Važnost matematike u obrazovanju pomoraca

Andrić, Grgo

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Maritime Studies / Sveučilište u Splitu, Pomorski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:164:977791

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository - Faculty of Maritime Studies - Split - Repository - Faculty of Maritime Studies Split for permanent storage and preservation of digital resources of the institution

zir.nsk.hr

UNIVERSITY OF SPLIT

dabar

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U SPLITU

POMORSKI FAKULTET

GRGO ANDRIĆ

VAŽNOST MATEMATIKE U OBRAZOVANJU POMORACA

ZAVRŠNI RAD

SPLIT, 2020.

SVEUČILIŠTE U SPLITU

POMORSKI FAKULTET

STUDIJ: POMORSKA NAUTIKA

VAŽNOST MATEMATIKE U OBRAZOVANJU POMORACA

ZAVRŠNI RAD

MENTOR:

Izv. prof. dr. sc. Tatjana Stanivuk

STUDENT:

Grgo Andrić

(MB: 0171255916)

SPLIT, 2020.

SAŽETAK

Predmet ovog rada je istraživanje važnosti matematike u obrazovanju pomoraca. Pomorstvo, osim sto uključuje sva znanja, vještine i sposobnosti za manevriranje i upravljanje brodom, uključuje i niz drugih djelatnosti započevši s brodogradnjom. Kako bi uspješno obavljala svoj posao, posada broda, osim detaljnog poznavanja i korištenja navigacijskih uređaja i opreme broda, u izvanrednim okolnostima mora biti sposobna upravljanje i manevriranje brodom odraditi koristeći se metodama terestičke i astronomske navigacije. Isti je slučaj i sa upravljanjem stabiliteta broda. U svim navedenim radnjama, glavnu ulogu ima matematika, koja je ujedno i osnova obrazovanja pomorskog kadra.

Ključne riječi: *pomorstvo, matematika, obrazovanje, navigacija, stabilitet*

ABSTRACT

The subject of this thesis is the research of the importance of mathematics in the education of seafarers. Maritime, includes all the knowledge, skills and abilities to maneuver and operate a ship, besides, it includes a number of other activities starting with shipbuilding. In order to perform their job successfully, the ship“s crew, in addition to detailed knowledge and use of the ship“s navigation devices and equipment, must in exceptional circumstances be able to manage and maneuver the ship using terrestrial and astronomical navigation methods. Case is the same with ship stability management. In all these activities, the main role is played by mathematics, which is also the basis of education of maritime personnel.

Keywords: *maritime, mathematics, education, navigation, stability*

SADRŽAJ

1. UVOD 1
2. TEMELJNE ODREDNICE MATEMATIKE 3
   2.1. POJMOVNO ODREĐENJE MATEMATIKE 3
   2.2. POVIJESNI RAZVOJ 4
   2.3. ČISTA MATEMATIKA 5
      2.3.1. Algebra 6
      2.3.2. Geometrija 7
      2.3.3. Trigonometrija 9
   2.4. PRIMIJENJENA MATEMATIKA 11
3. KAKO POSTATI POMORAC 12
   3.1. PLANIRANJE I TIJEK POMORSKE PLOVIDBE 12
      3.1.1. Elementi izrade plana putovanja 13
      3.1.2. Izvršenje i nadzor plovidbe 14
   3.2. OBRAZOVANJE POMORACA 15
      3.2.1. Sustav formalnog obrazovanja 16
      3.2.2. Obrazovanje pomoraca u Republici Hrvatskoj 16
   3.3. MATEMATIČKI KOLEGIJI U OBRAZOVANJU POMORACA 18
4. PRIMJENA MATEMATIKE U POMORSKOJ NAVIGACIJI 19
   4.1. METODE NAVIGACIJE 19
   4.2. TERESTRIČKA NAVIGACIJA 20
      4.2.1. Ortodomska i loksodromska navigacija 21
      4.2.2. Mercatorov doprinos loksodromskoj navigaciji 23
   4.3. ODREĐIVANJE STAJNICA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI 24
      4.3.1. Izravna metoda 25
      4.3.2. Određivanje pravca položaja po metodi tangente 26
5. PRIMJENA MATEMATIKE PRI IZRAČUNU STABILITETA BRODA 30
   5.1. ARHIMEDOV ZAKON I UVJETI PLOVNOSTI 32
   5.2. VAŽNOST ODREĐIVANJA POČETNOG STABILITETA BRODA 32
   5.3. STANJA STABILITETA 33

6. ZAKLJUČAK 35
LITERATURA 36
POPIS SLIKA 40
POPIS TABLICA 41
POPIS KRATICA 42

1. UVOD

Matematika je od nemjerljive važnosti za ljudsku svakodnevnicu. Koristi se u svim segmentima života, od najjednostavnije kupovine kruha, preko izuma najnovijih tehnoloških rješenja.

Moguće je razlikovati dvije osnovne vrste matematike, čistu i primijenjenu. Dok čista matematika podrazumijeva dubinsku razradu osnovnih matematičkih koncepata, primijenjena matematika odnosi se na primjenu matematičkih metoda na različita područja kao što su fizika, inženjerstvo, medicina, biologija, poslovanje, informatika i industrija. Dakle, primijenjena matematika spoj je matematičke znanosti i specijaliziranog znanja.

Matematika je veoma kompleksno područje zbog brojnih zakonitosti koje unutar njezinih grana vladaju i koje se prilikom izračuna moraju poštivati. Primjena matematike u pomorstvu ima veliku ulogu i značaj, naročito u području izgradnje broda, navigacije u plovidbi, te postizanja njegove stabilnosti. Obzirom na navedene značajke, matematika ima izuzetnu važnost u obazovanju pomoraca, što je ujedno i predmet istraživanja ovoga rada.

Temeljni cilj rada je utvrditi način funkcioniranja obrazovnih institucija na području pomorstva, u smislu razrade matematičkog gradiva i njegovog povezivanja sa zahtijevima pomorske struke.

Metode izrade korištene tijekom rada su analiza sadržaja, kvantitativne metode i kvantitativna opažanja, metoda kompilacije te deskriptivna metoda. Korišteni su sekundarni izvori podataka iz relevantne stručne literature, te znanstvenih, stručnih članaka i publikacija.

Rad se sastoji od šest međusobno povezanih dijelova. Prvi dio rada opisuje predmet i ciljeve rada, njegovu formu i strukturu. U drugom dijelu rada opisuje se povijesni razvoj matematike, nakon čega se detaljnije objašnjavaju tek pojedine matematičke grane važne za pomorstvo. Treći dio rada bazira se na značaj pomorstva i strukturu obrazovanja pomoraca. Također se detektiraju matematički i s njima usko vezani kolegiji koji se slušaju i polažu unutar ukupno šest studijskih semestara preddiplomskog studija Pomorske nautike, unutar kojeg se ovaj rad i piše. Četvrti dio rada navodi temeljne metode navigacije, te objašnjava načine i zakonitosti rješavanja navigacijskih problema u terestričkoj i astronomskoj navigaciji. Peti dio rada uključuje definiciju uvjeta plovnosti i

povezuje ju sa Arhimedovim zakonom. Osim toga, objašnjava se važnost određivanja početnog stabiliteta broda. Naposljetku, autor iznosi svoj kritički osvrt i zaključna razmišljanja.

2. TEMELJNE ODREDNICE MATEMATIKE

Matematika je stvorena iz brojanja, računanja i mjerenja, te sustavnog proučavanja oblika i kretanja fizičkih objekata. Ljudi su matematiku koristili i prije pojave prvih pisanih zapisa o tome. Rješavanje matematičkih problema može zahtijevati godine ili čak stoljeća neprekidnog testiranja i istraživanja [32].

Matematika je osnova za razvoj novih tehnoloških rješenja i s pravom se može konstatirati da je riječ o znanosti od iznimne važnosti za čovječanstvo.

2.1. POJMOVNO ODREĐENJE MATEMATIKE

Brojni autori daju različite definicije matematike s njezin razvoj kroz vrijeme poboljšava njezino razumijevanje pa samim time i bolje precizira pojmovno određenje.

Za autore Couranta i Robbinsa, matematika kao izraz ljudskog uma odražava aktivnu volju, suparništvo i želju za estetskim savršenstvom. Njezini su osnovni elementi logika i intuicija, analiza i konstrukcija, općenitost i individualnost. Premda različite tradicije naglašavaju različite aspekte, korisnost i vrhunska vrijednost matematičke znanosti predstavljaju međusobno djelovanje tih antitektičkih sila i borbu za njihovu sintezu [6].

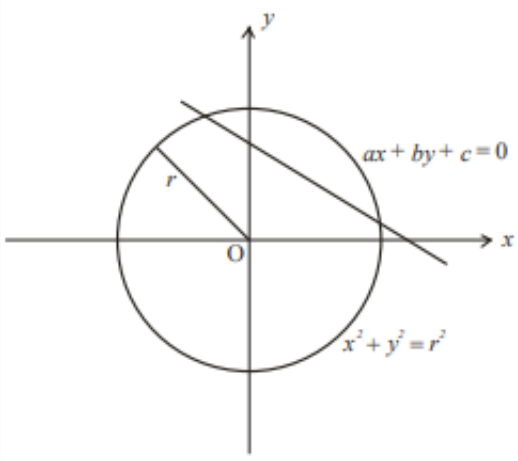
Farmer i Mohrenschildt [9] daju koncizniju definiciju prema kojoj je matematika proces stvaranja, istraživanja i povezivanja matematičkih modela a sastoji se od tri isprepletene aktivnosti:

1. *Izrada modela*. Stvaraju se matematički modeli koji predstavljaju matematičke aspekte svijeta.
2. *Istraživanje modela.* Modeli se istražuju navođenjem i dokazivanjem pretpostavki te njihovim izračunima.
3. *Spajanje modela*. Modeli su međusobno povezani tako da se rezultati dobiveni u jednom modelu mogu koristiti u drugim srodnim modelima.

Danas je matematika neizbježan dio znanosti i koristi se u gotovo svim poljima ljudskih djelovanja, bilo da je riječ o prirodnim znanostima, inženjerstvu, umjetnosti ili ekonomiji. Prema Akakpu, matematika se definira kao znanost o brojevima i njihovom djelovanju, međusobnim odnosima, kombinacijama, generalizacijama i apstrakcijama. To je znanost o strukturi, poretku i odnosu koja je nastala iz prebrojavanja, mjerenja i opisivanja oblika predmeta a bavi se logičkim zaključivanjem i kvantitativnim proračunima [1].

2.2. POVIJESNI RAZVOJ

U dalekoj prošlosti razvoj matematike počeo je u obliku aritmetike koja je nastala iz potrebe ljudi za brojenjem predmeta u odnosu na trgovinu i njihove svakodnevne transakcije. Potpuno je slijedila geometrija koja je proizvod ljudske težnje za mjerom zemlje. Međutim, prije otprilike dvije i pol tisuće godina, djela grčkog znanstvenika Geometra postavila su čvrste temelje geometrije utemeljene na skupu aksioma. Tokom vremena, ovi aksiomi kroz postupak dedukcije prerasli su u važne teoreme koji se još uvijek u praksi prostiru na različitim poljima znanosti. Oni su toliko besprijekorni i tako savršeni da nisu učinjene nikakve izmjene u njihovim temeljima. Složeniji trgovinski i industrijski problemi zahtijevali su rješavanje jednadžbi, što je ujedno postalo uvod u teoriju brojeva i teoriju jednadžbi, pa su svi zajedno postali algebra [20].



Slika 1. Kartezijski sustav koordinata [20]

Sredinom 17. stoljeća Reni Descartes započeo je primjenu metoda algebre u geometriji. Tako je nastala analitička geometrija u kojoj su ravne linije, ravnine, kružnice i druge krivulje i površine određene jednadžbama pravokutnog ili, kako se to ponekad naziva, kartezijanskog sustava koordinata. Na slici 1. prikazana je kružnica polumjera r sa središtem na sjecištu koordinata i njihovim jednadžbama u kartezijanskom sustavu koordinata.

Razvoj astronomije, geodezije, mehanike i fizike tijekom 17. stoljeća doveo je do razvoja diferencijalnog i integralnog računanja od strane Newtona i Leibnitza, što je posljedično potaknulo razvoj diferencijalnih i integralnih jednadžbi matematičke fizike. Ta nova poglavlja matematike, ujedinjena pod „matematičku analizu“ ili jednostavno računanje, dovela su fiziku i kemiju i njihova kognitivna polja do bezbrojnih napredaka, uključujući kretanje strojeva, mehanizama, automobila, zrakoplova i raketa, razvoj električne i radio stanice, spektralne analize i vremenske prognoze [20].

Razvoj matematičke znanosti svoj je vrhunac doživio u 19. stoljeću kada su brojni znanstvenici i profesori dali svoj doprinos u postavljanju teorije funkcija kompleksne varijable (Cauchy), teorije eliptičnih funkcija (Einstein, Abel, Jacobi i Weierstrass) a Gauss je u svom djelu „Istraživanja u aritmetici“ postavio temelje moderne teorije brojeva [8]. Mnoge su se matematičke discipline razvile iz zahtjeva same matematike, ali na kraju su se pokazale izuzetno korisnima u fizici, inženjerstvu i prirodnim znanostima. Danas matematička logika služi kao temelj za konstrukciju teorije digitalnih računala i, općenito, jedan je od najosnovnijih dijelova matematičkog aparata kibernetike. Daljnji razvoj u algebarskim teorijama i uspostavljanje dubokog odnosa između algebre i matematičke analize tijekom posljednjih nekoliko desetljeća doveli su do ogromnog napretka u tzv. funkcionalnoj analizi, koju je jedan od osnivača sovjetski matematičar Gelfand opisao kao matematičku mehanizaciju današnje fizike [20].

2.3. ČISTA MATEMATIKA

Postoji ukupno pet glavnih grana čiste matematike: algebra, geometrija, trigonometrija, račun, te statistika i vjerojatnost. Pojedine će biti detaljnije objašnjene u nastavku.

2.3.1. Algebra

Algebra je područje čiste matematike koja se dijeli na nekoliko vrsta. Proučavanje strukture započinje brojevima, najprije poznatim prirodnim i cijelim brojevima i njihovim aritmetičkim operacijama, koje su zabilježene u elementarnoj algebri. Dublja svojstva ovih brojeva proučavaju se u teoriji brojeva. Istraživanje metoda rješavanja jednadžbi dovodi do polja apstraktne algebre koja, između ostalog, proučava prstenove i polja, strukture koje generaliziraju svojstva koja posjeduju svakodnevni brojevi. Fizički važan pojam vektora, generaliziran na „vektorske prostore“, proučava se u linearnoj algebri. Teme zajedničke svim vrstama algebričnih struktura proučavaju se u univerzalnoj algebri [39].

Unutar algebre, obzirom na njezine vrste, postavljene su ukupno četiri teorije:

1. *Teorija naloga*. Za bilo koja dva različita realna broja, jedan mora biti veći od drugog. Teorija naloga proširuje ovu ideju na skupove. Uključuje pojmove poput rešetki i poredanih algebričnih struktura.

2. *Teorija općih algebričnih sustava*. S obzirom na skup, mogu se definirati različiti načini kombiniranja ili povezivanja članova tog skupa. Ako se oni pridržavaju određenih pravila, tada se formira određena algebarska struktura. Univerzalna algebra formalnije je proučavanje ovih struktura i sustava.

3. *Teorija polja i polinoma*. Teorija polja proučava svojstva polja, pri čemu je polje matematički entitet za koji su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje precizno definirani. Polinom je izraz u kojem se konstante i varijable kombiniraju samo sabiranjem, oduzimanjem i množenjem.

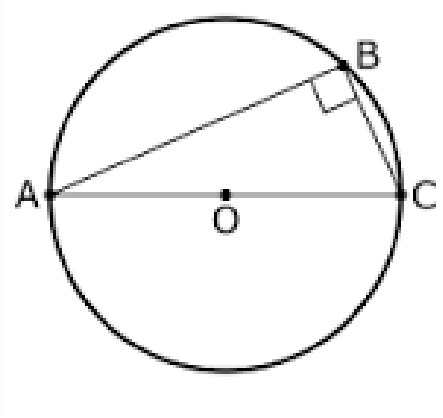
4. *Komutativni prstenovi i algebre*. U teoriji prstena, grani apstraktne algebre, komutativni prsten je prsten u kojem se operacija množenja pokorava komutativnom zakonu. To znači da ukoliko su a i b bilo koji element prstena, tada je $a \times b = b \times a$. Komutativna algebra polje je proučavanja komutacijskih prstenova i njihovih ideala, modula i algebri. To je osnova za algebarsku geometriju i za teoriju algebričnih brojeva. Najistaknutiji primjeri komutativnih prstenova su prstenovi polinoma [39].

Najveći doprinos u algebri imao je Evariste Galois, francuski matematičar i osnivač „teorije grupa“. Njegova teorija razvila se kao svojevrstan odgovor na Abel-Ruffnijev

teorem. Abel-Ruffini je tvrdio kako jednadžbe petog stupnja nemaju rješenje u radikalima. Galois je rješenje pronašao u razbijanju grupa jednadžbi u jednostavne dijelove sa dobro poznatom strukturom, širenjem njihovih polja, imajući u vidu kako se rješavanju jednadžbi petog stupnja pristupa drugačije od jednadžbi nižeg stupnja [35].

2.3.2. Geometrija

Geometrija je grana matematike koja istražuje odnose oblika, veličina, položaja tijela, linija, kutova. To je nauka o odnosima u prostoru. Geometrija je nastala kao skup praktičnih znanja o duljinama, površinama i količinama, s elementima formalne matematičke znanosti koji su se na zapadu pojavili još od Thalesa [7].

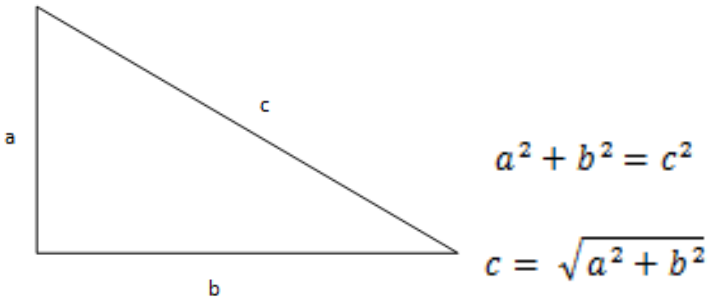


Slika 2. Thalesov teorem [4]

Thales je izračunao visinu i udaljenost putem geometrije, koristeći metodu dedukcije i rasuđivanja a ne impliciranje na mitologiju, kako se to ranije radilo. Stoga je bio pionir u otkrivanju nove znanstvene metode u matematici, zbog čega se smatra prvim pravim matematičarom. Drugo njegovo nevjerojatno i izvanredno postignuće bilo je dobivanje teorema na temelju deduktivnog zaključivanja, popularno poznatog kao „Thalesov teorem“. U geometriji, Thalesova teorema kaže da ako su A, B i C točke na kružnici gdje je linija AC promjer kruga, tada je kut ∠ABC pravi kut [4].

Osim Thalesa, neki od najranijih matematičara bili su Pitagora i njegovi sljedbenici. Pomiješajući religiozni misticizam s filozofijom, razmišljanja Pitagorejaca vodila su ih

istraživanju geometrije i brojeva. Iz toga je proizašao danas poznati „Pitagorin poučak“, prema kojem je površina kvadrata nad hipotenuzom pravokutnog trokuta jednaka zbroju površina kvadrata nad njegovim katetama [14].



Slika 3. Pitagorin poučak [14]

Važan doprinos matematici dao je i grčki matematičar Euklid, postavljajući okvir formalnog razumijevanja geometrije. On je konstruirao aksiomatski sustav, predstavivši ga u svojoj knjizi pod nazivom „Elementi geometrije“. Elementi koje je uveo bili su temeljni geometrijski principi zvani aksiomi i postulati, prikazani u Tablici 1.

Tablica 1. Euklidov skup aksioma i postulata [27]

AKSIOMI	POSTULATI
1. Stvari koje su jednake istoj stvari i međusobno su jednake. 2. Ukoliko se jednakim stvarima dodaju jednake stvari, i njihove cjeline postaju jednake. 3. Ukoliko se od jednakih stvari oduzmu jednake stvari i njihovi ostaci su jednaki. 4. Stvari koje se jedna s drugom poklapaju međusobno su jednake. 5. Cjelina je veća od njezinog dijela.	1. Bilo koje dvije točke mogu odrediti ravnu liniju. 2. Bilo koja konačna ravna linija može se produžiti ravno. 3. Krug se može odrediti iz bilo kojeg središta i bilo kojeg polumjera. 4. Svi su pravi kutovi jednaki. 5. Ako pravac siječe dva pravca tako da je zbroj kutova s iste strane manji od dva prava kuta, onda se ta dva pravca (ako se dovoljno produže) sijeku.

Prema Euklidu, ostatak geometrije mogao bi se zaključiti iz njegovih pet postulata. Euklidov peti postulat, često nazvan paralelnim postulatom, osnova je za ono što se naziva euklidska geometrija ili geometrija paralelnih crta. Neki su pojedinci pokušali dokazati paralelni postulat, ali nakon više od dvije tisuće godina on još uvijek ostaje nedokazan. Tijekom mnogih stoljeća ovi postulati pretpostavljali su se istinitim. Međutim, neki su matematičari vjerovali da je peti postulat Euklida nepotpun. Kao rezultat toga, matematičari su napisali alternativne postulate paralelnim postulatima. Ovi postulati doveli su do novih vrsta geometrije koje se nazivaju ne-euklidska geometrija [27].

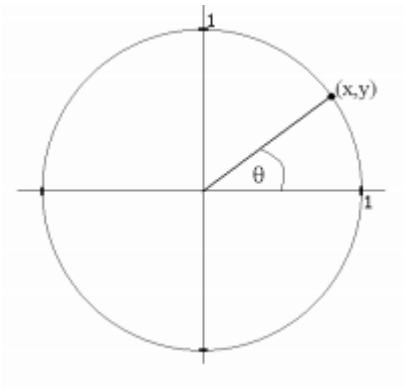
Veliki doprinos geometriji dao je i drevni grčki matematičar, fizičar, inženjer, astronom i filozof Arhimed. On je razvio tehnike izračunavanja površine i volumena, na mnogo načina predviđajući moderni integralni račun. Polje astronomije, posebno preslikavanje položaja zvijezda i planeta na nebeskoj sferi i opisivanje odnosa između pokreta nebeskih tijela, poslužilo je kao važan izvor geometrijskih problema tijekom narednih tisuću godina. Arhimed je otkrio i objasnio silu uzgona, te plovnost i stabilnost. Njegovo najveće postignuće je Arhimedov zakon plutajućih tijela. Tadašnji kralj Hiero zlataru je dao točnu količinu zlata za izradu svetog zlatnog vijenca. Kada je vijenac izrađen imao je jednaku težinu težini zlata koju je dao zlataru, međutim kralj je sumnjao da je umjesto cijele količine zlata za izradu upotrebljeno i malo srebra. Obzirom da to nije mogao dokazati a da ne uništi vijenac, dao je Arhimedu da riješi ovaj problem. Dok je razmatrao situaciju, matmatičar je jednog dana ušao u svoju kadu napunjenu vodom i shvatio kako je količina vode koja je prelila kadu proporcionalna „količini“ njegovog tijela koje je potopljeno u vodu. Ovime je nastao Arhimedov zakon. Dijeljenjem mase vijenca s njegovim obujmom moguće je izračunati gustoću metala u vijencu. Ukoliko je gustoća manja od gustoće zlata, znači da je zlatu dodano srebro. Ovime je uspio dokazati kraljeve sumnje a nepošteni zlatar priveden je pravdi. Kao matematičar, Arhimed je uspio nadmašiti čak i svoja postignuća u fizici. Bio je u stanju procijeniti vrijednost *pi* (π) s velikom preciznošću i izračunati područje ispod parabolične krivulje [23].

2.3.3. Trigonometrija

Trigonometrija je važan uvod u računanje gdje se proučava ono što matematičari nazivaju analitičkim svojstvima funkcija. Dakle, trigonometrija je dio pretkalkulacije, a povezana je s ostalim temama pretkalkulacije, poput eksponencijalnih i logaritamskih

funkcija i složenih brojeva. Interakcija ovih tema s trigonometrijom otvara sasvim novi oblik matematičkih rezultata. Dvije najosnovnije figure koje se proučavaju u geometriji su trokut i kružnica, dok trigonometrija detaljnije razrađuje svaki od tih elemenata. Primjerice, prema geometrijskom shvaćanju, ukoliko su poznate duljine triju strana trokuta, tada su mjere njegovih kutova potpuno određene. Međutim, geometrija ne utvrđuje na koji se način računaju mjere kutova unutar trokuta [10].

Trigonometrijske funkcije temelje se na jediničnoj kružnici s polumjerom $r = 1$. Budući da je opseg kruga s polumjerom r jednak $O = 2\,\pi\, r$, jedinični krug ima obujam 2π.



Slika 4. Prikaz kružnice za izračun mjere stupnja i radijanske mjere [10]

Za bilo koju točku (x, y) na kružnici (Slika 4.), pridruženi kut θ može se mjeriti na dva različita načina:

1. *Mjera stupnja:* u ovom je slučaju opseg podijeljen na 360 jednakih dijelova, svaki dio ima mjeru jedan stupanj. Pravi kut je kut od 90^o. Pozitivni kutovi mjere se u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

2. *Radijanska mjera:* radijanska mjera je definirana kao stvarna duljina luka između točaka (1, 0) i (*x, y*). 360^o stoga ima radijansku mjeru $2\,\pi$. Pravi kut (koji je četvrtina od 360^o) imao bi radijansku mjeru $\pi/2$. Primjerice, kut od 270^o je 3/2 puta veći od 180^o, pa bi u radijanskoj mjeri kut bio označen sa $3\,\pi/2$ [18].

Trigonometrija je nastala kao odgovor na potrebu izračunavanja veze između kuteva i stranica različitih elemenata. Brojni znanstvenici sudjelovali su u njezinom razvoju. Hipparchus, grčki astronom, poznat kao otac trigonometrije, postavio je njezine osnove i koristio ih za rješavanje astronomskih proračuna. Osim njega, ovo područje je proučavao i Ptolomej, čija je tablica duljina akorda u kružnici najranija preživjela tablica trigonometrijske funkcije. Kasnije ju je primjenio i na temeljne teoreme u sfernoj trigonometriji za rješavanje astronomskih problema [28].

Premda su Grci začetnici trigonometrije, sinusna funkcija razrađena je u Indiji, tijekom petog stoljeća. Najveći doprinos suvremenoj trigonometriji dao je Johann Muller, poznat pod imenom Regiomontanus. On je u svojoj knjizi „De triangulis omnimodis“ („O trokutima“) iz 1464. godine po prvi put detaljno opisao i razradio trigonometriju. Regiomontanus je svoj rad strukturirao na sličan način Euclidovom. De triangulis postoji u pet knjiga, od kojih prva daje osnovne definicije: količinu, omjer, jednakost, kružnice, lukove, akorde i sinusnu funkciju. Zatim daje popis aksioma koje će pretpostaviti, nakon čega slijedi 56 teorema o geometriji. U drugoj knjizi ozbiljno se započinje s proučavanjem trigonometrije. Navodi se sinusni zakon i koristi se za rješavanje trokuta. Knjige III, IV i V ulaze u područje sferne trigonometrije koja je od velikog značaja u astronomiji [24].

2.4. PRIMIJENJENA MATEMATIKA

Primijenjena matematika odnosi se na primjenu matematičkih metoda na različita područja kao što su fizika, inženjerstvo, medicina, biologija, poslovanje, informatika i industrija. Dakle, primijenjena matematika spoj je matematičke znanosti i specijaliziranog znanja. Izraz „primijenjena matematika“ opisuje i stručnost u kojoj matematičari rade na praktičnim problemima formuliranjem i proučavanjem matematičkih modela. U prošlosti su praktične primjene motivirale razvoj matematičkih teorija, koje su tada postale predmetom čiste matematike gdje se apstraktni pojmovi proučavaju radi sebe. Aktivnost primijenjene matematike je usko povezana s istraživanjem čiste matematike [38].

Četvrto i peto poglavlje rada bave se primjenom matematike u pomorstvu.

3. KAKO POSTATI POMORAC

Pomorstvo je umijeće plovidbe a uključuje sva znanja, vještine i sposobnosti za manevriranje i upravljanje brodom. Najraniji razvoj pomorske plovidbe javio se još u starom vijeku kad je čovjek upotrebljavao izdubljeno deblo da bi se morskim ili kopnenim vodama prebacio s jedne strane obale na drugu. Protokom vremena, ljudi su izumili vesla, nakon čega je počela i gradnja svojevrsnih brodica. Pomorska plovidba razvijala se usporedno s razvojem trgovine, te prijevoza i prijenosa ljudi i tereta. Danas pomorstvo sudjeluje u brojnim djelatnostima započevši s brodogradnjom. Tu spadaju pomorska trgovina, lučke aktivnosti, nautički turizam, marikultura i mnoge druge.

Uz zračni promet, pomorski promet jedan je od najvažnijih načina za međunarodno povezivanje i glavni oblik transporta robe na veće udaljenosti, što dokazuje podatak o ukupnom volumenu pomorske trgovine u 2018. godini, koji je iznosio 11 milijardi tona tereta [33].

3.1. PLANIRANJE I TIJEK POMORSKE PLOVIDBE

Suvremena navigacija zahtijeva temeljito planiranje pomorske plovidbe od polazne do odredišne točke, koristeći se pomorskim vještinama i usklađivanjem sa zakonodavnim okvirom.

Jedan od temeljnih dokumenata na koji se oslanja segment planiranja pomorske plovidbe je *Međunarodna konvencija o standardima izobrazbe, izdavanju svjedodžbi i držanju straže pomoraca STCW* (eng. International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Seafarers). Prema odredbama Konvencije, pomorsko putovanje planira se unaprijed a svi ekonomski i sigurnosni elementi unutar njega moraju biti prihvatljivi. Obzirom da se svako putovanje razlikuje (polazište-odredište, godišnje doba i vremenski uvjeti, vrsta i količina tereta i putnika u prijevozu, značajke plovnog područja, itd.) potrebno je razmotriti brojne čimbenike koji utječu na izbor plovne rute [5].

Za razliku od pomorske plovidbe nekada, u današnje vrijeme koristi se čitav niz modernih navigacijskih uređaja, međutim, potrebno je poznavanje i vještina plovidbe bez njihove upotrebe u eventualnim izvanrednim okolnostima. Ovo zahtijeva kvalitetan stručni

kadar. Brojna istraživanja dokazuju kako je upravo ljudska pogreška u 80% slučajeva razlog pomorskih nesreća. Uzročnicima se smatraju nedovoljna ili loša organizacijska i navigacijska priprema plana plovidbe, ne pridržavanje plana putovanja, nedovoljna ili loša komunikacija između časnika palubne straže i zapovijednika. Osim navedenih propusta, veliki problem predstavlja i upotreba navigacijskih uređaja. Kako bi se izbjegle nezgode a pomorska plovidba učinila što sigurnijom izrađuje se plan putovanja s kojim detaljno moraju biti upoznati svi časnici palube [12].



Slika 5. Faze putovanja brodom [12]

Izradom plana putovanja nastoje se predvidjeti sve moguće opasne situacije tijekom izvršenja putovanja i na njih se pripremaju svi članovi brodske posade. Slika 5. prikazuje faze putovanja brodom a koje uključuju procjenu putovanja, navigacijsku pripremu, izvršenje i nadzor putovanja.

3.1.1. Elementi izrade plana putovanja

Za izradu plana putovanja potrebni su sljedeći podaci:

1. opće stanje broda;
2. proračun stabilnosti;
3. stanje brodskog trupa;
4. stanje stroja za porinuće;

5. stanje teretnih i balastnih tankova;
6. stanje brodske opreme, navigacijskih uređaja i dr.;
7. operacijska (privezna) ograničenja broda (stanje vjetra i valova mora za vrijeme vezivanja i odveza broda);
8. maksimalni dozvoljeni gaz broda pri isplovljavanju/uplovljavanju broda u plovnim područjima s ogrančenjem dubine;
9. manevarske značajke (duljina zaustavnog puta i potrebno vrijeme zaustavljanja, krug okretanja, vrijeme prebacivanja stroja iz hoda naprijed u hod krmom i obrnuto i sl.);
10. značajke tereta koji se prevozi (ograničenja u slučaju prijevoza opasnih tereta i tvari);
11. osiguranje, količina i razmještaj tereta;
12. brodske svjedodžbe i njihova ispravnost;
13. postojeća radionavigacijska upozorenja za planirano plovidbeno područje (svjetionici, sante leda, plutače, itd.);
14. potrebne količine ulja, goriva i vode za cijelo putovanje;
15. zalihe i potrebna količina goriva, vode i ulja za iduće putovanje [12].

3.1.2. Izvršenje i nadzor plovidbe

Nakon izrade plana putovanja, prelazi se na pripremu navigacijskih uređaja, te svog potrebnog pribora za putovanje (pomorske karte, publikacije, priručnici, dokumenti itd.).

Od trenutka kada započne putovanje, započinje i nadziranje putovanja plovidbenom rutom. To čini časnik palube kontinuiranim provjerama. Njegov zadatak je i ispravljanje plovidbenog kursa na navigacijskoj karti u odnosu na već ucrtani kurs. Do ispravki dolazi često zbog različitih utjecaja (najčešće vremenskih) koje utječu na skretanje broda sa zadane rute. Tijekom samog nadziranja plovidbe časnik često utvrđuje poziciju broda koristeći različite metode. Ukoliko je brod u obalnoj plovidbi koriste se metode terestričke

navigacije o kojima će više riječi biti u narednim poglavljima rada, u noćnim uvjetima koristi radar, a pri plovidbi na otvorenom moru metode astronomske, elektroničke ili zbrojene navigacije. Časnik također određuje i vremenske intervale za ucrtavanje pozicije broda koji se najčešće kreću u rasponu 5, 10, 15 ili 20 minuta između dviju pozicija broda. Ovime se osigurava sigurnost plovidbe. Zbrojena pozicija broda odnosi se na dodatno provjeravanje već određene pozicije, pomoću prevaljenog puta broda, uzimajući u obzir srednju brzinu i razliku vremena proteklog od zadnje ucrtane pozicije broda. Ukoliko dođe do znatnijeg odstupanja između ove dvije pozicije, velika je mogućnost da je pozicija broda na karti pogrešno ucrtana ili krivo očitana s GPS-a. Mjerenje dubine mora još je jedan od zadataka brodskog časnika pri nadziranju plovidbe. Njome se također provjerava pozicija broda, naročito u obalnom plovnom području. Nadalje, računa se i vrijeme kako bi se utvrdio točan dolazak u odredište, što utječe na povećanje ili smanjenje brzine broda pri plovidbi.

Tijekom procesa izvršenja plovidbe na dnevnoj bazi se šalju podnevni izvještaji brodskoj kompaniji od strane zapovijednika broda a oni sadrže podatke o prevaljenom putu unutar posljednja 24 sata, te informacije o dolasku broda na peljarsku stanicu luke odredišta za tri očekivane srednje brzine broda (npr. 16.0 čv, 16.5 čv i 17.0 čv) [12].

3.2. OBRAZOVANJE POMORACA

Obrazovanje pomoraca se, u pravilu, provodi u skladu s odredbama ranije spomenute STCW Konvencije, usvojene 1978. godine u Londonu, na konferenciji Međunarodne pomorske organizacije, a koja je 1995. godine izmjenjena i dopunjena.

Što se tiče obrazovanja pomoraca, izmjene i dopune iz 1995. godine odnose se na odredbe o zahtjevima vezanim uz programe obrazovanja, načine provođenja ispita, upotrebu simulatora i uvođenje sustava kvalitete na učilištima za pomorce. Druga važna izmjena vezana uz segment obrazovanja uvedena je tijekom 2010. godine a uključuje odredbe u vezi s izdavanjem svjedodžbi, uvođenje novih zvanja, proširivanje postojećih i uvođenje novih programa izobrazbe (postupci u slučaju opasnosti, sigurnosna zaštita, upravljanje ljudskim potencijalima i dr.), te program učenja na daljinu [5].

3.2.1. Sustav formalnog obrazovanja

Sustav formalnog obrazovanja podrazumijeva izobrazbu pomoraca u obrazovnim institucijama, prema utvrđenom nastavnom planu i programu. Pomorski sustav formalnog obrazovanja može biti neprekinuti i naizmjenični [25]. Neprekinuti sustav obrazovanja uključuje stručne i sveučilišne studije, fakultete, sveučilišta i visoka učilišta, čijim završetkom se dobiva, stučno, odnosno akademsko zvanje, kao i STCW svjedodžbe o pojedinim odslušanim kolegijima. Ovakav sustav obrazovanja traje između 3 i 8 godina. Kod naizmjeničnog sustava formalnog obrazovanja kombinira se teorija i praksa na način da se unutar perioda plovidbene službe pomoraca uključuje nekoliko faza školovanja u trajanju od nekoliko mjeseci godišnje [21].

Važno je naglasiti još i neformalno obrazovanje, koje čini nadopunu formalnog a najčešće se radi o obrazovanju za specifične namjene ili vrste brodova. U ovaj vid obrazovanja ulažu brodske kompanije kako bi usavršili znanja i vještine svog poslovnog kadra.

3.2.2. Obrazovanje pomoraca u Republici Hrvatskoj

Za zvanje pomorca na području Republike Hrvatske osoba se može školovati na srednjoškolskoj razini, pomorskom fakultetu i pomorskom odjelu.

Tablica 2. Razine sveučilišnih studija u Republici Hrvatskoj [21]

RAZINA	Preddiplomski studij	Diplomski studij	Poslijediplomski studij
Godine trajanja	3	2	3
Broj semestara	6	4	
ECTS bodovi	180	120	
Stečeno zvanje	stručni prvostupnik	magistar	doktor znanosti

Srednjoškolsko obrazovanje podrazumijeva radnu razinu. Nakon završetka te škole, učenici mogu ploviti a nakon navršenih godinu dana plovidbe mogu dobiti Svjedodžbu o osposobljenosti. Na razini Republike Hrvatske danas postoje tri pomorske škole, u Zadru, Splitu i Bakru [21].

Osobe koje žele nastaviti svoje obrazovanje i dobiti znanja na upravljačkoj razini, odlaze na sveučilište, gdje se obrazovanje provodi prema Bolonjskom programu i jedinstvenom sustavu bodovanja ECTS (eng. European Credit Transfer and Accumulation System) što omogućuje razmjenu studenata, priznavanje predmeta i školovanja u svim zemljama potpisnicama. Sveučilišno obrazovanje uključuje diplomski i poslijediplomski studij, koji su prikazani u Tablici 2., dok Tablica 3. sadrži popis studijskih pomorskih programa pri sveučilištima i sveučilišnim odjelima u Republici Hrvatskoj.

Tablica 3. Studijski pomorski programi na sveučilištima i sveučilišnim odjelima u Republici Hrvatskoj [21]

	Preddiplomski studij	**Diplomski studij**
Sveučilište u Splitu	➢ Pomorska nautika ➢ Brodostrojarstvo ➢ Pomorske elektrotehničke i informatičke tehnologije ➢ Pomorski menadžment ➢ Pomorske tehnologije jahta i marina ➢ Pomorski sustavi i procesi	➢ Pomorska nautika ➢ Brodostrojarstvo ➢ Pomorske elektrotehničke i informatičke tehnologije ➢ Pomorski menadžment ➢ Pomorske tehnologije jahta i marina ➢ Pomorski sustavi i procesi
Sveučilište u Rijeci	➢ Nautika i tehnologija pomorskog prometa ➢ Brodostrojarstvo ➢ Elektroničke i informatičke tehnologije u pomorstvu ➢ Logistika i menadžment u pomorstvu i prometu ➢ Tehnologija i organizacija prometa	➢ Nautika i tehnologija pomorskog prometa ➢ Brodostrojarstvo i tehnologija pomorskog prometa ➢ Elektroničke i informatičke tehnologije u pomorstvu ➢ Logistika i menadžment u pomorstvu i prometu ➢ Tehnologija i organizacija prometa
Pomorski odjel Sveučilišta u Zadru	➢ Nautika i tehnologija pomorskog prometa ➢ Brodostrojarstvo i tehnologija pomorskog prometa	
Pomorski odjel Sveučilišta u Dubrovniku	➢ Nautika ➢ Brodostrojarstvo ➢ Pomorske tehnologije jahta i marina	➢ Pomorstvo

3.3. MATEMATIČKI KOLEGIJI U OBRAZOVANJU POMORACA

Matematika je jedan od temelja pomorskog obrazovanja. Velika većina radnji tijekom plovidbe ovisi o upotrebi matematike. Premda se u današnje vrijeme koriste različite tehnologije i mehanizmi koji olakšavaju plovidbu a časnik palube i zapovijednik broda dužni su njihov način rada temeljito poznavati i njima se koristiti, ipak je neophodno poznavanje različitih matematičkih grana i izračuna kako bi se osigurala sigurna plovidba u izvanrednim okolnostima, bez korištenja navigacijskih uređaja.

Tijekom svog školovanja, u ovisnosti o usmjerenju kojeg izaberu, studenti sveučilišnih studija slušaju nekoliko vrsta kolegija u koje je uključena matematika. Obzirom da je ovo završni rad za preddiplomski studij Pomorske nautike, u nastavku će biti nekoliko riječi o matematičkim i s njima usko vezanim kolegijima koji se slušaju i polažu unutar ukupno šest studijskih semestara pri navedenom usmjerenju.

Na prvoj godini studija slušaju se kolegiji Matematika I i Matematika II, te Primijenjena matematika u navigaciji. Unutar kolegija Matematika I i II studenti uče elementarne funkcije, diferencijalni račun, elemente linearne algebre, integrale i dr. Unutar kolegija Primijenjena matematika u navigaciji, osim integrala i elementarnih funkcija uključene su i trigonometrijske funkcije, te primjena trigonometrije u geometriji i sfernoj geometriji. Druga godina studija uključuje kolegije Terestrička navigacija, Rukovanje teretom I i II, te Astronomska navigacija. Terestrička navigacija kolegij je čijim polaganjem student stječe kompetencije određivanja položaja broda korištenjem različitih metoda terestričke navigacije, pravilnu upotrebu pomorskih karata, te rješavanje zadataka loksodromske, ortodromske i kombinirane plovidbe. Kolegiji Rukovanje teretom I i II, među ostalim, uključuju planiranje rasporeda tereta, te numeričko rješavanje problema stabiliteta broda. Astronomska navigacija osposobljava studente za pozicioniranje broda na otvorenom moru bez korištenja električnih navigacijskih sustava, te ih upoznaje sa metodama astronomske navigacije [30].

Navedeni kolegiji jedni su od osnovnih kolegija čiste i primijenjene matematike na preddiplomskom studiju Pomorske nautike. Svaki od njih predstavlja i osnovu i nadogradnju na neki drugi kolegij.

4. PRIMJENA MATEMATIKE U POMORSKOJ NAVIGACIJI

Znanosti koje su imale temeljni doprinos razvoju pomorstva su matematika i fizika. Korištenjem brojnih matematičkih metoda i jednadžbi osiguran je razvoj brojnih tehnoloških rješenja po pitanju dizajna i brodogradnje, navigacije broda, sigurnosti plovidbe, balansiranja tereta, osiguranja uvjeta plovnosti itd. Tijekom ovog poglavlja rada opisuje se glavni element pomorske plovidbe - navigacija, kroz utjecaj matematike na njezin cjelokupni razvoj.

Pomorska plovidba spaja i znanost i umjetnost. Dobar navigator prikuplja informacije iz svakog dostupnog izvora, procjenjuje te podatke, određuje ispravku i uspoređuje taj ispravak sa svojim unaprijed određenim položajem „mrtvog računanja“. On konstantno procjenjuje položaj broda i predviđa opasne situacije prije nego što nastanu. Suvremeni navigator mora razumjeti osnovne koncepte mnogih navigacijskih sustava koji se danas koriste, biti u stanju procijeniti njihovu točnost i donijeti najbolje moguće navigacijske odluke. Načini i tehnike navigacije razlikuju se ovisno o vrsti plovila, uvjetima i iskustvu plovidbe. Na primjer, kretanje brodicama za razonodu razlikuje se od plovidbe brodom s kontejnerima. Oboje se razlikuju od plovidbe pomorskim brodom. Navigator koristi metode i tehnike koje su najprikladnije za plovilo i uvjete u njemu. Neke važne elemente uspješne plovidbe nije moguće naučiti iz knjige ili ih dobiti od instruktora. Nauka o plovidbi može se podučavati, ali umjetnost plovidbe razvija se iskustvom [2].

4.1. METODE NAVIGACIJE

Načini plovidbe kroz povijest su se mijenjali. Svaka nova metoda povećala je sposobnost pomorca da sigurno i brzo završi svoje putovanje. Jedna od najvažnijih prosudbi koju navigator mora donijeti uključuje odabir najbolje metode za korištenje u navigaciji na jednom plovnom putu.

Mrtvo računanje (eng. Dead Reckoning - DR) jedna je od primarnih i najstarijih metoda navigacije, koja je temelj suvremenim navigacijskim metodama. Najstarija karta za DR zove se Carta Pisanaa i datira iz 1275. godine. DR je postupak kojim se trenutni položaj broda izračunava korištenjem prethodno određene pozicije, dodajući joj

procijenjenu brzinu i kurs plovidbe [19]. Pilotiranje uključuje plovidbu u ograničenim vodama uz često određivanje položaja u odnosu na geografska i hidrografska obilježja. Nebeska navigacija uključuje spuštanje nebeskih mjerenja na crte položaja pomoću tablica, sferne trigonometrije i almanaha (publikacija o vremenskim prognozama, morskim mijenama i sl.). Koristi se prvenstveno kao sigurnosna kopija za satelitske i druge elektroničke sustave na otvorenom oceanu. Radio-navigacija koristi radio valove za određivanje položaja pomoću radio-sustava za pronalaženje smjera ili hiperboličkih sustava. Radarska navigacija koristi radar za određivanje udaljenosti. Ovaj je postupak odvojen od radara kao sustava za izbjegavanje sudara. Satelitska navigacija koristi zemaljske satelite za određivanje položaja [2].

Koncepti elektroničkih mostova potiču planiranje budućeg navigacijskog sustava. Integrirani sustavi uzimaju inpute različitih brodskih senzora, elektronički prikazuju informacije o položaju i pružaju upravljačke signale potrebne za održavanje plovila na unaprijed postavljenom putu. Navigator postaje voditelj sustava, odabirući unaprijed zadane postavke sustava, interpretirajući izlaz sustava i nadzire reakciju plovila. U praksi, navigator spaja različite metode u jedinstveni integrirani sustav. Obzirom da svaka o njih ima svoje prednosti i nedostatke, navigator mora odabrati metode primjerene svakoj konkretnoj situaciji. Pojavom automatiziranog utvrđivanja položaja i elektroničkih karata, moderna navigacija gotovo u potpunosti postaje elektronički proces. Međutim, pomorci se ne bi smjeli u potpunosti oslanjati na elektroničke sustave obzirom da su podložni kvaru, zbog čega je nužno poznavanje konvencionalne navigacije [2].

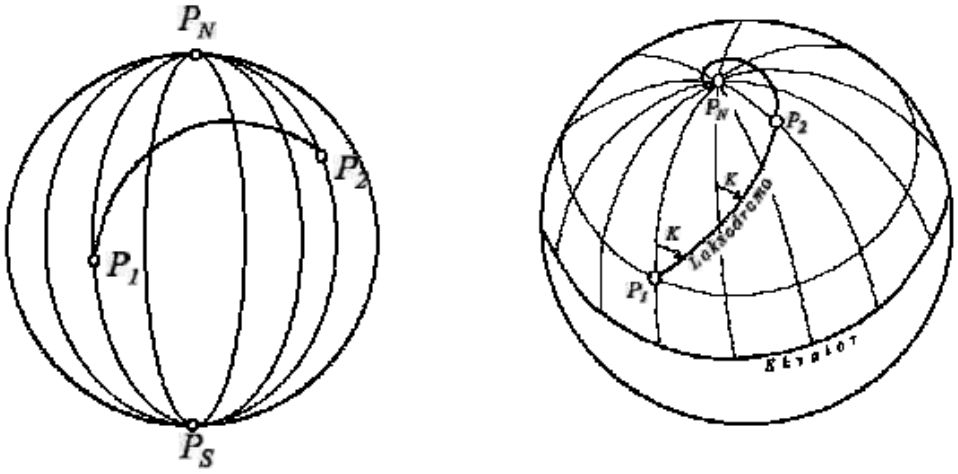
4.2. TERESTRIČKA NAVIGACIJA

Kod terestričke navigacije koriste se različite metode grafičkog i matematičkog rješavanja zadataka u svrhu sigurnosti plovidbe i orjentacije na plovidbenom putu. Kako bi se to postiglo potrebno je odrediti poziciju broda, što uključuje i mjerenje morske dubine, te opažanje različitih objekata na kopnu i moru (oznake, pomorska svjetla, lučka svjetla, tornjevi itd.). Pri ucrtavanju linije pozicije moguće je koristiti pravac, krivulju, kružnicu i hiperbolu. Terestrička pozicija broda označava geometrijsko mjesto (točku) u kojoj se sijeku najmanje dvije linije pravaca, pri čemu se mjerenja provode istovremeno ili u određenom vremenskom razmaku [16].

4.2.1. Ortodomska i loksodromska navigacija

Da bi se iz točke A došlo do točke B na velikim pomorskim udaljenostima, moguće je koristiti ortodomsku i loksodromsku navigaciju.

Loksodroma predstavlja krivulju koja pod istim kutem presijeca sve meridijane a pri tom prolazi kroz određena mjesta A i B. Njezin je kurs nepromjenjiv, za razliku od kompasnog kursa koji se mijenja obzirom na promjenu magnetske varijacije i devijacije. S druge strane, ortodroma je kružnica na površini zemlje, čija ravnina prolazi kroz Zemljino središte. Ortodroma je uvijek kraća od loksodrome, izuzev plovidbe po ekvatoru ili meridijanu. Međutim, njezina manjkavost je u usmjeravanju u veće geografske širine od onih koje odgovaraju mjestima A i B, zbog stalne promjene kursa. Temeljna prednost plovidbe ortodromom je u kraćoj udaljenosti između određenih točaka što utječe na uštedu vremena. Osim toga, povoljan vjetar i morske struje imaju ulogu u povećanju brzine broda, što posljedično smanjuje potrošnju goriva i predstavlja ekonomsku korist. No, bez obzira na pozitivne aspekte ortodromske plovidbe, ona se koristi u malom broju slučajeva. U praksi, brodovi gotovo uvijek plove po loksodromi, pa čak i u slučaju oceanografske navigacije [17].



Slika 6. Ortodroma (lijevo) i loksodroma (desno) [13]

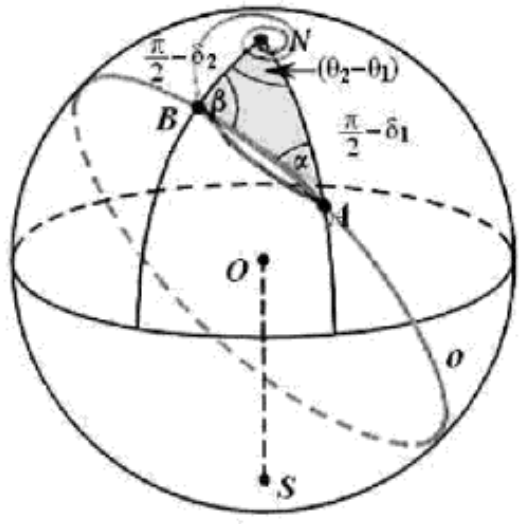
Loksodromska navigacija rješava probleme putem jednadžbi ili grafičkim putem (direktno na pomorskoj karti). Njezin je zadatak riješiti dva moguća problema. Prvi problem je svakodnevan a radi se o određivanju loksodromskog kursa i udaljenosti kada su poznate polazna i odredišna točka. Drugi problem najčešće se pojavljuje prilikom

plovljenja korištenjem jedara, kada pomorac ne može svojevoljno određivati kurs. U tom slučaju radi se o potrebi utvrđivanja odredišne točke kada su poznate varijable polazišna točka, loksodromski kurs i loksodromska udaljenost. Ova dva problema u praksi se rješavaju korištenjem tri varijante loksodromskih trokuta: trokuta kursa (male udaljenosti), drugog trokuta za srednje udaljenosti i Mercatorovog trokuta [40].

Zajednička svojstva svih trokuta su:

1. riječ je o pravokutnom trokutu,
2. hipotenuza loksodromskog trokuta predstavlja udaljenost između polazišne i odredišne točke,
3. jedan od unutarnjih kuteva predstavlja loksodromski kut (*K*) putem kojeg se određuje loksodromski kurs za sve navigacijske kvadrante.

Kako bi se formirao loksodromski trokut neophodno je ispunjavanje uvjeta pri kojem se pozicija početne i odredišne točke moraju nalaziti na različitim meridijanima i paralelama. Ukoliko se loksodroma podudara s meridijanom, odnosno ekvatorom ili paralelom, tada se loksodromski trokut transformira u dužinu i tretira se kao specijalni slučaj plovljenja tj. plovidba po meridijanu, ekvatoru i paraleli [3].



Slika 7. Prikaz trokuta ΔABN [37]

Kako bi se postavila vrijednost loksodroma, određena je točka na Zemljinoj površini geografske dužine θ i geografske širine δ. Sferna udaljenost dviju točaka A (θ, δ) i B (θ_2, δ_2) određena je koristeći trokut ΔABN u kojem N predstavlja sjeverni pol (Slika 7.). Primjenjujući cosinusov poučak, slijedi izraz:

$$cos_0 = \sin\delta_1 \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cos\delta_2 \cos\ (\theta_2 - \theta_1) \quad (1)$$

Duljina velikog kruga $\widehat{AB}$ jednaka je ortodromu koji je izražen jednadžbom

$$l_1 = r\ o \quad (2)$$

Za loksodrom ispod kuta λ, ispostavlja se diferencijalna jednadžba koja spaja geografsku dužinu θ sa geografskom širinom izraza

$$\delta: \frac{d\theta}{d\delta} = \frac{\tan\lambda}{\cos\delta} \quad (3)$$

čije je rješenje

$$\theta = tan\lambda\ ln\, tan\ (\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}) \quad (4)$$

pri čemu luk duljine loksodroma između točaka A i B iznosi [37]:

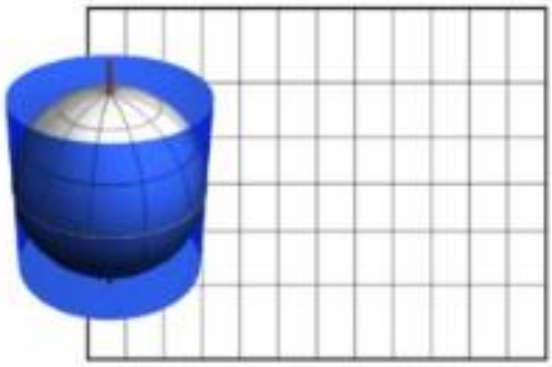
$$l_2 = \frac{r(\delta 2 - \delta 1)}{cos\lambda} \quad (5)$$

4.2.2. Mercatorov doprinos loksodromskoj navigaciji

Teoriju loksodromske navigacije postavio je Gerhard Mercator (1512.-1594.) prilikom definiranja pomorske karte. Množeći širinu cilindrične projekcije sa *cos* φ (pri čemu je φ geografska širina) dobio je izogoničnu projekciju. Obzirom da je vrijednost funkcije *cos* manja od broja 1, Mercator je umanjio širine cilindrične projekcije [40].

Mercatorova projekcija prilagođena da bude konformna (odražava kutove). U usporedbi s drugim konformnim preslikavanjima, Mercatorova projekcija posjeduje jedinstvenu karakteristiku: loksodrom koji se projicira kao ravna linija. Zbog ove značajke,

Mercatorove projekcije bile su neprocjenjiv alat koji se koristio u pomorskoj plovidbi (gotovo potreban za održavanje konstantnog azimuta plovidbe prije postojanja satelitske navigacije). U svrhu plovidbe dovoljno je povezati početnu i ciljanu točku planiranog puta, pronaći kut između ove linije i bilo kojeg meridijana na karti. Zahvaljujući tome, mornar iz 16. stoljeća mogao je odrediti ispravan smjer koji treba slijediti kako bi stigao na predviđeno odredište [31].



Slika 8. Cilindrična projekcija [34]

U 18. stoljeću upotreba Mercatorovih karata još se više proširila izumom morskog kronometra koji omogućava određivanje zemljopisne dužine pomoću zvjezdane navigacije. Jednadžbe Mercatorove projekcije sadrže prirodni logaritam. Međutim, funkcija logaritma bila je poznata tek 1614. godine (dvadeset godina nakon Mercatorove smrti) [31].

4.3. ODREĐIVANJE STAJNICA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Položaj neke točne na Zemljinoj površini određuje se putem zemljopisnih koordinata, pri čemu vodoravne crte predstavljaju zemljopisnu širinu θ, a vertikalne crte oko globusa su crte zemljopisne dužine λ. Fiksna točka iz koje se mjere linije zemljopisne dužine je Greenwich koja se nalazi u satnom kutu S. Kad se crte zemljopisne širine i dužine crtaju na karti ili globusu, one tvore mrežu. Kad navigator zna i koordinate svog položaja na toj mreži, može precizirati točku na kojoj se brod nalazi u datom trenutku [22].

Ona točka na Zemljinoj površini kroz koju prolazi spojnica Zemljinog središta i središta nebeskog tijela naziva se terestričkom projekcijom nebeskog tijela. Njezin položaj se mijenja gibajući se od istoka prema zapadu usporedno s brzinom rotacije Zemlje. Ukoliko se nebesko tijelo nalazi u zenitu opažača, deklinacija tog tijela jednaka je zemljopisnoj širini opažača a Greenwich satni kut zemljopisnoj dužini opažača. Kada su mjesno-ekvatorske koordinate u funkciji UT vremena poznate, potrebno je imati i podatak o visini nebeskog tijela kako bi se mogla odrediti stajnica. Točke mjerenja jednake visine nebeskih tijela predstavljaju krivulju u obliku kružnice, poznatu kao kružnica pozicije. Nju se dobiva ukoliko se iz terestričke pozicije izradi kružnica polumjera zenitne udaljenosti (90^o - *V*). Na nekom mjestu na kružnici nalazi se stajnica, odnosno položaj broda, kojeg je teoretski moguće ucrtati na pomorsku kartu [15].

Stajnice se određuju upotrebom matematičkih metoda (sferna trigonometrija, algebra i geometrija) i kronometra, sekstanta, nautičkih tablica i godišnjaka. Pri određivanju stajica upotrebom nebeskih tijela može se koristiti nekoliko metoda: izravna (Dozierova) metoda, visinska metoda, širinska (Bord) metoda, metoda sekante (Sumnerova) i duljinska (Johnsova) metoda. Prilikom prikazivanja jednadžbi za pojedine metode u narednom tekst, koriste se sljedeće oznake:

$\lambda \rightarrow$ zemljopisna dužina,

$\varphi \rightarrow$ zemljopisna širina,

$S \rightarrow$ granični satni kut nebeskog tijela,

$s \rightarrow$ mjesni satni kut nebeskog tijela

$p \rightarrow$ polarna udaljenost.

4.3.1. Izravna metoda

Godine 1949. Charles Dozier razvio je izravnu metodu određivanja pozicije broda upotrebom trigonometrijskih jednadžbi sa nepoznanicama. Pozicija broda se nalazi unutar jednog od dva sjecišta dviju kružnica položaja. Ova metoda se naziva izravnom jer se putem nje do pozicije broda može doći matematičkim putem, bez upotrebe grafičkog prikaza. Grafički prikaz bi zahtijevao ucrtavanje tih dviju kružnica na globus, čija veličina

ne zadovoljava takve potrebe. U tom bi se slučaju duljina od 1 metar morala prikazati duljinom 1 milimetar, zbog čega bi globus trebao biti promjera 7 metara [15], [29].

4.3.2. Određivanje pravca položaja po metodi tangente

Bordijeva ili drugim imenom širinska metoda geografske širine, ukoliko se mjeri oko meridijana daje najbolje rezultate, dok su najlošiji rezultati u slučaju mjerenja tijela u blizini prve vertikale. Kod ove metode, zeljopisnu dužinu moguće je dobiti metodom zbojene pozicije, dok se zemljopisna širina, uz azimut, računa na unaprijed procijenjenu zemljopisnu dužinu. Stajnica je u ovom slučaju okomita na azimut i prolazi kroz dobivenu točku [15], [29]. Izvodi se temeljem sljedećih formula:

$$\cos(\varphi - x) = \frac{sinVp * sinx}{sin\delta} \tag{6}$$

$$\tan x = \frac{tan\delta}{\cos s} \tag{7}$$

$$\cos \omega = \frac{sin\delta - sin\varphi * sinVp}{cos\varphi * cosVp} \tag{8}$$

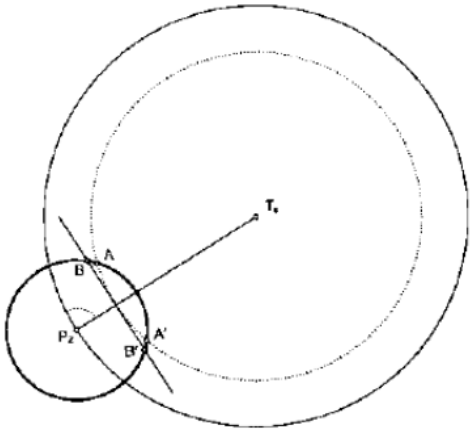
Johnsonova metoda obrnuta je od Bordijeve. U ovom slučaju zemljopisna dužina je određujuća točka, dok se zemljopisna širina procjenjuje putem zbrojene pozicije. Metoda je pogodna za tijela u oko prve vertikale a nepogodna za tijela oko meridijana. Stajnica je i u ovom slučaju okomita na azimut i prolazi kroz dobivenu točku [15], [29]. Kod Johnsove metode koristi se sljedeća formula:

$$\cos s = \frac{sinVp - sin\varphi * sin\delta}{cos\varphi * cos\delta} \tag{9}$$

Azimut se dobiva iz formule (8) a zemljopisna širina računa se po formuli (11).

$$\lambda = s - S \tag{11}$$

Visinska metoda otkrivena je krajem 19. stoljeća od strane francuskog pomorca Saint Hilairea. Kod ove metode pravac pozicije predstavlja razliku između zbrojene (izračun korištenjem koordinata) i prave (izmjerena visina) pozicije, u pravcu azimuta.



Slika 9. Prikaz visinske metode [15]

Razlikom između izračunate i izmjerene visine nebeskog tijela, u smjeru azimuta, dobiva se visinska metoda. Slika 9. prikazuje visinsku metodu pri čemu točka T_P predstavlja terestričku projekciju nebeskog tijela a točka P_z zbrojenu poziciju. Luk kružnice u točkama „AA" jest luk pozicije. Koristeći koordinate zbrojene pozicije, opažač izračunava zenitnu udaljenost, odnosno visinu [15], [29]:

$$Z_r = 90^o - V_r \tag{12}$$

Zenitna udaljenost određena je i mjerenjem visine nebeskog tijela, čija je teretristička projekcija u točki T_p:

$$Z_p = 90^o - V_p \tag{13}$$

Pri čemu razlika između točaka P_z i T_p iznosi:

$$Z_r - Z_p = (90^o - V_r) - \left(90^o - V_p\right) = 90^o - V_r - 90^o + V_p = V_p - V_r = \Delta V \tag{14}$$

$$Z_r - Z_p = \Delta V \quad (15)$$

Crtanju stajnice kod visinske metode pristupa se sljedećim redoslijedom:

1. Za početak je potrebno izmjeriti visinu nebeskog tijela i vrijeme zabilježiti na kronometru.

2. Potom se izmjerena visina (V_i) mora ispraviti za vrijednost refrakcije i depresije, čime se dobiva prava visina (V_p).

3. Srednje granično vrijeme (UT) računa se na način da se kronometarsko vrijeme (T_k) ispravi za stanje kronometra (S_t). Postoje slučajevi kada je zadano lokalno vrijeme motrenja (t_x). Tada se srednje granično vrijeme računa na koristeći formulu

$$UT = t_x - (\pm x) \quad (16)$$

unutar koje oznaka *x* predstavlja vremensku zonu.

4. Nakon izračunavanja srednjeg graničnog vremena koristi se Nautički godišnjak unutar kojeg se odabire zadani datum i odabiru mjesno ekvatorske koordinate granični satni kut (S) i deklinacija (δ). Za izračun graničnog kuta zvijezda potrebno je vrijednosti griničkog satnog kuta proljetne točke nadodati surektascenziju (360° - α). Kada se graničnom satnom kutu pridoda zemljopisna dužina zbrojene pozicije (λz) dobiva se mjesni satni kut, koji se od stvarnog razlikuje za veličinu proporcionalnu pogrešci zemljopisne dužine.

5. Kada su poznate sve vrijednosti, prelazi se na izračun visine nebeskog tijela (V_r) putem izraza:

$$sinV_r = sin\varphi * sin\delta + cos\varphi * cos\delta * \cos s \quad (17)$$

6. Zatim se izmjerena visina (V_r) uspoređuje sa pravom visinom (V_p). Njihova razlika dobiva se formulom:

$$\Delta V = V_p - V_r \quad (18)$$

Ukoliko je razlika preko 1^o, postoji mogućnost da je rezultat pogrešan. U praksi, navedena se razlika izražava u minutama.

7. Koordinate zbrojene pozicije ispravljaju se za razliku visina u pravcu azimuta, zbog čega je neophodno izračunati vrijednost azimuta koristeći izraz:

$$\cos \omega_r = \frac{sin\delta - sin\varphi * sinVr}{cos\varphi * cosVr} \tag{19}$$

U izračun azimuta ulaze vrijednosti izmjerene visine. Izraz (19) potreban je za izračun azimuta, dok se na osnovu mjesnog satnog kuta određuje strana horizonta na kojoj se nalazi terestrička projekcija. Vrijednost satnog kuta i azimuta razlikuju se zbog meridijana kojim prolazi nebesko tijelo (kod satnog kuta riječ je o gornjem a kod azimuta o donjem meridijanu) a njihova razlika iznosi 180^o.

Da bi se izračunao točan azimut, vrijede sljedeći uvjeti:

1. ukoliko vrijednost mjesnog satnog kuta prelazi 180^o izračunati i pravi azimut jednaki su a nebesko tijelo je na istočnoj strani horizonta;
2. ukoliko je vrijednost mjesnog satnog kupa niža od 180^o , ona se odbija od 360^o a nebesko tijelo tada je na zapadnoj strani horizonta.

Iz zbrojene pozicije, ucrtava se pravac azimuta na Mercatovoj, pomoćnoj ili bijeloj karti, te se na tom pravcu nanose vrijednosti razlike visina (ΔV):

1. ukoliko je razlika visina pozitivna vrijednost, nju se unosi u smjeru pripadajućeg azimuta, na pravac azimuta;
2. u slučaju negativne vrijednosti, nju se unosi u smijeru suprotnom od pripadajućeg azimuta.

Kada se kroz dobivenu točku povuče pravac okomit na pravac azimuta, dobiva se stajnica. U slučaju da se pravac azimuta ucrtava na bijeloj karti, tada je potrebno definirati mjerilo [29].

5. PRIMJENA MATEMATIKE PRI IZRAČUNU STABILITETA BRODA

Stabilnost broda odnosi se na njegovu sposobnost ostanka u ravnoteži uslijed djelovanja vanjskih sila ili pomicanja tereta na brodu a prvenstveno ovisi o formi broda (prilikom izdradnje u brodogradilištu) i rasporedu tereta na njemu. Pri tom se razlikuje statički i dinamički stabilitet. Kod prvog se radio o otporu broda na djelovanje pokretnih momenata koji ga izbacuju iz ravnoteže dok je kod drugog (dinamičkog) riječ o radu koji vanjske sile trebaju izvršiti da bi brod izvele iz položaja uspravne ravnoteže.

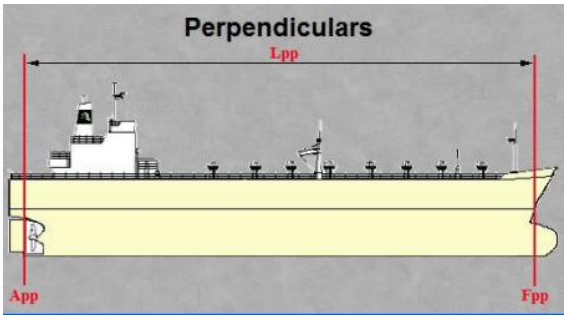
Kako bi se odredio stabilitet broda, neophodno je poznavanje veličine i prirode sila koje na njega utječu, kao i unutarnjih sila (sistema) koje im se odupiru. Brod u svakom trenutku mora ploviti u položaju stabilne ravnoteže. Indiferentan položaj, kao i položaj labilne ravnoteže za posljedicu imaju prevrnuće broda [11]. Pri proračunu stabiliteta broda, potrebno je napomenuti i osnovne pojmove koji se pri tom pojavljuju:

1. *Lightweight* se odnosi na težinu potpuno praznog broda a uključuje težinu materijala od kojih je brod izgrađen i strojeva koji su na njega ugrađeni.

2. *Deadweight* predstavlja težinu cjelokupne nosivosti broda a uljučuje naftno gorico, slatku vodu, ulja, balast, posadu, putnike i terete.

3. *Displacement* (istisnina) je težina volumena vode koju brod istiskuje. Dakle, da bi mogao plutati, brod mora istisnuti onoliku masu vode (morske, slatke) koja je istovjetna masi njegove vlastite težine [29].

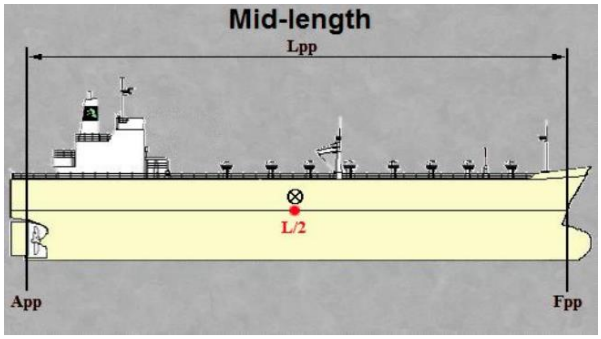
4. *Perpendiculars* (okomice) vertikalne linije (naprijed/natrag) čija se međusobna udaljenost koristi u proračunske svrhe i označava sa LPP (Lengtd between Perpendiculars). Razlikuju se pramčana i krmena okomica.



Slika 10. Okomice (LPP) [26]

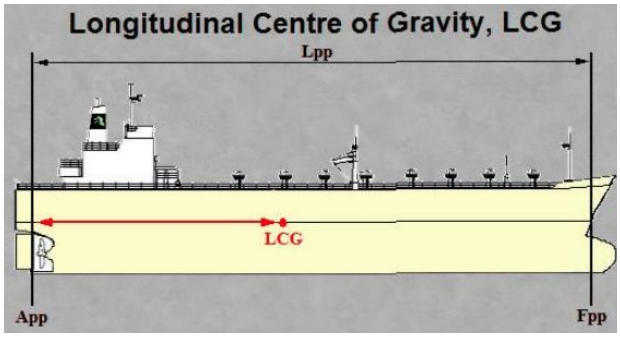
5. *Tons per centimeter immersion* (TPC; tona po centimetru) je mjera koja ukazuje na to koliko tona tereta je potrebno ukrcati na brod kako bi uronuo u vodu te da bi se njegov gaz izmijenio za 1 centimetar.

6. *Mid-length* (sredina broda) odnosi se na sredinu duljine cijelog broda a nalazi se na poziciji između okomica (LPP), te označava sa L/2, kako je prikazano na Slici 11.



Slika 11. Sredina broda [26]

7. *Longitudinal Centre of Gravity* (LCG; uzdužni centar gravitacije) računa se od krmenog perpendikulara, pri čemu ima pozitivan predznak a ovisi o uzdužnom razmještaju tereta po brodu. Kada se mjeri od sredine broda, što je drugi slučaj, tada može imati dva učinka, pozitivan ili negativan, u ovisnosti je li LCG iza ili ispred sredine broda.



Slika 12. Uzdužni centar gravitacije (LCG) [26]

8. *Longitudinal Centre of Buoyance* (LCB; uzdužni centar uzgona) mjeri se u metrima od krmene okomice. Riječ je o silama uzgona koje djeluju vertikalno put gore, oko cijelog podvodnog dijela broda.

9. *Longitudinal Centre of Flotation* (LCF; uzdužni centar plutanja) - uslijed promjene trima, dolazi do rotacije broda oko poprečne osi koja prolazi centrom trenutne vodene linije. Udaljenost centra plutanja od sredine broda ili od krmenog perpendikulara, u metrima. Taj se centar naziva uzdužnim centrom plutanja a dobiva se iz tablice ili krivulje hidrostatskih podataka broda za zadano stanje krcanja [26].

5.1. ARHIMEDOV ZAKON I UVJETI PLOVNOSTI

Tijekom drugog poglavlja rada opisana su svojstva Arhimedovog zakona, prema kojem sila uzgona djeluje na svako tijelo uronjeno u neku tekućinu a pri tom je jednaka težini tekućine istisnute tim tijelom. Ova zakonitost uvelike je utjecala na razumijevanje i određivanje uvjeta plovnosti tijela, pri čemu plovnost podrazumijeva svojstvo određenog tijela stavljenog u tekućinu da po njoj mirno pluta a da se pri tom ne dodiruje s drugim tijelom ili dnom [26].

Primjenom Arhimedovog zakona formulirana su 3 uvjeta plovnosti.

Prema *prvom uvjetu plovnosti* sila teže i sila uzgona moraju biti jednake. Dakle, kada se pomnoži gustoća vode i volumen povodnog dijela broda, rezultat tog umoška mora biti jednak ukupnoj težini broda. Prema *drugom uvjetu plovnosti*, ukoliko dođe do naginjanja broda, na njega će djelovati sila uzgona i sile teže broda koje ga nastoje vratiti u uspravan položaj.

Ukoliko na brod djeluju vanjske sile poput udara vjetra ili valova i utječu na njegovo naginjanje (do niskog stupnja), tada na brod djeluje moment početnog statičkog stabiliteta koje ga vraća u prvobitni položaj. Riječ je o *trećem uvjetu plovnosti* [26].

5.2. VAŽNOST ODREĐIVANJA POČETNOG STABILITETA BRODA

Statički stabilitet, podrazumijeva stabilnost broda pri određenom kutu nagiba a karakteriziraju ga poluge i momenti, koji su u položaju ravnoteže izjednačeni s nulom. U slučaju malih kutova nagiba, koristi se metacentarska visina, određena formulama:

$$\overline{M_{o\,G}} = \frac{I_T}{V} - \overline{F_o G} \qquad \text{i} \qquad \overline{M_L G} = \frac{I_L}{\nabla} - \overline{F_o G} \tag{20}$$

M_o predstavlja početni metacentar. Svi smjerovi uzgona za male kutove sijeku se u točki M_o, na simetrali broda, iz čega proizlazi formula momenta statičkog stabiliteta:

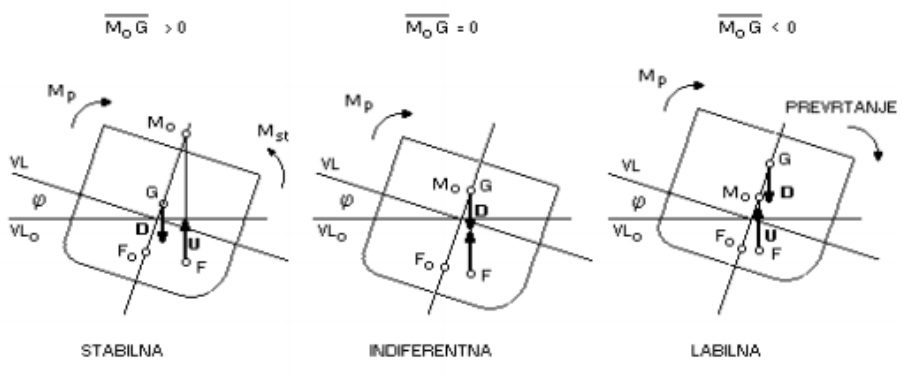
$$M_{sto} = \Delta\, h = \Delta\, \overline{M_o G}\, \hat{\varphi} \tag{21}$$

pri čemu za male kutove nagiba vrijedi $\sin \varphi = \hat{\varphi}$.

Upravo početna metacentarska visina, odnosno početni stabilitet određuje kako će se brod ponašati u prvom stadiju nagibanja. Kako metacentarska visina raste, krivulja poluga poprima strmiji uspon i brod se manje naginje pod utjecajem vjetra, valova, pomaka tereta ili neke druge vanjske sile. No, s većom metacentarskom visinom, uz isti raspored tereta, razina vlastitog ljuljanja broda opada, što utječe na povećanje ubrzanja i sile inercije. U takvim uvjetima, boravak na brodu postaje neugodan, brod se počinje ljuljati uz trzaje, dolazi do pomicanja tereta a nerijetko i do oštećenja opreme broda. To je temeljni razlog za pažljivi odabir početnog stabiliteta, obzirom da se metacentarska visina mijenja uslijed promjene širine vodne linije [11].

5.3. STANJA STABILITETA

Tri su stanja stabiliteta broda: stabilan (pozitivan), indiferentan (neutralan) i labilan (negativan) stabilitet.



Slika 13. Položaji ravnoteže broda [26]

Stabilna ravnoteža broda nastaje pomakom težišta istisnine, pri čemu se stvara moment statičkog stabiliteta, suprotnog djelovanju vanjskih sila. Tada je položaj težišta sistema nisko a metacentarska visina pozitivna.

Do indiferentne ravnoteže dolazi u trenutku poklapanja točke početnog metacentra i težišta sistema. U takvom slučaju smanjenje kuta nagiba uzrokuje uspravljanje broda, a povećavanje kuta nagiba uzrokuje prevrtanje.

Labilna ravnoteža ima negativnu metacentarsku visinu, što znači da će se brod prevnuti uslijed djelovanja momenta vanjskih sila i statičkog stabiliteta u istom smjeru. Težište sustava nalazi se iznad točke početnog metacentra [26].

Za postizanje stabilnosti broda pri plovidbi, od izrazite je važnosti stabilitet težina i forme broda, zbog čega je nužno detaljno poznavanje propisa o stabilitetu, poznavanje glavnih značajki broda i njegovih ukrcajnih kapaciteta, korištenje brodskih tablica i dijagrama, te povoljan razmještaj tereta.

6. ZAKLJUČAK

Pomorstvo je umijeće plovidbe a uključuje sva znanja, vještine i sposobnosti za manevriranje i upravljanje brodom. Za zvanje pomorca na području Republike Hrvatske osoba se može školovati na srednjoškolskoj razini, pomorskom fakultetu i pomorskom odjelu. Srednjoškolsko obrazovanje podrazumijeva radnu razinu. Nakon završetka te škole, učenici mogu ploviti a nakon navršenih godinu dana plovidbe u mogućnosti su dobiti Svjedodžbu o osposobljenosti. Na razini Republike Hrvatske danas postoje tri pomorske škole, u Zadru, Splitu i Bakru. Formalni, neprekinuti sustav obrazovanja uključuje stručne i sveučilišne studije, fakultete, sveučilišta i visoka učilišta, čijim završetkom se dobiva, stučno, odnosno akademsko zvanje, kao i STCW svjedodžbe o pojedinim odslušanim kolegijima. Ovakav sustav obrazovanja traje između 3 i 8 godina. S druge strane, kod naizmjeničnog sustava formalnog obrazovanja kombinira se teorija i praksa na način da se unutar perioda plovidbene službe pomoraca uključuje nekoliko faza školovanja u trajanju od nekoliko mjeseci godišnje. Važno je napomenuti i segment neformalnog obrazovanja koji podrazumijeva obrazovanje za specifične namjene ili vrste brodova.

Cjelokupan obrazovni sustav u pomorstvu osmišljen je da što kvalitetnije pripremi učenike i studente za njihov budući posao. Tu važnu ulogu ima matematika. Tijekom svog studiranja, studenti slušaju nekoliko matematičkih i s njima usko vezanih predmeta poput Astronomske i Terestričke navigacije, te Rukovanja teretom. Navedeni kolegiji koriste matematičke zakonitosti i jednadžbe pri rješavanju problema stabiliteta broda, navigacije putem nebeskih tijela i određivanja položaja broda. Svaki od tih kolegija predstavlja i osnovu i nadogradnju za neki drugi kolegij.

U današnje vrijeme, primjena najnovijih tehnoloških rješenja i kompjuterizacija gotovo u potpunosti zamjenjuje ljudski rad. Međutim, osim što mora detaljno poznavati ove uređaje i baratati njima, posada broda dužna je poznavati i u svakom trenutku biti u stanju obaviti manualnu navigaciju broda u izvanrednim okolnostima, za što se priprema tijekom svoje studijske izobrazbe. U pogledu stabilnosti broda, od izrazite je važnosti stabilitet masa na brodu i forma samog broda, zbog čega je nužno detaljno poznavanje propisa o stabilitetu, poznavanje glavnih značajki broda i njegovih ukrcajnih kapaciteta, korištenje brodskih tablica i dijagrama, te povoljan razmještaj tereta. Svako veće odstupanje može dovesti do prevrtanja broda. Sve su to razlozi zbog kojih pomorac mora znati primjeniti matematiku prilikom obavljanja svog posla.

LITERATURA

[1] Akakpo, G. S. K.: *The role and relevance of mathematics in the maritime industry*, African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences Vol. 12, 2016., str. 75.

[2] Bowditch, N.: *The american practical navigator - an epitome of navigation*, National imagery and mapping agency, Bethesda, Maryland, Pub. No. 9., 1995., URL: http://geocenter.survey.ntua.gr/main/labs/carto/academic/persons/bnakos_site_nafp/documentation/american_practical_navigator.pdf (pristupljeno 29. lipanj 2020.)

[3] Budiaman, R.: *Loksodromska plovidba, ortodromska plovidba, kombinirana plovidba*, URL: https://slideplayer.gr/slide/14360659/ (pristupljeno 30. lipanj 2020.)

[4] Cade, A.: *Thalesov dopinos matematici*, URL: http://thalesprojectcadeandrew.weebly.com/contribution.html (pristupljeno 25. lipanj 2020.)

[5] Caputo, A.: *International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Seafarers*, International Maritime Organization, London, 2001., URL: https://www.saturatore.it/Diritto/STCW95.pdf (pristupljeno 01. srpanj 2020.)

[6] Courant, R., Robbins, H.: *What is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods*, Oxford University Press, Oxford, 1941.

[7] Definitions: *Geometry*, URL: https://www.definitions.net/definition/Geometry (pristupljeno 24. lipanj 2020.)

[8] Enciklopedija.hr: *Matematika*, URL: https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=39398 (23. lipanj 2020.)

[9] Farmer, W. M., Mohrenschildt, M.: *An Overview of A Formal Framework For Managing Mathematics*, McMaster University, Ontario, 2003., str. 1.-2.

[10] Gelfand, I. M., Saul, M.: Trigonometry. 2. izdanje. *Library of Congress Cataloging*, USA, 1999., URL: https://users.auth.gr/~siskakis/GelfandSaul-Trigonometry.pdf (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[11] Hrvatska tehnička enciklopedija: *Brod-plovnost, Brod-stabilitet*, 2016., URL: https://tehnika.lzmk.hr/tehnickaenciklopedija/brod_3_stabilitet_broda.pdf (pristupljeno 04. srpanj 2020.)

[12] Jašić, D. et. al.: *Planiranje pomorskog putovanja*, Znanstvena knjižnica Zadar, Sveučilište u Zadru, Pomorski odjel, 2011., str. 1.-15.

[13] Klarin, M.: *Terestrika*, predavanja, Sveučilište u Zadru, URL: http://www.unizd.hr /Portals/1/nastmat/Terestrika/Terestrika1-Klarin.PDF (pristupljeno 29. lipanj 2020.)

[14] Kiersz, A.: *Classic mathematicians*, 2014., URL: https://www.businessinside r.com/12-classic-mathematicians-2014-7#john-napier-1550-1617-5 (pristupljeno 26. lipanj 2020.)

[15] Krstulović, L.: *Stajnica u navigaciji*, završni rad, Sveučilište u Splitu, Pomorski fakultet, Split, 2016., URL: https://repozitorij.pfst.unist.hr/islandora/object/pfst%3A50/dat astream/PDF/view (pristupljeno 01. srpanj 2020.)

[16] Leksikografski zavod Miroslav Krleža: *Navigacija*, URL: https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=43139 (pristupljeno 30. lipanj 2020.)

[17] Lipovac, M.: *Ortodromska navigacija i njen ekonomski značaj*, Naše more, znanstveni časopis za more i pomorstvo,Vol. 5 No. 1, 1958., str. 39.-43.

[18] Maidorn, P.: *An introduction to trigonometry*, URL: http://uregina.ca/~maidornp/fi les/m102trignotes.pdf (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[19] Marine Insight: *What is dead revkoning navigation technique at sea*, URL: https://www.marineinsight.com/marine-navigation/what-is-dead-reckoning-navigation-technique-at-sea/ (pristupljeno 29. lipanj 2020.)

[20] Maurya, R. P.: *Nature, development and history of mathematics*, Department of Education in Science and Mathematics, National Council of Educational Research and Training, New Delhi, URL: http://www.ncert.nic.in/pdf_files/Paper%20R.P.pdf (pristupljeno 23. lipanj 2020.)

[21] Miloš, V.: *Sustav obrazovanja pomoraca u Republici Hrvatskoj,* završni rad, Sveučilište u Zadru, Pomorski odjel, Nautički odsjek, Zadar, 2016., URL:

https://repozitorij.unizd.hr/islandora/object/unizd%3A672/datastream/PDF/view (pristupljeno 01. srpanj 2020.)

[22] Navigation: *Latitude and Longitude, Sextants and Chronometers Help Sailors Find Their Position at Sea,* 2014., URL: https://sultanaeducation.org/wp-content/uploads/2014/06/Navigation-latitude-and-longitude.pdf (pristupljeno 01. srpanj 2002.)

[23] New World Encyclopedia: *Arhimed,* URL: https://www.newworldencyclopedia.org/entry/Archimedes (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[24] O"Connor, J. J., Robertson, E. F.: *Johann Müller Regiomontanus*, St. Andrews Faculty, Scottland, 2004., URL: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Regiomontanus/ (pristupljeno 28. lipanj 2002.)

[25] Perčić, U.: *Obrazovanje pomoraca za djelovanje u izvanrednim okolnostima,* magistarski rad, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2006.

[26] Pušić, D.: *Poznavanje broda i plovidbe,* nastavni materijali, URL: https://www.fsb.unizg.hr/kziha/Predavanja%20poznavanje%20broda%20i%20plovidbe%20II.pdf (05. srpanj 2020.)

[27] Radford.edu: *Euclidean geometry and axiomatic systems,* 2010., URL: https://www.radford.edu/~wacase/Geometry%20Notes%201.pdf (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[28] Raymond Jones, A.: *Ptolomej,* URL: https://www.britannica.com/biography/Ptolemy (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[29] Roso, T.: *Matematika-korisno oruđe u rukama pomoraca*, završni rad, Sveučilište u Splitu, Pomorski fakultet, Split, 2018., str. 15.-25.

[30] Službene stranice Pomorskog Fakulteta, Sveučilište u Splitu, URL: https://www.pfst.unist.hr/hr/buduci-studenti/preddiplomski-studiji/pomorska-nautika?view=studij&id=8&page=kolegiji (pristupljeno 02. srpanj 2020.)

[31] Smetanova, D. et. al.: *Mercator"s projection– a breakthrough in maritime navigation,* Naše more, znanstveni časopis za more i pomorstvo, Vol. 63, No. 3, 2016., str. 182.-184.

[32] Stanivuk, T. et. al.: *Mathematics as a Science and Marine Activity Follow Each Other Throughout History*, Transactions on maritime science, Vol. 6., Broj 01., 2017., str. 55.-60.

[33] Statista: *Tonnage of worldwide maritime trade since 1990.*, URL: https://www.statista.com/statistics/264117/tonnage-of-worldwide-maritime-trade-since-1990/ (pristupljeno 29. lipanj 2020.)

[34] Tomić, N.: *Mercatorova i srodne kartografske projekcije*, diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno–matematički fakultet, Zagreb, 2017., str. 6.-13.

[35] Topić, D.: *Galoisova teorija*, Sveučilište u Zagrebu, diplomski rad, Prirodoslovno–matematički fakultet, Zagreb, 2016.

[36] URL: https://booksite.elsevier.com/samplechapters/9780750660006/9780750660006.PDF (pristupljeno 04. srpanj 2020.)

[37] Vialar, T.: *Handbook of Mathematics*, Books on Demand, Nanterre Cedex, France, 2015.

[38] Wikipedia: *Applied mathematics*, URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Applied_mathematics (pristupljeno 28. lipanj 2020.)

[39] Wikipedija, *Područja matematike*, URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Areas_of_mathematics#Algebra (pristupljeno 23. lipanj 2020.)

[40] Zorović, D.: Rješavanje loksodromskih zadataka, Prilog nautičkoj praksi, *Naše more*: znanstveni časopis za more i pomorstvo, Vol. 30., No. 5, 1983., str. 180.-184.

POPIS SLIKA

Slika 1. Kartezijski sustav koordinata [20] 4
Slika 2. Thalesov teorem [4] 7
Slika 3. Pitagorin poučak [14] 8
Slika 4. Prikaz kružnice za izračun mjere stupnja i radijanske mjere [10] 10
Slika 5. Faze putovanja brodom [12] 13
Slika 6. Ortodroma (lijevo) i loksodroma (desno) [13] 21
Slika 7. Prikaz trokuta ΔABN [37] 22
Slika 8. Cilindrična projekcija [34] 24
Slika 9. Prikaz visinske metode [15] 27
Slika 10. Okomice (LPP) [26] 30
Slika 11. Sredina broda [26] 31
Slika 12. Uzdužni centar gravitacije (LCG) [26] 31
Slika 13. Položaji ravnoteže broda [26] 33

POPIS TABLICA

Tablica 1. Euklidov skup aksioma i postulata [27] 8

Tablica 2. Razine sveučilišnih studija u Republici Hrvatskoj [21] 16

Tablica 3. Studijski pomorski programi na sveučilištima i sveučilišnim odjelima u Republici Hrvatskoj [21] 17

POPIS KRATICA

DR (eng. *Dead Reckoning*) Mrtvo računanje

ECTS (eng. *European Credit Transfer and Accumulation System*) Europski sustav prijenosa i prikupljanja bodova

LCF (eng. *Longitudinal Centre of Flotation*) Uzdužni centar plutanja

LCG (eng. *Longitudinal Centre of Gravity*) Uzdužni centar gravitacije

LPP (eng. *Length between Perpendiculars*) Duljina među okomicama

STCW (eng. *International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Seafarers*) Međunarodna konvencija o standardima izobrazbe, izdavanju svjedodžbi i držanju straže pomoraca

TPS (eng.*Tons per centimeter immersion*) Tona po centimetru