

# Određivanje diferencijalne rotacije Sunca koristeći Kanzelhöhe slike Sunčevog diska za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti

---

Šibenik, Luka

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka / Sveučilište u Rijeci**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:194:231822>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-29**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Physics - PHYRI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
FAKULTET ZA FIZIKU



**Određivanje diferencijalne  
rotacije Sunca koristeći  
Kanzelhöhe slike Sunčevog  
diska za 19. ciklus Sunčeve  
aktivnosti**

**Luka Šibenik**

Diplomski rad

Rijeka, 2024.



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
FAKULTET ZA FIZIKU  
Diplomski studij Fizika  
Smjer: Astrofizika i fizika elementarnih čestica



**Određivanje diferencijalne  
rotacije Sunca koristeći  
Kanzelhöhe slike Sunčevog  
diska za 19. ciklus Sunčeve  
aktivnosti**

**Luka Šibenik**

Diplomski rad

**Mentorica: doc. dr. sc. Ivana Poljančić  
Beljan**

**Komentor: dr. sc. Tomislav Jurkić**

Rijeka, 2024.

# Određivanje diferencijalne rotacije Sunca koristeći Kanzelhöhe slike Sunčevog diska za period 1954-1964

## Sažetak

Sunčev dinamo odgovoran je za kompleksnu magnetsku strukturu Sunca. Jedan od ključnih elemenata za održavanje Sunčevog dinama je diferencijalna rotacija Sunca, čija se mjerenja u principu zasnivaju na tri metode: heliosizmologija, spektroskopija i praćenje pomaka ustrojstava. Sunčeve pjega imaju prednost zbog dostupnih dugoročnih opažanja i zapisa podataka u usporedbi s ostalim ustrojstvima. Mnogi opservatoriji čuvaju baze podataka s crtežima pjega na Sunčevom disku, a među onima s dugom tradicijom nalazi se i *Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental Research* (KSO). U ovom radu analizirana je diferencijalna rotacija Sunca koristeći Kanzelhöhe slike Sunčevog diska za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti (1954 - 1964) s fokusom na određivanje parametara ( $A$ ,  $B$ ) diferencijalne rotacije i određivanje asimetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora (asimetrija sjever - jug). Realizacija ovog cilja ostvarena je jednostavnim postupkom koji se sastoji od četiri koraka. Na početku su manualno identificirani položaji Sunčevih pjega i grupa pjega. Sinodičke brzine izračunate su iz položaja grupe pjega s dvije različite metode: metodom dnevnog pomaka (DS metoda) grupe pjega i robustnom metodom najmanjih kvadrata (rLSQ metoda), a sinodička rotacijska brzina pretvorena je u sideričku rotacijsku brzinu koristeći specifični korekcijski faktor koji odgovara relativnom gibanju Zemlje i Sunca u danom trenutku. U konačnici su određeni parametri diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$  prilagodbom izraza  $\omega = A + B \sin^2 b$  na sideričke brzine  $\omega$  u ovisnosti o pridruženim kvadratima sinusa heliografskih širina  $\sin^2 b$ .

Kvalitativni opis Sunčeve rotacije za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti (1954 - 1964) u skladu je sa standardnim modelom diferencijalne rotacije Sunca. Konkretno rečeno, kutna brzina rotacije Sunca smanjuje

se od ekvatora prema polovima na simetričan način za obje hemisfere (N i S), sa specifičnim kvantitativnim profilom:

$$\omega_{\text{sid}} = (14.39 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.70 \pm 0.15) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan}$$

$$\omega_{\text{sid}} = (14.33 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.31 \pm 0.12) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan}$$

za rLSQ i DS metodu, respektivno.

**Ključne riječi:** Diferencijalna rotacija Sunca, crteži Sunčevog diska, 19. Sunčev ciklus (1954 -1964), Sunčeve pjege, simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora, Sunčev dinamo, fotosfera, Sunce.

# The measurements of the solar differential rotation from the Kanzelhöhe sunspot drawings for the period 1954–1964

## Abstract

The solar dynamo is responsible for the tangled magnetic structure of the Sun. One of the key elements for maintaining the Sun's dynamo is the Sun's differential rotation, which is measured using three principal methods: helioseismology, spectroscopy, and tracking the movement of solar structures (the tracer method). Sunspots have the advantage of long-term observations and data records compared to other tracers. Many observatories retain databases with patterns of sunspots on the solar disc, and among those with a long tradition is the Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental Research (KSO). In this paper, the differential rotation of the Sun is analyzed using Kanzelhöhe drawings of the solar disc for the solar cycle No. 19 (years 1954 - 1964), with a focus on determining the parameters ( $A$ ,  $B$ ) of the differential rotation and evaluating the asymmetry in the Sun's rotation around the equator. The realization of this aim was achieved through a simple procedure consisting of four steps. In the first step, the positions of sunspots and sunspot groups were identified manually. The synodic velocities were calculated from the positions of the sunspot groups using two different methods: the daily shift method (DS method) and the robust least squares method (rLSQ method). The synodic rotation velocity was then converted to the sidereal rotation velocity using a specific correction factor that accounts for the relative motion of the Earth and the Sun at a given moment. At the end, the parameters of differential rotation,  $A$  and  $B$ , were determined by fitting the expression  $\omega = A + B \sin^2 b$  to the sidereal velocity  $\omega$  depending on the corresponding squares of the sine of the heliographic latitude  $\sin^2 b$ .

The qualitative description of the Sun's rotation for the solar cycle No. 19 (years 1954 - 1964) is consistent with the standard model of differential rotation. In particular, the angular velocity of the Sun's rotation decreases from the equator toward the poles, symmetrically in both hemispheres (N and S), with a specific quantitative profile of rotation:

$$\omega_{\text{sid}} = (14.39 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.70 \pm 0.15) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan}$$

$$\omega_{\text{sid}} = (14.33 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.31 \pm 0.12) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan}$$

for the rLSQ and DS method, respectively.

**Key words:** differential rotation of the Sun, drawings of the solar disc, 19th solar cycle, sunspots, symmetry in rotation around the Sun's equator, solar dynamo, Sun, photosphere.



# Sadržaj

<b>Sažetak</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
1.1 Zvijezde . . . . .	1
1.2 Sunce . . . . .	1
1.2.1 Sunčeva unutrašnjost . . . . .	2
<b>2 Sunčeve pjege</b>	<b>4</b>
2.1 Sunčeva atmosfera . . . . .	4
2.2 Povijesni zapisi i opažanja Sunčevih pjega . . . . .	4
2.3 Svojstva i karakteristike Sunčevih pjega . . . . .	5
2.4 Sunčevi ciklusi aktivnosti . . . . .	8
<b>3 Diferencijalna rotacija Sunca</b>	<b>12</b>
3.1 Općenito o diferencijalnoj rotaciji Sunca . . . . .	13
3.2 Magnetski dinamo Sunca . . . . .	14
3.3 Metode određivanja diferencijalne rotacije Sunca . . . . .	17
3.4 Pregled rezultata odabranih mjerenja diferencijalne rotacije koristeći pjege kao ustrojstva . . . . .	19
<b>4 Metode i ciljevi</b>	<b>22</b>
4.1 Opažanja i instrumenti . . . . .	22
4.2 Određivanje položaja (heliografskih koordinata) pjega i grupa pjega . . . . .	24
4.3 Priprema podataka za obradu . . . . .	27
4.4 Određivanje sideričkih brzina . . . . .	27
<b>5 Rezultati i diskusija</b>	<b>29</b>
5.1 Simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora . . . . .	29

5.2	Profil i parametri diferencijalne rotacije Sunca tijekom 19. Sunčevog ciklusa . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>41</b>
	<b>Dodatak A Matematički alati i rotacija Sunca</b>	<b>43</b>
A.1	Heliografske koordinate . . . . .	43
A.2	Pretvaranje sinodičkog perioda u siderički period . . . . .	50
A.3	Određivanje vrijednosti raznih elemenata . . . . .	51
	<b>Popis literature</b>	<b>54</b>
	<b>Popis i izvori slika</b>	<b>59</b>
	<b>Popis tablica</b>	<b>61</b>

# 1 Uvod

## 1.1 Zvijezde

Astronomija je prirodna znanost s bogatom poviješću od nekoliko tisuća godina. Rana astronomija bila je alat za navigaciju, agrikulturu, religiozne rituale, određivanje intervala vremena. Razvojem matematike i fizike, astronomija se transformira u egzaktnu znanost koju danas nazivamo astrofizika. Astrofizika se bavi proučavanjem pojava i objekata (zvijezde, planeti, galaksije, ...) u svemiru.

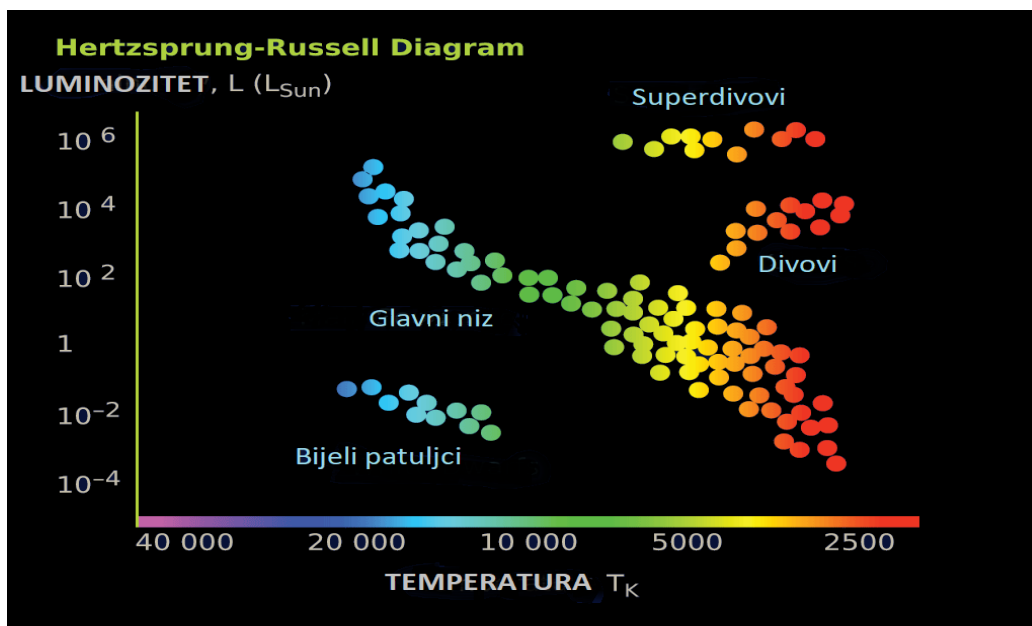
Zvijezda je masivno nebesko tijelo koje zrači pomoću vlastitog izvora energije. Procjenjuje se da u svemiru ima oko  $10^{24}$  zvijezda [1], pa je i za očekivati raznolikost među njima. Najčešća klasifikacija je na temelju spektralnih karakteristika, takozvani spektralni tip koji se dijeli na klase: O, B, A, F, G, K, M i deset potklasa: 0-9. Ovakva podjela razvrstava zvijezde od najtoplijih (tip O) do najhladnijih (tip M) [2]. Uz to zvijezde pokrivaju širok spektar vrijednosti luminoziteta i apsolutnih magnituda. Veza između luminoziteta ili apsolutne magnituda i spektralne klase ili temperature može se prikazati na Hertzsprung–Russellovom ili HR dijagramu (slika 1).

Većina zvijezda nalazi se na glavnom nizu, koji je karakteriziran procesom fuzije vodika u helij unutar jezgre zvijezde. Specifičan položaj na nizu ovisi samo o masi zvijezde. Nakon što se istroše zalihe vodika, zvijezda se pomiče s glavnog niza, gdje provodi najveći dio života, prema divovima, superdivovima ili bijelim patuljcima ovisno o masi [2].

Na slici 1, zvijezde glavnog niza prikazane su na pruzi koja se proteže od gornjeg lijevog dijela do donjeg desnog dijela dijagrama, bijeli patuljci prikazani su u donjem lijevom dijelu dijagrama, dok se divovi nalaze u gornjem desnom dijelu dijagrama.

## 1.2 Sunce

Sunce je zvijezda glavnog niza spektralne klasifikacije G2 [2] s površinskom temperaturom oko 5777 K. Zbog veličine i boje Sunce i sve zvijezde slične



Slika 1: HR dijagram [3]

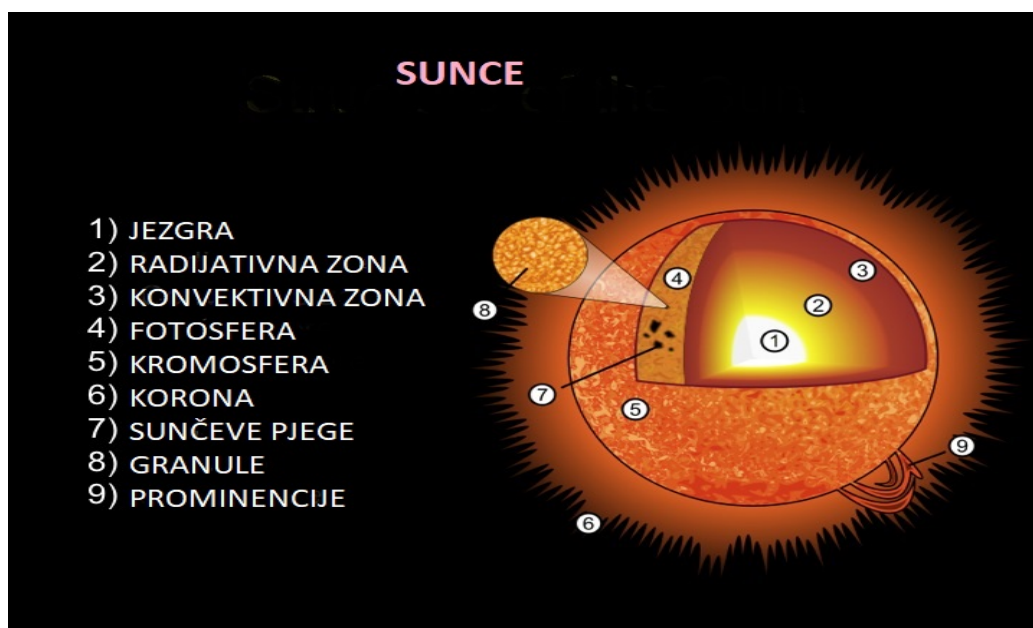
Suncu nazivaju se žuti patuljci. U ovisnosti o položaju unutar Sunca, gustoća, temperatura i dominantni fizikalni proces će se razlikovati, pa se Sunce obično dijeli [4] na unutrašnjost (jezgra, radijativna zona, konvektivna zona) i atmosferu (fotosfera, kromosfera, korona) (slika 2).

### 1.2.1 Sunčeva unutrašnjost

Sunčeva jezgra je unutarnji dio Sunca koji obuhvaća otprilike 0,3 radijusa i unutar koje se generira gotovo sav izvor energije Sunca i to putem nuklearne fuzije vodika u helij, tako da se masa pretvara u energiju. Primarni mehanizam fuzije je proton-proton niz, dok CNO ciklus predstavlja tek mali udio svih reakcija [2].

Energija proizvedena u jezgri Sunca prenosi se prema van putem radijacije ili konvekcije ovisno o temperaturnom gradijentu. Ukoliko je temperaturni gradijent manji od adijabatskog temperaturnog gradijenta zona će biti radijativnog tipa [2].

Radijativna zona proteže se od vanjskoga dijela jezgre sve do podnožja konvektivne zone i karakterizira ju prijenos energije putem zračenja. Zbog



Slika 2: Struktura Sunca [5]

vrlo velike gustoće fotoni se u radijativnoj zoni konstantno raspršuju, absorbiraju i emitiraju na ionima vodika i helija. Iako emisija nema preferencijalni smjer, zbog smanjenja temperature i tlaka od središta prema van, fotoni će se u prosjeku gibati prema van [6].

Tahoklina je tanki sloj u kojem dolazi do prijelaza uniformne rotacije (radijativna zona) u diferencijalnu rotaciju (konvektivna zona). Smatra se da struje nastale u ovom području kao posljedica smičnog naprezanja stvaraju magnetsko polje Sunca [2].

U konvektivskoj zoni opacitet je dovoljno velik da spriječi prijenos energije radijacijom, pa dominantno postaje miješanje plazme ili konvekcija. Vruće nakupine plazme, tzv. konvektivske ćelije ili granule, uzdižu se prema površini Sunca gdje zrače i gube energiju. Ohlađene nakupine plazme padaju natrag na dno konvektivske zone gdje se miješaju, te se proces spuštanja i dizanja granula ponavlja. Granule prodiru do ruba fotosfere i zaslužne su za zrnast izgled Sunca [2].

## 2 Sunčeve pjege

### 2.1 Sunčeva atmosfera

Fotosfera je vidljiva površina Sunca. Iako je položaj početaka fotosfere proizvoljan, prosječan spektar Sunca (aproksimativno spektar zračenja crnog tijela) emitira se na optičkoj dubini s temperaturom jednakom  $T_e = 5777$  K. Na taj način, energija nastala u jezgri konačno neometano napušta Sunce u obliku fotona [4].

Kromosferu karakterizira porast temperature s visinom sve do otprilike 10000 K, kao i specifične emisijske linije na kraćim i dužim valnim duljinama u odnosu na vidljiv i UV dio elektromagnetskog područja. Emisijske linije postoje i u vidljivom dijelu spektra, kao što je na primjer dominantna  $H_\alpha$  linija, ali se mogu opaziti samo tijekom pomrčine Sunca kada nisu preplavljene zračenjem fotosfere [2].

Iznad kromosfere, u prijelaznom području, dolazi do naglog povećanja temperature unutar 100 km koja poprima vrijednosti veće od  $10^6$  K u koroni. Postoji nekoliko predloženih modela koji pokušavaju objasniti ovu pojavu zagrijavanja korone [2].

Sunčeva atmosfera bogata je raznolikim strukturama i pojavama koje variraju tijekom Sunčevog ciklusa, a neke od njih mogu se koristiti za određivanje diferencijalne rotacije Sunca. Spikule, prominencije, koronalni izbačaji mase, granule, Sunčeve pjege samo su neki od primjera. U nastavku rada detaljnije će biti opisane Sunčeve pjege [2].

### 2.2 Povijesni zapisi i opažanja Sunčevih pjega

U kineskoj knjizi *I Ching*, dovršenoj oko 800. g. pr. Kr., mogu se pronaći najstariji zapisi o aktivnosti Sunca i Sunčevim pjegama. Opažanje pjega bilo je učestalo među kineskim i korejskim astronomima, ali John od Worcestera bio je prvi koji je grafički, u obliku crteža, zabilježio Sunčeve pjege u porsincu 1128. godine. Europljani, pod utjecajem antičko-grčke filozofije i znanosti, isprva su odbacili hipotezu postojanja pjega. Aristotelova ideja savršenih

nebeskih tijela imala je presudnu ulogu u ovakvom načinu razmišljanja [7].

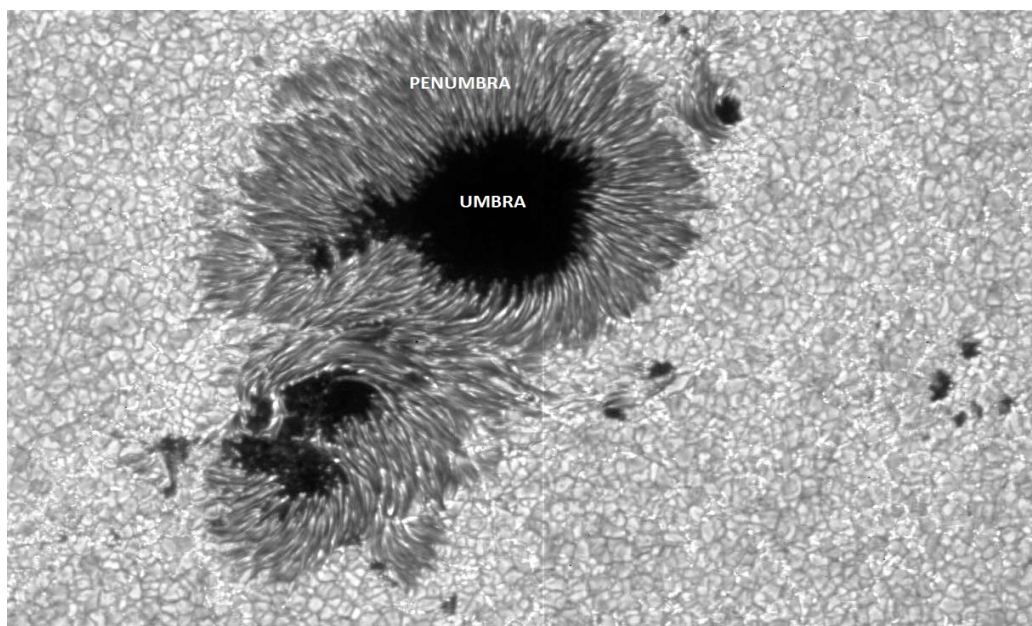
U 16. i 17. stoljeću drastično se mijenja pogled na prirodu i Svemir, što se uobičajeno naziva Znanstvena revolucija. U isto vrijeme dolazi do razvitka tehnologije i izuma, a posebno važan bio je teleskop koji je pomogao razjasniti prirodu Sunčevih pjega. Thomas Harriot prvi je upotrijebio teleskop za promatranje i analizu Sunčevih pjega u 1609. godini. Dvije godine kasnije David i Johannes Fabricius objavljuju „*On the spots observed in the Sun and their apparent rotation with the Sun*”, bez utjecaja na nadolazeću debatu između Christophera Scheinera i Galilea Galileia tijekom 1612. godine i 1613. godine [7].

Christopher Scheiner u tekstu „*Three Letters on Solar Spots*” pokušava objasniti Sunčeve pjege kao neotkrivene planete koji orbitiraju oko Sunca i jedino su vidljivi kada se nalaze ispred Sunca, kako bi očuvao učenja Crkve o savršenom Suncu. Uslijedila je razmjena pisama između Scheinera i Galilea preko posrednika oko porijekla pjega. Na kraju, Galileo je bio u pravu i ispravno zaključio da se pjege nalaze u atmosferi ili na samoj površini Sunca [8].

### 2.3 Svojstva i karakteristike Sunčevih pjega

Magnetsko polje nije jednoliko raspodijeljeno po površini Sunca. Za razliku od većine fotosfere koju karakteriziraju vrijednosti magnetskog polja od nekoliko Gaussa, aktivna područja, gdje su Sunčeve pjege od primarnog značaja, prožeta su kompleksnim magnetskim poljima koja dosežu iznose do čak nekoliko tisuća Gaussa [10, 11]. Spajanje pora i snopova silnica magnetskog polja (eng. *magnetic flux tubes*) nastaje veća pora [12, 13, 14, 15], koja predstavlja umbru. Ukoliko promjer pore prijeđe 3500 km ili magnetski tok dosegne  $1 \cdot 10^{12}$  Wb, tada će se formirati penumbra [16]. Umbra i penumbra osnovni su dijelovi Sunčevih pjega. Nakon određenog vremena, što je najčešće od nekoliko sati do tri mjeseca, pjege će nestati, a one koje su bile dobro razvijene doseći će i do 40000 km u promjeru. Tamna umbra, okružena je vlaknima svjetlije penumbre kao što je prikazano na slici 3.

Postojanje magnetskog polja može se utvrditi opažanjem spektralnih li-



Slika 3: Sunčeva pjega [17]

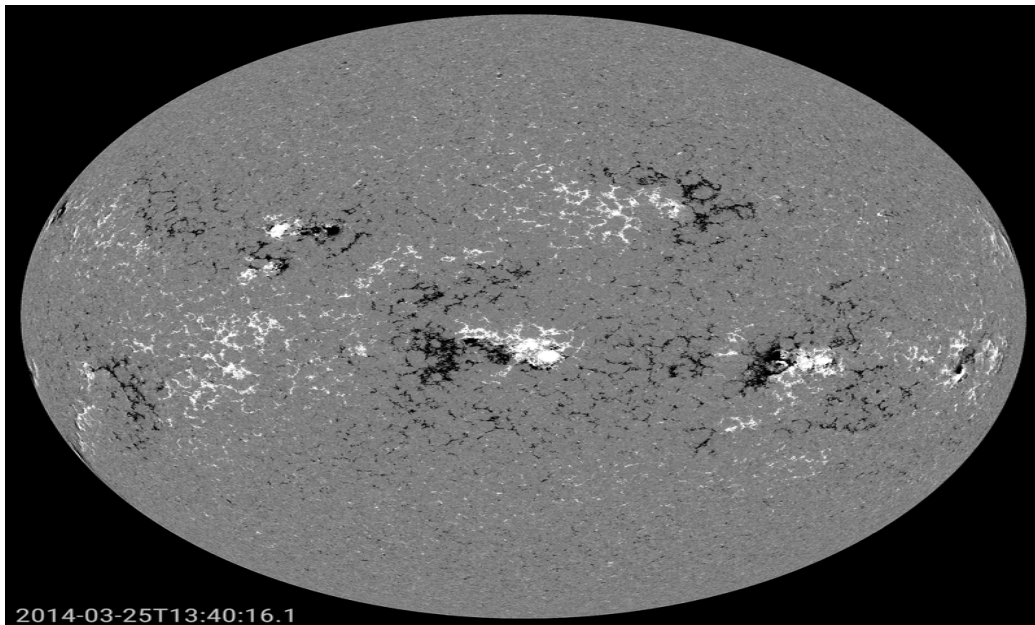
nija nastalih na području pjege [2]. Prema Zeemanovom efektu, spektralne linije plina u magnetskom polju će se rascjepkati na više komponenti. Količina cjepanja proporcionalna je snazi koja se smanjuje od središta umbre (oko 2800 G) preko područja penumbre (sve do 1000 G), dok polarizacija svjetlosti odgovara smjeru magnetskog polja. Mjerenja pokazuju da je smjer skoro vertikalni u središtu umbre, te se kut otklona u odnosu na vertikalnu povećava prema rubu pjege [10]. Na magnetogramu Sunca (slika 4), crna i bijela boja prikazuju dvije polarizacije magnetskog polja u aktivnim područjima i Sunčevim pjegama.

Jaka magnetska polja potisnut će protok energije konvekcijom na površinu Sunca, rezultirajući značajno nižim temperaturama i specifičnom tamnom<sup>1</sup> pojavom Sunčevih pjege [2]. Eksplicitno, za područje umbre (penumbre) iradijancija će biti 20% (75%) od iradijancije kroz ekvivalentnu površinu fotosfere, što odgovara temperaturnom deficitu od 2000 K (400 K) [10, 18, 19]. Istovremena pojava velikog broja pjege smanjit će luminozitet Sunca i do 0.1% [2].

---

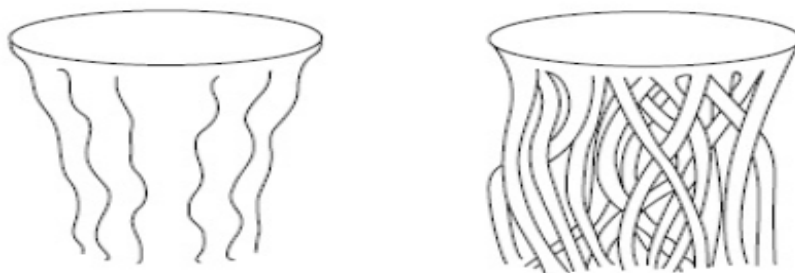
<sup>1</sup>Naravno Sunčeve pjege su sjajne, ali u usporedbi s ostatkom fotosfere izgledaju tamno.





Slika 4: Magnetogram Sunca [20]

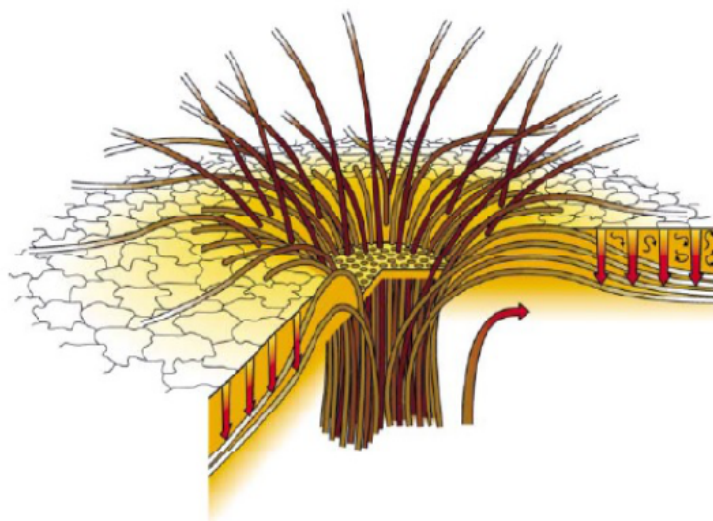
Postoji nekoliko teorijskih modela koji objašnjavaju tamnjenje umbre, kao što je na primjer Parkerov *cluster* model iz 1979. godine u kojemu se snopovi magnetskih silnica, između kojih nema prisutstva magnetskog polja, isprepliću u području ispod umbre. Ovakav opis objašnjava postojanje umbralnih točaka kao neometani prijenos energije konvekcijom u područjima gdje nema magnetskog polja [21]. Moguć je i opis kompaktnim poljem, takozvani monolitički model (eng. *monolithic model*).



Slika 5: Modeli magnetskog polja umbre. Lijevo: Monolitički model. Desno: *Cluster* model. Izvor:[18]

Grafički prikaz oba modela nalazi se na slici 5.

U usporedbi sa strukturom umbre, medij između vlakana penumbre je snažno magnetiziran. Dvije vrste vlakana pojavljuju se u penumbri: svijetla i tamna [11]. Svijetla vlakna, kod kojih je magnetsko polje otklonjeno<sup>2</sup> 30° na granici umbra-penumbra i 50°-60° na vanjskom rubu penumbre, ulaze u vanjske dijelove Sunčeve atmosfere. Tamna vlakna, kod kojih je magnetsko polje otklonjeno 65° na granici umbra-penumbra i skoro horizontalno na vanjskom rubu penumbre, uvijaju se po izlasku na površinu Sunca, dok neka zadiru i natrag pod površinu [18]. Stuktura penumbre nalik na isprepletana vlakna češlja (eng. *comb*) prikazana je na slici 6.



Slika 6: Model magnetskog polja penumbre [18]

## 2.4 Sunčevi ciklusi aktivnosti

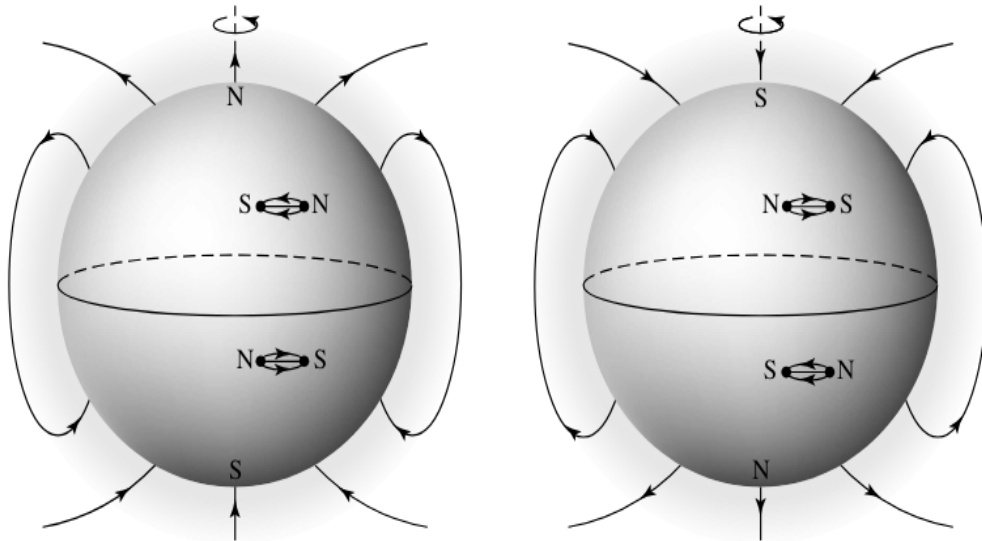
Najistraženiji Sunčev ciklus aktivnosti, tzv. Schwabe ciklus aktivnosti koji približno traje 11 godina, popraćen je istodobnom promjenom intenziteta Sunčevih baklji, koronalnih lukova, iradijance, koronalnih izbačaja masa. Broj i veličina Sunčevih pjega također varira tijekom ciklusa, a Wolfov broj

<sup>2</sup>Misli se na kut otklona u odnosu na vertikalu.

se uobičajeno koristi za mjeru broja Sunčevih pjega i grupa pjega:

$$R = k(10 \cdot g + s) \quad (1)$$

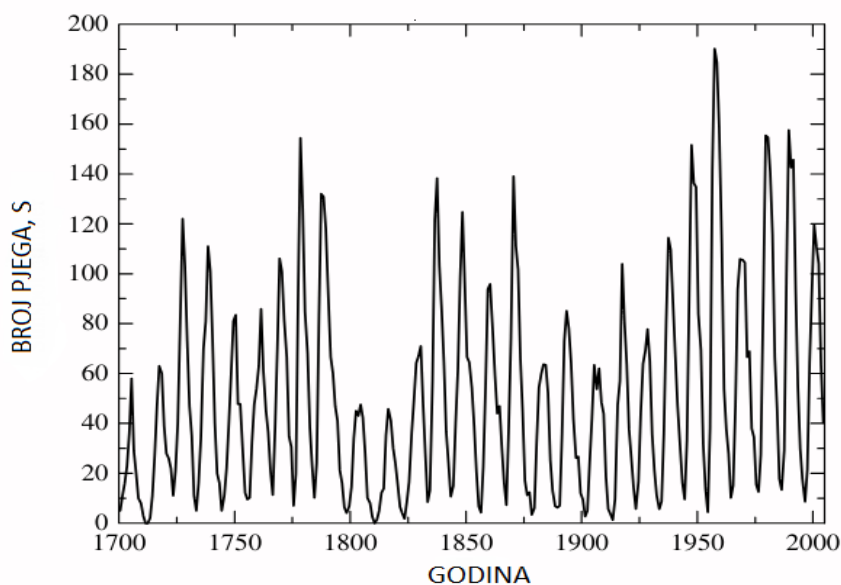
gdje je  $s$  - broj pjega,  $g$  - broj grupa pjega, a  $k$  - koeficijent koji ovisi o osjetljivosti astronomskega instrumenta i drugim uvjetima opažanja [22]. Sunčeve pjege najčešće se nalaze u skupinama. Hijerarhijski gledano, dominantna pjege (vodilica) vodit će jednu ili više pjega (pratilice) u smjeru rotacije. Tijekom cijelog Sunčevog ciklusa, sve vodilice u jednoj hemisferi imat će isti magnetski polaritet, dok će sve vodilice u drugoj hemisferi imati suprotni magnetski polaritet. Što se tiče pratilica, one će uvijek imati suprotan polaritet u odnosu na vodilicu bez obzira na hemisferu. Čak i kada je prisutan veliki broj pratilica, rezultanto polje će u principu biti bipolarno. Sa završetkom ciklusa dolazi do promjene polariteta vodilica, kao i zaokreta globalnog magnetskog polja Sunca [2]. Ilustracija opisane pojave prikazana je na slici 7.



Slika 7: Ilustracija promjene magnetskog polariteta para pjega i globalnog polja Sunca tijekom dva uzastopna ciklusa aktivnosti. Izvor: [2]

Zaokret polariteta uvijek se događa kada je broj Sunčevih pjega najma-

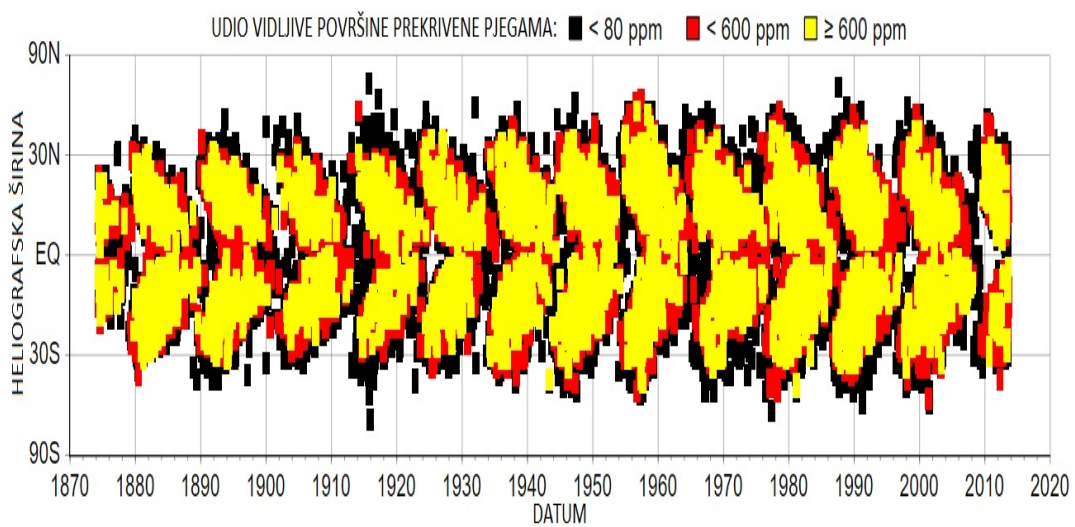
nji, odnosno tijekom minimuma Sunčeve aktivnosti. Nakon toga, u sljedećih 11 godina, broj pjega se povećava do maksimuma aktivnosti pa ponovno smanjuje. 11-godišnja periodičnost jasno se može vidjeti na slici 8.



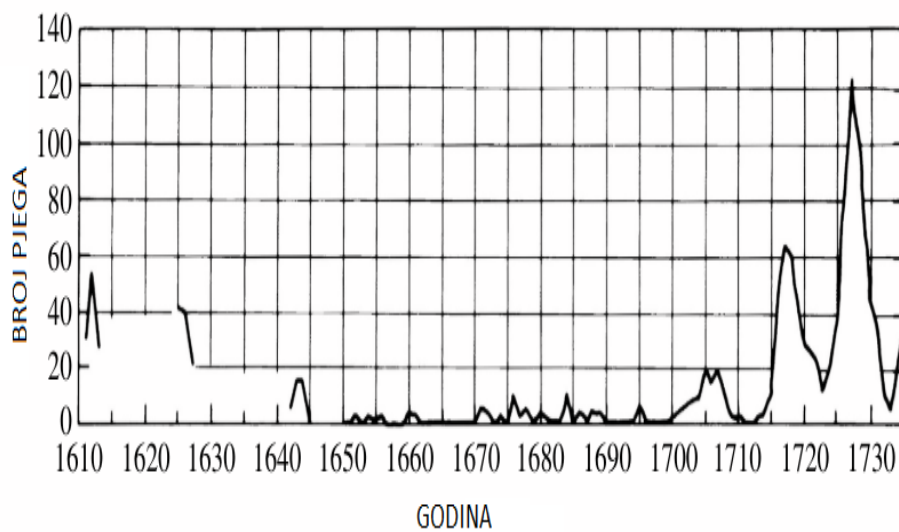
Slika 8: Broj pjega između 1700. godine i 2005. godine [2]

Osim broja, položaj formiranja pjega na heliografskoj širini također je periodičan i ograničen unutar ekvatorijalnog pojasa na  $\pm 40^\circ$  heliografske širine. Početkom Sunčevog ciklusa, Sunčeve pjege se nalaze na približno  $\pm 40^\circ$  heliografske širine. S vremenom, nove pjege pojavljuju se na progresivno nižim heliografskim širinama, sve do kraja ciklusa kada će posljednje pjege iščeznuti u blizini ekvatora. Prikaz položaja pjega kao funkcije vremena nalazi se na *butterfly* dijagramu (slika 9), gdje boja na odgovarajućem binu predstavlja udio Sunčeve površine prekrivene s pjegama. Osim toga, najveći broj pjega (tijekom maksimuma Sunčevog ciklusa) nalazi otprilike na sredini pojasa pojavljivanja pjega na obje hemisfere [2, 23].

Do sada spomenuti minimumi i maksimumi su lokalna pojava, u smislu vremena, no varijabilnost broja Sunčevih pjega opaža se i na puno većim vremenskim skalama. Na primjer, tijekom Maunderovog minimuma (slika 10), između 1672. godine i 1699. godine opaženo je svega 50 pjega [2].



Slika 9: Položaj pjega u ovisnosti o vremenu [24]



Slika 10: Maunderov minimum (1645.-1715.) [2]

### 3 Diferencijalna rotacija Sunca

Pažljivim promatranjem pjega uz pomoć teleskopa, Galileo je prvi zaključio da Sunce rotira. Nešto kasnije, Christopher Scheiner nadopunjava razumijevanje o kvalitativnoj prirodi Sunčeve rotacije. On je uočio da je brzina<sup>3</sup> rotacije manja na većim heliografskim širinama, ali precizne izračune diferencijalne rotacije Sunca izveo je Richard Carrington tek u 19. stoljeću [25].

Za potpuno razumijevanje diferencijalne rotacije Sunca treba uzeti u obzir modele transporta kutne količine gibanja i odgovarajuće jednadžbe magneto-hidrodinamike. Konkretno, povećanje brzine rotacije na nižim heliografskim širinama implicira najveći udio kutne količine gibanja na ekvatoru i području koje se nalazi u blizini ekvatora. Stoga, mora postojati mehanizam koji prenosi kutnu količinu gibanja s viših na niže heliografske širine [11]. Rezultantni profil diferencijalne rotacije Sunca u suštini je posljedica zajedničkog doprinosa meridijanskog strujanja, prijenosa Reynoldsovog naprežanja i magnetskog polja [21]. U radovima [26, 27] može se pronaći jednažba<sup>4</sup> prijenosa kutne količine gibanja sa sva tri doprinosa:

$$\rho r^2 \sin^2 \theta \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \nabla \left[ \rho r^2 \sin^2 \theta \Omega \vec{v}_m + \rho r \cdot \sin \theta \langle u_\phi \vec{u} \rangle - \frac{r \sin \theta}{4\pi} \left( \langle \vec{B} \rangle \langle B_\phi \rangle + \langle \vec{B}' B'_\phi \rangle \right) \right] = 0 \quad (2)$$

gdje je  $\rho$ -gustoća,  $\Omega$ -kutna brzina,  $\vec{u}$ -konvektivna brzina,  $\vec{v}_m$ -brzina meridijanskog gibanja,  $\vec{B} = \langle \vec{B} \rangle + \vec{B}'$ - magnetsko polje kao kombinacija srednje  $\langle \vec{B} \rangle$  i fluktuirajuće  $\vec{B}'$  vrijednosti polja. Matematički detalji i modeli prijenosa kutne količine gibanja nisu nužni za razumijevanje ove teze i metoda koje se koriste u nadolazećim poglavljima. Zbog toga, nastavak sekcije sastojat će se od općih informacija i kratkog pregleda diferencijalne rotacije Sunca.

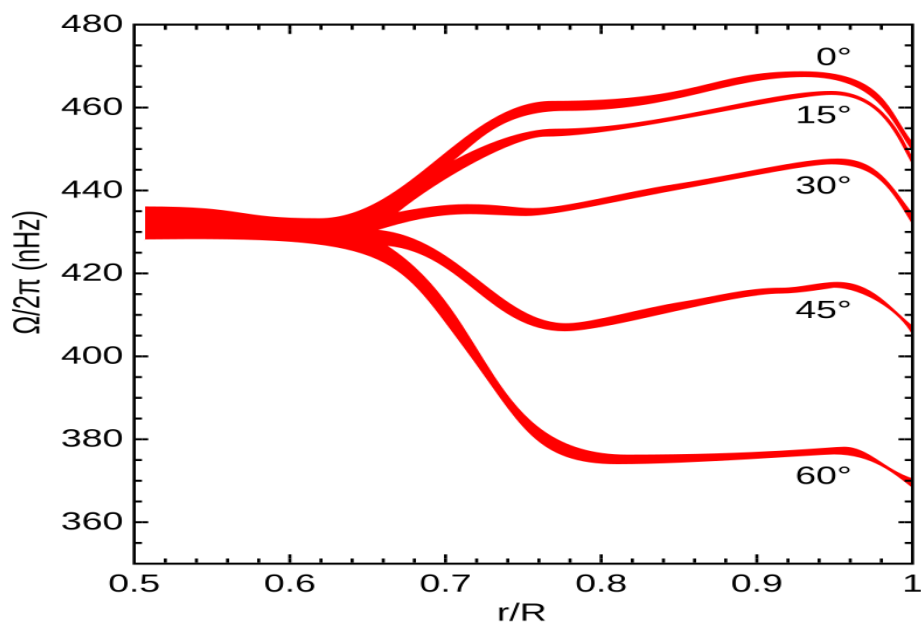
---

<sup>3</sup>Pod brzina (ovdje i općenito kada se razmatra diferencijalna rotacija) podrazumijeva se kutna brzina.

<sup>4</sup>Koristi se sferni koordinatni sustav  $(r, \phi, \theta)$ .

### 3.1 Općenito o diferencijalnoj rotaciji Sunca

Istraživanje svojstava i pojava u unutrašnjosti Sunca temeljeno je na helioseizmološkim metodama [2]. Rezultati dosadašnjih opažanja upućuju na uniformnu rotaciju od samoga središta sve do  $70\% R_{\odot}$  [25]. Preciznije rečeno, jezgra i radijativna zona rotiraju uniformno s gotovo jednakom kružnom frekvencijom [28] čija se mjerna nesigurnost značajno povećava za  $r < 0.1R_{\odot}$  [19]. U već spomenutoj tahoklini, koja predstavlja granicu radijativne i konvektivne zone, vrijednosti kutnih brzina na različitim heliografskim širinama počinju divergirati, dok manifestacija diferencijalne rotacije postaje jasno uočljiva u konvektivnoj zoni i fotosferi [11], što se može vidjeti na slici 11.



Slika 11: Prikaz kružne frekvencije u ovisnosti o položaju sloja unutar Sunca i heliografskoj širini. Izvor: [29]

Početak zone diferencijalne rotacije i početak konvektivske zone gotovo se podudaraju (vrijednost oko  $0.7 R_{\odot}$  na slici 11) što ide u prilog pretpostavci „međufigre” konvekcije i diferencijalne rotacije [11]. Osim toga, može se uočiti (slika 11) da je kružna frekvencija u dubokim slojevima Sunca jednaka

<sup>5</sup> $R_{\odot}$  je oznaka za polumjer Sunca.

kružnoj frekvenciji površine Sunca na  $\pm 30^\circ$  heliografske širine. Diferencijalna rotacija opaža se i u višim dijelovima atmosfere. Sličnosti s diferencijalnim profilom fotosfere posebno su izražene za koronu [11].

Profil diferencijalne rotacije površine Sunca najčešće se modelira empirijskim relacijama s pretpostavkom simetrije u rotaciji obje hemisfere Sunca. Richard Carrington formulirao je svoje zaključke u obliku  $\omega = \sin^{\frac{7}{4}} \psi$  (gdje  $\psi$  označava heliografsku širinu), dok se u današnje vrijeme obično koristi izraz [11]:

$$\omega = A + B \sin^2 b + C \sin^4 b \quad (3)$$

gdje je  $\omega$  - kružna brzina,  $b$  - heliografska širina.  $A$ ,  $B$  i  $C$  su koeficijenti diferencijalne rotacije, gdje  $A$  predstavlja ekvatorijalnu kružnu brzinu, a  $B$  predstavlja rotacijsku neuniformnost. O eksperimentalnim vrijednostima parametara i specifičnoj upotrebi izraza (3) u ovoj tezi bit će više govora nakon sljedećeg potpoglavlja. Kako funkcije  $\sin^{2n} b$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) nisu ortogonalne, skup parametara  $(A, B, C, \dots)$  nema jedinstveno rješenje za profil diferencijalne rotacije što može biti veliki problem kod usporedbe različitih mjerenja. Izraz (3) pogodan je za određivanje diferencijalne rotacije na niskim<sup>6</sup> heliografskim širinama, no općenito je bolje koristiti skup ortogonalnih funkcija kao što su na primjer Gegenbauerovi polinomi [30].

## 3.2 Magnetski dinamo Sunca

Diferencijalna rotacija ima enorman utjecaj na magnetsku strukturu Sunca i značajke Sučevog ciklusa. Potpun model magnetskog dinama uključuje i doprinose drugih čimbenika, među kojima su npr. konvekcija, gubitak mase, koronalno zagrijavanje itd. . Usprkos tome, i jednostavan model može dati dovoljno precizna predviđanja i opis nekih značajki Sunčevog ciklusa. Prvi uspješan model predložio je Horace Babcock u 1961. godine, a opisan je u nastavku [2]:

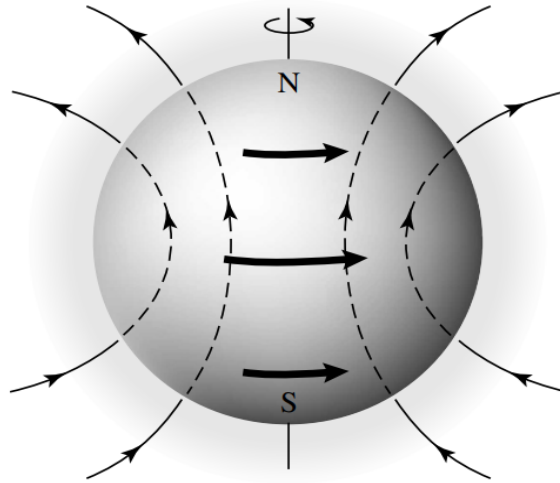
**I.** Magnetsko polje Sunca je poloidalno (slika 12).

**II.** Prema Alfvénom teoremu, električki vodljiv fluid i pridruženo magnetsko polje gibat će se zajedno u limesu velikih magnetskih Reynoldsovih brojeva.

---

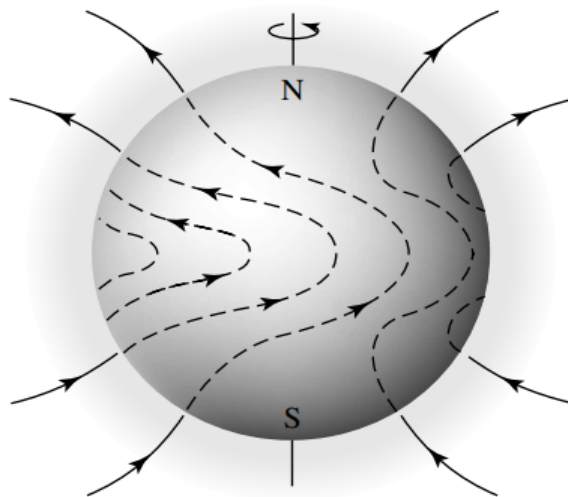
<sup>6</sup>Na primjer, Sunčeve pjege se pojavljuju između  $-40^\circ$  i  $+40^\circ$  heliografske širine.





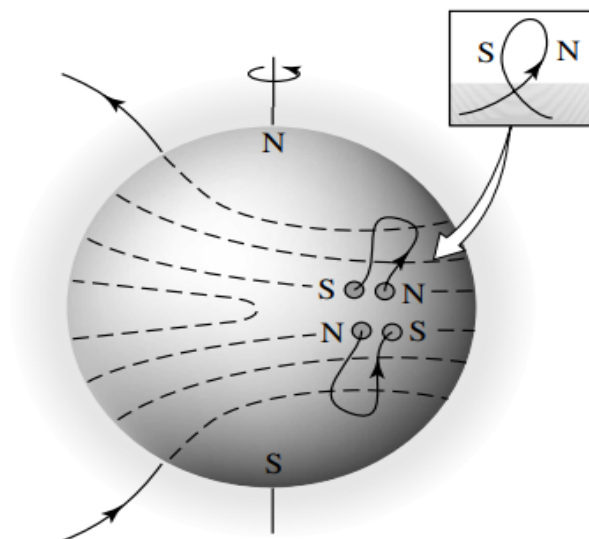
Slika 12: Poloidalno polje Sunca [2]

Jednostavno rečeno silnice magnetskog polja su „zamrznute” unutar plina, odnosno rotirajući plin vući će silnice za sobom. Zbog diferencijalne rotacije, isprva poloidalno magnetsko polje postepeno će se preobraziti u toroidalno magnetsko polje (slika 13).



Slika 13: Magnetsko polje Sunca s izraženom toroidalnom komponentom.  
Izvor: [2]

**III.** Uvijanje silnica uzrokovano turbulentnim gibanjem fluida u konvekcij-skoj zoni, formirat će područja intenzivnog magnetskog polja - snopove silnica magnetskog polja koje se uvijaju oko zajedničke osi tzv. *magnetic flux ropes*. Uzgon kao posljedica tlaka magnetskog polja, potom uzdiže ove magnetske strukture prema površini gdje će biti primjetni kao pjege ili grupe pjege. Očito, orijentacija magnetskog polja duž magnetskog konopca određuje polaritet pjege. Stoga, sve vodilice u jednoj hemisferi imat će isti polaritet koji odgovara polaritetu prvotnog poloidalnog polja (slika 14).



Slika 14: Prikaz nastanka grupe pjege uslijed prodora silnica magnetskog polja na površinu Sunca. Izvor: [2]

**IV.** U vrijeme minimuma Sunčeve aktivnosti, savijanje i namatanje silnica uslijed rotacija Sunca najizraženije je na višim heliografskim širinama. Postepeno, dodatnim ispreplitanjem magnetskih silnica nastat sve više pjege bit će prisutno na nižim heliografskim širinama. Povećanje broja pjege nastavit će se do maksimuma Sunčeve aktivnosti. Nakon toga, u blizini ekvatora grupe pjege sa dviju hemisfera će se međusobno neutralizirati i nestati zbog suprotnih polariteta. Stopa nestajanja pjege prekoračiti će stopu nastajanja pjege sve do kraja Sunčevog ciklusa, kada je posljednjih nekoliko pjege vidljivo oko

ekvatora i poloidalno polje (sa suprotnim polaritetom) ponovno formirano.

### 3.3 Metode određivanja diferencijalne rotacije Sunca

Potpuno razumijevanje Sunčevog dinama zahtijeva precizna opažanja tijekom dužeg vremenskog perioda. Osim intrinzičnih fizičkih veličina određenih pojava ili struktura na Suncu, mjerenje diferencijalne rotacije će također utjecati na modele Sunčevog dinama [11]. Određivanje diferencijalne rotacije temelji se na 3 metode [11]:

- Praćenje pomaka ustrojstava (eng. *the tracer method*): praćenje pozicija raznih struktura u Sunčevoj atmosferi tijekom vremena.
- Spektroskopija: mjerenje Dopplerovog širenja apsorpcijskih linija uzrokovano rotacijskim gibanjem.
- Helioseizmologija: mjerenje rotacijskog cijepkanja seizmičkih valova na p-mod frekvencijama u unutrašnjosti Sunca [2].

*Tracer* metoda i spektroskopija koriste se pri određivanju diferencijalne rotacije površine Sunca već duži vremenski period (više od 50 godina). Za usporedbu, glavni zadatak relativno mlađe metode, helioseizmologije, je razumijevanje unutrašnjosti Sunca [11]. Osim toga, izučavanje pojava povezanih s ciklusom aktivnosti zahtijeva podatke koji obuhvaćaju period cijeloga ciklusa, što je prednost prvih dviju metoda u odnosu na helioseizmologiju [31].

U ovisnosti o metodi, opažatelj je limitiran na komponentu kutne brzine koju je moguće mjeriti. Konkretno, spektroskopskom metodom određuje se komponenta kutne brzine u smjeru doglednice, dok se praćenjem pomaka ustrojstava određuje transverzalna komponenta kutne brzine. Kombiniranje komponentata u cjeloviti vektor brzine nije ostvarivo, prvenstveno zato što se rezultati opažanja drugačijim metodama odnose na različite dubine u Sunčevoj atmosferi. Izmjerene brzine ne odgovaraju nužno promatranom sloju Sunca, što je naročito izraženo kod praćenja pomaka ustrojstvima. Za razliku od spektroskopske metode koja određuje kutnu brzinu sloja tamo gdje je apsorpcijska linija nastala, *tracer* metoda određuje kutnu brzinu sloja u kojemu

se nalazi nožište ustrojstva [32]. Povrh toga, način mjerenja brzine je faktor s najvećim utjecajem na interpretaciju i obradu podataka. Spektroskopska metoda mjeri vrijednost trenutne brzine, te stoga zahtijeva složenu analizu i korekcije zbog rotacije i revolucije Zemlje, pomaka instrumenta, zalutale svjetlosti (eng. *stray light*). U jednostavnijoj *tracer* metodi mjeri se srednja brzina tijekom određenog vremenskog intervala što u podatke unosi slučajne greške uzrokovane nepravilnim oblicima i morfološkim promjenama ustrojstva [11].

*Tracer* metoda upotrebljava se za određivanje diferencijalne rotacije u svim slojevima Sunčeve atmosfere. Najčešće korištena ustrojstva u pojedinom sloju su [11]:

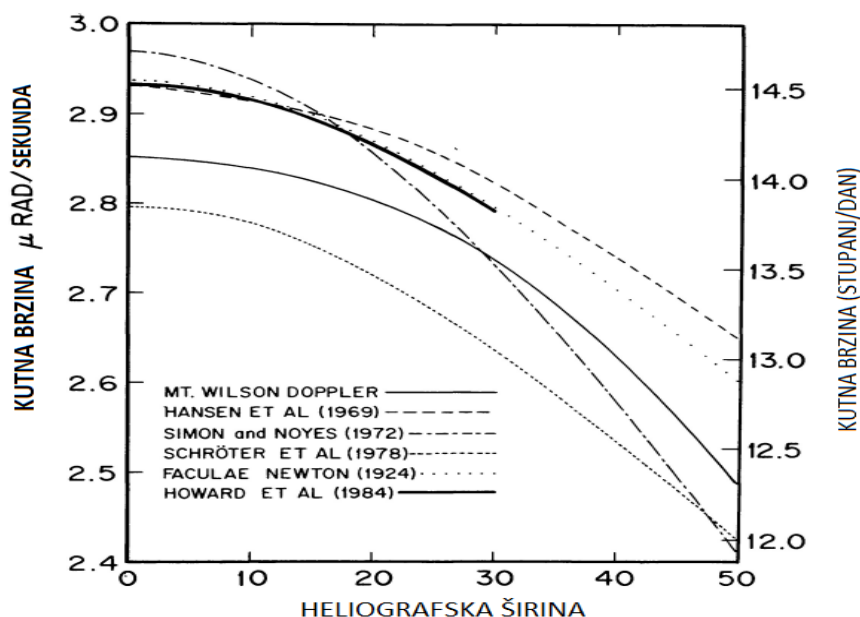
- Fotosfera: pjege i grupe pjega, fakule, uzorci magnetskog polja.
- Kromosfera:  $\text{Ca}^-$  i  $\text{H}\alpha$  filamenti.
- Korona: *EUV plages*, pojave u bijeloj i zelenoj svjetlosti (npr. koronine svijetle točke).

Gotovo savršena sinergija koroninih svijetlih točaka i grupa pjega daje uvid u odnos profila diferencijalne rotacije korone i fotosfere [11]. Sličnosti su jasno vidljive na slici 15. Među svim prikazanim profilima diferencijalne rotacije, jedino profil dobiven koristeći pjege kao ustrojstva ima ograničenu domenu. Razlog tomu je što se pjege pojavljuju između  $-40^\circ$  i  $+40^\circ$  heliografske širine. Posljedično, u izrazu (3) parametar  $C$  se može zanemariti kada se pjege koriste kao ustrojstva [19], te se konačno dobiva:

$$\omega = A + B \sin^2 b \quad (4)$$

K tome, standardne devijacije parametara  $A$  i  $B$  su često reda veličine  $\frac{0.01^\circ}{\text{dan}}$  i  $\frac{0.1^\circ}{\text{dan}}$  [11], respektivno. Uz same iznose parametara nužno je i definirati na što se oni odnose jer postoji važna distinkcija između dvije mjere perioda rotacije [32]:

- Sinodički rotacijski period: vrijeme potrebno da točka na Suncu napravi jedan potpuni ophod u odnosu na Zemlju.



Slika 15: Eksperimentalno dobiveni profili diferencijalne rotacije koristeći *tracer* metodu i spektroskopiju. Spektroskopija fotosfere (tanka puna linija), koronalne značajke (dugačke crtice), magnetske strukture (točka-crtica), kromosferske značajke (kratke crtice), fotosferske fakule (točke), Sunčeve pjege (debeli puna linija). Izvor: [33].

- Siderički rotacijski period: vrijeme potrebno da točka na Suncu napravi jedan potpuni ophod u odnosu na fiksnu zvijezdu.

Kako je smjer revolucije Zemlje isti kao smjer rotacije Sunca, siderički period nužno je kraći od sinodičkog perioda.

### 3.4 Pregled rezultata odabranih mjerenja diferencijalne rotacije koristeći pjege kao ustrojstva

Jedna od najvećih prednosti korištenja Sunčevih pjega pri analizi diferencijalne rotacije Sunca je dostupnost dugoročnih i mnogobrojnih podataka s različitih opservatorija: *Greenwich photoheliographic* (GPR) set podataka, *Mt. Wilson* set podataka, *extended Greenwich* (EGR) set podataka, *Debrecen photoheliographic* (DPD) set podataka, *Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental Research* (KSO) set podataka. Kompaktan pregled

izračunatih parametara sideričke diferencijalne rotacije koristeći slike Sunčevog diska ili fotografija u bijeloj svjetlosti s različitih observatorija može se pronaći u članku [34] i prikazan je na slici 16. Rezultati su razvrstani po hemisferama (N+S - obje hemisfere, N - sjeverna hemisfera, S - južna hemisfera), a uz iznose parametara navedene su standardne pogreške.

GPR obuhvaća homogen skup podataka s najvećom preciznošću, kao i DPD koji slovi za ekstenziju GPR opažanja. Generalno, KSO podaci i odgovarajući parametri u suglasnosti su s GPR i DPD parametrima za period 1964. godine - 2016. godine [34]. Veće razlike u parametrima diferencijalne rotacije u odnosu na KSO (podaci od 1964. godine do 2016. godine) pojavljuju se u GPR rezultatima za ponavljajuće pjege (slika 16, red 4), *Mt. Wilson* rezultatima (slika 16, red 15), rezultatima Abastumani opservatorija (slika 16, red 13) i starijim KSO rezultatima (slika 16, red 17-19) [34]. Uz detaljniju analizu autori članka [34] zaključuju da se kvaliteta opažanja i KSO podataka poboljšava u dva navrata, nakon 1960. i tijekom 1980-ih.

Analiza asimetrije diferencijalne rotacije (koristeći KSO podatke) između južne i sjeverne hemisfere Sunca može se pronaći u člancima [34] i [35]. Za parametar  $A$  (ekvatorijalna brzina), bez obzira na metodu i autora, nije pronađena statistički značajna razlika između sjeverne i južne hemisfere. S druge strane statistički značajnu razliku za parametar  $B$  između dvije hemisfere dobio je Lustig [35], kao i Poljančić et al. [34]. Treba naglasti da je potonji rezultat dobiven koristeći DS<sup>7</sup> metodu i to s  $2\sigma$  signifikantnošću, dok statistički značajna razlika nije pronađena za rLSQ metodu. Specifična razlika između parametara  $B$  sjeverne i južne hemisfere iznosi 0.36 stupanj/dan [34] i 0.31 stupanj/dan [35].

Osim toga, ovisnost rotacije i aktivnosti Sunca tema je modernih istraživanja. Eksperimentalni rezultati su u skladu s teorijskim predviđanjima što se tiče parametra  $A$  (vrijednost parametra  $A$  pada s povećanjem Sunčeve aktivnosti), no nisu konzistentni s teorijskim predviđanjima u slučaju parametra  $B$  (vrijednost parametra  $B$  bi trebala rasti, odnosno parametar  $B$  bi trebao poprimiti manje negativne vrijednosti s povećanjem Sunčeve aktivnosti) [36].

---

<sup>7</sup>U sljedećem poglavlju bit će više govora o DS i rLSQ metodi.

Red	Podaci	Godine	Hemisfera	A	B	Referenca
1	GPR <sup>a</sup>	1874-1976	N+S	14.551 ± 0.006	-2.87 ± 0.06	1
2	GPR <sup>a</sup>	1874-1902	N+S	14.63 ± 0.01	-2.70 ± 0.16	2
3	GPR <sup>a</sup>	1879-1975	N+S	14.522 ± 0.005	-2.66 ± 0.04	3
4	GPR <sup>b</sup>	1880-1976	N+S	14.37 ± 0.01	-2.59 ± 0.16	4
5	GPR <sup>a</sup>	1883-1893	N+S	14.63 ± -	-2.69 ± -	5
6	GPR <sup>a</sup>	1940-1968	N+S	14.53 ± 0.01	-2.83 ± 0.08	6
7	GPR <sup>a</sup>	1948-1976	N+S	14.52 ± -	-2.84 ± -	5
8	EGR <sup>a</sup>	1878-2011	N+S	14.49 ± 0.01	-2.64 ± 0.05	7
9	EGR <sup>a</sup>	1976-2002	N+S	14.457 ± 0.009	-2.17 ± 0.07	3
10	EGR <sup>c</sup>	1874-1996	N+S	14.531 ± 0.003	-2.747 ± 0.048	8
11	CS <sup>c</sup>	1853-1893	N+S	14.475 ± 0.011	-2.710 ± 0.165	8
12	Spörer <sup>a</sup>	1883-1893	N+S	14.50 ± -	-2.41 ± -	5
13	Abastumani <sup>d</sup>	1950-1990	N+S	14.73 ± 0.06	-2.07 ± 0.51	9
14	Mt. Wilson <sup>d</sup>	1921-1982	N+S	14.522 ± 0.004	-2.84 ± 0.04	10
15	Mt. Wilson <sup>a</sup>	1921-1982	N+S	14.393 ± 0.010	-2.95 ± 0.09	10
16	DPD <sup>a</sup>	1974-2016	N+S	14.50 ± 0.01	-2.54 ± 0.07	11
17	KSO <sup>c</sup>	1970-1979	N+S	14.27 ± 0.02	-1.84 ± 0.12	12
18	KSO <sup>c</sup>	1947-1981	N+S	14.38 ± 0.01	-2.57 ± 0.07	13
19	KSO <sup>a</sup>	1948-1976	N+S	14.35 ± -	-2.73 ± -	5
20	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	N+S	14.47 ± 0.01	-2.66 ± 0.10	15
21	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	N+S	14.50 ± 0.01	-2.87 ± 0.12	16
22	GPR <sup>a</sup>	1874-1976	N	14.54 ± 0.01	-2.88 ± 0.08	1
23	GPR <sup>a</sup>	1874-1902	N	14.65 ± 0.02	-2.89 ± 0.16	2
24	GPR <sup>a</sup>	1879-1975	N	14.531 ± 0.005	-2.63 ± 0.06	3
25	GPR <sup>a</sup>	1940-1968	N	14.51 ± 0.01	-2.69 ± 0.11	6
26	EGR <sup>a</sup>	1976-2002	N	14.462 ± 0.015	-2.13 ± 0.10	3
27	EGR <sup>c</sup>	1874-1996	N	14.53 ± 0.01	-2.69 ± 0.07	8
28	CS <sup>c</sup>	1853-1893	N	14.48 ± 0.02	-3.02 ± 0.26	8
29	KSO <sup>c</sup>	1947-1981	N	14.38 ± 0.01	-2.70 ± 0.09	13
30	KSO <sup>c</sup>	1964-1976	N	14.40 ± 0.02	-2.75 ± 0.24	14
31	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	N	14.47 ± 0.02	-2.82 ± 0.14	17
32	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	N	14.49 ± 0.02	-2.94 ± 0.17	18
33	GPR <sup>a</sup>	1874-1976	S	14.56 ± 0.01	-2.85 ± 0.09	1
34	GPR <sup>a</sup>	1874-1902	S	14.61 ± 0.02	-2.56 ± 0.16	2
35	GPR <sup>a</sup>	1879-1975	S	14.517 ± 0.005	-2.68 ± 0.05	3
36	GPR <sup>a</sup>	1940-1968	S	14.55 ± 0.01	-3.00 ± 0.13	6
37	EGR <sup>a</sup>	1976-2002	S	14.448 ± 0.015	-2.20 ± 0.10	3
38	EGR <sup>c</sup>	1874-1996	S	14.54 ± 0.01	-2.81 ± 0.07	8
39	CS <sup>c</sup>	1853-1893	S	14.48 ± 0.02	-2.51 ± 0.22	8
40	KSO <sup>c</sup>	1947-1981	S	14.38 ± 0.01	-2.34 ± 0.11	13
41	KSO <sup>c</sup>	1964-1976	S	14.37 ± 0.02	-2.48 ± 0.27	14
42	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	S	14.47 ± 0.01	-2.51 ± 0.13	19
43	KSO <sup>a</sup>	1964-2016	S	14.51 ± 0.02	-2.81 ± 0.17	20

**Notes.** N denotes the northern hemisphere, S denotes the southern hemisphere, and N+S both hemispheres together. In Col. 2: GPR – Greenwich photoheliographic results, EGR – extended Greenwich results, KSO – Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental Research data, CS – Carrington & Spörer data, DPD – Debrecen photoheliographic results. Type of tracers: <sup>(a)</sup> sunspot groups; <sup>(b)</sup> stable recurrent sunspot groups; <sup>(c)</sup> sunspots and sunspot groups; <sup>(d)</sup> sunspots.

**References.** (1) Balthasar et al. (1986b); (2) Arévalo et al. (1982); (3) Jwaraiah (2003); (4) Brajša et al. (2002a); (5) Balthasar & Fangmeier (1988); (6) Balthasar & Wöhl (1980); (7) Sudar et al. (2014); (8) Pulkkinen & Tuominen (1998); (9) Khutsishvili et al. (2002); (10) Howard et al. (1984); (11) Sudar et al. (2017); (12) Lustig (1982); (13) Lustig (1983); (14) Lustig (1983), cycle 20; (15) present work, Table 2, row 7, DS; (16) present work, Table 2, row 28, rLSQ; (17) present work, Table 2, row 14, DS; (18) present work, Table 2, row 35, rLSQ; (19) present work, Table 2, row 21, DS; (20) present work, Table 2, row 42, rLSQ.

Slika 16: Eksperimentalne vrijednosti parametara  $A$  i  $B$  dobivene koristeći slike Sunčevog diska i fotografije u bijeloj svjetlosti. Izvor:[34]

## 4 Metode i ciljevi

Cilj ovog rada je odrediti profil i parametre diferencijalne rotacije Sunca pomoću Sunčevih pjega sa Kanzelhöhe slika Sunčevog diska za period 1954-1964, koji odgovara 19. ciklusu Sunčeve aktivnosti. Uz to, kvantificirat će se asimetrija diferencijalne rotacije Sunca u odnosu na ekvator.

### 4.1 Opažanja i instrumenti

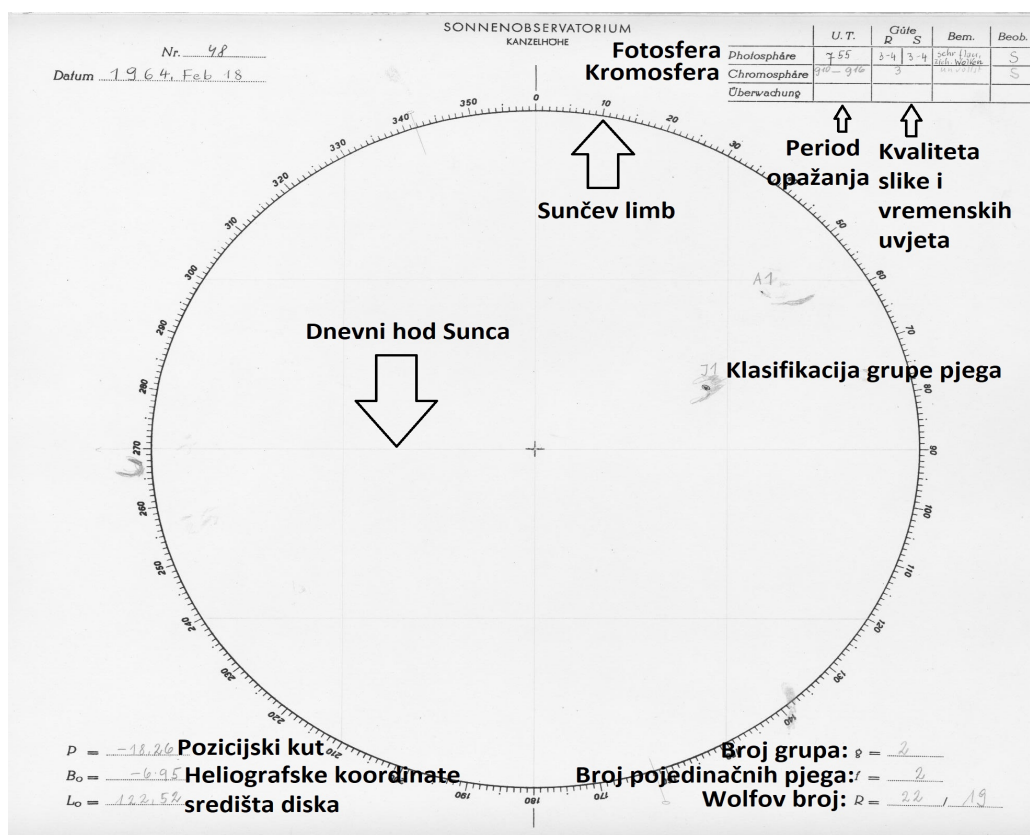
*Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental research* (KSO) je astronomski opservatorij smješten u blizini Villacha u Austriji kao sastavna jedinica Sveučilišta u Grazu, odnosno Institutu za geofiziku, astrofiziku i meteorologiju Sveučilišta u Grazu. Glavni fokus KSO opservatorija su multispektralna sinoptička opažanja Sunca.

Crteži Sunčevog diska izrađeni su uz pomoć refraktora promjera objektiva  $d = 110$  mm i žarišne duljine  $f = 1650$  mm te projekcijskog sustava koji uvećava slike diska do 25 cm (povećanje leće oko 100). Nakon toga crteži su digitalizirani i pohranjeni. Arhiva KSO opservatorija sadrži crteže Sunčevog diska za kontinuiran period duži od 60 godina. U prosjeku izrađuje se jedna slika dnevno, a pohranjuje otprilike 300 slika godišnje ukoliko su vremenski uvjeti povoljni [34]. Više informacija o korištenim instrumentima i samom opservatoriju može se pronaći na web stranici [KSO-a](#).

Specifično za ovaj rad, svi dostupni crteži Sunčevog diska iz perioda 1954-1964 (granice uključene), koji pripada 19. ciklusu Sunčeve aktivnosti preuzeti su s KSO ftp servera. Svaki crtež formatiran je u obliku jpg slike naziva `kanz_drawx_fd_yyyymmdd_hhmm` (yyyymmdd\_hhmm je vrijeme izraženo u UT).

Na slici 17 prikazan je primjer KSO crteža Sunčevog diska. U gornjem lijevom kutu upisan je redni broj, kao i datum kada je crtež izrađen. Sve opažene pjega nalaze se unutar Sunčevog limba koji je označen velikom crnom kružnicom. Na većini crteža svaka pjega ili grupa pjega kategorizirana je na temelju Zürich-klasifikacije (slika 18). Uz klasu naveden je i broj pjega u grupi. Na primjer označena grupa sa slike 17 klase je J i sastoji se od jedne





Slika 17: Primjer crteža Sunčevog diska [37]

pjege. Tek nakon što su ucrtane sve pjege, opažatelj ocjenjuje kvalitetu slike i vremenskih uvjeta na skali od 1 do 5 (gornji desni kut). Vremenski početak i kraj crtanja pjega unosi se u ćeliju za fotosferu. Zbog rotacije Sunca, kraći period crtanja odgovara većoj preciznosti položaja. Ukupni broj pjega, grupa pjega i Wolfov broj na cijelom Sunčevom disku nalaze se u donjem desnom kutu crteža.

Napomena: kvaliteta crteža za obradu uvjetovana je atmosferskim uvjetima, stabilnošću teleskopa, vremenom potrebnim za crtanje, preciznošću elemenata za fizičko opažanje Sunca, kao i procesom skeniranja.

A					Jedna ili više pora bez bipolarnе konfiguracije
B					Grupa pora s bipolarnom konfiguracijom
C					Bipolarna grupa gdje je barem jedna pjega okružena penumbrom
D					Bipolarna grupa s penumbrom oko pjega na oba kraja grupe i dimenzija manjih od 10° po longitudi
E					Kompleksna bipolarna grupa s penumbrom oko pjega na oba kraja grupe i dimenzija između 10° i 15° po longitudi
F					Kompleksna bipolarna grupa dimenzija većih od 15° po longitudi
G					Bipolarna grupa dimenzija većih od 10°, bez malih pjega između krajeva
H					Unipolarna pjega dimenzija većih od 2.5° u promjeru
J					Unipolarna pjega dimenzija manjih od 2.5° u promjeru

Slika 18: Klasifikacija pjega i grupa pjega [38]

## 4.2 Određivanje položaja (heliografskih koordinata) pjega i grupa pjega

Matematička procedura određivanja heliografskih koordinata položaja pjega ili grupa pjega na crtežima Sunčevog diska, kao i specifični nazivi heliografskih veličina te parametara detaljno su definirani u dodatku A.1. Manualno računanje heliografskih koordinata pjega (grupa pjega) dugotrajan je i relativno neprecizan proces. Baš zbog toga je praktičnije i bolje upotrijebiti računalni program koji će automatski izračunati željene parametere i vrijednosti odabranih pozicija na Sunčevom disku.

Za obradu Sunčevih crteža (u ovom radu) korišten je [Sungrabber](#) [55], program za mjerenja na sinoptičkim slikama Sunca. Iako Sungrabber zahtjeva visoku kvalitetu i rezoluciju slika, razlika između koordinata dobivenih sa Sungrabber-om i koordinata izmjerenih na opservatoriju Debrecen je mala [55]. Napomena: U tablici 1 nalazi se pregled procedura korištenih za definiranje položaja 3 različita objekta, odnosno dijelova slika Sunčevog diska. Ukupan broj (približno uniformno razmaknutih) klikova korištenih za defi-

Red	Objekt	Metoda	Opis metode	Broj kli- kova
1	Sunčev limb	Automatska: najbliža točka	Najbliža točka koja je tamnija od predefinirane vrijednosti i nalazi se unutar kruga predefiniranog radijusa	5
2	Dnevni hod Sunca	Automatska: najtamnija točka	Najtamnija točka unutar predefiniranog područja	8
3	Grupe pjega i pjege	Ručna: odokativno težište	Točka položaja kursora u trenutku klika	1

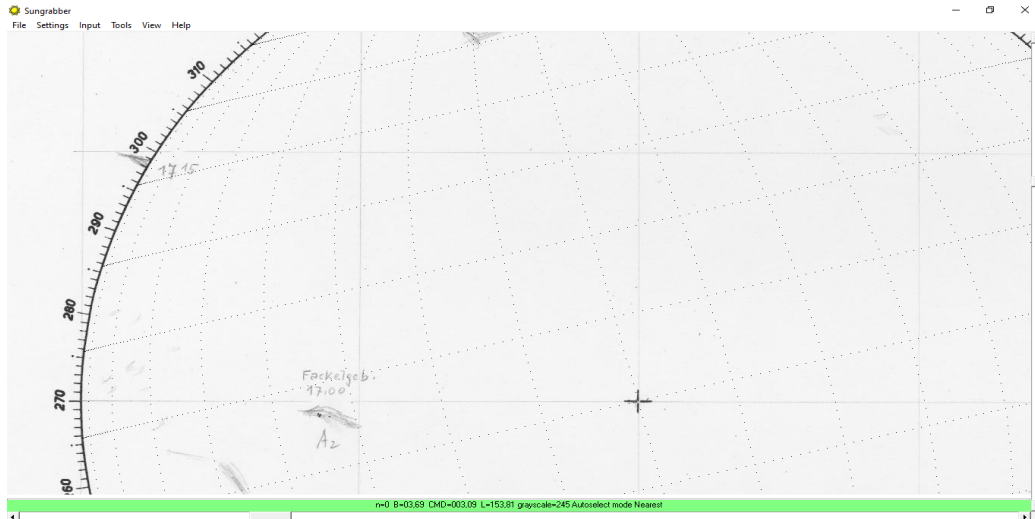
Tablica 1: Pregled procedura korištenih pri obradi Sunčevih crteža.

niranje objekta nalazi se u posljednjem stupcu. Metoda i opis odnose se na položaj pokazivača u trenutku pojedinog klika.

Nakon pokretanja, u Sungrabber se učitava slika i odabire način rada (0 za Kanzelhöhe crteže Sunčevog diska). Program prepoznaje točno vrijeme<sup>8</sup> opažanja iz naziva KSO slike (korisnik ga treba samo potvrditi) i automatski računa efemeride za fizičko opažanje Sunca (kao u dodatku A.3). Određivanje heliografske mreže sastoji se od dva koraka. Prvo se definira Sunčev limb (u programu: *Input/Sun's limb*) klikanjem unutar diska i u blizini kružnice (tablica 1, red 1). Nakon toga se definira Zemljin ekvator (u programu: *Input/Orientation/Parallel to the Earth's equator*) klikanjem (tablica 1, red 2) na pravac (slika 17, dnevni hod Sunca) kojega je odredio opažatelj kretanjem pjege, uzimajući u obzir da projiciranje obrne sliku pa se zapad nalazi na lijevoj strani. Iz efemerida za fizičko opažanje Sunca program automatski računa heliografske koordinate središta diska ( $B_0, L_0$ ) i pozicijski kut  $P$  (kao u dodatku A.1), a na temelju definiranih objekata (Sunčev limb, dnevni hod Sunca) iscrtava heliografsku mrežu (slika 19). Uspjeh procedure može se ocijeniti usporedbom izračunatih i originalnih (slika 17, donji lijevi kut) parametara ( $B_0, L_0, P$ ). Ako je korisnik zadovoljan rad se može spremirati pritiskom na *File/Save*, dok će izračunati iznosi parametara biti automatski pohranjeni

<sup>8</sup>U smislu datuma, sata i minute.

u tekstalnu datoteku istog naziva kao i slika.



Slika 19: Heliografska mreža na Sunčevom disku. Program Sungrabber.

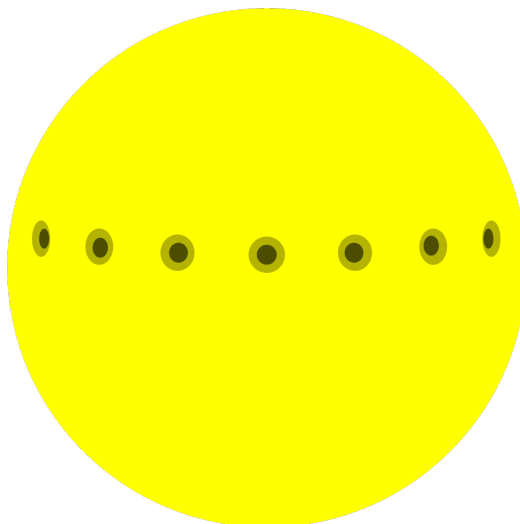
Heliografske koordinate položaja pjege ili grupe pjega određivale su se odokativnom<sup>9</sup> procjenom težišta (crvene točke na slici 18) cijele grupe. U program se prvo upisao (*Input/New object*) naziv grupe preuzet iz NOAA/USAF<sup>10</sup> baze podataka. Zatim je izvršen pritisak (tablica 1, red 3) računalnim mišom na položaj procijenjenog težišta i procedura zaključena. Sungrabber automatski računa heliografske koordinate (kao u dodatku A.1) položaja pokazivača u trenutku klika na heliografskoj mreži i odmah ih pohranjuje u privremenu datoteku. Tek odabirom opcije *File/Save* svi podaci iz privremene datoteke prepisuju se i pohranjuju u već spomenutu trajnu datoteku istog naziva kao izvorna slika. Procedura je ponovljena za svaku grupu pjega na crtežu i za svaki crtež. Grupe pjega koje nisu identificirane NOAA/USAF brojem, imenovane su brojevima koji nisu obuhvaćeni NOAA/USAF bazom podataka, a položaji pohranjeni samo ako se grupa pojavljuje na više od jednog crteža.

<sup>9</sup>Temeljem članka [56] (slika 3) razlika u procjeni položaja dva opažača na uzorku od 10 H- i J-tipa grupa pjega je zanemariva u odnosu na ostale čimbenike [34].

<sup>10</sup>Zbog količine, preciznosti i homogenosti ovih podataka.

### 4.3 Priprema podataka za obradu

Neposredno prije određivanja sideričkih brzina, sirovi podaci su se očistili, uredili i organizirali koristeći Python. Prvo je određen i pridružen julijanski datum (kao u dodatku A.3) svakoj izlaznoj datoteci iz Sungrabber-a, a zatim su se sve izlazne datoteke iz pojedine godine povezale u jednu veliku datoteku. Istovremeno uklonjeni su svi položaji grupa Sunčevih pjega čija je udaljenost od središnjeg meridijana veća od  $58^\circ$  ( $CMD < -58^\circ$  i  $CMD > +58^\circ$ ) zbog deformacije oblika pjega u blizini ruba Sunčevog diska (Wilsonov efekt, slika 20), a posljedično tome nepreciznosti u određivanju položaja grupe pjega. Sortiranje podataka za pojedinu godinu izvršeno je na temelju uzlaznog na-



Slika 20: Wilsonov efekt [39]

ziva grupa (primarni ključ), a nakon toga na temelju uzlaznog julijanskog datuma (sekundarni ključ).

### 4.4 Određivanje sideričkih brzina

Prilikom određivanja sinodičke brzine rotacije korištene su dvije metode implementirane u Python-u:

1. Metoda dnevnog pomaka (*daily-shift* (DS) *method*): promjena udaljenosti grupe pjega od središnjeg meridijana ( $\Delta CMD$ ) tijekom vremena  $\Delta t$  (izraz

(54)).

2. Robusna metoda najmanjih kvadrata (*robust linear least-squares fit* (rLSQ) *method*): prilagodba pravca na iznose udaljenosti od središnjeg meridijana u vremenu  $CMD(t)$ , koristeći robusnu metodu najmanjih kvadrata (u Python-u: `statsmodels.api.RLM()`) kako bi se uklonile nepravilnosti uslijed krive identifikacije grupe pjega ili nepreciznih crteža. Očito je da dobiveni koeficijent smjera pravca odgovara sinodičkoj brzini. Prilagodba je napravljena za svaku grupu pjega s najmanje 3 poznata položaja.

Pretvaranje sinodičke u sideričku brzine opisano u dodatku A.2 (koristeći vrijednosti efemerida definiranih u dodatku A.3) implementirano je u Python-u za sve rezultate obiju metoda. Posljednja redukcija podataka odnosila se na iznos sideričke brzine kako bi se eliminirale grube pogreške. Odbačene su sve sideričke brzine (i pripadni podaci) koje ispadaju iz intervala  $11^\circ/\text{dan}$ - $17^\circ/\text{dan}$ .

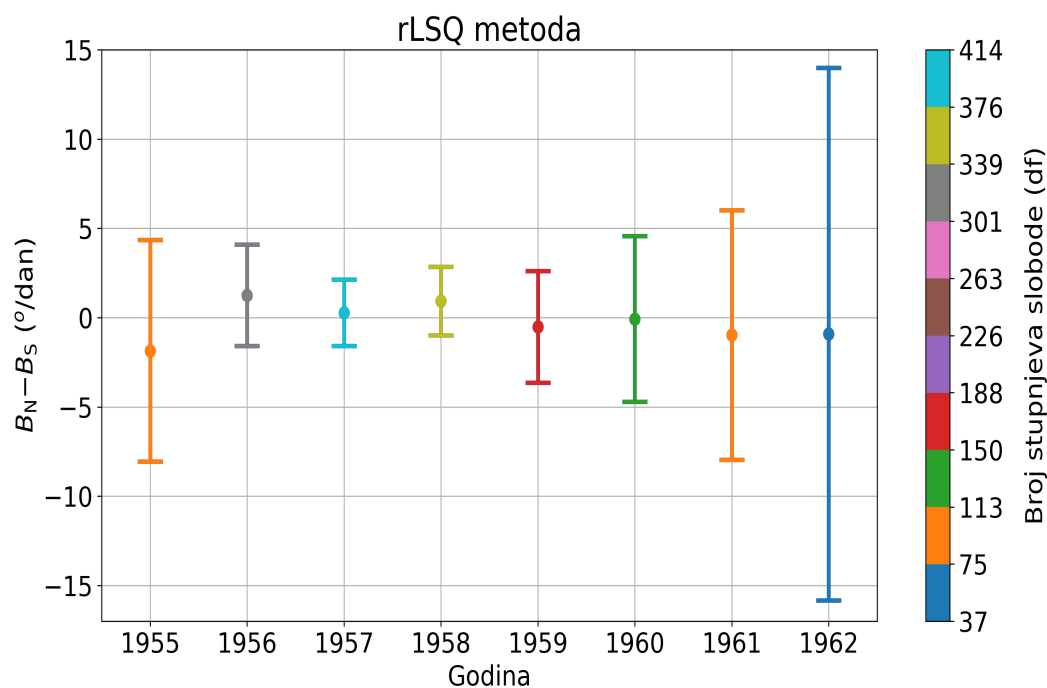
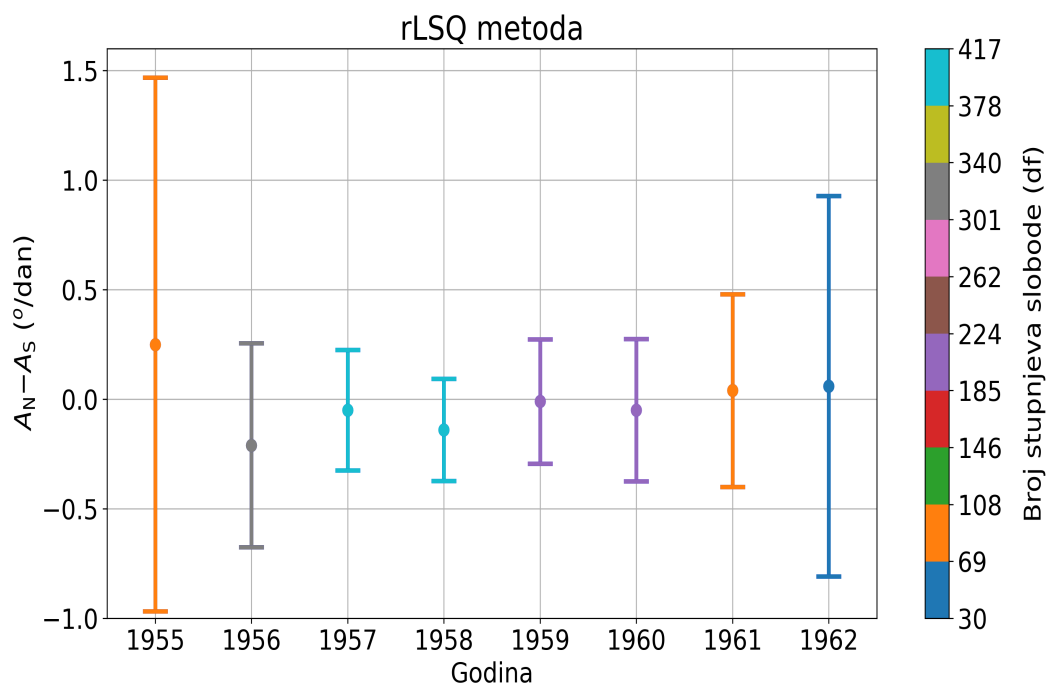
U konačnici su određeni parametri diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$  prilagodbom izraza (4) na sideričke brzine ( $\omega$  u izrazu (4)) u ovisnosti o pridruženim kvadratima sinusa heliografskih širina ( $\sin^2 b$  u izrazu (4)) koristeći Python-ovu `numpy.polyfit()` funkciju. Prilagodba je napravljena za obje metode, cijeli ciklus te posebno za sjevernu i južnu Sunčevu hemisferu. Izlazni rezultati uključuju vrijednosti parametara  $A$  i  $B$ , pripadne pogreške i broj izračunatih sideričkih brzina.

## 5 Rezultati i diskusija

Zadovoljavanje uvjeta određene metode procjene parametara ključno je za pravilnu interpretaciju i konstrukciju statističkih veličina. Kao što je već rečeno parametri diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$  određeni su metodom linearne regresije. Linearna ovisnost sideričke rotacijske brzine o kvadratu sinusa heliografske širine polazna je tvrdnja modela diferencijalne rotacije površine Sunca odnosno Sunčevih pjega kao ustrojstava fotosfere, a zasigurno se može pretpostaviti međusobna neovisnost opažanja. Osim toga nužno je provjeriti uvjete homoskedastičnosti i normalnosti ostataka (reziduala) sideričke brzine [40]. Neposredno prije provjere potrebno je eliminirati *outlier*-e, koji direktno mijenjaju distribuciju reziduala i utječu na krajnje rezultate. Zbog toga je postavljen filter na sideričke brzine u rasponu  $11^\circ/\text{dan}$ - $17^\circ/\text{dan}$  koji se pokazao prikladnim za analizu, jer širi intervali rezultiraju distribucijom reziduala s izrazito teškim repom. Homoskedastičnost odnosno konstantna varijanca za sva opažanja provjerena je prikazom reziduala u ovisnosti o eksplanatornoj varijabli ( $\sin^2 b$ ) na dijagramu raspršenosti [41], s pozitivnim ishodom. Normalnost reziduala ispitana je koristeći Q-Q dijagram na kojemu je normalana raspodjela slučajne varijable prikazana s referentnim pravcem nagiba  $45^\circ$  [42]. Iako se pokazalo da reziduali približno slijede Laplaceovu raspodjelu, za dovoljno veliki uzorak prema teoremu o asimptotskoj normalnosti distribucija estimatora teži k normalnoj raspodjeli [43]. Zbog toga, za konstruiranje intervala pouzdanosti i provođenje statističkih testova minimum veličine uzorka postavljen je na 25.

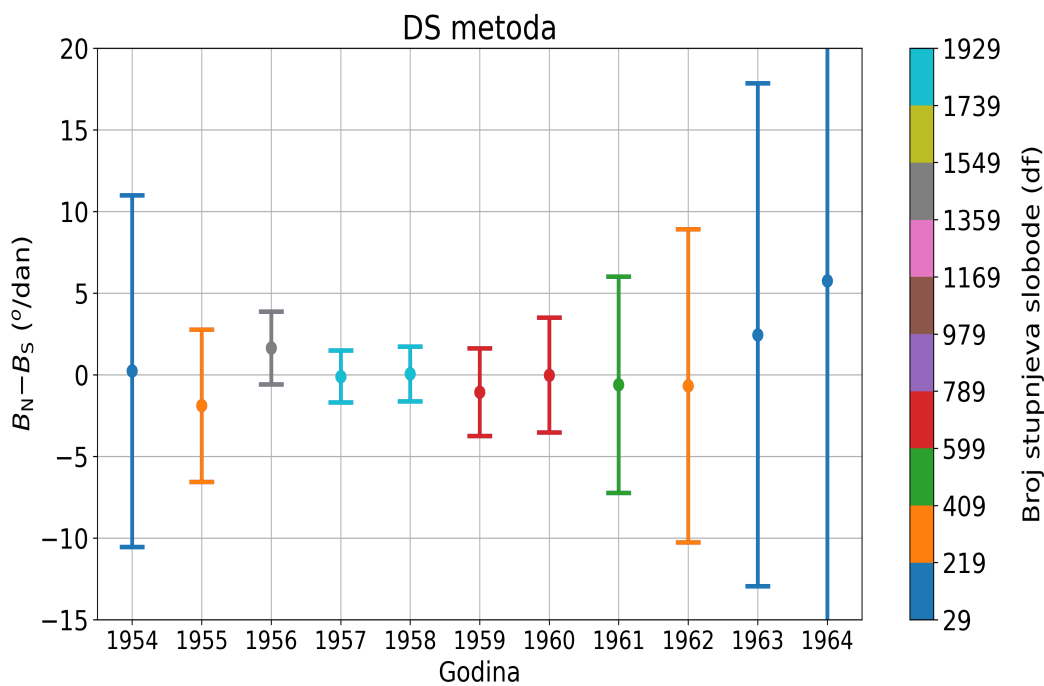
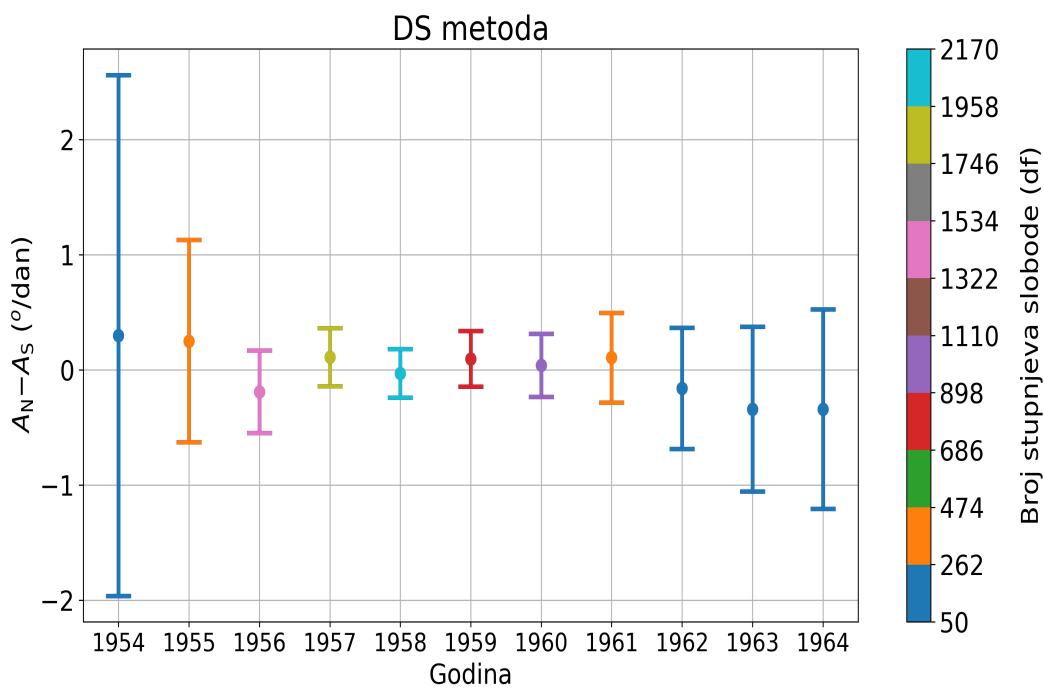
### 5.1 Simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora

Na slici 21 (rLSQ metoda) i slici 22 (DS metoda) prikazani su 99.7 %-tni intervali pouzdanosti razlike između vrijednosti parametra ( $A$ ,  $B$ ) rotacije sjeverne (oznaka N) i južne (oznaka S) Sunčeve hemisfere za pojedinu godinu. Vrijednosti razlike parametara rotacije sjeverne i južne hemisfere za pojedinu godinu određene linearnom regresijom označene su s malim krugovima na slici 21 i 22, te predstavljaju razliku estimacije (linearnom regresijom) parametra



Slika 21: Intervali pouzdanosti razlike između vrijednosti parametra ( $A$ ,  $B$ ) rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere za pojedinu godinu određeni rLSQ metodom.





Slika 22: Intervali pouzdanosti razlike između vrijednosti parametra ( $A$ ,  $B$ ) rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere za pojedinu godinu određeni DS metodom.

rotacije sjeverne i južne hemisfere za pojedinu godinu. Intervali pouzdanosti (centralni intervali s  $\alpha = 0.003$ ) za dva neovisna uzorka, sjevernu i južnu Sunčevu hemisferu, konstruirani su iz Studentove t-raspodjele s df stupnjeva slobode, kojima odgovaraju trake boja na slikama 21 i 22 kako slijedi [44]:

$$(\beta_N - \beta_S) = (\bar{\beta}_N - \bar{\beta}_S) \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot \sqrt{SE_N^2 + SE_S^2} \quad (5)$$

pri čemu je  $(\bar{\beta}_N - \bar{\beta}_S)$  već spomenuta ocjena u točki, a  $SE_N$  ( $SE_S$ ) standardna pogreška pridružena regresijskom parametru  $\bar{\beta}_N$  ( $\bar{\beta}_S$ ) rotacije sjeverne (južne) hemisfere<sup>11</sup>. Zbog male veličine uzorka, ocjene u točki i intervali pouzdanosti nisu prikazani za 1954. godinu, 1963. godinu i 1964. godina kod rLSQ metode.

Evidentno je da svi intervali pouzdanosti sa slika 21 i 22 uključuju nulu. Stoga, simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora je razumna pretpostavka modela diferencijalne rotacije Sunca za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti<sup>12</sup>. No nije uvijek dobivena simetričnost po ponašanju parametara  $A$  i  $B$  za različite cikluse, kao što je npr. prikazano u članku [51].

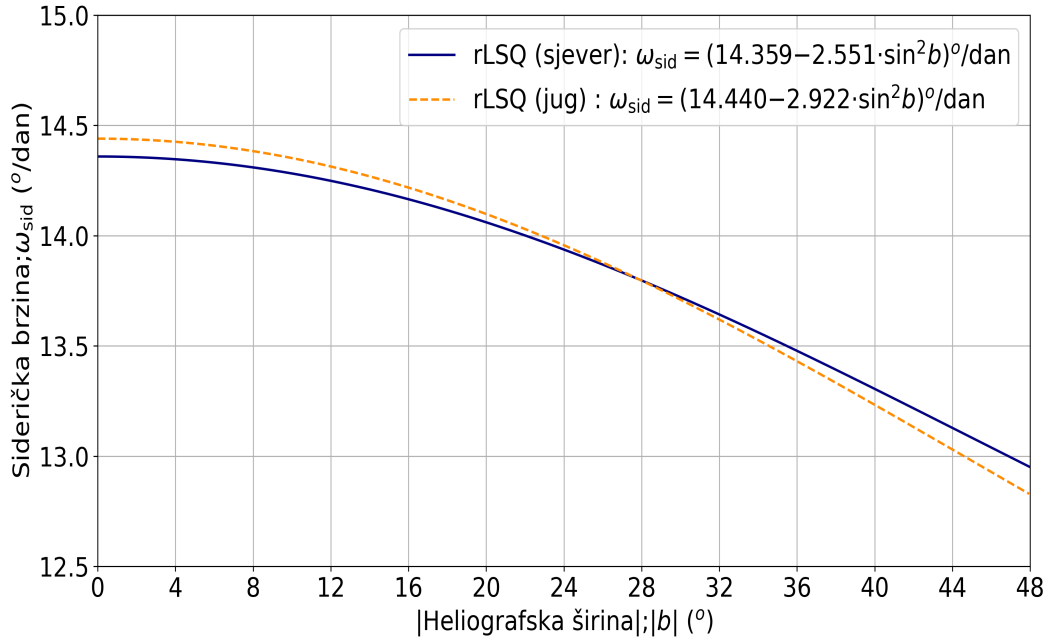
Povećanje veličine uzorka generalno povećava snagu statističkog testa, preciznost i točnost procjenjenog parametra. Samim time usporedba rLSQ i DS metode biti će kvalitetnija i značajnija. Iz tog razloga statistička analiza napravljena je (analogno kao za pojedinu godinu, izraz (5)) za sve godine zajedno, to jest za cijeli 19. Sunčev ciklus. Dobiveni profili diferencijalne rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere prikazani su na slici 23a za rLSQ metodu i na slici 23b za DS metodu. Funkcijske ovisnosti sideričke brzine rotacije o heliografskoj širini dobivene linearnom regresijom prikazane su u gornjem desnom kutu na oba grafa. Na apscisi se nalazi apsolutna vrijednost heliografske širine zbog preglednosti.

U tablici 2 prikazane su vrijednosti statističkih veličina za testiranje simetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora tijekom 19. Sunčevog ciklusa. Intervali pouzdanosti (99.7 %-tni centralni intervali) odnose se na razliku između vrijednosti parametra rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere tijekom 19.

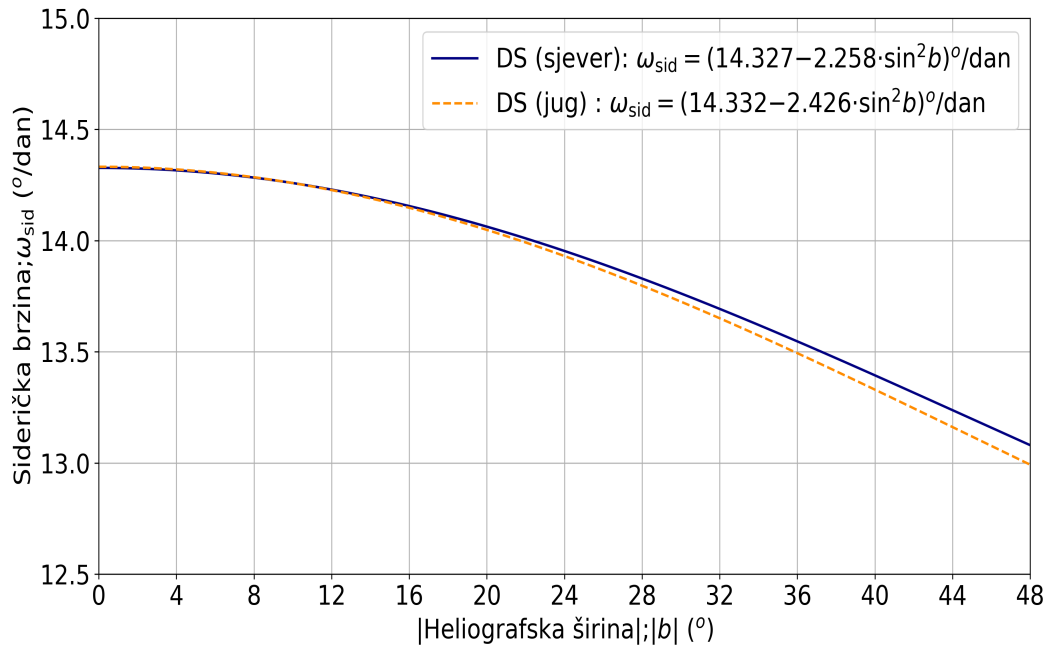
<sup>11</sup> $\beta$  je generalna oznaka za regresijski parametar  $A$  ili  $B$ .

<sup>12</sup>Striktan statistički test napravljen je za cijeli 19. Sunčev ciklus (1954.-1964.) u nastavku potpoglavlja.

(a) rLSQ metoda.



(b) DS metoda.



Slika 23: Profili diferencijalne rotacije sjeverne i južne hemisfere Sunca za cijeli 19. Sunčev ciklus.

Sunčevog ciklusa. Sva četiri intervala pouzdanosti uključuju nulu što upućuje na simetriju u rotaciji Sunca oko ekvatora. No ipak, za korektnu interpretaciju napravljen je dvostrani t-test za dva neovisna uzorka ( $\beta_N - \beta_S = 0$ ) [44]:

1. Nulta hipoteza ( $H_0$ ): potpuna simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora tijekom 19. Sunčevog ciklusa;  $(A_N = A_S) \wedge (B_N = B_S)$ , pri čemu je  $\wedge$  logičko i.
2. Alternativna hipoteza ( $H_1$ ): postojanje asimetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora tijekom 19. Sunčevog ciklusa;  $(A_N \neq A_S) \vee (B_N \neq B_S)$ , pri čemu je  $\vee$  logičko ili.

Metoda	Parametar	Interval pouzdanosti ( $^{\circ}$ /dan)	Testna statistika ; $ t_{\text{exp}} $	Kritična vrijednost; $t_0$	$ t_{\text{exp}}  < t_0$
rLSQ	$A$	[-0.195,0.033]	2.110	2.971	Istina
rLSQ	$B$	[-0.529,1.271]	1.225	2.972	Istina
DS	$A$	[-0.098,0.088]	0.160	2.969	Istina
DS	$B$	[-0.574,0.910]	0.672	2.969	Istina

Tablica 2: Pregled statističkih objekata za testiranje simetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora tijekom 19. Sunčevog ciklusa.

U svim slučajevima za oba parametra i obje metode u tablici 2 apsolutna vrijednost testne statistike izračunata iz uzorka manja je od kritične vrijednosti s razinom signifikantnosti od 0.003<sup>13</sup>. Prema tome razlika nije statistički značajna i nulta hipoteza (potpuna simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora) ne može se odbaciti. Štoviše ovaj zaključak vrijedi za obje metode.

Omjer veličine uzorka ( $N_N : N_S$ ) sa sjeverne i južne hemisfere približno je jednak za rLSQ i DS metodu te iznosi 70.89 % i 71.50 %, respektivno. Međutim ocjene u točki i širine intervala pouzdanosti (iz tablice 2) ukazuju na razlike među metodama. Ocjene u točki nalaze se u samim središtima

<sup>13</sup>Nivo signifikantnosti ( $\alpha = 0.003$ ) postavljen je jednako za sve kritične vrijednosti, dok se broj stupnjeva slobode razlikuje i ovisi o veličini uzorka.

intervala pouzdanosti iz tablice 2 i mogu se shvatiti kao apsolutne pogreške u procjeni ako se pretpostavi potpuna simetrija u rotaciji Sunca oko ekvatora.

Metoda	Razlika	Širina intervala pouzdanosti ( $^{\circ}/\text{dan}$ )	Ocjena u točki ( $^{\circ}/\text{dan}$ )	Apsolutna pogreška ( $^{\circ}/\text{dan}$ )
rLSQ	$A_N - A_S$	0.228	-0.081	0.081
rLSQ	$B_N - B_S$	1.799	0.371	0.371
DS	$A_N - A_S$	0.185	-0.005	0.005
DS	$B_N - B_S$	1.484	0.168	0.168

Tablica 3: Pregled izračunatih statističkih veličina za usporedbu rLSQ i DS metode tijekom 19. Sunčevog ciklusa.

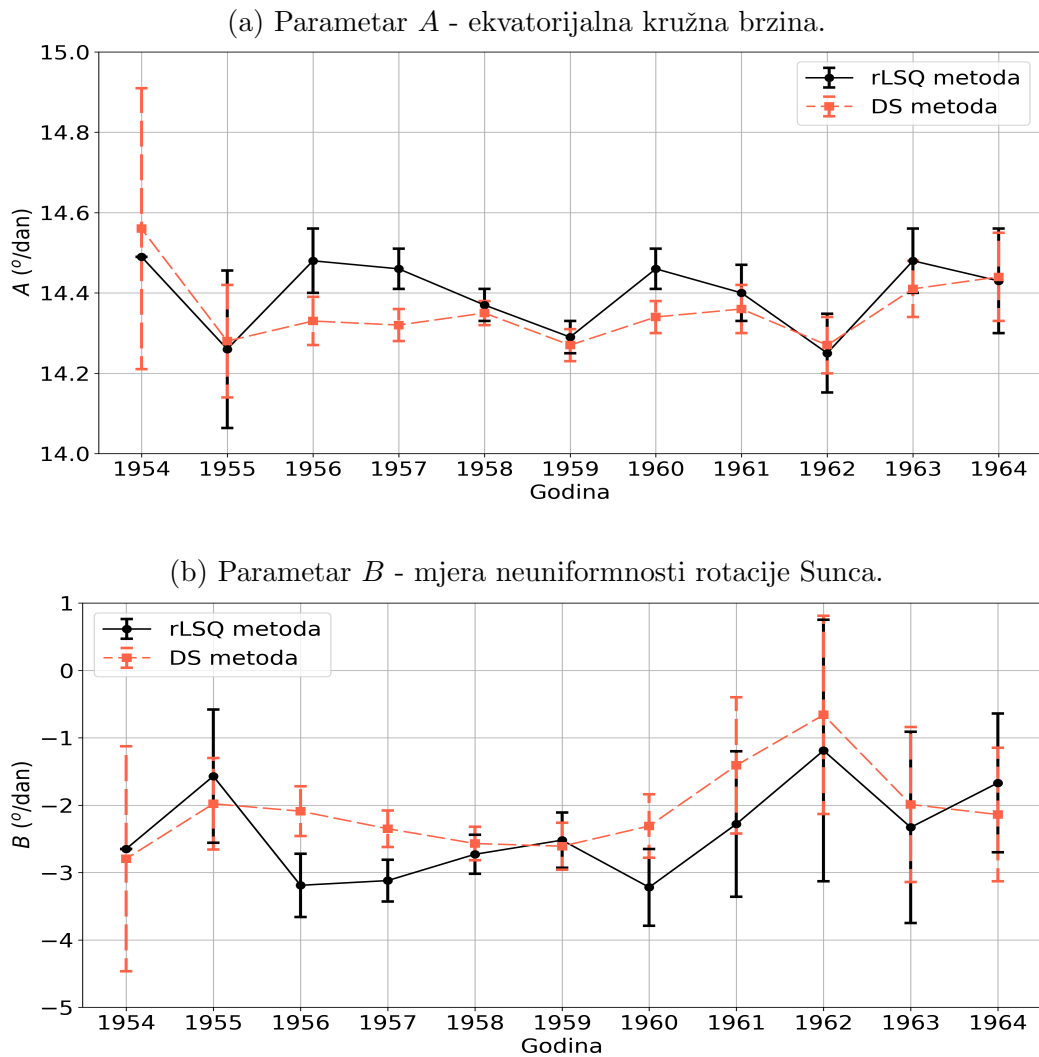
Pregled izračunatih širina intervala, ocjena u točki i apsolutnih pogrešaka za usporedbu rLSQ i DS metode tijekom 19. Sunčevog ciklusa prikazan je u tablici 3. Očigledno, DS metoda polučuje preciznije (uži intervali pouzdanosti) i točnije (manje apsolutne pogreške) rezultate za oba parametra na KSO podacima za 19. Sunčev ciklus što je u skladu sa zaključkom iz [34] da je DS metoda preciznija od rLSQ metode. Ali općenita usporedba i provjera performansi metoda nije ostvariva. Prvenstveno, metode su uspoređene na temelju jednoga eksperimenta, pa uvid u prirodu (slučajnost ili stvarni efekt) opažene razlike u metodama nije moguć. Uz to sumirane veličine uzoraka<sup>14</sup> nisu jednake za rLSQ ( $N_{\text{rLSQ}} = 2266$ ) i DS ( $N_{\text{DS}} = 10657$ ) metodu što može dovesti do neutemeljene usporedbe bazirane na karakteristikama koje nisu ovisne isključivo o odabranim metodama.

## 5.2 Profil i parametri diferencijalne rotacije Sunca tijekom 19. Sunčevog ciklusa

Prijašnja analiza implicira potpunu simetriju u rotaciji Sunca oko ekvatora. Stoga je smisleno integrirati podatke (izmjerene sideričke brzine) sa sjeverne

<sup>14</sup>Broj izračunatih sideričkih brzina na cijelom (sjever i jug) Suncu označen s  $N_{\text{rLSQ}}$  i  $N_{\text{DS}}$ .

i južne hemisfere te dobiti parametre koji se odnose na cijelo Sunce. Na grafovima 24a (parametar  $A$ ) i 24b (parametar  $B$ ) prikazani su rezultati linearne regresije za pojedinu godinu na cijelom Suncu.



Slika 24: Vremenska ovisnost parametara diferencijalne rotacije za cijelo Sunce (N+S) tijekom 19. Sunčevog ciklusa. Oznake: rLSQ metoda - puna crna linija s kružićima, DS metoda - isprekidana crvena linija s kvadratićima.

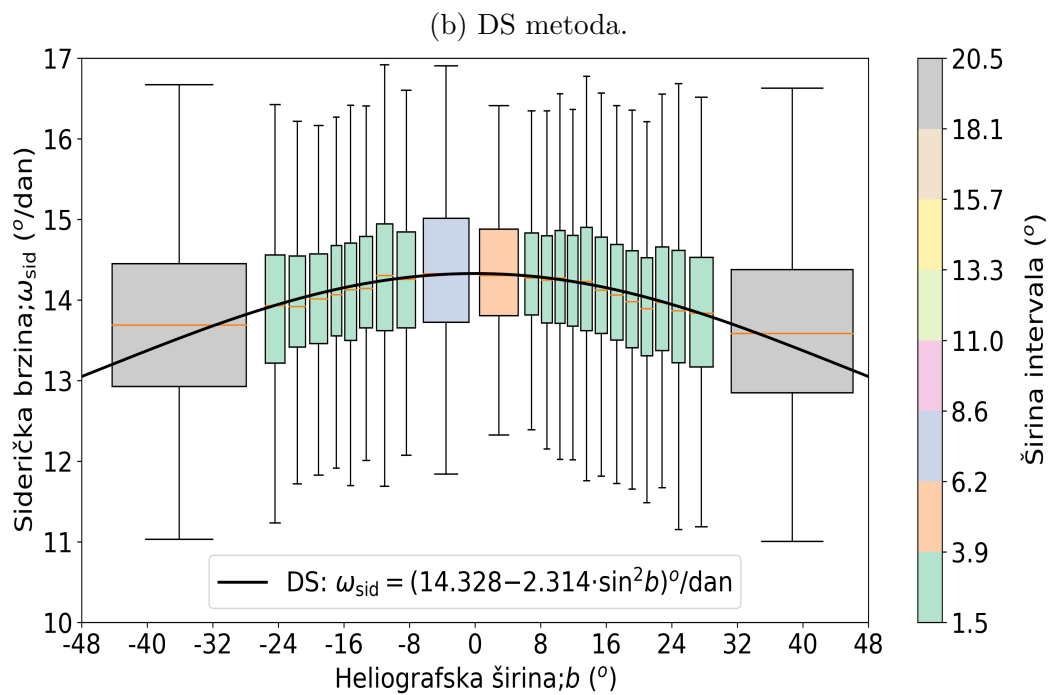
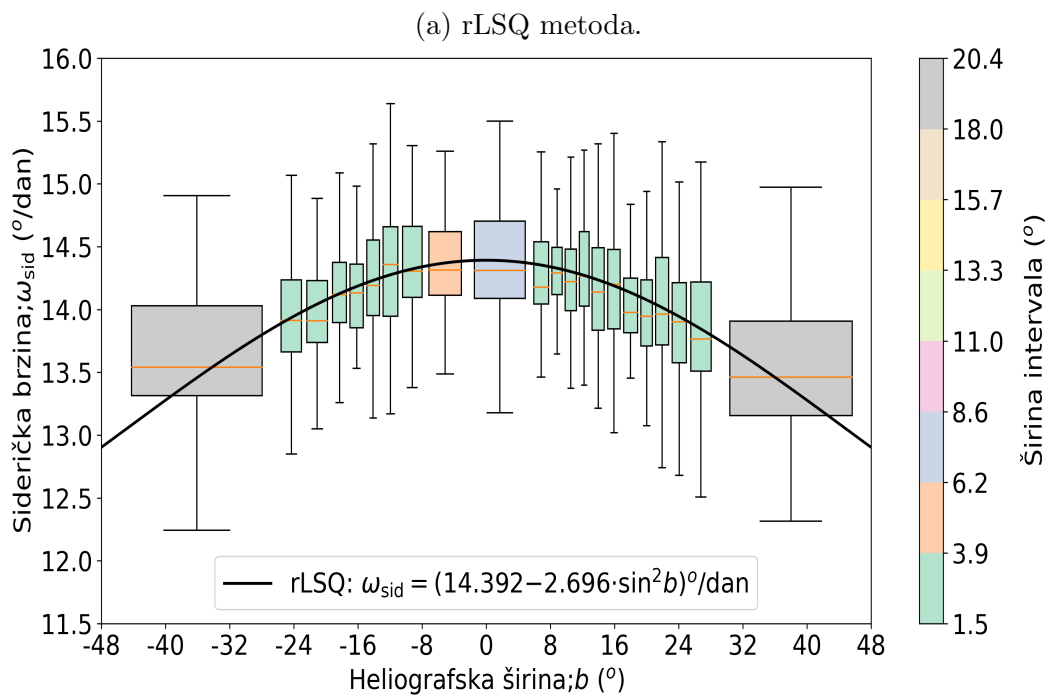
Vrijednosti dobivenih regresijskih parametara za analizirane godine označeni su odgovarajućim oznakama, kružićem za rLSQ metodu te kvadratićem za

DS metodu, dok *errorbarovi* odgovaraju pripadnim standardnim pogreškama. Zbog male veličine uzorka (15) standardne pogreške nisu prikazane za 1954. godinu kod rLSQ metode.

Pri interpretaciji i analizi regresijskih parametara za pojedinu godinu treba biti oprezan. Premda rotira cijelo Sunce, opažanja su ograničena samo na područja gdje se Sunčeve pjege pojavljuju. Štoviše pjege i grupe pjega skupljat će se oko skućenog pojasa čiji položaj (heliografska širina) na Suncu ovisi o fazi ciklusa aktivnosti (poglavlje 2.4). Stoga direktno slijedi da će raspon neovisne varijable ( $\sin^2 b$ ) biti limitiran za pojedinu godinu. Ovako smanjena varijabilnost neovisne varijable utječe na pouzdanost i nužno smanjuje preciznost procjenjivih parametara [45]. Koeficijent smjera pravca (parametar  $B$ ) naročito je zahvaćen ograničenim rasponom uzorka, dok će veći utjecaj na preciznost i pouzdanost parametra  $A$  imati asimetrija u pojavi (broju) pjega između sjeverne i južne hemisfere. Kako bi se dobio dojam o utjecaju ograničenog raspona na pojedini parametar dovoljno je usporediti magnitude standardnih pogrešaka parametra  $A$  (slika 24a) i parametra  $B$  (slika 24b) za pojedinu godinu.

Uz raspon, veličina uzorka ima dodatan utjecaj na preciznost i pouzdanost procjenjenih parametara. Veći uzorak će generalno poboljšati kvalitetu procjene. Širenje raspona neovisne varijable i povećanje veličine uzorka ostvareno je spajanjem podataka svih godina 19. Sunčevog ciklusa. Na grafovima 25a (rLSQ metoda) i 25b (DS metoda) prikazani su dobiveni profili diferencijalne rotacije Sunca (N+S) za 19. Sunčev ciklus. Funkcijske ovisnosti sideričke rotacijske brzine o heliografskoj širini dobivene linearnom regresijom prikazane su u donjem središtu na oba grafa. Stupičasti dijagrami predočuju vertikalnu raspodjelu „sirovih” podataka (izračunate sideričke brzine) unutar pridruženih *binova*, odnosno intervala heliografske širine, kako slijedi [46]:

- medijan: horizontalna narančasta crta
- prvi kvartil: donja stranica stupičastog dijagrama
- treći kvartil: gornja stranica stupičastog dijagrama
- minimum (isključujući *outliere*): donja oznaka „*error bara*”



Slika 25: Profili diferencijalne rotacije za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti.



- maksimum (isključujući *outliere*): gornja oznaka „*error bara*”.

Horizontalno svrstavanje podataka napravljeno je tako da se u svakom *binu* (intervalu heliografske širine) nalazi jednak broj izračunatih sideričkih brzina: 103 za rLSQ metodu, 444 za DS metodu. Raspon *bin*a na *x*-osi odgovara širini pridruženog stupičastog dijagrama (ljestvica s natpisom „Širina intervala” na desnoj strani slike 25).

Napomena: Pritom na grafovima 25a i 25b stupičasti dijagrami su skalirani na 80% pune širine zbog preglednosti.

Metoda	Parametar $\beta$	$\beta \pm SE_\beta$ (°/dan)	Testna statistika ; $ t_{\text{exp}} $	Kritična vrijednost; $t_0$	$ t_{\text{exp}}  > t_0$
rLSQ	<i>A</i>	$14.392 \pm 0.019$	757.5	2.971	Istina
rLSQ	<i>B</i>	$-2.696 \pm 0.146$	18.47	2.971	Istina
DS	<i>A</i>	$14.328 \pm 0.015$	955.2	2.968	Istina
DS	<i>B</i>	$-2.314 \pm 0.120$	19.33	2.968	Istina

Tablica 4: Iznosi regresijskih parametara i odgovarajućih statističkih objekata za 19. Sunčev ciklus.

U trećem stupcu tablice 4 nalaze se dobiveni iznosi regresijskih parametara ( $\beta$ ) i pripadnih standarnih pogrešaka ( $SE_\beta$ ) za 19. ciklus aktivnosti na cijelom Suncu (N+S). Ostatak tablice uključuje statističke objekte korištene za testiranje hipoteza. Konkretno, napravljen je jednostrani t-test na jednom uzorku za oba parametra i to kako slijedi [47]:

- Parametar *A*:
  1. Nulta hipoteza ( $H_{0,A}$ ): Sunčev ekvator je stacionaran;  $A = 0$ .
  2. Alternativna hipoteza ( $H_{1,A}$ ): Sunčev ekvator se rotira i smjer rotacije je pozitivan;  $A > 0$ .
- Parametar *B*:
  1. Nulta hipoteza ( $H_{0,B}$ ): uniformna rotacije Sunca;  $B = 0$ .

2. Alternativna hipoteza ( $H_{1,B}$ )<sup>15</sup>: kutna brzina rotacije Sunca smanjuje se od ekvatora prema polovima;  $B < 0$ .

Nivo signifikantnosti s Bonferronijevom korekcijom [48] ( $\alpha = 0.003 : 2 = 0.0015$ ) postavljen je jednako za sve kritične vrijednosti u tablici 4. U svim slučajevim (tablica 4) apsolutna vrijednost testne statistike veća je od kritične vrijednosti. Prema tome rezultati su statistički značajni i nulta hipoteza može se odbaciti za oba parametra. Štoviše ovaj zaključak vrijedi za obje metode i podupire uobičajeni kvalitativni opis diferencijalne rotacije Sunca. Kako je  $A > |B|$ , smjer rotacije će biti isti za cijelo Sunce.

Jednostavno rečeno, analiza podataka iz 19. Sunčevog ciklusa upućuje na diferencijalnu rotaciju Sunca i to tako da se kutna brzina smanjuje od ekvatora (maksimalna kutna brzina) prema polovima (minimalna kutna brzina). Ovakvi rezultati su u skladu s uobičajenim pretpostavkama teorijskih modela i eksperimentalnim rezultatima [34, 35, 49, 50].

---

<sup>15</sup>Na temelju ishoda testiranja hipoteze za parametar  $A$  pretpostavlja se  $A > 0$ , dok se na temelju iznosa parametara i standardnih pogrešaka dobivenih linearnom regresijom (tablica 4, treći stupac) pretpostavlja  $A > |B|$ . Pretpostavke su uzete čisto zbog formulacije alternativne hipoteze  $H_{1,B}$ .

## 6 Zaključak

Kompleksna i varijabilna magnetska struktura Sunca posljedica je Sunčevog dinama, koji je prvenstveno pogonjen turbulentnim gibanjem plazme i diferencijalnom rotacijom. Uspješan model Sunčevog dinama mora objasniti mnogobrojna opažanja, kao npr. Sunčeve pjege i karakteristike Sunčevog ciklusa aktivnosti. Stoga, precizna mjerenja diferencijalne rotacije Sunca predstavljaju jedan od ključnih parametara koji ulaze u jednadžbe transporta angularnog momenta na površini Sunca pa samim time direktno utječu na modeliranje Sunčevog dinama. Istraživanje unutrašnjosti Sunca temelji se na helioseizmologiji, dok se značajke ustrojstva i spektroskopija koriste za analizu Sunčeve površine. Sunčeve pjege jedno su od najstarije korištenih ustrojstava za određivanje diferencijalne rotacije Sunca, i to na način da se prati promjena položaja pjega tijekom vremena. Dostupnost dugoročnih podataka o pjegama s raznih opservatorija pruža dodatnu prednost u odnosu na korištenje drugih ustrojstava.

Crteži Sunčevog diska koji uključuju pjege osobito su korisni za povijesni pregled diferencijalne rotacije Sunca. KSO je jedan od opservatorija s bogatom kolekcijom crteža koja datira od 1944. godine. Do sada su obrađeni i analizirani crteži za period 1964 - 2020. Stoga je prirodno proširiti analizu na period 1954 - 1964 (19. Sunčev ciklus), što je i napravljeno u ovom diplomskom radu s fokusom na određivanje parametara diferencijalne rotacije i asimetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora.

Razlika u rotaciji sjeverne i južne Sunčeve hemisfere tijekom 19. Sunčevog ciklusa nije statistički značajna, što odgovara standardnoj pretpostavci modela diferencijalne rotacije Sunca. Također, kvalitativna slika diferencijalne rotacije cijelog Sunca (N+S) za 19. Sunčev ciklus je u skladu s pretpostavkama teorijskih modela i eksperimentalnim rezultatima. Preciznije rečeno, smanjenje kutne brzine rotacije Sunca od ekvatora prema polovima statistički je značajno i to s razinom signifikantnosti  $\alpha$  od 0.3 %. Dok je kvantitativni profil prosječne kutne brzine rotacije Sunca za 19. Sunčev ciklus dan s:

$$\omega_{\text{sid}} = (14.39 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.70 \pm 0.15) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan} \quad (\text{rLSQ metoda})$$

$$\omega_{\text{sid}} = (14.33 \pm 0.02) \text{ }^\circ/\text{dan} - (2.31 \pm 0.12) \sin^2 b \text{ }^\circ/\text{dan} \quad (\text{DS metoda})$$

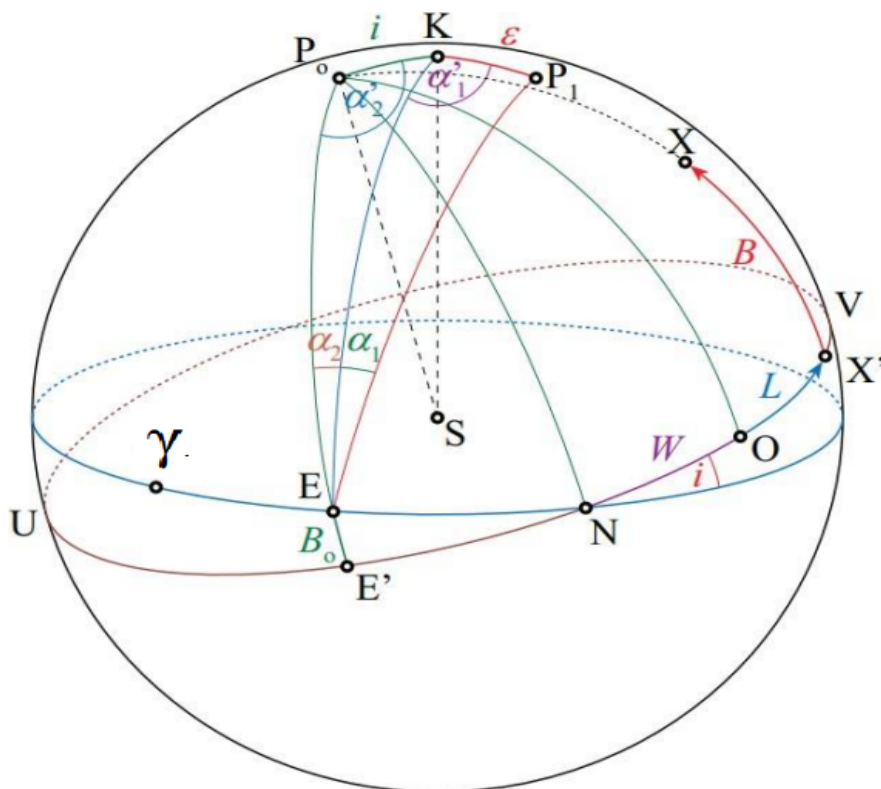
Glavna mana korištenja Sunčevih pjega za određivanje diferencijalne rotacije Sunca je ograničeno područje u kojemu se pojavljuju, te izrazito mali broj pjega prisutnih tijekom minimuma Sunčeve aktivnosti. Ali prednosti nadmašuju nedostatke, posebice za retrospektivnu analizu vremenske evolucije diferencijalne rotacije Sunca. Identifikacija globalnog trenda iz mjerenja za različite periode produbila bi znanje o Sunčevom dinamiku i dovela bi nas korak bliže do istinskog razumijevanja Sunca.

## A Matematički alati i rotacija Sunca<sup>16</sup>

Pri mjerenju i interpretaciji kutne brzine Sunca nužno je poznavati smjer Sunčeve osi rotacije za vrijeme svakog opažanja. Smjer Sunčeve osi rotacije (gledano sa Zemlje) u određenom trenutku može se izvesti iz objektivnog smjera Sunčeve osi rotacije u odnosu na ravninu ekliptike. Potonji smjer rotacije određen je longitudom uzlaznog čvora Sunčeva ekvatora ( $\Omega$ ) i inklinacijom Sunčeva ekvatora prema ravnini ekliptike ( $i$ ), čije je vrijednosti prvi izračunao Carrington postupkom minimiziranja meridijanskih gibanja pjega.

### A.1 Heliografske koordinate

Na slici 26 prikazan je ekliptički koordinatni sustav. Točke S i K predstav-



Slika 26: Ekliptički koordinatni sustav [52]

<sup>16</sup>Notacija i veći dio izvoda korištenog u ovom poglavlju preuzet je iz članka [32].

ljaju središte ekliptičke sfere i ekliptički pol, respektivno. Ortodroma  $\gamma EN$  je presjek ravnine ekliptike (orbitalna ravnina Zemlje oko Sunca) i Sunca čiji je ekvator kružnica UNV. Sučeva rotacija odvija se suprotno smjeru vrtnje kazaljke na satu gledano sa sjevenog pola Sunčeve osi rotacije označenog s  $P_o$ . Položaj Sunčeve osi rotacije u ekliptičkom koordinatnom sustavu u potpunosti je definiran inklinacijom  $i$  (kut između ravnine Sunčeva ekvatora i ekliptike) i longitudom ulaznog čvora  $\Omega$  (luk  $\gamma N$ , gdje je N-točka ulaznog čvora i  $\gamma$ -proljetna točka na ekliptici)<sup>17</sup>. Standardne vrijednosti korištene u astrofizici za ove veličine odredio je Carrington i iznose:

$$i = 7^\circ 15' \quad (6)$$

$$\Omega = 73^\circ 40' + 50.25''(t - 1850.0) \quad (7)$$

gdje je  $t$  vrijeme izraženo u godinama.

Početni meridijan heliografskog koordinatnog sustava predstavlja ortodroma  $P_o O$ . Položaj točke O u ekliptičkom koordinatnom sustavu definiran je kutnom udaljenošću  $W = NO$ :

$$W = \frac{360^\circ}{25.38 \text{ dan}} (\text{JD} - 2398220.0) \quad (8)$$

gdje je JD-julijanski datum. Član (2398220.0) u zagradi predstavlja trenutak referentnog položaja točke O izražen julijanskim datumom<sup>18</sup>. Prvi razlomak definira iznos ekvatorijalne (točka O se nalazi na ekvatoru) sideričke brzine rotacije s pretpostavkom Carringtonovog rotacijskog perioda (25.38 dana) potrebnog za jedan puni ophod.

Neka točka E predstavlja presjek pravca točka S-Zemlja i sfere. Gledano sa Zemlje, točka E će se nalaziti na središtu Sunčevog diska. Onda će heliocentrična ekliptička longituda Zemlje biti jednaka  $\gamma E$ , dok će geocentrična ekliptička longituda Sunca biti jednaka  $\lambda_0 = \gamma E + 180^\circ$ . Prema tome je:

$$EN = \Omega - (\lambda_0 - 180^\circ) \quad (9)$$

<sup>17</sup>Vrijednost parametra  $\Omega$  mijenja se uslijed precesije.

<sup>18</sup>Izabran tako da se podudara s ulaznim čvorom N na datum 1. siječnja 1854. godine u 12:00 UT.

Neka su  $(B_0, L_0)$  heliografske koordinate središta Sunčevog diska (točka E), onda je:

$$\sphericalangle P_oSE = 90^\circ - B_0 \quad (10)$$

$$\sphericalangle E'P_oN = 360^\circ - W - L_0 \quad (11)$$

gdje je  $360^\circ - W$  heliografska duljina ulaznog čvora. Za daljnje proračune koristno je uzeti u obzir poučke sferne trigonometrije:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (12)$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \quad (13)$$

$$\sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a \quad (14)$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (15)$$

pri čemu su  $a, b$  i  $c$  stranice izražene u stupnjevima odgovarajućeg središnjeg kuta, a  $A, B$  i  $C$  pridruženi kutovi u vrhovima sfernog trokuta. Sustav jednadžbi za heliografske koordinate  $(L_0, B_0)$  može se dobiti razmatranjem sfernih trokuta  $EE'N$  i  $EP_oN$  koristeći navedene poučke sferne trigonometrije. Za sferni trokut  $EE'N$  primjenom poučka (12) dobije se:

$$\frac{\sin B_0}{\sin i} = \frac{\sin(EN)}{\sin(90^\circ)} \quad (16)$$

$$\sin B_0 = \sin(\lambda_0 - \Omega) \sin i \quad (17)$$

Za sferni trokut  $EP_oN$  primjenom poučka (12) dobije se:

$$\frac{\sin(\sphericalangle P_oSE)}{\sin(90^\circ - i)} = \frac{\sin(EN)}{\sin(\sphericalangle E'P_oN)} \quad (18)$$

$$\cos B_0 \sin(L_0 + W) = \sin(\Omega - \lambda_0) \cos i \quad (19)$$

dok se primjenom poučka (13) dobije (gdje je  $O(1)$  ostatak):

$$\sin(\sphericalangle P_oSE) \cos(\sphericalangle E'P_oN) = \cos(EN) \sin(90^\circ) - \cos(90^\circ) \cdot O(1) \quad (20)$$

$$\cos B_0 \cos(L_0 + W) = -\cos(\Omega - \lambda_0) \quad (21)$$

Dijeljenjem izraza (19) s izrazom (21) konačno se dobije:

$$\tan(L_o + W) = -\tan(\Omega - \lambda_0) \cos i \quad (22)$$

Heliografske koordinate središta Sunčevog diska ( $B_0, L_0$ ) za zadani trenutak mogu se odrediti iz izraza (17) i (22) uz poznavanje vrijednosti  $\lambda_0$ .

Osim toga, za određivanje položaja neke točke u heliografskim koordinatama na Sučevom disku potrebno je znati pozicijski kut sjevernog pola  $P$  koji je jednak zbroju kutova  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  prikazanih na slici 26<sup>19</sup>. Iz same definicije proljetne točke na ekliptici slijedi da je ekliptička longituda nebeskog pola  $P_1$  jednaka  $90^\circ$ . Sumirano, poznati iznosi stranica i kutova u sfernom trokutu  $KP_1E$  su:

$$KE = \sphericalangle KSE = 90^\circ \quad (23)$$

$$\sphericalangle KSP_1 = \epsilon \quad (24)$$

$$\alpha'_1 = 90^\circ - (\lambda_0 - 180^\circ) \quad (25)$$

gdje je  $\epsilon$  priklon Zemljina ekvatora prema ravnini ekliptike. Primjenom poučka (12) dobije se:

$$\frac{\sin(KE)}{\sin(\sphericalangle KP_1E)} = \frac{\sin \epsilon}{\sin \alpha_1} \quad (26)$$

$$\sin(\sphericalangle KP_1E) = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \epsilon} \sin(KE) \quad (27)$$

dok se primjenom poučka (14) dobije:

$$\sin(\sphericalangle KP_1E) \cos \epsilon = \cos \alpha_1 \sin \alpha'_1 + \sin \epsilon \cos \alpha'_1 \cos(KE) \quad (28)$$

$$\sin(\sphericalangle KP_1E) \cos \epsilon = \cos \alpha_1 \sin \alpha'_1 \quad (29)$$

Uvrštavanjem izraza (27) u (29) slijedi:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \epsilon} \sin(KE) \cos \epsilon = \cos \alpha_1 \sin \alpha'_1 \quad (30)$$

---

<sup>19</sup>Položaj sjevernog pola Sunčeve osi rotacije u odnosu na sjeverni pol Zemljine osi rotacije (nebeski pol)  $P_1$ .



$$\tan \alpha_1 = -\tan \epsilon \cos \lambda_0 \quad (31)$$

U sfernom trokutu  $KEP_o$  poznati iznosi stranica i kutova su:

$$KE = \sphericalangle KSE = 90^\circ \quad (32)$$

$$\sphericalangle P_oSK = i \quad (33)$$

$$\alpha'_2 = \lambda_0 - 180^\circ - (\Omega - 90^\circ) \quad (34)$$

Identifikacija luka  $\sphericalangle P_oSK$  je trivijalna, dok je kut  $\alpha'_2$  jednak razlici longitude točke K ( $\lambda_0 - 180^\circ$ ) i longitude točke  $P_o$ . Treba primjetiti da je pravac NS okomit na ravninu u kojoj leži ekliptička longituda točke  $P_o$ . Stoga je vrijednost potonje longitude jednaka ekliptičkoj longitudi točke N ( $\Omega$ ) umanjenoj za  $90^\circ$ . Analognom primjenom postupka upotrijebljenog za sferni trokut  $KP_1E$  na sferni trokut  $KEP_o$  dobije se:

$$\tan \alpha_2 = -\tan i \cos(\Omega - \lambda_0) \quad (35)$$

Iz izraza (35) i (31) konačno slijedi izraz za pozicijski kut:

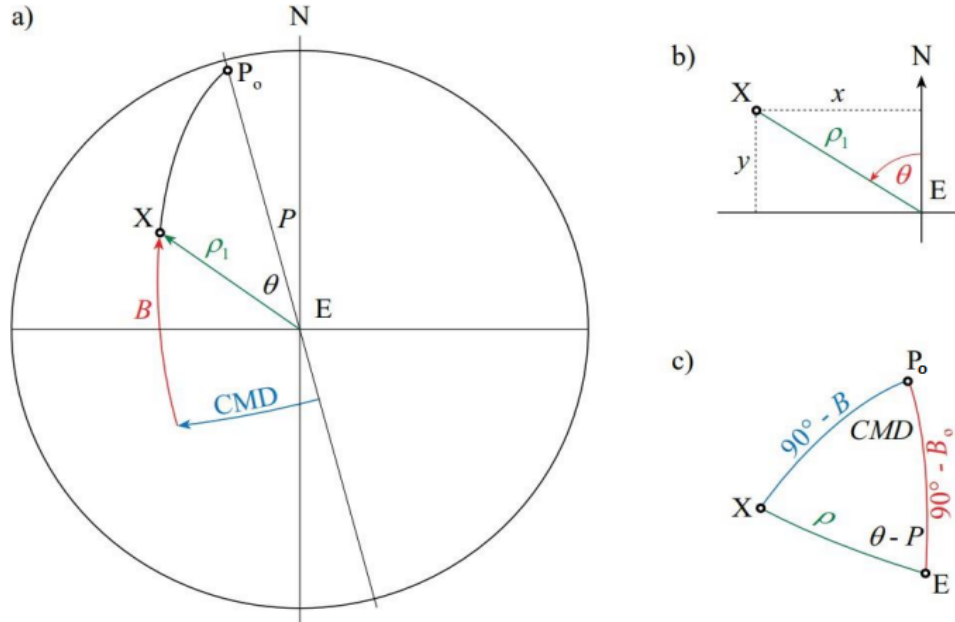
$$P = -\tan^{-1}(\tan \epsilon \cos \lambda_0) - \tan^{-1}(\tan i \cos(\Omega - \lambda_0)) \quad (36)$$

Parametri  $(B_0, L_0, P)$  jednoznačno definiraju referentni koordinatni sustav na Sunčevom disku, te određuju položaj Sunčeve osi rotacije i središte diska. Na slici 26 prikazana je proizvoljna točka X s heliografskim koordinatama:

$$B = 90^\circ - \sphericalangle P_oSX = \sphericalangle X'SX \quad (37)$$

$$L = \sphericalangle OP_oX' = \sphericalangle OX' \quad (38)$$

pri čemu je  $B$  heliografska latituda, a  $L$  heliografska longituda točke X. Na slici 27. a) prikazan je Sunčev disk onako kako ga vidi opažatelj na Zemlji. Prividno središte Sunčevog diska označeno je sa slovom E, dok pravac NE predstavlja rotacijsku os Zemlje koja je okomita na pravac istok-zapad (takozvani dnevni hod Sunca). Kako je već rečeno sjeverni pol Sunčeve osi  $P_o$  zatvara pozicijski kut  $P$  sa sjevernim polom Zemljine osi rotacije (NE). Položaj točke



Slika 27: a) Sunčev disk onako kako ga vidi promatrač. b) Položaj točke X u promatračevom pravokutnom sustavu. c) Sferni trokut potreban za pronalaženje heliografskih koordinata točke X. Izvor: [52]

X na Sunčevom disku u potpunosti je određen polarnim koordinatama  $\rho_1$  i  $\theta$ .  $\rho_1$  je kutna udaljenost točke X od središta diska, a  $\angle NEX$  pozicijski kut točke X u odnosu na pravac NE. Veza (slika 27. b)) između polarnih ( $\rho_1, \theta$ ) i pravokutnih ( $x, y$ ) koordinata izraženih u kutnim jedinicama dana je s:

$$\rho_1 = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (39)$$

$$\rho_1 \sin(\theta) = x \quad (40)$$

$$\rho_1 \cos(\theta) = y \quad (41)$$

Nakon što se izračuna kutna udaljenost  $\rho_1$  moguće je i odrediti kutnu duljinu luka  $\rho$  (slika 27.c)) kružnice EX. Ako je  $r$  udaljenost Zemlja-Sunce i  $R$  polu-mjer Sunca, onda iz kosokutnog trokuta u čijim su vrhovima Zemlja, središte Sunca i točka X slijedi:

$$\sin(\rho + \rho_1) = \frac{r \sin \rho_1}{R} \quad (42)$$

Elementi sfernog trokuta  $XP_oE$  uz već definirane heliografske koordinate  $(B,L)$  i heliografske koordinate središta Sunčevog diska  $(B_0,L_0)$  su:

$$XP_o = 90^\circ - B \quad (43)$$

$$EP_o = 90^\circ - B_0 \quad (44)$$

$$XE = \rho \quad (45)$$

$$\sphericalangle P_oEX = \theta - P \quad (46)$$

$$CMD = \sphericalangle XP_oE = L - L_0 \quad (47)$$

gdje je CMD (eng. *central meridian distance*) kutna udaljenost točke X od središnjeg meridijana. Primjenom poučka (15) slijedi:

$$\cos(XP_o) = \cos(EP_o) \cos(XE) + \sin(EP_o) \sin(XE) \cos(\sphericalangle P_oEX) \quad (48)$$

$$\sin B = \sin B_0 \cos \rho + \cos B_0 \sin \rho \cos(\theta - P) \quad (49)$$

Primjenom poučka (12) slijedi:

$$\frac{\sin(XP_o)}{\sin(\sphericalangle P_oEX)} = \frac{\sin(XE)}{\sin(\sphericalangle XP_oE)} \quad (50)$$

$$\cos(B) \sin(L - L_0) = \sin \rho \sin(\theta - P) \quad (51)$$

Dok primjenom poučka (14) slijedi:

$$\sin(XP_o) \cos(XP_oE) = \cos(XE) \sin(XP_o) - \sin(XE) \cos(XP_o) \cos(\sphericalangle XP_oE) \quad (52)$$

$$\cos(B) \cos(L - L_0) = \cos \rho \cos(B_0) - \sin \rho \sin(B_0) \cos(\theta - P) \quad (53)$$

Iz sustava jednačbi (49), (51) i (53) mogu se pronaći heliografske koordinate  $(B,L)$  promatrane točke X.

## A.2 Pretvaranje sinodičkog perioda u siderički period

Izračun sinodičke brzine ( $\omega_p$ ) ustrojstva vrši se praćenjem vremenske promjene ( $\Delta t$ ) kutne udaljenosti (CMD) ustrojstva od središnjeg meridijana:

$$\omega_p = \frac{\Delta(CMD)}{\Delta t} \quad (54)$$

Ukoliko ustrojstva ne pokazuju vlastito gibanje, utoliko će sinodička brzina ustrojstva biti isključivo posljedica Sunčeve rotacije i Zemljinog gibanja. Otuda sinodičku brzinu središta diska možemo shvatiti kao dnevnu promjenu heliografske longitude ( $L_0$ ) središta Sunčeva diska<sup>20</sup>:

$$\omega_p = \frac{360^\circ}{S_p} \quad (55)$$

$$\Delta L_0 = - \frac{L_0(t + 1 \text{ dan}) - L_0(t)}{1 \text{ dan}} \quad (56)$$

gdje je  $S_p$  sinodički period Sunčeve rotacije koji izjednačavanjem izraza (55) i (56) postaje:

$$S_p = \frac{360^\circ}{\Delta L_0} \quad (57)$$

Uz korekciju s obzirom na gibanje Zemlje (u odnosu na Sunce) moguće je odrediti sideričku brzinu (period) iz sinodičke brzine (perioda). Bazična korekcija uključuje gibanje Zemlje konstantnom kutnom brzinom koja je jednaka srednjoj brzini Zemljine revolucije ( $0.9856^\circ/\text{dan}$ ). Onda je odnos sinodičke ( $\omega_p$ ) kutne brzine i sideričke ( $\omega$ ) kutne brzine:  $\omega_p = \omega - 0.9856^\circ/\text{dan}$ . Korekcije višeg reda uključuju vremensku ovisnost brzine Zemljine revolucije oko Sunca i točan položaj Sunčeve osi rotacije u odnosu na ekliptiku. Svi navedeni doprinosi obuhvaćeni su jednostavnim analitičkim izrazom koji ovisi o inklinaciji  $i$ , longitudi ulaznog čvora  $\Omega$  i prividnoj Sunčevoj longitudi  $\lambda_0$  [53]. Neka su  $\Omega$ ,  $L_0$  i  $\lambda_0$  vrijednosti parametara u trenutku  $t$ , a  $\Omega'$ ,  $L_0'$  i  $\lambda_0'$  vrijednosti parametara točno jedan dan kasnije ( $t + 1 \text{ dan}$ ). Iz definicije

<sup>20</sup>Kako su smjerovi Zemljine revolucije i Sunčeve rotacije jednaki u ekliptičkoj ravnini, promjena heliografske longitude  $L_0$  je negativna jer je kutna brzina Sunčeve rotacije veća od kutne brzine Zemljine revolucije u ekliptičkom koordinatnom sustavu. Zbog toga, za  $\Delta L_0$  u izrazu (56) uzeta je apsolutna vrijednost.

dnevne promjene heliografske longitude  $L_0$  slijedi  $L'_0 = L_0 - \Delta L_0 \cdot 1 \text{ dan}$ . Uvrštavanjem parametara za pojedini dan u izraz (22) slijedi:

$$L_0 + W = \arctan(\cos i \tan(\lambda_0 - \Omega)) \quad (58)$$

$$L_0 - \Delta L_0 \cdot 1 \text{ dan} + W' = \arctan(\cos i \tan(\lambda'_0 - \Omega')) \quad (59)$$

Za pronalaženje sideričke brzine Sunca na proizvoljnoj latitudi nužno je kutnu udaljenost  $W$  (izraz (8)) zapisati za općenitu vrijednost sideričkog perioda  $S$ :

$$W = \frac{360^\circ}{S}(\text{JD} - 2398220) \quad (60)$$

Onda se iz izraza (60) dobiva:

$$W' - W = \frac{360^\circ}{S} \cdot 1 \text{ dan} \quad (61)$$

Oduzimanjem izraza (58) od (59), te uvrštavanjem izraza (61) i (57) u razliku konačno se dobije:

$$\frac{360^\circ}{S} = \frac{360^\circ}{S_p} + (\arctan(\cos i \tan(\lambda'_0 - \Omega')) - \arctan(\cos i \tan(\lambda_0 - \Omega))) \quad (62)$$

$$\omega = \omega_p + (\arctan(\cos i \tan(\lambda'_0 - \Omega')) - \arctan(\cos i \tan(\lambda_0 - \Omega))) \quad (63)$$

pri čemu su svi članovi izraženi u stupnjevima po danu. Iako su jednadžbe izvedene za pretvorbu sinodičke brzine središta diska u sideričku brzinu središta diska, očito je da izrazi (62) i (63) vrijede u generalnom slučaju. Točnije rečeno doprinos gibanja Zemlje razlici sideričke i sinodičke brzine je neovisan o heliografskoj latitudi, to jest konstantan u latitudi  $B$ .

### A.3 Određivanje vrijednosti raznih elemenata

Za izračunavanje heliografskih koordinata te veze sinodičke i sideričke brzine potrebno je poznavati vrijednosti prividne Sunčeve longitude ( $\lambda_0$ ), priklon Zemljina ekvatora prema ekliptici ( $\epsilon$ ) i udaljenost Zemlje od Sunca ( $r$ ). Jedan način dobivanja njihovih vrijednosti je interpolacijom podataka koji se objavljuju u astronomskim godišnjacima. Drugi način je izračunom iz aprok-

simativnih formula sa zadovoljavajućom točnošću što omogućava automatizaciju cijeloga procesa. U nastavku će biti navedene samo končne formule (preuzete iz [54]) koje su implementirane u Python-u.

Geometrijska srednja longituda  $l$  Sunca, Sunčeva srednja anomalija  $M$  i ekscentricitet  $e$  Zemljine staze oko Sunca aproksimirani su formulama:

$$l = 280.46646^\circ + 36000.76983^\circ \cdot T + 0.0003032^\circ \cdot T^2 \quad (64)$$

$$M = 357.52911^\circ + 35999.05029^\circ \cdot T + 0.0000001537^\circ \cdot T^2 \quad (65)$$

$$e = 0.016708634 - 0.000042037 \cdot T - 0.0000001267 \cdot T^2 \quad (66)$$

gdje je  $T$  (s EJD - efemeridni julijanski datum) vrijeme u efemeridnim julijanskim stoljećima proteklo od epohe J2000.0 (2000 siječanj 1,5 TD, pri čemu je TD Zemljino dinamičko vrijeme):

$$T = \frac{\text{EJD} - 2451545.0}{36525} \quad (67)$$

Jednadžba Sunčeva središta  $C$ :

$$C = (1.914602^\circ - 0.004817^\circ \cdot T - 0.000014^\circ \cdot T^2) \cdot \sin(M) + (0.019993^\circ - 0.000101^\circ \cdot T) \cdot \sin(2M) + 0.000289^\circ \cdot \sin(3M) \quad (68)$$

Onda je prava Sunčeva geometrijska longituda  $\lambda$  u odnosu na srednji ekvinocij tijekom opažanja:  $\lambda = l + C$ . Prividna Sunčeva longituda  $\lambda_0$  u odnosu na pravi ekvinocij uz  $\lambda$  još uključuje korekcije zbog nutacije i aberacije:

$$\lambda_0 = \lambda - 0.00569^\circ - 0.00478^\circ \cdot \sin(125.04^\circ - 1934.142^\circ \cdot T) \quad (69)$$

Priklom Zemljina ekvatora prema ekliptici  $\epsilon$  aproksimiran je formulom:

$$\epsilon = 23.439291^\circ - 0.0130041^\circ \cdot T - 0.00000164^\circ \cdot T^2 + 0.000000508^\circ \cdot T^3 + 0.00256^\circ \cdot \cos(125.04^\circ - 1934.136^\circ \cdot T) \quad (70)$$

Udaljenost Zemlje od Sunca  $r$  u astronomskim jedinicama može se izračunati

pomoću formule:

$$r = 1.000001018 \frac{1 - e^2}{1 + e \cos(M + C)} \quad (71)$$

Iz  $\sin S = R/r$  i polumjera Sunca  $R$  pronalazi se prividni kutni polumjer Sunca  $S$ . Preciznije vrijednosti za  $\lambda_0$  i  $r$  mogu se dobiti dodavanjem članova koji uključuju gravitacijske utjecaje Mjeseca, Jupitera i Venere.

Osim toga, za praktičnu primjenu do sada spomenutih izraza i formula potrebno je napraviti konverziju gregorijanskog kalendarskog datuma u julijanski datum (JD) koji je definiran brojem dana proteklih od 1. siječnja 4713. pr. Kr. točno u podne. JD je iskazan decimalnim brojem, te stoga nema definiciju sekunde, minute i sata. Formula za pretvorbu kalendarskog datuma u julijanski datum glasi:

$$\begin{aligned} \text{JD} &= [365.25(Y'+4716)] + [30.6001M'] + D + B - 1524.5 \\ M > 2 : Y' &= Y, M' = M+1 \\ M \leq 2 : Y' &= Y-1, M' = M+13 \\ B &= 2 - \left\lfloor \frac{Y'}{100} \right\rfloor + \left\lfloor 0.25 \left\lfloor \frac{Y'}{100} \right\rfloor \right\rfloor \end{aligned} \quad (72)$$

pri čemu je  $[x]$  - najveći cijeli broj manji ili jednak  $x$ ,  $D$  (izražen decimalnim brojem)-broj dana u trenutnom kalendarskom mjesecu,  $M$  - kalendarski mjesec,  $Y$  - kalendarska godina. Modificirani mjesec  $M'$  i godina  $Y'$  preslikavaju trenutni kalendarski mjesec u skup prirodnih brojeve od 4 (ožujak) do 15 (veljača). 30.6001 i 365.25 su aproksimativan broj dana u mjesecu i prosječan broj dana u godini, respektivno.  $B$  predstavlja neusklađenost gregorijanskog i julijanskog kalendara uzrokovanu izbacivanjem 10 dana iz gregorijanskog kalendara u 1582. i razlikom u računanju prijestupnih godina. Broj 4716 dodan je u prvi član kako bi se izbjegli problemi s negativnim godinama, a -1524.5 na kraju izraza osigurava ispravnu referentnu godinu nulte epohe julijanskog kalendara.

## Popis literature

- [1] NASA. *Star Basics*. <https://science.nasa.gov/universe/stars/>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [2] Bradley W. Carroll i Dale A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson, 2014.
- [3] UNIVERSE TODAY: Space i astronomy news. *Astronomy Jargon 101: Hertzsprung–Russell (HR) diagram*. <https://universetoday.com/152202/astronomy-jargon-101-hertzsprung-russell-hr-diagram/>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [4] LibreTexts. *The Sun- A Garden-Variety Star*. Preuzeto: 12. 9. 2024. URL: [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy\\_\\_Cosmology/Astronomy\\_1e\\_\(OpenStax\)/15%3A\\_The\\_Sun-\\_A\\_Garden-Variety\\_Star](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy__Cosmology/Astronomy_1e_(OpenStax)/15%3A_The_Sun-_A_Garden-Variety_Star).
- [5] Subhajit Dutta. *Structure and Layers of the Sun*. <https://bignet.in/blog/526/structure-and-layers-of-the-sun-in-english>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [6] dr.sc. Darije Maričić i dr.sc. Bojan Vršnak. *Struktura Sunca*. <https://eskola.zvezdarnica.hr/osnove-astronomije/sunce/grad-a-sunca/>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [7] Chandra X-ray observatory. *The historical sunspot record*. [https://chandra.si.edu/edu/formal/icecore/historical\\_sunspot.html](https://chandra.si.edu/edu/formal/icecore/historical_sunspot.html). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [8] Patrick J. Kiger. *How Sunspots work*. <https://science.howstuffworks.com/sunspot4.htm>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [9] GENESIS KIDS. *What are sun spots?* [https://solarsystem.nasa.gov/genesismission/product/genesis\\_kids/aboutgenesis/sun\\_spots.htm](https://solarsystem.nasa.gov/genesismission/product/genesis_kids/aboutgenesis/sun_spots.htm). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [10] P. R. Wilson. „Spots and Flares:Solar and stellar activity cycles”. *Cambridge Astrophysics Series* (1994.), str. 25–45.



- [11] Ivana Poljančić Beljan. „Properties of the solar velocity field indicated by motions of sunspot groups and coronal bright points”. Disertacija. Institut für Physik Karl-Franzens-Universität Graz, 2018.
- [12] D. Vrabc. „Chromospheric Fine Structure”. *IAU Symposium* 56 (1974.), str. 201.
- [13] C. Zwaan. „On the Appearance of Magnetic Flux in the Solar Photosphere”. *Solar Physics* 60 (1978.), str. 213.
- [14] C. Zwaan. „The evolution of sunspots,” *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C* 375 (1992.), str. 75–100.
- [15] Lawrence E. Cram i John H. Thomas. „The Physics of Sunspots”. *Nature* (1981.).
- [16] K.D. Leka i A. Skumanich. „The Evolution of Pores and the Development of Penumbrae”. *The Astrophysical Journal* 507,454 (1998.).
- [17] WIKIMEDIA. *Sunspot*. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/44/172197main\\_NASA\\_Flare\\_Gband\\_lg-withouttext.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/44/172197main_NASA_Flare_Gband_lg-withouttext.jpg). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [18] J. H. Thomas i N. O. Weiss. *Sunspots and Starspots*. Cambridge University Press, 2008.
- [19] M. Stix. *The sun: an introduction*. (Berlin: Springer-Verlag, 2nd ed., 2002.
- [20] Wiikipedia. *Solar magnetogram*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Solar\\_magnetogram](https://en.wikipedia.org/wiki/Solar_magnetogram). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [21] E. N. Parker. *Cosmical Magnetic Fields: Their Origin and Their Activity*. *The Astrophysical Journal*, 1979., str. 230.
- [22] *Wolf Number*. <https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/W/Wolf+Number>.
- [23] Sarah Jabbari. „Origin of solar surface activity and sunspots”. Disertacija. Department of Astronomy, Stockholm University, 2016.
- [24] Wikipedia. *Solar cycle*. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c4/Sunspot\\_butterfly\\_diagram.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c4/Sunspot_butterfly_diagram.svg). Preuzeto: 12. 9. 2024.

- [25] dr.sc. Dragan Roša i dr.sc. Darije Maričić. *Sunčeva rotacija – osnove*. <https://eskola.zvezdarnica.hr/osnove-astronomije/sunce/sunceva-rotacija-2/>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [26] A.S. Brun i M. Rempel. „Large Scale Flows in the Solar Convection Zone.” *Space Science Reviews* 144 (2009.), str. 151.
- [27] Günther Rüdiger i Rainer Hollerbach. *The Magnetic Universe: Geophysical and Astrophysical Dynamo Theory*. Wiley-VCH, 2004.
- [28] L. Bertello, Henney, R. K. C. J. Ulrich i dr. „Comparison of Frequencies and Rotational Splittings of Solar Acoustic Modes of Low Angular Degree from Simultaneous MDI and GOLF Observations.” *The Astrophysical Journal* 535.2 (2000.).
- [29] Wikipedia. *Tachocline*. <https://en.wikipedia.org/wiki/Tachocline>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [30] H. B. Snodgrass i R. Howard. „Torsional Oscillations of the Sun”. *Solar Physics* 228.4702 (1985.).
- [31] John G. Beck. „A comparison of differential rotation measurements”. *Solar Physics* 191 (2000.), str. 47.
- [32] dr.sc. Dragan Roša. *Sunčeva rotacija – metode, istraživanja i rezultati*. <https://eskola.zvezdarnica.hr/osnove-astronomije/sunce/sunceva-rotacija/>. Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [33] R. Howard. „Solar Rotation”. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 22 (1984.), str. 131.
- [34] I. Poljančić Beljan i dr. „Solar differential rotation in the period 1964–2016 determined by the Kanzelhöhe data set”. *Astronomy & Astrophysics* 606 (2017.), str. 6.
- [35] G. Lustig. „Solar rotation 1947-1981 - Determined from sunspot data”. *Astronomy & Astrophysics* 125 (1983.), str. 355–358.
- [36] I. Poljančić Beljan i dr. „Variation in solar differential rotation and activity in the period 1964-2016 determined by the Kanzelhöhe data set”. *Astronomy & Astrophysics* 663 (1983.).

- [37] Observatorium Kanzelhöhe. *Synoptic Calendar-Sunspot Drawings*. [http://cesar.kso.ac.at/synoptic/draw\\_years.php](http://cesar.kso.ac.at/synoptic/draw_years.php). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [38] Observatorium Kanzelhöhe. *Sunspot Drawings*. [https://www.kso.ac.at/beobachtungen/sonne\\_beobachtungen/about\\_sonne\\_zeichnungen\\_en.php](https://www.kso.ac.at/beobachtungen/sonne_beobachtungen/about_sonne_zeichnungen_en.php). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [39] Wikipedia. *Wilson effect (astronomy)*. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/69/Wilson\\_effect.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/69/Wilson_effect.svg). Preuzeto: 12. 9. 2024.
- [40] Ching-Ti Liu i dr. *Simple Linear Regression*. [https://sphweb.bumc.bu.edu/otlt/MPH-Modules/BS/R/R5\\_Correlation-Regression/R5\\_Correlation-Regression4.html](https://sphweb.bumc.bu.edu/otlt/MPH-Modules/BS/R/R5_Correlation-Regression/R5_Correlation-Regression4.html). Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [41] StatsNotebook. *Residual plots and assumption checking*. [https://statsnotebook.io/blog/analysis/linearity\\_homoscedasticity/](https://statsnotebook.io/blog/analysis/linearity_homoscedasticity/). Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [42] Jim Frost. *QQ Plot: Uses, Benefits Interpreting*. <https://statisticsbyjim.com/graphs/qq-plot/>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [43] Statistics How To. *Asymptotic Normality*. <https://www.statisticshowto.com/asymptotic-normality/>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [44] NIST. *Two-Sample t-Test for Equal Mean*. <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda353.htm>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [45] Zach Bobbitt. *What is Restriction of Range?* <https://www.statology.org/restriction-of-range/>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [46] Wolfram MathWorld. *Box-and-Whisker Plot*. <https://www.statology.org/restriction-of-range/>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [47] Britannica. *Student's t-test*. <https://www.britannica.com/science/Students-t-test>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [48] Wolfram MathWorld. *Bonferroni Correction*. <https://mathworld.wolfram.com/BonferroniCorrection.html>. Preuzeto: 15. 9. 2024.
- [49] M. Stix. „The Sun’s Differential Rotation”. *Reviews in Modern Astronomy* 2 (1989.), str. 248–266.

- [50] D. Sudar i dr. „PRELIMINARY RESULTS ON THE SOLAR ROTATION DETERMINED TRACING SDO/AIA CORONAL BRIGHT POINTS”. *Central European Astrophysical Bulletin* 38 (2014.), str. 105–110.
- [51] Jinglan Xie i dr. „North–South Asymmetry of the Rotation of the Solar Magnetic Field”. *The Astrophysical Journal* 855 (2018.).
- [52] D. Roša. *Elementarna astronomija*. Zvezdarnica Zagreb-Zagrebački astronomski savez i Hrvatsko astronomsko društvo, 2020.
- [53] D. Roša i dr. „The relation between the synodic and sidereal rotation period of the Sun”. *Solar Physics* 159 (1995.), str. 393–398.
- [54] Jean Meeus. *Astronomical Algorithms*. 2nd Edition. Willmann-Bell, 1998.
- [55] D. Roša, D Hržina i dr. „Sungrabber - Software for Measurements on Solar Synoptic Images”. *Central European Astrophysical Bulletin* (2007.).
- [56] Ivana Poljančić Beljan i dr. „A Comparison of Sunspot Position Measurements from Different Data Sets”. *Sun and Geosphere* 5 (2010.), str. 52–57.

## Popis slika

1	HR dijagram. Izvor: [3] . . . . .	2
2	Struktura Sunca. Izvor: [5] . . . . .	3
3	Sunčeva pjega. Izvor: [17] . . . . .	6
4	Magnetogram Sunca. Izvor: [20] . . . . .	7
5	Modeli magnetskog polja umbre. Izvor:[18] . . . . .	7
6	Model magnetskog polja penumbre. Izvor:[18] . . . . .	8
7	Ilustracija promjene magnetskog polariteta para pjega i globalnog polja Sunca tijekom dva uzastopna ciklusa aktivnosti. Izvor:[2] . . . . .	9
8	Broj pjega između 1700. godine i 2005. godine. Izvor: [2] . . . . .	10
9	Položaj pjega u ovisnosti o vremenu. Izvor: [24] . . . . .	11
10	Maunderov minimum. Izvor:[2] . . . . .	11
11	Prikaz kružne frekvencije u ovisnosti o položaju sloja unutar Sunca i heliografskoj širini. Izvor: [29] . . . . .	13
12	Poloidalno polje Sunca. Izvor: [2] . . . . .	15
13	Magnetsko polje Sunca s izraženom toroidalnom komponentom. Izvor:[2] . . . . .	15
14	Prikaz nastanka grupe pjega uslijed prodora silnica magnetskog polja na površinu Sunca. Izvor:[2] . . . . .	16
15	Eksperimentalno dobiveni profili diferencijalne rotacije koristeći <i>tracer</i> metodu i spektroskopiju. Izvor: [33]. . . . .	19
16	Eksperimentalne vrijednosti parametara $A$ i $B$ dobivene koristeći slike Sunčevog diska. Izvor:[34] . . . . .	21
17	Primjer crteža Sunčevog diska. Izvor: [37] . . . . .	23
18	Klasifikacija pjega i grupa pjega. Izvor: [38] . . . . .	24
19	Heliografska mreža na Sunčevom disku. Izvor: Sungrabber. Vlastita slika. . . . .	26
20	Wilsonov efekt. Izvor: [39] . . . . .	27
21	Intervali pouzdanosti razlike između vrijednosti parametra ( $A$ , $B$ ) rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere za pojedinu godinu određeni rLSQ metodom. Izvor: Python. Vlastita slika. . . . .	30

22	Intervali pouzdanosti razlike između vrijednosti parametra ( $A$ , $B$ ) rotacije sjeverne i južne Sunčeve hemisfere za pojedinu godinu određeni DS metodom. Izvor: Python. Vlastita slika. . . . .	31
23	Profili diferencijalne rotacije sjeverne i južne hemisfere Sunca za cijeli 19. Sunčev ciklus. Izvor: Python. Vlastita slika. . . . .	33
24	Vremenska ovisnost parametara diferencijalne rotacije za cijelo Sunce (N+S) tijekom 19. Sunčevog ciklusa. Izvor: Python. Vlastita slika. . . . .	36
25	Profili diferencijalne rotacije za 19. ciklus Sunčeve aktivnosti. Izvor: Python. Vlastita slika. . . . .	38
26	Ekliptički koordinatni sustav. Izvor:[52] . . . . .	43
27	Sunčev disk. Izvor:[52] . . . . .	48

## Popis tablica

1	Pregled procedura korištenih pri obradi Sunčevih crteža. Izvor: Vlastita tablica. . . . .	25
2	Pregled statističkih objekata za testiranje simetrije u rotaciji Sunca oko ekvatora tijekom 19. Sunčevog ciklusa. Izvor: Vlastita tablica. . . . .	34
3	Pregled izračunatih statističkih veličina za usporedbu rLSQ i DS metode tijekom 19. Sunčevog ciklusa. Izvor: Vlastita tablica.	35
4	Iznosi regresijskih parametara i odgovarajućih statističkih objekata za 19. Sunčev ciklus. Izvor: Vlastita tablica. . . . .	39