Dodatna nastava matematike za osnovnu školu u okviru koncepta škola za život

Frankić, Dora

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka / Sveučilište u Rijeci**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:196:520842

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

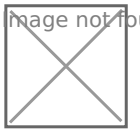


Repository / Repozitorij:

Repository of the University of Rijeka, Faculty of Mathematics - MATHRI Repository







Sveučilište u Rijeci - Odjel za matematiku
Diplomski studij Matematika - smjer nastavnički

Dora Frankić

Dodatna nastava matematike za osnovnu školu u okviru koncepta Škola za život

Diplomski rad

Rijeka, srpanj 2020.

Sveučilište u Rijeci - Odjel za matematiku
Diplomski studij Matematika - smjer nastavnički

Dora Frankić

Dodatna nastava matematike za osnovnu školu u okviru koncepta Škola za život

Diplomski rad

Kolegij: Dodatna nastava matematike
Mentor: dr. sc. Ana Jurasić

Rijeka, srpanj 2020.

Sadržaj

1 UVOD **1**

2 HRVATSKI ZAKONSKI OKVIR I VAŽEĆI PROPISI ZA DAROVITE **2**

2.1 Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika 3

2.2 Prijedlog dokumenta Okvira za poticanje iskustva učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika 7

2.2.1 Razlikovni i osobni kurikulum 8

2.2.2 Razlikovni kurikulum u redovitoj nastavi 11

2.3 Znakovi matematičko-logičke sposobnosti 14

2.4 Model Hopkins 15

3 PRIJEDLOG OBOGAĆIVANJA SADRŽAJA PREMA KONCEPTU ŠKOLE ZA ŽIVOT **18**

3.1 Škola za život 18

3.2 Metodički priručnici Škole za život 18

3.3 Obogaćivanje redovnog nastavnog procesa 19

3.4 Aktivno učenje 21

3.5 Soba za bijeg 23

3.6 Mišljenje učenika i školskog psihologa 34

4 METODE RADA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE **38**

4.1 Metoda igrifikacije - Matematički bingo 39

4.2 Metoda učenja otkrivanjem - Eratostenovo sito 44

5 OSVRT NA TRENUTNO STANJE S DODATNOM NASTAVOM MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA **46**

6 ZAKLJUČAK **48**

Sažetak

Ovaj rad temelji se na razmatranju dodatne nastave matematike u okviru promjena koje su predviđene konceptom Škola za život. Dosadašnja organizacija dodatne nastave matematike bila je prilično prepuštena nastavniku, njegovom entuzijazmu i volji da svojim vlastitim radom pruži učenicima dodatno znanje i uvid u šire područje matematike. U velikom broju osnovnih škola, dodatnu nastavu matematike pohađaju samo učenici koji pokazuju iznimnu darovitost u području matematike. Ovim radom razmotrit će se kako se dodatna nastava matematike može učiniti privlačnom svim učenicima koji imaju interesa, volje i želje za dodatnim radom u području matematike.
S obzirom da se skrb o darovitima potiče već u predškolskoj dobi, u uvodnom dijelu rada prikazat ću osobno iskustvo odgojiteljice jednog dječjeg vrtića. Cilj rada je bio istražiti je li se što u okviru koncepta Škola za život promijenilo u pristupu dodatnoj nastavi matematike te je središnji dio rada posvećen upravo tome.
U završnom dijelu rada prikazat ću prijedlog obogaćivanja sadržaja predmeta matematike petog razreda osnovne škole prema konceptu Škole za život. Osmišljena je aktivnost kojom daroviti učenici, ali i svi zainteresirani na moderan način usvajaju vještine snalaženja u novim i nepoznatim situacijama. Osmišljene su i dvije aktivnosti kojima je glavni cilj popularizacija matematike te su prilagođene svakom učeniku koji ima želju za dodatnim sadržajem iz matematike u osnovnoj školi.

Ključne riječi

daroviti učenici, Škola za život, prijedlog Okvira, aktivno učenje, razlikovni kurikulum, osobni kurikulum

1 UVOD

Mladi ljudi zasebna su društvena skupina koja predstavlja potencijal svakoga društva. Ovim radom obuhvaćeno je područje interesa mladih ljudi za matematiku, a dobna skupina su učenici osnovne škole. Nastoji se istražiti je li u okviru koncepta Škola za život posvećena dovoljna pažnja mladim matematičarima te što bi se još moglo u okviru dodatne nastave iz matematike pružiti mladima, a možda nije predloženo nastavnicima. Glavni cilj rada je prezentirati dodatnu nastavu matematike kao predmet namijenjen svim učenicima koji su voljni proširiti ili nadopuniti svoje matematičko znanje i vještine. Dakle, dodatna nastava matematike nije predmet namijenjen isključivo darovitim učenicima u području matematike već i svakom učeniku kojemu je područje interesa matematika. Prikazom osobnih iskustava stručnih suradnika postići će se uvid u svakodnevni pristup mladim darovitim matematičarima koji je propisan zakonskim aktima te će se naglasiti njihova moguća ili nemoguća provedba. Dakle, u nastavku rada proučit će se kakav je zakonski okvir Republike Hrvatske za rad s darovitim učenicima, koje metode su predviđene za rad u dodatnoj nastavi matematike te što bi se još moglo uvrstiti, a da nije dovoljno ili nije uopće uključeno u redovni program rada dodatne nastave matematike. S obzirom da se ovim radom promatraju učenici osnovne škole, u manjoj mjeri analiziran je i rad s darovitima od vrtićke dobi, u vidu postavljanja temelja rada. Prikazani su aktualni zakonski dokumenti za rad s darovitim učenicima u osnovnoj školi. Istaknute su osnovne stavke, još uvijek važećeg, pravilnika iako je izdan 90-tih godina prošloga stoljeća, koje predlaže Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Koncept Škola za život predlaže dokument Okvir za poticanje iskustva učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika (prijedlog dokumenta nakon javne rasprave iz 2017. godine). Zakonski akti nam predlažu načine rada, koji nisu uvijek mogući kada se uzmu u obzir stvarni uvjeti provođenja dodatne nastave iz matematike u osnovnoj školi. S obzirom da se u metodičkom priručniku za matematiku Škole za život kao osnovna literatura koristi upravo navedeni prijedlog dokumenta, cijeli rad je temeljen na uključivanju aktivnosti u redovan nastavni proces onih aktivnosti koje su navedene u metodičkom priručniku za matematiku petoga razreda osnovne škole. Provedene su i u radu opisane neke aktivnosti koje sadrže sve elemente navedenih prijedloga aktivnosti prema okviru koncepta Škole za život. Na taj način dani su prijedlozi kako bi se, slijedeći principe rada u Školi za život, mogle razraditi neke teme na dodatnoj nastavi matematike u osnovnoj školi. Ovaj rad odgovara na pitanje je li u okviru koncepta Škola za život razrađen pristup dodatnoj nastavi matematike te jesu li planirane neke promjene u načinu rada s učenicima i nadarenim matematičarima.

2 HRVATSKI ZAKONSKI OKVIR I VAŽEĆI PROPISI ZA DAROVITE

Dodatnu nastavu matematike pohađaju daroviti učenici i oni učenici koji pokazuju interes za matematiku. U ovom dijelu rada osvrnut ću se na zakonski okvir i važeće propise za darovite učenike prije uvođenja koncepta Škola za život.
Kada se govori o darovitosti u kontekstu ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja, važno je napomenuti nekoliko specifičnosti u kontekstu dobi i uvjeta prema kojima se može razlikovati otkrivanje potencijalne darovitosti kod djece ranije dobi u odnosu na onu u višim razinama obrazovanja. U ranom se periodu djetinjstva darovitost može vrlo teško otkriti s obzirom na dob djece i njihove mogućnosti. Mogu se jasno vidjeti razlike u razvoju vršnjaka, no vrlo je teško znati hoće li se pojedino dijete nastaviti razvijati u tom smjeru i je li potencijalno darovito. U predškolskoj je, vrtićkoj dobi to već itekako moguće. U starijoj vrtićkoj i predškolskoj dobi rast i razvoj djece je vrlo intenzivan i nagao te je detektiranje darovitosti moguće. Kao i kod svih ostalih oblika posebnih potreba, i darovitost se očituje u razlikama u razvoju u odnosu na vršnjake. Darovita se djeca često ističu iznimnošću u nekoj ili više sposobnosti, no isto tako nerijetko pokazuju poteškoće s određenim sposobnostima. Darovita se djeca često razlikuju po intenzivnoj usredotočenosti na određenu aktivnost, pokazuju veću koncentraciju i pažnju prilikom bavljenja aktivnostima koje oni procjenjuju važnima.

Mišljenje odgojitelja

„Odgojitelj sam u mješovitoj vrtićkoj skupini. U nastavku ću opisati vlastito iskustvo s potencijalno darovitim djetetom. Prvo potencijalno darovito dijete s kojim sam se susrela bila je šestogodišnja djevojčica E. B. Djevojčica je pokazivala izrazitu sposobnost pamćenja, povezivanja, kogitivnog razvoja općenito. S četiri godine tečno je govorila strani jezik (roditelji nisu bilingvisti) te je tečno čitala i pisala. U igri je često osmišljavala projekte kojima bi se bavila određeno vrijeme, nekada danima, nekada tjednima. Kada bi je neka tematika zanimala, samostalno bi proučavala enciklopedije, koristila se računalom i pronalazila razne informacije o temi te bi kasnije iste ideje implicirala u igru. Djevojčica je imala izrazito razvijenu empatiju i često je uključivala drugu djecu u igru te poticala „pasivniju“ djecu na uključivanje u aktivnosti koje bi ona vodila. Voljela je iskazivati svoja mišljenja i dijeliti znanje s drugom djecom, na što su djeca vrlo dobro reagirala. Često je imala originalna rješenja na problemske situacije i vrlo originalne zamisli

i ideje. Svakodnevno je samostalno izrađivala vlastite igračke i igračke „iz glave“ (one ih je zamislila te ih zatim izradila od kartona, papira, tkanine i sl.). Ponekad je imala problema s autoritetom. U vrtiću je imala problema u situacijama kada bi trebala prekinuti trenutnu aktivnosti radi primjerice izlaska na vanjski prostor ili ručka i sl. Ove smo situacije vrlo brzo rješavali te smo se prilagodili njenim potrebama na način da joj se prije takvih situacija nekoliko puta napominjalo da će uskoro biti vrijeme za spremanje igračaka ili joj se dozvoljavalo da zamišljenu aktivnost dovrši po izlasku na vanjski prostor i slično. ”
Navedeno iskustvo opisala je odgojiteljica jednog privatnog dječjeg vrtića grada Kastva.

Zadaća je osnovnih i srednjih škola identificirati darovitu djecu. Sve škole u Hrvatskoj proces identifikacije darovitih učenika rade prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnim i srednjim školama (NN 07/17, pročišćeni tekst). Darovitim učenicima treba organizirati dodatni rad prema njihovim sklonostima, sposobnostima i interesima kako bi se svakom učeniku s visokim potencijalom pružila prilika da ga razvije. Trenutno je na snazi Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika[1] (NN 34/1991).
U ovom dijelu rada, osvrnut ću se na navedeni Pravilnik i prijedlog Okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanja postignuća darovite djece i učenika iz prosinca 2017. Primjenu pravilnika u osnovnoj školi potkrijepit ću iskustvom stručne suradnice jedne zagrebačke osnovne škole.

2.1 Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika

Prema Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika (NN 34/1991) [6], darovitost je definirana kao „sklop osobina koje učeniku omogućavaju trajno postignuće natprosječnih rezultata u jednom ili više područja ljudske djelatnosti, a uvjetovano je visokim stupnjem razvijenosti pojedinih sposobnosti, osobnom motivacijom i izvanjskim poticanjem. Darovitost je spoj triju osnovnih skupina osobina: natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, motivacije i visokog stupnja kreativnosti. ”
Područja darovitosti su raznovrsna. Pravilnik ih dijeli prema sposobnostima učenika. Razlikujemo: intelektualne i znanstvne sposobnosti (učenici pokazuju interes za različita znanstvena područja); sposobnosti za pojedina umjetnička područja; socijalne sposobnosti (učenici s razvijenim socijalnim

[1]Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika donio je ministar prosvjete i kulture 1991. godine (Narodne novine br. 34).

vještinama); psihomotorne sposobnosti (učenici koji iskazuju izrazita postignuća u sportu i ostalim područjima psihomotornog djelovanja). Kod svih navedenih sposobnosti do izražaja dolaze stvaralačke (kreativne) sposobnosti koje su vidljive u različitim područjima.
Zadaća škole je da darovitom učeniku omogući razvijanje njegovih potencijala. Pravilnikom je propisano da se takvoj djeci treba osigurati izborne programe, zadavati im složenije zadatke, poticati ih u sudjelovanju u izvannastavnim aktivnostima, omogućiti im pristup izvorima specifičnog znanja. Uloga mentora darovitog učenika jako je važna jer mu mentor omogućava razvijanje vještina i stjecanje kompetencija u području njegova interesa. Mentor mu zadaje individualne zadatke, uključuje ga u grupne aktivnosti te mu omogućuje kontakt sa stručnjacima iz područja kojim se učenik bavi. U slučajevima kada je djete izuzetno nadareno treba mu se omogućiti akcelerirano završavanje osnovnoškolskog obrazovanja i time mu omogućiti raniji upis u srednju školu.

Uočavanje, identificiranje i praćenje darovitih učenika provodi stručni suradnik škole i učitelj, u suradnji s roditeljima te vanjskim suradnicima i stručnjacima. Za identifikaciju darovitosti važno je prikupljanje podataka od svih sudionika odgojno-obrazovnog procesa te roditelja. Nakon prikupljenih podataka provodi se identifikacija standardiziranim psihologijskim instrumentima. Važno je naglasiti da darovitost ne mora uvijek biti uočena u predškolskom razdoblju ili nižim razredima osnovne škole. Darovitost u STEM[2] području u našem odgojno-obrazovnom sustavu često se može primjetiti tek u višim razredima osnovne škole, kada se učenici susreću s predmetima kemija, fizika, biologija. Mogućnosti obogaćivanja programa (diferencirani program) darovitog učenika ili učenice su raznovrsne. Kako bi postigli dublji pristup individualno vođenom sadržaju, učeniku se može naći mentor izvan škole, primjerice, znanstvenik, umjetnik i sl. Na taj način daroviti učenici se ne izdvajaju iz svoje razredne zajednice i školskog okruženja, nego individualno rade na zadacima ili projektima uz stručno vođenje. Ovakav način rada rijetko se primijenjuje u osnovnoškolskoj nastavi, češće se primijenjuje u srednjoj školi.
Izuzetno nadarenim učenicima osnovne škole moguće je omogućiti da u jednoj školskoj godini završe dva razreda. U članku 8. Pravilnika[6] navodi se: „Učenik od I. do III. razreda osnovne škole može završiti dva razreda u jednoj školskoj godini ako se na osnovi objektivnog ispitivanja čitanja s razumijevanjem, pismenosti i matematičkog znanja i znanja iz drugih nastavnih pred-

[2]Pojam STEM dolazi iz engleskog jezika a čine ga riječi science, technology, engineering i mathematics. Označava područje prirodnih, tehničkih i matematičkih znanosti.

meta utvrdi da je razina njegova znanja viša ili jednaka učenicima u godinu dana starijem razredu. Učenik od IV. do VIII. razreda može u jednoj godini završiti dva razreda polaganjem razrednog ispita. Razredni ispit učenik ne polaže iz nastavnog predmeta u kome je unutar diferenciranog programa svladao sadržaje programa razreda u koji akcelerira ". Iz navedenog članka možemo primijetiti da se u razrednoj nastavi prilikom procjene darovitosti učenika procjenjuju i njegove matematičke sposobnosti i kompetencije. U kasnijim razredima to nije slučaj zato što se vrednovanje postignuća učenika provodi razrednim ispitima iz svih ili pojedinih nastavnih predmeta (učeniku se može omogućiti akceleracija samo jednog područja, npr. matematika).
Ukoliko se u školi nalazi više izuzetno nadarenih učenika, škola može osnovati posebnu odgojno-obrazovnu grupu za te učenike. Takva odgojno-obrazovna grupa (najviše 5 učenika) može se osnovati na razini grada ili područja kako bi se posebno nadarenim učenicima omogućio kvalitetan rad.

Zakonski akti nam predlažu načine rada, no ti načini nisu uvijek mogući ako se uzmu u obzir stvarni uvjeti provođenja dodatne nastave iz matematike u osnovnoj školi. Najčešće se dodatna nastava matematike svodi na rješavanje zadataka natjecateljskog karaktera te služi kao priprema učenika za natjecanja. Uz to, nerijetko se dogodi da predmetni nastavnik u osnovnoj školi ima u zaduženju radnih sati dodatnu nastavu matematike za sve razrede i to po jedan sat tjedno. Upravo radi toga nastavnik se svim učenicima koji pohađaju dodatnu nastavu matematike ne može posvetiti jednako jer su različitog uzrasta i različite razine matematičkog znanja. Na taj način satovi dodatne nastave se svode na rješavanje rutinskih zadataka koji su prethodno bili na raznim natjecanjima. Uz to, rijetko kada se pruži mogućnost darovitom učeniku da ga usmjerava mentor koji nije član školskog kolektiva. Smatram da se, u stvarnim uvjetima, stručni tim koji provodi testiranje i identifikaciju darovitog učenika ne uključuje dovoljno u njegov daljnji razvoj, što je u Pravilniku drugačije navedeno.

Mišljenje osnovnoškolskog psihologa

Slijedi mišljenje jedne osnovnoškolske psihologinje grada Zagreba.
„Mišljenja sam da nije sve u IQ-u, niti se darovitost može primijetiti i ocijeniti tek u školi. Djeca mogu puno ranije pokazati koliko su i jesu li darovita, a da mnogi roditelji to zapravo ne prepoznaju. Darovito dijete nije samo ono dijete koje s tri godine svira klavir, s četiri se sprema za show Zvjezdice ili s pet već niže sportske uspjehe. Daroviti pojedinci su oni koji pokazuju izvanredne razine sposobnosti (definirane kao iznimna sposobnost prema razumu i učenju) ili kompetencije (primjerice da je među 10 posto najboljih

u nekoj vrsti interesa) i to u jednom ili više područja - primjerice u intelektualnim područjima - matematici, glazbi, jezicima ili osjetilno-motoričkim područjima kao što je slikanje, ples, sport. Prikazat ću jedan slučaj iz škole u kojoj radim. Učenik L. O. (13 godina) učenik je sedmog razreda osnovne škole, školuje se po redovitom nastavnom programu. Učenik je procjenjen kao darovit iz STEM područja, osobito informatike i robotike. Globalni kvocijent inteligencije je visko iznadprosječan (osobito na neverbalnim skalama). Učenik ne razumije socijalne odnose, jako teško uspostavlja komunikaciju. Ne potiče socijalne odnose, ako mu nisu od osobnog interesa. Ne pokazuje želju za druženjem s vršnjacima. Dječak je nerazvijenih socijalnih vještina te je u početku školovanja često bio žrtva vršnjačkog nasilja, ali sam nije nikada zatražio zaštitu odraslih, niti se ikome požalio na neprimjerena ponašanja. Obzirom da je njegova reakcija na vršnjačko nasilje često izostala (na maltretiranja ne bi odreagirao ili bi ga ignorirao) vrlo brzo je prestao biti „zanimljiv“ nasilnicima te su ga prestali maltretirati. Učenik njihovo ponašanje prema sebi nije doživljavao kao maltretiranje, nego mu je bilo ometajuće i živciralo ga je (jednom je opisao vršnjačko maltretiranje: „kao dosadna muha koja vam leti oko uha i unatoč tjeranju neće sama odletiti, morate se smiriti i to odtrpjeti“). Učenik je vrlo rano (u 2.razredu OŠ) počeo osvajati vrhunska mjesta na raznim državnim i međunarodnim natjecanjima iz STEM područja, ali svoja znanja ni uspjehe nije imao potrebu isticati. U razredu je bio povučen, gotovo neprimjetan. Smetala ga je buka na hodnicima, forsiranje da sudjeluje u grupnim igrama, suradničko učenje i timski rad. Svoje zadatke je uvijek sam brzo i točno odradio, ali bez isticanja. Učenici su ga takvog prihvatili, neprimjetnog genijalca. Tijekom cijelog svog školovanja, nije bio pozivan na rođendane, nije ostajao na školskom igralištu, nije bio biran u ekipe ni pozivan na grupno igranje pod odmorom, ali njegove uspjehe su slavili i ponosili se njima jer je dio njhovog razreda. U školi nije uključen u obogaćeni oblik rada s darovitim učenicima jer je sam to odbio. Uključen je u dodatnu nastavu iz STEM područja i izvannastavnu aktivnost robotiku. Škola ima razumijevanje za njegove izostanke i nadoknadu gradiva, obzirom da puno izostaje zbog priprema i sudjelovanja na natjecanjima. Učenik svoje talente najviše razvija izvan odgojno-obrazovnog sustava radom u robotičkim i informatičkim klubovima.”

2.2 Prijedlog dokumenta Okvira za poticanje iskustva učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika

U našem odgojno-obrazovnom sustavu postoje zakonski akti za darovite koji pružaju određenu skrb darovitim učenicima. Neki od njih su navedeni u prethodnom dijelu rada. U praksi ta skrb nije sustavna te se odvija samo u nekim školama, neujednačene je razine te ne pruža svakom učeniku koji pokazuje interes za matematiku adekvatnu skrb. Okvir za poticanje iskustva učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika[3] govori o smjeru u kojem trebamo krenuti, koje korake poduzeti i poticati iskustva učenja i vrednovati postignuća, a ne darovitost kao pojavu samu za sebe. (Radi lakšeg razumijevanja i strukture rečenica, u nastavku će se koristiti naziv prijedlog Okvira.) Prijedlog Okvira proizlazi iz Okvira nacionalnog okvirnog kurikuluma (ONK, 2016.), a odnosi se na odgojno-obrazovni rad s darovitima u svim vrstama do visokoškolskog odgoja i obrazovanja te na svim odgojno obrazovnim razinama i ciklusima. Između ostalih sadržaja, prijedlog Okvira razrađuje i tumači opće vrijednosti i načela odgojno-obrazovnog rada s darovitima, opće upute identifikacije darovitih, smjernice i opće upute za vrednovanje postignuća i napredovanja darovite djece i učenika. U metodičkim priručnicima Škole za život razredne nastave (1. razred) kao i predmetne nastave matematike (5. razred), prijedlog Okvira naveden je kao osnovna smjernica rada s darovitima i svim učenicima željnim dodatnog matematičkog sadržaja. U procesu kurikulumskog planiranja odgojno-obrazovne podrške za darovite [8] navode se sljedeća načela:

1. *cjeloviti razvoj i dobrobit darovitog djeteta/učenika*

Ovim načelom uz razvoj osigurava se i napredovanje učenika sukladno njegovim interesima i potrebama. Određuju se očekivanja i ishodi učenja, stvara se ozračje prihvaćanja različitosti. Učenika se potiče na samovrednovanje i na taj način daje najbolje od sebe, tj. natječe se sam sa sobom. Pružaju mu se različiti oblici podrške (intelektualna, socijalna, emocionalna) u ostvarivanju ciljeva učenja, ovladavanje u vještinama i stavovima koji su na razini sposobnosti učenika u različitim područjima.

2. *aktivna uloga i angažman djece/učenika u učenju i poučavanju, izbornost i povezanost sa životnim iskustvima, prethodnim znanjima i interesima*

[3]Ministarstvo znanosti i obrazovanja donosi nacionalni dokument Okvir za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika. Prijedlog dokumenta je dan na javnu raspravu u prosincu 2017. i čeka odobrenje.

Ovim načelom osigurava se viši stupanj slobode učitelja i darovitog učenika u izboru sadržaja, metoda i oblika rada. Potiče se ulaganje truda i ustrajnost u učenju i stjecanju kompetencija kao aktivnome procesu. Primjenjuju se pristupi i strategije koje osiguravaju motivirajuća i izazovna iskustva učenja, čime se potiču znatiželja, entuzijazam i zadovoljstvo u učenju. Primjenjuju se strategije za stjecanje viših razina samostalnosti, samoregularnosti u učenju te razvoj vještina s obzirom na kompetencije darovitih. Na taj način stvaraju se uvjeti za učinkovitiju kontrolu nad procesom učenja, upravljanje vremenom, rješavanje problema, usvajanja, vrednovanja te povezivanja primjene znanja i vještina u različitim okruženjima. Potiče se i razvoj kreativnog i inovativnog korištenja digitalnih kompetencija. Primjenjuju se pristupi i strategije koje potiču suradničko učenje. To uključuje i suradnju s roditeljima, lokalnom i širom zajednicom kako bi se obogatila iskustva učenja i pristupa suvremenim znanstvenim spoznajama i tehnologijama. Svakako je važno napomenuti kako je kvalitetna interakcija nastavnika i drugih stručnih suradnika nužni preduvjet stvaranju kvalitetnih uradaka učenika.

3. *poticanje složenijih oblika mišljenja i primjene naučenoga*

Ovim načelom pružaju se strategije koje djeci i učenicima omogućavaju produbljivanje i proširivanje znanja te primjenu naučenoga u novom kontekstu. Potiče se razvoj i iskazivanje vlastitih ideja učenika, kao i kritičko i kreativno promišljanje. Potiče se samostalno istraživanje i rješavanje problema te se uvažava samoorganiziranje vlastitih aktivnosti učenika kao i preuzimanje inicijative za rad. Na taj način ideje se pretvaraju u djelo i osiguravaju konkretnu primjenu naučenoga u različitim okruženjima, u školi i izvan nje. Načela koja su prethodno opisana mogu se primjeniti na sve učenike koji imaju volju i želju pohađanja dodatne nastave matematike. Oni se često isključuju i izdvajaju u odnosu na darovite. Takve učenike je potrebno uključiti u rad dodatne nastave te poticati ih u njihovom izboru dodatnog sadržaja vodeći se opisanim načelima.

2.2.1 Razlikovni i osobni kurikulum

Osim navedenih načela kurikulumskog planiranja odgojno - obrazovne podrške učenicima, potrebno je i znati kako formirati i sastaviti razlikovni i osobni kurikulum za darovite učenike. Daroviti učenici imaju potrebu za obogaćenim i proširenim odgojno - obrazovnim programima. Najlakši način da se ublaži raskorak između njihovih intenzivnih potreba i školskog programa jest uvođenje dodatne literature i zadataka. Nastavnik darovitim učenicima može zadavati zadatke s visokim stupnjem složenosti sadržaja ili u obliku

zagonetke, zadatke s više mogućih rješenja ili zadatke u kojima moraju istražiti odgovor, zadatke koji potiču kritičko mišljenje i izražavanje vlastitog stajališta, kao i zadatke koji potiču kreativno mišljenje. Zbog potreba većine učenika, iz programa ponekad mogu biti izostavljeni brojni zanimljivi sadržaji, stoga uobičajeni program postaje ograničen i previše monoton darovitim učenicima. Podučavanje u dodatnoj nastavi matematike treba više ići u dubinu, tj. sadržaj treba obraditi detaljnije, svestranije negoli je to uobičajeno, obogatiti ga zanimljivim i manje poznatim sadržajima.

Razlikovni kurikulum

Prema prijedlogu Okvira za darovite učenike u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju valja sastaviti razlikovni i osobni kurikulum. U razlikovni kurikulum ulaze izmjene (razlikovnosti) predmetnih kurikuluma i međupredmetnih tema pri čemu se uvažavaju načela kurikulumskog planiranja za darovite učenike. Takav kurikulum prilagođen je potrebama darovitih učenika, a u osobni kurikulum ulaze učenikove posebnosti. Razlikovni kurikulum mora biti fleksibilan te omogućavati individualizaciju, treba biti usmjeren na razvoj kreativnosti (fluentnosti, fleksibilnosti i originalnosti), usmjeren ka ishodima, sadržajima i aktivnostima za ovladavanje znanja, vještina i kompetencija za život u 21. stoljeću. Trebao bi biti temeljen na poticanju viših razina kognitivnih procesa svakoga učenika za kojega se izrađuje. Kako je izrada razlikovnog kurikuluma temeljena na pravilnicima za darovite u osnovnim i srednjim školama, u njemu se poštuju odredbe i načela navedenih pravilnika. On će učeniku omogućiti fleksibilan raposred dnevnih aktivnosti, izvanučioničko učenje, suradnju s mentorom i vanjskim suradnicima te će utjecati na njegov cjelovit, intelektualni, emocionalni i socijalni razvoj.

Poučavanje za 21. stoljeće podrazumijeva i međupredmetnu povezanost, što se reflektira i u razlikovnim kurikulumima. Razlikovni kurikulum se piše (sastavlja) za skupinu djece sa sličnim područjem darovitosti, no za svako djete može se izraditi i njegov osobni kurikulum. Nadarenim učenicima dopušteno je da sami strukturiraju i reguliraju svoje učenje i utječu na formiranje njihovog osobnog kurikuluma. Njima treba omogućiti da u svom radu koriste nekonvencionalne metode i oblike rada te da se služe suvremenom tehnologijom i različitim digitalnim alatima. Vrednovanje učeničkih postignuća provodi se prema razlikovnom i osobnom kurikulumu, prati se učenikov rad, o tome se vode bilješke, vrednuje se njegov napredak i potiče ga se na istraživački rad kojim učenik razvija svoje samopouzdanje.

Osobni kurikulum

Prema prijedlogu Okvira, za neke učenike je potrebno izraditi njihov osobni kurikulum. Pri njegovoj izradi sudjeluje cijeli stručni tim za darovite. Tim obuhvaća sve sudionike odgojno-obrazovnog procesa učenika: učitelja, psihologa, socijalnog pedagoga, edukacijskog rehabilitatora, logopeda, pedagoga, liječnika ovisno o potrebama učenika. Osobni kurikulum većinom provode učitelj ili mentor, no njegovo provođenje ponekad uključuje i ostale članove stručnog tima i roditelje. Svi zajedno prate napredak učenika.

Osobni kurikulum prema prijedlogu Okvira [8] izrađuje se za sljedeće kategorije učenika:

1. darovite učenike s teškoćama

Pri izradi ovoga osobnog kurikuluma potrebno je slijediti smjernice opisane u *Okviru za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje djece i učenika s teškoćama*[4]. Osim razlikovnosti u predmetnim i međupredmetnim kurikulumima, potrebno je planirati korake, pristupe i postupke u području teškoće, odnosno zadovoljavanje dodatnih posebnih potreba. Takav kurikulum pomoći će učeniku da razvije područje darovitosti usprkos njegovoj teškoći.

2. darovite učenike koji značajnije mijenjaju tempo učenja

Kurikulum za ovu skupinu učenika odnosi se na akceleraciju i njihov raniji prijelaz u viši razred ili raniji prijelaz u viši razred iz jednog ili više nastavnih predmeta. Za te učenike potrebno je isplanirati oblike učenja kojima će se "popunjavati" vrijeme koje se dobiva zahvaljujući ubrzanju, odnosno sažimanju kurikuluma.

3. iznimno darovite učenike

Za ovu skupinu učenika izrađuje se osobni kurikulum sa značajnim individualiziranim pristupom. Takav pristup u velikoj mjeri uključuje rad učenika i mentora te planiranje i vrednovanje svih etapa učenikova rada. Primjereno poticani iznimno daroviti učenici sposobni su za samostalno i samoregulirano učenje, kao i za primjenu suvremenih metoda rada i korištenje IKT tehnologije.

[4]Ministarstvo znanosti i obrazovanja donosi nacionalni dokument Okvir za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama. Prijedlog dokumenta je dan na javnu raspravu u prosincu 2017. i čeka odobrenje.

2.2.2 Razlikovni kurikulum u redovitoj nastavi

U planiranju izrade razlikovnog kurikuluma potrebno je kombinirati odgojno-obrazovne ishode (očekivanja), pristup učenju i poučavanju, produkte, tempo učenja i okruženje učenja za darovite učenike u redovnoj nastavi. Pri kurikularnom planiranju razlikovnog kurikuluma poštuju se iste zakonitosti kao i pri izradi svakog predmetnog kurikuluma, s time da su detaljnije i preciznije razrađeni sadržaji i aktivnosti koji su specifični za područje nadarenosti djeteta. Sadržaji označavaju ono što se uči, a aktivnosti određuju ono što učenik čini sa sadržajem. Sljedeća shema pokazuje na koji način se obogaćuje sadržaj.



Slika 1: Shema obogaćivanja sadržaja

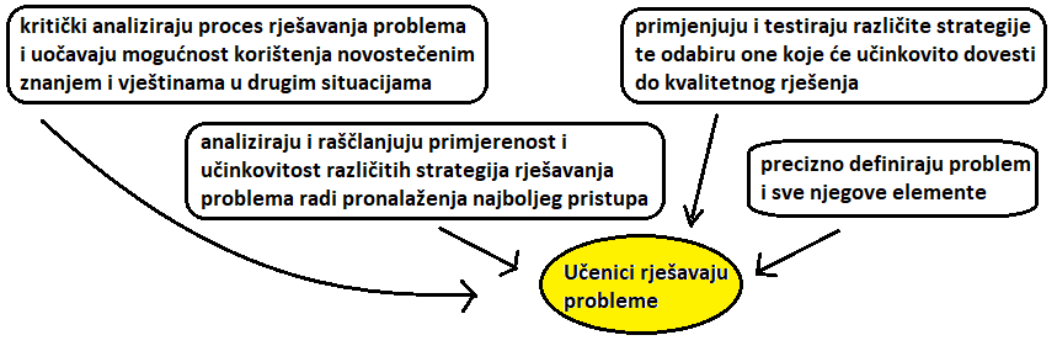
Navedeni prikaz obogaćivanja sadržaja primjenjiv je pri planiranju svakog sata dodatne nastave matematike. On je prilagodljiv svakom učeniku koji svoje matematičko znanje i vještine želi nadopuniti sadržajima koji na redovnom satu nije moguće obraditi. Često se sadržaj dodatne nastave matematike može ovim načinom implementirati u redovan nastavni proces. Učenik koji ima interesa za matematiku, brže svladava gradivo redovnog sata te mu se na ovaj način, raznim zanimljivim aktivnostima, može upotpuniti vrijeme nastavnog sata.

Prema prijedlogu Okvira [8], sljedeća tablica prikazuje izmjene odgojno-obrazovnih ishoda prema sadržaju. (Tablica je preuzeta iz prijedloga Okvira, Tablica 3.)

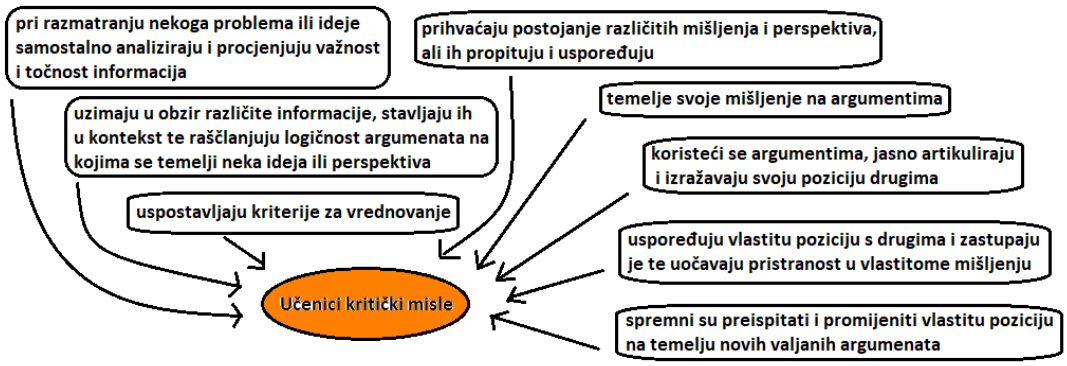
Izmjene sadržaja	Opis sadržaja
veća apstraktnost	- fokus nije na specifičnim činjenicama, nego na konceptima i općim idejama - od učenika se očekuju generalizacije i povezivanje koncepata - uviđanje nadređenih odnosa i postavljanje "teorija"
veća složenost	- dodavanje novih elemenata, varijabli, perspektiva, izvora - sadržaj iz ishoda uspoređuje se i stavlja u odnos s drugim sadržajem - kreativna razrada postojećega sadržaja - sagledavanje istoga problema iz različitih kutova
povezanost	- povezivanje unutar pojednih domena - povezivanje unutar predmeta - povezivanje među predmetima
sužavanje	- fokusiranje na neki uži dio sadržaja tako da ga učenik može dublje proučiti

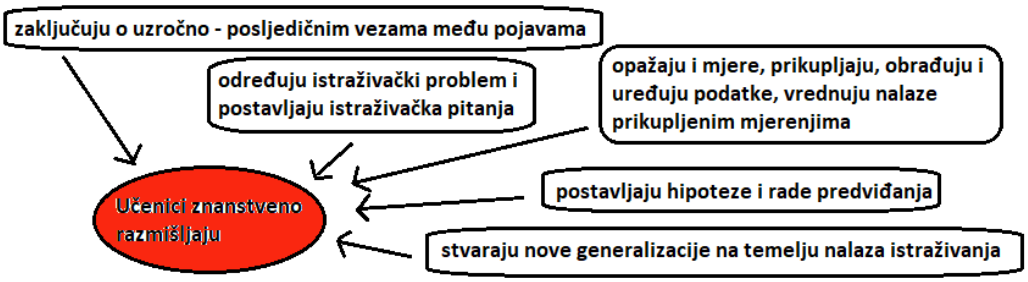
Tablica 1: Izmjene odgojno-obrazovnih ishoda prema sadržaju

Izmijenjene aktivnosti odgojno-obrazovnih ishoda teže za time da se učenike potakne na rješavanje problema, kritičko mišljenje, kreativnost i razvijanje viših kognitivnih procesa. Učenici moraju usvojiti i vještine učenja te se izmijenjene aktivnosti povezuju s međupredmetnim kurikulumom Učiti kako učiti. U sljedeću shemu prenesena su očekivanja iz navedenog kurikuluma. (Shema je preuzeta iz prijedloga Okvira, Tablica 4.)


kritički analiziraju proces rješavanja problema i uočavaju mogućnost korištenja novostečenim znanjem i vještinama u drugim situacijama
primjenjuju i testiraju različite strategije te odabiru one koje će učinkovito dovesti do kvalitetnog rješenja
analiziraju i raščlanjuju primjerenost i učinkovitost različitih strategija rješavanja problema radi pronalaženja najboljeg pristupa
precizno definiraju problem i sve njegove elemente
Učenici rješavaju probleme


ideje, sadržaje i moguća rješenja problema sagledavaju "iz drugoga kuta" i reorganiziraju ih na različite načine
u kreativnome se procesu prvenstveno oslanjaju na vlastitu inspiraciju i vlastite kreativne resurse (ideje, strategije, alate, tehnike,...)
kombiniraju ideje iz različitih područja te osmišljavaju i isprobavaju različite nove postupke i tehnike kako bi stvorili nove ideje i produkte ili se koristili postojećima na nov način
otvoreni su prema novim idejama i različitim mogućnostima, prihvaćaju postojanje rizika, neizvjesnost i nepoznanica u kreativnome procesu i ustraju u kreativnoj aktivnosti
Učenici kreativno misle
stvaraju nove i originalne veze među idejama, situacijama, problemima


pri razmatranju nekoga problema ili ideje samostalno analiziraju i procjenjuju važnost i točnost informacija
prihvaćaju postojanje različitih mišljenja i perspektiva, ali ih propituju i uspoređuju
temelje svoje mišljenje na argumentima
uzimaju u obzir različite informacije, stavljaju ih u kontekst te raščlanjuju logičnost argumenata na kojima se temelji neka ideja ili perspektiva
koristeći se argumentima, jasno artikuliraju i izražavaju svoju poziciju drugima
uspostavljaju kriterije za vrednovanje
uspoređuju vlastitu poziciju s drugima i zastupaju je te uočavaju pristranost u vlastitome mišljenju
Učenici kritički misle
spremni su preispitati i promijeniti vlastitu poziciju na temelju novih valjanih argumenata



Slika 2: Izmjene odgojno-obrazovnih ishoda po aktivnostima

Pristupi učenju i poučavanju darovitih učenika teže za time da učenici uvijek budu aktivni te da razvoj znanja, vještina i stavova postižu različitim metodama.
Rezultati učenja su tzv. produkti. Odlični učenici njima pokazuju kako su ovladali vještinama i znanjima na višoj razini. Da bi to postigli zadaju im se problemski zadatci, izrada raznovrsnih složenijih umnih mapa i plakata. Upućuje ih se na analizu članaka u stručnoj literaturi (npr. matematički listovi), praktičnu izradu zadataka, javne nastupe na kojima prezentiraju svoje materijale, diskusije o različitim problemima i na slične aktivnosti.
Tempo učenja također se prilagođava učenicima. Treba im se omogućiti da napredovanje i količinu vremena provedenoga u učenju prilagode svojim potrebama i sposobnostima. Na taj način postiže se kontinuitet učenja, izbjegava se zamor i dosada.
Okružje u kojem se odvija nastavni proces vrlo je važno. Učenik se mora osjećati sigurno, ugodno i priznato kako bi njegovi rezultati bili što bolji. Mjesto za učenje u školi i kod kuće treba osigurati socijalnu i fizičku sigurnost.

2.3 Znakovi matematičko-logičke sposobnosti

U raznim područjima umjetnosti talent djeteta je vrlo jasno i rano uočljiv. Primjerice, u likovnoj umjetnosti i glazbi vrlo rano možemo uočiti dijete koje se posebno ističe među svojim vršnjacima. No, je li moguće uočiti rane znakove djeteta koje posjeduje matematičko-logičku sposobnost?
Prema riječima znanstvenika, djeca starija od 12 godina imaju sposobnost razvijanja apstraktnog mišljenja, a tek u adolescentskoj fazi života mogu pokazati neke više oblike apstrakcije.
Benjamin Bloom (1982.) proveo je istraživanje kojim je obuhvatio i 25 talentiranih matematičara. Rezultati njegova istraživanja pokazali su da se znakovi matematičkog talenta mogu uočiti u dvjema fazama života djeteta.

U djetinjstvu (prije navršene 8. godine) nadareni se razlikuju od svojih vršnjaka u postavljanju pitanja odraslima. Većina djece te dobi postavlja pitanja odraslima samo kako bi im skrenuli pažnju te nemaju nikakav drugi cilj. Pitanja koja postavljaju matematički nadarena djeca su smislena, često povezana s nečime što su u svojoj okolini primijetili. Oni se ne zadovoljavaju površnim i jednostavnim odgovorima te ih obično podpitanjima pokušavaju razjasniti i nadopuniti. Također, nadareni matematičari, prema navedenom istraživanju, često provode vrijeme u igri samostalno te se imaju potrebu povremeno izdvojiti iz društva. Samostalno se igraju igračkama, samostalno provode različite aktivnosti istraživanja i čitanja. U kasnijim razdobljima života, možemo prepoznati kako često naginju kvalitativnoj matematičkoj osobnosti, odnosno većinu razmišljanja provode "u glavi" te svoje ideje rješavanja nekog problema zapisuju tek na samom kraju procesa razmišljanja.
U adolescenciji nadareni se razlikuju od svojih vršnjaka u samostalnom radu i učenju te pokazanim većim sposobnostima i zanimanjima za matematiku i fiziku. Često se dogodi da matematički nadaren učenik nije najbolji učenik među vršnjacima jer proučava i istražuje područje koje ga zanima, dok drugim područjima i nastavnim predmetima ne pridaje toliku važnost. Samostalan je u svojim aktivnostima i rješavanju problema te najčešće ne traži pomoć odraslih, no voli biti u društvu stručnjaka područja koje ga zanima. Zapaža strategije rješavanja problema od stručnjaka te ih primjenjuje i imitira u svom matematičkom razmišljanju. Dok su se u djetinjstvu samoinicijativno izolirali i usamljivali, sada traže društvo osoba (pretežito starijih) sličnih sposobnosti i interesa. U ovom razdoblju života nadareni učenik razvija svoj interes i motivaciju prema matematičkom gradivu te ga je potrebno uočiti i poticati u radu.
U području matematičke sposobnosti jasno je vidljiva povezanost kreativnosti sa znanjem matematičkog područja.

2.4 Model Hopkins

Prema Čudina-Obradović [1] najpoznatiji program za razvijanje matematičkog talenta je jedan od najstarijih sistematskih programa za nadarene: Model Hopkins (Fox i Washington, 1985.). Taj model uključuje učenike sedmih razreda (12 - 13 godina) koji na testu matematičkih sposobnosti postižu vrlo visoke rezultate, a služi kao program akceleracije nadarenih matematičara. Model sadrži dvije vrste programa.

1. Program temeljen na ubrzanom poučavanju

Program se temelji na formiranju razreda matematički nadarenih učenika. Nastava se provodi svaki tjedan, u slobodno vrijeme učenika i nastavnika,

najčešće subotom i traje 3 sata. Nastavnik ubrzanim tempom poučava učenike gradivu više obrazovne razine. Gradivo odabire temeljem interesa većine učenika u takvom razredu, a odnosi se na samo jedno područje. To se područje temeljito i cjelovito obrađuje te se time razvijaju učeničke kompetencije i potiče intelektualna i znanstvena znatiželja. Domaće zadaće su obilne i zahtijevaju dodatan rad i istraživanje. Na taj način učenici samostalnim i vrlo intenzivnim radom usavršavaju i dorađuju predavanja nastavnika.

2. Program temeljen na samostalnom radu

Ovakav program provodi se u suradnji mentora i matematički nadarenog učenika. Ostvaruje se u tzv. ljetnim školama. Najprije se izrađuje test za svakog učenika. Provjerava se usvojenost, ali i nedovoljno usvojeni matematički sadržaji. Nakon toga, svakom učeniku se sastavlja individualni program. Program učenici prolaze velikom brzinom te imaju priliku diskutirati o rezultatima svojih istraživanja s drugim matematički nadarenim učenicima iz skupine. Uloga mentora je da usmjerava učenika te mu sugerira literaturu koja mu pomaže pri rješavanju različitih aktivnosti. Mentor je također mladi nadareni matematičar koji je završio Hopkins program i nešto je stariji od učenika kojega mentorira.

Elementi programa Hopkins uklopljeni su u rad s darovitima po konceptu Škole za život, no ne provode se u velikoj mjeri. Ovim modelom njegovanja mladih darovitih matematičara postiže se njihovo napredovanje u području matematičke darovitosti, no i razvijanje vještina komunikacije i uspostavljanja odnosa u skupini vršnjaka sličnih sposobnosti.

Model Hopkins djelomično primijenjuje i hrvatska udruga koja je dobila ime po hrvatskom znanstveniku Marinu Getaldiću. Puno ime udruge je Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić". Udrugu su osnovali većinom bivši učenici XV. i V. gimnazije u Zagrebu, bivši natjecatelji, studenati Fakulteta elektrotehnike i računarstva (FER) i Prirodoslovno matematičkog fakulteta (PMF) u Zagrebu. Jedan od osnovnih ciljeva udruge je povezivanje mladih matematičara u Hrvatskoj te sustavno pružanje naprednog matematičkog obrazovanja i pripreme učenika za natjecanja iz matematike. Udruga surađuje s organizacijama u Hrvatskoj, kao i u inozemstvu, koje rade na poboljšanju i restrukturiranju obrazovnog sustava te promiču matematiku na međunarodnoj razini. Aktivnosti koje provode su ljetne škole (Ljetni kamp mladih matematičara), zimske škole (Zimska škola), predavanja subotom za učenike srednjih škola grada Zagreba i razne druge.
Cilj predavanja subotom je priprema za nacionalna i međunarodna natjecanja iz matematike. Nastava se odvija u vremenskom periodu od 4 sata,

detaljnije se obrađuje srednjoškolsko gradivo te dodatne teme kojima se motivira i podiže zainteresiranost za matematički sadržaj.
Ljetni kamp mladih matematičara provodi se od 2010. godine u vremenskom periodu od tjedan dana. Kamp mogu pohađati učenici od 7. razreda osnovne škole do 4. razreda srednje škole. Učenici slušaju predavanja i sudjeluju u interaktivnim radionicama kojima upotpunjavaju matematičko znanje. U manjim grupama rade na projektima pod vodstvom mentora i izrađuju složenije projektne zadatke. Zimska škola provodi se na isti način te je započela s radom od 2014. godine.
Mišljenja sam da je dobro upoznati nastavnike s ovakvom mogućnošću rada kako bi ih predočili učenicima ili eventualno potaknuli njihovo uključivanje u takve programe. Nažalost, rijetki su nastavnici osnovnih škola koji su upoznati s ovakvim načinom rada.

3 PRIJEDLOG OBOGAĆIVANJA SADRŽAJA PREMA KONCEPTU ŠKOLE ZA ŽIVOT

3.1 Škola za život

Eksperimentalni program pod nazivom Škola za život proveden je u osnovnim i srednjim školama u Republici Hrvatskoj u školskoj godini 2018./2019. Koncept je sastavni dio kurikularne reforme Ministarstva znanosti i obrazovanja. Cilj eksperimentalnog programa bio je provjera primjenjivosti novih kurikuluma i metoda rada te novih nastavnih sredstava s obzirom na sljedeće ciljeve:

1. povećanje kompetencija učenika u rješavanju problema
2. povećanje zadovoljstva učenika u školi te motivacija njihovih učitelja i nastavnika [3].

Škola za život, kako i samo ime kazuje, približava obrazovanje svakidašnjim životnim potrebama te učenike priprema za korištenje znanja, kompetencija, vještina i sposobnosti u svijetu rada i životu općenito. Učenike bi se trebalo dovoditi u različite životne situacije u kojima bi oni pokazali usvojenost odgojno-obrazovnih ishoda različitih predmeta. Time obrazovanje postaje smislenije, a znanje primjenjivije. U takvom procesu poučavanja učiteljima se omogućava kreativni rad te autonomija u radu. Učitelji matematike, na svim razinama, mogu upravo zbog toga poticati i zasebno raditi s učenicima koji pokazuju interes za matematičko gradivo te razvijati njihove sposobnosti, ne bojeći se pri tome hoće li cjelovito s njima odraditi predviđeni plan i program. Sastavni dio procesa obrazovanja su roditelji koji imaju uvid u savladavanje ishoda svoje djece i njihov napredak. Bilješkama u e-Dnevniku svakog učenika nastavnik može sugerirati roditelju o izvanrednim rezultatima njegova djeteta, primjerice matematičkim. Takvo dijete je uz pomoć roditelja te djetetove želje i privole potrebno uvrstiti u rad dodatne nastave matematike. Takvi učenici doprinose razvoju društva te je i to jedan od ciljeva Škole za život.

3.2 Metodički priručnici Škole za život

Osnovni cilj metodičkih priručnika su ideje i inovativnosti koje mogu unaprijediti proces učenja i poučavanja matematike u skladu s konceptom Škola za život. Metodički priručnici su namijenjeni nastavnicima. Na mrežnim stranicama Škole za život mogu se, za sada, pronaći samo tri metodička priručnika za matematiku:

- Metodički priručnik razredne nastave za 1. razred osnovne škole
- Metodički priručnik iz matematike za 5. razred osnovne škole
- Metodički priručnik iz matematike za 1. razred srednje škole.

U svim metodičkim priručnicima nalazi se dio namijenjen dodatnoj nastavi matematike temeljen na prijedlogu Okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanja postignuća darovite djece i učenika. Zajedničko tim dijelovima priručnika su strategije poučavanja u aktivnom učenju. Kod svakog učenika treba poticati samoregulirano učenje. Na taj način pronalaze se sadržaji učenikova interesa u kojima se usavršava. Potrebno je dozvoliti učeniku da razvija svoje kreativne potencijale. Priručnici kreativnost definiraju kao „mentalni proces kojim osoba stvara nove ideje i produkte ili kombinira i poboljšava postojeće ideje i produkte na nov i drugačiji način". Prema Vlahović-Štetić, V. (2005.) [3], priručnici razlikuju četiri vrste pogleda na kreativnost: kreativno mišljenje, kreativni uradak/produkt, kreativni pojedinac i kreativno okružje. Svi vidovi kreativnosti vidljivi su i u matematičkoj kreativnosti.
Jedna od promjena koja se postiže primijenom koncepta Škola za život je smanjivanje rješavanja proceduralnih zadataka. Umjesto toga učenici se susreću s rješavanjem problemskih situacija na različitim razinama. Zadaci i problemske situacije osmišljene su tako da se potiče promišljanje i zaključivanje. Učenika se navodi da obrazlaži svoje postupke, donosi argumentirane zaključke, te time postaje svjestan analize vlastitih razmišljanja. Učenike valja potaknuti na istraživanje i učenje otkrivanjem te na taj način znanja koja stječu postaju trajna. Pritome je bitna međupredmetna povezanost i suradnja više učitelja kroz znanstveno-istraživačke interdisciplinirane projekte. Važno je poticati i informatičku pismenost u učenju i poučavanju matematike.

3.3 Obogaćivanje redovnog nastavnog procesa

Odlični učenici svojim se radom u nastavnom procesu ističu od vršnjaka. Potrebno ih je uključiti u izvannastavne i izvanškolske aktivnosti prema njihovim interesima. Najčešće, uz roditelje, su upravo nastavnici i predmetni učitelji ti koji ih upućuju na takve aktivnosti. Takav oblik podrške dobar je način za nadopunu redovnoga nastavnog procesa i pruža zainteresiranim učenicima mogućnost da se razviju u području svojih interesa. Prema metodičkom priručniku iz matematike, „obogaćivanjem redovnog nastavnog procesa u kombinaciji s izvannastavnim i izvanškolskim aktivnostima omogućuje se zainteresiranim, motiviranim, potencijalno darovitim i darovitim učenicima

da svoje potencijale kontinuirano razvijaju, a nedostatke i slabe strane prevladaju."
Redovni nastavni proces treba pružiti svakom učeniku kontinuiranu podršku. To se postiže najprije uređenjem razrednog okružja, učionice. Potrebno je obogatiti učionicu aktivnostima i sadržajima koji su usko povezani sa životnim situacijama te potiču učenika da svoje ideje razvija i nadopunjuje. Na taj način potiče se razvijanje njihovog kritičkog promišljanja, vještina i stavova te, ono najvažnije, pogled na drugačije argumentiranje i upravljanje emocijama i ponašanjima. Uče prevladati svoje strahove i slabosti jer se u takvom razrednom okruženju osjećaju sigurno i prihvaćeno te pri izvršavanju aktivnosti daju svoj maksimum. Motiviranim učenicima se treba omogućiti brži tempo napredovanja kroz predmetni kurikulum kako bi shodno svojim mogućnostima brže i s manjim brojem ponavljanja usvojili odgojno-obrazovne ishode. To ne podrazumijeva da ih se požuruje kako bi u što kraćem roku riješili zadatak, već trebaju imati mogućnost detaljnog istraživanja teme, odnosno dubljeg i/ili šire ulaženja u temu kojom se realiziraju odgojno-obrazovni ishodi. Takav način rada postiže se dobrom suradnjom stručnog tima škole, roditelja i učenika.

Obogaćivanje sadržaja započinje dobrim planiranjem odgojno-obrazovne podrške. Potrebno je dobro razmisliti i osmisliti aktivnosti koje trebaju biti fleksibilne i razvojne. Ukoliko aktivnosti nisu dobro planirane rezultati učenika bit će prosječni ili čak ispodprosječni, zbog manjkavosti interesa. Nakon svake provedene aktivnosti, učitelj treba napraviti sažeti osvrt na rezultate učenja. Potrebno je napraviti kratku procjenu omogućava li provedena aktivnost učeniku:

- „emocionalno sigurno ozračje, s dovoljno mentalnih izazova
- prikladnu socijalizaciju i pripadnost skupini vršnjaka
- motivaciju i naglasak na proces učenja te poštuje li potrebe učenika
- uvjete za razvoj viših razina kognitivnih procesa
- maksimalnu fleksibilnost i otvorenost."

Vrlo je važno temeljito pratiti učenikov napredak i vrednovati rezultate učenja (vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje). Vrednovanje za učenje služi učenicima da svoja očekivanja prema nastavnom gradivu usklade s postavljenim ciljevima učenja. Ovakvo vrednovanje provodi učitelj koji konkretnim i pravovremenim povratnim informacijama usmjerava učenika u njegovome radu. Samovrednovanje učenika provodi se vrednovanjem kao

učenje. Učenik takvu vrstu vrednovanja može provoditi ljestvicama učenja, osvrtom na svoj rad, konzultacijama s učiteljem i sl. Prema metodičkom priručniku, „vrednovanje darovitih učenika treba biti usmjereno na njihove mogućnosti; na ono što oni mogu napraviti, a ne na ono što znaju."

3.4 Aktivno učenje

Najvažnije je učeniku pružiti mogućnost da aktivnim učenjem sudjeluje u aktivnostima. U ovom dijelu rada prikazat ću jedan primjer aktivnosti aktivnog učenja darovitog učenika, no najprije ću opisati čimbenike koji čine aktivno učenje. U metodičkom priručniku za matematiku za 5. razred osnovne škole prikazane su 4 aktivnosti učenika:

- učenici kreativno misle

Ovom aktivnošću se navodi učenike da svoje ideje i zamisli prikažu uzimajući u obzir neizvjesnost i rizike koje im one pružaju. Na taj način ustraju u svojoj kreativnosti i kreativnom izražavanju. Razne igre matematičkog sadržaja navode ih na razmišljanje iz perspektive u koju se oni sami ne bi upustili. Matematičke probleme promatraju na drugi način, suprotan od uvriježenog, i prerađuju na sebi svojstven način. Važno ih je potaknuti da kombiniraju ideje iz različitih područja te time razvijaju sposobnosti prikaza rješenja na inovativan način. Učenik se pritome oslanja na vlastite kreativne mogućnosti, na svoju inspiraciju te mu time proces učenja postaje zanimljiv i inspirativan. Da bi proveo svoje ideje služi se različitim strategijama učenja, ponekad nesvjesno, koristi različite alate i tehnike.

- učenici kritički misle

Kritički misliti znači da učenik prihvaća razmišljanja svojih vršnjaka te ih analizira i nadopunjuje prema važnosti i točnosti. Potrebno je poticati učenike da svoje ideje argumentirano izlažu i brane te na taj način formiraju apstraktno mišljenje. Na temelju argumenata drugih, koji sude njihov rad, moraju biti spremni promjeniti vlastito razmišljanje te ga prilagoditi situaciji i problemu koji proučavaju.

- učenici rješavaju probleme

Učenici rješavaju probleme na način da provode poznatu matematičku metodu znanstvenog razmišljanja, metodu analize i sinteze. Najprije analiziraju i raščlanjuju problem na dijelove, proučavaju te dijelove i razvijaju strategije rješavanja problema, odnosno izvode zaključak o problemu. Sintezu postižu komentiranjem dobivenih rezultata. Razmišljaju je li moguće rješenje i način

na koji su do njega došli. Također, prosuđuju u kojoj je mjeri to ostvarivo. Na taj način učenici ideje rješavanja problema samostalno otkrivaju i odabiru onu najpraktičniju i najkorisniju, prema uvjetima zadatka.

- učenici znanstveno razmišljaju

Znanstveno razmišljanje učenicima omogućava da dublje istražuju područje koje ih zanima. Važno im je pomoći pri odabiru problema na kojemu će vršiti istraživanje. Ideja i tema istraživanja treba biti isključivo zamisao učenika, dok ga nastavnik usmjerava ka realizaciji samog istraživanja. Najprije je potrebno usmjeriti učenika kako da postavi pitanja istraživačkog karaktera te time postavi hipoteze istraživanja. Nakon toga učenici prikupljaju, opažaju, mjere i obrađuju podatke. Nakon obrade podataka potrebno je provesti procjenu. Na taj način učenici zaključuju o uzročno-posljedičnim vezama među pojavama na koje naiđu istraživanjem. Na temelju svog samostalnog istraživanja dolaze do, njima novih, općih zakonitosti te provode generalizaciju.

Potrebno je osmisliti aktivnosti koje potiču različite oblike mišljenja, odnosno usmjeriti ih prema rješavanju problema, kreativnom i kritičkom razmišljanju te znanstvenom načinu razmišljanja. Metodički priručnik predlaže pet modela aktivnosti prema kojima to možemo razviti:

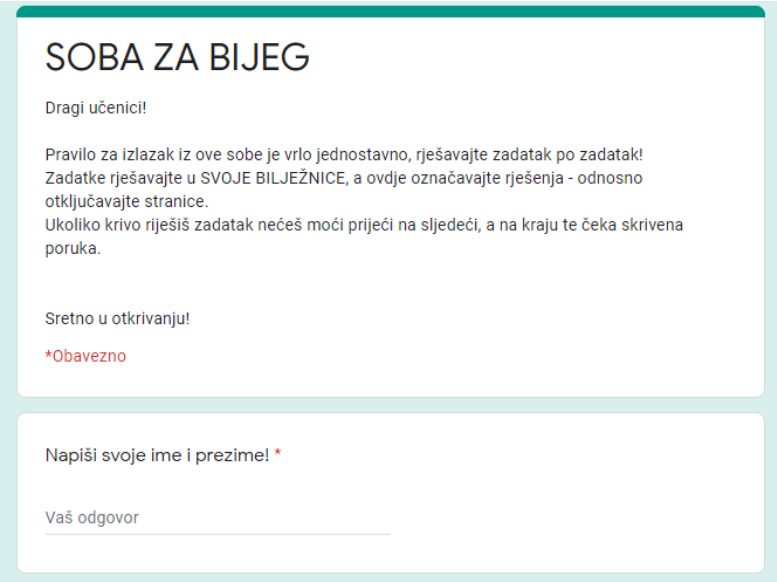
1. detektivska agencija,
2. da mogu biti...,
3. traženje odgovora,
4. rješavanje problema,
5. istraživači jakih i slabih osobina.

Predložene aktivnosti izlaze izvan redovnog nastavnog procesa. Moguće ih je iskoristiti prilikom obrade nastavnog gradiva koje je zainteresiranom učeniku već poznato. Na taj način, nastavnik, u vrijeme redovnog nastavnog procesa istovremeno uključuje sve učenike u razredu. Većina tih aktivnosti zahtijeva pomno odabrane strategije rješavanja i dublje promišljanje o samom problemu. Učeniku je potrebno pružiti to vrijeme. Tijekom provođenja navedenih aktivnosti za darovite učenike ostvaruju se određeni odgojno-obrazovni ishodi predmetnih kurikuluma i očekivanja međupredmetnih tema[5] Učiti kako učiti, Uporaba IKT-a i druge.

[5]Međupredmetne teme su teme općeljudskih vrijednosti i kompetencija za život u 21. stoljeću i prisutne su u odgojno obrazovnom radu: Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Građanski odgoj i obrazovanje, Zdravlje, Poduzetništvo, Uporaba informacijske i komunikacijske tehnologije i Održivi razvoj [3].

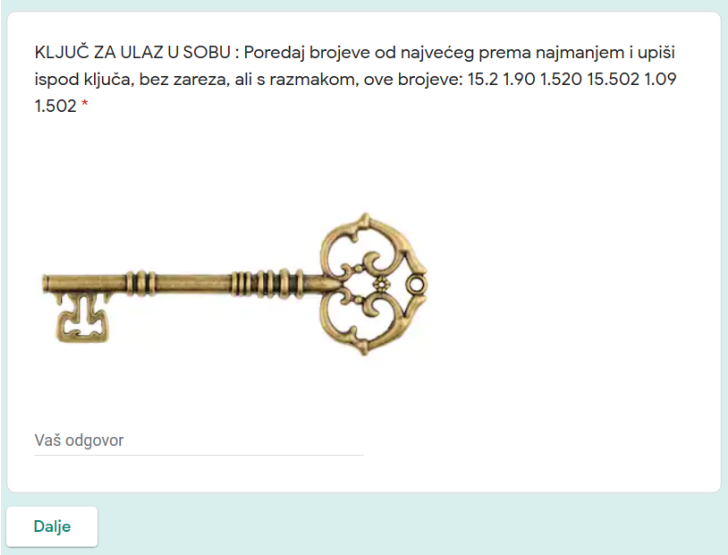
3.5 Soba za bijeg

Prikazat ću aktivnost Sobe za bijeg (engl. Escape Room) za matematički zainteresirane učenike petog razreda. Soba za bijeg je aktivnost u kojoj se učenici petog razreda postavljaju u ulogu detektiva ili istraživača. Svaki od prethodno spomenutih modela aktivnosti objasnit ću na prikazu aktivnosti iz Sobe za bijeg. Na ovaj način, u sigurnom okruženju, učenici usvajaju vještine u novim i nepoznatim situacijama.
Aktivnost je izrađena u Google Forms aplikaciji. Pitanja su koncipirana u 7 kartica. Svaku karticu potrebno je otključati i na taj način prijeći na iduću. Učenici ne mogu uočiti koliko je kartica prikazano, odnosno koliko prepreka moraju proći. Da bi izašli iz Sobe za bijeg moraju točno odgovoriti na sva postavljena pitanja. Ukoliko se dogodi da učenik ne odgovori točno na pitanje, soba za bijeg ga vraća na to isto pitanje ili čak na neko od prethodnih pitanja. Tema ove Sobe za bijeg je muzej znanstvenika. Svi zadaci, odnosno problemi namijenjeni su potencijalno darovitim i darovitim učenicima petog razreda. Svaki dio Sobe za bijeg posvećen je jednom znanstveniku za kojeg su učenici već ranije čuli i jednom znanstveniku kojeg učenici nisu imali prilike ranije upoznati ili imaju površno znanje o njemu. Prije no što učenici započnu rješavati aktivnost trebaju upisati vrijeme početka te na kraju rješavanja, vrijeme završetka aktivnosti. To je potrebno zbog samoprocjene u drugom dijelu aktivnosti.



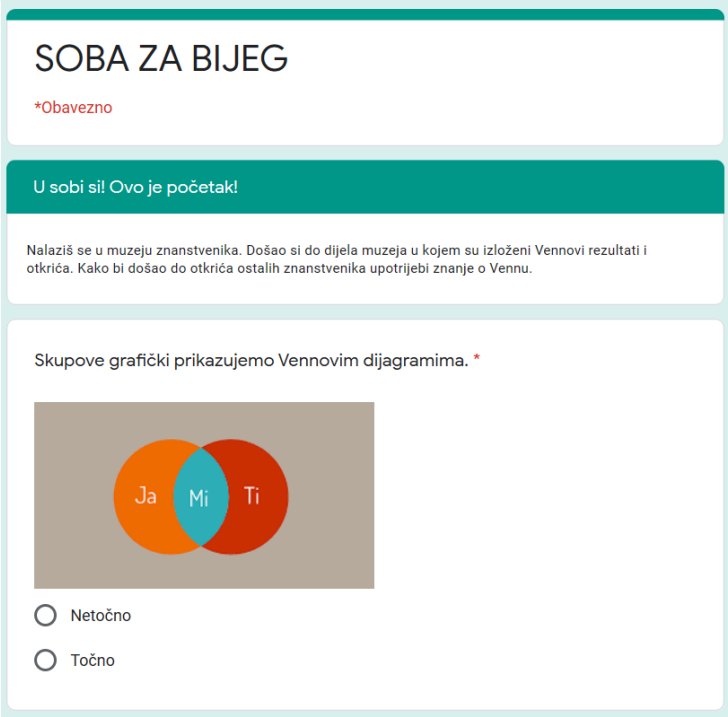
Slika 3: Prikaz uvodne kartice sobe za bijeg

Na početnoj kartici učenicima je objašnjeno na koji način je moguće izaći iz sobe. Dana je uputa da se zadaci rješavaju u bilježnice te da se samo rješenja prikažu na predviđeno mjesto u aktivnosti. Motivirajući faktor uvodne kartice je skrivena poruka koja se nalazi na kraju aktivnosti. Radi lakše evaluacije i procjene nastavnika, učenik treba upisati svoje ime i prezime na predviđeno mjesto. Na samom početku prikazan je ključ kojim je potrebno otključati sobu. Za otključavanje sobe učenik treba primijeniti prethodno usvojeno gradivo uspoređivanja racionalnih brojeva u decimalnom zapisu (decimalnih brojeva). Zadatak je poredati brojeve 15.2, 1.90, 1.520, 15.502, 1.09, 1.502 od najvećeg prema najmanjem te je jasno dana uputa za upisivanje "ključa".

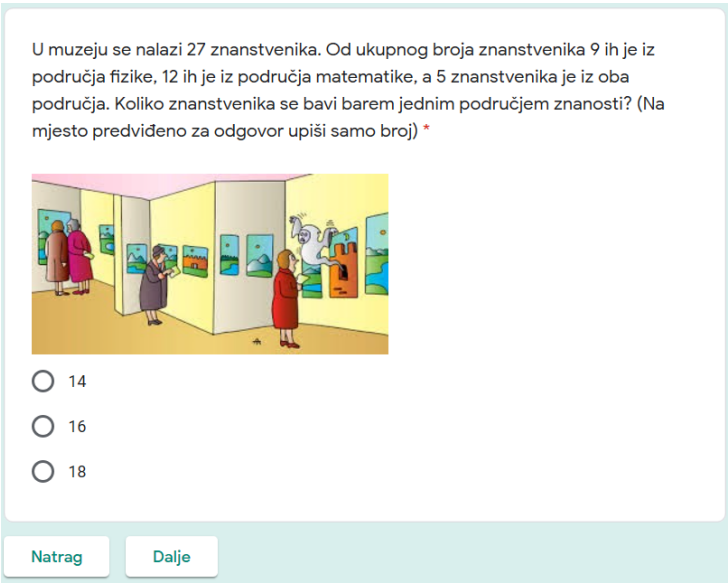


Slika 4: Prikaz kartice koja predstavlja ključ za ulaz u Sobu za bijeg

Kako bi krenuo na sljedeću karticu, učenik treba upisati sljedeće: 15.502 15.2 1.90 1.520 1.502 1.09 te otključati Sobu za bijeg. Kada je učenik ušao u sobu, odnosno otključao je ispravnim ključem, prikazana su mu dva zadatka koja su povezana s Johnom Vennom. Prema nastavnom kurikulumu matematike 5. razreda, učenik prikazuje skupove i primijenjuje odnose među njima za prikaz rješenja problema (MAT OŠ B.5.2.). Navedeni ishod moguće je ostvariti primjenom Vennovih dijagrama. Radi toga u ovom dijelu Sobe za bijeg pojavljuje se pitanje koje učenike uvodi u samu temu sljedećeg zadatka i na taj način ih motivira i navodi na pristup rješavanju zadatka. Učenik na postavljeno pitanje odgovara odabirom točnog odgovora.

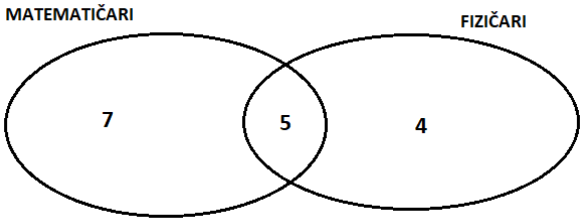


Slika 5: Prikaz motivacijskog pitanja koji je povezan s Vennovim dijagramima



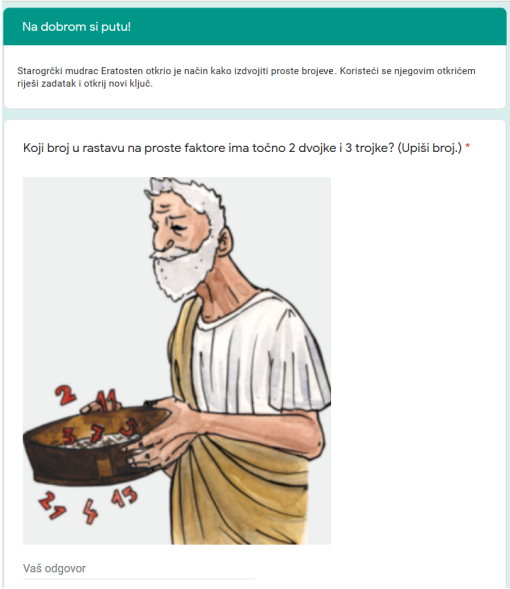
Slika 6: Prikaz zadatka koji je povezan s Vennovim dijagramima

Prikazan je zadatak. Učenik rješenje zadatka može dobiti koristeći Vennove dijagrame, no i drugim načinima. Jasno je da će učenik izabrati strategiju rješavanja zadatka koja njemu najviše odgovara. Moguće je da će Vennove dijagrame koristiti samo kao vizualni prikaz, a zadatak će riješiti napamet. Zadatak bi vrlo vjerojatno riješio svaki odlično ocijenjen učenik iz matematike, no s obzirom da je potrebno zainteresirati učenika, zadatak nije složen. Daroviti učenik odmah uočava točno rješenje, odnosno 16. Ukoliko učenik skicira Vennove dijagrame, u presjeku će biti 5 znanstvenika iz oba područja, 4 fizičara i 7 matematičara.



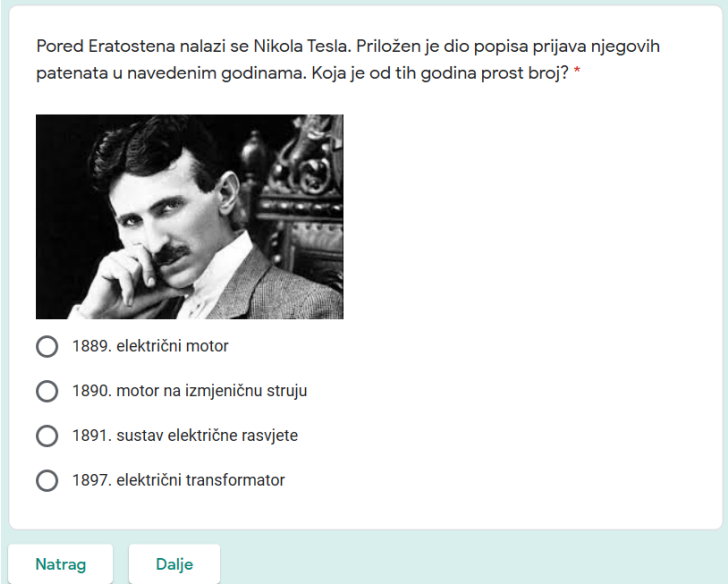
Slika 7: Slikovni prikaz rješenja zadatka

Iz prikaza je jasno vidljivo da se 16 znanstvenika bavi barem jednim područjem. Ukoliko učenik ne odgovori točno na postavljene zadatke, ne otključava mu se iduća kartica te je potrebno pokušati ponovno riješiti zadatak kako bi mogao prijeći na sljedećeg znanstvenika.



Slika 8: Prikaz motivacijskog zadatka koji je povezan s Eratostenom

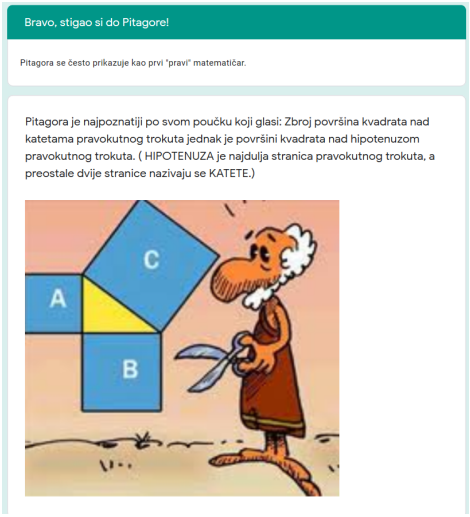
Prethodna kartica obuhvaća područje grčkog matematičara, geografa i astronoma Eratostena. Učenik prema prikazanoj kartici može naslutiti da će pitanje koje slijedi biti povezano s prostim brojevima. Kako je i objašnjeno, ovaj dio prikazane kartice zahtijeva osnovno znanje o prirodnim brojevima. Odličan učenik će zadatak postaviti koristeći zapis potencije $2^2 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108$. Radi popularizacije hrvatskih znanstvenika, prikazan je i zadatak povezan s Nikolom Teslom.



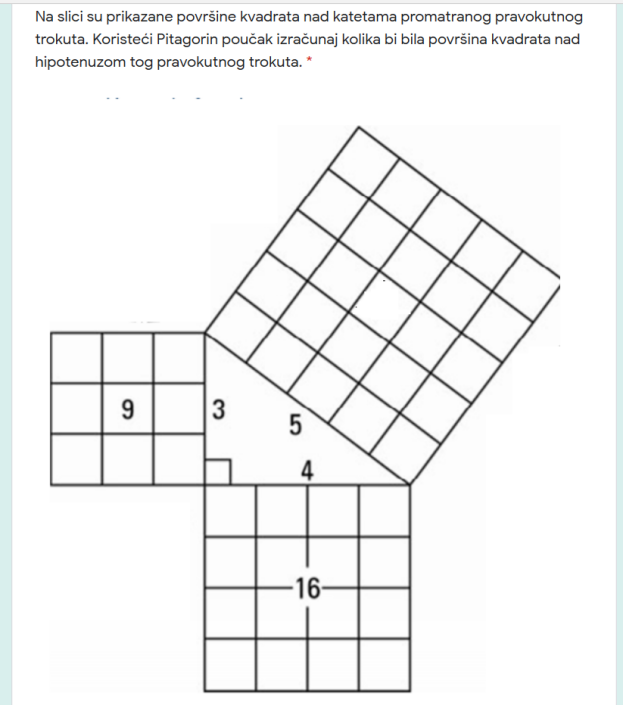
Slika 9: Prikaz zadatka koji je povezan s Nikolom Teslom

Učenik uz otkrivanje prijavljenih patenata Nikole Tesle, rješava zadatak u kojem je potrebno prikazane godine razvrstati na proste i složene prirodne brojeve. Prema nastavnom kurikulumu matematike 5. razreda, učenik rastavlja broj na proste faktore i primijenjuje svojstva djeljivosti prirodnih brojeva (MAT OŠ A.5.2.). Dakle, potrebno je primijeniti pravila djeljivosti prirodnih brojeva. Učenik analizira zadatak i eliminira godine koje su zasigurno složeni brojevi. Eliminira 1890. godinu jer je 1890 paran broj pa ne može biti prost. Ostale brojeve rastavlja na proste faktore. Broj 1891 može zapisati kao umnožak prostih faktora 31 i 61, broj 1897 može zapisati kao umnožak prostih faktora 7 i 271. Uočava da jedini broj koji se ne može zapisati kao umnožak prostih faktora je 1889, odnosno 1889. godina kada je prijavljen patent električnog motora.
Ukoliko učenik ne odgovori točno na postavljene zadatke, ne otključava mu se iduća kartica već se vraća na područje muzeja u kojem se nalazi Venn.
Slijedi kartica o Pitagori koji se često prikazuje kao prvi "pravi" matematičar.

U uvodnoj kartici iskazan je Pitagorin poučak. S obzirom da se učenici do sada nisu susretali s nazivima kateta i hipotenuza, prikazano je objašnjenje pojmova kao i slikovni prikaz Pitagorina poučka.

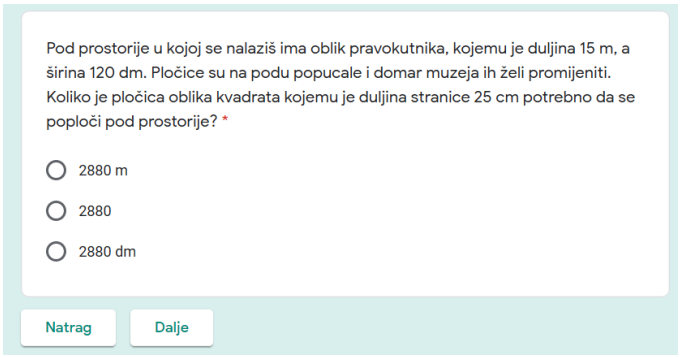


Slika 10: Slikovni prikaz Pitagorinog poučka



Slika 11: Slikovni prikaz zadatka vezanog uz Pitagorin poučak

Prema nastavnom kurikulumu matematike 8. razreda, učenik primijenjuje Pitagorin poučak (MAT OŠ D.8.1.). U ovom slučaju nastavni sadržaj širimo te učeniku dajemo mogućnost da uoči pravokutni trokut i iskaže Pitagorin poučak te ga primijeni na pravokutni trokut. Jasno je naznačeno da se ovim ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. S obzirom da daroviti učenik brzo uči, prethodni zadatak neće mu oduzeti previše vremena. Zadatku učenik može pristupiti na različite načine. Učenik 5. razreda će prebrojati kvadratiće koji čine kvadrat nad hipotenuzom pravokutnog trokuta i dobiti rješenje 25. Daroviti učenik će primijeniti Pitagorin poučak te zaključiti kako je potrebno vrijednosti površina kvadrata nad katetama prikazanog pravokutnog trokuta zbrojiti, $9 + 16 = 25$, te tako dobiti površinu kvadrata nad hipotenuzom pravokutnog trokuta.
Potom slijedi složeniji zadatak u kojem učenik računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova (MAT OŠ D.5.4.) te odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice (MAT OŠ D.5.2.).



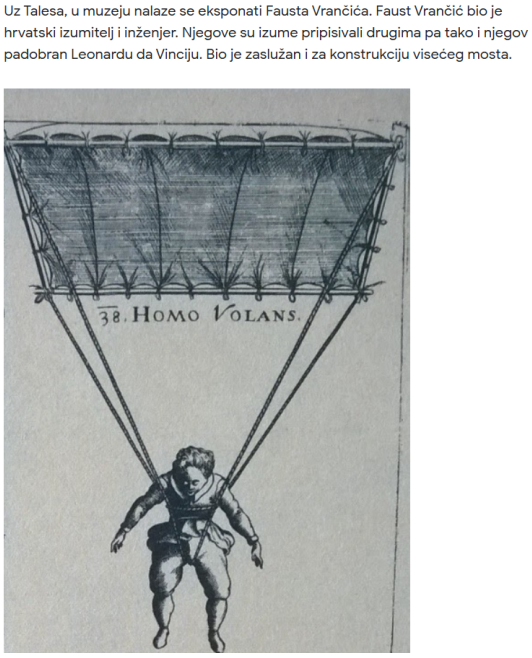
Slika 12: Slikovni prikaz zadatka vezanog uz površinu kvadrata i pravokutnika

U ovom zadatku učenik opisuje i računa površinu kvadrata i pravokutnika. Najprije je potrebno točno preračunati mjerne jedinice, potom izračunati površinu poda, zatim površinu pločice kojom će domar popločiti pod prostorije. Potom učenik kratkim računom dolazi do zaključka kako je potrebno 2880 pločica da se poploči pod prostorije. Ukoliko učenik točno ne odgovori na navedena pitanja, ne može otključati novu karticu.
Nastavlja se put prema skrivenoj poruci kroz dio muzeja posvećen grčkom filozofu Talesu. U ovom dijelu aktivnosti učenik opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose (MAT OŠ C.5.1.). Proučava kutove uz presječnicu usporednih pravaca te prepoznaje vrste kutova, susjedne i vršne kutove.



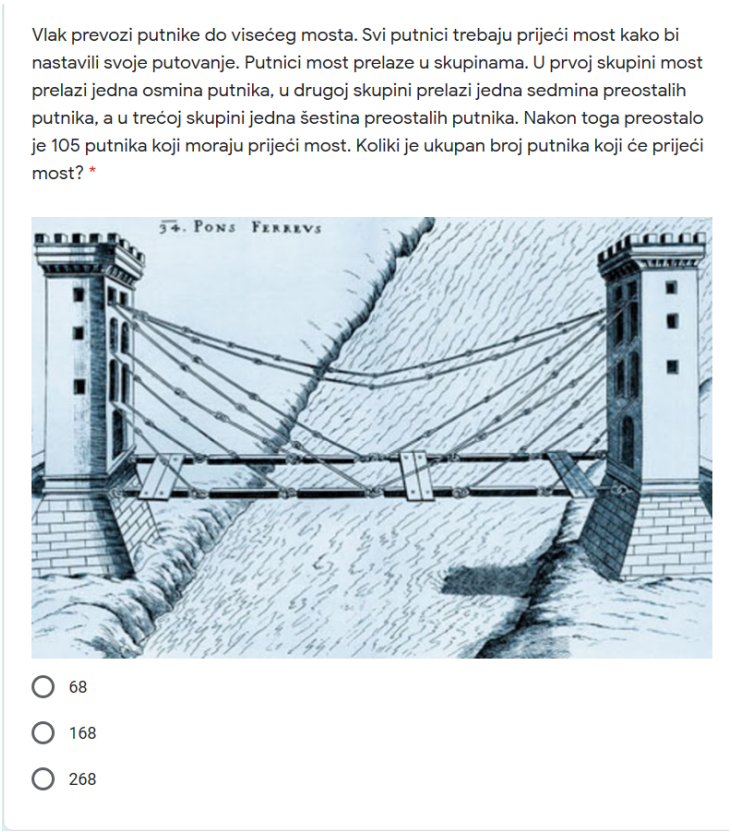
Slika 13: Slikovni prikaz zadatka vezanog uz skupove točaka u ravnini

Vrlo brzo učenik rješava navedeni zadatak tako da uočava susjedne kutove za koje vrijedi da je zbroj mjera susjednih kutova jednak mjeri ispruženog kuta. Prema tome, učenici lako dolaze do rješenja zadatka, 55°. Uz Talesa, u muzeju se nalaze eksponati Fausta Vrančića. Ukratko je opisano djelovanje Fausta Vrančića te je prikazana slika njegovog izuma padobrana. Na taj način učenici su motiviraniji za zadatke koji slijede.



Slika 14: Motivacijski tekst vezan uz Fausta Vrančića

Aktivnost se nastavlja složenijim zadatkom. Učenik ovim zadatkom najprije povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka (MAT OŠ A.5.3.). Zapisuje razlomak i tumači ga povezujući pojam razlomka s dijeljenjem. Potom, prema nastavnom kurikulumu matematike 5. razreda, brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju (MAT OŠ A.5.1.).

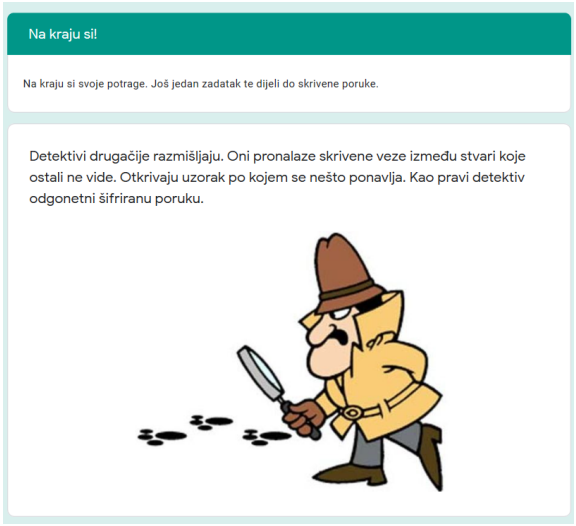


Slika 15: Motivacijski zadatak vezan uz Fausta Vrančića

Većina učenika ovaj zadatak riješiti će metodom rješavanja unatrag. Nakon prelaska $\frac{1}{6}$ putnika preko mosta, preostalo je 105 putnika. To znači da 105 putnika čini $\frac{5}{6}$ putnika koji nisu još prešli most. Provodi se matematički račun $105 \cdot 6 : 5 = 126$. Dakle, trenutno je 126 putnika koji trebaju prijeći most. To znači da 126 putnika čini $\frac{6}{7}$ putnika koji su ostali u vlaku. Provodi se matematički račun $126 \cdot 7 : 6 = 147$. Dakle, drugu skupinu ljudi čini 147 putnika koji trebaju prijeći most. To znači da 147 putnika čini $\frac{7}{8}$ putnika koji su se ukrcali na početku putovanja. Provodi se matematički račun

$$147 \cdot 8 : 7 = 168.$$

Učenici zaključuju da je ukupan broj putnika koji prelaze most jednak 168. Učenik svojim točnim odgovorom otključava sljedeću karticu. Pred kraj svoje potrage učenik treba odgonetnuti šifriranu poruku.



Slika 16: Motivacijski primjer na kraju aktivnosti

Slijedi aktivnost u kojoj učenik treba odgonetnuti koliki je zbroj mjesta svih slova u abecedi koje označavaju navedeni brojevi.



Slika 17: Slikovni prikaz završnog zadatka vezanog uz Gaussa

U ovoj aktivnosti učenike je potrebno pustiti da samostalno osmisle strategiju kojom će točno riješiti ovaj zadatak te ispisati sve kombinacije slova. Za odrediti spomenuti zbroj daroviti učenik će primijeniti Gaussovu dosjetku. Potrebno je združiti brojeve u parove, prvi s posljednjim, drugi s pretposljednjim i dalje tako redom. Takvih parova je 15. Zbrajajući vrijednost prvog i zadnjeg slova abecede te množenjem broja parova dobivamo rješenje $(1 + 30) \cdot 15 = 31 \cdot 15 = 465$.

Posljednji zadatak je dešifrirati skrivenu poruku, odnosno otkriti poznati Gaussov citat. Koristeći prethodno, učenici dobivaju rješenje, MATEMATIKA JE KRALJICA ZNANOSTI. Aktivnost Soba za bijeg završava čestitkom učeniku za uspješno otkrivanja izlaza.



Slika 18: Završna kartica aktivnosti

Možemo uočiti kako u cijeloj aktivnosti učenik kroz ulogu detektiva, nenametljivo i s lakoćom usvaja matematičko gradivo. Učenici kroz igru uče i kada se nađu u situaciji da imaju neki problem koji žele ili trebaju riješiti, oni neće odustati. Svakom zadatku pristupaju na drugačiji način. Ukoliko za neki zadatak trebaju nadopunu svojega znanja, samostalno je istražuju i provode. Na ovaj način možemo uočiti karakteristike modela Detektivska agencija.
Učenici se kroz sobu za bijeg postavljaju u ulogu navedenih znanstvenika. Tema je vrlo prihvatljiva i pogodna darovitima te dobi. Isprepliću se historicizmi Venna, Eratostena, Talesa, Nikole Tesle, Fausta Vrančića, Pitagore

i Gaussa te se time stvara priča koja učenike motivira na upotpunjavanje činjenica i povezivanje sa svakodnevnicom. Nema gotove priče koji oni samo slušaju, već se priča usmjerava na koncepte i opće ideje. Učenici samostalno stvaraju priču prema ponuđenim slikama. Postavlja se realni problem, odnosno problemska situacija na početnoj slici te je tako jasno prepoznatljiv stil modela Da mogu biti ...
U završnoj aktivnosti dešifriranja završnog Gaussovog citata uputa je minimalna. Učenik istražuje i slobodno radi na temi koja mu je bliska. Traži odgovor stvaranjem veza slova abecede i brojeva. Služi se asocijacijama kako bi došao do rješenja. Ovakav pristup opisuje model Traženje odgovora.

Model aktivnosti Rješavanje problema obuhvaćen je svakim zadatkom Sobe za bijeg. Pred učenike je predstavljen problem koji zahtijeva razrješenje kako bi se prešlo na sljedeću razinu Sobe za bijeg. Učenici istražuju te dolaze do rješenja. Postavljanje u ulogu detektiva pruža im razumijevanje da prikazane podatke organiziraju tako da im budu pregledni i da ih mogu povezati.
Istraživači jakih i slabih osobina model je koji opisuje svakog učenika. Učenik samostalno ideje "iz glave" prenosi na papir bilježnice te na taj način pohranjuje naučeno u dugoročno pamćenje. Razvija vještine istraživanja i otkriva rješenja zadataka. Istražit će po čemu je poseban i jedinstven te otkriti osobine koje posjeduje, a koje tek treba razviti.

3.6 Mišljenje učenika i školskog psihologa

Aktivnost Soba za bijeg završava samoprocjenom učenika u obliku sažetog osvrta u Microsoft Wordu. Prikazat ću neke od primjera. Učenica 1 na provedenim testovima ustanovljena je kao darovito dijete. Učenica je iznimno zainteresirana za matematičko područje te je pohađala ovogodišnja natjecanja iz matematike. Potrebno vrijeme za rješavanje joj je bilo manje od 30 minuta.

Učenica 1

„Ja sam M.T., idem u 5. razred. Susretala sam se s većinom tih zadataka (uspoređivanjem decimalnih brojeva, skupovima odnosno Vennovim dijagramima, rastavljanjem brojeva na proste faktore, djeljivošću, kutovima, razlomcima, Gaussovim dosjetkama) na satovima matematike i natjecanjima na koje sam išla. S rješavanjem Sobe za bijeg krenula sam u 12:37, a završila u 13:06, trebalo mi je 29 minuta.
Nisam ni jednom pogriješila pri rješavanju zadataka. Najzanimljiviji dio bio mi je dio s Pitagorom, to do sada nismo učili, a i nikada se ne bih sjetila toga,

tako da mi je bilo jako zanimljivo riješiti taj zadatak i naučiti nešto novo. Najzahtjevniji dio bio mi je dio s mostom i skupinama ljudi. Isprve nisam znala kako postaviti zadatak i kako ga riješiti. Najlakši dio bio mi je dio kada smo morali otkriti koji je broj rastavljen na proste faktore, to mi i inače ide dosta dobro tako da ni sada nije bio nikakav problem riješiti taj zadatak. Trebala sam se jednom konzultirati sa svojom profesoricom jer nisam znala treba li se u rješenjima napisati nešto riječima ili ne, nisam imala velikih problema što se tiče rješavanja zadataka i nisam trebala ništa googlati isl.
Dok sam rješavala zadatke osjećala sam se kao da se natječem, no nisam se natjecala ni sa kim, htjela sam biti što bolja i brža, iako brzina ponekada pokvari rezultat, kao da me rješavanje tih zadataka zabavljalo. Ova aktivnost mi je jako zanimljiva, zabavna i poučna i rado bih da i ubuduće rješavam takve tipove zadataka. Naučila sam Pitagorin poučak, kojeg prije nisam znala."

Učenica 2 nije detektirana kao darovita, već sam mišljenja da je ona potencijalno darovito dijete. Smatram da je njezin talent potrebno još usmjeravati kako bi napredovala. Često griješi u proceduralnim zadacima, no ima izrazito logičko razmišljanje "van okvira". Za izvršavanje aktivnosti bilo joj je potrebno 42 minute, što kazuje da je aktivnost prilagođena vremenu trajanja nastavnog sata.

Učenica 2

„Pohađam peti razred. I prije sam se susretala sa ovakvim zadacima dok sam vježbala za Toni Milun ligu. U početku nisam razumjela zadatke, ali s vremenom sam shvatila kako se rješavaju. Krenula sam rješavati zadatke u 16:00 i završila sam s rješavanjem u 16:42. Za dovršetak aktivnosti bilo mi je potrebno još nekoliko minuta.
Naravno, pri rješavanju zadataka pogriješila sam. U 2. zadatku sam krivo zbrojila pa sam krenula iz početaka. Koncentrirala sam se da što prije riješim zadatak pa sam brzopleto krivo zbrojila. Brzo sam ispravila grešku. Najzanimljiviji i najzahtjevniji zadatak mi je bio 8. zadatak. Na tom zadatku najviše sam vremena provela. U glavi sam znala kako doći do rješenja, ali postaviti zadatak matematički je bio problem. Najlaganiji zadatak mi je bio 5. zadatak. Iako nismo učili Pitagorin poučak, slika mi je puno pomogla jer sam znala što trebam raditi. Pri rješavanju zadataka koristila sam kalkulator i bilježnicu.
Prije rješavanja bila sam napeta (kao i svaki puta prije testa ili kviza), ali s vremenom ta napetost nestane kada se posvetim zadacima. Ovakva aktivnost mi se jako svidjela jer je i zabavna i poučna. Svakim zadatkom učimo nešto novo i pomaže nam da sljedeći puta slične zadatke rješavamo brže i lakše."

Učenik 3 je visokih intelektualnih sposobnosti, što je i pokazalo testiranje u školi. Učenik je detektiran kao darovito dijete te navodim primjer njegovog osvrta zbog toga što je jasno vidljivo kakve su mu sposobnosti literarnog izražvanja u odnosu na matematičko. Taj učenik, po njegovoj želji, sjedi u zadnjoj klupi sam. Izolira se od svojih vršnjaka, često mu na satu bude dosadno ukoliko mu se ne zada njemu neki zanimljiv sadržaj. On je u najkraćem roku riješio aktivnost. Stil pisanja i rečenice namjerno nisu izmijenjene.

Učenik 3

„IDEM U 5. RAZRED.NISAM SE NIKAD PRIJE SUSREO SAM TAKVIM ZADATCIMA KAO ŠTO SU BILI U ESCAPE ROOM.KRENUO SAM RJEŠAVATI U 9.00,A ZAVRŠIO SAM U 9.15.TO ZNAČI DA MI JE TREBALO 15 MINUTA.
NISAM POGRIJEŠIO S RJEŠAVANJU ZADATAKA ZATO STO SAM PAŽLJIVO PRATIO UPUTE.NAJZANIMLJIVIJI DIO BIO MI JE ZADNJI ZADATAK GDJE SAM MORAO UZ POMOĆ BROJEVA SKLOPITI RIJEČ.NAJZAHTJEVNIJI ZADATAK MI JE BIO 2 ZADATAK.NAJLAKŠI ZADATAK MI JE BIO PRVI.NISAM SE TREBAO KONZULTIRATI ZATO ŠTO SAM SHVATIO GRADIVO.
OSJEČAO SAM SE SRETNO DOK SAM RJEŠAVAO ZADATKE ZATO ŠTO VOLIM IGRATI ESCAPE ROOM.SMATRAM ZATO ŠTO BOLJE JE UČITI UNAPRIJED I KROZ RAZLIČITE IGRE ZATO ŠTO SE TADA BOLJE ZAPAMTI.NAUČIO SAM NEŠTO O PITAGORI I O TAKVOM TIPU ZADATKA. ”

Učenik 4 je učenik koji iz matematike u pismenim provjeravama rijetko dobije odličnu ocjenu. Pretežito su ocjene vrlo dobar. Njemu odgovaraju više usmene provjere gradiva iz razloga što često odluta u svojim mislima te ulaže više truda u samu koncentraciju. Učenik je izrazito snalažljiv i jako lako logički povezuje matematički sadržaj. Potrebno ga je stalno poticati. Mišljenja sam da bi ovaj učenik mogao imati poremećaj pažnje i koncentracije. U razgovoru sa školskom psihologinjom odlučili smo provesti testiranje na poteškoće pri učenju kao i njegove intelektualne procjene. Ono što je isto potrebno uočiti je njegovo rješavanje aktivnosti u trajanju od jednog sata.

Učenik 4

„Pohađam 5. razred osnovne škole. Do sada se nisam susretao s ovakvim zadacima. Sobu za bijeg sam krenuo rješavati u 12 sati i 15 minuta, a završio

sam u 13 sati i 17 minuta. Za dovršetak aktivnosti trebalo mi je 1 sat i 2 minute. Prilikom rješavanja zadataka sam ponekad griješio.
Griješio sam prilikom rješavanja 2. zadatka, ali sam na kraju uspio ispraviti, nije mi bilo jasno gdje je nestao 1 znanstvenik. Iskreno i dalje me zanima što se s njim dogodilo. Zadatak br. 4 me je zbunio jer i zadnja dva ponuđena odgovora su mi se činila kao prosti brojevi. Zadatak broj 8 nisam nikako mogao postaviti. Jako zanimljivi su mi bili 9. i 10. zadatak zato što sam uz pomoć 9. zadatka mogao dešifrirati 10. zadatak, dok su mi 4. i 8. zadatak bili najzahtjevniji i nisam ih uspio riješiti nego sam ih pogodio. Od svih zadataka 1. zadatak mi je bio najlakši zato što sam samo trebao usporediti decimalne brojeve, a to smo nedavno radili. O nekim zadacima sam se morao konzultirati s roditeljima, ali nažalost ni oni mi nisu uspjeli pomoći s 4. i 8. zadatkom. U 6. zadatku morao sam se podsjetiti formula za površinu pravokutnika i kvadrata.
Za vrijeme rješavanja zadataka sam se osjećao pomalo uzbuđeno. Dok sam rješavao zadatke shvatio sam da su zadaci zanimljivi i poučni te da sam naučio nešto novo. U 5. zadatku sam naučio novo o čemu zapravo govori Pitagorin poučak i kako to izgleda na konkretnom primjeru. Zabavno je, ali i pomalo zahtjevno. ”

U ovom završnom djelu opisa, prikazat ću mišljenje osnovnoškolskog psihologa nakon pronalaska izlaza iz Sobe za bijeg.

Mišljenje osnovnoškolskog psihologa

„Rješavajući zadatke u online Escape room igri učenici osim što usavršavaju i razvijaju svoje matematičke vještine, također razvijaju svoju kreativnost, brzo logičko razmišljanje, sposobnost divergentnog mišljenja i orignalnost te pažnju i koncnetraciju. Nepoznavanje što se nalazi na sljedećoj stranici djeluje motivirajuće za učenike, jer potiče njihovu znatiželju i želju za otkrivanjem novih izazova. Potiče njihovu ambiciju za daljnjim rješavanjem zadataka. Smatram da je uvodni tekst svake sobe osmišljen na zabavan način. Vrlo je poticajno jer na kreativan način povezuje povijesni razvoj matematike s gradivom i upotrebom matematike u svakodnevnom životu.”

4 METODE RADA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Matematika kao obavezan predmet u školama je pogodna za provođenje raznih aktivnosti na učenicima zanimljiv način. Većina učenika matematiku shvaća kao izuzetno zahtjevan predmet, no među svim učenicima uvijek će se istaknuti pojedinac po svojim razmišljanjima i uspjesima različit od ostalih, koji će matematiku doživljavati kao zanimljiv i truda vrijedan predmet. Važno je prepoznati takvog učenika i pokušati ga zanimljivim metodama još više zainteresirati. Tome služi dodatna nastava matematike. Metodama igrifikacije može se postići veći interes za učenje i uvježbavanje nekih osnovnih matematičkih vještina. Učenje otkrivanjem može poslužiti kao odličan način proširivanja sadržaja dodatne nastave matematike. Matematički sposoban učenik nije samo onaj učenik koji brzo i točno riješi zadatak već je to učenik kojega možemo prepoznati po njegovom zanimanju za matematički sadržaj i sposobnosti razumijevanja istih. Takvi učenici imaju posebno zanimanje za brojeve te razvijeno apstraktno mišljenje i razmišljanje. Najčešće pristupaju zadatku na neuobičajen način te imaju drugačija rješenja i razmišljanja od svojih vršnjaka. Pristupaju životnim situacijama i problemima svakodnevnice primjenjujući matematička znanja i vještine. Oni su ustrajni u rješavanju složenih problema te ih treba poticati u izgradnji matematičkih sposobnosti. Prema Čudina-Obradović [1], matematička je sposobnost rezultat istovremene aktivacije sljedećih sposobnosti:

- numeričke sposobnosti: razumijevanje numeričkih simbola, značenja oznaka za različite matematičke operacije, razumijevanje pojma količine, razumijevanje numeričkih operacija, sposobnost čitanja i pisanja matematičkih simbola, razumijevanje numeričkih odnosa;
- sposobnost pamćenja i planiranja koja je potrebna za postupno rješavanje koraka u problemu kao i lanca zaključaka;
- sposobnost prostornog predočavanja koja je potrebna za potrebu papira i olovke, razumijevanje geometrije i prostornih odnosa;
- sposobnost logičkog zaključivanja i uočavanje veza.

Razvijanje matematičke sposobnosti može se postići na različite načine u redovnoj nastavi. U dodatnoj nastavi matematike zahtijevaju se viši kognitivni procesi te su i aktivnosti različite. Neke od mogućih metoda su metoda igrifikacije i metoda učenja otkrivanjem koje su prikazane u sljedećim primjerima.

4.1 Metoda igrifikacije - Matematički bingo

Ova aktivnost može se provesti na dodatnoj nastavi matematike u petom razredu osnovne škole. Učenici bi do provedbe ove aktivnosti trebali imati usvojene sljedeće ishode nastavnog kurikuluma matematike[6][3] petog razreda:

- MAT OŠ A.5.3. Povezuje i primjenjuje ekvivalentne zapise razlomaka

Učenik ovim ishodom postiže sljedeće: zapisuje i tumači razlomak povezujući ga s dijeljenjem, opisuje i određuje udio u skupu istovrsnih podataka. Preporuka kurikuluma nastavnog predmeta matematike za 5. razred je uvesti postotak kao oznaku za razlomak s nazivnikom 100.

- MAT OŠ A.5.4. Povezuje i primjenjuje ekvivalentne zapise decimalnog broja

Ovim ishodom, učenik opisuje i zapisuje decimalne brojeve, opisuje, predočava i primjenjuje jednakost među različitim zapisima brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva, postotaka i promila).

- MAT OŠ A.5.5. Računa s decimalnim brojevima

Ovim ishodom, učenik zbraja, oduzima, množi (povezuje umnožak dvaju jednakih decimalnih brojeva s kvadratom decimalnoga broja) i dijeli decimalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija.

- MAT OŠ B.5.1. Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu

Ovim ishodom učenik problemsku situaciju zapisuje linearnom jednadžbom i rješava linearnu jednadžbu oblika $ax = b$, gdje su a i b prirodni ili decimalni brojevi, provjeravajući točnost dobivenoga rješenja.

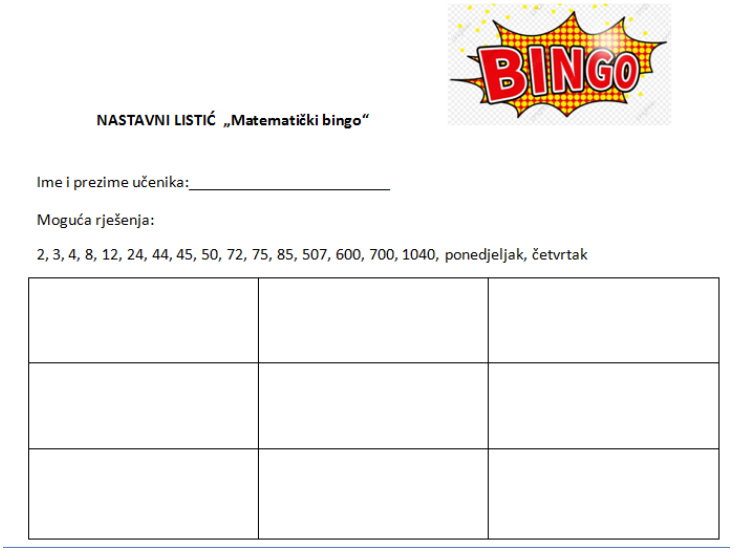
- MAT OŠ D.5.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova

Ovim ishodom učenik računa i primjenjuje površinu kvadrata i pravokutnika te prema preporuci kurikuluma, rješava zadatke sadržajem povezane s učenikovom okolinom.

[6]Ministarstvo znanosti i obrazovanja donosi odluku o donošenju kurikuluma za nastavni predmet matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj, izdanje: NN 7/2019.

Opis aktivnosti

Svaki učenik dobije nastavni listić s tablicom za igru "Matematički bingo". Učenici samostalno biraju i popunjavaju svoje tablice mogućim rješenjima s nastavnog listića.



Slika 19: Primjer nastavnog listića "Matematički bingo"

Nakon što su svi učenici ispunili svoje tablice, nastavnik nasumično izvlači karticu i čita zadatak s nje te ga učenici zapisuju i rješavaju u svoje bilježnice. Ukoliko se rješenje zadatka nalazi na ispunjenoj tablici, učenik zaokružuje taj broj. Potom nastavnik izvlači drugu karticu i tako sve dok jedan od učenika prvi ne zaokruži sve brojeve u istom retku, stupcu ili na dijagonali. Taj učenik uzvikuje "Bingo", čime ostalima daje na znanje da je pobijedio. Učenici će, igrajući igru "Matematički bingo", uvježbati koncept postotnog računa i usavršavati vještine rješavanja logičkih zadataka.

Primjeri zadataka koji mogu predstaviti svaku karticu:

Zadatak 1. *Od* 80 *učenika petih razreda osnovne škole,* 12 *učenika je išlo na natjecanje iz nekih predmeta. Koliko posto učenika nije išlo na natjecanje?*

U ovom zadatku odličan učenik će najprije izračunati koliki je postotak učenika koji su išli na natjecanje iz nekih predmeta, a potom koliki je postotak učenika koji nisu išli na natjecanje. Dakle, provodi se jednostavan matematički račun, $12 : 80 = 0.15$. Učenik dijeljenjem dobiva decimalni zapis broja koji pretvara u postotni zapis, dakle 15% je učenika koji idu na natjecanje

iz nekih predmeta. Prema tome, 85% je učenika koji nisu išli na neko od natjecanja. Ukoliko učenik ima broj 85 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru.

Zadatak 2. *Zvijezda je sastavljena od kvadrata i četiri jednakostranična trokuta tako da je nad svakom stranicom kvadrata konstruiran jednakostraničan trokut. Ako je opseg kvadrata* 36 *cm, koliki je opseg zvijezde?*

Ovaj zadatak je vrlo kratak i brzo rješiv svakom odličnom učeniku. Iz opsega kvadrata, učenik lako dobiva duljinu stranicu kvadrata 9 cm. Opseg zvijezde je, prema tome, jednak $8 \cdot 9$ cm $= 72$ cm. Ukoliko učenik ima broj 72 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru. U suprotnom, čeka zadatak čije će rješenje biti na listiću učenika.

Zadatak 3. *Osnovnu školu pohađa* 650 *učenika.* 78% *ukupnog broja učenika postiglo je odličan uspjeh na kraju školske godine. Koliko je učenika završilo razred odličnim uspjehom?*

U ovom zadatku, učenik provodi sljedeći račun:

$$\frac{78}{100} \cdot 650 = (78 \cdot 650) : 100 = 507.$$

Dakle, prikazano je rješenje kada učenik iz postotnog zapisa zapisuje broj u zapis razlomka te jednostavnijim računom dolazi do točnog rješenja. Ukoliko učenik ima broj 507 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru. U suprotnom, čeka zadatak čije će rješenje biti na listiću učenika.

Zadatak 4. *Košarkaškom igralištu duljina je povećana* 20%*, a širina* 25%*. Za koliko mu se postotaka povećala površina?*

Učenik u ovom zadatku povezuje matematički sadržaj sa svojom okolinom. Vizualizira si i zorno prikazuje košarkaško igralište kao pravokutnik s duljinama stranica $1.25a$ i $1.2b$. Primjenom matematičkog izraza za površinu pravokutnika, učenik dobiva izraz za površinu povećanog košarkaškog igrališta $P = 1.5ab$. Razlika površine košarkaškog igrališta prije povećanja te s povećanjem duljine i širine dovodi do rješenja zadatka

$$1.5ab - ab = (1.5 - 1) \cdot ab = 0.5ab.$$

Odličan učenik jasno uočava kako se površina košarkaškog igrališta povećala 0.5 puta, odnosno za 50%.

Zadatak 5. *U jednom mjesecu tri utorka padaju na parni datum. Koji dan u tjednu je* 18*. dan tog mjeseca?*

Učenik uočava da prvi utorak može biti samo 2. dan u tom mjesecu. Idući utorak koji pada na parni datum je 16., a treći je 30. U suprotnom taj bi mjesec imao više od 31 dana. Dakle, 18. dan u tom mjesecu je četvrtak. Učenicima koji pohađaju dodatnu nastavu matematike logički su zadaci interesantni te ih potiču na rješavanje različitim metodama. Ukoliko učenik ima pojam četvrtak na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru. U suprotnom, čeka zadatak čije će rješenje biti na listiću učenika.

Zadatak 6. 1.25% *od kojeg broja je* 13*?*

Učenik provodi sljedeći račun:

$$1.25\% \cdot x = 13.$$

Provođenjem dijeljenja $x = 13 : 0.0125$, učenik dobiva $x = 1040$. Ukoliko učenik ima broj 1040 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru.

Zadatak 7. *Koji broj umanjen za* 17% *daje* 498*?*

Učenik postavlja jednostavnu linearnu jednadžbu, $83\% \cdot x = 498$ i dolazi do rješenja $x = 600$. Dakle, traženi broj je 600. Igra se nastavlja ukoliko niti jedan učenik do sada nije uzviknuo "Bingo!".

Zadatak 8. *Tri djevojke pojele su tri kolača za* 3 *sata. Koliko će kolača pojesti* 6 *djevojaka za šest sati?*

Jasno je da tri djevojke pojedu jedan kolač za jedan sat, prema tome tri djevojke za šest sati pojedu šest kolača, a šest djevojaka za šest sati pojedu 12 kolača. Ukoliko učenik ima broj 12 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru.

Zadatak 9. *Za koliko će se postotaka povećati površina kvadrata ako mu se duljina stranice poveća* 20%*?*

Zadatak je analogan četvrtom zadatku, no u ovom slučaju direktno se govori o kvadratu i povećanju njegove površine. Odličan učenik postavit će zadatak te analogno četvrtom zadatku dobiti rješenje da se površina kvadrata poveća 44%. Ukoliko učenik ima broj 44 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru.

Zadatak 10. *Ivan želi obojati slova riječi KOMUTATIVNOST. Svaki dan oboji jedno slovo. Bojanje je započeo u srijedu. Koji će dan obojiti zadnje slovo?*

Lako je uočljivo da navedena riječ ima 13 slova te da je za bojanje svakog slova potrebno isto toliko dana. Jednostavnim prebrojavanjem dana, učenik dolazi do rješenja koje govori kako će zadnje slovo obojati u ponedjeljak. Igra se nastavlja ukoliko niti jedan učenik do sada nije uzviknuo "Bingo!".

Zadatak 11. *Plastična kanta je do pola napunjena vodom. Ako dodamo još* 2 *l vode, kanta će biti tri četvrtine puna. Koliko ukupno litara vode može stati u tu kantu?*

Učenik primjećuje da nadodane 2 l vode čine četvrtinu kante. Prema tome, cijela kanta sadrži 8 l vode. Ukoliko na listiću učenika postoji rješenje 8, zaokružuje ga te se igra nastavlja.

Zadatak 12. *Koji broj uvećan za* 15% *daje* 805*?*

Učenik postavlja linearnu jednadžbu $115\% \cdot x = 805$ te dobiva rješenje $x = 700$. Igra se nastavlja ukoliko niti jedan učenik do sada nije uzviknuo "Bingo!".

Zadatak 13. *Ela je riješila* 24 *od ukupno* 32 *zadatka na ispitu znanja iz matematike. Koliko je posto zadataka Ela riješila?*

Učenik dijeljenjem dobiva $24 : 32 = 0.75$. S obzirom da je potrebno izračunati postotak, učenik iz decimalnog zapisa dobiva postotni zapis, odnosno Ela je riješila 75% zadataka. Ukoliko učenik ima broj 75 na svom listiću, prema prethodno danoj uputi, zaokružuje ga i nastavlja igru.

Zadatak 14. *Bačva do vrha napunjena vodom ima masu* 21 *kg, a ako je do polovine napunjena vodom ima masu* 11.5 *kg. Kolika je masa prazne bačve?*

Učenik zaključuje kako polovina količine vode iznosi $21\text{ kg} - 11.5\text{ kg} = 9.5\text{ kg}$, prema tome, iznos cijele količine vode jednak je $9.5 \cdot 2 = 19$ kg te dobiva $21\text{ kg} - 19\text{ kg} = 2\text{ kg}$, odnosno masa prazne bačve jednaka je 2 kg.

Zadatak 15. *Sok od miješanog voća sadrži* 40% *naranče,* 15% *jabuke, ostatak je marelica. Koliki je postotak marelice u tom soku?*

Oduzimanjem količine naranče i jabuke od ukupnog iznosa voća koji čini 100% dobiva se 45% marelice u soku miješanog voća.

Zadatak 16. *Zbroj godina jedne skupine ljudi je 72. Za dvije godine zbroj njihovih godina bit će 120. Koliko je ljudi u toj skupini?*

Učenik uočava da će za dvije godine razlika u ukupnim godinama skupine ljudi biti $120 - 72 = 48$. Kako će svaki čovjek iz te skupine biti dvije godine stariji, ukupna razlika u godinama skupine od n ljudi će biti $2n$. Iz navedenog, učenik dobiva da je u skupini 24 čovjeka. Igra se nastavlja ukoliko niti jedan učenik do sada nije uzviknuo "Bingo!".

Zadatak 17. *Mirta, Maja i Marija rade u trgovini obućom. Svakog dana od ponedjeljka do petka samo dvije dolaze na posao. Mirta radi 3 dana, a Maja radi 4 dana u tjednu. Koliko dana u tjednu radi Marija?*

Spretniji učenici neće imati potrebu provesti matematički račun, već će napamet riješiti ovaj zadatak. Tjedan ima 5 radnih dana. Svaki dan su po dvije kolegice na poslu što čini 10 radnih dana. Mirta i Maja odrađuju 7 dana pa zato Marija radi 3 dana u tjednu.

Zadatak 18. *Razred ima* 28 *učenika. Za jednodnevni izlet na Krk* $\frac{6}{7}$ *razreda je izvršilo uplatu. Ostali dio razreda ne želi ići na izlet. Koliko učenika ne želi ići na izlet?*

Učenik uočava da $\frac{1}{7}$ razreda ne želi ići na izlet te provodi jednostavni matematički račun, $\frac{1}{7} \cdot 28 = 28 : 7 = 4$. Dakle, 4 učenika ne želi ići na izlet. Ukoliko učenik ima broj 4 na svom listiću, zaokružuje ga.

Ovim primjerom aktivnosti sadržaj dodatne nastave matematike, kroz igru, približavamo učenicima koji su željni dodatnog znanja. Zabavnim načinom, rješavanjem logičkih zadataka, usavršavaju svoje vještine i znanja. S obzirom da dodatna nastava matematike uključuje svakog zainteresiranog učenika (ne samo darovitog), ovo je izvrstan način da se igrajući, oplemeni učenikova želja za svladavanjem matematičkog sadržaja. Time su zastupljeni modeli aktivnog učenja jer se ishod ne usvaja dosadnim, rutinskim računanjem već aktivnim promišljanjem.

4.2 Metoda učenja otkrivanjem - Eratostenovo sito

Ovom aktivnosti može se obogatiti redovan nastavni proces 5. razreda matematike, no pogodna je i kao aktivnost na dodatnoj nastavi matematike koja će prvenstveno motivirati učenike koji nisu daroviti, a pokazuju interes za područje djeljivosti prirodnih brojeva. S obzirom da učenici na redovnom satu matematike usvajaju pojam prostog i složenog prirodnog broja, učenje otkrivanjem prostih brojeva među prvih 100 prirodnih brojeva može se obuhvatiti u dodatnoj nastavi matematike. Ishod koji bi učenici, do provedbe ove aktivnosti, trebali imati usvojen je:

- MAT OŠ A.5.2. Rastavlja broj na proste faktore i primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva.

Razradom ovog ishoda, prema nastavnom kurikulumu matematike petog razreda, učenik barata pojmovima djeljivost, djelitelj, višekratnik, biti djeljiv, prosti broj, složeni broj. Prost broj definira kao prirodan broj koji ima točno dva djelitelja. Složen broj definira kao prirodan broj koji ima više od dva djelitelja. Tim definiranjem uočava da broj 1 nije ni prost ni složen broj.

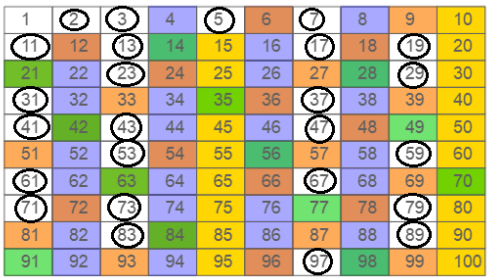
Opis aktivnosti

Svaki učenik dobiva nastavni listić na kojemu su prikazani prirodni brojevi od 1 do 100. Cilj aktivnosti je da učenik, uz pomoć nastavnika, otkrivanjem uoči proste brojeve među prvih 100 prirodnih brojeva.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Slika 20: Primjer nastavnog listića - Eratostenovo sito

Zadatak učenika je da najprije zaokruži prva četiri prosta broja. Učenik će zaokružiti brojeve: 2, 3, 5 i 7. Nakon toga, učenici drvenim bojicama bojaju višekratnike broja 2, zatim višekratnike broja 3 pa višekratnike broja 5 i višekratnike broja 7. Brojevi koji su preostali predstavljaju proste brojeve. Učenik provjerava svaki od preostalih neobojenih brojeva tako da ih rastavi na proste faktore. Uočava da je svaki od preostalih, neobojenih brojeva, prost broj te ga naposljetku zaokružuje.



Slika 21: Rješenje nastavnog listića - Eratostenovo sito

5 OSVRT NA TRENUTNO STANJE S DODATNOM NASTAVOM MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA

Na temelju svega napisanog, nužno je da nastavnik prije rada s darovitim matematičarima osnovne škole prouči zakonski okvir koji nalaže Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Zakonski gledano, ne pridaje se velika pažnja radu s darovitima. Pravilnici su suhoparni i objektivni, kao što i trebaju biti, no konkretno, u radu s darovitima u području matematike, nastavnik je prepušten sam sebi i provodi aktivnosti koje on smatra valjanima te samostalno kreira kurikulum dodatne nastave matematike. Najčešće, nastavnik dodatnu nastavu matematike u osnovnim školama prilagodi nadarenim učenicima, no ne i učenicima koji pokazuju zanimanje i interes za područje matematike. Samim time ta skrb nije sustavna te se odvija samo u nekim osnovnim školama i neujednačene je razine. Upravo zbog toga zakonski prijedlog dokumenta Škole za život, u radu nazvan prijedlog Okvira, govori o smjeru kojim nastavnik treba krenuti, koje korake poduzeti i poticati iskustva učenja te vrednovati postignuća, a ne darovitost kao pojavu samu za sebe. Prijedlog Okvira u procesu kurikularnog planiranja podrške darovitima navodi tri načela kojih se svaki nastavnik treba pridržavati pri razradi i izradi kurikuluma unutar predmeta dodatne nastave iz matematike u osnovnoj školi. Osim načela kurikulumskog planiranja odgojno-obrazovne podrške darovitima, potrebno je znati kako formirati i sastaviti razlikovni i osobni kurikulum darovitog učenika. Matematika kao obavezan predmet u školama pogodna je za prikazivanje sadržaja učenicima na zanimljiv način. Sadržaj redovnog nastavnog procesa prema konceptu Škole za život može se obogatiti detaljnim razradama aktivnosti koje su predložene u Metodičkim priručnicima Škole za život. Nažalost, s obzirom da je eksperimentalni program Škola za život proveden u Republici Hrvatskoj u školskoj godini 2018./2019., trenutno postoje samo tri Metodička priručnika za Matematiku. Osnovni cilj metodičkih priručnika su ideje i inovativnosti kojima nastavnici matematike mogu unaprijediti proces učenja i poučavanja matematike u skladu s konceptom Škola za život. Svaki metodički priručnik za matematiku sadrži dio namijenjen dodatnoj nastavi matematike temeljen na prijedlogu Okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanja postignuća darovite djece i učenika. Nedostatak koji imaju metodički priručnici su nedovoljno razrađene aktivnosti za potencijalne mlade matematičare. Mladi matematičari nisu samo daroviti učenici. Dodatnu nastavu matematike treba pružiti svakom učeniku koji pokazuje interes stoga bi i pri sastavljanju kurikuluma dodatne nastave matematike u osnovnoj školi trebao biti naglasak i na obogaćivanju sadržaja

koji je dostupan svakom učeniku željnom znanja matematike. Osnovnoškolski priručnici za matematiku doslovce su jednakog sadržaja. Aktivnosti koje su opisane namijenjene su razini učenika 1. razreda osnovne škole, kao i razini učenika 5. razreda osnovne škole. Biološki gledano, nije moguće da su učenici jednako "zreli" u prvom, kao i u petom razredu osnovne škole. Metodičkom priručniku iz matematike za 1. razred srednje škole nedostaju predložene aktivnosti obogaćivanja sadržaja. Smatram da je razlog tome, nedovoljna pripremljenost materijala za sve razrede osnovne škole u okviru koncepta Škole za život kao i za učenike srednjih škola. U tom slučaju, nastavnik treba preuzeti inicijativu i prilagoditi sadržaj razini učenikove zrelosti i iskustvu u području matematike. Vrlo je važno napomenuti kako koncept Škola za život smanjuje rješavanje proceduralnih zadataka. Umjesto toga učenici se susreću s rješavanjem problemskih situacija na različitim razinama. Najvažnije je učeniku pružiti mogućnost da aktivnim učenjem sudjeluje u aktivnostima. Aktivnosti ne trebaju uvijek biti složene i predstavljene kao problemski zadatak. Učenjem kroz igru prikazujemo matematiku zabavnom te su takve aktivnosti poticajne za djecu i za njihovo matematičko obrazovanje, obogaćuju ih u tom smislu i potiču razvoj njihovih matematičkih sposobnosti.

6 ZAKLJUČAK

Zadatak je svakog nastavnika matematike da prepozna darovite učenike te da ih usmjeri u njihovom radu i razvoju. Da bi to mogao, nastavnik se najprije treba informirati o važećim propisima i pravilnicima. U ovom radu prikazan je važeći Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika i prijedlog Okvira koncepta Škole za život. Osim darovitih učenika, dodatnu nastavu matematike pohađaju i učenici koji nisu daroviti, ali imaju razvijenu matematičku sposobnost i zanimanje za sadržaj predmeta. S obzirom da je sadržaj rada usmjeren na mlade matematičare osnovne škole, provedene su aktivnosti *Soba za bijeg, Matematički bingo* i *Eratostenovo sito*. U aktivnosti *Sobe za bijeg* potiče se učenika da kreativno i kritički misli, rješava probleme te znanstveno razmišlja. Predloženim preostalim aktivnostima se može izaći iz redovnog nastavnog procesa i istovremeno dati podrška svim učenicima dodatne nastave matematike osnovne škole, a ne samo darovitima. Obuhvaćeno je gradivo kurikuluma nastave matematike 5. razreda te je nadopunjeno nekim dodatnim sadržajima. Nastavni sadržaj je potkrijepljen ishodima koji su opisani u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole. Kao završna motivacija obogaćivanja rada s talentiranim matematičarima, prikazan je model Hopkins kao i njegova primjena u Republici Hrvatskoj.

U ovom diplomskom radu prikazane su inovativne metode rada u dodatnoj nastavi matematike osnovne škole koje potiču kod učenika sve što je konceptom Škole za život propisano. Aktivnosti su osmišljene da budu zanimljive, u skladu s načinom razmišljanja novih generacija te su poticajne za učenika i njegov razvoj matematičkih sposobnosti bez obzira je li učenik identificiran kao darovit ili nije. Osim napretka učenika, važan je i razvoj nastavnika i njegova kreativnost pri poučavanju. U ovom diplomskim radom nastojala sam razmotriti kako se sadržaj dodatne nastave matematike, prema konceptu Škole za život, može učiniti zanimljivim, zabavnim i prije svega poučnim.

Popis tablica

1 Izmjene odgojno-obrazovnih ishoda prema sadržaju 12

Popis slika

1 Shema obogaćivanja sadržaja 11
2 Izmjene odgojno-obrazovnih ishoda po aktivnostima 14
3 Prikaz uvodne kartice sobe za bijeg 23
4 Prikaz kartice koja predstavlja ključ za ulaz u Sobu za bijeg . 24
5 Prikaz motivacijskog pitanja koji je povezan s Vennovim dijagramima 25
6 Prikaz zadatka koji je povezan s Vennovim dijagramima 25
7 Slikovni prikaz rješenja zadatka 26
8 Prikaz motivacijskog zadatka koji je povezan s Eratostenom . 26
9 Prikaz zadatka koji je povezan s Nikolom Teslom 27
10 Slikovni prikaz Pitagorinog poučka 28
11 Slikovni prikaz zadatka vezanog uz Pitagorin poučak 28
12 Slikovni prikaz zadatka vezanog uz površinu kvadrata i pravokutnika 29
13 Slikovni prikaz zadatka vezanog uz skupove točaka u ravnini . 30
14 Motivacijski tekst vezan uz Fausta Vrančića 30
15 Motivacijski zadatak vezan uz Fausta Vrančića 31
16 Motivacijski primjer na kraju aktivnosti 32
17 Slikovni prikaz završnog zadatka vezanog uz Gaussa 32
18 Završna kartica aktivnosti 33
19 Primjer nastavnog listića "Matematički bingo" 40
20 Primjer nastavnog listića - Eratostenovo sito 45
21 Rješenje nastavnog listića - Eratostenovo sito 45

Literatura

[1] Čudina-Obradović, Mira: *Nadarenost razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*, Školska knjiga, Zagreb, 1990.

[2] George, David: *Obrazovanje darovitih; Kako identificirati i obrazovati darovite i talentirane učenike*, Educa, Zagreb, 2004.

[3] Kurikularna reforma: Škola za život, https://mzo.gov.hr (15.4.2020.)

[4] Otkrijte sami je li vaše dijete zaista darovito, https://www.index.hr (22.4.2020.)

[5] Pavleković, Margita: *Matematika i nadareni učenici*, Element, Zagreb, 2009.

[6] Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika, https://www.azoo.hr (02.05.2020.)

[7] Pravilnik o srednjoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika, http://www.propisi.hr/print.php?id=7265 (02.05.2020.)

[8] Prijedlog dokumenta Okvira za poticanje iskustva učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika, https://mzo.gov.hr (22.04.2020.)

[9] Yahnke Walker, Sally: *Darovita djeca; vodič za roditelje i odgajatelje*, Veble commerce, Zagreb, 2007.