Unutarnji stojni valovi u Prošćanskom jezeru

Mareković, Tomislav

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:844801

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

Tomislav Mareković

Unutarnji stojni valovi u Prošćanskom jezeru

Diplomski rad

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOFIZIČKI ODSJEK

DIPLOMSKI STUDIJ FIZIKE-GEOFIZIKE

Tomislav Mareković

Diplomski rad

Unutarnji stojni valovi u Prošćanskom jezeru

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Zvjezdana Bencetić Klaić

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2018.

Ulazni podaci korišteni u ovom radu rezultat su znanstvenog projekta ”Hidrodinamičko modeliranje sustava Plitvičkih jezera” provođenog uz potporu Javne ustanove Nacionalnog parka Plitvička jezera.

Hvala mojoj mentorici, prof. dr. sc. Zvjezdani Bencetić Klaić, koja me je dobrim savjetima vodila kroz cijeli proces.

Posebno zahvaljujem prof. dr. sc. Mirku Orliću na uloženom vremenu i savjetima kojima je znatno unaprijedio moj rad.

Hvala Anji, najboljoj cimerici.

Hvala mom ocu na godinama potpore.

Sažetak

U ovom radu su korištene Krajcarova metoda, Merianova formula, Welchov spektar gustoće snage i klizni spektar da bi se iz mjerenih vertikalnih profila temperature s nepoznate točke na Prošćanskom jezeru i modeliranih temperatura Prošćanskog jezera odredio period unutarnjih stojnih valova Prošćanskog jezera. Sličan je postupak primijenjen na oba seta podataka te su naknadno rezultati međusobno uspoređeni. Dobiven je period unutarnjih stojnih valova u rasponu od 6.4 do 8.9 sati. Na temelju prijašnjih istraživanja, očekivani period unutarnjih stojnih valova bi trebao biti veći od 3.5 sati i ovaj rad to potvrđuje.

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 Podaci i metode **3**

2.1 UNESCO-ova formula za gustoću morske vode 3

2.2 Merianova formula 4

2.3 Krajcarova metoda 4

2.4 Welchova metoda za dobivanje spektra gustoće snage 8

2.5 Klizni spektar 9

2.6 Modelirani vertikalni profili temperature 9

2.7 Mjereni vertikalni profili temperature 11

3 Rezultati **12**

3.1 Modelirani vertikalni profili temperature 12

3.2 Mjereni vertikalni profili temperature 26

3.3 Usporedba rezultata 37

4 Zaključak **39**

Dodatak **40**

Literatura **41**

1 Uvod

Plitvička jezera su najstariji i najveći nacionalni park Republike Hrvatske. Park je smješten u Gorskoj Hrvatskoj, između planinskog lanca Male Kapele na zapadu i sjeverozapadu i Ličke Plješivice na jugoistoku. Dana 8. travnja 1949. godine je proglašen prvim nacionalnim parkom Republike Hrvatske. Proces osedravanja, kojim se formiraju sedrene barijere i stvaraju jezera, predstavlja jedinstvenu univerzalnu vrijednost zbog koje su Plitvička jezera dobila međunarodno priznanje 26. listopada 1979. godine, upisom na UNESCO-vu Listu svjetske baštine.

Park je najvećim dijelom prekriven šumskom vegetacijom, manji dio travnjacima, a turistički najzanimljiviji i najatraktivniji dio Parka – jezera, zauzimaju tek nešto manje od 1 % površine Parka. Jezerski sustav čini 16 imenovanih i nekoliko manjih, kaskadno poredanih jezera. Zbog geološke podloge i karakterističnih hidrogeoloških uvjeta, jezerski je sustav podijeljen na Gornja i Donja jezera. Prošćansko jezero, Ciginovac, Okrugljak, Batinovac, Veliko jezero, Malo jezero, Vir, Galovac, Milino jezero, Gradinsko jezero, Burgeti i Kozjak dvanaest su jezera koja čine Gornja jezera, formirana na nepropusnim dolomitima. Gornja jezera su prostranija, razvedenija i blažih obala u odnosu na Donja jezera. Donja jezera, koja čine jezera Milanovac, Gavanovac, Kaluđerovac i Novakovića Brod, nastala su u propusnoj vapnenačkoj podlozi te su usječena u uski kanjon strmih padina. Jezera završavaju impozantnim slapovima Sastavcima, podno kojih počinje tok rijeke Korane.

Rana istraživanja Plitvičkih jezera su bila dosta skromna i većinom su to bila opisna i putopisna djela. Prvo opsežno znanstveno istraživanje 1919. godine napravio je Gavazzi (Gavazzi, 1919). On je proučavao razna svojstva jezera - vodostaj, površinu, dubinu, temperaturu i kemijski sastav. Gavazzijev rad se smatra prvim cjelovitim limnološkim istraživanjem ne samo Plitvičkih jezera, već i u Hrvatskoj. Za moj rad su bili bitni njegovi rezultati o periodima unutarnjih stojnih valova te batimetrija jezera koju je odredio. Gavazzi je dobio period unutarnjih stojnih valova za Kozjak od oko 3.5 sata i amplitudu od šest metara.

Iduće bitno istraživanje 1951. godine započeo je Petrik (Petrik, 1958). U sklopu tog istraživanja vođenja su hidrološka, kemijska i biološka mjerenja. Istraživanje je većinom fokusirano na biološke i kemijske promjene u jezeru zbog njihove veze s nastankom sedrenih barijera. Iz njegovog rada sam koristio batimetrijske karte.

U Geofizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu 2017. godine je započelo istraživanje koje obuhvaća sva Plitvička jezera (Bencetić Klaić i sur., 2017). To istraživanje nastoji povećati postojeće spoznaje o geološkim, hidrogeološkim, hidrološkim i geokemijskim obilježjima sliva i jezerskih sustava, modelirati fizičke i kemijske procese koji se događaju unutar jezerskog sustava i/ili na njega utječu te u konačnici uspostaviti plauzibilni hidrodinamički model cijelog sustava. U sklopu ovog rada sam koristio neke od rezultata dobivenih u okviru tog istraživanja.

Cilj ovog rada je bio odrediti frekvenciju unutarnjih stojnih valova iz modeliranih i mjerenih podataka te ih usporediti s poznatim podacima iz prethodnih istraživanja, primarno s Gavazzijevim rezultatima.

Unutarnji stojni valovi su karakteristični za stratificirane fluide koji nisu u ravnoteži. Više uzroka može dovesti do početnog poremećaja, a najčešći je vjetar. Tada sila uzgona pokušava vratiti čest fluida na njenu prvotnu lokaciju. Unutarnji stojni valovi se mogu pronaći u jezerima, u atmosferi i u moru. Površinski stojni valovi su specijalan slučaj unutarnjih stojnih valova kada gornji fluid ima zanemarivu gustoću u odnosu na donji (Bryson, 1960). Jednom kada se pojave, unutarnji stojni valovi ovise jedino o geometriji bazena i traju dugo, dok se sva energija valova ne izgubi zbog trenja (McGraw-Hill, 2003).

2 Podaci i metode

Za potrebe rada sam koristio dva seta podataka – modelirane podatke za Prošćansko jezero iz Pilot studije Prošćanskog jezera (Bencetić Klaić i sur., 2017) i mjerene satne podatke o vertikalnom profilu temperature vode s nepoznate lokacije na Prošćanskom jezeru iz 2008. godine.

Programi za obradu podataka pisani su u programskom jeziku Python 3.5 uz dodatne pakete NumPy (za numeričku obradu podataka) i SciPy (za dobivanje spektra iz podataka).

Za obradu podataka koristio sam više metoda. Najbitnije korištene su UNESCO-ova formula za gustoću morske vode, Merianova formula, Krajcarova metoda, Welchova metoda za dobivanje spektra gustoće snage i klizni spektar.

2.1 UNESCO-ova formula za gustoću morske vode

Početni, neobrađeni podaci dobiveni iz modela i mjerenja daju vertikalne profile temperatura. Budući da mi je potrebna dubina piknokline, morao sam dobiti podatke o gustoći. To sam postigao tako što sam sve podatke o temperaturi uvrstio u UNESCO-ovu formulu za gustoću morske vode (UNESCO, 1981) uz salinitet jednak nuli. Ova formula daje jednoznačnu vezu između temperature i gustoće slatke vode:

$$\rho = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 + a_5 T^5, \tag{2.1}$$

gdje su konstante

$$\begin{aligned} a_0 &= 999.842594\, kgm^{-3}, \\ a_1 &= 6.793953 * 10^{-2}\, kgm^{-3}\, {}^oC^{-1}, \\ a_2 &= -9.095290 * 10^{-3}\, kgm^{-3}\, {}^oC^{-2}, \\ a_3 &= 1.001685 * 10^{-4}\, kgm^{-3}\, {}^oC^{-3}, \\ a_4 &= -1.120083 * 10^{-6}\, kgm^{-3}\, {}^oC^{-4}, \\ a_5 &= 6.536332 * 10^{-9}\, kgm^{-3}\, {}^oC^{-5}, \end{aligned} \tag{2.2}$$

a T je temperatura (^{o}C).

2.2 Merianova formula

Merianova formula se koristi za izračun teorijskog osnovnog moda unutarnjih stojnih valova u idealiziranom pravokutnom bazenu (npr. Gavazzi, 1919). Klasična Merianova formula daje period osnovnog moda površinskih stojnih valova. Periodi viših modova se dobiju kao n-ti dio perioda osnovnog moda, gdje je n broj moda. Merianova formula u svom osnovnom obliku glasi:

$$T = \frac{1}{n}\frac{2L}{\sqrt{gH}}, \tag{2.3}$$

gdje je n redni broj moda, L duljina bazena (m), g ubrzanje sile teže (ms^{-2}), a H dubina bazena (m). Da bi se formula mogla koristiti za unutarnje stojne valove potrebno ju je otežati faktorom koji ovisi o dubini piknokline te o gustoćama slojeva iznad i ispod piknokline (Ridgway, 1974). Otežana Merianova formula glasi:

$$T = \frac{1}{n}\frac{2L}{\sqrt{g\frac{\rho_D-\rho_G}{\frac{\rho_D}{h_D}+\frac{\rho_G}{h_G}}}}, \tag{2.4}$$

gdje je n redni broj moda, L duljina bazena (m), g ubrzanje sile teže (ms^{-2}), ρ_G gustoća sloja iznad piknokline (kgm^{-3}), ρ_D gustoća sloja ispod piknokline (kgm^{-3}), h_G debljina sloja iznad piknokline (m), a h_D debljina sloja ispod piknokline (m). Ovu verziju formule sam koristio za izračun perioda po Merianu. Za podatke o duljini i dubini bazena sam uzimao brojeve iz Gavazzijevog rada - duljina bazena L=2815 m, srednja dubina bazena H=13.2 m, iako sam kasnije modificirao duljinu bazena.

2.3 Krajcarova metoda

Krajcarova metoda se koristi za dobivanje dubine piknokline. Metoda je korištena u Krajcarovom magistarskom radu i nikada nije objavljena, ali ju je Krajcar dokumentirao (Krajcar, 1993).

Krajcarova metoda se koristi za određivanje dubine termokline, piknokline ili haloklinе. Ona pretpostavlja dvoslojni model jezera – jedan sloj od površine do dubine prvog sloja, drugi od te dubine do dna bazena. Dubina diskontinuiteta se interpretira kao termoklina, piknoklina ili haloklina, ovisno o podacima koji se koriste u metodi. Podaci moraju biti ekvidistantni po dubini, a u slučaju da podatak nedostaje, može ga se linearno interpolirati.

Dubina piknokline se zasniva na prilagodbi (*fit*) empirijskih podataka vertikalnog profila gustoće jezera aproksimiranog *step*-funkcijom pomoću metode najmanjih kvadrata. Empirijski podaci se predstavljaju s N+1 diskretnih ekvidistantnih vrijednosti gustoća ρ_i, gdje i=0 predstavlja gustoću površine, a i=N gustoću na dnu.

Dubina piknokline h_i i gustoće gornjeg (ρ_G) i donjeg sloja (ρ_D) se dobiju iz minimuma C_h:

$$C_h = \sum_{i=0}^{h} (\rho_i - A_h)^2 + \sum_{i=h+1}^{N} (\rho_i - B_h)^2, \tag{2.5}$$

gdje su A_h i B_h srednje vrijednosti gustoća slojeva iznad i ispod dane dubine:

$$A_h = \frac{1}{h+1} \sum_{i=0}^{h} \rho_i, \tag{2.6}$$

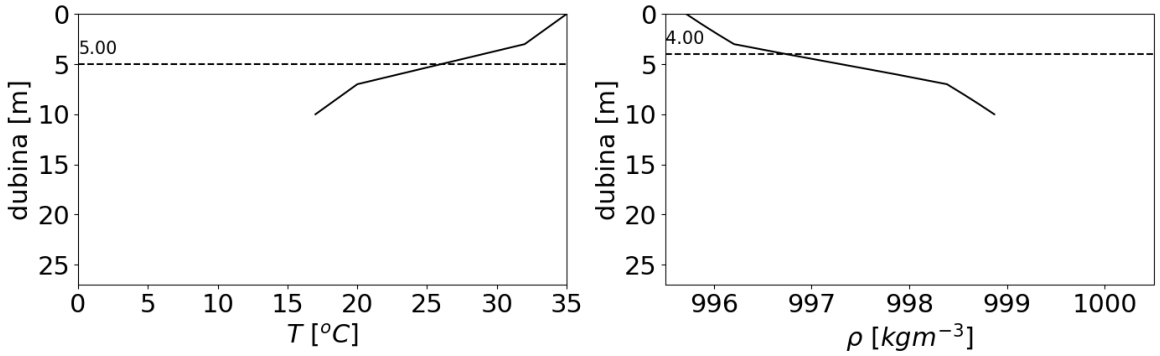
$$B_h = \frac{1}{N-h} \sum_{i=h+1}^{N} \rho_i. \tag{2.7}$$

C_h se mora računati za svaku dubinu h i zatim se odredi h za koji je C_h najmanja. Ta dubina se uzima kao dubina piknokline, a A_h i B_h kao gustoće gornjeg i donjeg sloja dvoslojnog modela.

Ovdje valja spomenuti ograničenja Krajcarove metode. Metoda koristi sume i gleda njihov omjer. Jednostavni primjeri mogu pokazati da ova metoda nije savršena.

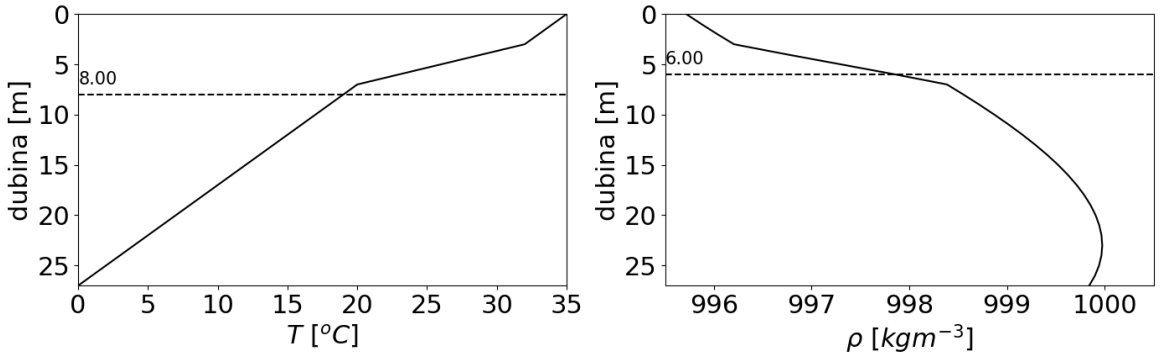
Pretpostavio sam profil temperature koji se sastoje od dva gradijenta temperature - jedan blagi ($1^oC/m$), drugi strmi ($3^oC/m$). Osmislio sam tri slučaja s različitim kombinacijama ovih gradijenata te jedan sa samo jednim gradijentom. Za svaki slučaj sam provjerio što metoda daje za dubinu termokline (temperaturni profil) i za dubinu piknokline (profil gustoće). Gustoća je dobivena iz UNESCO-ove formule.

U prvom primjeru (slika 2.1) sam postavio termoklinu na srednju dubinu, tako da su debljine oba sloja jednake. Ovo odgovara slučaju termokline na srednjoj dubini jezera. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za dani set podataka. Vidi se da se dubine termokline i piknokline razlikuju za jedan metar.



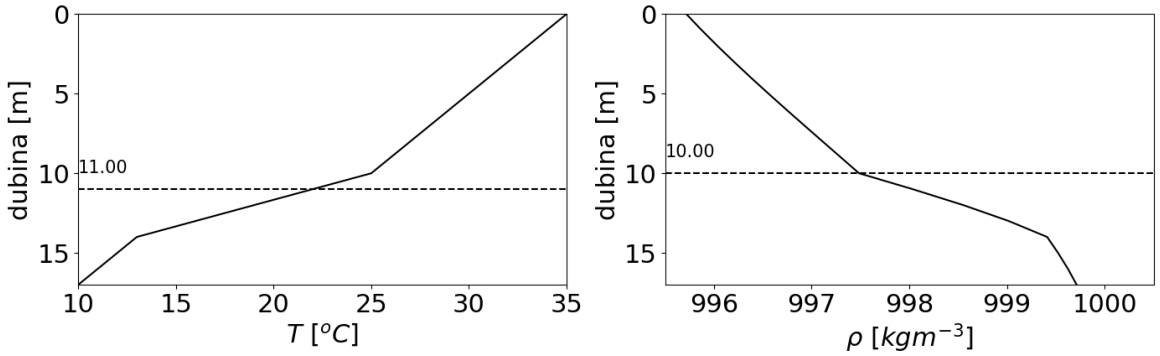
Slika 2.1: Krajcarova metoda primijenjena na slučaj termokline i piknokline na srednjoj dubini jezera. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za dani set podataka.

U drugom primjeru (slika 2.2) sam postavio termoklinu na istu dubinu kao i u prvom primjeru, ali sam povećao dubinu donjeg sloja značajno u odnosu na prvi primjer. Ovo odgovara slučaju termokline blizu površine jezera. U ovom slučaju razlika između dubina termokline i piknokline iznosi dva metra, a također valja uočiti i da se rezultati ne poklapaju s prvim primjerom, iako je prijelaz gradijenata na istoj dubini.



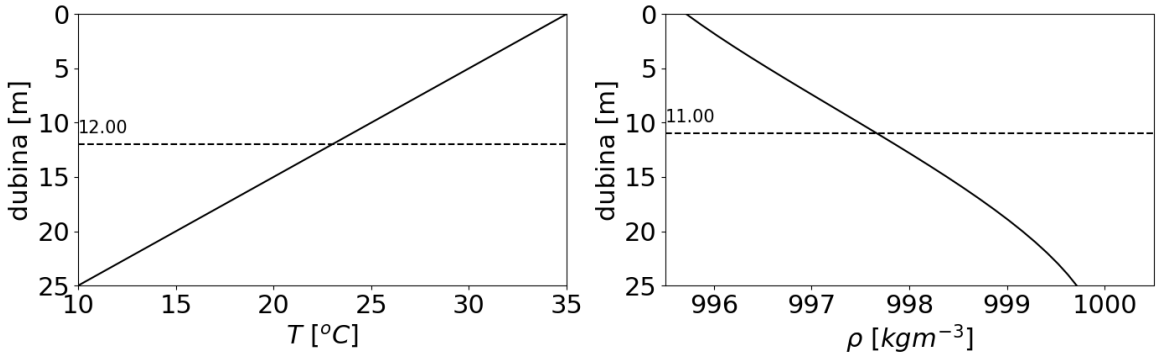
Slika 2.2: Krajcarova metoda primijenjena na slučaj termokline i piknokline blizu površine jezera. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za dani set podataka.

U trećem slučaju (slika 2.3) sam postavio termoklinu blizu dna. I ovdje postoji odstupanje od jednog metra između dubina termokline i piknokline.



Slika 2.3: Krajcarova metoda primijenjena na slučaj termokline i piknokline blizu dna jezera. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za dani set podataka.

Za kraj sam uzeo jezero s uniformnim gradijentom temperature i gustoće (slika 2.4). U ovom slučaju metoda postavlja termoklinu na pola dubine kod temperaturnog profila. Postoji odstupanje od jednog metra, ali to je zbog nelinearne veze temperature i gustoće.

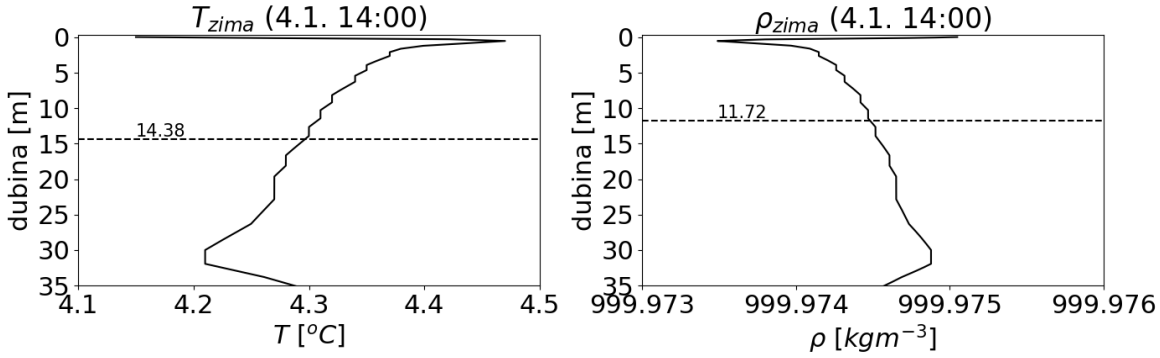


Slika 2.4: Krajcarova metoda primijenjena na slučaj termokline i piknokline za homogeno jezero. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za dani set podataka.

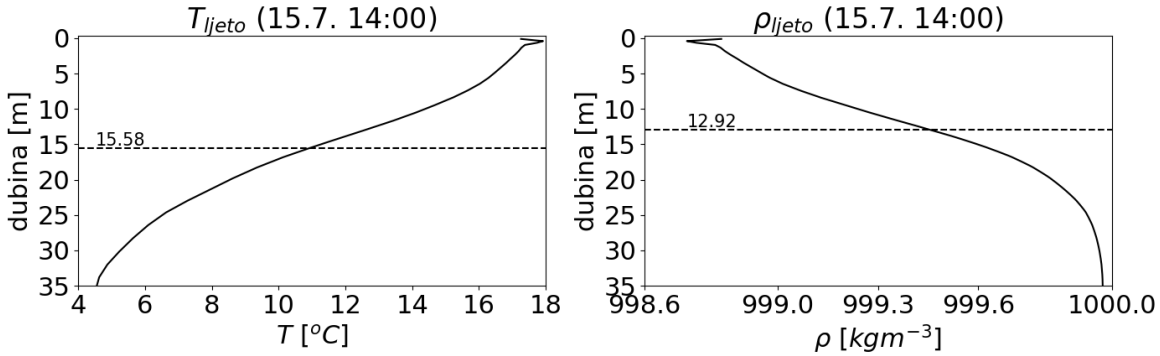
Vidi se da metoda daje različite, iako bliske, rezultate ovisno da li uzima podatke o temperaturi ili o gustoći. Također se vidi i da rezultat ovisi o debljini sloja iznad ili ispod termokline. Metoda daje veće dubine termokline u slučaju kada je sloj ispod termokline deblji nego sloj iznad termokline.

Uzeo sam i dva realna primjera za Proščansko jezero. Svaki odgovara jednom od ekstrema - homogenom i stratificiranom jezeru. Prvi primjer je iz zime (4. siječnja 2006.), drugi je iz ljeta (15. srpnja 2006.). Oba primjera (slike 2.5 i 2.6) se odnose na točku modela s najvećom dubinom. Metoda u oba slučaja daje različite vrijednosti dubine termokline i piknokline. Vrijedi spomenuti da oba primjera, a i većina ostalih

vertikalnih profila, imaju diskontinuitet na oko dva metra dubine. On ne utječe na rezultate metode pa nisam obraćao pažnju na njega. Moguće objašnjenje je da je on posljedica modeliranog utjecaja rijeke Matice.



Slika 2.5: Krajcarova metoda primijenjena na zimski profil temperatura i gustoće. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za 4. siječnja 2006.



Slika 2.6: Krajcarova metoda primijenjena na ljetni profil temperatura i gustoće. Iscrtkana horizontalna linija predstavlja rezultat Krajcarove metode za 15. srpnja 2006.

Metoda nije konzistentna niti kod realnih podataka. Unatoč ovome, koristio sam Krajcarovu metodu za određivanje dubine piknokline jer se njome iterativno (objektivno) računa dubina piknokline, a ne subjektivno, ali imao sam na umu da je ona potencijalni izvor grešaka. Eventualna odstupanja od stvarne dubine piknokline će biti prisutna u svim vremenskim terminima što neće utjecati na izračun perioda iz spektra, ali bi mogla utjecati na rezultate dobivene Merianovom formulom.

2.4 Welchova metoda za dobivanje spektra gustoće snage

Welchova metoda se koristi za određivanje ovisnosti snage signala o frekvenciji (Welch, 1967). Ona daje gustoću snage na y-osi i frekvencije na x-osi. Meni nije bio potreban

apsolutni iznos gustoće snage. Za dobivanje spektra gustoće snage (u daljnjem tekstu: spektar) sam koristio Pythonovu funkciju *scipy.signal.welch* iz dodatnog paketa SciPy. Uz svaki spektar sam nacrtao i interval pouzdanosti od 95 $\%$ dobiven pomoću χ^2 razdiobe.

Ovu metodu sam koristio za određivanje frekvencija na kojima signal ima spektralne šiljke i njihov relativni odnos. Svaki izraženi spektralni šiljak sam tretirao kao signal određenog perioda. Prilikom analize spektra sam tražio spektralne šiljke koji su veći od intervala pouzdanosti, ali sam se većinom pouzdao u slobodnu procjenu.

2.5 Klizni spektar

Klizni spektar je statistički alat koji se koristi za utvrđivanje periodičnosti u vremenskom nizu podataka ili za pronalaženje ovisnosti među vremenskim nizovima. Ja sam ovu metodu koristio za pronalaženje vremenskih epizoda kada su unutarnji stojni valovi u jezeru bili izraženi. Metodu sam primijenio na podatke o temperaturama na određenoj dubini prilikom obrade mjerenih podataka, dok sam za modelirane podatke koristio podatke o dubini piknokline dobivene Krajcarovom metodom.

Vremenski niz podataka sam rastavio na podnizove od 24 sata, počevši s podatkom za 01:00. Napravio sam spektar gustoće za taj podniz te sam taj spektar pridijelio odgovarajućem datumu na x-osi. Iznosi frekvencija iz spektra su dani na y-osi. Ponovio sam ovaj postupak za sve dane i na kraju sam primijenio klizni srednjak s prozorom od dva dana i korakom od jednog dana. Za dobiveni set podataka sam nacrtao konture, pri čemu boja konture odgovara gustoći snage signala za određenu frekvenciju i za određeni datum.

Ova metoda mi je služila za pronalaženje početka i kraja epizode pojave unutarnjih stojnih valova. Jednom kada sam odredio epizodu, izdvojio sam podatke te sam ih obradio Welchovom metodom i iz tih rezultata sam donosio zaključke.

2.6 Modelirani vertikalni profili temperature

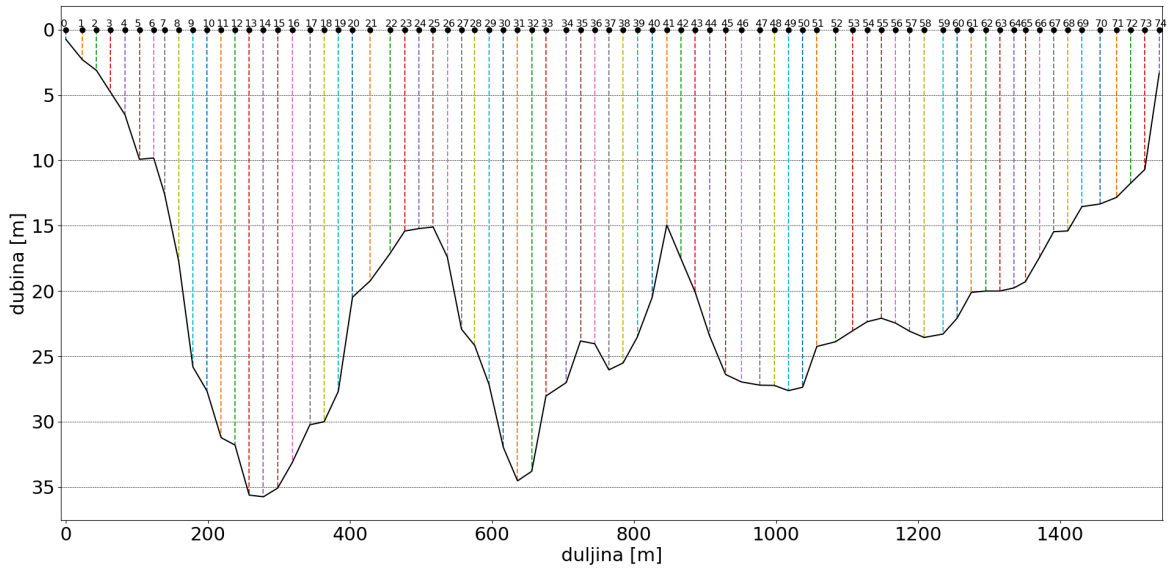
Prvi set podataka s kojima sam radio je bio rezultat modela *Semi-implicit Cross-scale Hydroscience Integrated System Model* (SCHISM) (Zhang i sur., 2016) korištenog unutar Pilot studije Prošćanskog jezera. Modelom se izračunalo podatke za cijelo Prošćansko jezero, no meni su dani podaci za samo jedan vertikalni presjek (slika

2.7). To je jedan od najduljih presjeka koji prolazi kroz najdublju točku jezera.

Dobivene podatke čini vremenski niz s korakom od jednog sata parova koordinata u Hrvatskom Terestričkom Referentnom Sustavu za epohu 1995.55 s poprečnom Mercatorovom projekcijom (HTRS96/TM) i temperatura. Horizontalne (x i y) koordinate daju položaj točke u kojoj je model izračunavao temperaturu, a vertikalna (z) koordinata odgovara dubini od površine jezera. Podaci su dani za period od 1. siječnja 2006. do 30. prosinca 2006.

Nakon obrade i sređivanja, sve podatke sam pridijelio odgovarajućoj od 75 točaka duž presjeka. Dubine nisu bile uniformno raspoređene pa sam naknadno linearno interpolirao podatke na skalu s korakom od jednog centimetra. Maksimalne dubine podataka variraju od 0.75 metara do 35.74 metara, što odgovara realnim dubinama jezera. Točke u kojima model računa temperaturu nisu ekvidistantne pa sam i o tome morao voditi računa.

Uz modelirane podatke sam dobio i podatke o modeliranom vjetru koji je korišten kao jedan od ulaza u SCHISM model. Ove podatke čini vremenski niz s korakom od jednog sata parova brzine vjetra i smjera vjetra. Valja napomenuti da su svi podaci vezani za samo jednu točku. Naknadno sam izdvojio komponente uzduž jezera i poprijeko jezera.



Slika 2.7: Vertikalni presjek Prošćanskog jezera duž kojeg su uzeti rezultati modela. Lijeva strana odgovara najsjevernijoj, a desna najjužnijoj točki presjeka. Na gornjem dijelu slike označene su točke od 0. do 74.

2.7 Mjereni vertikalni profili temperature

Drugi set podataka su bili mjereni podaci s Prošćanskog jezera. Podaci su mjereni svaki sat na dubinama od 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 i 12 metara u periodu od 7.11.2008. do 15.5.2009. Nažalost, nije mi bio dostupan podatak o lokaciji na kojoj su mjerenja vršena pa stoga ne znam dubinu jezera u toj točki.

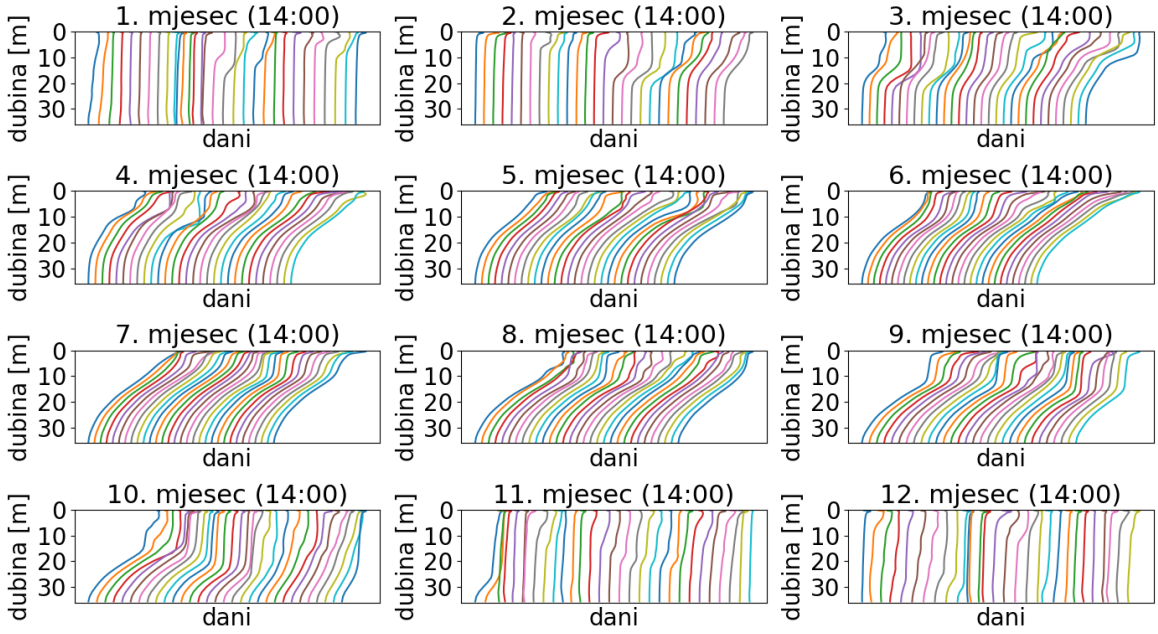
Proveo sam sličnu obradu kao i za podatke iz modela, ali ovaj put se radilo o samo jednoj točki. Točke su bile ekvidistantne po dubini pa nisam morao interpolirati podatke. Valja uočiti da ovi podaci ne sadrže informaciju o temperaturi na površini pa sam podatke s dubine od jednog metra tretirao kao površinske podatke.

3 Rezultati

Cilj rada je bio dobiti periode unutarnjih stojnih valova za oba seta podataka (mjereni i modelirani), ali zbog manjka informacija o lokaciji na kojoj su uzeti mjereni podaci postupak nije mogao biti isti za oba seta. U ovom dijelu predstavljam podatke iz modela.

3.1 Modelirani vertikalni profili temperature

Prvi korak mi je bio provjeriti kako izgledaju temperaturni profili. Iz teorije se zna da se unutarnji stojni valovi javljaju u toplom dijelu godine jer je tada jezero stratificirano. Odabrao sam najdublju točku (14. točku presjeka) i nacrtao ovisnost temperature o dubini. Postupak sam ponovio za svaki dan u danom mjesecu, uvijek u istom satu. Te sam profile crtao uz posmak. Apsolutni iznosi mi nisu bili bitni, nego samo oblik profila.

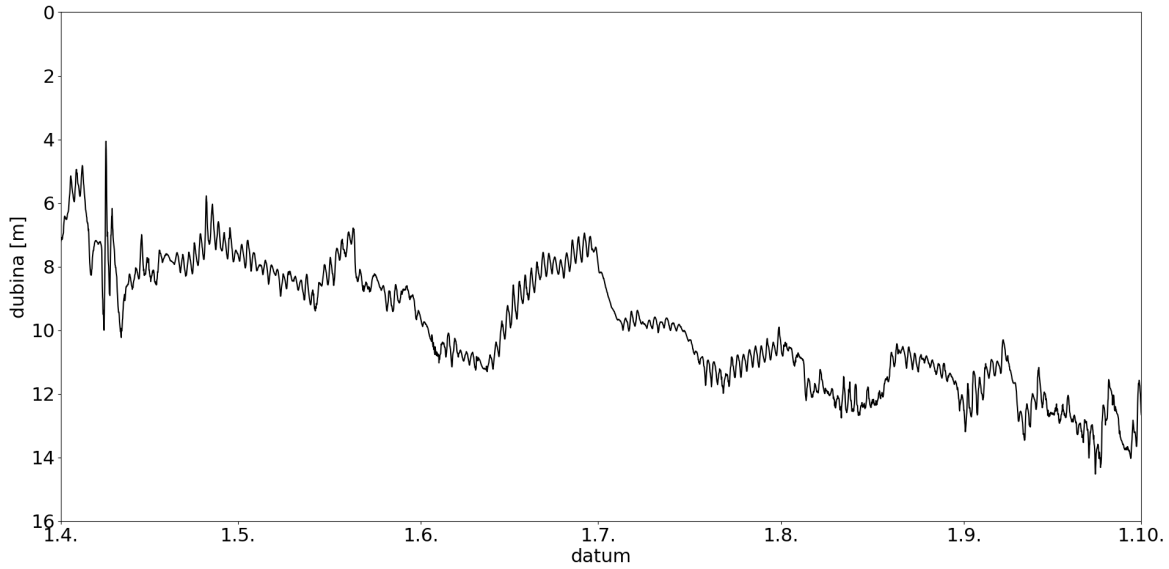


Slika 3.1: Posmaknuti dnevni modelirani vertikalni temperaturni profili za Prošćansko jezero u 14. točki u 14 sati.

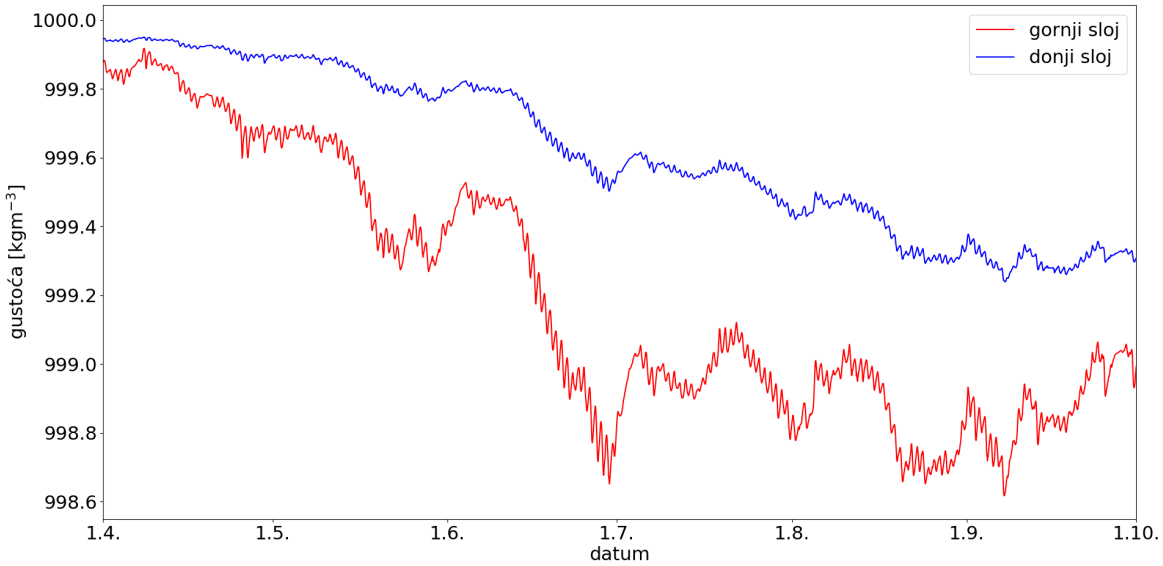
Sa slike 3.1 se vidi da se pred kraj ožujka počinje stvarati termoklina te da ostaje formirana sve do sredine listopada. Zato sam odlučio koristiti podatke od 1. travnja do 1. listopada, imajući na umu da u travnju i listopadu termoklina nije tako izražena kao sredinom i krajem ljeta.

Idući korak je bio izračunati dubinu piknokline u svakoj točki presjeka za svaki sat. To sam radio tako što sam za svaki sat primijenio Krajcarovu metodu u svakoj točki. Podsjećam, podaci su prethodno interpolirani na centimetarsku skalu. Dobivene dubine su bile različite za svaku točku presjeka pa sam ih usrednjio da bih dobio srednju dubinu piknokline jezera za dani sat. Rezultat je vremenski hod piknokline u svakom satu prikazan na slici 3.2. Na sličan način sam dobio i srednje gustoće gornjeg i donjeg sloja prikazane na slici 3.3.

Na slici 3.2 se može uočiti blagi pad dubine piknokline u toplom dijelu godine. Slika 3.3 također pokazuje blagi pad gustoća gornjeg i donjeg sloja u toplom dijelu godine, ali donji sloj je cijelo vrijeme znatno gušći nego gornji.



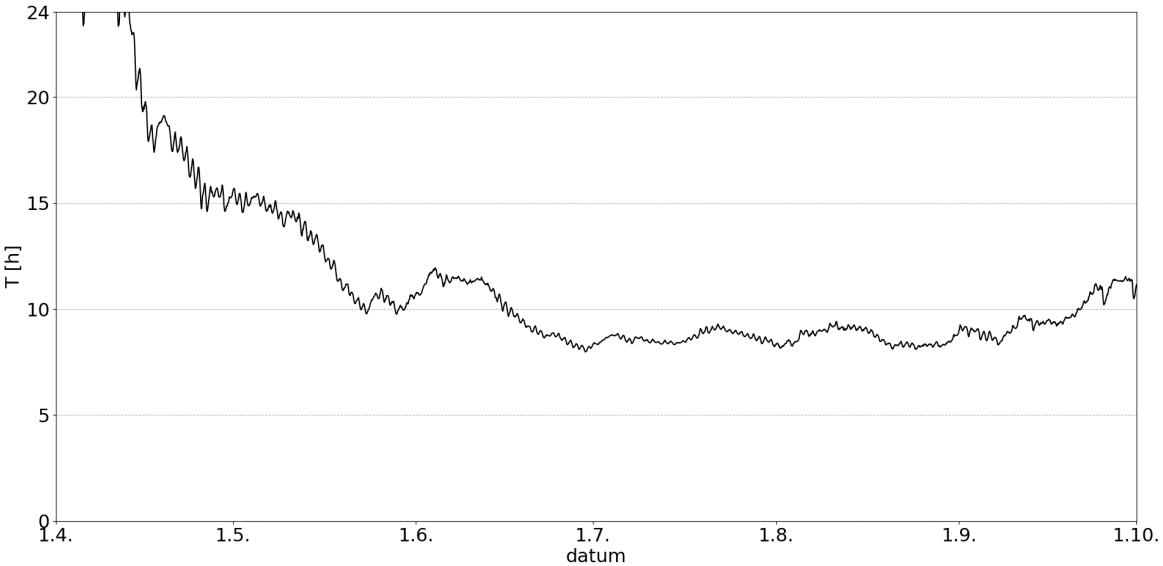
Slika 3.2: Srednja dubina piknokline dobivena Krajcarovom metodom u toplom dijelu godine iz modeliranih vertikalnih profila temperature.



Slika 3.3: Gustoće gornjeg i donjeg sloja dobivene Krajcarovom metodom u toplom dijelu godine iz modeliranih vertikalnih profila temperature.

Da bih mogao uspoređivati podatke s prijašnjim istraživanjima bili su mi potrebni podaci o periodu unutarnjih stojnih valova. Koristio sam dvije metode da bih dobio te podatke – Merianovu formulu i spektar.

U početku sam u Merianovoj formuli koristio podatke koje je koristio Gavazzi (L=2815 m, H=13.2 m). Za dubinu piknokline sam koristio ranije dobivenu srednju dubinu piknokline. Gustoće slojeva iznad i ispod piknokline su također dobivene kao srednje vrijednosti tih gustoća duž cijelog presjeka u danom satu.

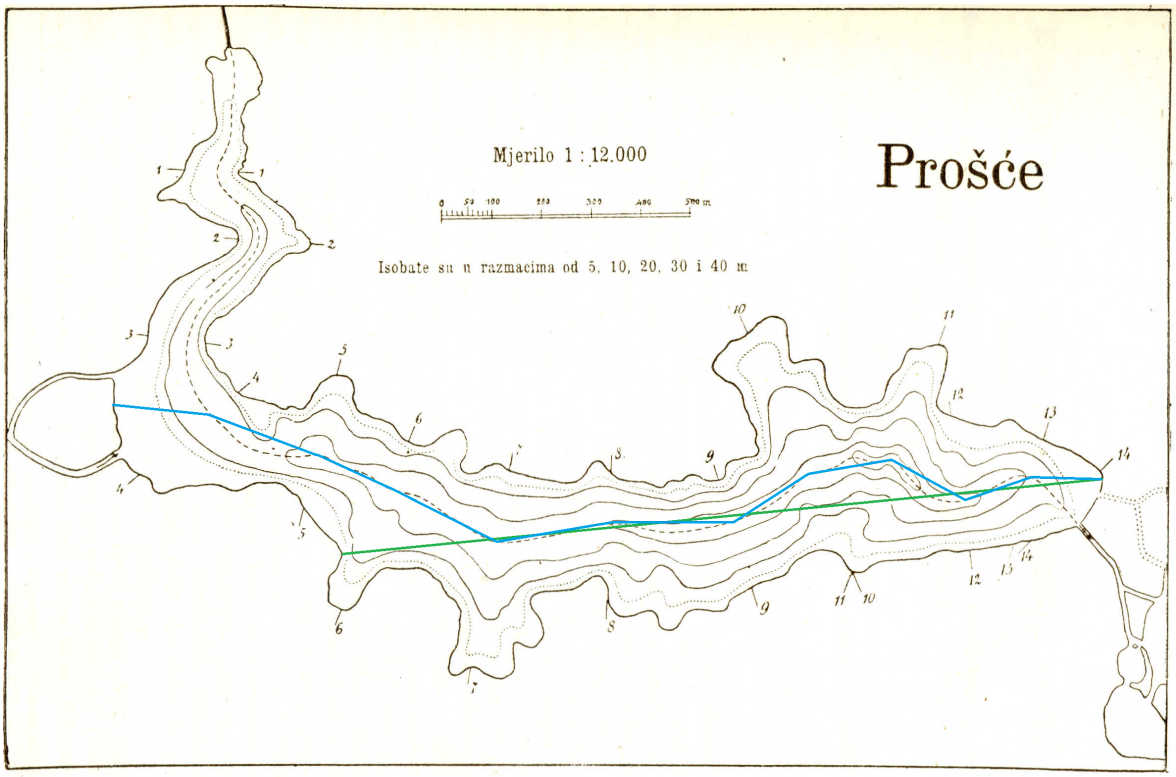


Slika 3.4: Period po Merianovoj formulu za topli dio godine uz Gavazzijeve podatke o morfometriji jezera te izračunat iz modelirane temperature jezera.

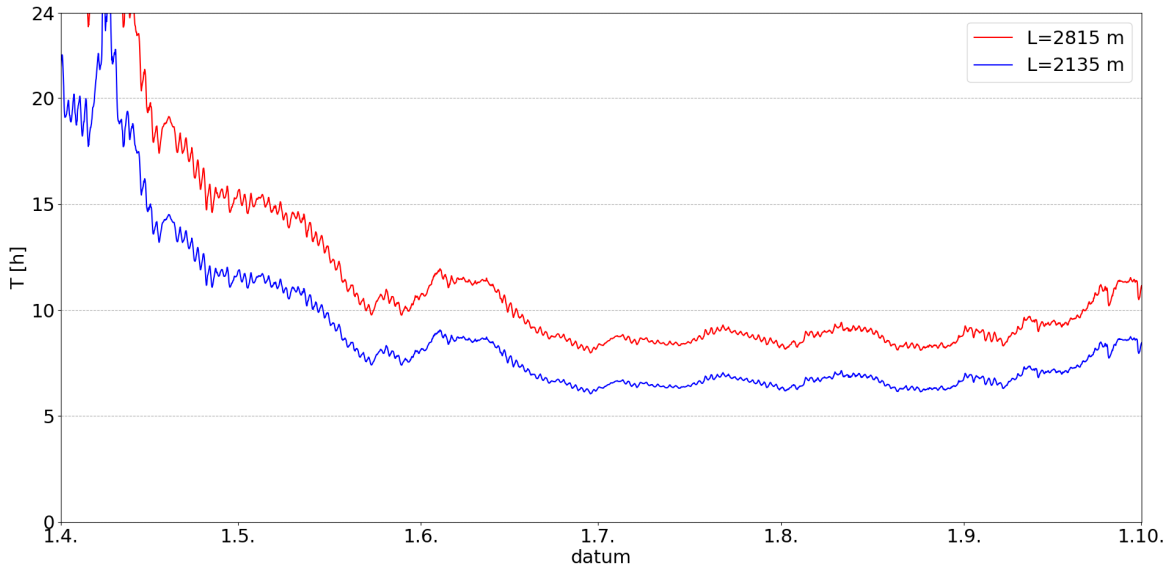
Iz slike 3.4 se vidi da je razumno gledati samo vrijednosti u toplom dijelu godine jer van tog perioda formula daje nefizikalne rezultate.

Nakon daljnje obrade podataka i usporedbe s rezultatima ostalih metoda uočio sam da Gavazzijeva duljina bazena možda nije najprikladnija za ovaj slučaj. Stoga sam ponovio isti postupak, ali uz drugu duljinu jezera. Odabrao sam presjek od 2135 metara. Ovu vrijednost sam dobio tako što sam iz Gavazzijevog presjeka izbacio prva četiri segmenta i zbrojio udaljenost ostalih segmenata. Prva četiri segmenta sam izbacio jer je jezero u tom dijelu znatno pliće nego u ostalima, te na tom dijelu jezero počne jako odstupati od pravokutne aproksimacije. Srednju dubinu ovog novog presjeka sam dobio tako što sam izračunao površinu presjeka iz podataka o udaljenosti segmenata i dubine pojedinih segmenata te konačno podijelio sam ukupnom duljinom od 2135 metara. Nova srednja dubina jezera odgovara Gavazzijevoj i iznosi 13.2 metara.

Budući da Merianova formula ovisi linearno o duljini bazena, ovaj novi postupak je dao isti oblik ovisnosti perioda, ali s vrijednostima umanjenima za omjer umanjenog i originalnog presjeka u odnosu na originalne vrijednosti. U ovom slučaju taj omjer iznosi 0.7584. U svim daljnjim rezultatima dobivenim Merianovom formulom koristio sam duljinu bazena L=2135 m. Usporedba presjeka je prikazana na slici 3.5, a usporedba perioda po Merianu je dana na slici 3.6.



Slika 3.5: Mogući presjeci duž Prošćanskog jezera. Iscrtkana krivulja odgovara Gavazzijevom presjeku od L=2815 m. Zelena linija odgovara položaju modeliranog vertikalnog presjeka. Plava krivulja odgovara presjeku od L=2135 m koji sam ja odabrao pri primjeni Merianove formule.



Slika 3.6: Period po Merianovoj formuli za topli dio godine uz L=2815 m i L=2135 m izračunat iz modeliranih temperatura jezera.

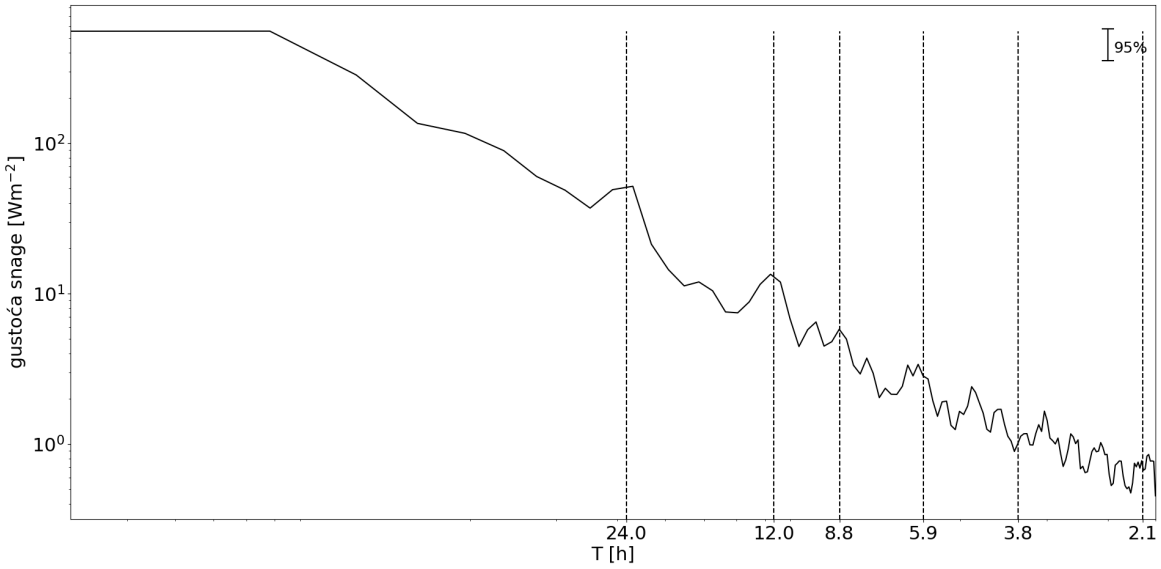
Da bih iz spektra odredio period unutarnjih stojnih valova, izdvojio sam dva segmenta presjeka jednakih duljina. Točke od 9. do 21. sam proglasio prvim (lijevim)

segmentom, a od 55. do 67. drugim (desnim) segmentom. Segmenti se nalaze na rubovima presjeka, ali dovoljno daleko od plitkih dijelova da se u njima vidi promjena dubine piknokline u toplom dijelu godine. Odredio sam srednju vrijednost dubine piknokline za oba segmenta. Prvi mod bi se trebao bolje vidjeti u razlici segmenata, a drugi mod u sumi segmenata.

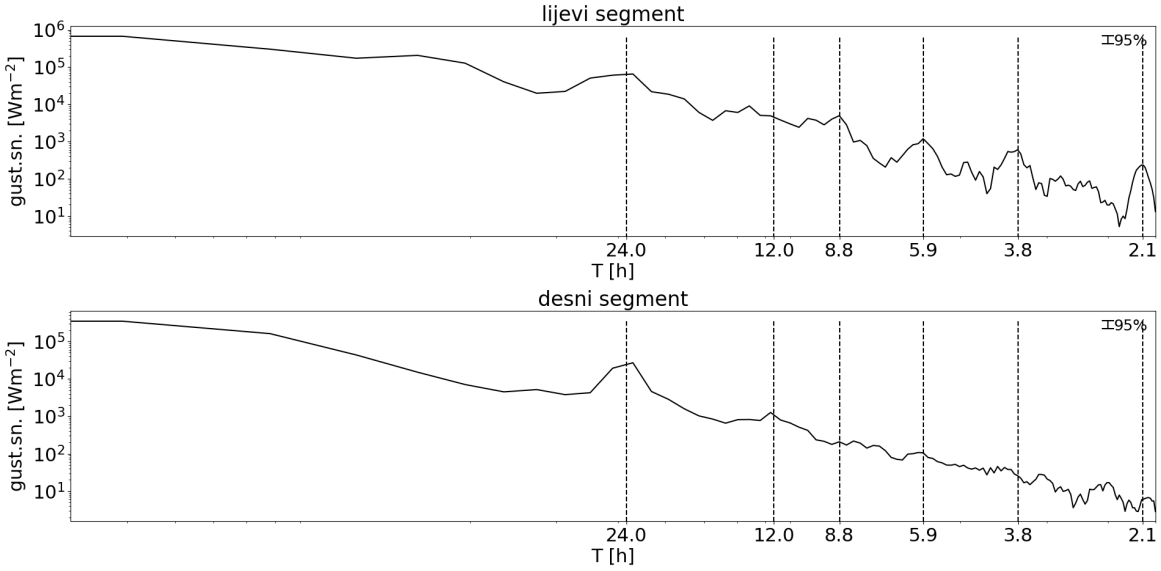
Uvidom u spektre sam uočio jak dnevni signal na velikim dubinama (preko deset metara) što se ne može objasniti dnevnim hodom temperature jer on prodire da svega nekoliko metara dubine. Zato sam analizirao podatke o vjetru koji je korišten u modelu. Izdvojio sam komponentu vjetra duž jezera te nacrtao njezin spektar.

Usporedbom spektra vjetra sa sumom i razlikom segmenata se vide neki spektralni šiljci na istim frekvencijama na oba spektra, ali ima i nekih koji se pojavljuju samo na spektru segmenata jezera. Spektralni šiljci s istim frekvencijama u spektru vjetra i piknokline odgovaraju prisilnim oscilacijama i nisu zanimljivi za moj rad. Njih sam zanemarivao u daljnjoj obradi. Ako se spektralni šiljci pojave samo na spektru piknokline, oni odgovaraju slobodnim oscilacijama jezera i njih sam tretirao kao unutarnje stojne valove.

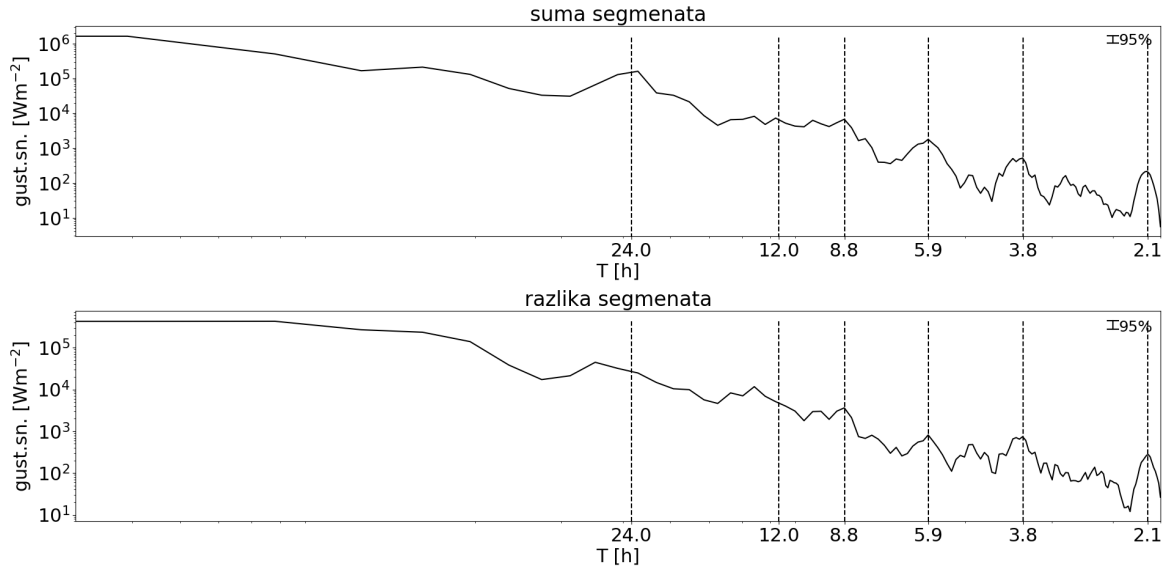
Slika 3.7 prikazuje spektra vjetra za topli dio godine (1.4.-1.10.), slike 3.8 prikazuju lijevi i desni segment zasebno, a slike 3.9 prikazuju sumu i razlike segmenata. Vidi se da signali s periodima od 24, 12 i 5.9 sati odgovaraju prisilnim oscilacijama, a signali s periodima od 8.9, 3.8 i 2.1 sati slobodnim oscilacijama. Period prvog moda unutarnjih stojnih valova iznosi 8.9 sati. Signal s periodom od 3.8 sati vjerojatno odgovara drugom modu, a 2.1 trećem modu, ali to ne mogu reći sa sigurnošću.



Slika 3.7: Spektar gustoće snage vjetra nad Prošćanskim jezerom od 1.4. do 1.10.2006. godine. Naznačeni su dnevni (24 sata) i poludnevni (12 sati) te periodi te periode koji su određeni iz spektra gustoće snage.

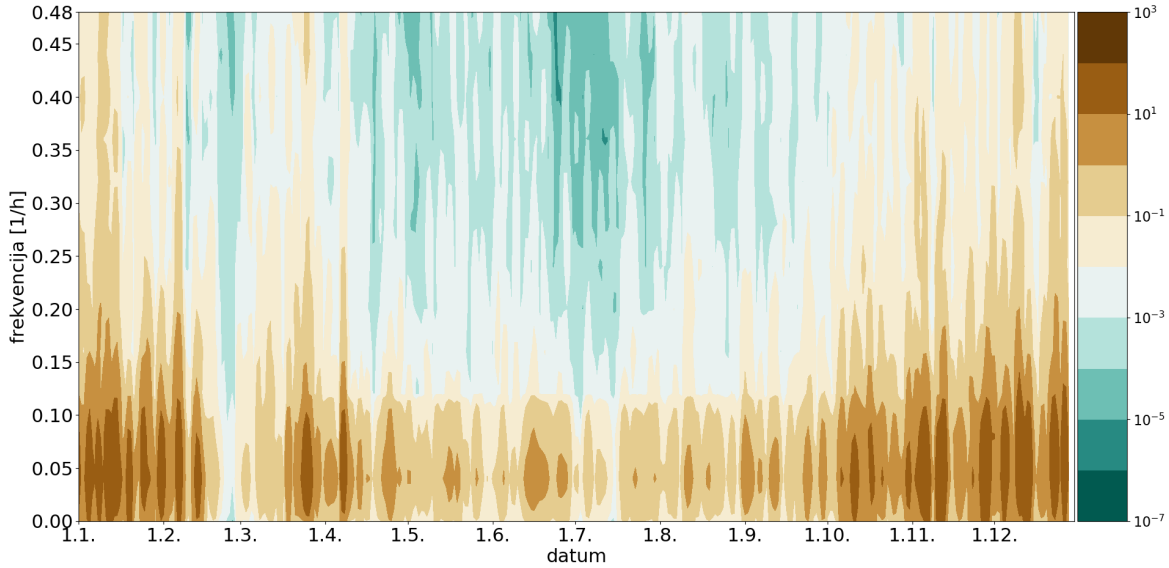


Slika 3.8: Gore: Spektar gustoće snage dubine piknokline usrednjene na lijevom segmentu presjeka (9.-21. točka) od 1.4. do 1.10.2006. godine. Dolje: Spektar gustoće snage dubine piknokline usrednjene na desnom segmentu presjeka (55.-67. točka) od 1.4. do 1.10.2006. godine. Naznačeni su dnevni (24 sata) i poludnevni (12 sati) te periodi te periode koji su određeni iz spektra gustoće snage.



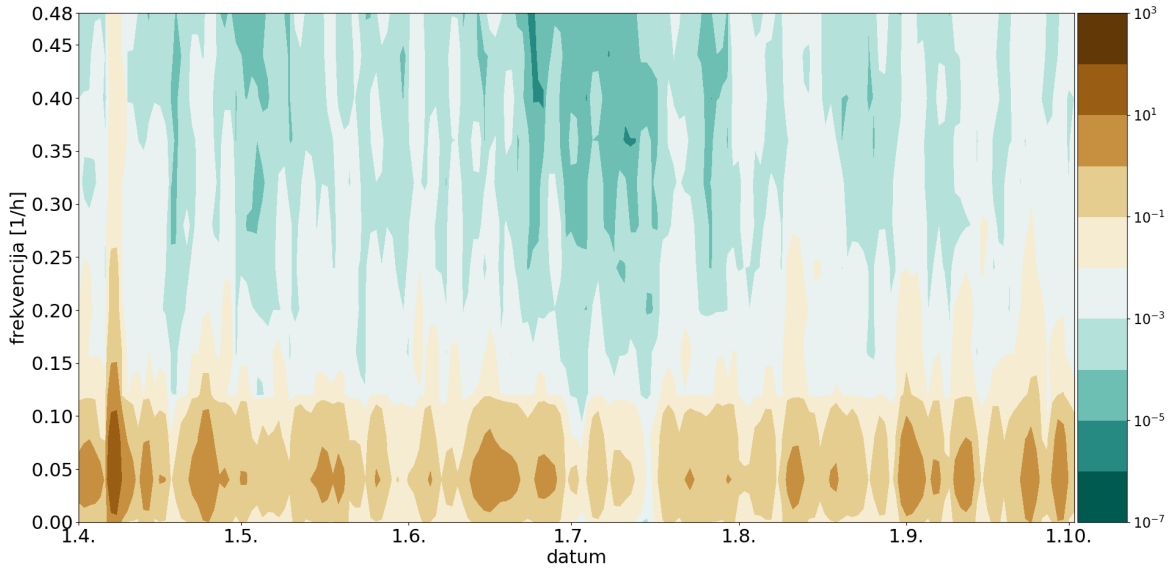
Slika 3.9: Gore: Spektar gustoće snage sume dubina piknokline lijevog (9.-21. točka) i desnog (55.-67. točka) segmenta presjeka od 1.4. do 1.10.2006. godine. Dolje: Spektar gustoće snage razlika dubina piknokline lijevog (9.-21. točka) i desnog (55.-67. točka) segmenta presjeka od 1.4. do 1.10.2006. godine. Naznačeni su dnevni (24 sata) i poludnevni (12 sati) te periodi te periode koji su određeni iz spektra gustoće snage.

Da bih ovo dodatno provjerio, napravio sam analizu spektra dubine piknokline za vremenske epizode u kojima su unutarnji stojni valovi bili izraženi. Za određivanje epizoda koristio sam klizni spektar (slika 3.10 i 3.11). Tako sam imao jasan prikaz relativnih iznosa snage signala za određene frekvencije i datume kada su se oni dogodili.



Slika 3.10: Klizni spektar dubina piknokline dobivenih Krajcarovom metodom iz modeliranih temperatura Prošćanskog jezera usrednjenih duž presjeka za cijelu 2006. godinu.

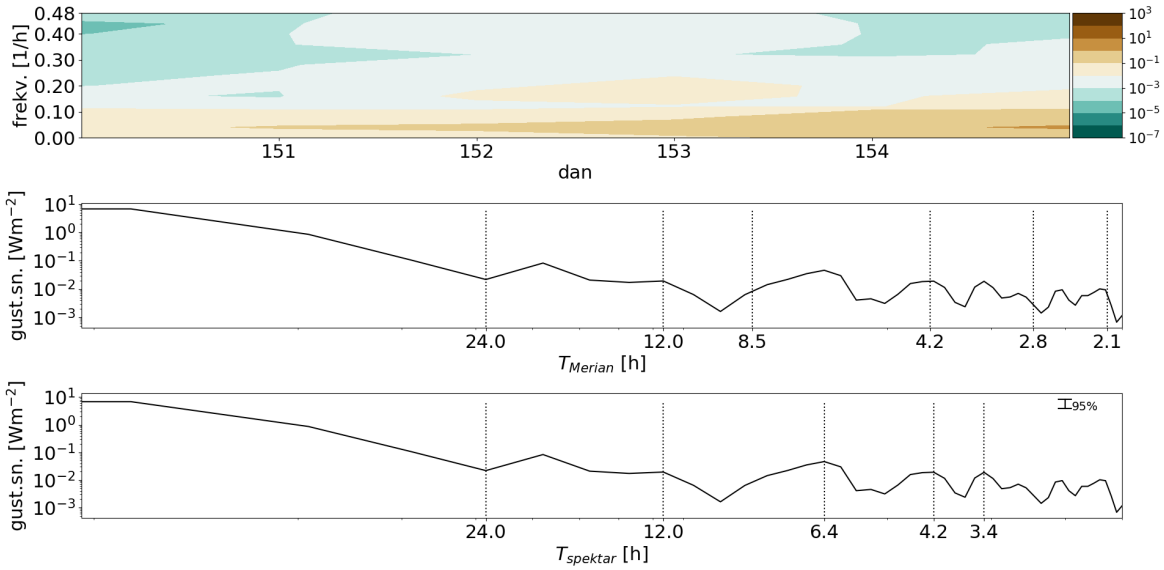
Ipak, valjalo se fokusirati na topli dio godine budući da se unutarnji stojni valovi tada javljaju.



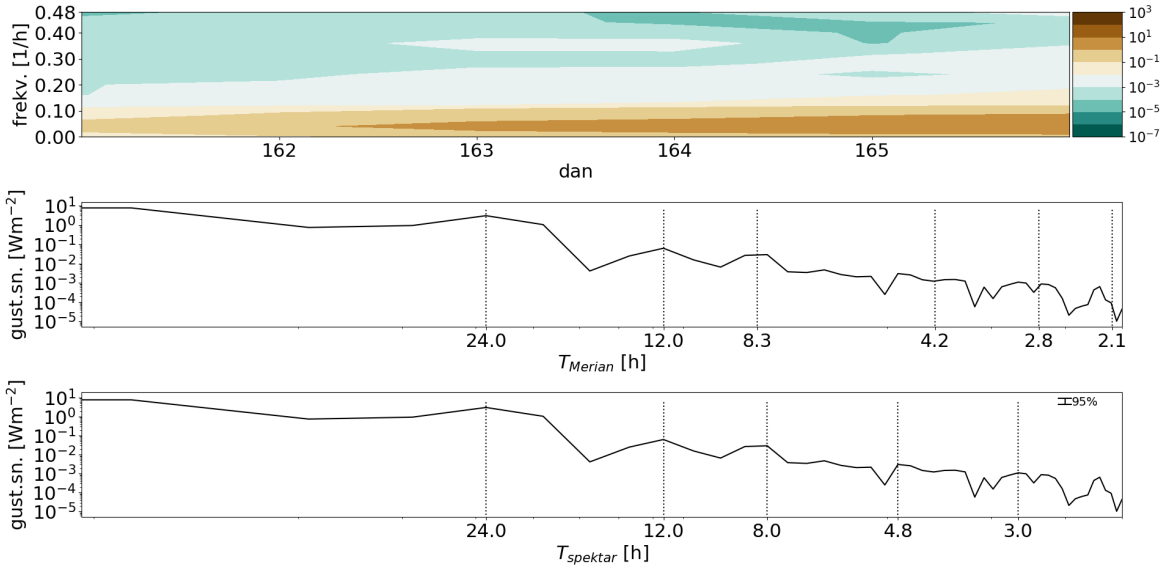
Slika 3.11: Klizni spektar dubina piknokline dobivenih Krajcarovom metodom iz modeliranih temperatura Prošćanskog jezera usrednjenih duž presjeka od 1. travnja 2006. do 1. listopada 2006.

Epizode u kojima su se javljali unutarnji stojni valovi sam određivao vizualno, bez strogih kriterija. Tražio sam epizode od najmanje dva dana kada su bili vidljivi izraženi signali na periodima manjima od 12 sati te kada su postojali jedan ili više slabijih signala na kraćim periodima. Uspio sam izdvojiti šest epizoda u toplom dijelu

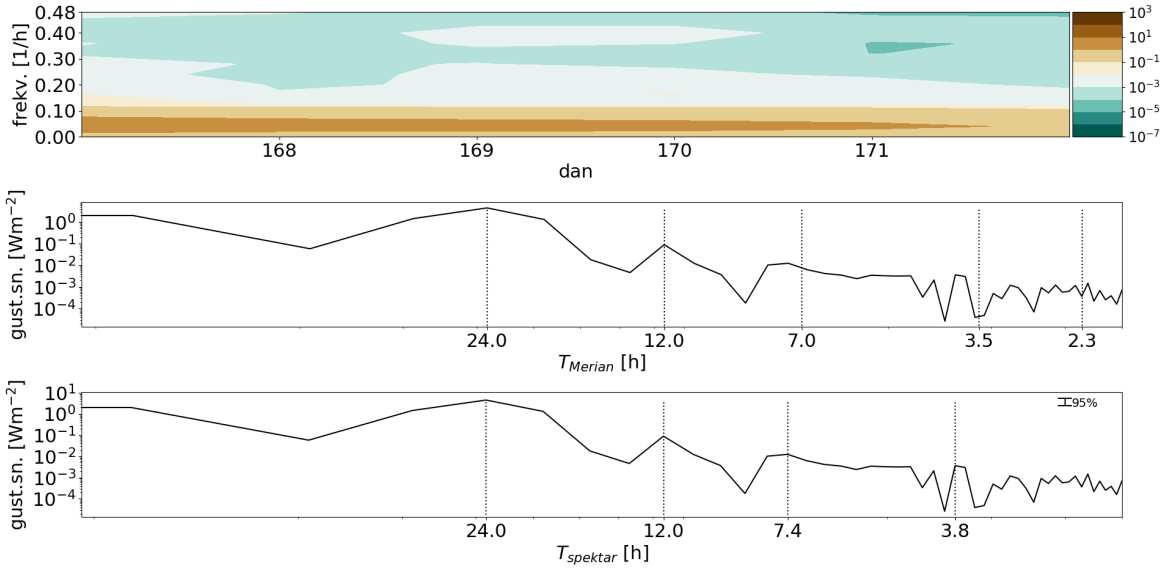
godine: 1.-4. lipnja, , 12.-15. lipnja, 18.-21. lipnja, 21.-24. srpnja, 30. kolovoza - 5. rujna i 6.-9. rujna (slike 3.12-3.17). Imao sam satne podatke, a odabrane epizode su kratke (tri do pet dana) pa spektri nemaju dovoljno podatka da bi bili glatki. Idealno bi bilo da sam imao ili gušće podatke (očitanja češća od satnih) ili da su epizode duže trajale. Unatoč tome, pokušao sam što objektivnije odrediti nekoliko izraženih modova. Sve epizode sam analizirao na isti način.



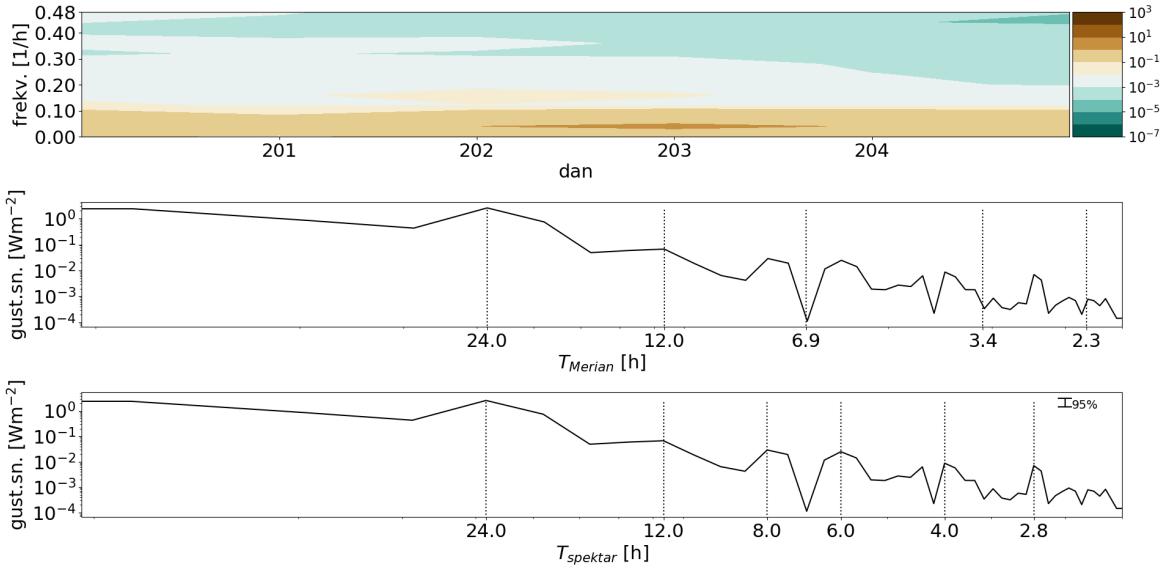
Slika 3.12: Prva epizoda na temelju modeliranih temperatura (1.-4. lipnja 2006.). Gornja slika predstavlja klizni spektar za izdvojene dane (epizode). Srednja i donja slika prikazuju spektar gustoće snage za iste podatke (dubine piknokline za izdvojene dana). One se razlikuju samo po tome koje sam periode naznačio. Srednja slika ima naznačen dnevni (24 sata) i poludnevni hod (12 sati) te periode dobivene Merianovom formulom. Donja slika ima dnevni i poludnevni period te periode koji su određeni iz spektra gustoće snage.



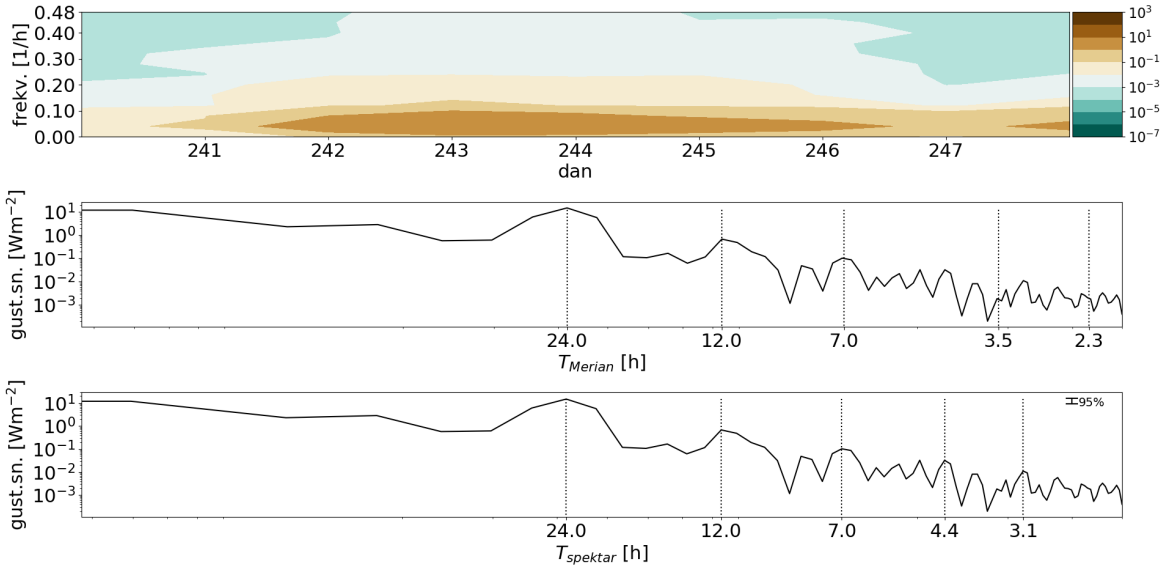
Slika 3.13: Isto kao slika 3.12, ali za 12.-15. lipnja 2006.



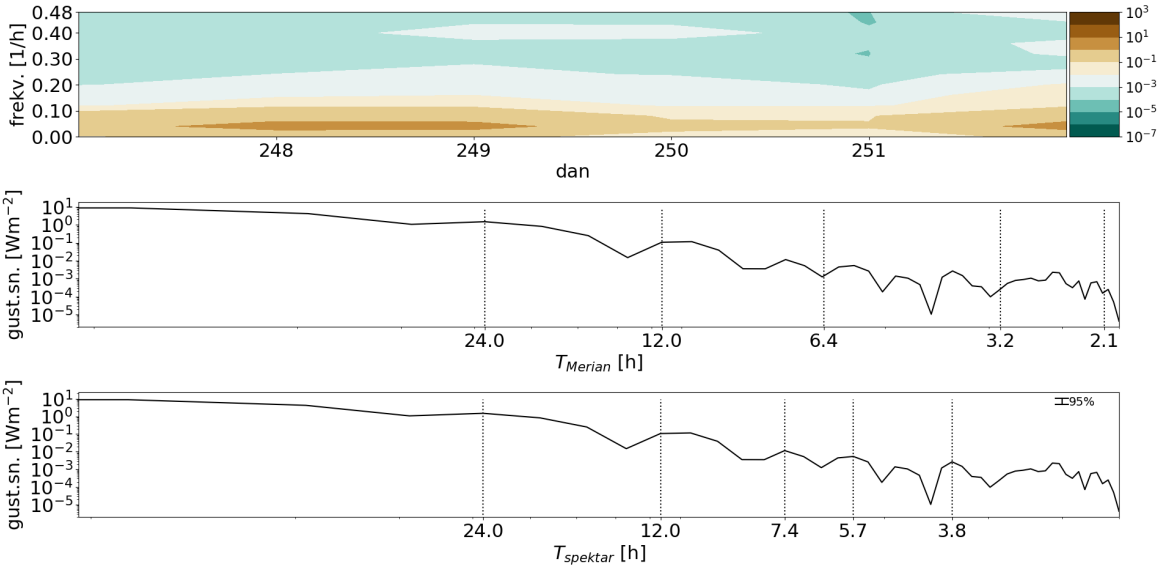
Slika 3.14: Isto kao slika 3.12, ali za 18.-21. lipnja 2006.



Slika 3.15: Isto kao slika 3.12, ali za 21.-24. srpnja 2006.



Slika 3.16: Isto kao slika 3.12, ali za 30. kolovoza - 5. rujna 2006.



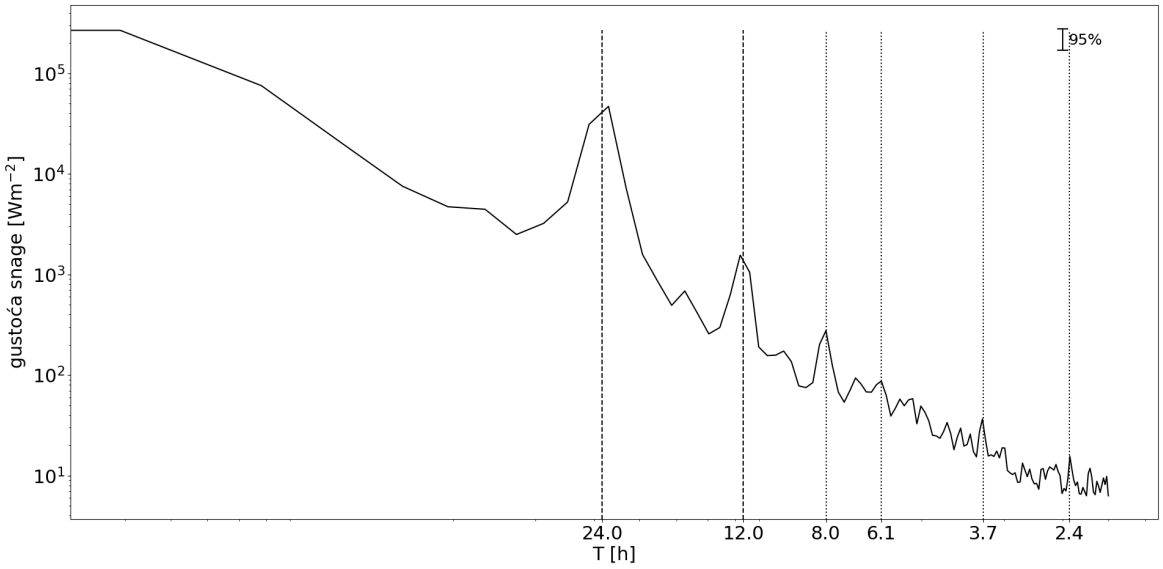
Slika 3.17: Isto kao slika 3.12, ali za 6.-9. rujna 2006.

Konačno, usporedio sam teorijske periode modova dobivene Merianovom formulom s periodima koje sam procijenio iz spektra. Rezultati su prikazani u tablici 3.1. Signale s periodom oko šest sati sam izbacio jer oni odgovaraju prisilnim oscilacijama, a ja proučavam samo slobodne oscilacije.

Tablica 3.1: Periodi u satima dobiveni iz modeliranih temperatura Merianovom formulom (L=2135 m, H=13.2 m) i analizom spektra modelirane dubine piknokline.

epizoda	mod	T_{Merian} [h]	$T_{spektar}[h]$
1 (1.-4. 6.)	1	8.5	-
	2	4.2	4.2
	3	2.8	3.4
	4	2.1	-
2 (12.-15. 6.)	1	8.3	8.0
	2	4.2	4.8
	3	2.8	3.0
	4	2.1	-
3 (18.-21. 6.)	1	7.0	7.4
	2	3.5	3.8
	3	2.3	-
	4	1.7	-
4 (21.-24. 7.)	1	6.9	8.0
	2	3.4	4.0
	3	2.3	2.8
	4	1.7	-
5 (30.8.-5.9.)	1	7.0	7.0
	2	3.5	4.4
	3	2.3	3.1
	4	1.2	-
6 (6.-9. 9.)	1	6.4	7.4
	2	3.2	3.8
	3	2.1	-
	4	1.6	-

Da bih dodatno provjerio svoje rezultate, napravio sam spektar za usrednjenu dubinu piknokline po svim točkama za cijeli topli dio godine (1. travnja - 1. listopada). Na slici 3.18 se vide izraženi spektralni šiljci na periodima od 8.0, 6.1, 3.7 i 2.4 sata, što potvrđuje valjanost analize po epizodama. Signali s periodima od 24, 12 i 6.1 sati odgovaraju prisilnim oscilacijama, a 8, 3.7 i 2.4 slobodnim oscilacijama.

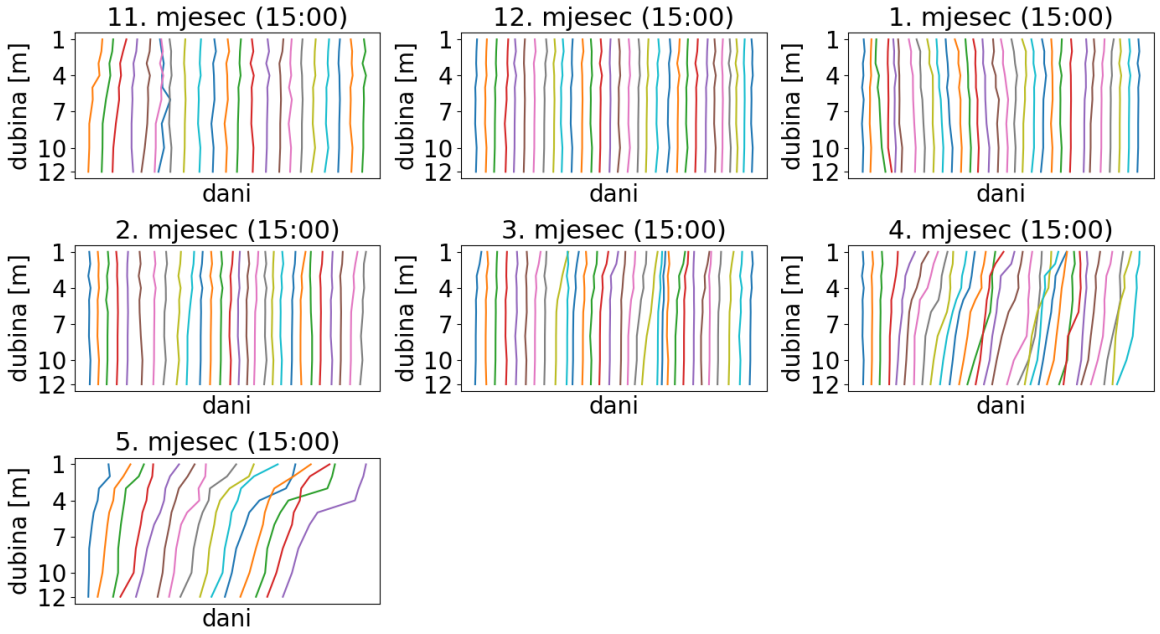


Slika 3.18: Spektar gustoće snage za modelirane podatke za period od 1. travnja do 1. listopada 2006. Iscrtkane linije označavaju signale s dnevnim, poludnevnim te procijenjenim periodima slobodnih oscilacija Prošćanskog jezera.

3.2 Mjereni vertikalni profili temperature

U drugom dijelu rada sam ponovio postupak s mjerenim vertikalnim temperaturnim profilima s nepoznate točke na Prošćanskom jezeru.

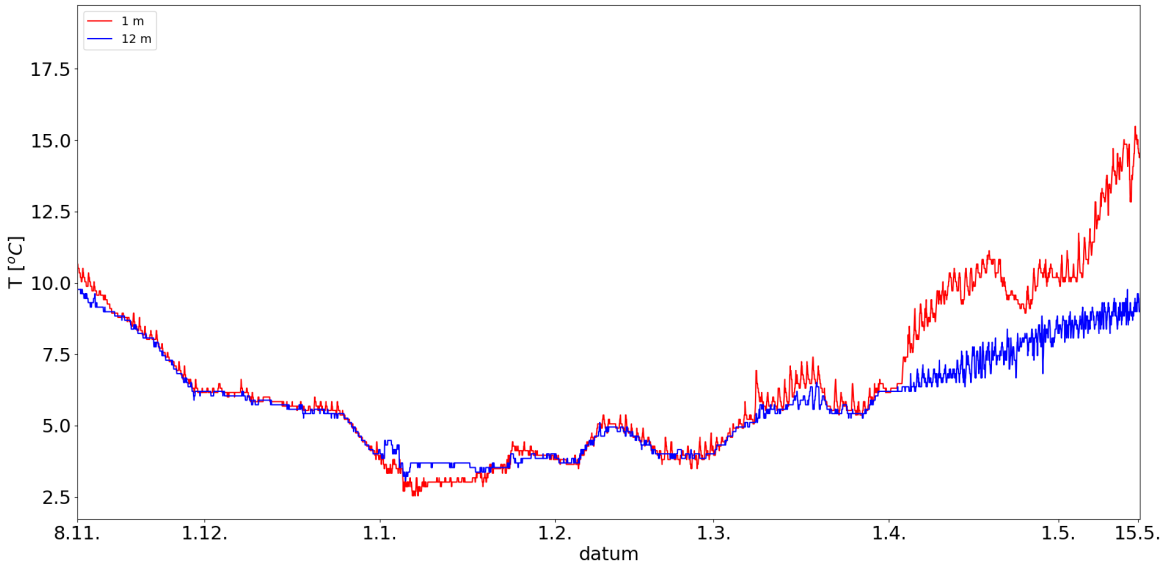
Kao i kod modeliranih podataka, prvo sam nacrtao posmaknute vertikalne temperaturne profile (slika 3.19). Ovdje sam imao samo jednu točku pa sam morao birati samo sat u kojem uzimam podatke.



Slika 3.19: Posmaknuti dnevni vertikalni temperaturni profili za mjerene podatke.

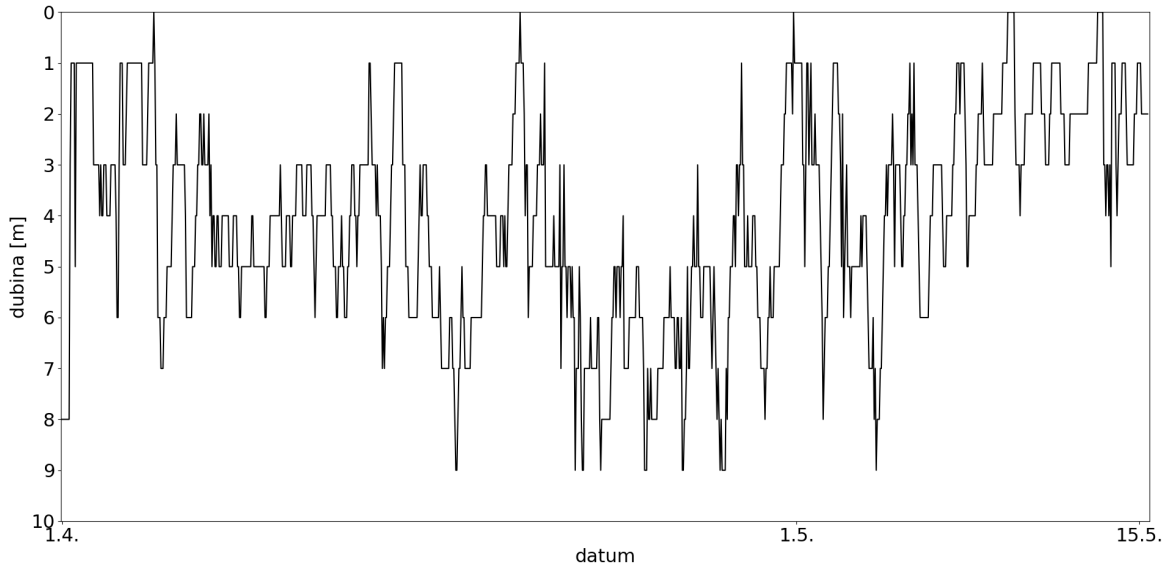
Jedan od problema s ovim podacima je činjenica da su mjerenja vršena u hladnom dijelu godine pa mi je većina podataka beskorisna. Od cijelog niza podataka uporabljivo mi je samo 45 dana podataka, od 1. travnja 2009. do 15. svibnja 2009.

Budući da sam imao podatke za samo jednu točku, mogao sam nacrtati graf ovisnosti temperature o vremenu (slika 3.20). Iz njega se također vidi da nekoliko dana nakon 1. travnja temperature počnu intenzivnije oscilirati u vremenu. Ovo se poklapa i s analizom modeliranih vertikalnih profila temperature (slika 3.1) i s analizom mjerenih vertikalnih profila temperature (slika 3.19).

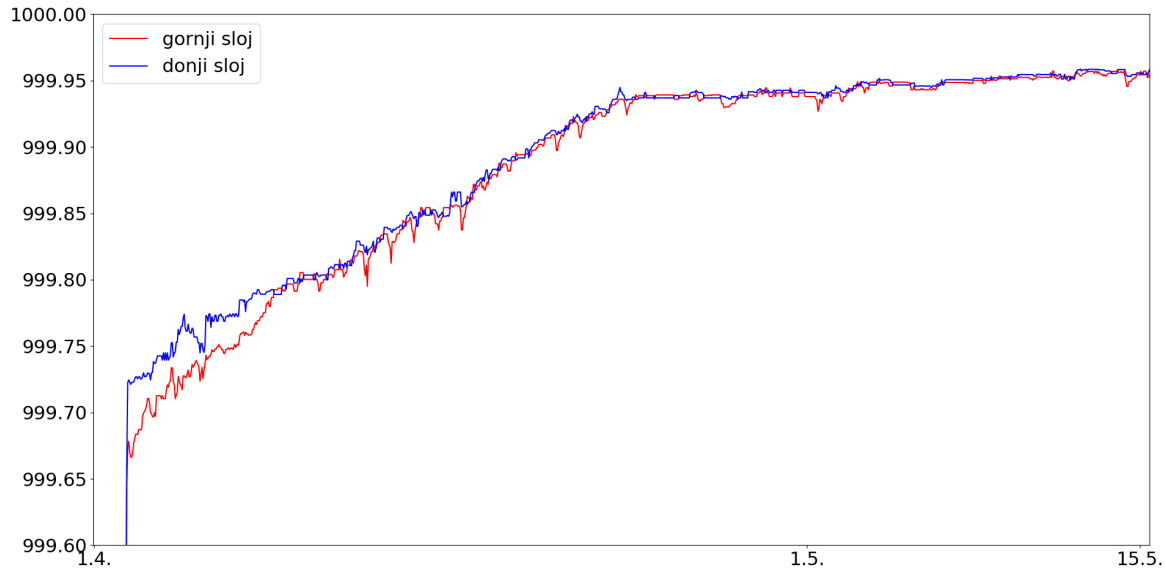


Slika 3.20: Vremenski niz mjerenih temperatura na različitim dubinama. Radi preglednosti prikazane su temperature samo za prvu i zadnju dubinu. Ostale temperature prate sličan trend.

Podaci o lokaciji mjerenja nisu dostupni pa nemam informaciju od dubini jezera u mjerenoj točki. To predstavlja problem jer Krajcarova metoda drukčije tretira piknoklinu pri vrhu, na srednjoj dubini ili pri dnu jezera. Bez poznavanja dubine jezera u mjerenoj točki ne mogu sa sigurnošću ništa reći o dubini piknokline. Svejedno, Krajcarovu metodu sam primijenio na mjerene temperature. Vremenski hod piknokline dobivene Krajcarovom metodom je prikazan na slici 3.21. Slika 3.22 prikazuje gustoće gornjeg i donjeg sloja dobivene Krajcarovom metodom. Jasno je da jezero u tom periodu nije još stratificirano i stoga ove podatke treba tretirati s dozom opreza.

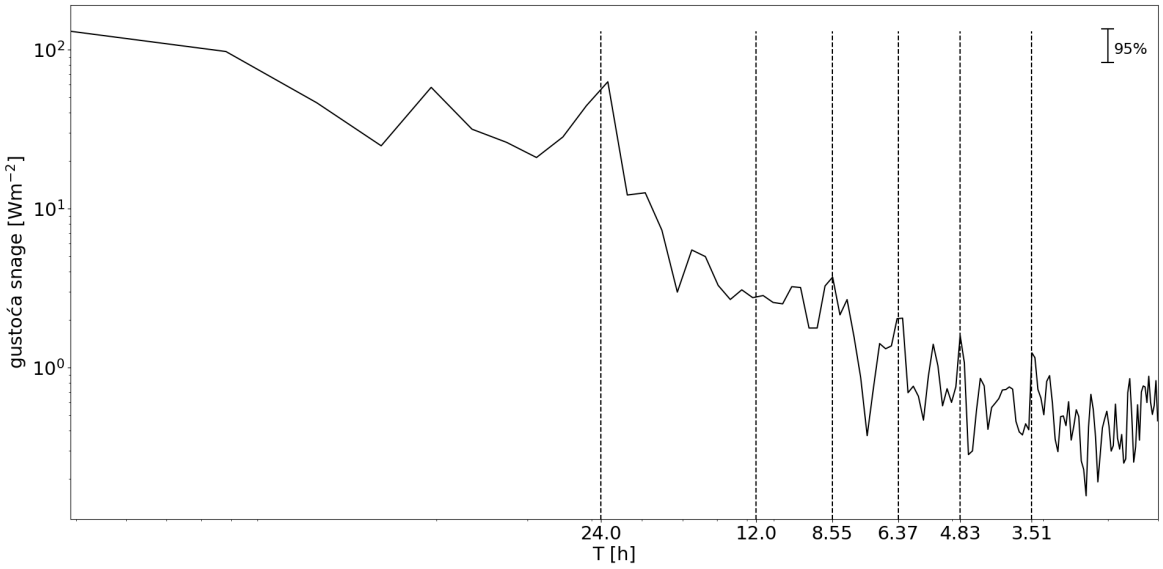


Slika 3.21: Dubina piknokline dobivena Krajcarovom metodom u periodu od 1. travnja do 15. svibnja 2009.



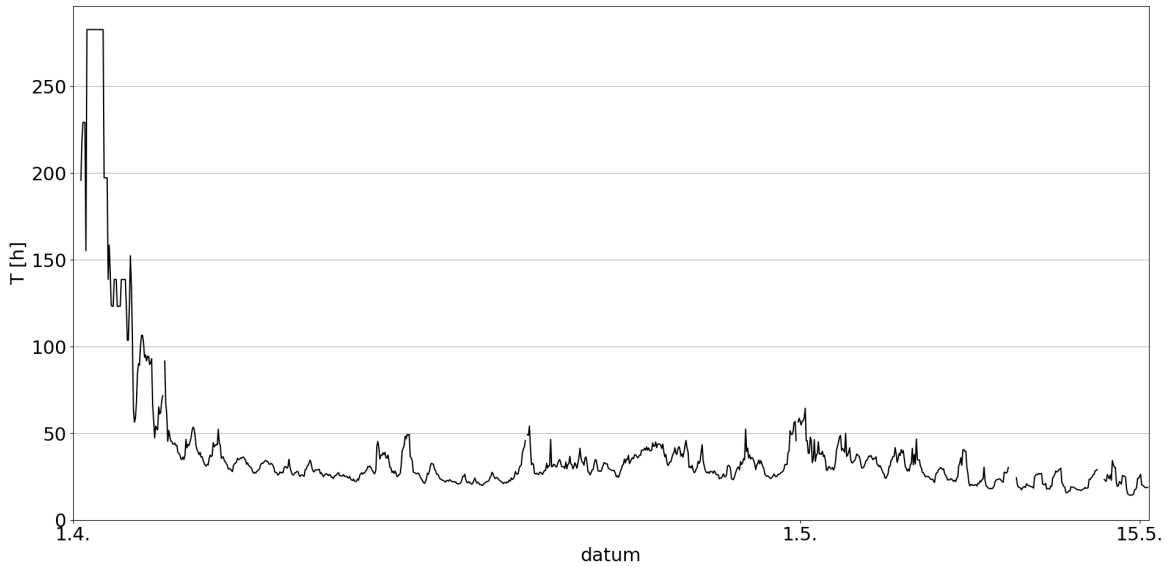
Slika 3.22: Gustoće gornjeg i donjeg sloja dobivene Krajcarovom metodom u periodu od 1. travnja do 15. svibnja 2009.

Iz spektra dubine piknokline (slika 3.23) se mogu očitati neki spektralni šiljci, ali treba imati na umu ograničenje podataka (jezero se tek počinje stratificirati). Vide se spektralni šiljci koji odgovaraju signalima s periodima od 8.55, 6.37, 4.83 i 3.51 sati.



Slika 3.23: Spektar gustoće snage za mjerene podatke za topli dio godine. Iscrtkane linije označavaju signale s dnevnim, poludnevnim te procijenjenim periodima.

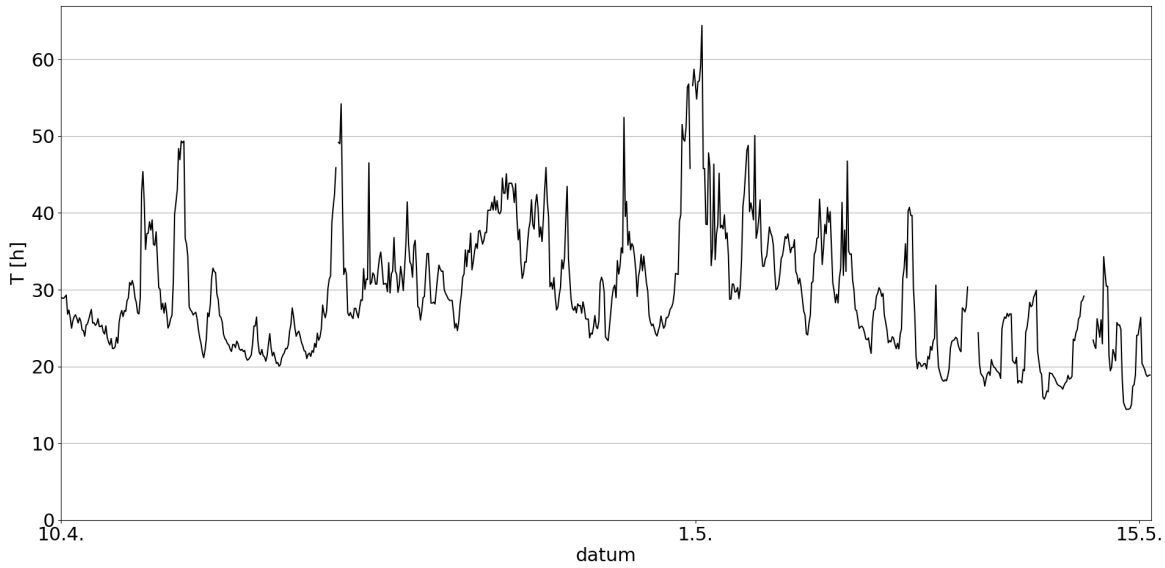
Pokušao sam izračunati period po Merianovoj formuli, ali ona vrijedi samo za stratificirano jezero. Čak ni podaci za topli dio godine nisu davali očekivane rezultate. Početkom travnja Merianova formula daje neočekivano velike periode (slika 3.24).



Slika 3.24: Period po Merianovoj formuli od 1. travnja do 15. svibnja 2009.

Stoga sam morao izbaciti prvih deset dana da bih dobio imalo smislene periode (slika 3.25). Čak ni tada periodi nisu odgovarali modeliranim. Može se naslutiti trend opadanja perioda nakon 1. svibnja, ali nažalost podaci završavaju prije nego što se uspostavi puna stratifikacija jezera. Za neke vremenske termine je Merianova

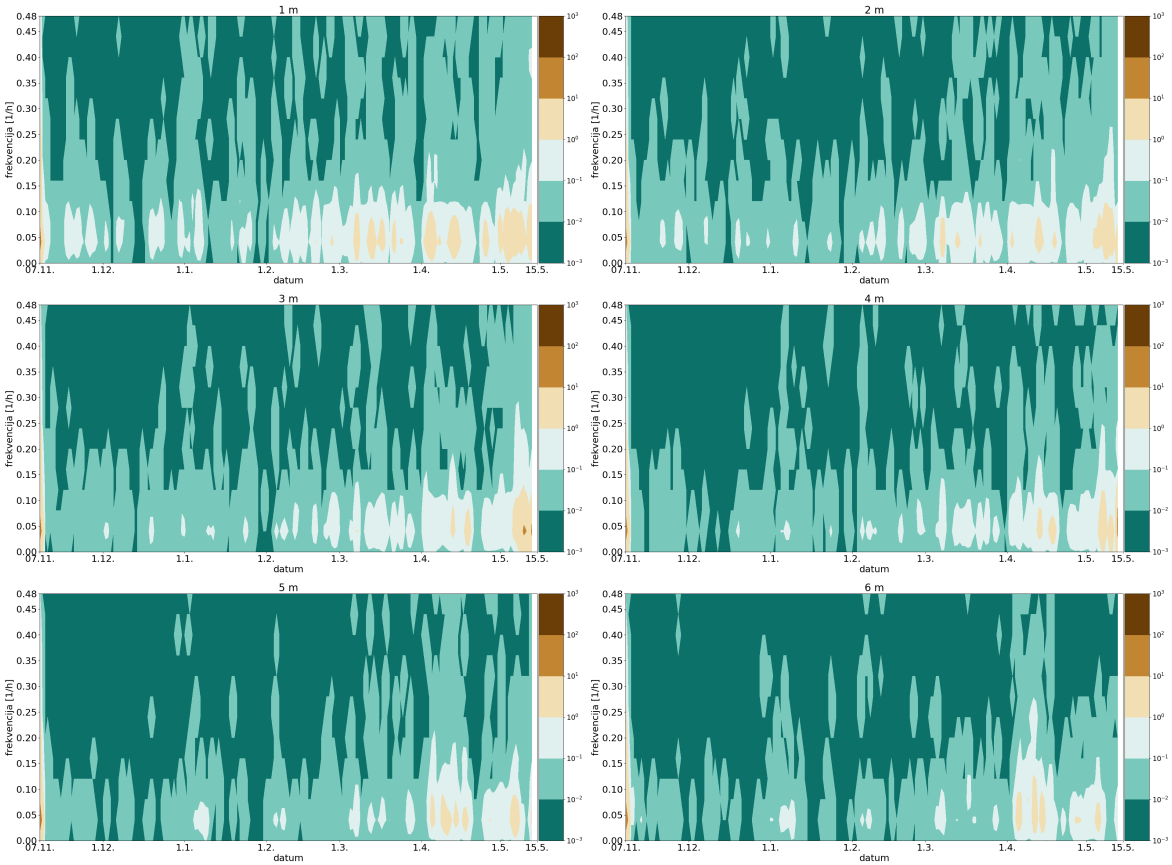
formula davala kompleksna rješenja pa u njima nisam mogao nacrtati graf. To je razlog ponekih rupa u grafu na slici 3.24 i 3.25.



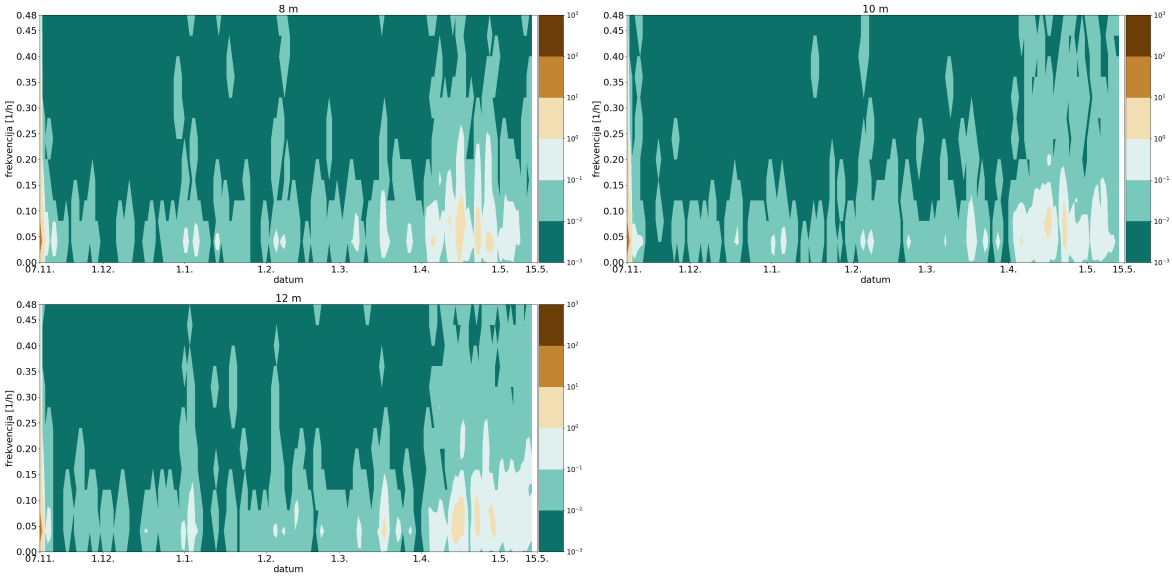
Slika 3.25: Period po Merianovoj formulu od 10. travnja do 15. svibnja 2009.

Epizode sam određivao na isti način kao i kod analize modeliranih podataka, ali spektri nisu rađeni za dubinu piknokline nego za temperature. Odabrao sam temperaturu jer dubinu piknokline ne možemo odrediti ako ne znamo dubinu jezera u toj točki.

Za početak sam napravio klizni spektar mjerenih temperatura za svaki dubinu na kojoj su mjerenja vršena (slike 3.26 i 3.27).

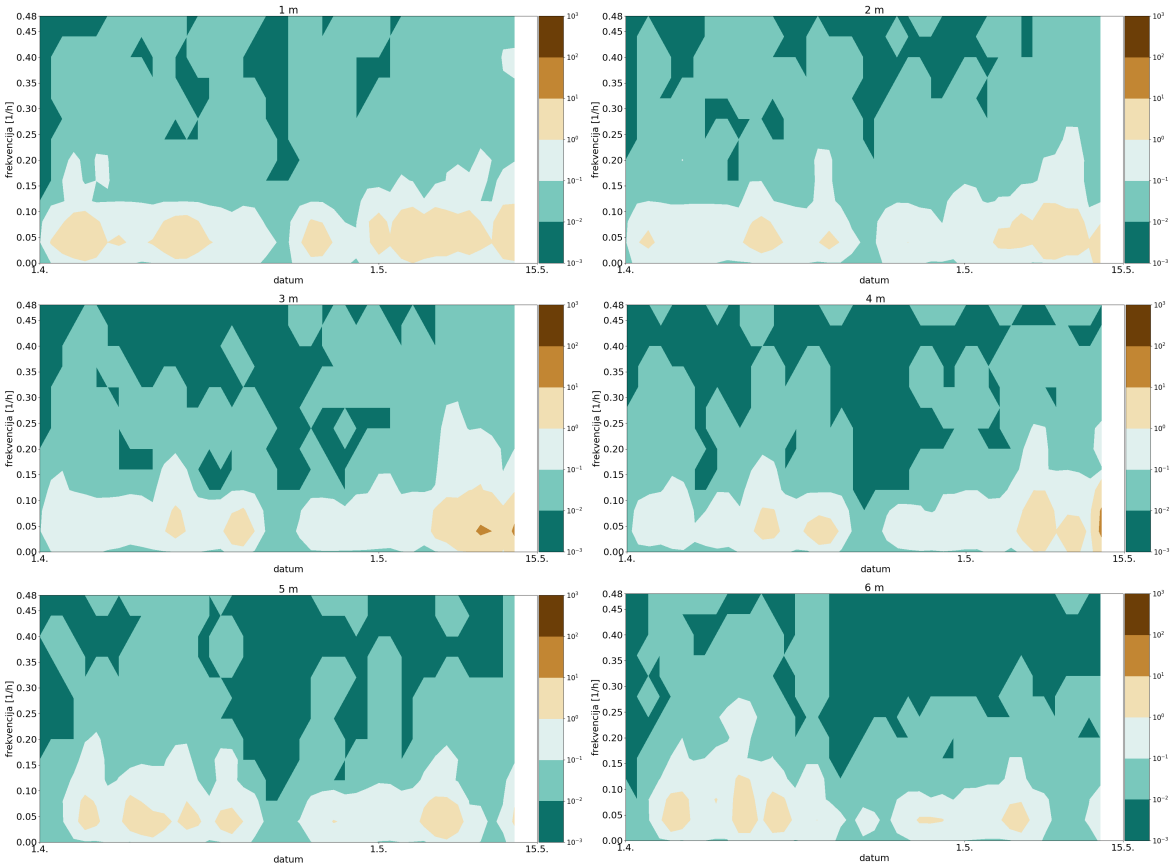


Slika 3.26: Klizni spektar za mjerene temperature Prošćanskog jezera na dubinama od 1, 2, 3, 4, 5 i 6 metara za cijelu godinu.

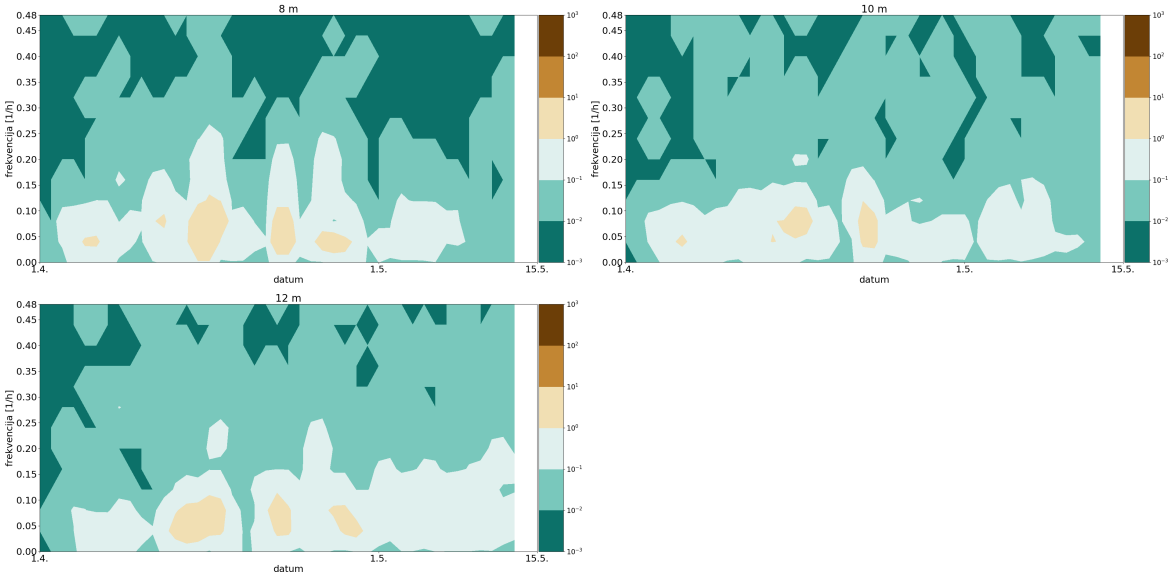


Slika 3.27: Klizni spektar za mjerene temperature Prošćanskog jezera na dubinama od 8, 10 i 12 metara za cijelu godinu.

Kao i kod modela, fokusirao sam se samo na topli dio godine (slike 3.28 i 3.29).



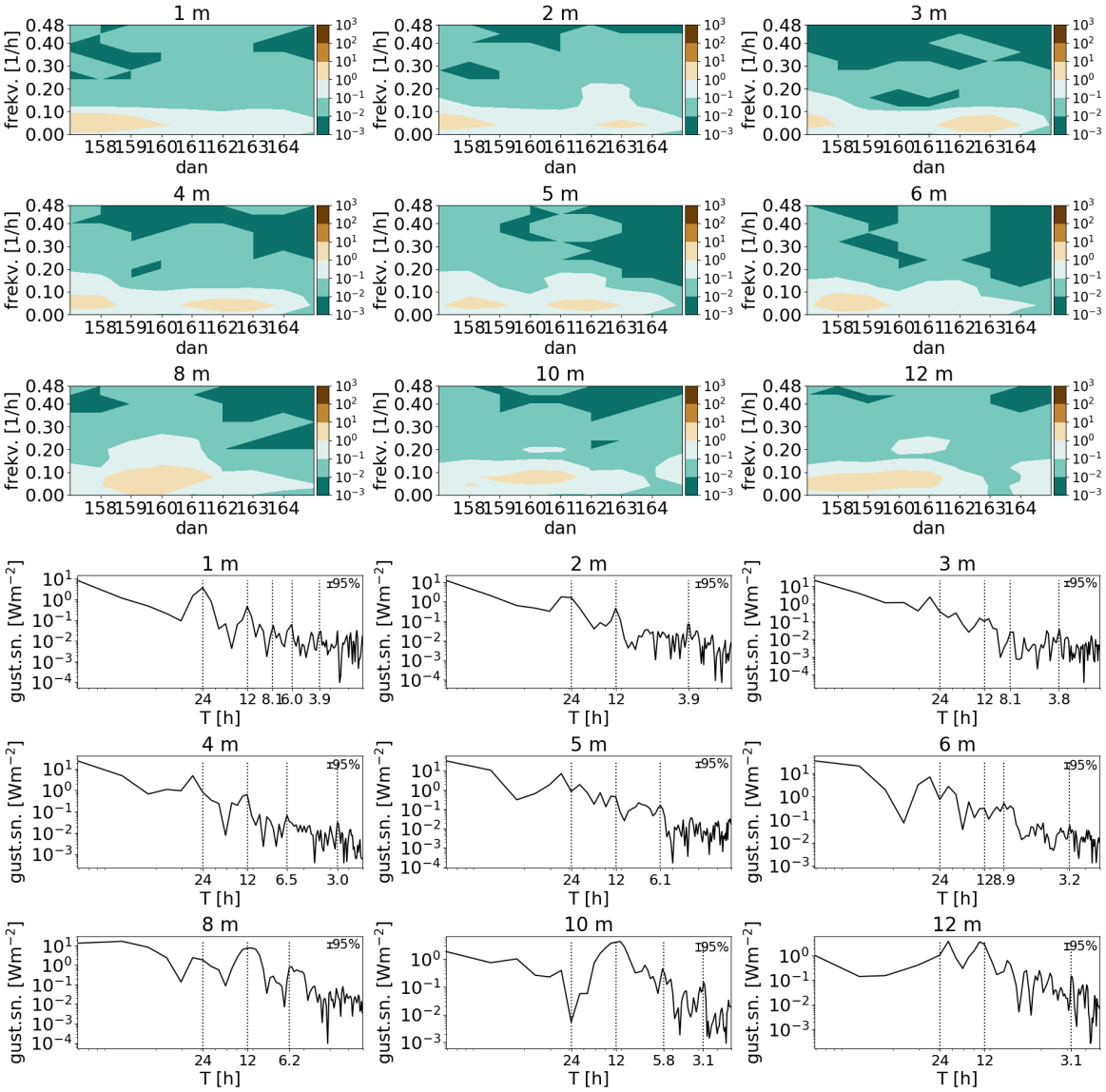
Slika 3.28: Klizni spektar za mjerene temperature Prošćanskog jezera na dubinama od 1, 2, 3, 4, 5 i 6 metara od 1. travnja do 15. svibnja 2009.



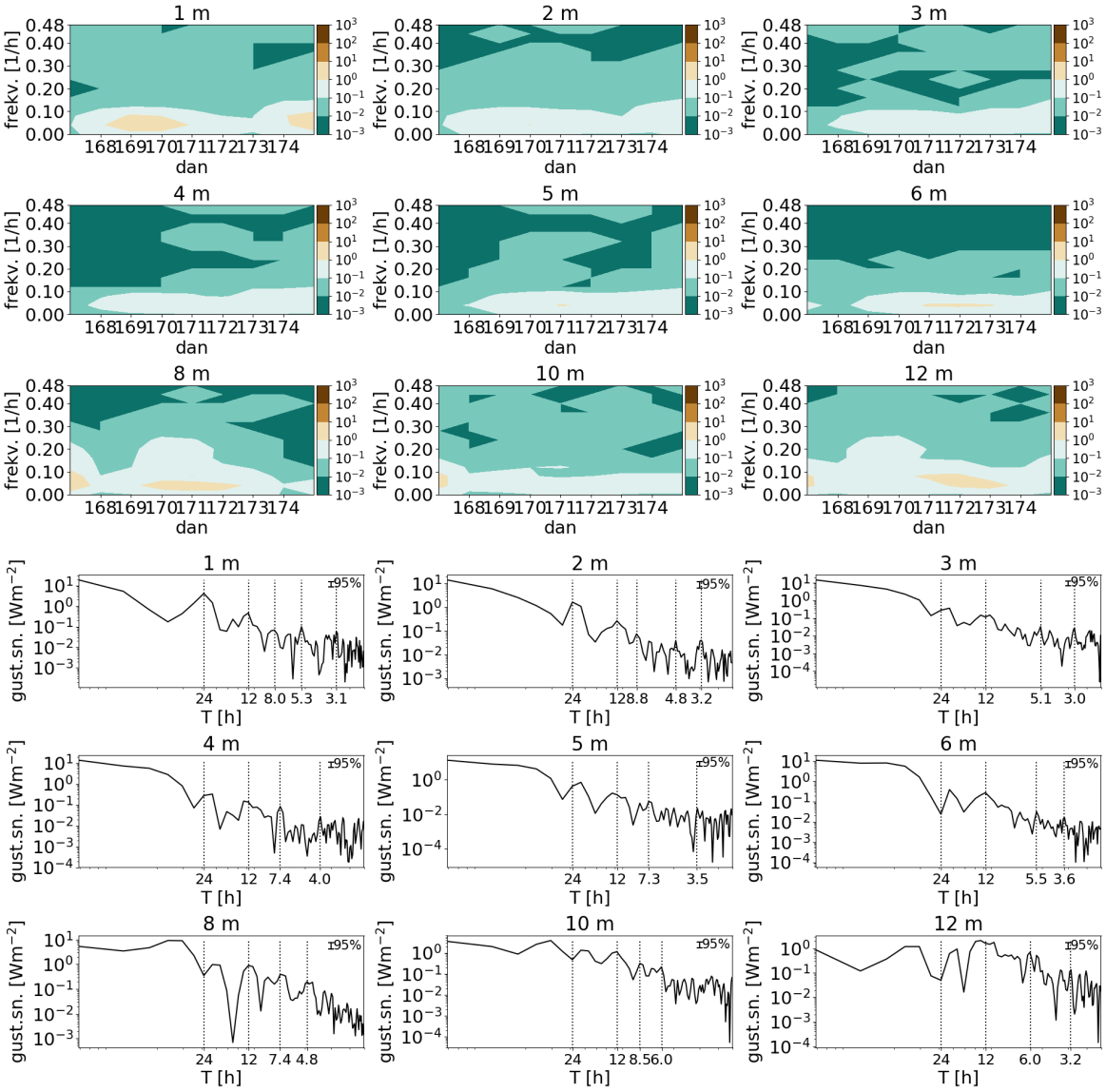
Slika 3.29: Klizni spektar za mjerene temperature Prošćanskog jezera na dubinama od 8, 10 i 12 metara od 1. travnja do 15. svibnja 2009.

Na temelju slika 3.26-3.29 uočio sam dvije epizode: 14.-20. travnja i 24.-30. travnja 2009. godine. Slike 3.30 i 3.31 prikazuju klizne srednjake i spektre za odabrane

epizode.



Slika 3.30: Prva epizoda određena iz temperatura mjerenih na različitim dubinama (14.-20. travnja 2009.). Gornja polovica slike prikazuje klizni spektar mjerenih temperatura za odabrani period. Donja polovica slike prikazuje spektar mjerenih temperatura. Naznačeni su period dnevnog hoda (24 sata), poludnevnog hoda (12 sati) te periodi određeni iz spektra gustoće snage.



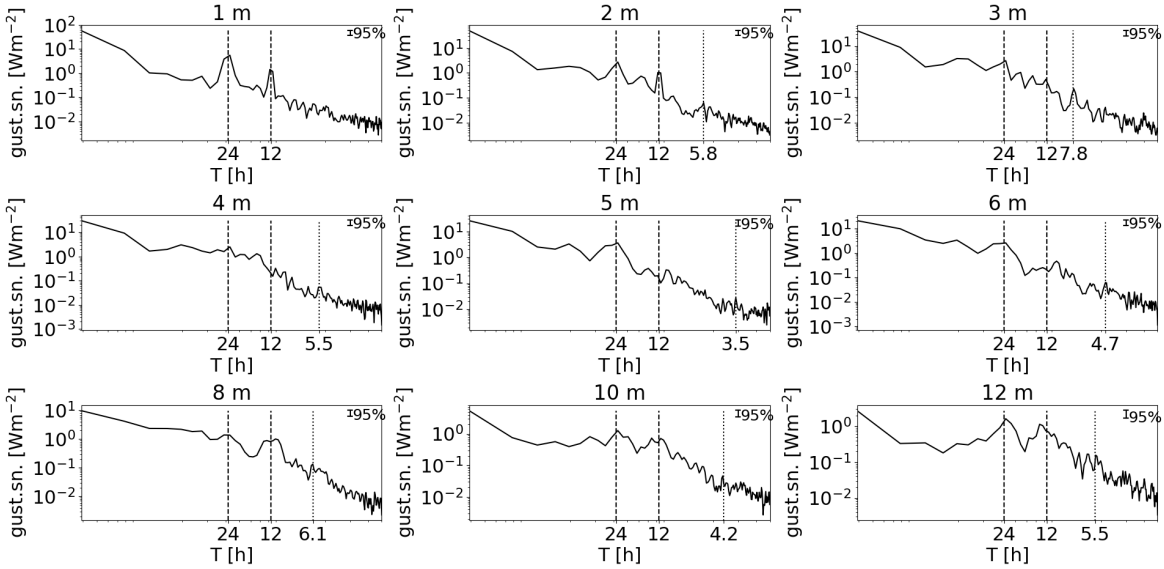
Slika 3.31: Isto kao slika 3.30, ali za 24.-30. travnja 2009.

Ovdje, za razliku od analize modeliranih podataka, ne mogu usporediti rezultate spektralne analize s rezultatima Merianove formule. Za mjerene podatke sam procjenjivao periode modova za svaku dubinu zasebno. Rezultati su prikazani u tablici 3.2. Izbacio sam signale s periodima oko šest sati jer sam kod analize modeliranih podataka na temelju spektra vjetra to procijenio kao prisilno gibanje.

Tablica 3.2: Periodi u satima procijenjeni iz spektra gustoće snage za mjerene temperature.

epizoda	mod	dubina [m]								
		1	2	3	4	5	6	8	10	12
1	1	8.4	-	8.0	-	-	8.9	-	-	-
(14.-18. 4.)	2	3.9	3.9	3.8	3.9	-	3.2	-	3.1	3.1
2	1	8.0	8.9	-	7.4	7.6	-	7.4	8.5	-
(16.-20. 4.)	2	3.1	3.2	3.0	3.9	3.5	3.6	-	-	3.2

Analogno analizi spektra dubine piknokline za topli dio godine, napravio sam analizu spektra temperature za topli dio godine na različitim dubinama. Rezultati su prikazani na slici 3.32 i u tablici 3.3. Izbacio sam signale s periodima oko šest sati jer sam kod analize modeliranih podataka to procijenio kao prisilno gibanje.



Slika 3.32: Spektar gustoće snage temperature za svaku dubinu u periodu od 10. travnja do 15. svibnja 2009. za svaku dubinu zasebno.

Tablica 3.3: Procijenjeni periodi u satima iz spektra temperature u periodu od 10. travnja do 15. svibnja 2009. za svaku dubinu zasebno.

mod	dubina [m]								
	1	2	3	4	5	6	8	10	12
1	-	-	7.8	-	3.5	4.6	-	4.2	-

Podatke iz tablice 3.3 treba tretirati uz dozu opreza. Rekao bih da samo period od 7.8 sati odgovara prvom modu, dok ostali odgovaraju višim modovima.

3.3 Usporedba rezultata

Konačno, međusobno sam usporedio sve dostupne rezultate. Ovdje je tablica za prve modove (tablica 3.4) i druge modove (tablica 3.5). Slična tablica za treći mod se nalaze u prilogu.

Tablica 3.4: Usporedba svih dobivenih rezultata za prvi mod, gdje je L=2135 m i H=13.2 m.

		$T_{Merian}[h]$	$T_{spektar}[h]$
model	1. epizoda	8.5	-
	2. epizoda	8.3	8.3
	3. epizoda	7.0	7.0
	4. epizoda	6.9	6.9
	5. epizoda	7.0	7.0
	6. epizoda	6.4	7.4
	topli dio godine (segmenti)	-	8.9
	topli dio godine (piknoklina)	-	8.0
mjerenja	1. epizoda	-	8.0 - 8.9
	2. epizoda	-	7.4 - 8.9
	topli dio godine (piknoklina)	-	8.5
	topli dio godine (temperatura)	-	7.8

Tablica 3.5: Usporedba svih dobivenih rezultata za drugi mod, gdje je L=2135 m i H=13.2 m.

		$T_{Merian}[h]$	$T_{spektar}[h]$
model	1. epizoda	4.2	4.2
	2. epizoda	4.2	4.8
	3. epizoda	3.5	3.8
	4. epizoda	3.4	4.0
	5. epizoda	3.5	4.4
	6. epizoda	3.2	3.8
	topli dio godine (segmenti)	-	3.8
	topli dio godine (piknoklina)	-	3.7
mjerenja	1. epizoda	-	3.1 - 3.9
	2. epizoda	-	3.0 - 3.9
	topli dio godine (piknoklina)	-	4.8
	topli dio godine (temperatura)	-	3.5 - 4.2

Na kraju valja usporediti rezultate s Gavazzijevima. Gavazzi je vršio mjerenja temperature na raznim dubinama na jezeru Kozjak koje ima drukčije dimenzije nego Prošće (L=3130 m, H=17.3 m). On je dobio period od oko 3.5 sata i amplitudu od

oko 6 metara. Kasnije je vršio novo ispitivanje i dobio je period od oko 2 sata, a podatak o amplitudi nije naveo.

Ako pretpostavimo istu gustoću gornjeg i donjeg sloja, jednostavnim ubacivanjem Gavazzijevih podataka za duljine i dubine Kozjaka i Prošćanskog jezera u Merianovu formulu se može vidjeti da je očekivani period po Merianu veći za Prošće nego za Kozjak. Nažalost, bez detaljnih podataka ne mogu reći koliko veći.

Dakle, očekivani period osnovnog moda unutarnjih stojnih valova Prošćanskog jezera je veći od 3.5 sata. Dobiveni rezultati za oba seta podataka i za sve metode podržavaju tu hipotezu.

4 Zaključak

Godine 1919. Gavazzi je procijenio, na temelju mjerenja, period osnovnog moda unutarnjih stojnih valova Kozjaka od oko 3.5 sata. Koristeći Krajcarovu metodu, Merianovu formulu i Welchov spektar ja sam pokušao odrediti periode unutarnjih stojnih valova Prošćanskog jezera.

Merianova formula primijenjena na modelirane temperature jezera mi je dala period osnovnog moda po epizodama između 6.4 i 8.5 sata, dok sam procjenom iz spektra modelirane dubine piknokline dobio period od 6.9 do 8.3 sati po epizodama. Spektar dubine piknokline u toplom dijelu godine u skladu je s tim rezultatima i daje spektralne šiljke na periodima od 8.0 sati. Analiza po segmentima presjeka je dala period od 8.9 sati.

Procjenom iz spektra temperature za mjerene podatke dobio sam periode osnovnog moda po epizodama od 7.4 do 8.9 sata. Spektar mjerene temperature za period od 10. travnja do 15. svibnja 2009. daje periode od 7.8 sati dok spektar dubine piknokline za isti period daje spektralne šiljke na 8.5 sati.

Kad se to sve sagleda kao isti skup rezultata, period osnovnog moda za Prošćansko jezero je između 6.4 i 8.9 sata. Ako uzmem u obzir sva ograničenja metoda koje sam koristio te valjanost podataka koji su mi bili dostupni, rekao bih da su dobiveni rezultati razumni.

Kao moguće izvore grešaka naveo bih Merianovu formulu i Krajcarovu metodu. Merianova formula pretpostavlja idealni pravokutni bazen što nikako ne odgovara Prošćanskom jezeru. Već sam u radu uočio da kraća duljina bazena od Gavazzijeve bolje odgovara aproksimaciji pravokutnog bazena. Ne sumnjam da postoji bolja kombinacija parametara duljine i dubine bazena koja će bolje opisati Prošćansko jezero. Nadalje, prilikom opisa Krajcarove metode sam ukazao na njena ograničenja. Nemam rješenje za ovaj problem osim pronalaska bolje metode za određivanje piknokline.

Vrijedilo bi provesti sličan postupak sa svim podacima iz modela (ne samo za jedan presjek) te nabaviti mjerene podatke s poznate lokacije koji obuhvaćaju cijeli topli dio godine. Također bi bilo korisno imati rezultate sličnog modela za Kozjak. Tako bi se mogla naći veza između Gavazzijevog rezultata i rezultata modela, a to bi povezalo rezultate modela za Kozjak i Prošće.

Dodatak

Tablica A .1: Usporedba svih dobivenih rezultata za treći mod, gdje je L=2135 m i H=13.2 m.

		$T_{Merian}[h]$	$T_{spektar}[h]$
model	1. epizoda	2.8	3.4
	2. epizoda	2.8	3.0
	3. epizoda	2.3	-
	4. epizoda	2.3	2.8
	5. epizoda	2.3	3.1
	6. epizoda	2.1	-
	topli dio godine (piknoklina)	-	2.4

Bibliografija

[1] Bencetić Klaić Z. i sur. (2017): Hidrodinamičko modeliranje sustava Plitvičkih jezera - Pilot studija Prošćanskog jezera, Zagreb, 182 pp.

[2] Bryson A. Reid, Ragotzkie A. Robert (1960): On internal waves in lakes. Department of Meteorology, University of Wisconsin, Madison 6, Wisconsin, 397-408.

[3] Gavazzi A. (1919): Prilozi za limnologiju Plitvica. Prirodoslovna istraživanja Hrvatske i Slavonije, Zagreb, 14, 37 pp.

[4] Krajcar V. (1993): Seasonal variability of internal oscillations in the North Adriatic. Magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, 110 pp.

[5] McGraw-Hill (2003): Encyclopedia of Science and Technology, 9th Edition, 15600 pp.

[6] Petrik M. (1958): Prinosi hidrologiji Plitvica. Poljoprivredni nakladni zavod, Zagreb, 49-171.

[7] Ridgway N. M. (1974): Evidence for seiches and short-period internal waves in lake Tekapo, South Island, New Zealand, New Zealand Journal of Marine and Freshwater Research, 8, 541-550.

[8] UNESCO (1981): Tenth report of the joint panel on oceanographic tables and standards. UNESCO Technical Papers in Marine Science, Paris, 25 pp.

[9] Welch P. (1967): The use of the fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics. 15, 70-73.

[10] Zhang Y., Ye F., Stanev E.V., Grashorn S. (2016): Seamless cross-scale modeling with SCHISM, Ocean Modelling, 102, 64-81.