih fotografija.

6 ZAKLJUČAK

Područje prepoznavanja lica je oduvijek bilo izrazito zanimljivo ljudima i mnogi su znanstvenici pokušali shvatiti na koji način čovjek prepoznaje lica. Razvojem računala proces prepoznavanja lica postao je još zanimljivi budući da je pronađen velik broj različitih primjena.

Od početka razvoja algoritama za prepoznavanje lica, 1960ih godina, do danas, pojavilo se puno različitih metoda koje se koriste za svrstavanje željene fotografije u klasu fotografija koje pripadaju jednoj osobi. Algoritmi se većinom baziraju na psihološkim i matematičkim analizama te se često za implementaciju jednog algoritma koristi već postojeći algoritam. Istraživači se služe takvim pristupom iz razloga što na taj način dobijaju poboljšanje algoritma i veću preciznost prepoznavanja.

Primjena prepoznavanja lica je svaki dan sve veća. Od početne primjene u kriminalističkim istraživanjima, preko primjene u sigurnosne svrhe, danas se primjena toliko proširila da se prepoznavanje lica koristi kako bi se ubrzali različiti zadaci koji u trenutku osmišljavanja ideje takvih algoritama nisu mogli biti niti zamišljeni, poput prepoznavanja lica na fotografijama na društvenim mrežama.

Ovo područje pokazuje tendenciju za daljnjim razvojem, poboljšavanjem i još širom primjenom u svim područjima života. Napredak razvoja algoritama ide velikom brzinom i konstantno algoritmi postaju sve precizniji, te istovremeno i efikasniji i zahtjevaju manje računalne snage.

SAŽETAK

U diplomskom radu opisana je primjena algoritama za prepoznavanje lica u samom početku razvoja algoriama i danas. Opisani su glavni pristupi koji se koriste prilikom osmišljavanja algoritama kao što su psihloški i matematički pristup. Navedene su najbitnije sastavnice oba pristupa te je dan uvid u općeniti način pristupanja prepoznavanju lica. Algoritmi za prepoznavanje lica su u radu podijeljeni na dvije glavne kategorije - algoritmi koji koriste dvodimenzionalni i algoritmi koji koriste trodimenzionalni prikaz lica za prepoznavanje. Za svaku od kategorija navedena su po tri algoritma. Od dvodimenzionalnih algoritama opisane su Nixonova metoda, metoda Principal Component Analysis i Linear Discriminant Analysis. Metode algoritama koji koriste trodimenzionalni prikaz koje su opisane u radu su trodimenzionalno prepoznavanje bez rekonstrukcije lica, 3D Morphable Model i metoda bazirana na komponentama. Također, opisan je praktični dio rada u kojem je dana implemenatacija metode Principal Component Analysis i opisana je baza fotografija korištena u navedenoj implementaciji. U dijelovima isstraživanja ovoga rada korištena je FERET baza fotografija lica prikupljena u sklopu FERET programa, sponzorirana od strane ureda DOD Counterdrug Technology Development Program. Osim toga, pojašnjen je način korištenja implementiranog algoritma.

Ključne riječi:

Prepoznavanje lica, Nixonova metoda, metoda Principal Component Analysis, Linear Discriminant Analysis metoda, trodimenzionalni model za prepoznavanje bez rekonstrukcije lica, 3D Morphable Model, metoda bazirana na komponentama lica

SUMMARY

Face recognition algorithms

This thesis describes usage of face recognition algorithms since they first appeared until today. There is given insight into main approaches used in developing algorithms as psychological and mathematical approach. The most important components of both approaches are specified and there are explained general methods of face recognition. Face recognition algorithms are separated into two categories - algorithms using two-dimensional and three-dimensional face representations. There are described three methods for each category of algorithms. Among two-dimensional algorithms there are described Nixon method, Principal Component Analysis method and Linear Discriminant Method. Three-dimensional algorithms category consists of explanation od method for face recognition without face reconstruction, 3D Morphable Model method and method based on face components. Further more, there is explanation of practical part of this thesis where implementation of Principal Component Analysis method is given and there is description of images database used in implementation. Portions of the research in this paper use the FERET database of facial images collected under the FERET program, sponsored by the DOD Counterdrug Technology Development Program Office. Also, there is explained usage of implemented algorithm.

Key words:

Face recognition, Nixon method, Principal Component Analysis method, Linear Discriminant Analysis method, three-dimensional model for face recognition without face reconstruction, 3D Morphable Model, method based on face components

ŽIVOTOPIS

Zovem se Kristina Nikolić. Rođena sam 5. ožujka 1993. godine u Vinkovcima. Pohađala sam Osnovnu školu Ivana Gorana Kovačića u Vinkovcima, te sam nakon toga upisala prirodoslovno matematički smjer u Gimnaziji Matije Antuna Reljkovića u Vinkovcima. Tijekom osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja redovito sam sudjelovala na školskim natjecanjima iz matematike. Nakon srednje škole, 2011. godine, upisala sam se na Preddiplomski studij matematike na Odjelu za matematiku, Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku. Po završetku preddiplomskog studija upisala sam Diplomski studij matematike, smjer Matematika i računarstvo, također na Odjelu za matematiku.

Literatura

[1] K. Baek, B. A. Draper, J. R. Beveridge, K. She, PCA vs. ICA: A comparison on the FERET data set, Intl Conf. on Computer Vision, Pattern Recognition and Image Processing, Colorado State University, 2002.

[2] P.N. Belhumeur, J.P. Hespanha, D.J. Kriegman, Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using Class Specific Linear Projection, Proc. of the 4th European Conference on Computer Vision, ECCV'96, Cambridge, UK, 1996., 45-58

[3] V. Blanz, T. Vetter, A Morphable Model for the Synthesis of 3D Faces, Proc. of the SIGGRAPH'99, Los Angeles, USA, 1999., 187-194

[4] A. Bronstein, M. Bronstein, and R. Kimmel, Expression-invariant 3D face recognition, Proc. Audio & Video-based Biometric Person Authentication (AVBPA), Lecture Notes in Comp. Science 2688, Springer, 2003, pp. 62-69

[5] A. Bronstein, M. Bronstein, R. Kimmel, and A. Spira, 3D face recognition without facial surface reconstruction, in Proceedings of ECCV 2004, Prague, Czech Republic, 2004., 11-14

[6] K. Delač, M. Grgić, S. Grgić, Independent Comparative Study of PCA, ICA, and LDA on the FERET Data Set, International Journal of Imaging Systems and Technology, Vol. 15, Issue 5, 2006, pp. 252-260

[7] A. Elad, R. Kimmel, Bending invariant representations for surfaces, Proc. CVPR, 2001., 168-174

[8] J. Huang, B. Heisele, V. Blanz, Component-based Face Recognition with 3D Morphable Models, Proc. of the 4th International Conference on Audio- and Video-Based Biometric Person Authentication, AVBPA 2003, 2003, Guildford, UK, 27-34

[9] J. Lee, B. Moghaddam, H. Pfister, R. Machiraju, Finding Optimal Views for 3D Face Shape Modeling, Proc. of the International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, FGR2004, 2004, Seoul, Korea, 31-36

[10] R. Kimmel and J. A. Sethian, Computing geodesic on manifolds. Proc. US National Academy of Science 95, 1998., 8431–8435,

[11] Y. Moses, Y. Adini, and S. Ullman, Face recognition: The problem of compensating for changes in illumination direction, in European Conf. on Computer Vision, 1994, pp. 286-296.

[12] M. Nixon, Eye Spacing Measurement for Facial Recognition, Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrument Engineers, SPIE, Vol. 575, No. 37, 1985., 279-285

[13] P.J. Phillips, H. Moon, S.A. Rizvi, P.J. Rauss, The FERET Evaluation Methodology for Face Recognition Algorithms, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 22, pp. 1090-1104, 2000.

[14] P.J. Phillips, H. Wechsler, J. Huang, P. Rauss, The FERET database and evaluation procedure for face recognition algorithms, Image and Vision Computing J, Vol. 16, No. 5, pp. 295-306, 1998.

[15] M. Turk, A. Pentland, Eigenfaces for Recognition, Journal of Cognitive Neurosicence, Vol. 3, No. 1, 1991, pp. 71-86

[16] D. Valetin, H. Abdi, B. Edelman, What Represents a Face: A Computatuional Approach for the Integration of Psychological and Psychological Data, *Perception*, 1997.

[17] AINDRA SYSTEMS, World's Top 10 Usage of Face Recognition Technology #2015 (https://aindrasystems.wordpress.com/2015/08/26/worlds-top-10-usage-of-face-recognition-technology-2015/), posjećeno 16. kolovoza 2016.

[18] R. M. Berdahl, H. P. Kelley, In Memoriam Woodrow Wilson Bledsoe (https://www.cs.utexas.edu/users/boyer/bledsoe-memorial-resolution.pdf), posjećeno 16. kolovoza 2016.

[19] M. Brown, Fisher's linear discriminant (https://compbio.soe.ucsc.edu/genex/genexTR2html/node12.html), posjećeno 28. kolovoza 2016.

[20] Consumer Reports, How Facial Recognition Works: The Ghost in the Camera (http://www.consumerreports.org/privacy/how-facial-recognition-works-the-ghost-in-the-camera/), posjećeno 14. rujna 2016.

[21] F.R&A Group, Database: Faces & Sketchs (http://see.xidian.edu.cn/vipsl/database_Face.html), posjećeno 28. kolovoza 2016.

[22] A. Kucharski, Mapping the mind's eye (https://plus.maths.org/content/mapping-minds-eye), posjećeno 21. kolovoza 2016.

[23] Mathworks, Face recognition with computer vision (http://www.mathworks.com/discovery/face-recognition.html), posjećeno 18. kolovoza 2016.

[24] C. Mobley, Lambertian BRDFs (http://www.oceanopticsbook.info/view/surfaces/lambertian_brdfs), posjećeno 28. kolovoza 2016.

[25] PCMag India, Tablet Timeline (http://in.pcmag.com/gallery/44/tablet-timeline?p=1), posjećeno 18. kolovoza 2016.

[26] T. Radford, How we recognise faces (https://www.theguardian.com/uk/2004/dec/13/sciencenews.research), posjećeno 16. kolovoza 2016.

[27] B. Virdee-Chapman, Inspiring Uses of Facial Recognition in the Real World (https://www.kairos.com/blog/inspiring-uses-of-facial-recognition-in-the-real-world), posjećeno 16. kolovoza 2016.

[28] Senthilkumar baza fotografija (http://www.geocities.ws/senthilirtt/Senthil%20Face%20Database%20Version1), posjećeno 08. rujna 2016.

[29] Web stranica organizacije Helping faceless (http://www.helpingfaceless.com/), posjećeno 16.kolovoza 2016.