Matematički modeli u proizvodnji jaja

Živković, Katarina

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:660640

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**



Repository / Repozitorij:

Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science







Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Katarina Živković

Matematički modeli u proizvodnji jaja

Diplomski rad

Osijek, 2017.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Katarina Živković

Matematički modeli u proizvodnji jaja

Diplomski rad

mentor: izv. prof. dr. sc. Nenad Šuvak
komentor: Tena Pavić, mag. math.

Osijek, 2017.

Sadržaj

Uvod **1**

1. Matematički modeli u proizvodnji jaja **3**
1.1. Povijest proizvodnje jaja 3
1.2. Matematika u proizvodnji jaja 5

2. Primjena matematičkih modela u proizvodnji jaja **7**

3. Karakterizacija krivulje proizvodnje jaja peradi koristeći višefazni pristup **14**

4. Postupak modeliranja proizvodnje jaja **19**
4.1. Statistička analiza podataka 20
4.2. Modeli proizovodnje jaja 22
4.2.1. Woodov model 23
4.2.2. Modifikacija Woodovog modela 26
4.2.3. Compartmental model 28
4.2.4. Modifikacija Compartmental modela 30
4.3. Usporedba modela 32

5. Zaključak **36**

Uvod

U ovom diplomskom radu su predstavljeni matematički modeli za modeliranje prosječne proizvodnje jaja u peradi. Modeliranje proizvodnje jaja je od velike važnosti u peradarskoj industriji zato što daje predikcije o proizvodnji koje olakšavaju rani izbor rasplodnih ptica te se koristi i kako bi se vidjelo koja je standardna proizvodnja jaja komercijalnog jata, koja se zatim prodaju kupcima. Cilj farmi kokoši nesilica je, naravno, maksimizirati proizvodnju jaja te minimizirati troškove proizvodnje. Upravo zbog toga se jata koka nesilica često iseljavaju iz farme kada ih manje od 60% krene proizvoditi jedno jaje na dan jer to može biti neekonomično za proizvođače s obzirom na cijene prodajnih jaja te troškove hrane i prodaje "starih" kokoši za meso. Ako su, primjerice, cijene jaja visoke, onda može biti isplativo zadržati i koke od kojih je do 45% sposobno proizvoditi jaja.

Na proizvodnju jaja utječu brojni čimbenici poput prehrane, zdravstvenog stanja, razmnožavanja, rasvjete, topline te drugih ekoloških faktora. Također, proizvodnja jaja se razlikuje kod različitih vrsta kokoši, ali i unutar vrste može varirati od kokoši do kokoši. Međutim, u proizvodnji jaja se može uočiti određena pravilnost, tako da se prvo povećava do dostizanja vrhunca u određenoj dobi, a zatim postepeno smanjuje prema kraju perioda proizvodnje. Broj jaja snesenih na farmama se bilježi najčešće nekoliko puta tjedno, a nekada i mjesečno.

Prvi dio diplomskog rada se odnosi na opis proizvodnje jaja te svrhu upotrebe matematičkih modela u proizvodnji jaja općenito. Zatim su opisani matematički modeli koji će biti upotrebljeni u ovom radu. Dakle, dane su njihove jednadžbe te interpretacije parametara, a zatim i njihova primjena u konkretnom primjeru.

Drugi dio diplomskog rada se odnosi na karakterizaciju krivulje proizvodnje jaja peradi koristeći višefazni pristup. Taj se dio bazira na tome da je proizvodnja jaja temeljena na cikličkim procesima te da postojanje legla i pauza među njima rezultira razlikama između faza proizvodnje jaja.

Zadnji dio rada se odnosi na podatke koji su ustupljeni od strane tvrtke Žito d.o.o. koji sadrže informacije o proizvodnji jaja sa farme koka nesilica Vuka. Najprije će se napraviti deskriptivna statistika i grafički prikazi proizvodnje, a nakon toga se rad usmjerava na primjenu četiri modela na ove podatke: Woodov model, modifikaciju Woodovog modela, Compartmental model i modifikaciju Compartmental modela. Ovi modeli su nelinearni parametarski modeli te je njihove parametre potrebno procijeniti nekom nelinearnom metodom, u ovom slučaju Levenberg-Marquardtovim algoritmom. Na kraju će biti napravljena usporedba ovih modela na temelju određenih kriterija i usporednih grafičkih prikaza.

Modernizacija poljoprivrede je omogućila stvaranje kontroliranih uvjeta proizvodnje u kojima je moguće mjeriti i pratiti kretanje ključnih faktora koji utječu na proces proizvodnje. Uspješan poljoprivrednik/poduzetnik je onaj koji koristi dostupne podatke u

cilju analize i razumijevanja određene proizvodnje. Primjenom različitih matematičkih metoda stječe se uvid koji parametri utječu na proizvodnju, čemu se treba posvetiti posebna pažnja te koji parametri se trebaju detaljnije analizirati. Dakle, kombinacijom prakse i teorijskih metoda mogu se otkriti novi zaključci koji mogu rezultirati profitabilnijom proizvodnjom.

1. Matematički modeli u proizvodnji jaja

1.1. Povijest proizvodnje jaja

Kako ptice i jaja prethode čovjeku u evolucijskom lancu, oni su postojali duže od povjesničara. Međutim, istočna indijska povijest ukazuje na to da su divlje ptice bile pripitomljene već 3200 godina prije Krista, a egipatski i kineski podaci pokazuju da su ptice polagale jaja za čovjeka još 1400 godina prije Krista. Europa je imala domaće kokoši još od 600 godina prije Krista, a postoje i neki dokazi o domaćim pticama u Americi prije Kolumbovog dolaska. Većina ljudi u svijetu jede kokošja jaja. Širom svijeta se razvilo gotovo 200 pasmina i sorti kokoši.

U dvadesetim i tridesetim godinama 20. stoljeća, farme jaja su još uvijek bile uglavnom dvorišni sustavi. Mnogi poljoprivrednici su imali nesilice u svrhu opskrbe vlastite obitelji jajima te su prodavali višak jaja na tržištu lokalnih poljoprivrednika. Kako je prodaja jaja postala profitabilna, neke farme su započele izgradnju jata koja su se sastojala od oko 400 kokoši. Kokoši su lutale unutar vanjskog kaveza kokošinjca. Vanjski život je predstavljao neke probleme, uglavnom s vremenskim uvjetima i grabežljivcima. Socijalna pitanja unutar jata uključivala su "poredak kljucanja", u kojem bi veće i agresivnije ptice jele više hrane, ostavljajući manje za ostale ptice. Bolesti su također bile problem, a selektivno razmnožavanje je pomoglo u održavanju zdravih jata. Za roditelje novih pilića, odabirane su samo najjače, najzdravije ptice s dobrim podacima o nesenju. Ovi roditelji su prenijeli povoljne genetske faktore, kao što su otpornost na bolesti, na svoje potomstvo. Posebni lijekovi su razvijeni kako bi pomogli u borbi protiv parazita, poput grinja na nogama. Znanstveno kontroliranje onoga što su ptice jele bio je još jedan veliki korak naprijed u održavanju zdrave kokoši i osiguravanju jaja konzistentne kvalitete. Iako je ovaj napredak pomogao, kokoši su proizvodile samo oko 150 jaja godišnje, a imale su stopu smrtnosti od oko 40%.

Istraživanja su pokazala kako život kokoši u unutarnjem prostoru pruža mnoge prednosti. Iako su bili skupi, specijalizirani veliki kokošinjci rezultirali su puno zdravijim pticama. Kako su živjele unutra, kokoši nisu bile izložene predatorima i raznim elemenatima, poput ekstremne temperature. Ovakav tip uzgajanja je također pomogao da se spriječe zaraženosti parazitima i smanji širenje bolesti od vanjskih prenosioca, uključujući glodavce, pa čak i ljude. Također, umjesto da kokoši jedu sve što pronađu vani, hrana se mogla bolje kontrolirati u zatvorenom prostoru. Bolje prehrambene prakse su poboljšale kako kokošje zdravlje tako i produktivnost nesenja jaja. Te promjene su smanjile smrtnost kokoši na 18% godišnje. No, neki od starih problema su ostali, uključujući sanitariju, kontrolu otpada i poredak kljucanja. Jaja su često bila prljava i izložena nekim od istih otpadnih bakterija kojima su bile izložene kokoši.

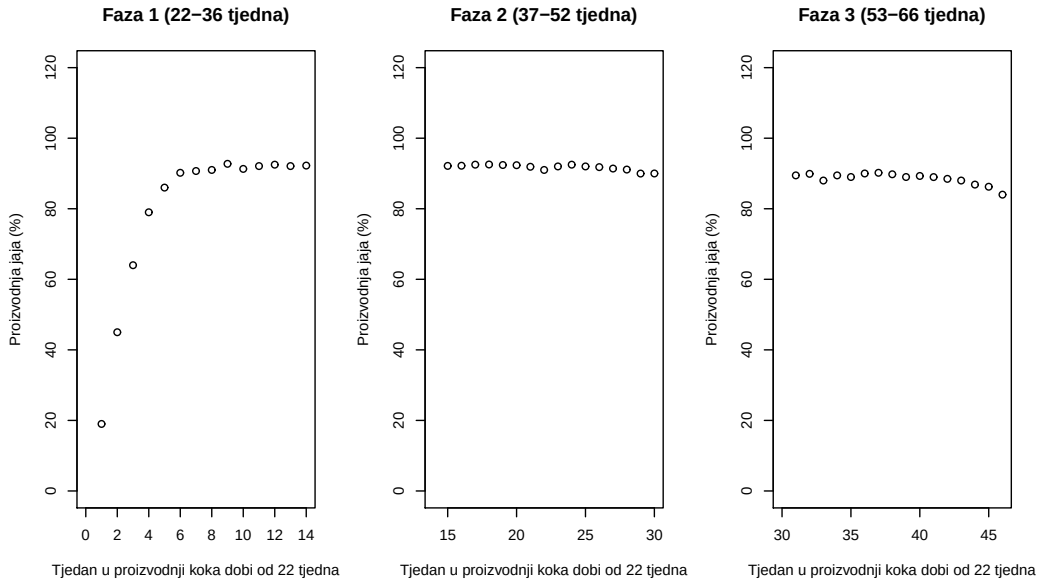
Nastavak ovih studija je započeo u kasnim dvadesetim godinama 20. stoljeća. U kasnim četrdesetim godinama 20. stoljeća neki istraživači peradi su imali dobre rezultate u zbrinjavanju kokoši s podignutim žičanim podom. Odvojeno žičano kućište se

poslije nazvalo sustav kaveza, te su ubrzo kalifornijski farmeri ovo istraživanje provodili u praksi. Sanitacija je uvelike poboljšana kada su kokoši bile podignute od poda. Ni kokoši ni jaja nisu dolazili u kontakt s otpadom, te je uklanjanje otpada bilo mnogo lakše. Hranjenje je postalo ujednačenije jer su i bojažljivije kokoši mogle jesti i piti koliko god im je potrebno, baš kao i agresivnije kokoši. To je rezultiralo ujednačenom kvalitetom jaja za ishranu te je manje hrane bilo potrebno za jato. Znanstvena istraživanja na kavezima su pokazala dobre rezultate u Kaliforniji. Zaključak je bio da će zdrava kokoš položiti mnogo jaja. Uz jako poboljšano zdravlje, od kalifornijskih kokoši svaka je proizvodila oko 250 jaja godišnje, a njihova smrtnost je pala na 5 %. Na temelju tih brojeva, sve više i više gospodarstava diljem zemlje gradila su nove objekte u stilu sustava kaveza. U hladnijim podnebljima, poljoprivrednici su modificirali južne strukture tako da su ih ogradili i dodali ventilatore za ventilaciju. Kokoši su same sebi bile veliki izvor topline za zimu. Njihova kombinirana toplina tijela je pomagala održavati ugodnu temperaturu u kućama tijekom zime, a ventilatori su pružali prave temperature u ljetnim mjesecima. Sustav kaveza je doveo do povećane automatizacije, koja je bila potrebna za obradu povećane proizvodnje kokošjih jaja. Transportne trake su dodane u kokošinjac kako bi se skupljala jaja čim su svježe iznešena i nosila na pranje.

Do ranih šezdesetih godina 20. stoljeća poboljšana tehnologija i razvoj sofisticirane strojne opreme bili su odgovorni za pomak od malih poljoprivrednih jata do većih komercijalnih operacija. Poboljšanje zdravlja kokoši kroz zaštićenija kućišta i bolje objekte za prehranu doveli su do proizvodnje više jaja, što je dovelo do povećane automatizacije za rukovanje jajima. Povećanjem automatizacije troškovi rada su smanjeni, pružajući nižu cijenu za potrošača. Kao dodatak jako poboljšanom zdravlju kokoši, hranjiva kvaliteta jaja je postala ujednačenija s obzirom da su sada sve kokoši imale jednake mogućnosti hranjenja. Dakle, promjene su rezultirale poboljšanom situacijom i za kokoši i za potrošače. U današnje vrijeme, u većini država koje proizvode jaja, jata od 100 000 nesilica nisu neuobičajena i neka jata broje više od 1 milijuna. Svaka od oko 280 milijuna nesilica u SAD-u proizvodi od 250 do 300 jaja godišnje. Ukupno, SAD proizvodi oko 75 milijardi jaja godišnje, što je oko 10% svjetske opskrbe. Svake godine, oko 60% od proizvedenih jaja je iskorišteno od strane potrošača, oko 9% koriste industrije usluživanja hrane, a ostatak se pretvara u proizvode od jaja koje uglavnom koriste operateri usluživanja hrane kako bi pravili jela koja jedemo u restoranima te proizvođači hrane kako bi napravili namirnice poput majoneze i mješavine za kolače. Upotrebljavajući visoko sofisticiranu tehnologiju, proizvođači jaja su zadržali niske cijene. Dok su ostali troškovi hrane skočili, jaja i dalje ostaju jedna od najboljih prirodnih namirnica među visokokvalitetnom proteinskom hranom.

1.2. Matematika u proizvodnji jaja

Proizvodnja jaja, genetski kontrolirano obilježje s obrascem ponašanja specifičnim za vrstu ili liniju, općenito se povećava do vrhunca proizvodnje, a zatim se postepeno smanjuje kako kokoši postaju starije. Za ilustraciju dnevne proizvodnje jaja obično se koristi krivulja proizvodnje jaja. Matematički, krivulje proizvodnje jaja odražavaju tri faze u proizvodnji jaja. Prva faza je povećanje u proizvodnji od prvog nesenja do vrhunca, druga faza je vrhunac, a treća faza je opadanje u proizvodnji od vrhunca pa sve do kraja proizvodnje jaja (vidi [8]). Na Slici 1 je jedan primjer proizvodnje jaja koka vrste Lohman Brown koje su u proizvodnju krenule s dobi od 22 tjedna koji prikazuje postotak proizvodnje jaja u odnosu na tjedne.



Slika 1: Proizvodnje jaja Lohman Brown koka (dobi od 22 tjedna) po fazama

Proizvodnja jaja peradi pokazuje značajne individualne varijacije tijekom perioda nesenja. Broj jaja proizveden u jedinici vremena je temelj za važna svojstva proizvodnje jaja. Krivulje proizvodnje jaja opisuju ovisnost broja jaja o vremenu. Nelinearni regresijski modeli su se pokazali kao korisni za karakteriziranje krivulje prosječne proizvodnje jaja. Ovi modeli uključuju: Woodov model, Compartmental model, modificirani Woodov model, Adams-Bell model i modificirani Compartmental model. Za bolje razumijevanje biologije proizvodnje jaja, i u svrhu genetičke evolucije rasplodnih programa, nužno je proučiti proizvodnju jaja individualnih kokoši. Precizno modeliranje proizvodnje jaja tijekom različitih faza ciklusa proizvodnje jaja, putem neke procedure lake za korištenje, može dovesti do boljeg razumijevanja ponašanja proizvodnje jaja pod novim i promjenjivim uvjetima. Takvi modeli, zauzvrat, dovest će do učinkovitog hranjenja i ravnoteže unosa hranjivih tvari, poboljšanog ambijenta i povećanja profita farmi.

Međutim, modeliranje proizvodnje jaja je kompleksan i izazovan zadatak, najviše zbog nelinearnosti funkcija koje opisuju proizvodnju jaja. Komercijalni slojevi jata obično počinju dnevnu proizvodnju jaja oko 20. tjedna, počevši slabo oko 5% (tj. 5% jata nese jedno jaje na dan) pa se proizvodnja povećava eksponencijalno sljedeća 3 do 4 tjedna, sve do vrhunca proizvodnje od 95% do 97% koji se dostiže oko 28. tjedna. Ovo se naziva faza 1 ciklusa proizvodnje i traje do 36.-38. tjedna. Od 39. do 52. tjedna je faza 2 ciklusa proizvodnje u operacijama komercijalnog sloja, u kojoj se održava stabilna proizvodnja jaja od oko 90%. Proizvodnja jaja, iako održava prilično stabilnu razinu, polako počinje opadati, a to se još više pogoršava tokom faze 3 (od 53. do 72. tjedna), kada se i dostiže točka neprofitabilnosti jer samo oko 60% jata proizvodi jedno jaje na dan. U ovoj fazi se donosi odluka hoće li se jato mitariti (nutritivna restrikcija i smanjenje svjetla kako bi se natjeralo jato da prestane proizvoditi) ili zamijeniti jato s mlađim pticama. Modeliranje proizvodnje jaja dobro definiranim matematičkim ili statističkim modelima je kompliciranо zbog nepredvidivosti proizvodnje jaja tijekom ove tri faze. Faktori koji pridonose tim varijacijama krivulje uključuju genetski potencijal, hranu za životinje i formuliranje hranjenja, temperaturu ambijenta, postotak svjetla i mnoštvo drugih faktora. Upotreba odgovarajućih matematičkih modela, koji bi dobro opisivali stvarnu proizvodnju jaja, od velike je važnosti u praktičnom uzgoju peradi za izradu predviđanja proizvodnje jaja, na godišnjoj ili bilo kojoj drugoj vremenskoj osnovi, kako bi se olakšao rani izbor rasplodnih ptica. Trendovi ponašanja u proizvodnji, kao što su vrijeme vrhunca i opadanja, ali isto tako i postojanost nesenja, također mogu biti proučavani iz takvih krivulja, te prema tome utjecati na učinkovitost upravljanja datumima useljavanja, marketingom jaja i radnim potrebama poduzeća. Proizvodnja jaja je jedan važan dio komercijalne peradarske industrije te je upotreba matematičkih modela za točno prilagođavanje krivuljama proizvodnje jaja nužna za pravljenje ekonomskih projekata za koke nesilice.

2. Primjena matematičkih modela u proizvodnji jaja

Matematički se krivulja proizvodnje jaja može podijeliti u tri faze:

1) povećanje u proizvodnji od prvog proizvedenog jajeta pa do vrhunca proizvodnje
2) vrhunac proizvodnje
3) opadanje u proizvodnji od vrhunca do kraja proizvodnje.

Uzoračka krivulja proizvodnje jaja je slična laktacijskoj krivulji pa je stoga nekoliko modela proizvodnje jaja izvedeno iz laktacijskih modela. Primjerice, McNally je izveo model za proizvodnju jaja iz Woodovog modela (vidi [21]).

Cilj je matematičkih modela u proizvodnji jaja modeliranje nesivosti, odnosno postotka proizvodnje jaja određenog jata koji se računa kao broj jaja po broju kokoši. Postoji mnogo matematičkih modela koji se koriste u proizvodnji jaja, a ovaj rad će se detaljnije osvrnuti na sljedeće:

1) Woodov model (Wood, 1967.)

Woodov model se najprije koristio u mljekarstvu, ali se otkrilo kako se također može primjeniti na proizvodnju jaja u peradarstvu. Proizvodnja jaja je u Woodovom modelu opisana pomoću sljedeće jednadžbe:

$$y_t = at^b e^{-ct},$$

gdje y_t označava prosječnu proizvodnju u trenutku t, dok su a, b i c parametri koje treba procijeniti. Parametar a predstavlja inicijalnu, odnosno, početnu nesivost. Parametar b se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, a parametar c na stopu pada nakon vrhunca nesivosti.

2) Modificirani Woodov model (McNally, 1971.)

Modifikacija Woodovog modela je nastala najprije u mljekarstvu, a zatim i u peradarstvu, kako bi se popravilo podcjenjivanje stvarnih podataka u periodu do dostizanja teorijske maksimalne proizvodnje. Napravljena je na način da je dodan izraz proporcionalan korijenu vremena (vidi [21]). Proizvodnja jaja je u modificiranom Woodovom modelu opisana pomoću sljedeće jednadžbe:

$$y_t = at^b e^{-ct+d\sqrt{t}},$$

gdje y_t označava prosječnu proizvodnju u trenutku t, dok su a, b, c i d parametri koje treba procijeniti. Parametar a predstavlja inicijalnu, odnosno, početnu nesivost. Parametar b se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, parametar c na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d je tzv. parametar skaliranja vremena t. Dakle,

ovaj model ima iste parametre kao i Woodov model te jedan dodatan parametar d.

3) Compartmental model (McMillan i suradnici, 1970.)

Compartmental model je najprije bio korišten u predikciji proizvodnje jaja Drosophila što je jedna vrsta mušice. Proizvodnja jaja je u Compartmental modelu opisana pomoću sljedeće jednadžbe:

$$y_t = a(1 - e^{-c(t-d)})e^{-bt},$$

gdje y_t označava prosječnu proizvodnju u trenutku t, dok su a, b, c i d parametri koje treba procijeniti. Vrijednost parametra a je obično blizu vrijednost nesivosti pri vrhuncu proizvodnje jaja. Parametar c se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, parametar b se odnosi na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d se odnosi na prosječno vrijeme početka nesenja.

4) Modificirani Compartmental model (Yang i suradnici, 1989.)

Modifikacija Compartmental modela je napravljena kako bi se popravilo podcjenjivanje stvarnih podataka u periodu dostizanja teorijske maksimalne proizvodnje te su ju predložili Yang i njegovi suradnici. Proizvodnja jaja je u modificiranom Compartmental modelu opisana pomoću sljedeće jednadžbe:

$$y_t = a\frac{e^{-bt}}{1 + e^{-c(t-d)}},$$

gdje y_t označava prosječnu proizvodnju u trenutku t, dok su a, b, c i d parametri koje treba procijeniti. Vrijednost parametra a je obično blizu vrijednost nesivosti pri vrhuncu proizvodnje jaja. Parametar c je recipročni pokazatelj varijacije u tjednu proizvodnje prvog jajeta, parametar b se odnosi na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d se odnosi na prosječnu dob pri spolnoj zrelosti.

5) Adams-Bell model (Adams i Bell, 1980.)

Adams-Bell model se često upotrebljava u modeliranju proizvodnje jaja u peradi. Proizvodnja jaja je u Adams-Bell modelu opisana pomoću funkcije koja se sastoji od nelinearne funkcije rasta koja se koristi kako bi se opisao početni rast do vrhunca i padajuće linearne funkcije koja se koristi kako bi se opisao pad proizvodnje poslije vrhunca, a dana je sljedećim izrazom:

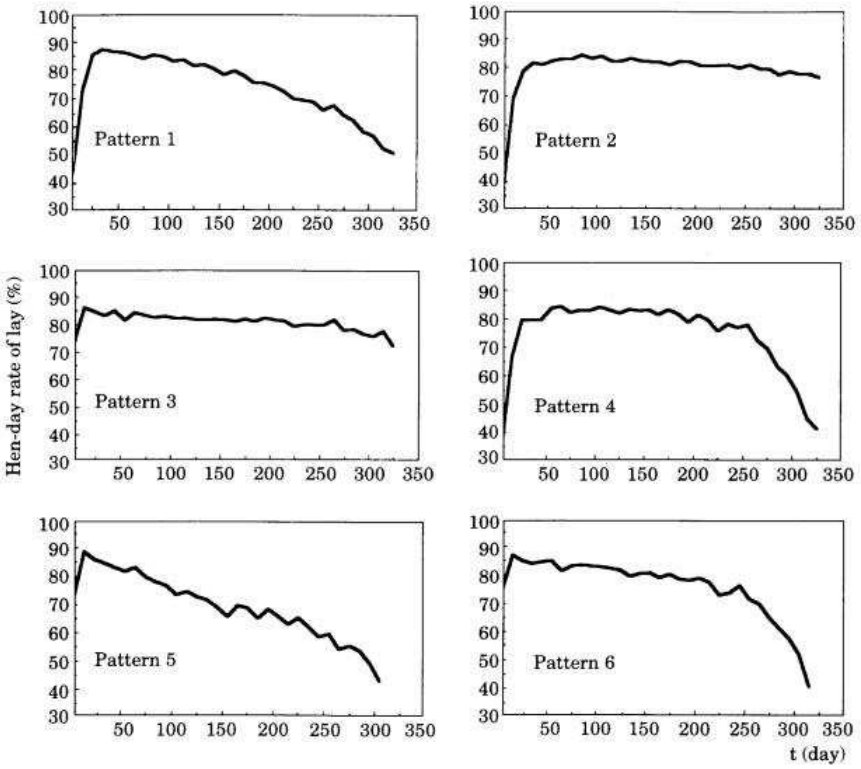
$$y_t = \frac{1}{0.01 + ar^{t-b}} - c(t - d),$$

gdje y_t označava postotak dnevne proizvodnje jaja u trenutku t, dok su a, b, c, r i d parametri koje treba procijeniti. Parametri a, b, c, r i d nemaju nekakvo posebno biološko

značenje. Adams-Bell model može biti posebno koristan kada se odlučuje hoće li se jato mitariti ili zamijeniti novim jatom.

Primjer 2.1. *(vidi [2]) Istraživanje je provedeno na 1113 koka nesilica iz populacije White Leghorn, iz dvije selektirane linije na temelju određenih osobina. Koke su bile stare od 18 do 23 tjedana, te su se sve izlegle od lipnja do srpnja. Podaci su bilježeni od studenog te godine kada su se kokoši izlegle pa do prosinca sljedeće godine. Bilježeni su dnevno i to za svaku koku posebno, počevši od njenog prvog proizvedenog jajeta, a onda sumarno kao broj jaja u 10 dana.*

Ispitani su uzorci krivulja proizvodnje jaja individualnih koka te je izvedeno šest uzoraka u koje se mogla klasificirati velika većina koka. Ti su uzorci prikazani na Slici 2. Stoga su koke koje se nisu mogle klasificirati u jedan od ovih uzoraka isključene iz analize, a isti slučaj je i s kokama koje su uginule ili su eliminirane iz perioda glavne proizvodnje.



Slika 2: Uzorci krivulja proizvodnje jaja (vidi [2])

Dan na koji je sneseno prvo jaje je definiran kao $t = 0$, a prosječne dnevne stope nesenja za svaki uzorak su računate svakih 10 dana. Podaci su prilagođeni ovim nelinearnim modelima na sljedeći način:

1) Compartmental (C) (McMillan i suradnici, 1970.)

$$y_t = a(e^{-bt})[1 - e^{-c(t-d)}]$$

2) Modificirani comparmental (MC) (Yang i suradnici, 1989.)

$$y_t = a\frac{e^{-bt}}{1 + e^{-c(t-d)}}$$

3) Wood (W) (Wood, 1967.)

$$y_t = at^b e^{-ct}$$

4) Adams-Bell (AB) (Adams i Bell, 1980.)

$$y_t = \frac{1}{0.01 + ar^{t-b}} - c(t - d),$$

gdje y_t označava prosječnu proizvodnju jaja u trenutku t, dok su a, b, c, d i r parametri koji se procjenjuju, a čija je značenje već prethodno navedeno u ovom poglavlju.

Dan t je srednja točka dnevne proizvodnje jaja tijekom 10 dana. Primjerice, dnevna proizvodnja jaja za t=25 je zapravo stopa nesivosti u periodu od 21. do 30. dana nakon prvog jajeta.

Usporedba prilagodbe svakog modela je temeljena na vrijednostima korigiranog koeficijenta determinacije (R^2) i Akaike informacijskog kriterija (AIC) (vidi [22]). Za procjenu parametara u svakom modelu je korištena nelinearna procedura pomoću softverskog paketa SAS (Statistical Analysis System, razvijen u SAS Insistute, 1985.).

Proizvodnja jaja individualnih kokoši je pokazala različite uzorke krivulja među kojima se izdvojilo šest različitih uzoraka koji su prikazani na Slici 2. Koke u uzorku 1 i uzorku 2 su dosegnule vrhunac proizvodnje jaja otprilike 1-2 mjeseca nakon početka nesenja, a nakon toga se proizvodnja postepeno smanjivala. Uzorci 4 i 6 su pokazali strm pad na kraju perioda proizvodnje jaja. U ovih šest uzoraka se svrstalo 725 koka, odnosno 65% ih je bilo čije su se krivulje proizvodnje jaja mogle klasificirati. Najveća frekvencija takvih je pronađena u uzorku 2 gdje ih je bilo 194, slijedi ga uzorak 3 sa 145 i uzorak 1 sa 130 koka (Tablica 1). Broj kokoši čije krivulje nesivosti nisu mogle biti svrstane, tj. neregularnih uzoraka, bilo je 388 od 1113, odnosno 35%. Ovo ukazuje na postojanje popriličnog broja neregularnih uzoraka u proizvodnji jaja koka nesilica. Stoga su prosječne dnevne stope nesivosti najprije računate za svaki uzorak, a onda prilagođene modelima.

C	Parametri (standardne greške parametara)				
Uzorak	a	b	c	d	
1	99.606 (1.962)	0.00166 (0.000)	0.07294 (0.0107)	-3.4086 (1.599)	
2	85.002 (0.434)	0.00028 (0.000)	0.10475 (0.0055)	-0.91914 (0.397)	
3	85.753 (0.552)	0.00035 (0.000)	1.3566 (0.080)	3.5136 (0)	
5	91.536 (1.374)	0.00187 (0.000)	0.34988 (0.5814)	0.32191 (7.730)	
MC	Parametri (standardne greške parametara)				
Uzorak	a	b	c	d	
1	98.042 (1.788)	0.00159 (0.000)	0.1203 (0.018)	6.0493 (1.026)	
2	84.53 (0.47)	0.00025 (0.000)	0.15857 (0.009)	5.828 (0.302)	
3	85.753 (0.552)	0.00035 (0.000)	1.3955 (0)	3.6575 (0.110)	
5	91.531 (1.371)	0.00187 (0.000)	0.37576 (0.612)	1.2193 (6.120)	
W	Parametri (standardne greške parametara)				
Uzorak	a	b	c		
1	35.587 (2.67)	0.26819 (0.021)	0.00349 (0.000)		
2	37.492 (3.112)	0.21234 (0.023)	0.00169 (0.000)		
3	72.792 (2.322)	0.04431 (0.009)	0.00067 (0.000)		
4	25.034 (3.286)	0.35324 (0.042)	0.00378 (0.000)		
5	68.818 (3.866)	0.0806 (0.017)	0.00255 (0.000)		
6	61.037 (6.175)	0.12028 (0.020)	0.00228 (0.000)		
AB	Parametri (standardne greške parametara)				
Uzorak	a	b	c	d	r
1	0.03625 (0.008)	-5.1214 (0)	0.12085 (0.006)	-32.596 (11.421)	0.88136 (0.001)
2	0.03626 (0.004)	-5.1299 (0)	0.02101 (0.002)	-734.54 (96.07)	0.8636 (0.000)

Tablica 1: Procjene parametara četiriju modela za šest krivulja proizvodnje jaja

Model	Uzorak	R^2	AIC
C	1	0.998	38.61
MC	1	0.998	40.02
W	1	0.998	38.83
AB	1	0.998	36.58
C	2	0.999	3.82
MC	2	0.999	7.99
W	2	0.998	41.3
AB	2	0.999	8.78
C	3	0.999	17.18
MC	3	0.999	17.18
W	3	0.999	21.48
W	4	0.993	55.61
C	5	0.999	21.48
MC	5	0.998	33.64
W	5	0.998	34.05
W	6	0.994	51.38

Tablica 2: Vrijednosti koeficijenta determinacije (R^2) i Akaike informacijskog kriterija (AIC) četiriju modela za šest krivulja proizvodnje jaja

Tablica 1 prikazuje procijenjene parametre, a Tablica 2 vrijednosti koeficijenta determinacije R^2 i Akaike informacijskog kriterija (AIC) za svaki uzorak u ova četiri modela. Korištena numerička metoda nije dala rezultate pri procjeni parametara Adams-Bell modela za gotovo sve uzorke, osim prva dva. Parametri Woodovog modela procijenjeni su za sva četiri uzorka, ali R^2 je bio gotovo isti kao u ostalim modelima, a AIC je bio veći nego u ostalim modelima. Ovi rezultati se slažu s izvješćima McMillana i Yanga o tome da Woodov model ne pokazuje primjenjivost za krivulju proizvodnje jaja (vidi [9] i [10]). Parametri Compartmental modela i njegove modifikacije su procijenjeni za uzorke 1, 2, 3 i 5, gdje su uzorci 1, 2 i 3 tipični uzorci komercijalnih jata nesilica. McMillan je također izvijestio da je moguće modelirati proizvodnju jaja linearnom regresijom u uzorcima 3 i 5, gdje je period od prvog jajeta pa do vrhunca proizvodnje jaja kratak i linearno opada nakon dostizanja vrhunca. Usporedba temeljena na R^2 i AIC između ova četiri modela je pokazala kako Compartmental model i njegova modifikacija imaju bolju prilagodbu podacima od Woodovog modela za uzorke 1, 2, 3 i 5. Međutim, nije zapažena uočljiva razlika između Comparmental modela i njegove modifikacije, iako je Yang smatrao da je modificirani Compartmental model superioran nad Compartmental modelom (vidi [10]). Parametri Adams-Bell modela su procijenjeni samo za uzorke 1 i 2, i prema veličini R^2 i AIC, prilagodbe modela su bile slične onima od Compartmental modela i njegove modifikacije. Ovi rezultati nisu konzistentni s izvješćima Casona i Brittona da je R^2 Compartmental modela značajno manji nego onaj od Adams-Bell modela i logističkih modela (vidi [11]). Parametri svih modela osim Woodovog modela nisu procijenjeni za uzorak 4 i 6 koje karakterizira najprije nagli rast u proizvodnji, a na kraju nagli pad u proizvodnji, što ukazuje na to da ovi modeli nisu uključili uvjete koji objašnjavaju te nagle promjene.

Predikcija godišnje proizvodnje jaja je jedan od ciljeva korištenja nelinearnih modela. Ovo istraživanje je otkrilo moguću primjenu nelinearnih modela za predikciju godišnje proizvodnje jaja za velika jata. Međutim, teško je primjeniti ove nelinearne modele za predikciju za mali uzorak koka, kako je i naznačeno u izvješćima Gavora, jer ovi modeli pokazuju razlike u prilagodbi različitim uzorcima proizvodnje jaja (vidi [12]). Gledano iz kuta selekcije ili razmnožavanja, parametri i/ili predviđene vrijednosti modela bi trebali služiti kao pokazatelji proizvodnje jaja za individualne kokoši, ali je bilo nemoguće primjeniti nelinearne modele za individualne koke zbog postojanja neregularnih uzoraka u proizvodnji jaja. Dakle, bolje biološko objašnjenje se može postići ako imamo prikladan model koji može predvidjeti sposobnosti proizvodnje jaja za individualne kokoši.

Dakle, prema prethodnom primjeru, modeli proizvodnje jaja temeljene na prosječnoj proizvodnji grupe (dijela jata) ne moraju biti primjenjivi za opisivanje proizvodnje jaja jedne koke nesilice. Prema izvješćima Gavora i suradnika iz 1971. godine, Casona i Brittona iz 1988. godine i Yanga i suradnika iz 1988. godine, Compartmental

model je upotrijebljen za opisivanje prosječne proizvodnje jaja za grupe kokoši koje su sinkronizirane u starosti od prvog proizvedenog jajeta. Stoga je nužno proučiti proizvodnju jaja individualnih kokoši kako bi se dobio bolji uvid u samu biologiju proizvodnje jaja te u svrhu genetičke evolucije rasplodnih programa.

McNally je primjetio da su krivulje proizvodnje jaja za grupu kokoši imale isti opći oblik kao laktacijska krivulja. Dakle, opisao je očekivanu proizvodnju jaja s modificiranim Woodovim modelom. Tradicionalni modeli za opisivanje laktacijskih krivulja u mljekarstvu pretpostavljaju da je laktacija jednofazni proces. Novi pristup opisivanju laktacijskih krivulja su razvili Grossman i Koops (vidi [13]). Pristup je bio temeljen na višefaznom laktacijskom procesu koji razmatra da je mliječni prinos tijekom laktacije rezultat akumulacije više od jedne faze laktacije. U sljedećem poglavlju se može saznati nešto više o modelima proizvodnje jaja s višefaznim pristupom.

3. Karakterizacija krivulje proizvodnje jaja peradi koristeći višefazni pristup

Proizvodnja jaja je temeljena na cikličkim procesima, s periodom od 24 sata do 27 sati ili više, zavisno o dobi (vidi [14]). Ovi ciklički procesi rezultiraju leglima jednog ili više jaja snesenih u uzastopnim danima, a svako leglo je praćeno jednim danom ili s više dana pauze (vidi [15]). Veličina legla varira od kokoši do kokoši, i pretpostavlja se da je visoko nasljedna (vidi [16]). Unatoč vrlo ponovljivoj prirodi legla, krivulja proizvodnje jaja pokazuje porast u broju jaja, a zatim pad kako kokoši postaju starije (vidi [15]).

Postojanje legla i pauza podupire hipotezu o multifaznom obliku krivulje proizvodnje jaja. Varijacije u veličini legla te u dužini pauze, uslijed utjecaja starenja, mogu rezultirati razlikama između faza. U ovom poglavlju će se okarakterizirati krivulja proizvodnje jaja peradi upotrebljavajući multifazni model koji uključuje parametre koji su biološki interpretabilni.

Proizvodnja jaja koka je karakterizirana brojem jaja u leglu i pauzama između legla, kada se polaganje jaja nije desilo (vidi [17]). Broj jaja u leglu je određen ovulacijskim ciklusom, što rezultira cirkadijurnim ritmovima polaganja jaja. Devijacija perioda od oko 24 sata (cirkadijurni ritam) od perioda od točno 24 sata (dnevni ritam) se naziva "zaostajanje" (vidi [17]). Pauza je definirana kao period od zadnjeg jajeta u leglu do prvog jajeta u sljedećem leglu, i sastoji se od cirkadijurnog ritma i dodatnog perioda koji će se zvati "zakašnjenje". Pretpostavlja se da je zaostajanje određeno genetski (vidi [16]), dok je zakašnjenje određeno okolišem, pogotovo omjerom svjetla-tame.

Funkcijska veza između proizvodnje jaja i vremena je obično karakterizirana linearnom ili nelinearnom regresijom kumulativnog broja jaja (ovisna varijabla) i vremena polaganja jaja (neovisna varijabla). U svrhu boljeg razumijevanja bi bilo poželjnije da je vrijeme polaganja zabilježeno u jedinicama manjim od dana, npr. u satima ili čak minutama. To je stoga što bi se tada u linearni model koji opisuje ovu vezu mogli uključiti parametri za zaostajanje i zakašnjenje, pretpostavljajući konstantne vrijednosti tijekom vremena.

Za kokoš s dnevnim ritmom polaganja jaja, linearni model koji opisuje proizvodnju jaja je:

$$Y_t = 1 + \frac{1}{24} \cdot t \tag{1}$$

gdje je Y_t kumulativan broj jaja u trenutku t (mjeren u satima), od prvog jajeta, a $\frac{1}{24}$ je nagib, što ukazuje na jedno jaje svaka 24 sata.

Za kokoš s cirkadijurnim ritmom polaganja jaja, za prvo leglo, jednadžba (1) se može izmijeniti uključivši parametar za računanje zaostajanja:

$$Y_t = 1 + \frac{1}{24 + \lambda} \cdot t \tag{2}$$

gdje je $\frac{1}{24+\lambda}$ nagib, što ukazuje na jedno jaje svakog $(24 + \lambda)$-satnog perioda, a λ je

zaostajanje, mjereno u satima. Ako je λ negativan, onda je cirkadijurni ritam manji od 24 sata pa je onda kokoš u mogućnosti proizvesti jedno jaje u svakom 24-satnom periodu i više od jednog jajeta u nekim 24-satnim periodima. Ako je λ nula, onda je cirkadijurni ritam jednak dnevnom ritmu i kokoš je u mogućnosti proizvesti strogo samo jedno jaje u svakom 24-satnom periodu. Ako je λ pozitivan, onda je cirkadijurni ritam veći od 24 sata i kokoš nije u mogućnosti proizvesti jedno jaje u svakom 24-satnom periodu. Kao rezultat pozitivnog zaostajanja u ritmu polaganja jaja, kokoš eventualno neće uspjeti proizvesti jaje u nekom 24-satnom periodu. Neuspjeh kokoši da proizvede to jaje završava leglo i rezultira pauzom. Za kokoš sa cirkadijurnim ritmom polaganja jaja, za više od jednog legla, jednadzba (2) može biti izmijenjena uključivši redni broj legla i parametar za računanje zaostajanja:

$$Y_t = 1 + \frac{1}{24 + \lambda}[t - \delta(c - 1)] \tag{3}$$

gdje je λ prosječno zaostajanje u satima, $\delta > 0$ je prosječno zakašnjenje u satima, a c je redni broj legla ($c = 1, 2...$). Jednadžba (3) je, stoga, prikladna za karakteriziranje proizvodnje jaja s parametrima koji predstavljaju zaostajanje i zakašnjenje. U praksi, zapažanja u polaganju jaja se ne provode u satima nego danima, onda kada je zabilježeno postojanje jednog jajeta. Sada, veza između kumulativnog broja jaja i dana polaganja jaja za svaku kokoš po leglu je

$$Y_{t'} = 1 + \frac{1}{24 + \lambda}[24t' - \delta(c - 1)] \tag{4}$$

gdje je t' promatrani dan polaganja jaja, od dana prvog jajeta, za kumulativni broj jaja $Y_{t'}$. S dnevnim opažanjima polaganja jaja, međutim, uobičajene informacije koje su dostupne su vrijeme u danima i broj jaja, ali ne i broj legla. Broj legla, međutim, može se izvesti iz dostupnih informacija. Broj pauza je jednak broju legla minus 1 tj. $c - 1$. Broj pauza je također jednak broju neproduktivnih dana, što je razlika između broja dana i broja jaja minus 1: $[t' - (Y_{t'} - 1)]$.

Supstitucija $[t' - (Y_{t'} - 1)]$ za $(c - 1)$ u jednadžbi (4) daje sljedeće:

$$Y_{t'} = 1 + \frac{1}{24 + \lambda}[24t' - \delta t' - (Y_{t'} - 1)] \tag{5}$$

a rješavanje jednadžbe (5) za $Y_{t'}$ kao rezultat daje vezu između kumulativnog broja jaja i dana polaganja jaja:

$$Y_{t'} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{24 - \delta}}t' \tag{6}$$

gdje je $\dfrac{1}{1 + \frac{\lambda}{24-\delta}}$ prosječni nagib po leglu, što ukazuje na jedno jaje svakog $(1 + \frac{\lambda}{24-\delta})$-satnog perioda. Jednadžba (6), međutim, nije prigodna za karakteriziranje proizvodnje jaja zato što su parametri koji predstavljaju zaostajanje i zakašnjenje vezani i ne mogu biti procijenjeni pojedinačno.

Očekuje se da su individualne varijacije u nagibu rezultat individualnih razlika u zaostajanju, a ne u zakašnjenju. To je zato što se za zaostajanje očekuje da je određeno genetski, a zakašnjenje ekološki, i to vjerojatno omjerom svjetla-tame. Stoga, jednadžba (6) se može zapisati tako da izražava zaostajanje kao funkciju zakašnjenja, dana polaganja jaja i kumulativnog broja jaja:

$$\hat{\lambda} = (24 - \delta)\Big(\frac{t}{Y_{t'} - 1} - 1\Big) \tag{7}$$

gdje je $\hat{\lambda}$ točka procjene prosječnog zaostajanja po t' danu polaganja jaja. Za individue u zajedničkom okolišu, moguće je pretpostaviti konstantnu vrijednost za δ, a onda procijeniti parametar zaostajanja. Za individue koje nisu u zajedničkom okolišu, razumno je očekivati da zakašnjenje neće biti jako različito zato što omjeri svjetla i tame nisu jako različiti.

Ako su jednadžbe (1) do (3) interpretirane kao regresijski modeli, onda se pretpostavlja da je broj jaja slučajna varijabla, s nekom nepoznatom distribucijom, a za vrijeme polaganja jaja se pretpostavlja da je fiksna varijabla, mjerena bez greške. Međutim, u praksi, broj jaja je fiksna varijabla jer je bazirana na promatranjima postojanja jednog jajeta, a vrijeme u satima je slučajna varijabla, jer je bazirana na frekvenciji kolekcije. Prikladna analiza za modele proizvodnje jaja je, stoga, da se vrijeme polaganja jaja izrazi kao funkcija broja jaja. Rješavanjem jednadžbe (3) za t dobiva se sljedeće:

$$t_Y = (24 + \lambda)(Y - 1) + \delta(c - 1) \tag{8}$$

gdje je t_Y promatrano vrijeme polaganja jaja u satima, od vremena prvog jajeta, za kumulativni broj jaja Y. Ovaj model je primijenjen na podatke o proizvodnji jaja, gdje je vrijeme polaganja jaja bilježeno više manje na sat, kako bi se procijenili parametri za zaostajanje i zakašnjenje.

Primjer 3.1. *(vidi [3]) Podaci su iz jednog eksperimenta o funkciji jajnika, od kolovoza do rujna 1990., sa sveučilišta u Illinoisu, Odjel za životinjske znanosti, gdje je vrijeme polaganja jaja promatrano nekada tijekom svakog sata od oko 7 sati do 16 sati, od ponedjeljka do petka, i zabilježeno na najbližih 10 do 15 minuta. Za jaja proizvedena od 16 sati do 7 sati, kao i vikendima, samo je zabilježeno prisustvo, odnosno njihov broj. Pilići su izloženi omjeru svjetla-tame u iznosu od 15:9 sati, gdje su sati svjetla bili između 5 sati i 20 sati. Tri kokoši su uzete kao uzorak: jedna s jednim leglom, druga s dva legla i treća s četiri legla tijekom perioda od 16 dana (Tablica 3).*

	Kokoš 4a			Kokoš 9c			Kokoš 27d		
Kumulativan broj jaja (Y)	h	d	c	h	d	c	h	d	c
1	0.00	0	1	0.00	0	1	0.00	0	1
2	P^1	1	1	25.00	1	1	26.50	1	1
3	P	2	1	50.00	2	1	52.00	2	1
4	71.50	3	1	75.50	3	1	P	3	1
5	96.00	4	1	100.50	4	1	120.50	5	2
6	119.50	5	1	125.00	5	1	146.00	6	2
7	143.00	6	1	149.50	6	1	171.00	7	2
8	167.25	7	1	176.00	7	1	P	8	2
9	191.25	8	1	216.00	9	2	P	9	2
10	P	9	1	242.00	10	2	265.75	11	3
11	239.25	10	1	P	11	2	292.50	12	3
12	263.50	11	1	P	12	2	320.00	13	3
13	287.00	12	1	317.00	13	2	360.75	15	4
14	311.00	13	1	343.50	14	2	P	16	4
15	335.00	14	1	370.50	15	2	410.75	17	4
16	P	15	1	P	16	2	438.00	18	4
[1] se odnosi na prisustvo jajeta, ali nema podataka o vremenu nesenja u satima									

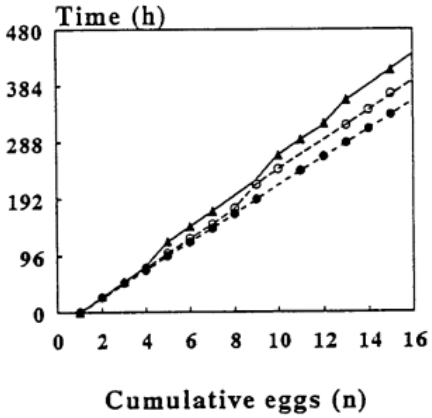
Tablica 3: Promatrani kumulativni broj jaja (Y), vrijeme nesenja u satima (h) i danima (d) od prvog jajeta, i broj legla (c) za tri kokoši

Kokoš	Broj legla	Parametri				Stand. dev. reziduala
		λ	se	δ	se	
$4a^2$	1	-0.08	0.00	-	-	0.25
9c	2	1.14	0.01	16.24	0.97	0.99
27d	4	2.10	0.21	15.58	0.99	0.83
[1]Procjene za model (8); λ i δ su izražene u satima						
[2]Nema procjene za zakašnjenje jer nije bilo pauze						

Tablica 4: Procjene[1] za zaostajanje (λ) i zakašnjenje (δ), njihove standardne greške i standardne devijacije reziduala

Procijenjeni su parametri jednadžbe (8), sa vremenom u satima, za svaku od tri kokoši (Slika 3). U Tablici 4 su procjene za zaostajanje (λ) *i zakašnjenje* (δ)*, njihove standardne greške i standardne devijacije reziduala. Standardna devijacija reziduala je za svaku kokoš bila mala, manja od 1 sata. Prema Slici 3 može se primjetiti kako je jednadžba (8) bolje prilagođena podacima od kokoši 4a nego podacima drugih kokoši jer tu nije bilo pauze. Zaostajanje* (λ) *se kretalo u razmjeru od -0.08 do 2.10 sati, gdje veće vrijednosti za zaostajanje upućuju na duže periode cirkadijurnog ritma te posljedično na manja legla. Ako je zaostajanje jednako nula ili je negativno onda to upućuje na to da su cirkadijurni ritmovi manji ili jednaki 24 sata, što omogućuje kokoši da proizvodi velika legla bez pauze. Zakašnjenje* (δ) *je bilo oko 16 sati.*

Za svaku kokoš iz Tablice 3, prosječno zaostajanje je, također, procijenjeno upotreb-



Slika 3: Modeliranje vremena polaganja jaja linearnom regresijom (8) za kokoši $4a(\bullet)$, $9c(\circ)$ i $27d(\blacktriangle)$

ljavajući jednadžbu (7) tijekom cijelog vremenskog perioda u danima, pretpostavljajući zakašnjenje od 16 sati. Ove procjene za zaostajanje mogu biti različite od onih u Tablici 4 zbog pogreške povezane s promatranim vremenom u danima kao višekratnikom od 24 sata. Prosječno zaostajanje za kokoš 4a je bilo 0 sati; za kokoš 9c je bilo 0.53 sata; a za kokoš 27d je bilo 1.6 sati. Za kokoš 4a, vrijeme polaganja jajeta 15 je bilo promatrano u 335. satu, dok je polaganje jaja bilo "promatrano" u 336. satu kada je vrijeme bazirano na danima $(24 \cdot 14 = 336)$*. Za kokoš 9c, međutim, promatranje jaja 15 je bilo promatrano u 370.5. satu dok je polaganje jaja bilo "promatrano" u 360. satu kada je vrijeme bazirano na danima* $(24 \cdot 15 = 360)$*. Kao rezultat, razlika između procjena zaostajanja za kokoš 4a (-0.08 od 0) je bila manja od one za kokoš 9c (1.14 od 0.53).*

4. Postupak modeliranja proizvodnje jaja

U ovom poglavlju će biti obavljeno modeliranje proizvodnje jaja na podacima ustupljenima od strane tvrtke Žito d.o.o. Najprije će se krenuti od statističke analize podataka, odnosno, deskriptivne statistike te grafičkih prikaza podataka. Nadalje će se rad usmjerit na četiri ranije spomenuta modela, tj. Woodov model, modificirani Woodov model, Compartmental model te modificirani Compartmental model kojima će biti potrebno procijeniti parametre. Na temelju teorijskih vrijednosti koje će biti procijenjene napravit će se usporedba sa stvarnim vrijednostima. Usporedba modela će također biti vidljiva na pripadnim grafičkim prikazima te u nekim mjerama kvalitete modela koje će biti upotrebljene u ovom poglavlju.

Kokoši u tvrtki Žito d.o.o. se useljavaju u peradarnik kako bi proizvodile jaja. Prije useljavanja se uzgajaju u posebnim objektima sve do svojeg 18. tjedna starosti. Obično se kokoši drže u peradarniku oko godinu dana, a nekada i duže. Nesivost jaja kokoši se odnosi na njihovu svojevrsnu produktivnost te je ona, na temelju dostupnih podataka, izračunata kao kvocijent ukupnog broja jaja i broja kokoši u tom peradarniku. Graf funkcije koja opisuje nesivost jaja kokoši uobičajeno pokazuje strm uspon na početku proizvodnje sve do maksimalne nesivosti, a onda sugerira padajući trend.

Tvrtka Žito d.o.o. je ustupila svoje podatke koji se odnose na proizvodnju jaja 45096 kokoši koje su bile useljene u peradarnik na Farmi koka nesilica Vuka. Podaci su zabilježeni tijekom 390 dana te prikazuju ukupan broj jaja koji su proizvele kokoši u svakom od tih dana. Na temelju tih podataka je konstruirana nova slučajna varijabla kojom se modelira dnevna nesivost jaja svih kokoši koje se nalaze u tom peradarniku i to kao ukupan broj jaja na dan po ukupnom broju kokoši te će daljnja analiza biti usmjerena upravo na nju.

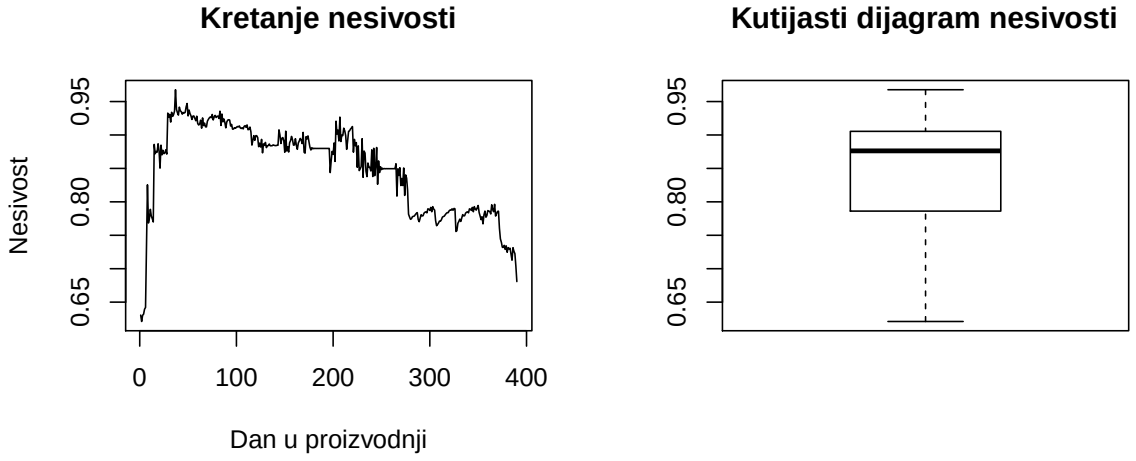
4.1. Statistička analiza podataka

Najprije je napravljena deskriptivna statistika. U Tablici 5 su dane numeričke karakteristike nesivosti. Nesivost se kreće u rasponu od minimalno izmjerenih 0.6211 do maksimalno izmjerenih 0.9677. Prosječna nesivost iznosi 0.8503, a medijan 0.8762, što znači da je barem 50% nesivosti manje od ili jednako 0.8762 te da je barem 50% nesivosti veće od ili jednako 0.8762. 1. kvartil iznosi 0.7863, a 3. kvartil iznosi 0.9052.

Minimum	1. kvartil	Medijan	Prosjek	3. kvartil	Maksimum
0.6211	0.7863	0.8762	0.8503	0.9052	0.9677

Tablica 5: Numeričke karakteristike nesivosti

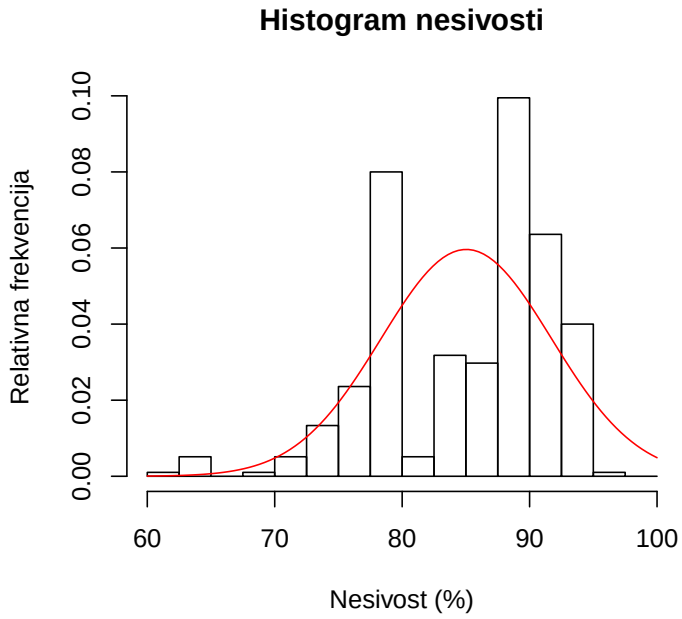
Na Slici 4 je dan grafički prikaz kretanja nesivosti tijekom vremena te kutijasti dijagram nesivosti. Na početku proizvodnje je vidljiv nagli rast do vrhunca, a zatim padajući trend od vrhunca do kraja proizvodnje. Ako se usporedi kretanje nesivosti ovih podataka s uzorcima iz Primjera 2.1. onda se može primjetiti kako se ova nesivost kreće najsličnije uzorku 1 koji je imao nagli rast na početku proizvodnje, a zatim je proizvodnja postepeno opadala. Kao što je navedeno u Primjeru 2.1. parametri sva četiri modela iz tog primjera su procijenjeni za taj uzorak te se kao najbolji model pokazao Compartmental model. U nastavku ovog poglavlja će se pokazati je li to slučaj i kod podataka prikazanih na Slici 4.



Slika 4: Grafički prikaz i kutijasti dijagram nesivosti

Na kutijastom dijagramu se mogu vidjeti numeričke karakteristike iz Tablice 5. Isto tako se može primjetiti da nema stršećih vrijednosti.

Nadalje, napravljen je histogram nesivosti zajedno sa grafom uzoračke gustoće nesivosti i prikazan na Slici 5.



Slika 5: Histogram nesivosti i graf funkcije gustoće normalne distribucije

Prema Slici 5 se može naslutiti da nesivost nema normalnu distribuciju. Provedbom Shapiro-Wilk testa o normalnosti distribucije se dobiva p-vrijednost koja aproksimativno iznosi nula pa se na razini značajnosti 0.05 odbacuje nul-hipoteza o normalnosti distribucije ove slučajne varijable te prihvaća alternativna hipoteza koja govori da nesivost nema normalnu distribuciju.

4.2. Modeli proizovodnje jaja

Za modeliranje ovih podataka bit će upotrebljeni Woodov model i Compartmental model te njihove modifikacije. Obzirom da parametri Adams-Bell modela nemaju nekakvo posebno biološko značenje, on neće biti uključen u modeliranje ovih podataka. Svaki od ova četiri modela sadrži određeni broj parametara. Te parametre je potrebno procijeniti i interpretirati. Procjena parametara modela će se obaviti upotrebom Levenberg-Marquardt algoritma implementiranog u gotovu funkciju u programskom jeziku R.

Levenberg-Marquardt algoritam je poznat još i pod nazivom metoda prigušenih najmanjih kvadrata. On je zapravo kombinacija metode najbržeg spusta te Gauss-Newtonove metode, a one su obje metode za pronalaženje minimuma funkcije. Ovaj je algoritam jedan od standardnih metoda rješavanja nelinearnih problema najmanjih kvadrata. On uključuje iterativno poboljšanje vrijednosti parametara kako bi se smanjila suma kvadrata reziduala, odnosno suma kvadrata razlika između izmjerenih vrijednosti i vrijednosti procijenjenih funkcijom koju promatramo. Algoritam zahtijeva da se zadaju početne vrijednosti parametra kako bi se oni procijenili. U slučaju kada je trenutna suma kvadrata reziduala daleko od minimalne, a time i vrijednosti parametara daleko od optimalnih, algoritam se ponaša kao metoda najbržeg spusta, a kada je trenutna suma kvadrata reziduala blizu minimalne vrijednosti, a time i vrijednosti parametara blizu optimalnih, onda se algoritam ponaša kao Gauss-Newton metoda (vidi [18], [19] i [20]).

4.2.1. Woodov model

Prvi model koji će se koristiti je Woodov model čija je jednadžba sljedeća:

$$y_t = at^b e^{-ct}, \tag{9}$$

gdje y_t modelira prosječnu nesivost u trenutku t, a a, b i c parametre koje treba procijeniti. Parametar a prestavlja inicijalnu, odnosno, početnu nesivost. Parametar b se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, a parametar c na stopu pada nakon vrhunca nesivosti. Ako se y_t shvati kao zavisna slučajna varijabla kojom se modelira prosječna nesivost u danu t, onda je cilj procijeniti parametre a, b i c koji su svi pozitivni brojevi.

Također, osim što model omogućuje modeliranje nesivosti i prediktiranje buduće nesivosti, on omogućuje i izračun teorijske maksimalne nesivosti i trenutka u kojem se ona postiže te perzistencije nesivosti kokoši. Međutim, nijedan drugi model od ova četiri modela koji će se koristiti u modeliranju ovih podataka ne omogućuje računanje tih karakteristika, a kako rad ni nije usmjeren na njihovo računanje, one će biti izračunate samo za Woodov model. Izračunom maksimuma funkcije (9) dobiva se trenutak dostizanja maksimalne nesivosti. Dakle, derivacijom jednadžbe (9) po t se dobiva sljedeće:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}y_t &= a\Big[bt^{b-1}e^{-ct} + t^b e^{-ct}(-c)\Big] \\ &= ae^{-ct}\Big[bt^{b-1} - ct^b\Big] \\ &= at^b e^{-ct}\left[\frac{b}{t} - c\right].\end{aligned}$$

Stoga je,

$$t = \frac{b}{c}$$

stacionarna točka funkcije (9). Uvrštavanjem vrijednosti $t = \dfrac{b}{c}$ u drugu derivaciju funkcije (9) se dobiva:

$$a\left(\frac{b}{c}\right)^b e^{-b}\left(-\frac{c^2}{b}\right) < 0$$

Dakle, točka $t = \dfrac{b}{c}$ je točka lokalnog maksimuma funkcije (9). Stoga se teorijska maksimalna nesivost dostiže u trenutku

$$PT = \frac{b}{c}$$

gdje je PT oznaka za taj trenutak (eng. peak time). Uvrštavanjem vrijednosti $t = \dfrac{b}{c}$ u jednadžbu (9) se dobiva:

$$y_{max} = a\left(\frac{b}{c}\right)^b e^{-b}$$

što zapravo predstavlja teorijsku maksimalnu nesivost.

Perzistencija (P) nesivosti kokoši pri vrhuncu nesivosti se računa prema sljedećoj formuli:

$$P = -(b+1)ln(c)$$

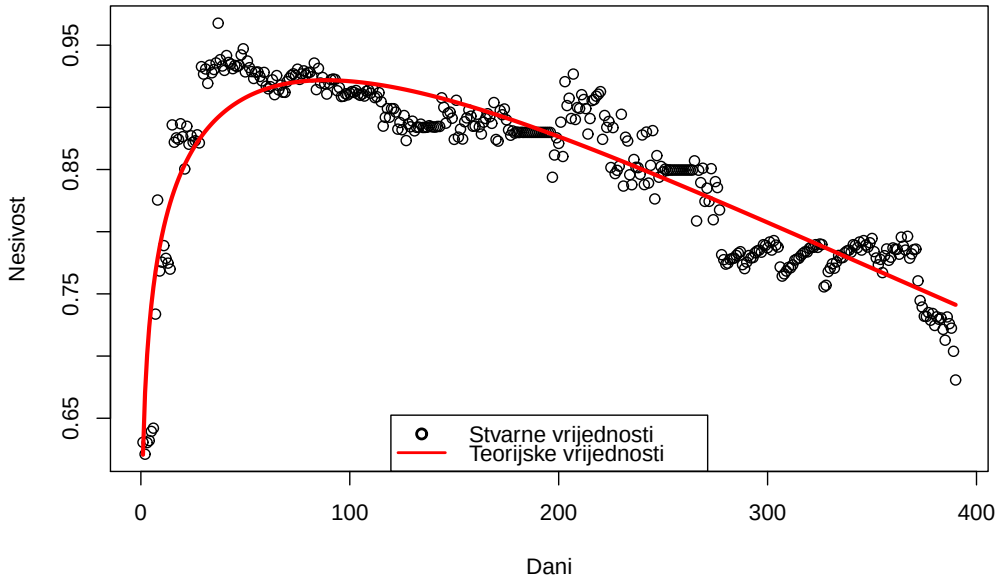
Procjena parametara Woodovog modela, tj. parametara a, b i c pomoću Levenberg-Marquardtovog algoritma je prikazana u Tablici 6.

Parametar	Procjena	Standardna greška	p-vrijednost t-testa
a	0.6214	0.0109	$< 2 \cdot 10^{-16}$
b	0.1132	0.004792	$< 2 \cdot 10^{-16}$
c	0.00128	0.00004009	$< 2 \cdot 10^{-16}$

Tablica 6: Procjena parametara Woodovog modela i pripadne standardne greške za nesivost

S obzirom da su sve p-vrijednosti t-testova manje od 0.05, na razini značajnosti 0.05 se odbacuje nul-hipoteza o jednakosti parametara nuli te prihvaća alternativna hipoteza, odnosno, zaključuje se da su sva tri parametra Woodovog modela statistički značajno različita od nule. Dakle, sva tri parametra bitno utječu na oblik krivulje nesivosti. Na osnovu procijenjenih vrijednosti parametara koji su prikazani u Tablici 6, model za modeliranje nesivosti je definiran sljedećom jednadžbom:

$$y_t = 0.6214 \cdot t^{0.1132} \cdot e^{-0.00128 \cdot t} \tag{10}$$



Slika 6: Nesivost modelirana Woodovim modelom i stvarne vrijednosti nesivosti

Može se primjetiti kako teorijske vrijednosti dobivene modelom najviše odstupaju od stvarnih vrijednosti kod dostizanja maksimalne nesivosti. Naime, teorijske vrijednosti tu podcjenjuju stvarne. Isto tako se može primjetiti kako teorijske vrijednosti dobivene modelom počinju precjenjivati stvarne vrijednosti nesivosti pri kraju proizvodnje. Također, može se primjetiti razlika u samom vremenu dostizanja maksimalne nesivosti.

Vrijednosti	y_{max}	PT	P
Stvarne vrijednosti	0.967669	37	
Teorijske vrijednosti	0.921655	88.4375	7.414909

Tablica 7: Usporedba teorijskih i stvarnih vrijednosti

Poput Slike 6, i Tablica 7 pokazuje veliko odstupanje u vremenu dostizanja maksimalne nesivosti. Naime, teorijski trenutak dostizanja maksimalne nesivosti iznosi 88.4375, a stvarno vrijeme dostizanja maksimalne nesivosti iznosi 37. S druge strane, odstupanje teorijske vrijednosti maksimalne nesivosti od stvarne je ipak dosta manje. Perzistencija ili postojanost nesivosti kokoši pri vrhuncu nesivosti iznosi 7.414909.

4.2.2. Modifikacija Woodovog modela

Sljedeći model za modeliranje nesivosti je zapravo modifikacija Woodovog modela:

$$y_t = at^b e^{-ct+d\sqrt{t}}, \tag{11}$$

gdje y_t modelira prosječnu nesivost u trenutku t, a a, b, c i d parametre koje treba procijeniti. Parametar a prestavlja inicijalnu, odnosno, početnu nesivost. Parametar b se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, parametar c na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d je tzv. parametar skaliranja korijena vremena. Dakle, ovaj model ima iste parametre kao i Woodov model te jedan dodatan parametar d. Vrijednosti parametara a i b su pozitivni brojevi, a vrijednosti parametara c i d su negativni brojevi. Procijenjene vrijednosti parametara te njihove standardne greške su prikazane u Tablici 8.

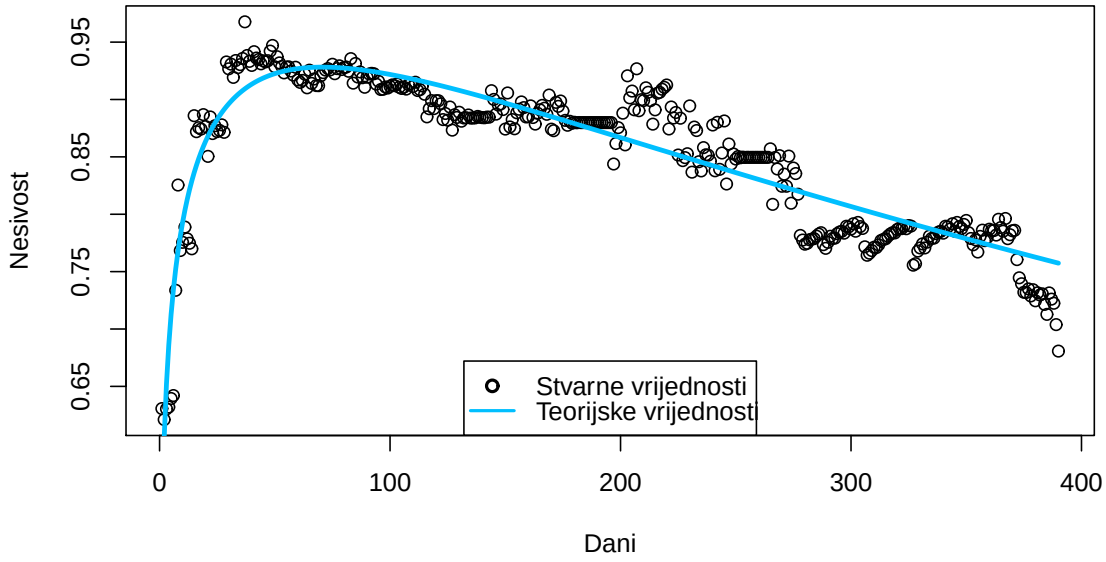
Parametar	Procjena	Standardna greška	p-vrijednost t-testa
a	0.5597438	0.0132812	$< 2 \cdot 10^{-16}$
b	0.2301196	0.0181900	$< 2 \cdot 10^{-16}$
c	-0.0001928	0.0002207	0.00383
d	-0.0580162	0.0086143	$5.97 \cdot 10^{-11}$

Tablica 8: Procjena parametara modificiranog Woodovog modela i pripadne standardne greške za nesivost

S obzirom da su sve p-vrijednosti t-testova manje od 0.05, na razini značajnosti 0.05 se odbacuje nul-hipoteza o jednakosti parametara nuli te prihvaća alternativna hipoteza, odnosno, zaključuje se da su sva četiri parametra modificiranog Woodovog modela statistički značajno različita od nule. Dakle, sva četiri parametra bitno utječu na oblik krivulje nesivosti. Na osnovu procijenjenih vrijednosti parametara koji su prikazani u Tablici 8, model za modeliranje nesivosti je definiran sljedećom jednadžbom:

$$y_t = 0.5597438 \cdot t^{0.2301196} \cdot e^{0.0001928 \cdot t - 0.0580162 \cdot \sqrt{t}} \tag{12}$$

Na Slici 7 je prikazana nesivost modelirana modificiranim Woodovim modelom.



Slika 7: Nesivost modelirana modificiranim Woodovim modelom i stvarne vrijednosti nesivosti

Može se primjetiti da, kao i u slučaju Woodovog modela, teorijske vrijednosti dobivene modelom najviše odstupaju od stvarnih vrijednosti kod dostizanja maksimalne nesivosti, tj. teorijske vrijednosti podcjenjuju stvarne. Isto tako se može primjetiti kako teorijske vrijednosti dobivene modelom počinju precjenjivati stvarne vrijednosti nesivosti pri kraju proizvodnje. Također, može se primjetiti razlika u samom vremenu dostizanja maksimalne nesivosti. Vidljivo je da je modifikacija Woodovog modela dovela do poboljšanja u teorijskom maksimumu nesivosti, kao i u trenutku dostizanja istog. Međutim, na kraju procesa proizvodnje je ovaj model pokazao veće odstupanje teorijskih od stvarnih vrijednosti nego što je to bilo u slučaju Woodovog modela. Naime, ovdje teorijske vrijednosti puno više precjenjuju stvarne, no ta razlika će biti vidljivija u Poglavlju 4.3. gdje se radi o usporedbi modela.

4.2.3. Compartmental model

Dnevna prosječna nesivost u Compartmental modelu je, prema McMillanu, definirana sljedećom jednadžbom:

$$y_t = a\left[1 - e^{-c\left(t-d\right)}\right]e^{-bt}, \tag{13}$$

gdje y_t modelira prosječnu nesivost u trenutku t, a a, b, c i d parametre koje treba procijeniti. Vrijednost parametra a je obično blizu vrijednost nesivosti pri vrhuncu proizvodnje jaja. Parametar c se odnosi na stopu rasta prije vrhunca nesivosti, parametar b na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d se odnosi na prosječno vrijeme početka nesenja. Vrijednosti parametara a, b i c su pozitivni brojevi, a parametar d može biti pozitivan, ali i negativan. Procijenjene vrijednosti parametara te njihove standardne greške su prikazane u Tablici 9.

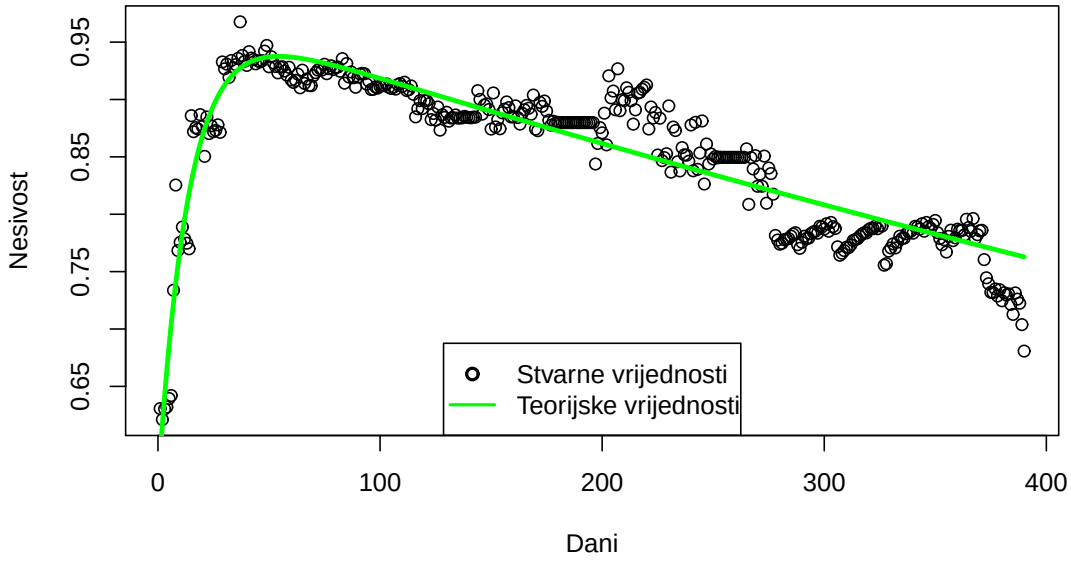
Parametar	Procjena	Standardna greška	p-vrijednost t-testa
a	0.9795	0.004736	$< 2 \cdot 10^{-16}$
b	0.000641	0.00002081	$< 2 \cdot 10^{-16}$
c	0.07115	0.005056	$< 2 \cdot 10^{-16}$
d	-12.01	1.333	$< 2 \cdot 10^{-16}$

Tablica 9: Procjena parametara Compartmental modela i pripadne standardne greške za nesivost

S obzirom da su sve p-vrijednosti t-testova manje od 0.05, na razini značajnosti 0.05 se odbacuje nul-hipoteza o jednakosti parametara nuli te prihvaća alternativna hipoteza, odnosno, zaključuje se da su sva četiri parametra Compartmental modela statistički značajno različita od nule. Dakle, sva četiri parametra bitno utječu na oblik krivulje nesivosti. Na osnovu procijenjenih vrijednosti parametara koji su prikazani u Tablici 9, model za modeliranje nesivosti je definiran sljedećom jednadžbom:

$$y_t = 0.9795 \cdot \left[1 - e^{-0.07115 \cdot \left(t+12.01\right)}\right] \cdot e^{-0.000641 \cdot t} \tag{14}$$

Na Slici 8 je prikazana nesivost modelirana Compartmental modelom.



Slika 8: Nesivost modelirana Compartmental modelom i stvarne vrijednosti nesivosti

Može se primjetiti da se ovdje situacija još više popravila, što se tiče odstupanja teorijskih vrijednosti od vrhunca nesivosti, kada se gleda u odnosu na prethodna dva modela. Isto tako se može primjetiti kako teorijske vrijednosti dobivene modelom dosta precjenjuju stvarne vrijednosti nesivosti pri kraju proizvodnje. Također, može se primjetiti razlika u samom vremenu dostizanja maksimalne nesivosti. Detaljna usporedba će se napraviti u Poglavlju 4.3.

4.2.4. Modifikacija Compartmental modela

Zadnji model koji će se koristiti je zapravo modifikacija Compartmental modela gdje je dnevna prosječna nesivost opisana sljedećom jednadžbom:

$$y_t = \frac{ae^{-bt}}{1 + e^{-c\left(t-d\right)}}, \tag{15}$$

gdje y_t modelira prosječnu nesivost u trenutku t, a a, b, c i d parametre koje treba procijeniti. Vrijednost parametra a je obično blizu vrijednost nesivosti pri vrhuncu proizvodnje jaja. Parametar c je recipročni pokazatelj varijacije u tjednu proizvodnje prvog jajeta, parametar b se odnosi na stopu pada nakon vrhunca nesivosti, a parametar d se odnosi na prosječno vrijeme početka nesenja, odnosno na vrijeme spolne zrelosti. Iako spolna zrelost i vrijeme proizvodnje prvog jajeta ne predstavljaju istu stvar, često se uzima kako je tjedan dostizanja spolne zrelosti upravo tjedan u kojem se proizvede prvo jaje pa će to biti slučaj i ovdje. Vrijednosti parametara a i c su pozitivni brojevi, a parametri b i d mogu biti pozitivni, ali i negativni brojevi. Procijenjene vrijednosti parametara te njihove standardne greške su prikazani u Tablici 10.

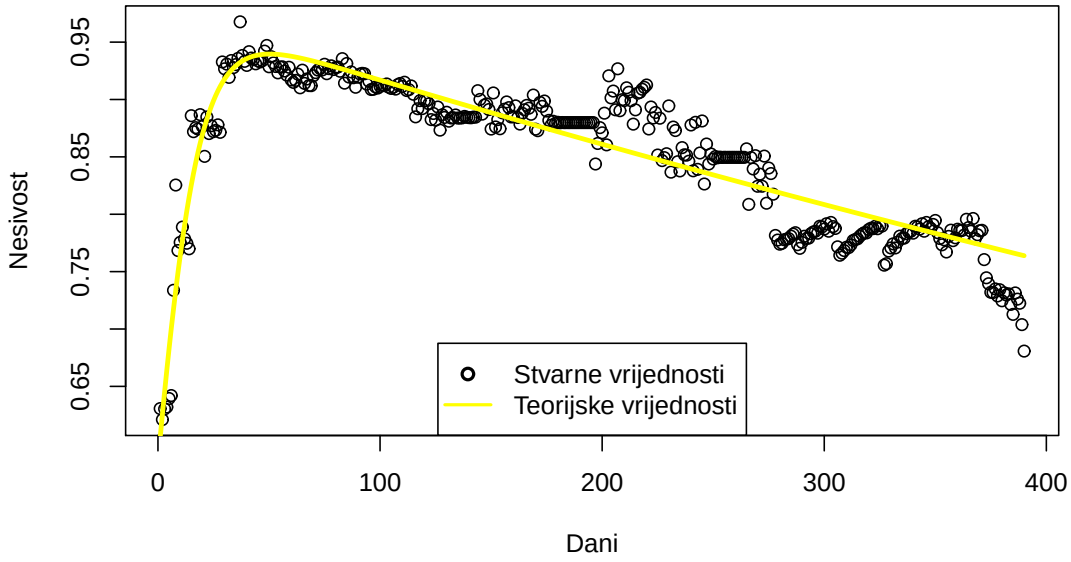
Parametar	Procjena	Standardna greška	p-vrijednost t-testa
a	0.9766	0.004506	$< 2 \cdot 10^{-16}$
b	-0.00063	0.00002012	$< 2 \cdot 10^{-16}$
c	0.09066	0.00646	$< 2 \cdot 10^{-16}$
d	-4.41	0.9646	$6.54 \cdot 10^{-6}$

Tablica 10: Procjena parametara modificiranog Compartmental modela i pripadne standardne greške za nesivost

S obzirom da su sve p-vrijednosti t-testova manje od 0.05, na razini značajnosti 0.05 se odbacuje nul-hipoteza o jednakosti parametara nuli te prihvaća alternativna hipoteza, odnosno, zaključuje se da su sva četiri parametra modificiranog Compartmental modela statistički značajno različita od nule. Dakle, sva četiri parametra bitno utječu na oblik krivulje nesivosti. Na osnovu procijenjenih vrijednosti parametara koji su prikazani u Tablici 10, model za modeliranje nesivosti je definiran sljedećom jednadžbom:

$$y_t = \frac{0.9766 \cdot e^{0.00063 \cdot t}}{1 + e^{-0.09066 \cdot \left(t+4.41\right)}} \tag{16}$$

Na Slici 9 je prikazana nesivost modelirana modificiranim Compartmental modelom.



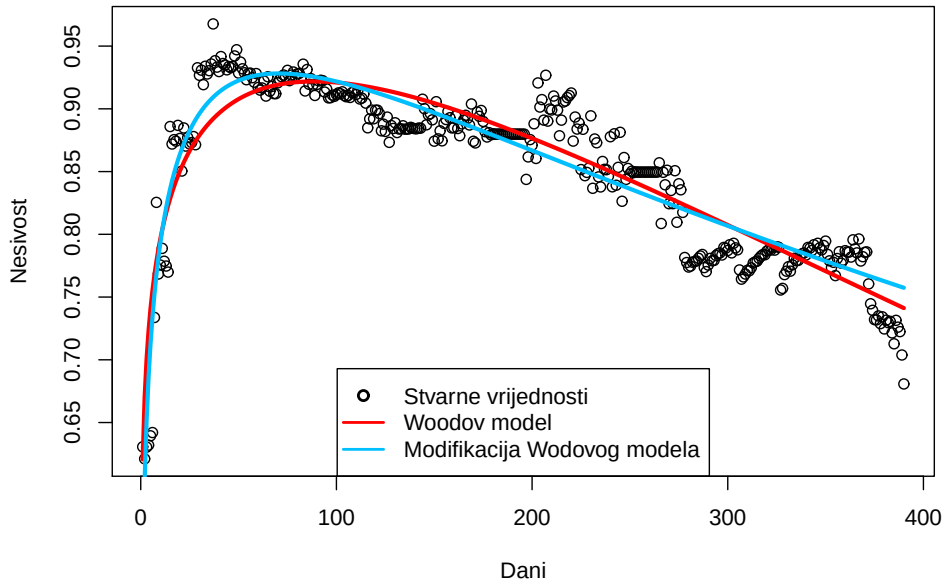
Slika 9: Nesivost modelirana modificiranim Compartmental modelom i stvarne vrijednosti nesivosti

Može se primjetiti da se ovdje situacija neznatno popravila u odnosu na Compartmental model kada se gleda na odstupanja teorijskih vrijednosti od vrhunca nesivosti no detaljna usporedba i usporedni grafički prikaz će se napraviti u Poglavlju 4.3.

4.3. Usporedba modela

Ovaj dio rada bit će usmjeren na uspoređivanje modela na temelju kriterija kao što su korigirani R^2, Akaike i Bayesov informacijski kriterij (vidi [22]).

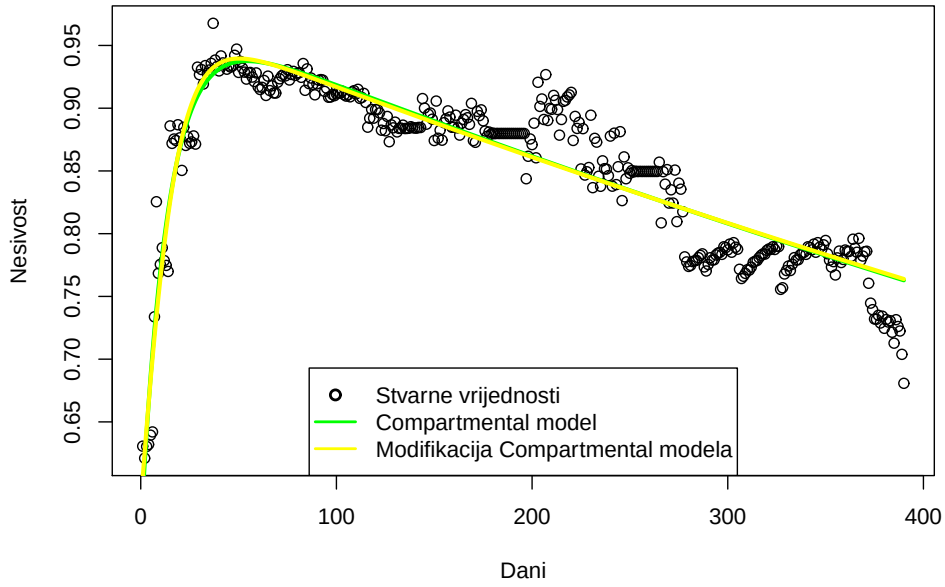
Najprije je napravljena usporedba Woodovog modela i njegove modifikacije u odnosu na stvarne podatke koja je prikazana na Slici 10.



Slika 10: Nesivost dobivena Woodovim modelom i njegovom modifikacijom i stvarne vrijednosti nesivosti

Može se primjetiti kako su vrijednosti modelirane modifikacijom Woodovog modela manje odstupale od stvarnih vrijednosti nego što su vrijednosti modelirane Woodovim modelom kada se gleda na prvu fazu proizvodnje i dostizanje vrhunca nesivosti. S druge strane, teorijske vrijednosti dobivene modelom modifikacije Woodovog modela pokazuju veća odstupanja od teorijskih vrijednosti dobivenih Woodovim modelom u odnosu na stvarne vrijednosti na kraju prozivodnje.

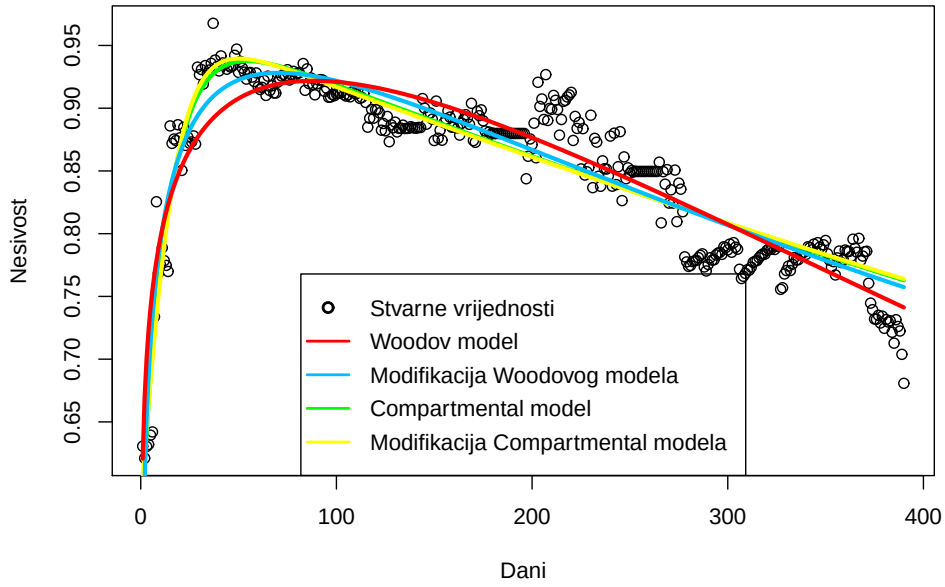
Zatim je napravljena usporedba Compartmental modela i njegove modifikacije u odnosu na stvarne podatke koja je prikazana na Slici 11.



Slika 11: Nesivost dobivena Compartmental modelom i njegovom modifikacijom i stvarne vrijednosti nesivosti

Prema Slici 11 se vidi kako nema neke velike razlike između vrijednosti modeliranih Compartmental modelom te njegovom modifikacijom. No, ipak se može primjetiti kako su vrijednosti modelirane modifikacijom Compartmental modela malo manje odstupale od stvarnih nego vrijednosti modelirane Compartmental modelom. S druge strane, teorijske vrijednosti dobivene modelom modifikacije Compartmental modela pokazuju malo veća odstupanja od teorijskih vrijednosti dobivenih Compartmental modelom u odnosu na stvarne vrijednosti na kraju prozivodnje.

Na kraju je napravljen grafički prikaz sva četiri modela zajedno sa stvarnim vrijednostima nesivosti kako bi se bolje vidjelo koji model najlošije opisuje ove podatke, a koji najbolje.



Slika 12: Nesivost dobivena nelinearnim modelima i stvarne vrijednosti nesivosti

Prema Slici 12 se može primjetiti kako postoje razlike u modelima i to posebno oko vrhunca nesivosti te samog kraja proizvodnje dok u ovom središnjem dijelu vremenskog intervala niti jedan model ne opisuje podatke baš dobro.

Kod vrhunca proizvodnje je primjetno da modifikacija Compartmental modela najmanje odstupa od stvarne nesivosti, a usko ju prati i sam Compartmental model. Najlošije izgleda Woodov model koji dosta odstupa od podataka pri vrhuncu proizvodnje, a može se primjetiti kako je modifikacija Woodovog modela nešto "uspješnija" od njega.

Situacija je posve drugačija kada se pogleda kraj proizvodnje. Teorijske vrijednosti dobivene modelima, osim Woodovim modelom, dosta precjenjuju stvarne podatke. Naime, nesivost dobivena Woodovim modelom je ovdje najbolje usklađena s podacima. Nesivost modelirana modifikacijom Woodovog modela koja je bila više usklađena s podacima kod vrhunca proizvodnje, sada više odstupa od stvarnih podataka nego nesivost modelirana Woodovim modelom. Najlošije izgledaju nesivost Compartmental modela i njegove modifikacije, s tim da je modifikacija malo lošija.

Sljedeća usporedba je temeljena na vrijednostima korigiranog R^2 te Akaike informacijskog kriterija i Bayesovog informacijskog kriterija.

Uobičajena mjera kvalitete regresijskog modela je

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

gdje je SS_{res} suma kvadrata reziduala, a SS_{tot} ukupna suma kvadrata odstupanja

podataka od prosjeka, odnosno u ovom slučaju, stvarne nesivosti od prosječne nesivosti. Sada se korigirani R^2, odnosno, R^2_{adj}, računa na sljedeći način:

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2)\frac{n-1}{n-p-1}$$

gdje je n broj opservacija, a p broj parametara u modelu.

Akaike i Bayesov informacijski kriterij će biti izračunati na temelju ugrađene funkcije u programskom paketu R.

Najbolji model je onaj koji ima najveću vrijednost korigiranog R^2 te najmanju vrijednost Akaike i Bayesovog informacijskog kriterija.

Model	R^2_{adj}	AIC	BIC
Wood	0.8614979	-1535.255	-1519.391
Modifikacija Woodovog modela	0.8738156	-1576.793	-1556.962
Compartmental	0.8813906	-1592.741	-1572.91
Modifikacija Compartmental modela	0.8795039	-1590.997	-1571.166

Tablica 11: Vrijednosti R^2_{adj}, AIC i BIC za modele

U Tablici 11 se može vidjeti kako sva četiri modela imaju vrijednost korigiranog R^2 na visokoj razini, odnosno oko 0.88 što nije loše. Prema vrijednostima korigiranog R^2, najbolji je Compartmental model, a najlošiji Woodov model. Ako se pogledaju vrijednosti Akaike informacijskog kriterija, onda se može primjetiti kako je ponovno Compartmental model najbolji jer ima najmanju vrijednost AIC, a Woodov najlošiji. Isto se ponavlja i sa Bayesovim informacijskim kriterijem. Ako se usporede Woodov model i njegova modifikacija, onda se može vidjeti kako modifikacija ima nešto bolje vrijednosti korigiranog R^2, AIC i BIC. S druge strane, u usporedbi Compartmental modela i njegove modifikacije može se vidjeti kako modifikacija nema bolje vrijednosti korigiranog R^2, AIC i BIC.

Dakle, prema navedenim kriterijima se kao najbolji model pokazuje Compartmental model (kao što je i slučaj s uzorkom 1 iz Primjera 2.1.), a kao najlošiji Woodov model. Međutim, Slika 12 je pokazala kako Compartmental model dosta griješi u modeliranju nesivosti na kraju proizvodnje jaja, odnosno, precjenjuje stvarne vrijednosti pa i to treba uzeti u obzir.

5. Zaključak

Krivulje proizvodnje jaja su obično slične među istim vrstama kokoši. Dakle, proizvodnja jaja obično raste od prvog položenog jajeta do dostizanja vrhunca i obično je to strm uspon, a onda postepeno opada prema kraju procesa proizvodnje. Različiti su modeli prilagođavani krivuljama proizvodnje jaja u svrhu predikcije proizvodnje jaja.

U prvom dijelu ovog rada su uspoređeni Woodov model, Compartmental model, modificirani Compartmental model te Adams-Bell model. Utvrđeno je kako su modeli imali dosta slične rezultate u prilagodbi podacima na temelju kriterija poput AIC i R^2, ali i da određeni parametri modela nisu mogli biti procijenjeni kod krivulja proizvodnje jaja koje su pokazale nagli pad u proizvodnji jaja nakon vrhunca proizvodnje. Također, modeli se nisu pokazali adekvatnima za podatke u kojima je period od prvog proizvedenog jajeta do vrhunca proizvodnje bio kratak. Jedino su parametri Woodovog modela mogli biti procijenjeni u svim krivuljama iz ovog dijela rada, ali je on ipak pokazivao najslabiju prilagođenost podacima na temelju raznih kriterija poput AIC i R^2.

Drugi dio rada daje osvrt na hipotezu o multifaznom obliku krivulje proizvodnje jaja prema kojoj je svaka faza određena brojem jaja u leglu i pauzom između dva legla. Broj jaja je određen cirkadijurnim ritmom koji se sastoji od dnevnog ritma i zaostajanja. Pauza se sastoji od cirkadijurnog ritma i zakašnjenja. Modeli u ovom dijelu rada su razvijeni kako bi se procijenilo prosječno zaostajanje i zakašnjenje. Upotreba jednadžbe (8) za procjenu zaostajanja individualnih kokoši kod podataka mjerenih u satima je dala konzistentne rezultate koji su se mogli lako interpretirati dok je upotreba jednadžbe (7) kod podataka mjerenih u danima pokazala grešku zbog manje precizne metode promatranja.

Zadnji dio rada se bavi statističkom analizom stvarnih podataka ustupljenih od strane tvrtke Žito d.o.o. koji sadrže informacije o proizvodnji jaja sa farme koka nesilica Vuka. Na početku proizvodnje je u ovim podacima bio vidljiv nagli rast do vrhunca, a zatim padajući trend od vrhunca do kraja proizvodnje. Prosječna nesivost je modelirana Woodovim modelom i njegovom modifikacijom te Compartmental modelom i njegovom modifikacijom. Primjećeno je kako Compartmental model i njegova modifikacija dosta dobro opisuju podatke do pred kraj procesa proizvodnje, ali teorijske vrijednosti dobivene ovim modelima puno više precjenjuju stvarne vrijednosti nego što to čine teorijske vrijednosti dobivene Woodovim modelom pri kraju procesa proizvodnje jaja. S druge strane, Woodov model lošije opisuje podatke tijekom prve i druge faze proizvodnje jaja. Analizom mjera kvaliteta modela se nametnuo zaključak kako je Compartmental model najbolji za modeliranje prosječne nesivosti, s obzirom da je imao najveću vrijednost R^2 i najmanje vrijednosti Akaike i Bayesovog informacijskog kriterija, ali treba uzeti u obzir spomenuto precjenjivanje podataka u zadnjoj fazi procesa proizvodnje jaja.

Modeliranje proizvodnje jaja je važno jer su podaci o količini proizvodnje jaja

ključni za planiranje prodaje te sklapanje ugovora o dinamici distribucije jaja. Voditelj proizvodnje jaja na farmi je u svakom trenutku upoznat u kojem stadiju proizvodnje se nalazi pa bi se dani primjeri analize podataka mogli iskoristiti u izvještavanju managementa Žito grupe o profitabilnosti proizvodnje jaja na Farmi koka nesilica Vuka.

Literatura

[1] L.A. Bindya, M.G. Govindaiah, M.R. Jayashankar, H.N.N. Murthy , *Mathematical models for Egg Production in an Indian Colored Broiler Dam Line*, International Journal of Poultry Science, 9: 916-919, 2010.

[2] K. Kuchida, K. Minh Luc, T. Mitsumoto, S. Miyoshi, *Application of Non-linear Models to Egg Production Curves in Chickens* , Jpn. Poultry Science 33: 178-184, 1996

[3] M. Grossman, W. J. Koops, *Characterization of poultry egg production using a multiphasic approach. Poult. Sci. 71:399-405.*, Springer Verlag, London, 2002.

[4] H. A. Ahmad, *Egg production forecasting: Determining efficient modeling approaches*, J Appl Poult Res 20 (4): 463-473, 2011.

[5] S. L. Caetano, V. A. R. Cruz, L. El Faro, M. C. Ledur, D. P. Munari, S. B. Ramos, R. P. Savegnago, G. S. Schmidt , *Egg production curve fitting using nonlinear models for selected and nonselected lines of White Leghorn hens* , Poultry Science 91 (11): 2977-2987, 2012.

[6] A.Anang and H. Indrijani , *Mathematical Models to Describe Egg Production in Laying Hens (Review)* , Faculty of Animal Husbandry Padjadjaran University

[7] T. Aksoy, M. Z. Firat, E. Karaman, D. Narinc, *Prediction of egg production in Japanese quail. Ph.D. Thesis*, Poultry Science, 92 (6): 1676-1682, 2013.

[8] M. Grossman, T. N. Grossman, W. J. Koops, *A model for persistency of egg production*, Poult. Sci. 79:1715-1724, 2000.

[9] R.W. Fairfull, J.S. Gavora, R.S. Gowe, I. McMillan, *Prediction of annual production from part record egg production in chickens by three mathematical models*, Poultry sci.,65:817-822, 1986.

[10] I. McMillan, C. Wu, N. Yang, *New mathematical model of poultry egg production*, Poult. Sci. 68:176-181, 1989.

[11] W.M. Britton, J.A. Cason, *Comparison of compartmental and Adam-Bell model of egg production*, Poultry sci., 67:213-218, 1988.

[12] K. Ahlen, J. S. Gavora, L. E. Liljedahl, I. McMillan, *Comparison of three mathematical models of egg production*, Brit. poultry sci., 23:339-348, 1982.

[13] M. Grossman, W. J. Koops, *Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle*, J. Dairy Sci. 71:1598-1608, 1988.

[14] J. M. Bahr, S. S. Palmer, *The influence of aging on ovarian function*, CRC Critical Reviews in Poultry Biol. 2(2):103-110, 1989.

[15] A. V. Nalbandov, *Reproductive Physiology of Mammals and Birds. Third edit*, Pages 143-144, ion. Freeman and Co., NY, 1976.

[16] A. V. Nalbandov, H. Opel, *Animal Agriculture*, H. H. Cole (ed.), Pages 394-408, Freeman and Co., NY,1974.

[17] R. M. Fraps, *Progress in the Physiology of Farm Animals*, Vol. 2, Pages 661-740, J. Hammond, ed. Butterworth, London, 1955.

[18] H. P. Gavin, *The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems*, Department of Civil and Environmental Engineering, Duke University, 2016.

[19] K. Madsen, H. B. Nielsen, O. Tingleff, *Methods for non-linear least squares problems,*, Informatics and Mathematical Modelling Technical University of Denmark, 2nd edition, April 2004.

[20] Manoolis I. A. Lourakis, *A Brief Description of the Levenberg-Marquardt Algorithm Implemened by levmar*, Technical Report, Intstitute of Computer Science, Foundation for Research and Technology-Hellas, 2005.

[21] D. H. McNally, *Mathematical model for poultry egg production*, Biometrics, 1971.

[22] Bruce E. Hansen, *Econometrics*, University of Wisconsin, 2000.

Sažetak

U ovom radu pročavaju se matematički modeli za modeliranje prosječne proizvodnje jaja. Najprije se radi o samim ciljevima proizvodnje jaja, čimbenicima koji utječu na broj jaja koji koka nese te svrsi modeliranja proizvodnje jaja. Zatim se usmjerava na opis Woodovog modela, Compartmental modela i njihovih modifikacija te Adams-Bell modela, njihovu primjenu na primjeru i usporedbu kvalitete modela. Nadalje, prelazi se na karakterizaciju krivulje proizvodnje jaja koristeći višefazni pristup. Opisuju se deifinicije te modeli i njihovi parametri vezani za ovu hipotezu.

U zadnjem dijelu rada se obrađuju podaci ustupljeni od strane tvrtke Žito d.o.o. nad kojima se vrši statistička analiza i modeliranje pomoću četiri modela: Woodov model, modifikacija Woodovog modela, Compartmental model i modifikacija Compartmental modela. Svaki model u svojoj definiciji uključuje određeni broj parametara koje je potrebno procijeniti. Procjena je rađena pomoću Levenberg-Marquardt algoritma. Usporedba modela je rađena pomoću grafičkih prikaza, ali i pomoću mjera kvalitete modela kao što su prilagođeni R^2 te Akaike i Bayesov informacijski kriterij. Usporedba temeljena na prilagođenom R^2, AIC-u i BIC-u je među ova četiri modela pokazala da je Compartmental model najbolje prilagođen podacima. Međutim, podaci modelirani Compartmental modelom su pokazali velika odstupanja od stvarnih podataka pri kraju procesa proizvodnje, dok se Woodov model pokazao najboljim u tom području.

Ključne riječi: proizvodnja jaja, koke nesilice, nelinearni modeli, Levenberg-Marquardt algoritam

Summary

This thesis studies the mathematical models for modeling the average egg production. First it is about the main goals of egg production, factors that influence the number of eggs produced by a chicken and the purpose of mathematical models for egg production. After that, the study passes to the description of Wood's model, Compartmental model, their modifications and Adams-Bell model, their application on an example and the goodness of fit of these models. Further on, the thesis passes to characterization of the egg production curve using a multiphasic approach. The definitions connected to this hypotesis are described, along with models used in it and their parameters.

The last part of this thesis deals with the data from company Žito d.o.o. which are statistically analysed and four models are used to fit the data: Wood's model, modified Wood's model, Compartmental model and modified Compartmental model. Each model in his definition has several parameters and they need to be estimated. The Levenberg-Marquardt algorithm is used to estimate the parameters in each model. The goodness of fit of each model was measured using graphical analysis of the

fitted curves and measures for the quality of models such as adjusted R^2, Akaike's and Bayesian Information criterion. The comparison on the basis of adjusted R^2, AIC and BIC among the four models showed that the Compartmental model had the best fit. Howewer, fitted data using the Compartmental model showed large deviations from the real data at the end of the egg production process, and Wood's model was the best in that area.

Key words: egg production, laying hens, non-linear models, Levenberg-Marquardt algorithm

Životopis

Rođena sam 10.04.1992. godine u Boku, Bosna i Hercegovina. Osnovnoškolsko obrazovanje završila sam u Osnovnoj školi fra Ilije Starčevića u Tolisi. Tijekom osnovne škole sudjelovala sam na općinskim natjecanjima iz matematike. Nakon osnovne škole upisujem opću gimnaziju u Srednjoj školi fra Martina Nedića u Orašju gdje stječem srednjoškolsko obrazovanje. Nakon srednje škole upisujem preddiplomski studij matematike na Odjelu za matematiku Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku koji uspješno završavam 2014. godine uz završni rad na temu *Fermatovi brojevi* pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Ivana Matića. Daljnje obrazovanje nastavljam na Odjelu za matematiku i upisujem diplomski studij matematike, smjer Financijska matematika i statistika. Tijekom završne godine diplomskog studija provela sam dva tjedna na stručnoj praksi u tvrtki Žito d.o.o.