Određivanje udaljenosti galaksija pomoću dvojnih zvijezda

Živković, Nikola

Master's thesis / Diplomski rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:959997

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: ISTRAŽIVAČKI

Nikola Živković

Diplomski rad

ODREĐIVANJE UDALJENOSTI GALAKSIJA POMOĆU DVOJNIH ZVIJEZDA

Voditelj diplomskog rada: Prof. Dr. Krešimir Pavlovski

Ocjena diplomskog rada: _____
Povjerenstvo: 1. _____
2. _____
3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2011.

Sadržaj

1. Uvod 1

1.1. Kozmička ljestvica udaljenosti 1

1.2. Stepenice do Hubbleove konstante 4

1.3. Udaljenosti galaksija u lokalnoj grupi galaksija 6

2. Dvojne zvijezde kao indikatori udaljenosti 9

2.1. Dvojne zvijezde 9

2.2. Metoda određivanja udaljenosti pomoću dvojnih zvijezda 15

2.3. Dvojne zvijezde u galaksijama lokalne grupe galaksija 18

3. Raspetljavanje kompozitnih spektara 21

3.1. Opis problema 21

3.2. Formulacija metoda 23

3.3. Razdvajanje u domeni valnih duljina 26

3.4. Raspetljavanje kompozitnog spektra 29

4. Dvojna zvijezda D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33 31

4.1. Otkriće 31

4.2. Fotometrijska i spektroskopska opažanja 33

5. Reanaliza spektara dvojne zvijezde D33 J0133462+304439.9 i udaljenost galaksije M33 37

5.1. Spektralno raspetljavanje 37

5.3. Udaljenost do galaksije M33 45

6. Diskusija 46

7. Zaključak 48

8. Literatura 49

1. UVOD

1.1. KOZMIČKA LJESTVICA UDALJENOSTI

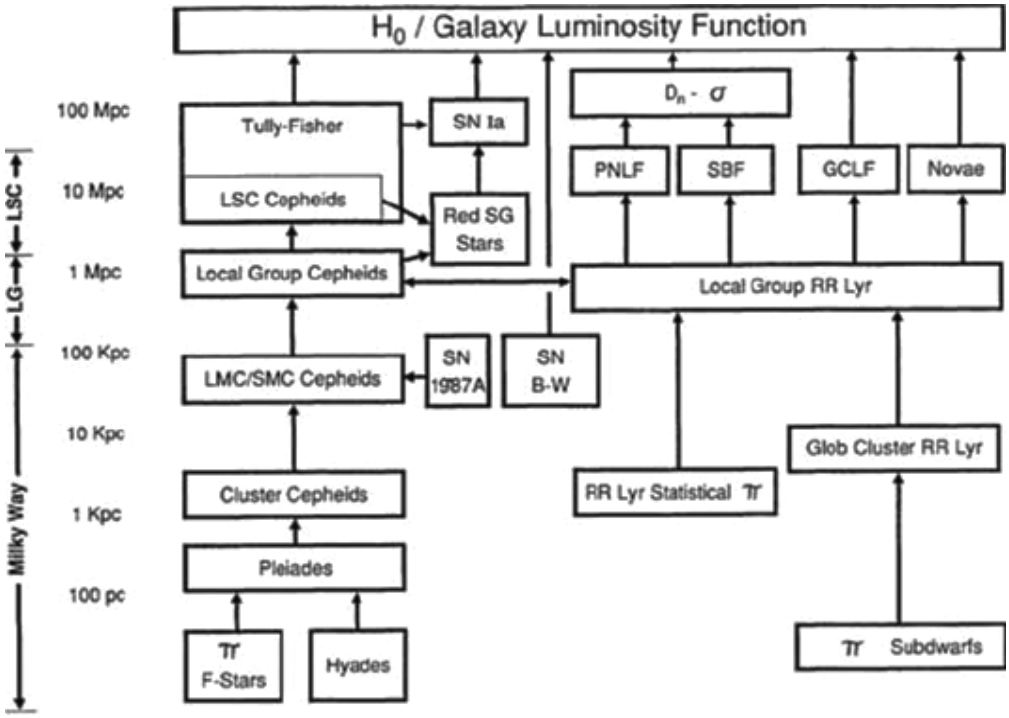
Udaljenosti do astronomskih objekata (planeta, zvijezda i galaksija) općenito je izuzetno teško izmjeriti jer se nalaze nezamislivo daleko. Međutim, poznavanje udaljenosti od suštinskog je značaja za razumijevanje njihove prirode. Luminozitet (ukupnu snagu zračenja) zvijezda i galaksija najčešće se određuje korištenjem zakona očuvanja energije u prostornom kutu (sjaj odnosno gustoća toka zračenja opada s kvadratom udaljenosti). Iz izmjerene kutne veličine i poznate udaljenosti dolazi se do linearne veličine zvijezde ili galaksije, čime se prelazi u 'apsolutnu' skalu nebeskog objekta. U tom je postupku najkritičnije određivanje udaljenosti. Vođene su mnoge rasprave, i dogodile su se mnogobrojne zablude u astronomskim istraživanjima, zbog teškoća u određivanju udaljenosti. Zbog toga ne čudi da su astronomi razvili širok raspon inventivnih i često bizarnih tehnika za mjerenje astronomskih udaljenosti.

Direktno određivanje udaljenosti metodom triangulacije moguće je samo za najbliže nebeske objekte. Zbog toga su prve trigonometrijske paralakse (udaljenosti) zvijezda izmjerene tek nešto prije prve polovice 19. stoljeća kada je Bessel koristeći heliometar odredio udaljenosti do zvijezde 61 Cygni. Proxima Centauri; najbliža zvijezda, ima paralaksu $p = 0.758$ arcsec, što znači da se nalazi na udaljenosti od 4.3 svjetlosne godine, odnosno 1.3 parseka (pc). Parsek je kao jedinicu za mjerenje udaljenosti usvojila International Astronomical Union na svom zasjedanju 1922. godine. Parsek (pc) je definiran kao udaljenost d na kojoj zvijezda ima paralaksu 1 arcsec (jedna lučna sekunda = 1 arcsec $= 1/60 \cdot 1/60$ lučnih stupnjeva). Obzirom da 1 radian ima približno 206265 arcsec, znači da 1 pc ima 206265 AJ (jedna astronomska jedinica, AJ, je prosječna udaljenost Zemlje od Sunca i iznosi približno 150 milijuna kilometara). Izraženo u svjetlosnim godinama, 1 pc $= 3.26$ s.g.

Opažanja izvan Zemljine atmosfere poboljšala su točnost mjerenja trigonometrijskih paralaksi zvijezda, i povećala volumen prostora u kojem su paralakse zvijezda određene

dovoljno pouzdano. Satelit Evropske svemirske agencije (ESA) *Hipparcos* (1989-1993) uzastopnim mjerenjima prividnog gibanja zvijezda na nebeskoj sferi izmjerio je paralakse 120 000 sjajnih zvijezda, s točnošću od 1 miliarcsec. Hipparcosova baza podataka sadrži udaljenosti, i prema tome luminozitete, za zvijezde unutar nekoliko stotina parseka, kao i parametre njihovog gibanja u galaktičkom prostoru. GAIA, novi astrometrijski satelit ESA-e, povećat će bazu za dva reda veličine, a bit će izmjerene paralakse do udaljenosti od 150 kpc.

Udaljenosti galaksija određuju se indirektnim metodama uz korištenje poznatog sjaja (luminoziteta) nekih astronomskih objekata i 'zakona inverznog kvadrata'. Općenito to znači da je prvo potrebno kalibrirati poznate indikatore udaljenosti. Kalibracijski proces započinje u lokalnom prostoru, Sunčevom sustavu, i postepeno se korak po korak, stepenica po stepenica, proteže na našu Galaksiju, galaksije u neposrednoj blizini naše, tzv. Lokalnoj grupi galaksija, sve do dalekih galaksija i jata galaksija u Svemiru. Ljestvica udaljenosti shematski je prikazana na Slici 1.1.



Slika 1.1. Kozmološka ljestvica udaljenosti. Dijagam prikazuje proces sukcesivnih kalbracija različitih indikatora udaljenosti i standarnih svijeća s ciljem određivanja Hubbleove konstante.

Objekti koji imaju apsolutni sjaj $M > 0$ mag mogu se koristiti kao indikatori udaljenosti za galaksije unutar Lokalne grupe galaksija. Pojedini značajni indikatori udaljenosti dani su na Slici 1.1. Neke metode ili indikatori nemaju veliki doseg, ali su od ključnog značaja za kalibraciju. To je slučaj sa trigonometrijskom paralaksom, ili korištenjem fotometrijske paralakse (usklađivanje glavnog niza zvjezdanih skupova). Kada je udaljenost do nekog skupa pouzdano određena, tada se mogu kalibrirati drugi indikatori udaljenosti. Primjer su pravilno pulsirajuće zvijezde tipa Cefeida za koje je početkom 20. stoljeća nađena empirijska veza između sjaja i perioda pulsacija (u vrijeme kada je empirijska veza otkrivena nije bilo poznato da promjenljivost sjaja Cefieda dolazi zbog pulsacija zvjezdane atmosfere!). Mnogobrojna istraživanja tijekom 20. stoljeća, izbacila su Cefeide u prvi plan kao vrlo pouzdane indikatore udaljenosti, unatoč činjenici da se empirijska relacija period-sjaj ne može kalibrirati trigonometrijskim paralaksama jer su Cefeide predaleko. Ono što je posebno važno kod Cefeida, i što ih stavlja u posebno važne 'standardne svijeće' za određivanje kozmičkih udaljenosti, je činjenica da se Cefeide vide daleko, pa one premošćuju udaljenosti od naše Galaksije do drugih galaksija. Cefeide su divovske i superdivovske zvijezde i to je razlog njihovom velikom intrinsičnom luminozitetu, ali i nedostatku trigonometrijskih paralaksi.

Razumljivo, što su udaljenosti veće to je i nepouzdanost određivanja udaljenosti veća. Nepouzdanost je kumulativna, i zbog toga je posebno važno što točnije kalibrirati indikatore udaljenosti i standardne svijeće koje su zajedničke za našu i susjedne galaksije. Tako je sukcesivnim kalibracijama nađeno da divovske spiralne galaksije tipa Sc I, poput galaksije M101, imaju apsolutni sjaj $M = -21.2$ mag, odnosno $25 \cdot 10^9$ Ls. U dalekim jatima galaksija, tu je vrstu galaksija relativno lako identificirati zbog njihovog velikog intrinsičnog sjaja i osobitog izgleda. S modernim teleskopima ova vrsta galaksija može poslužiti u svojstvu standarne svijeće sve do udaljenosti od 400 Mpc. Divovske eliptične galaksije (gE) ili najveće galaksije u Svemiru, cD galaksije koje imaju promjer od čak 1 Mpc, također su kalibrirane i mogu se iskoristiti u smislu standardnih svijeća.

1.2. STEPENICE DO HUBBLEOVE KONSTANTE

U premošćivanju udaljenosti do drugih galaksija, pretpostavlja se jedinstvenost prirode: suštinsko svojstvo objekta u našoj Galaksiji (kao što su Cefeide ili Supernovae) jednako je za slične objekte u drugim galaksijama. Bez te nužne pretpostavke, u stvari nebismo došli nikuda. Međutim, to nije pretpostavka na slijepo. Naprotiv, astrofizička su opažanja potvrdila ovu pretpostavku. Na primjer, spektri i svjetlosne krivulje Cefeida iz naše Galaksije jednaki su spektrima i svjetlosnim krivuljama Cefeida u susjednim galaksijama, i slijede istu empirijsku vezu između perioda i luminoziteta (sjaja).

Godine 1929. Edwin Hubble je otkrio vezu između crvenog pomaka galaksija i njihove udaljenosti, u smislu da što je galaksija bila na većoj udaljenosti, njezin crveni pomak linija u spektru bio je veći. Hubbleov zakon, $v = H\,d$, gdje je v radijalna brzina galaksije, d njezina udaljenost, a H konstanta proporcionalnosti (Hubbleova konstanta), posljedica je širenja Svemira, odnosno nastanka Svemira u Velikom prasku. Hubbleov zakon ima suštinsko značenje za kozmologiju, a određivanje Hubbleove konstante predstavlja jedan od najvećih izazova moderne opažačke astrofizike.

Kako u praksi izgleda određivanje Hubbleove konstante kalibracijom indikatora udaljenosti i standardnih svijeća. Jedan klasičan primjer:

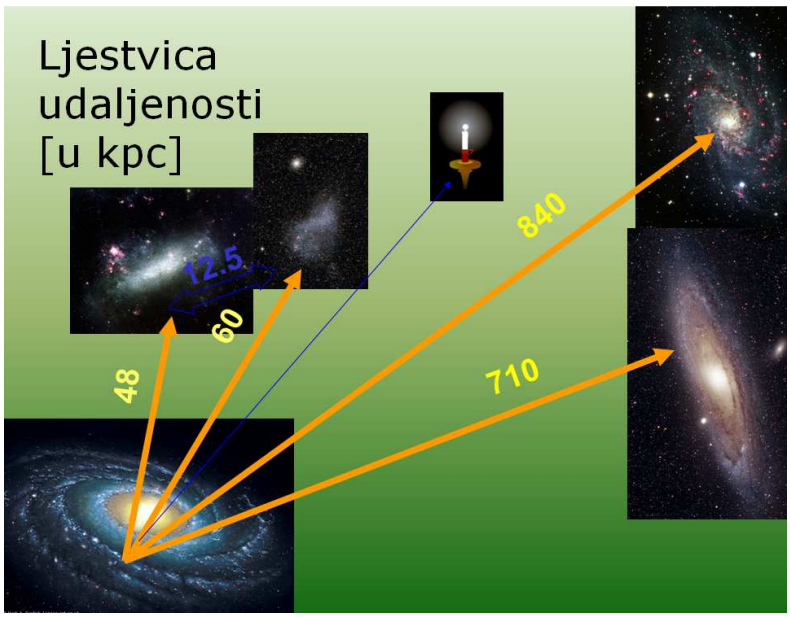
1. Izmjeriti astronomsku jedinicu (AJ) pomoću radara (odbijeni radio valovi s planeta Venere), te pomoću trigonometrijske paralakse odrediti udaljenosti bliskih zvijezda koristeći AJ kao triangulacijsku bazu.
2. Odrediti udaljenost do galaktičkog zvjezdanog skupa Hijada (udaljenost ~50 pc), koristeći gibanje zvijezda (također trigonometrijska metoda konvergencije). Provjeriti konzistentonst trigonometrijskih paralaksi usporedbom sjaja zvijezda u skupu Hijada i bliskih zvijezda s poznatim udaljenostima.
3. Uspostaviti empirijsku relaciju period-sjaj za Cefeide. Pronaći Cefeide u galaktičkim skupovima, te usporedbom sjaja zvijezda u skupovima i onih u Hijadama, naći udaljenost do skupova sa Cefeidama. Na taj način kalibrirali bismo relaciju između perioda i luminoziteta Cefeida.

4. Identificirati Cefeide u susjednim galaksijama te odrediti period promjene sjaja. Udaljenost proizlazi iz veze period-sjaj koju smo kalibrirali u (3).
5. U galaksijama u kojima smo otkrili i mjerili promjene sjaja Cefeida, izmjeriti kutne dimenzije područja ioniziranog vodika (H_{II} područja). Veličina H_{II} područja ovise o luminozitetu spiralnih i nepravilnih galaksija pa ćemo kalibrirati empirijsku relaciju 'veličina-luminozitet' za H_{II} područja.
6. Proširiti kalibraciju na divovske vrlo sjajne spiralne galaksije ScI, od kojih najbliža, M101, ima udaljenost određenu drugim metodama.
7. Iskoristiti vezu 'veličina-luminozitet' H_{II} područja u drugim galaksijama. Granica metode je udaljenost do oko pedesetak bliskih galaksija. Sada možemo iskoristiti poznate luminozitete tih galaksija i njihovu vezu s luminozitetnim klasama.
8. Potražiti divovske ScI galaksije – to su objekti koji se ističu sjajem i oblikom i na velikim udaljenostima u jatima galaksija. Koristit ćemo njihov luminozitet određen na stepenici (7) da bismo odredili njihovu udaljenost. Iz njihovog spektra izmjerit ćemo crveni pomak linija (radijalnu brzinu), i uz određenu udaljenost, izračunati Hubbleovu konstantu.

Ima i drugih tehnika, kao što su Tully-Fisherova relacija koja povezuje rotacijske brzine spiralnih galaksija s luminozitetom, luminozitetna funkcija planetarnih maglica, ili kuglastih skupova u galaksijama, fluktuacije površinskog sjaja galaksija, itd. Obzirom da Supernova-e imaju intrinsično vrlo veliki sjaj jer je oslobođena enormna energija, zarana su privukle pažnju kao standardne svijeće. U tom su smislu posebno važne Supernova-e tipa I koje imaju vrlo konzistentan sjaj u maksimumu u iznosu od $1.3 \cdot 10^{36}$ W. Mjerenjem toka zračenja Supernova-e u maksimum sjaja u nekoj galaksiji, uz poznat intrinsični luminozitet supernove u toj fazi, može pomoću 'inverznog kvadrata udaljenosti' odrediti udaljenost galaksije. S modernim teleskopima i sofisticiranim tehnikama potrage za Supernovama, iste se kao standardne svijeće koriste do udaljenosti od gotovo 650 Mpc.

1.3. UDALJENOSTI GALAKSIJA U LOKALNOJ GRUPI GALAKSIJA

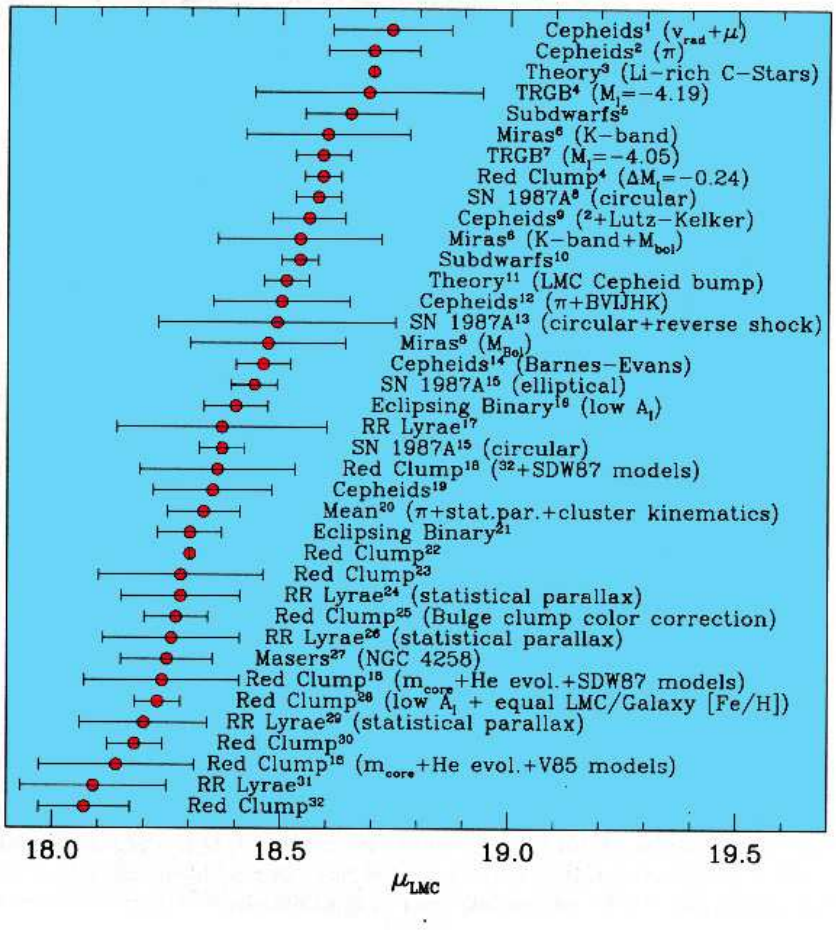
Lokalnu grupu galaksija čine galaksije u neposrednoj blizini naše galaksije Mliječni Put. Grupu čini više od tridesetak galaksija, od kojih su samo 4 galaksije spiralne, Andromedina (M31), Mliječni Put, M33 i Veliki Magellanov oblak (LMC). Te se galaksije osim oblikom ističu veličinom i sjajem, redosljedom kako su navedene. Većina galaksija u Lokalnoj grupi galaksija su nepravilne, patuljaste nepravilne i patuljaste sferoidne galaksije. Samo je jedna eliptična galaksija, M32, pratioc Andromedine galaksije, te jedna patuljasta eliptična galaksija, NGC 205, također pratioc Andromedine galaksije. Andromedina galaksija, kao najveća i najmasivnija galaksiji u Lokalnoj grupi galaksija, ujedno ima i najveći broj satelitskih galaksija. Naša, nešto manja od M31, ima oko desetak satelitskih galaksija, od koji se ističu Veliki i Mali Magellanov oblak, LMC i SMC, na udaljenosti od 50 i 58 kpc (Sl. 1.2.).



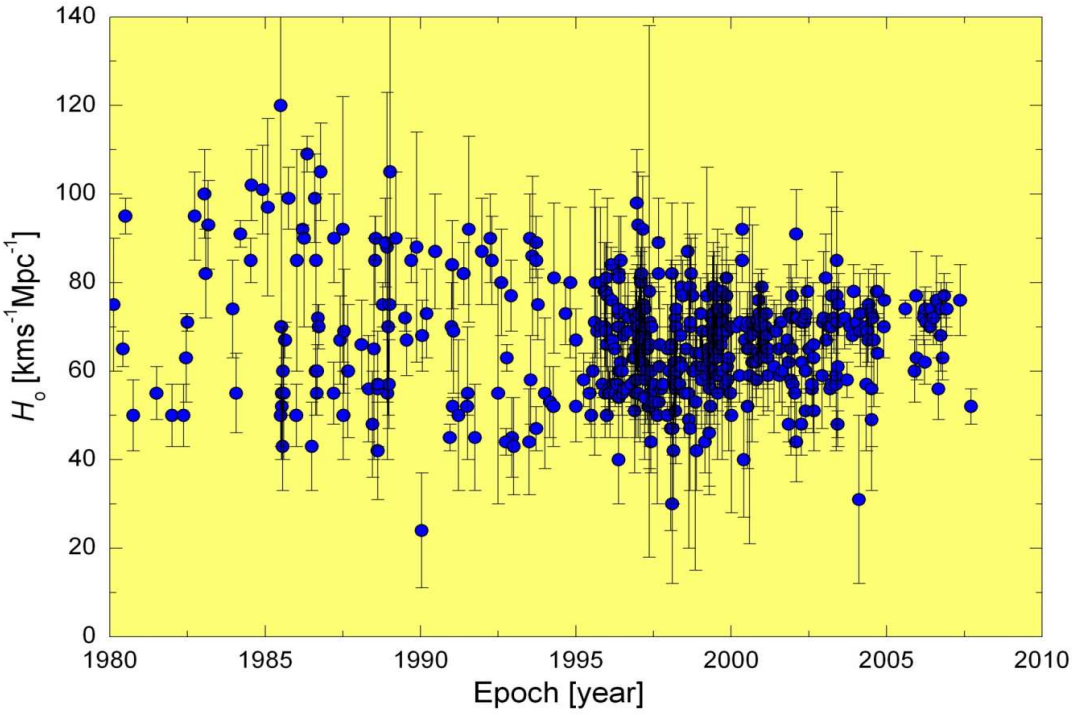
Slika 1.2. Ljestvica udaljenosti između dominantnih galaksija u Lokalnoj grupi galaksija.

Zbog svoje blizine i mogućnosti detaljnog istraživanja pojedinih vrsta zvijezda, Veliki i Mali Magellanov oblak imaju izuzetnu važnost u kozmološkoj ljestvici udaljenosti. Te dvije satelitske galaksije, naročito LMC, koriste se za premošćivanje ljestvi udaljenosti iz naše

Galaksije do Lokalne grupe galaksija. Upravo o kvaliteti i pouzdanosti određivanja udaljenosti LMC-a ovisi i pouzdanost određivanja udaljenosti galaksija u dalekom Svemiru, odnosno pouzdanost Hubbleove konstante. Pojedine metode daju udaljenost do LMC s disperzijom rezultata od gotovo 15%, što je ispod standarda potrebnog za kalibraciju kozmoloških udaljenosti. Ako se uzmu samo najpouzdanije tehnike, i moderna istraživanja, može se zaključiti da je danas udaljenost LMC-a određena s točnošću od oko 5%. Pojedini rezultati slikovito su prikazani i uspoređeni na Slici 1.3..



Slika 1.3. Raspon udaljenosti do Velikog Magellanovog oblaka (LMC) dobiven korištenjem različitih indikatora udaljenosti i postupaka.



Slika 1.4. Publicirane vrijednosti Hubbleove konstate od 1980. do 2010. godine. Nakon oprečnih rezultata iz 80-tih i 90-tih godina prošlog stoljeća, tzv. 'velike' i 'male' Hubbleove konstante, s vrijednostima 100 odnosno 50 km/s/Mpc, moderne se vrijednosti kocentriraju oko 70 km/s/Mpc.

M31 i M33 kao najbliže i najpodobnije galaksije Lokalne grupe za kalibriranje udaljenosti koje se nalaze van naše galaksije, ipak još uvijek predstavljaju veći izazov i teškoću pri promatranju nego recimo Veliki Mageljanov Oblak (LMC) na čijoj udaljenosti je ljestvica kozmičkih udaljenosti "usidrena". Njihova veća udaljenost čini najsjajnije zvijezde unutar 6 mag manje sjajnima nego najsjajnije LMC zvijezde, što je dodatni zahtjev za spektroskopiju (sa udaljenosti raste i učinak "gušenja" i "stapanja" (spektara)). Dosad izračunate udaljenosti poznate su uz grešku od $10-15\%$, najviše zbog raskoraka od $0.2-0.3$ mag među različitim indikatorima udaljenosti (dok naš sustav – detached eclipsing binary DEB – ima potencijal da utvrdi te iste udaljenosti s točnošću od 5%). DEB nam nudi određivanje udaljenosti obližnjih galaksija takoreći u jednom koraku, pa čak omogućuju i kalibraciju ostalih indikatora udaljenosti – što je veliki korak ka nezavisnom i vrlo točnom određivanju Hubble-ove konstante. Posljednjih nekoliko godina sustavi dvojnih zvijezda iskorišteni su za određivanje udaljenosti do LMC-a, Malog Mageljanovog Oblaka i naposljetku do Andromeda galaksije M31 i M33 galaksije u Zviježđu trokut, a za udaljenosti do pojedinih sustava se tvrdi da su točnije od 5%.

2. DVOJNE ZVIJEZDE KAO INDIKATORI UDALJENOSTI

2.1. DVOJNE ZVIJEZDE

Dvojne zvijede oduvijek su važan alat za određivanje fizikalnih svojstava zvijezda te ispitivanje strukturnih i evolucijskih modela (Hilditch 2001, Lastennet & Valls-Gabaud 2002). Samo se zvijezdama dvojnih sustava može direktno odrediti masa, inače fizikalna veličina o kojoj najviše ovisi unutrašnja struktura i razvoj zvijezda. Ukoliko je opažač u ili blizu ravnine u kojoj se dvije zvijezde gibaju oko zajedničkog centra masa, može doći do međusobnih pomrčina komponenata koje se periodično ponavljaju (Sl. 2.1.). To omogućuje precizno mjerenje zvjezdanih polumjera, te rubnog i gravitacijskog zatamnjenja. Dubine pomrčina pak određuju omjer efektivnih temepratura komponenata u sustavu. Velik doprinos pomrčinskih dvojnih sustava je što se njihovo orbitalno gibanje, izvedeno iz krivulja radijalnih brzina komponenata i oblika pomrčina dobivenih iz svjetlosnih krivulja, može u potpunosti objasniti zakonima gravitacije i geometrijom sustava (Hilditch 2001).

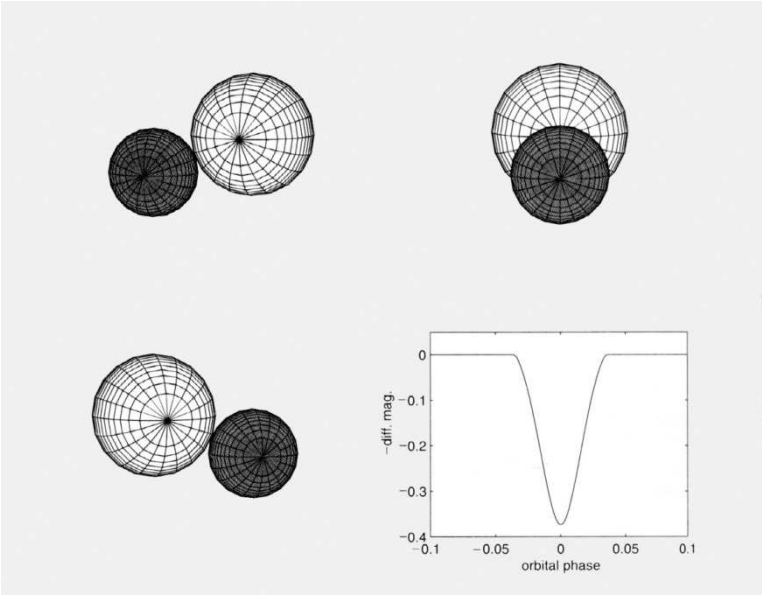
Svjetlosne krivulje pružaju relativne i orbitalne značajke sustava. Krivulje radijalnih brzina daju pak sistemsku brzinu (tj. brzinu centra mase) i brzine gibanja komponenata oko centra masa obično izraženo poluamplitudama krivulja radijalnih brzina K_P i K_S (tj. maksimalni odmak brzine svake komponente od sistemske brzine). S ovim veličinama, velika poluos sustava (a) i masa pojedine komponente $(M_P,\ M_S)$ mogu biti određene iz sljedećih izraza:

$$a \sin i = \frac{P(K_P+K_S)\sqrt{1-e^2}}{2\pi} \tag{2.1}$$

$$M_P(\sin i)^3 = \frac{PK_S(K_P+K_S)^2\left(1-e^3\right)^{3/2}}{2\pi G} \tag{2.2}$$

$$M_S(\sin i)^3 = \frac{PK_P(K_P+K_S)^2\left(1-e^3\right)^{3/2}}{2\pi G} \tag{2.3}$$

gdje su e ekcentritet, a i inklinacija orbite. Kut inklinacije je kut koji zatvara smjer okomice na orbitalnu ravninu i doglednice opažača. To znači, za dvojni sustav s poptunim pomrčinama $i = 90°$, ili bar blizu te veličine.



Slika 2.1. Geometrija pomrčina u sustavu dvojnih zvijezda. U principu trajanje pomrčina ovisi o polumjerima komponenata, a dubina pomrčina o omjeru njihovih efektivnih temperatura.

Detaljni oblik dviju pomrčina je direktno vezan uz fizikalna svojstva zvijezda. Primarna pomrčina dešava se prema definiciji kada je toplija zvijezda iza hladnije (vanjska konjukcija). Tako je primarna pomrčina dublja od sekundarne (unutarnja konjukcija). Iznimke za ovo pravilo postoje ako orbite nisu kružne, tada se mijenja i prekrivena površina u pomrčini, i primarnoj i sekundarnoj, time mjenjajući njihove relativne dubine (dešava se čak da i jedna od njih potpuno izostane).

Najbitnije veličine koje dobivamo ovim putem su relativni polumjeri zvijezda, koji su definirani kao omjer stvarnog polumjera zvijezde i velike poluosi orbite dvojnog sustava:

$$r_A = \frac{R_A}{a}, \qquad r_B = \frac{R_B}{a} \tag{2.4}$$

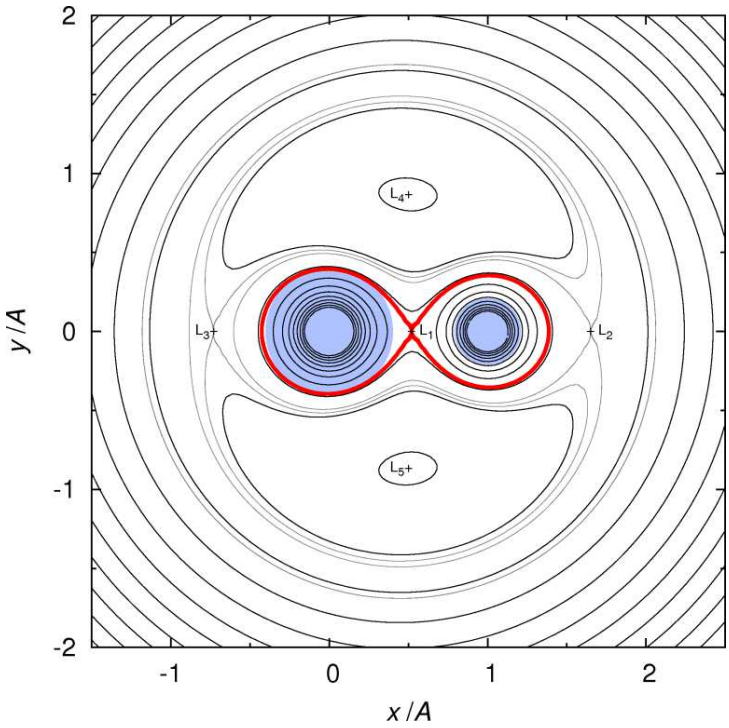
Orbitalna inklinacija i također je važna fotometrijska veličina. Relativne dubine primarne i sekundarne elipse daju omjer površinske sjajnosti dviju zvijezda, veličina koja je uobičajeno implicirana sa T_{eff}. Totalne pomrčine omogućuju dobivanje vrlo preciznih fotometrijskih parametara: no ako pomrčina nije totalna, omjeri polumjera i sjaja zvijezda su snažno korelirani, što rezultira sa dosta neodređenom veličinom polumjera, a posebno loše određuje i omjer svjetla dviju zvijezda (light-ratio).

Ekscentrične orbite predstavljaju komplikaciju time što uvode 2 nova parametra u sustav: orbitalni ekcentricitet e, i dužinu periastrona ω. Ova 2 parametra lakše je promatrati kao kombinaciju $e\cos\omega$ i $e\sin\omega$, koji su sami po sebi puno manje korelirani nego e i ω. U aproksimaciji malog ekscentriciteta $i \sim 90°$, vremena i trajanja pomrčina (t_{prim} i t_{sec} i d_{prim} i d_{sec}) daju sljedeće izraze:

$$e\cos\omega \approx \frac{\pi}{2}\left(\frac{t_{sec}-t_{pri}}{P} - 0.5\right), \qquad e\sin\omega \approx \frac{d_{sec}-d_{pri}}{d_{sec}+d_{pri}} \tag{2.5}$$

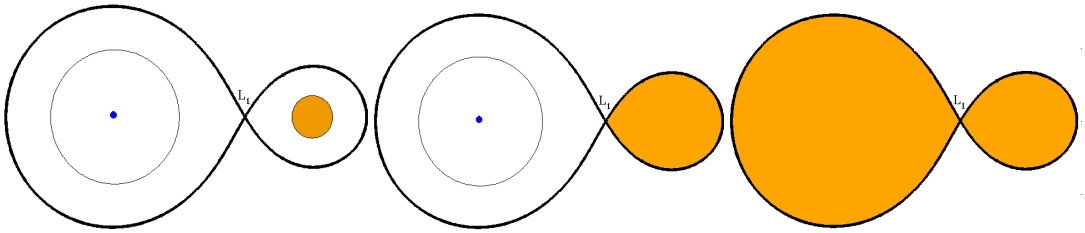
Izraz $e\cos\omega$ je dakle ovisan o vremenu sekundarnog minimuma relativno prema primarnom, što je moguće vrlo precizno izmjeriti. S druge strane, $e\sin\omega$ je dan sa relativnim trajanjem dvaju pomrčina, što je dosta neprecizno. Fotometrija nam omogućuje precizno utvrđivanje prvog izraza a slabo koristi za drugi. Suprotna situacija je kod radijalnih brzina, tako da bi riješenje trebalo sadržavati obe analize i promatranja.

Rubno zatamnjenje također jako određuje oblik i izgled pomrčina: unatoč činjenici da postoji cijeli niz zakona koji opisuju ovu pojavu, linearni je zadovoljavajuć za većinu EB-a. Za te iste zakone utvrđen je širok spektar koeficjenata koji su uvršteni u standardni fotometrijski propusni pojas. Kada su opažanja visoke kvalitete, bolje je njih namještati prema koeficjentima, nego "popravljanje" tih istih koeficjenata do nekih teorijski očekivanih veličina.



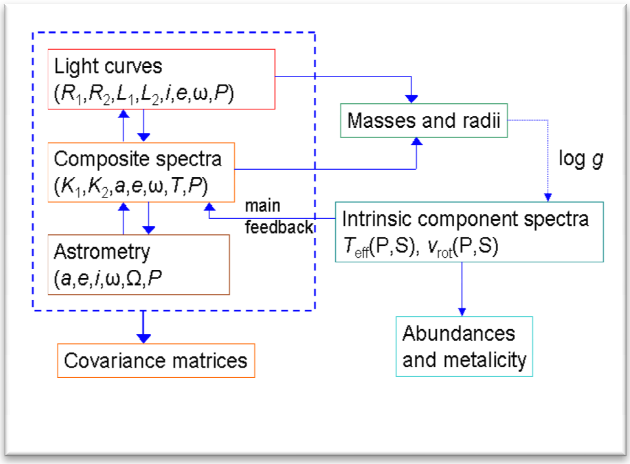
Slika 2.2. Ekvipotencijalne plohe zvijezda u dvojnom sustavu. Kritična ploha označena je crvenom linijom i ima sjecište u unutrašnjoj Lagrangeovoj točki L_1.

Kao što je i vidljivo iz ovih jednadžbi (2.1-2.3), inklinacija sustava (i) potrebna je za izračun individualnih masa komponenti M_P i M_S i velike poluosi A. Za određivanje inklinacije potrebno je modelirati svjetlosne krivulje (fotometrija) i krivulje radijalnih brzina (spektroskopija). Obzirom da se radi o različitim opservablama, to čini dodatni zahtjev na opažanja. Danas se svjetlosne krivulje dvojnih sustava modeliraju sintetskim putem. Dimenzije i površine zvijezda opisuju se ekvipotencijalnim plohama, tzv. Rocheovim potencijalom (Sl. 2.2.) kojima se dodaju radijativna svojstva, najčešće preko izračunatih modela zvjezdanih atmosfera (tok zračenja, rubno zatamnjenje, gravitacijsko zatamnjenje, refleksija zračenja na zvjezdanim atmosferama, itd). Velik broj procesa uključenih u modeliranje svjetlosne krivulje dovelo je do stvaranja specifičnih algoritama kao što su EBOP (Popper & Etzel 1981, Southworth 2010) u kojem su zvijezde aproksimirane sferama, i LC (Wilson & Devinney 1971) u kojima je oblik zvijezda određen Rocheovim ekvipotencijalnim plohama.

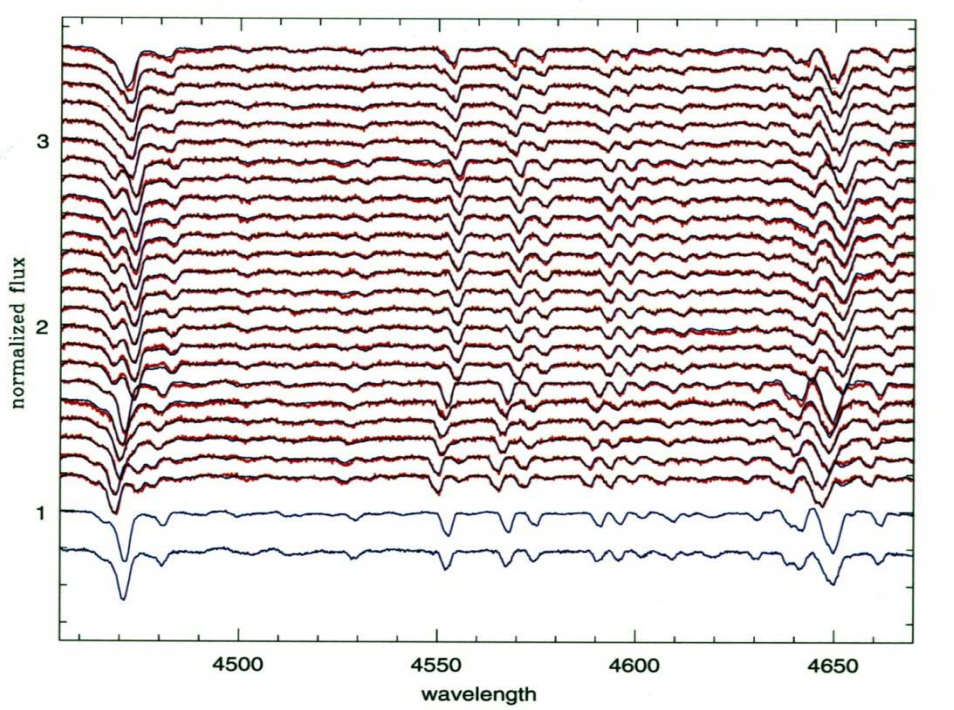


Slika 2.3. Taksonomija dvojnih zvijezda pomoću Rocheovih kritičnih ekvipotencijalnih ploha: odijeljeni sustav (lijevo), poluodijeljeni (sredina) i kontaktni (desno).

U svim slučajevima, velik broj nepoznatih parametara zahtjeva upotrebu optimizacijskih metoda. Korelacije između pojedinih parametara, npr. omjera polumjera i omjera površinskog toka zračenja zvijezda u sustavu ili pak inklinaciji, stvara degeneraciju riješenja te je razumjevanje tih korelacija jedini put do točnog riješenja. Ovdje je reduciranje broja slobodnih parametara pravi put do adekvatnog modeliranja. Posebno je važno simultano riješenje za više opservabli, npr. fotometrijskih i spektroskopskih mjerenja, ili spektroskopskih i interferometrijskih, a još bolje svih zajedno. Takav moderan i unaprijeđen pristup određivanju fizikalnih i orbitalnih parametara zvijezda u dvojnom sustavu prikazan je na Slici 2.4. prema postupku kojeg su razradili Hensberge, Pavlovski i Verschueren (2000). U tom je postupku standardnim metodama koje su korištene u analizi dvojnih sustava, dodana metoda *spektralnog raspetljavanja* (detaljno će biti opisana u pogl. 4.) koja pored određivanja orbitalnih elemenata omogućuje istovremeno izoliranje spekatra individualnih komponenata u dvojnom sustavu.



Slika 2.4. Prikaz 'novog standarda' u komplementarnoj analizi dvojnih zvijezda prema postupku koji su opisali Hensberge, Pavlovski & Verschueren (2000). Metoda spektralnog raspetljavanja ugrađena je u analizu zbog izuzetno važne povrtane sprege s opservablama (pravokutnik s crtkanim linijama).



Slika 2.5. Spektralno raspetljavanje serije kompozitnih spektara dvojnog sustava u spektre individualnih komponenata (dva spektra na dnu). Opaženi spektri velikog spektralnog razlučivanja dvojnog sustava V453 Cyg (crveno) i kompozitni spektri izračunati iz raspetljanih individualnih spekatara (plavo) prikazani su za usporedbu (crno). Iz članka Pavlovski & Southworth (2009).

Metoda spektralnog raspetljavanja (Simon & Sturm 1994) iz serije kompozitnih spektara dvojnog sustava izdvaja individualne spektre svake komponente (Sl. 2.5.). Tako izolirani spektri zvijezda u sustavu mogu se detaljno analizirati spektroskopskim metodama što kao rezultat daje efektivne temperature T_{eff}, rotacijsku i mikroturbulentnu brzinu te detaljni kemijski sastav zvjezdane atmosfere i metalicitet [M/H]. To su veličine koje se povratno vraćaju u analizu opservabli. U takvom iteracijskom postupku značajno se unapređuje kvaliteta riješenja u smislu povećanja točnosti i otklanjanja pojedinih degeneracija u analizi opservabli. Prvu detaljnu spektroskopsku analizu raspetljanih spektara u kontekstu postupka prikazanog na Slici 2.4. objavili su Pavlovski & Hensberge (2005). Komplementarna analiza pomrčinskog dvojnog sustava V578 Mon u zvjezdanom skupu NGC 2244 u središtu maglice Rozeta, dala je mase, polumjere i efektivne temperature zvijezda u dvojnom sustavu s točnošću od 2, 1.5 i 2.5 postotaka. Kao rezultat, udaljenost zvjezdanog skupa NGC 2244 i maglice Rozeta određena je s točnošću od 3% (Hensberge, Pavlovski & Verschueren 2000). Moderne analize još su i poboljšale ovu točnost pa su

fundamentalne astrofizičke veličine (masa, polumjer i efektivna temperatura) za neke dvojne sustave ovim *nestandardnim* postupkom određene s točnošću manjom od 1% (Pavlovski et al. 2014, Torres et al. 2014).

Za određivanje udaljenosti pomoću dvojnih zvijezda najpogodniji su sustavi u kojima su komponente dublje unutar kritičnih Rocheovih ploha, tzv. odvojeni sustavi (Sl. 2.3.). Kod takvih sustava interakcija među komponentama je najmanja i njihov oblik još nije deformiran plimnim silama ili rotacijom, kao što je i interakcija njihovih atmosfera sa zračenjem pratioca, također najmanja. Međutim, u principu i poluodijeljeni i kontaktni sustavi (opet Sl. 2.3.) također se mogu iskoristiti kao indikatori udaljenosti. U principu, najvažnije je kvalitetno odrediti polumjere i efektivne temperature komponenata, jer je to put do intrinsičnog luminoziteta, a onda i do udaljenosti pomoću 'inverznog kvadrata udaljenosti'.

2.2. METODA ODREĐIVANJA UDALJENOSTI POMOĆU DVOJNIH ZVIJEZDA

Broj fotometrijskih indikatora udaljenosti vrlo je velik (Jacoby et al., 1992) od kojih je svaki pogodan za određene intervale udaljenosti (Sl. 1.1.). U svim slučajevima udaljenost je nađena uz poznavanje intrinzičnog luminoziteta proučavanog objekta (L_λ) za valnu duljinu λ i kroz uspoređivanje sa opaženim (uz korekciju zbog apsorpcije) fluksom $(f^{\circ}_{0,\lambda})$ kroz izraz poznat kao zakon obrnuto proporcionalnog kvadrata udaljenosti:

$$f^{\circ}_{0,\lambda} = \frac{L_\lambda}{4\pi d^2} \tag{2.6}$$

gdje je d udaljenost do objekta poznatog luminoziteta. Ekvivalentno, udaljenost može biti izražena i u terminima apsolutne magnitude (M_λ) objekta iz definicije modula udaljenosti:

$$(m - M)_0 \equiv m_{0,\lambda} - M_\lambda = 5\log(d) - 5 \tag{2.7}$$

gdje je $m_{0,\lambda}$ (uz korekciju apsorpcije) magnituda objekta na d parseka.

Između standardnih svijeća, Cefeide igraju ključnu ulogu u ljestvici udaljenosti. Cefeide su evolvirajuće varijabilne zvijezde (spektralnih klasa od F6 do K2) koje zrače pulsirajući (sa periodima između 1 i 50 dana). Ove varijabilne zvijezde imaju velike amplitude i sjajne intrinzične luminozitete koje ih čine lakima za detektirati u fotometrijskim istraživanjima varijabilnosti, čak i u udaljenim galaksijama. Dodatno predstavljaju i jaku korelaciju između perioda pulsiranja i njihove apsolutne magnitude (što je poznato kao period-luminozitet veza, Leavitt & Pickering, 1912). Cefeidna period-luminozitet veza učinila je ove varijabilne zvijezde jednim od kamena temeljaca u izvodu ekstragalaktičkih udaljenosti (Freedman et al., 2001).

Direktno određivanje polumjera R komponenata pomrčinskog dvojnog sustava ponukalo je nekoliko autora (npr. Lacy 1977, Gimenez et al. 1994) da predlože upotrebu takvih sustava za određivanje udaljenosti. Luminozitet zvijezde ovisi osim o polumjeru i o površinskog toku zračenja (F_λ) ili, što je ekvivalentno, efektivnoj temperaturi (T_{eff}).

Lacyeva metoda (1977) za izračun površinskog sjaja koristi vezu između površinskog toka zračenja s intrinsičnim sjajem zvijezde i njezinim polumjerom koju su našli Barnes & Evans (1976). Modul udaljenosti (2.7) svake od komponenti računat je uz pretpostavku da su zvijezde sferno simetrične $(L_\lambda = 4\pi R^2 F_\lambda)$:

$$(m - M)_0 \equiv m_\lambda - A_\lambda + 2.5 \log\left(\frac{R^2 F_\lambda}{R_{Sun}^2 F_{\lambda,Sun}}\right) - M_{\lambda,Sun} \tag{2.8}$$

gdje je m_λ izmjereni prividni sjaj zvijezde na valnoj duljini λ, a A_λ međuzvjezdana ekstinkcija koja daje gubitak toka zračenja zbog apsorpcije i raspršenja zračenja zvijezde u interakciji s međuzvjzdanom prašinom i plinom. Ostale veličine objašnjene su ranije u tekstu. U jednadžbi (2.8), apsolutni sjaj $(M_\lambda = -2.5 \log(L_\lambda) + C_\lambda)$ izražena je preko Sunčevih veličina (R_{Sun}^2, $F_{\lambda,Sun}$ i $M_{\lambda,Sun}$).

Gimenez et al. (1994) su predlažili višepojasnu fotometriju i UV spektro-skopiju za bolje i točnije određivanje temperature svake od komponenti. Tada se modul udaljenosti može izraziti efektivne temperature:

$$M_{bol} = -2.5 \log\left(\frac{R^2 T_{eff}^4}{R_{Sun}^2 T_{eff,Sun}^4}\right) + M_{bol,Sun} = M_\lambda + BC_\lambda \tag{2.9}$$

$$(m - M)_0 \equiv m_\lambda - A_\lambda - M_{bol,Sun} + 5 \log\left(\frac{R^2 T_{eff}^4}{R_{Sun}^2 T_{eff,Sun}^4}\right) + BC_\lambda \tag{2.10}$$

gdje je BC bolometrijska korekcija koja ovisi o efektivnoj temperaturi i fotometrijskom pojasu. Jednadžba (2.10) najčešće se izražava za V pojas:

$$(m-M)_0 \equiv m_V - A_V - M_{bol,Sun} + 5\log\left(\frac{R}{R_{Sun}}\right) + 10\log\left(\frac{T_{eff}}{T_{eff,Sun}}\right) + BC_V \qquad (2.11)$$

a apsorpcija se obično određuje iz indeksa boje (npr. $(B-V)$) kroz izraz:

$$A_V = \mathcal{R}_V E(B-V) = \mathcal{R}_V[(B-V) - (B-V)_0] \qquad (2.12)$$

gdje je $\mathcal{R}_V \equiv {A_V}/{E(B-V)}$ ukupni do selektivni omjer ekstinkcije, za koji se obično uzima da je $\mathcal{R}_V = 3.1$ (npr. Fitzpatrick 1999).

Velika prednost ove metode naspram ostalih je u tome što se sve potrebne veličine mogu odrediti iz analize fotometrijskih i spektroskopskih mjerenja pomrčinskih dvojnih sustava (R) i modela zvijezdanih atmosfera $(T_{eff},\ (B-V)_0$ i $BC_V)$. Prema tome nikakva empirijska kalibracija nije potrebna za određivanje udaljenosti do pomrčinskih dvojnih sustava (ipak potrebno je baždarenje zvjezdanih modela u fotometrijske veličine) što čini određivanje udaljenosti do pomrčinskih dvojnih sustava skoro pa direktnim (Clausen 2004). Štoviše, luminoziteti zvijezda u sustavu mogu se kontrolirati s omjerom luminoziteta dobivenim iz analize svjetlosnih krivulja sustava, i time utvrditi je li rezultat samousuglašen.

Udaljenost do dvojnog sustava može se utvrditi direktno bez oslanjanja na ostale kalibracijske objekte, a konkretno se provodi sukcesivnim kalibracijama udaljenosti. Metoda je u biti geometrijska i svodi se na određivanje fizičkih dimenzija zvijezde i intrinsični izračeni tok (odnosno na određivanju luminoziteta zvijezda). Luminozitet je određen polumjerom i efektivnom temperaturom zvijezde. Analiza svjetlosne krivulje i krivulje radijalnih brzina, kao i pomrčinski detalji određuju polumjere. Udaljenost se onda jednostavno svodi na usporedbu promatranog (prividnog) toka sa korespondirajućim apsolutnim tokom. Ovo se dobiva iz procjene efektivnih temperatura komponenata ili preko spektralne klasifikacije, višebojne fotometrije, ili spektroskopsko-fotometrijskog 'fitanja' fluksa.

2.3. DVOJNE ZVIJEZDE U GALAKSIJAMA LOKALNE GRUPE GALAKSIJA

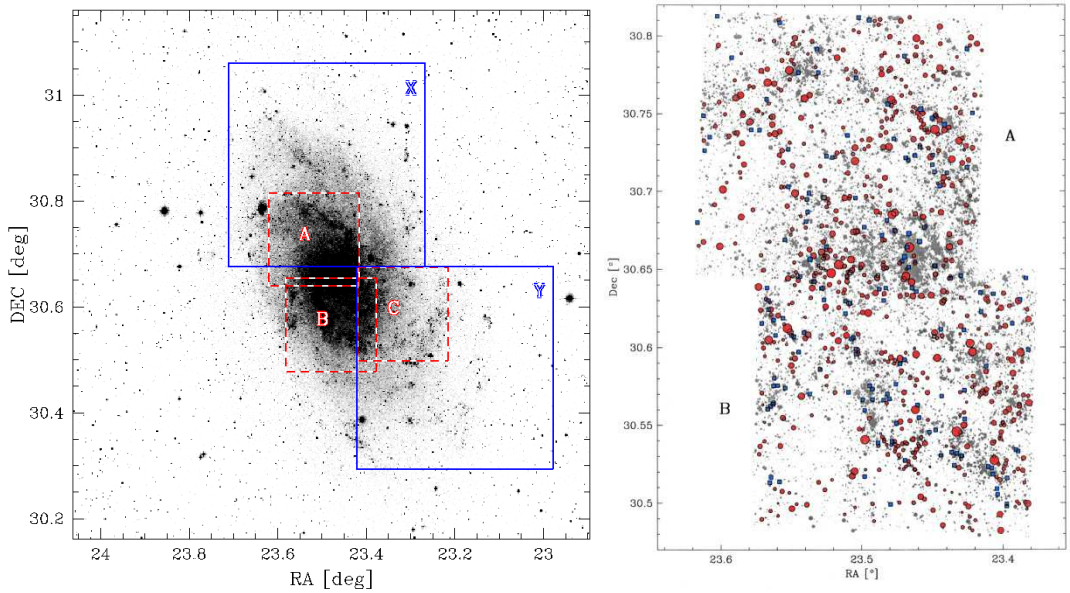
Prva otkrića gotovo šezdesetak pomrčinskih dvojnih sustava u Andromedinoj galaksiji (M31) proizašla su iz sustavnih fotografskih opažanja u 60-im godinama prošlog stoljeća pomoću 5-m teleskopa na Mount Palomar opservatoriju (Baade & Swope 1963, 1965). Mala preciznost fotografske fotometrije, i mali sjaj identificiranih dvojnih zvijezda koji nije omogućavao spektroskopska opažanja tadašnjom astronomskom tehnologijom, onemogućio je daljnja istraživanja. Najsjajnije zvijezde u galaksijama M31 i M33 gotovo su 6 mag manjeg sjaja od najsjajnijih zvijezda u Velikom i Malom Magellanovom oblaku, što je velik izazov za opažače.

No u zadnjih 2 desetljeća korištenje CCD detektora velikog formata s visokom kvantnom efikasnošću i malog šuma omogućilo je precizniju (oko 0.01 mag) fotometriju za zvijezde prividnog sjaja $19 - 20$ mag i to s teleskopima manjih apertura (2-3 m). K tome i razvoj raznih novih tehnika redukcije CCD snimaka (Alard & Lupton 1998) omogućio je indentifikaciju pomrčinskih sustava u galaksija čak izvan Lokalne grupe galaksija (Bonanos & Stanek 2003). Za spektroskopska su se opažanja počeli koristiti najveći teleskopi s aperturama od 8 do 10 m. Glavna je motivacija detekcije i istraživanja dvojnih zvijezda u drugim galaksijama, prije svega njihova upotreba u smislu indikatora udaljenosti.



Slika 2.6. Odabrana polja DIRECT projekta u galaksiji M31. Manja odnosno veća polja imaju dimenzije 11x11 arcmin i 22x22 arcmin.

Prvi veliki napredak u istraživanju dvojnih zvijezda u galaksijama, pored ranije započetih opažačkih projekata u Velikom i Malom Magellanovom oblaku, napravila je grupa istraživača u projektu DIRECT (Macri 2004). DIRECT projekt koncentrirao se na detekciju te detaljnu CCD fotometriju u nekoliko odabranih područja u galaksijama M31 i M33. Galaksija M31 nešto je bliža nego M33, 750 kpc do 1 Mpc, tako da su OB dvojne zvijezde u Andromedinoj galaksiji nešto sjajnije i dostupnije za kvalitetniju analizu. Za CCD fotometriju korišteni su relativno mali teleskopi, ali CCD poluvodički detektori imaju izvanrednu kvantnu učinkovitost, osim što ih odlikuje linearnost odziva u širokom dinamičkom području. Pored toga, manji teleskopi obično imaju i veće efektivno vidno polje jer ne treba zaboraviti da su obje galaksije prilično prostorno velike u projekciji na nebesku sferu.



Slika 2.7. Odabrana područja u galaksiji M33 (lijevo) i identificirane Cefiede (crveni simboli) i pomrčinske dvojne zvijezde (plavi simboli) u galaksiji M33 u okviru projekta DIRECT.

Od 1996. do 2000. godine u okviru DIRECT projekta M31 i M33 vršena su opažanja pomoću 1.2 m teleskopa na Fred L. Whipple Observatory u Arizoni tokom 170 noći. Pored toga, dodatna opažanja tokom 36 noći provedena su pomoću 1.3 m teleskopa na Michigen-Dartmouth-MIT Observatory na Kitt Peaku u Arizoni. Vidno polje u 1996. i 1997. godini bilo je 11x11 arcmin, a kasnije je povećano na 22x22 arcmin. Odabrana polja u obje galaksije prikazana su na Slici 2.7.. Detektiran je velik broj varijabilnih zvijezda, od čega oko 130 pomrčinskih dvojnih sustava, oko 600 Cefeida, i preko 500 različitih varijabilnih zvijezda. Slika 2.7. prikazuje mozaik polja s detektiranim Cefeidama (crveni simboli) i pomrčinskim dvojnim sustavima (plavi simboli).

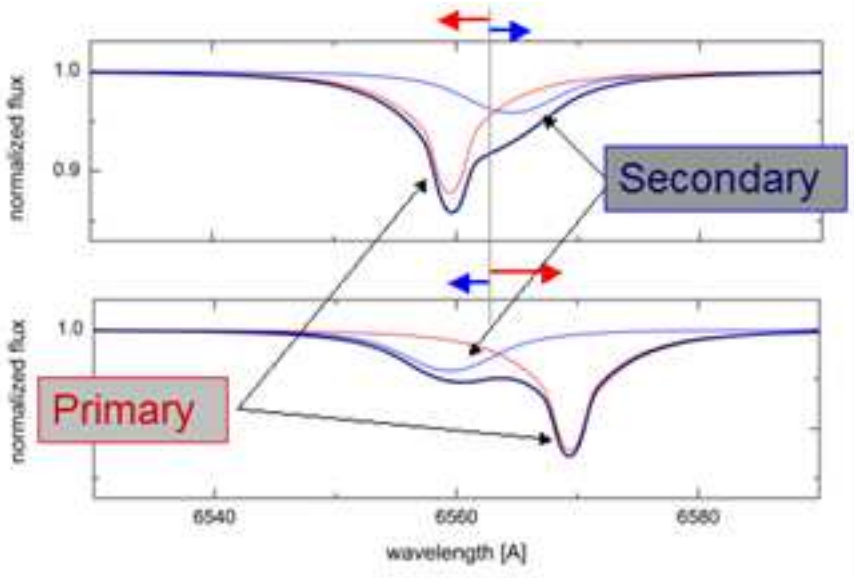
3. RASPETLJAVANJE KOMPOZITNIH SPEKTARA

3.1. OPIS PROBLEMA

Spektar dvojnog sustava zvijezda sadržava spektralna obilježja obje zvijezde i naziva se kompozitni (Sl. 3.1.). Vremenski slijed kompozitnog spektra razdijeljen na orbitalne faze sadrži informacije o:

– ovisnosti radijalnih brzina komponentnih zvijezda o orbitalnoj fazi i

– spektralne značajke komponenata.



Slika 3.1. Kompozitni spektar dvojnog sustava zvijezda (tamnoplava linija) u dvije faze orbitalnog ciklusa. Spektar je suma dva individualna spektra komponenata koji su u svakoj orbitalnoj fazi pomanuti za neku radijalnu brzinu zbog gibanja oko centra mase, ali im je tok umanjen za svjetlosni faktor, tj. udio u ukupnom toku zračenja te komponente.

U skoro svim slučajevima, ove informacije su „zapletene“ i teško ih je izdvojiti. Spektralne linije su izmješane, međusobno se prekrivaju i tvore oblike koji se ne mogu analizirati standardnim postupcima. Mjerenja radijalnih brzina kompozitnog spektra potrebna su za određivanje masa komponenata. Jednostavne metode kao namještanje gaussijana u

relativno dobro definirane linije (npr. u kvadraturama), i ne tako jednostavne metode poput kros-korelacijskih tehnika smatraju se standardnim alatima za mjerenja radijalnih brzina komponenata. No ova su mjerenja općenito opterećena nizom teškoća: stapanje linija, veliko rotacijo širenje, miješanje komponenti, premali omjer signala i šuma. Veliki je napredak postignut kroz aplikaciju kros-korelacijske tehnike, no i ova metoda ima manjkavosti, najveća od kojih je potreba za referentnim spektrom (tzv. 'template“ ili uzorak). Spektri komponenti potrebni su za određivanje efektivnih temperatura i za određivanje zastupljenosti kemijskih elemenata u zvjezdanoj atmosferi. Tehnike bazirane na „spektralnom oduzimanju“ (restauracija spektra detektiranog signala sa šumom kroz oduzimanje procjenjenog prosječnog spektra šuma od spektra signala sa šumom) tj. na oduzimanju spektralnih obilježja pretpostavljenog spektralnog tipa mogu se primjeniti, no uz rizik iskrivljavanja rezultata ako se koriste neadekvatni predlošci. Ove poteškoće motivacija su za razvoj objektivnijih tehnika.

U tehnikama izoliranja spektara pojedinih komponenata razlikujemo dva različita postupka (Pavlovski & Hensberge 2010):

Spektralno razdvajanje: uz dani vremenski slijed kompozitnog spektra i odgovarajuće radijalne brzine i svjetlosne karakteristike komponentnih zvijezda, ova tehnika rekonstruira spektre obaju zvijezda. Ova tehnika ne koristi nikakvu a-priori informaciju o spektralnim informacijama komponenti.

Spektralno raspetljavanje: ovo je produžetak prethodne metode gdje uz spektar komponenti određujemo i određeni skup parametara dvojnog sustava, obično parametre vezane uz orbite.

Osnovna razlika ovih metoda u usporedbi sa prethodnima je u tome što one ne zahtjevaju upotrebu spektralnih predložaka. No, računski su zahtjevne, a njihov doseg i točnost raste s veličinom i kvalitetom izmjerenih podataka.

3.2. FORMULACIJA METODA

Kompozitni spektar dvojnog sustava je spektar 'šume' spektara zvijezda u sustavu. Jednostavan matematički model kompozitnog spektra formulira se uz sljedeće pretpostavke:

1. Zvijezde komponente višestrukog zvijezdanog sistema izvode orbitalno gibanje oko centra mase sustava. Opaženo zračenje pojedine komponente ima Dopplerov pomak koji odgovara vremenski ovisnoj radijanoj brzini komponente.
2. Spektar komponentnih zvijezda je vremenski ovisan bez obzira na Dopplerov pomak i globalni faktor intenziteta je uveden da prati moguće distorzije zvijezda i/ili pomrčine.

Prva pretpostavka je valjana u svim bitnim slučajevima i ne smatra se aproksimacijom. Druga pretpostavka je ključna za primjenu metode.

Zvijezdani spektar iz praktičnih razloga uobičajeno smatramo produktom 2 funkcije. Jedna je glatka funkcija s dimenzijom toka (tzv. kontinuum), a druga je bezdimenzionalna funkcija koja opisuje strukturu spektra na maloj skali (spektralne linije) te je poznata kao normalizirani spektar. Tamo gdje nema spektralnih linija normalizirani spektar je jedinica. U skladu s ovime koristit ćemo $F(\lambda) = \overline{F}(\lambda)f(\lambda)$ gdje je $F(\lambda)$ tok zračenja zvijezde, a $\overline{F}(\lambda)$ i $f(\lambda)$ su kontinuum odnosno normalizirani spektar. Za početak izražavamo kompozitni spektar u terminima spektara komponentnih zvijezda kao kontinuiranih funkcija ne uključujući slučajni šum. Koristimo simbol Y za kompozitni spektar, a X za spektre komponenti. Indeks k odnosi se na zvijezde komponente, a indeks j prelazi preko vremena t_j kad su opaženi kompozitni spektri. Prema tome:

$$Y_j(\lambda) = \sum_k \epsilon_{kj} X\big(\big(1 - \beta_{kj}\big)\lambda\big) \tag{3.1}$$

gdje je ϵ_{kj} *pomrčinski faktor* zvijezde k u vrijeme t_j. Pomrčinski faktor za sferno simetričnu zvijezdu izvan pomrčine je jedinica. Tijekom ulaska, izlaska (u/iz pomrčine) ili parcijalne pomrčine $0 < \epsilon < 1$, a tijekom totalne pomrčine $\epsilon = 0$. Pomrčinski faktori mogu se upotrijebiti za uvođenje promjena sjajnosti zbog plimnih distorzija zvijezda. β_{kj} je radijalna brzina zvijezde k u vrijeme t_j ovdje u jedinicama brzine svijetlosti. Koristeći ovu notaciju prethodni izraz glasi:

$$\overline{Y}_j(\lambda) y_j(\lambda) = \sum_k \epsilon_{kj} \overline{X}\big(\big(1 - \beta_{kj}\big)\lambda\big)\, x_k\big(\big(1 - \beta_{kj}\big)\lambda\big) \tag{3.2}$$

Kao što ovo vrijedi za bilo koji komponentni spektar isto tako vrijedi i za $x_k(\lambda) = 1$ (bez linija). U ovom slučaju očekujemo $y_j(\lambda) = 1$. Slijedi:

$$\bar{Y}_j(\lambda) = \sum_k \epsilon_{kj} \bar{X}_k((1 - \beta_{kj})\lambda) \tag{3.3}$$

Uvrštavajući ovaj izraz u prethodni dobivamo:

$$y_j(\lambda) = \sum_k l_{kj}(\lambda) x_k((1 - \beta_{kj})\lambda) \tag{3.4}$$

gdje je $l_{kj}(\lambda) = \frac{\epsilon_{kj}\bar{X}_k((1-\beta_{kj})\lambda)}{\sum_l \epsilon_{lj}\bar{X}_l((1-\beta_{lj})\lambda)}$.

Funkcija $l_{kj}(\lambda)$ opisuje djelomični doprinos kontinuuma komponente k u vrijeme t_j kontinuumu kompozitnog spektra na valnoj duljini λ. Jednadžba za $y_j(\lambda)$ povezuje normalizirani kompozitni spektar sa normaliziranim spektrima komponenata.

Slijedeći je korak zamjena kontinuirane reprezentacije spektara s diskretnom i uključenje slučajnog šuma. Ako je kompozitni spektar $y_j(\lambda)$ opažen u t_j raspoređen u mreži od N_j točaka valne duljine λ_{ji}, $i = 1, \dots, N_j$ možemo pisati:

$$y_{ji} = \rho\sigma_{ji} + y_j(\lambda_{ji}) \tag{3.5}$$

gdje je ρ nasumičan broj iz jedinične varijance normalne distribucije, a σ_{ji} je neodređenost pojedinog mjerenja. Drugi član s desne strane može biti napisan i u diskretnom obliku

$$y_{ji} = \rho\sigma_{ji} + \sum_k l_{kji}\hat{x}_k((1 - \beta_{kj})\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\}) \tag{3.6}$$

gdje $l_{kji} = l_{kj}(\lambda_{ji})$ a $\hat{x}_k(\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\})$ funkcija koja procjenjuje amplitude spektra komponente k iz skupa M_k parametara $x_{k\alpha}$, $\alpha = 1, \dots, M_k$ na valnoj duljini λ. Posljednja jednadžba stavlja opažene podatke sa lijeve strane i matematički model sa desne.

Funkcija $\hat{x}_k(\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\})$ zaslužuje nešto više pažnje. Mjera u kojoj ona reproducira kontinuiranu funkciju $x_k(\lambda)$ na svakoj valnoj duljini ovisi o načinu na koji je definirana i o broju parametara koje koristi. Pogreške koje nastaju iz nemogućnosti da $\hat{x}_k(\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\})$ reproducira $x_k(\lambda)$ smatraju se zanemarivima u usporedbi sa nepreciznošću mjerenja podataka. Odabir parametara $x_{k\alpha}$ kao pokazatelja amplituda na mreži točaka valne duljine $\lambda_{k\alpha}$, $\alpha = 1, \dots, M_k$ sigurno je najjednostavniji način definiranja funkcije $\hat{x}$. Još važnije,

ovaj odabir čini $\hat{x}$ linearnom u $x_{k\alpha}$. Sad ćemo uz uvedene prethodne 3 pretpostavke uvesti još neke:

– opaženi kompozitni spektar zvijezdanog sustava pokazuje mješanja spektralnih obilježja $N_* \geq 2$ zvijezda koje se gibaju oko svojeg centra mase

– vremenski niz od N_{obs} kompozitnih spektara je opažen; vremena ekspozicije t_j, $j = 1, \dots, N_{obs}$ raspoređena su preko orbitalnih ciklusa

– radijalna brzina zvijezde k, $k = 1, \dots, N_* \geq 2$, u vrijeme t_j, $j = 1, \dots, N_{obs}$ poznata je za svaki k i j i označena je sa β_{kj}

– djelomičan doprinos kontinuuma zvijezde k kontinuumu kompozitnog spektra opaženog u t_j na valnoj duljini λ_{ji} poznat je i označen sa $l_{kji} = l_{kj}(\lambda_{ji})$

– funkcija $\hat{x}_k(\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\})$ koja opisuje spektar komponente zvijezdanog sustava linearna je u parametrima $x_{k\alpha}$

Slijedi da posljednja jednadžba predstavlja skup od $\sum_{j=1}^{N_{obs}} N_j$ jednadžbi linearnih u $\sum_{k=1}^{N_*} M_k$ parametara $x_{k\alpha}$. Sustav jednadžbi moguće je riješiti za $x_{k\alpha}$ što znači da je *normaliziran spektar zvijezdi komponenti rekonstruiran*. Međutim sustav jednadžbi mora biti dobro postavljen. Treba biti više jednadžbi nego nepoznanica što je ispunjeno ako je $N_{obs} \geq N_*$ i $M_k \cong N_j$, iako ovo samo po sebi nije dovoljan uvijet dobre postavljenosti jednadžbi.

Pre-određen sustav linearnih jednadžbi, posebice kod modeliranja stvarnih podataka ne očekuje se da ima egzaktno riješenje. Umjesto toga, za sustav $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$, gdje $\boldsymbol{A}$ ima više redova nego stupaca (tj. više jednadžbi nego nepoznanica), tzv. riješenje metode najmanjih kvadrata takvo je da minimizira izraz $r = |\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}|$. U našem slučaju skup jednadžbi koji mora biti riješen je:

$$\frac{y_{ji}}{\sigma_{ji}} = \frac{1}{\sigma_{ji}} \sum_k l_{kji} \hat{x}_k\left(\left(1 - \beta_{kj}\right)\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\}\right) \tag{3.7}$$

tako da je minimizirana veličina

$$r^2 = \sum_{j=1}^{N_{obs}} \sum_{i=1}^{N_j} \frac{1}{{\sigma_{ji}}^2} \left(y_{ji} - \sum_{k=1}^{N_*} l_{kji} \hat{x}_k\left(\left(1 - \beta_{kj}\right)\lambda_{ji}, \{x_{k\alpha}\}\right)\right)^2 \tag{3.8}$$

Parametri $x_{k\alpha}$ dakle mogu biti smatrani slobodnima u matematičkom modelu „najmanjih kvadrata“ na velikoj skali koji opisuje opažene podatke. No ipak, iz praktičnih razloga važno je da model ostane linearan u tim parametrima.

3.3. RAZDVAJANJE U DOMENI VALNIH DULJINA

Generalna formulacija tehnike razdvajanja u prošlom odjeljku nije se pokazala osobito upotrebljivom u praktičnim aplikacijama. Umjesto toga se, puno jednostavnija i zbog toga ograničenija, formulacija upotrebljava. Najvažnija pojednostavljenja su sljedeća:

– dok generalna formulacija dozvoljava svakom kompozitnom spektru da bude na svojoj mreži točaka valne duljine i ne zahtjeva nikakvu pravilnost u tom smještanju spektara, jednostavna formulacija zahtjeva da svi kompozitni spektri budu na istoj mreži točaka valne duljine i to jednako razmaknuti u logaritmu valne duljine; ovakav izbor dopušta Doppler-ovim pomacima da budu izraženi preko malih uprosječenja nezavisnih od pozicije u spektru; a ista mreža služi i za rezultirajući (modelirani) spektar komponenti

– koeficjenti l_{kji} (djelomičan doprinos kontinuuma zvijezde k kontinuumu kompozitnog spektra opaženog u t_j na valnoj duljini λ_{ji}) smatrani su nezavisnima od valne duljine tako da treći indeks može biti ispušten; nadalje, vremenska ovisnost je često zanemarena tako da samo prvi indeks ostaje; ovi koeficjenti jednostavno se nazivaju svjetlosnim faktorima

– nepreciznosti u mjerenjima smatrane su jednakima za sve točke amplituda kompozitnog spektra; ovo je ekvivalentno davanju težina cijelokupnom području valnih duljina kompozitnog spektra a ne individualnim amplitudama

Razmatramo „domensku separaciju valnih duljina“ nešto detaljnije. Problem je formuliran sa preodređenim sustavom linearnih jednadžbi. N kompozitnih (opaženih) spektara sadržavaju isti broj podatkovnih točaka i promatrani su kao vektori $y_j,\ j = 1, \dots, N$. Ovi vektori su ulančani u jedan dugi vektor $\boldsymbol{y}$ koji će se nalaziti u sljedećoj jednadžbi. Lijeva strana te iste jednadžbe sastoji se od matrice $\boldsymbol{A}$ koja množi vektor $\boldsymbol{x}$ koji je definiran kao lanac dvaju (ili) više spektara komponentnih zvijezda $x_k,\ k = 1,2$. Matrica $\boldsymbol{A}$ sastoji

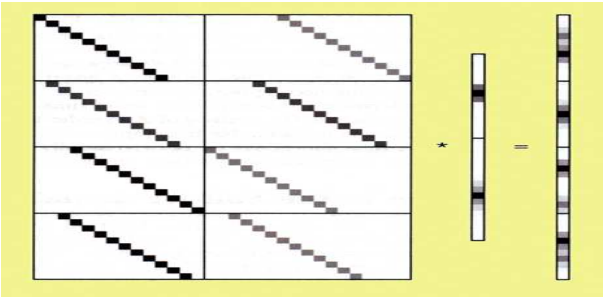
se od blokova $\boldsymbol{A}_{jk}$ koji prenosi amplitude spektara komponenti u jedan kompozitni spektar. Blok $\boldsymbol{A}_{jk}$ preslikava $\boldsymbol{x}_k$ u $\boldsymbol{y}_j$ uz uzimanje u obzir i β_{kj} i l_{kj}. Ovaj sustav jednadžbi može biti zapisan kao:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ : & : \\ \boldsymbol{A}_{N1} & \boldsymbol{A}_{N2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ : \\ \boldsymbol{y}_N \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

ili kao $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$ kraće. Opaženi podaci su na desnoj strani jednadžbe u vektoru $\boldsymbol{y}$ dok su β_{kj} i l_{kj}, koje smatramo poznatima, sastavni dijelovi matrice $\boldsymbol{A}$. Riješavanje ove matrične jednadžbe za $\boldsymbol{x}$ zahtjeva inverz od $\boldsymbol{A}$, no kako $\boldsymbol{A}$ nije kvadratna matrica i moguće je nedovoljnog ranga, preporučena tehnika računanja inverza koristi dekompoziciju singularne vrijednosti (singular value decomposition, Simon & Sturm 1994a). Valja primjetiti da se ova formulacija neposredno proširuje tako što uključuje više od dva spektra komponenti.

Zahvaljujući logaritamskom uprosječavanju (binning) u valnoj dužini, jednake spektralne rezolucije u podacima i u modelu i uniformno težinsko odmjeravanje točaka mjerenja u blokovima $\boldsymbol{A}_{jk}$ posebno je jednostavno. Zapravo su ovo dijagonalne matrice sa dijagonalom pomaknutom s obzirom na β_{kj} i pomnoženom sa l_{kj}. Ovo je prikazano na sljedećoj slici. Četiri kompozitna spektra, svaki dug 11 „bin“-ova podataka, modelirani su sa 2 spektra. Vektori $\boldsymbol{x}_k$ moraju biti nešto duži od vektora $\boldsymbol{y}_j$ kako bi mogli reproducirati amplitude sa desne strane matrične jednadžbe pod različitim Doppler-ovim pomacima (tj. β_{kj}). Posljedično blokovi $\boldsymbol{A}_{jk}$ moraju imati više redaka nego stupaca (kako dijagonalni pomak ne bi ispao preko ruba bloka). Vrijednosti β_{kj} i l_{kj} korištene za sliku su:

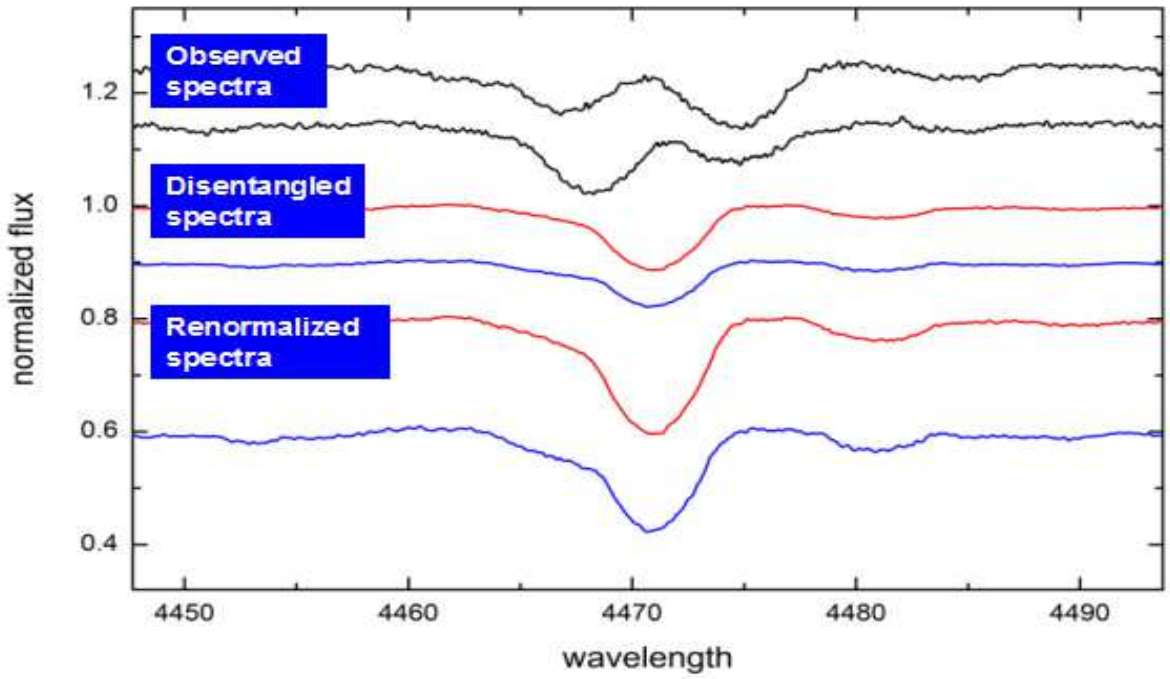
$$(\beta_{kj}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad (l_{kj}) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$



Slika 3.2. Graf gustoće matrične jednadžbe. Blokovi $\boldsymbol{A}_{jk}$ i podvektori $\boldsymbol{x}_k$ i $\boldsymbol{y}_j$ odvojeni su linijama. Siva skala proteže se od nule (bijela polja) do jedinice (crna) unutar matrice i obratno unutar vektora , i predstavlja svjetlosni faktor.

gdje su β_{kj} dane u broju podatkovnih bin-ova. Zbog jednostavnosti su β_{kj} dane sa cjelobrojnim vrijednostima. Za necjelobrojne pomake dijagonala je „razmazana“ kako bi ispunila interpolacije spektara komponenti u linearnim i višim redovima. Primjećujemo kako za $j = 2$ radijalne brzine obaju zvijezda su nula i da zvijezda 1 doprinosi relativno manje svijetlosnog sjaja naspram druge zvijezde radi pomrčine.

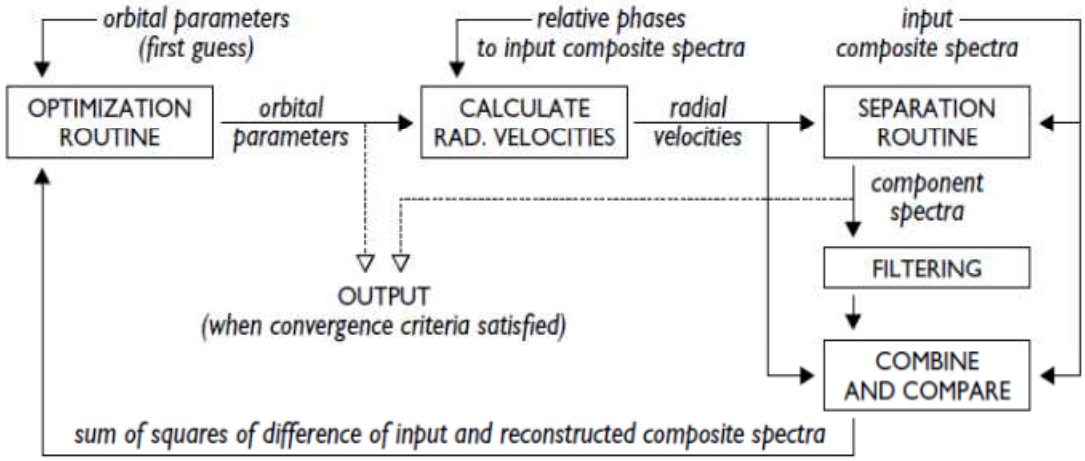
Spektralno raspetljavanje omogućuje izoliranje individualnih spektara komponenata iz vremenskog niza kompozitnih spektara dvojnog sustava. To je dio procesa jer je još potrebno renormalizirati raspetljane spektre, tj. pomnožiti ih faktorom obrnuto proporcionalnim koliko pojedina komponenta doprinosi zajedničkom (ukupnom) toku zračenja dvojnog sustava. Postupak spektralnog raspetljavanja i renormalizacije raspetljanih spektara ilustriran je na Slici 3.3..



Slika 3.3. Postupak spektralnog raspetljavanja opaženih spektara, i renormalizacije raspetljanih spektara.

3.4. RASPETLJAVANJE KOMPOZITNOG SPEKTRA

Raspetljavanje kompozitnog spektra je primjena metode spektralne separacije koja nije samo usmjerena na rekonstruiranje spektara zvijezda komponenata, nego i na određivanje parametara orbite zvijezdanog sustava (Simon & Sturm 1994). U prethodnim odjeljcima pretpostavljali smo da su točni svjetlosni faktori l_{kj} i radijalne brzine β_{kj} poznati za svaku komponentu spektra (k) u svakom kompozitnom spektru koji se koristi (j). Možemo reći da koeficjenti l_{kj} i β_{kj} determiniraju zapetljanost spektara komponenti u kompozitni spektar, i da vjerodostojna rekonstrukcija spektara komponenti iz kompozitnog spektra jest moguća samo ako su ovi koeficjenti poznati. Svjetlosni faktori mogu se odrediti kroz analizu svjetlosnih krivulja a radijalne brzine mogu direktno biti izmjerene u kompozitnom spektru preko namještanja Gauss-ijana na lijepo vidljive linije ili preko dvodimenzionalne kros-korelacije sa spektrima predlošcima. Dok separacija kompozitnog spektra može biti izvedena unutar pretpostavke o 'svjetlosnoj nepromjenjivosti' ('no-light-variability') i bez a-priori znanja o svjetlosnom omjeru, netočno izmjerene radijalne brzine ozbiljno utječu na rekonstrukciju spektara komponenti. Točne radijalne brzine mogu se zato smatrati kao drugi najkritičniji dio podataka, a prvi je kompozitni spektar, kritični u smislu potrebe za rekonstrukciju spektara individualnih komponenti zvijezdanog sustava.



Slika 3.4. Blok dijagram metode *spektralnog raspetljavanja* (Ilijić 2003, Ilijić et al. 2002).

Raspetljavanje je postupak koji koristi spektralnu separaciju kompozitnog spektra bez a-priori potrebe za znanjem o koeficjentima 'zapetljavanja', nego ih smatra slobodnim parametrima modela. Ovo je bazirano na razumnoj pretpostavci da je model to bliži podacima dobivenim kroz spektralnu separaciju što su radijalne brzine točnije. Mjera u kojoj je model prikladan je obično težinska suma kvadrata razlike modela i podataka. U formulaciji domene valnih duljina ovo je jednostavno $\|\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|$, dok je u slučaju Fourierove formulacije ovo jednako:

$$r^2=\sum_{n=1}^{N_{bin}/2}\sum_{j=1}^{N_{obs}}\frac{1}{{\sigma_j}^2}(\tilde{y}_{jn}-\sum_{k=1}^{N_*}l_{kj}e^{-\frac{2\pi i}{N_{bin}}\beta_{kj}n}\tilde{x}_{kn})^2 \qquad (3.10)$$

($n=0$ član je ispušten jer je neovisan o β_{kj}). Glavna razlika je što su 'koeficjenti zapetljanosti' l_{kj} i moguće i β_{kj} također, sada slobodni parametri modela. Model je i dalje linearan u $\tilde{x}_{kn}$, ali je nelinearan u l_{kj} i moguće u β_{kj}. Da bi sačuvali kompjutersku efikasnost, strategija minimiziranja r^2 je zato podijeljena u 2 razine, nelinearnu i linearnu. Opća svrha multidimenzionalne optimizacije je što je primjenjena na mali broj nelinearnih parametara i separacija je računana za svaku postavu tih parametara.

Pokušaj optimizacije radijalnih brzina β_{kj} direktno dodaje $N_{obs}\times N_*$ slobodnih parametara u model. Iako ovaj broj nije toliko velik u usporedbi sa brojem slobodnih parametara u linearnom dijelu, slobodni β_{kj} doprinose izuzetno fleksibilnosti samog modela. Kao rezultat proces raspetljavanja vjerojatno će biti nestabilan. Razuman način izbjegavanja ovoga je to što se β_{kj} mogu ograničiti sa primjenjivim zakonima fizike. Za dobro odvojeni sustav zvijezda, gdje efekti blizine mogu biti zanemareni, riješenje Keplerovog problema pruža funkcionalnu ovisnost radijalnih brzina o vremenu. Zato, umjesto optimiziranja $2N_{obs}$ radijalnih brzina u dvojnom sustavu, bolje je optimizirati pogodno izabranu kombinaciju parametara orbite. U većini primjena na dvojne zvijezde astronomske tablice su poznate sa velikom točnošću i epohe su dodane spektrogramima. U kružnoj orbiti poluamplitude radijalne brzine $K_{1,2}$ mogu biti možda jedini slobodni parametri u modelu, dok za ekscentričnu orbitu – ekscentricitet, duljina perihela i globalni fazni pomak bi mogli biti dodatni slobodni parametri.

4. DVOJNA ZVIJEZDA D33 J0133462+304439.9 U GALAKSIJI M33

4.1. OTKRIĆE

Galaksija M33 (Sl. 4.1) spiralna je galaksija na udaljenosti oko 1 Mpc od Mliječnog Puta. Idealno je okrenuta prema nama jer je doglednica gotovo okomita na ravninu galaksije (spiralne galaksije imaju oblika tankog diska). Masom i polumjerom manja je od Andromedine galaksije i Mliječnog Puta.

U DIRECT projektu, u galaksiji M33 otkriveno je ukupno 237 pomrčinskih dvojnih zvijezda. Međutim, zbog slabog sjaja s jedne strane, ili pak geometrije sustava i dubine pomrčina, s druge, samo su 4 sustava dovoljno sjajna, $V_{max} < 20$ mag, za spektroskopska opažanja (Macri et al. 2001, Mochejska et al. 2001). Posebno je važno bilo selektirati sustave s dubokim pomrčinama kako bi se izbjegle nepoželjne degeneracije u određivanju fundamentalnih parametara. Najsjajnija pomrčinska dvojna zvijezda galaksije M33 otkrivena je u asocijaciji OB 66 (Macri et al. 2001). Zvjezdano polje M33A i identifikacija dvojne zvijezde koja nosi ime sukladno njezinim koordinatama, D33 J0133462+304439.9, prikazano je na Slici 4.2..



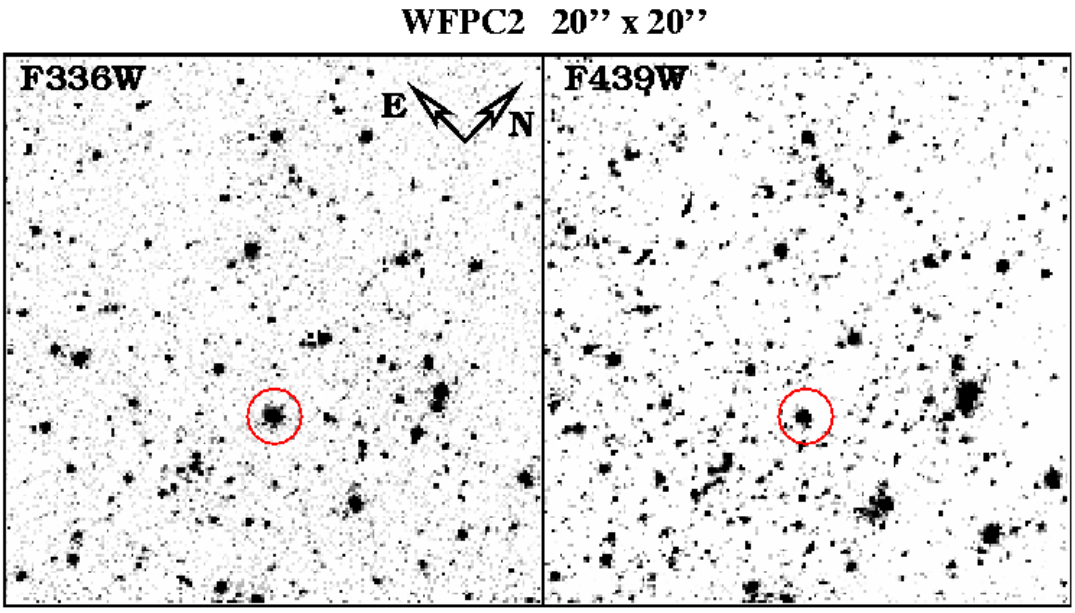
Slika 4.1. Galaksija M33 u zvježđu Triangulum; to je manja spiralna galaksija u Lokalnoj grupi galaksija na udaljenosti ~1 Mpc.



Slika 4.2. Polje M33A u kojem se nalazi najsjajnija pomrčinska dvojna zvijezda galaksije M33. Dvojna je zvijezda označena strelicom i nalazi se u asocijaciji OB 66, nakupina sjajnih plavih (mladih) zvijezda.

4.2. FOTOMETRIJSKA I SPEKTROSKOPSKA OPAŽANJA

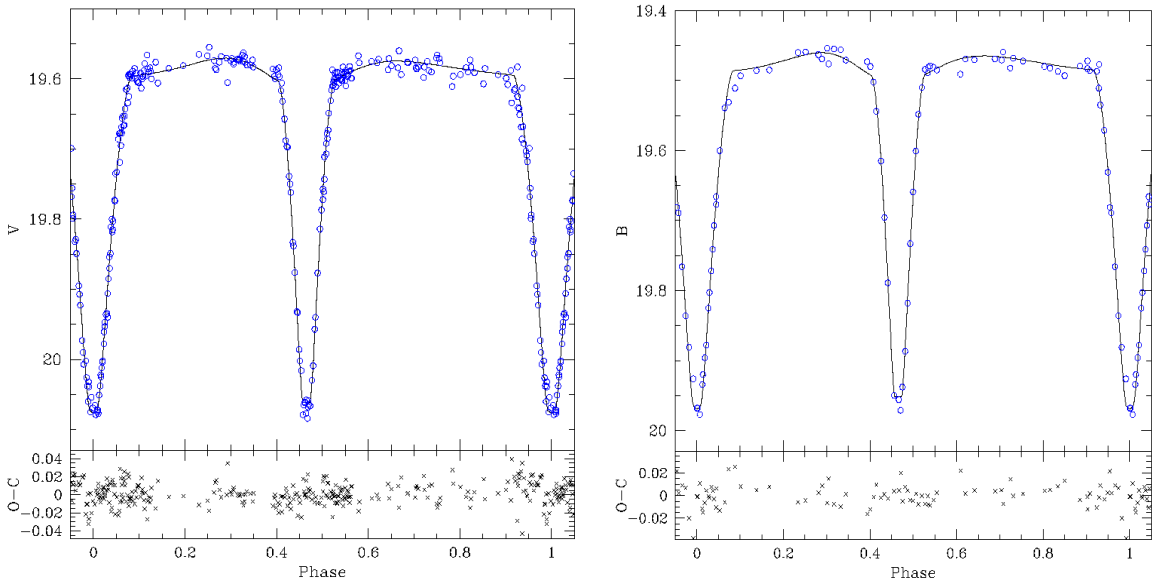
Detaljna CCD fotometrijska mjerenja D33 J0133462+304439.9 izvršena su tijekom 1999. i 2001. godine pomoću 2.1 m teleskopa na Kitt Peak National Observatory u Arizoni. Fotometrija je obavljena u V i B širokopojasnom fotometrijskom sustavu. Spektroskopska su opažanja prikupljena na dva velika teleskopa, 10 m Keck II teleskopu na Mauna Kea Observatory, tijekom 7 epoha, 6 polu i 1 cijela noć tijekom 2002., 2003. i 2004. godine. Pored toga, 4 seta spektara snimljeno je u kvadraturi pomoću 8 m Gemini-North teleskopa, također na Mauna Kea Observatory na Hawajima. Na spektroskopski je program ukupno utrošeno 4 noći na Keck teleskopu i 19 sati na Gemini-North teleskopu. Spektri na Keck II teleskopu su echell spektri i obuhvaćaju široko spektralno područje od 3950-10000 Å, s recipročnom disperzijom od 11 km/s. Spektri na Gemini-North snimljeni su na spektrografu s rešetkom i obuhvaćaju manje spektralno područje, od 3770-5227 Å, i imaju disperziju 0.23 Å/px. Omjer signala i šuma (S/N) za snimljene spektre je između 15 i 40.



Slika 4.3. Fotomerijski CCD snimak dvojnog sustava D33 J0133462+304439.9 WFPC kamerom na Hubble Space Telescope. Dvojna zvijezda označena je crvenim kružićem.

Obje su komponente vidljive u spektrima, što je od kritične važnosti za analizu. Međutim, spektri sadrže vrlo jake nebularne emisijske linije obližnjeg H_{II} područja koje se ističu u Balmerovim linijama vodika, te nešto manje u spektralnim linijama helija, te zabranjenim linijama kisika $[O_{III}]$ na 4959 i 5007 Å. Kalcijeva linija, Ca_{II} na 3933.7 vrlo je široka, a prisutna je i uska kalcijeva linija na 4433.3 Å koja je posljedica međuzvjezdane apsorpcije.

Multiharmonijska anliza fotometrijska mjerenja dala je inicijalni period sustava, koji je poboljšan u analizi svjetlosne krivulje pomoću programa EBOP na $P = 4.8938$ d. Svjetlosne krivulje koje su Bonanos et al. (2003) analizirali sadrže ukupno 278 mjerenja u V pojasu, i 83 u B pojasu (Sl. 4.4.). Fotometrijska mjerenja dobro pokrivaju sve faze, što je sretna okolnost za analizu, naročito mjerenja u B pojasu koja su nešto oskudnija.

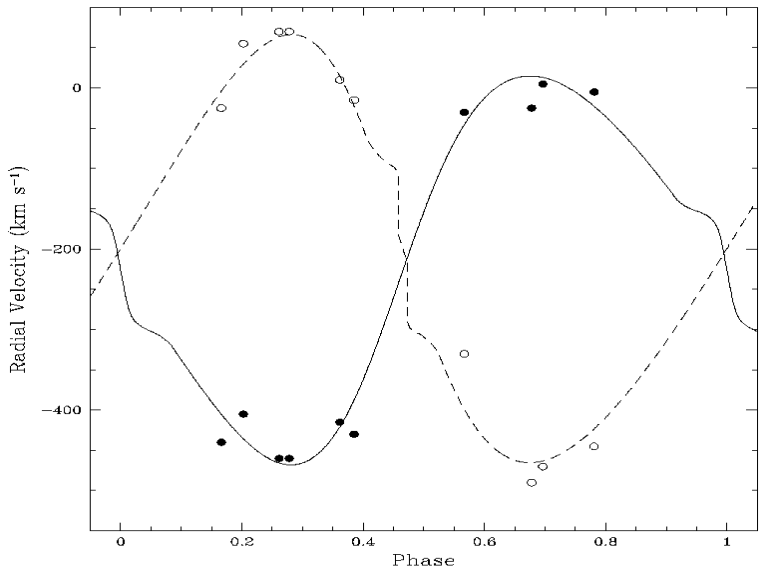


Slika 4.4. Fotometrijska mjerenja dvojnog sustava D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33 (Bonanos et al. 2006). Graf lijevo prikazuje mjerenja u *V* pojasu, graf desno u *B* pojasu. Također je prikazano optimalno riješenje (pune krivulje) dobiveno modeliranjem pomoću WD koda koji koristi Rocheove potencijale za prikaz oblika zvijezda. U doljnjem dijeu svakog grafa prikazani su reziduali između opažanja i optimalnog riješenja.

Autori su radijalne brzine komponentata izmjerili korištenjem dvodimenzionalne kros-korelacije programom TODCOR (Zucker & Myeh 1994). Za tu su svrhu pripremili mrežu teorijskih spektara odgovarajućih efektivnih temperatura, obzirom da je kod mjerenja

radijalnih brzina vrlo važan izbor spektra za uzorkovanje (template) koji po svojim fizikalnim karakteristikama treba biti što bliže spektrima zvijezda u dvojnom sustavu. Pogrešan izbor 'template'-a može uzrokovati sistematske pogreške, sljedom i pogrešne radijalne brzine, a u konačnici rezultate koji sadrže ozbiljne sistematske pogreške. Pogreške su uglavnom kumulativne i kada je to moguće treba ih minimalizirati. Velika je prednost metode *spektralnog raspetljavanja* što nema potrebe za 'template' spektrima kao kod kros-korelacije, i ozbiljan izvor mogućih sistematskih grešaka je na taj način uklonjen.

Korištenjem iste mreže teorijskih spektara izračunatih u režimu NLTE (Non Local Thermodynamic Equilibrium, tj. izvan lokalne termodinamičke ravnoteže) jer su efektivne temeprature zvijezda $T_{eff} > 35\,000$ K, određene su efektivne temperature komponenata. Obzirom da individualni spektri nisu raspetljani, usklađivanje teorijskih spektara s opaženim izvršeno je odabirom spektara snimjenih u kvadraturama kada je međusobni razmak između linija komponenata najveći i one su najboje razlučene. Međutim, vrlo mali S/N opaženih spektara, i činjenica da niti u kvadraturama spektri obiju komponenata nisu potpuno razlučeni, već se djelomično prekrivaju, otežavaju određivanje efektivne temperature koja je od principijelne važnosti za konačno određivanje udaljenosti dvojnog sustava, odnosno galaksije M33.



Slika 4.5. Mjerenja radijalnih brzina komponenata u dvojnom sustavu D33 J0133462+304439 (puni i prazni kružići) i krivulje radijalnih brzina iz najboljeg modela (puna linija za primarnu komponentu, crtkana linija za sekundarnu komponentu).

Rezultati komplementarne analize fotometrijskih i spektroskopskih opažanja pregledno su prikazana u tablici 4.1 prema Bonanos et al. (2006).

Tablica 4.1. Rezultati kombinirane analize svjetlosnih krivulja i krivulja radijalnih brzina dvojne zvijezde D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33, prema Bonanos et al. (2006).

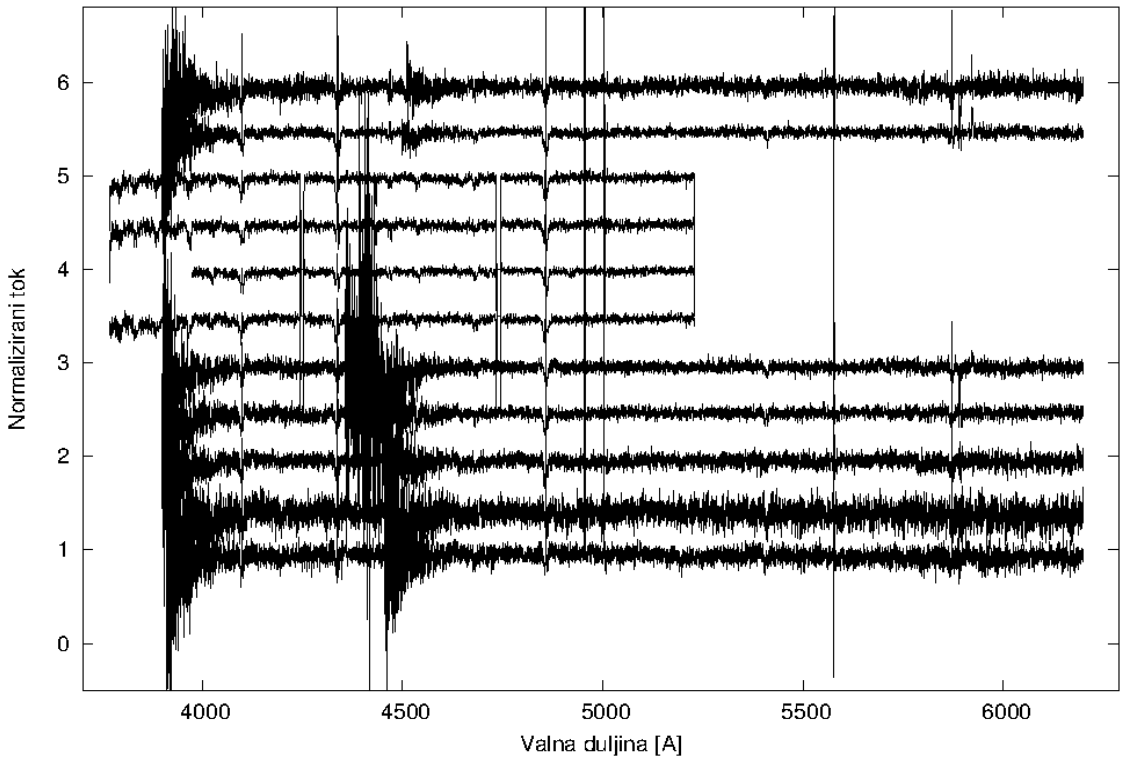
Parametar	**Vrijednost**
Period, P (u d)	4.89380 ± 0.0000
Vrijeme primarne pomrčine, HJD_0	2,451,451.4040 (5)
Inklinacija, i (°)	87.2 ± 0.5
Ekscentricitet, e	0.18 ± 0.2
Dužina periapsisa, ω (°)	252.4 ± 1.0
Omjer masa	0.91 ± 0.07
Velika poluos, a (R_{Sun})	48.4 ± 1.6

5. REANALIZA SPEKTARA DVOJNE ZVIJEZDE D33 J0133462+304439.9 I UDALJENOST GALAKSIJE M33

5.1. SPEKTRALNO RASPETLJAVANJE

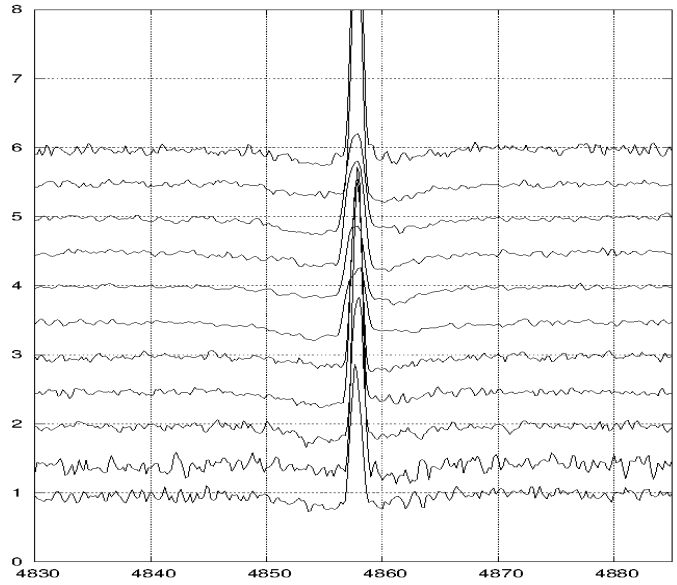
Kao što je već bilo opisano u pogl. 4. Bonanos et al. (2006) snimili su ukupno 11 spektara dvojne zvijezde D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33. Iako su spektri snimljeni gotovo najvećim teleskopima današnjice, Keck II i Gemini-North na Mauna Kea Observatory, sjaj dvojnog sustava je vrlo mali (od $19-20$ mag u V pojasu) zbog vrlo velike udaljenosti galaksije M33 (~1 Mpc). To je rezultiralo malim omjerom signala i šuma, S/N = $15-20$. Spektri su prikazani na Slici 5.1. u spektralnom području od 3900 – 6000 Å (spektri snimljeni na Gemini-North teleskopu imaju obuhvaćeno nešto kraće spektralno područje). Očigledan je mali S/N omjer spektara, u nekim dijelovima spektri su gotovo neupotrebljivi za analizu. Također su uočljive vrlo jake nebularne emisije u vodikovim i helijevim linijama, a također ističu se nebularne linije zabranjenih linija kisika, $[O_{III}]$ na valnim duljinama 4959 i 5007 Å.

Mali S/N i kontaminacija spektra nebularnim emisijskim linijama u znatnoj mjeri otežava analizu spektara. Bonanos et al. (2006) su radijalne brzine komponenata mjerili TODCOR programom za dvodimenzionalnu kros-korelaciju spektara. U 2D kros-korelaciji koriste se dva 'template' spektra. Spektralno raspetljavanje u Fourierovom prostoru nije moguće jer nebularne emisijske linije predstavljaju nepremostivu prepreku – te se linije ne gibaju u sustavu dvojne zvijezde. One su statične u cijelom vremenskom nizu spektara (Sl. 5.1.) jer nastaju u maglici obližnje mlade OB asocijacije (OB 66). Zbog toga je spektralno raspetljavanje provedeno u prostoru valnih duljina (brzinskom prostoru) metodom koji su razvili Simon & Sturm (1994).



Sl.

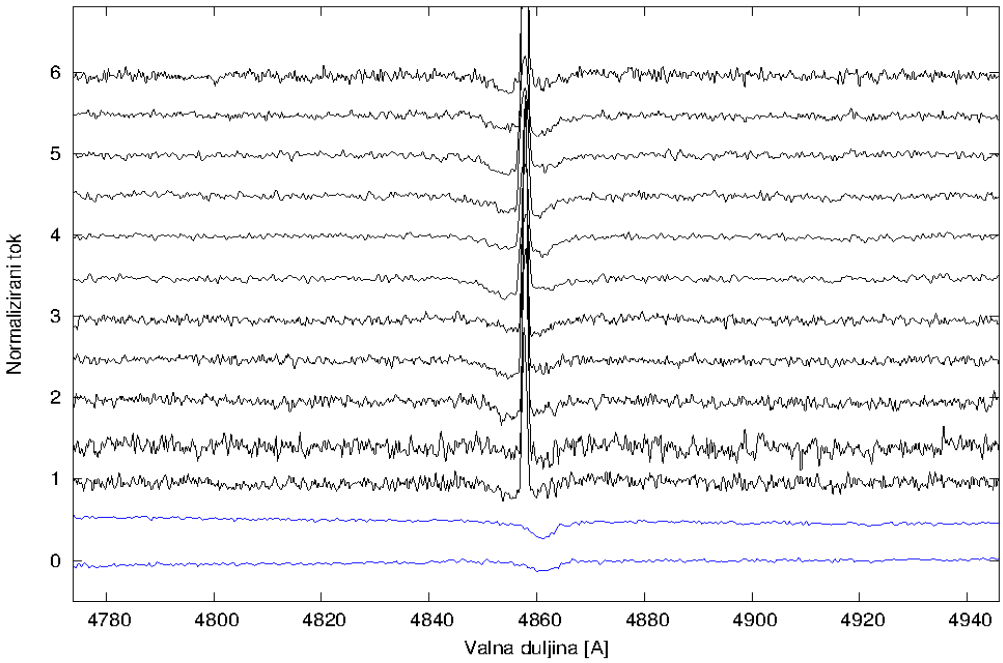
Slika 5.1. Vremenski niz spektara velike rezolucije dvojnog sustava D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33 snimljenih na Keck II i Gemini-North teleskopima (Bonanos et al. 2006). Spektri s Gemini-North teleskopa ne pokrivaju cijelo spektralno područje prikazano na slici. Osim velikog šuma u nekim dijelovima spektra uočljive su nebularne emisijske linije.



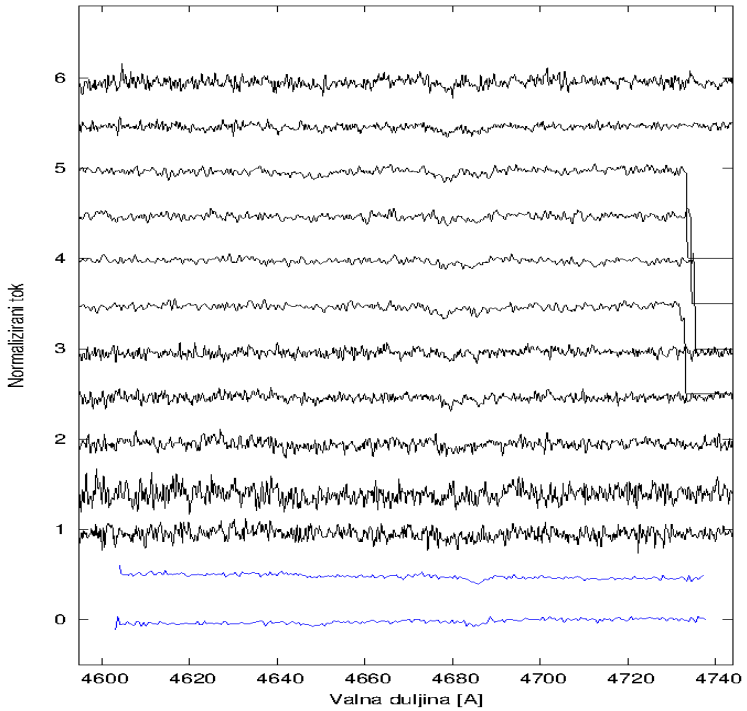
Slika 5.2. Izdvojen dio spektra centriran na liniju H_β. Vidljiva je promjena uslijed Dopplerovog pomaka linija komponenata i vrlo velika kontaminacija zbog nebularne emisije.

Za spektralno raspetljavanje korišten je računalni kod CRES (Ilijić 2004). Kako se matrica $\boldsymbol{A}$ (pogl. 3.3.) konstruira iz poznatih radijalnih brzina komponenata za svaki spektar iz vremenskog niza, korištena su mjerenja iz Bonanos et al. (2006). Također, iz njihove analize svjetlosnih krivulja poznat je omjer svjetla, tj. omjer doprinosa svake komponente ukupnom zračenju dvojnog sustava. Prema analizi Bonanos et al. (2006) omjer u V pojasu iznosi, $L_2/L_1 = 0.492 \pm 0.005$, dok je u R pojasu, $L_2/L_1 = 0.493 \pm 0.005$. Prema tome, primarna komponenta doprinosi ukupnom zračenju dvojnog sustava oko 67%, sekundarna preostalih 33%. Sukladno tome, potrebno je raspetljane spektre korigirati kako bi se dobili spektri komponenata normalizirani na individualni tok zračenja (Pavlovski & Hensberge 2005).

Za spektralno raspetljavanje pažljivo je odabrano nekoliko spektralnih područja centriranih na jače linije u spektru, naročito vodikove linije Balmerove serije, H_β, H_γ, i H_δ, te linije helija, He_{II} 4200 Å, He_{II} 4686 i He_I 4920 Å. Spektralno raspetljavanje u prostoru valnih duljina omogućuje eliminaciju proizvoljnog dijela spektra i zbog toga maskiranje nebularnih linija bez štete na rezultat raspetljavanja. Štoviše, zbog Dopplerovog pomaka spektralnih linija maskirani ('izrezani') dio linija bio je rekonstruiran u cijelosti. Rezultati spektralnog raspetljavanja s raspetljanim i rekonstruiranim prikazan je na Slici 5.3. – 5.5. za neke odabrane linije. Slika 5.3. također ilustrira vremenski niz ulaznih spektara dok raspetljani spektri prikazani plavo ujedno ilustriraju odabrano spektralno područje. Na Sl. 5.3 koja prikazuje raspetljane spektre H_β linije obje komponente (plavo) očigledna je prednost metode spektralnog raspetljavanja za daljnju spektroskopsku analizu. Spektralno raspetljavanje omogućuje analizu individualnih spektara umjesto analize kompleksnog kombiniranog spektra dvojnog sustava u kojem su spektralne linije komponenata pomiješane i najčešće tokom cijeleog orbitalnog ciklusa prekrivene. Također je vidljivo i povećanje S/N-a kod raspetljanih spektara komponenata koje raste za faktor $\sqrt{N_{obs}}$, gdje je N_{obs} broj ulaznih (opaženih) spektara (Hensberge & Pavlovski 2007), što ilustriraju Slike 5.3. i 5.4..



Slika 5.3. Raspetljani spektri komponenata dvojnog sustava D33 J0133462+304439.9 (plavo) centrirani na H_β liniju. Također je prikazan vremenski niz ulaznih (opaženih) spektara. Nebularna emisijska linija maskirana je u spektralnom raspetljavanju. Uočljivo je povećanje S/N raspetljanih spektara u odnosu na ulazne spektre.



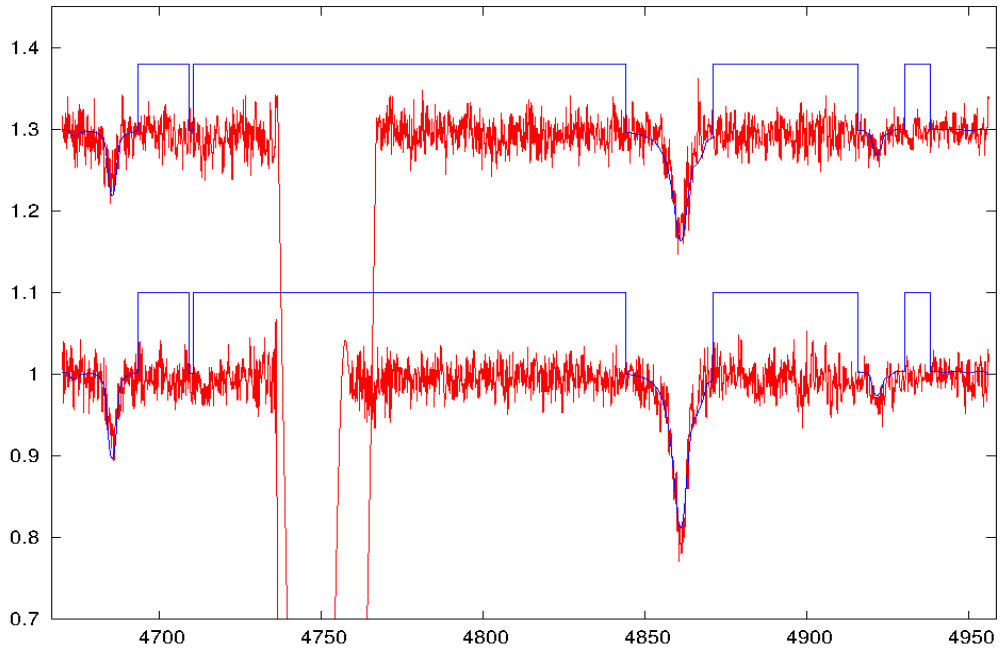
Slika 5.4. Raspetljani spektri dvojnog sustava u području spektralne linije He_{II} 4686 Å.U raspetljanim su spektrima vidljive CNO linije na 4650 Å.

Raspetljani spektri renormalizirani u individualni kontinuum komponente pripremljeni su za spektroskopsku analizu. Usporedbom s mrežom teorijskih spektara može se odrediti temeljne parametre zvjezdane atmosfere. Modeli zvjezdane atmosfere opisani su sa slijedećim fizikalnim veličinama: efektivna temepratura T_{eff}, površinsko ubrzanje gravitacijske sile, obično izraženo kao logaritamska veličina, $\log g$, te metalicitet zvjezdane atmosfere, [M/H], tj. indeks koji predstavlja udio metala u zvjezdanoj atmosferi u odnosu na udio atoma vodika. Često se metalicitet zvjezdane atmosfere izražava pomoću udijela atoma željeza, [Fe/H].

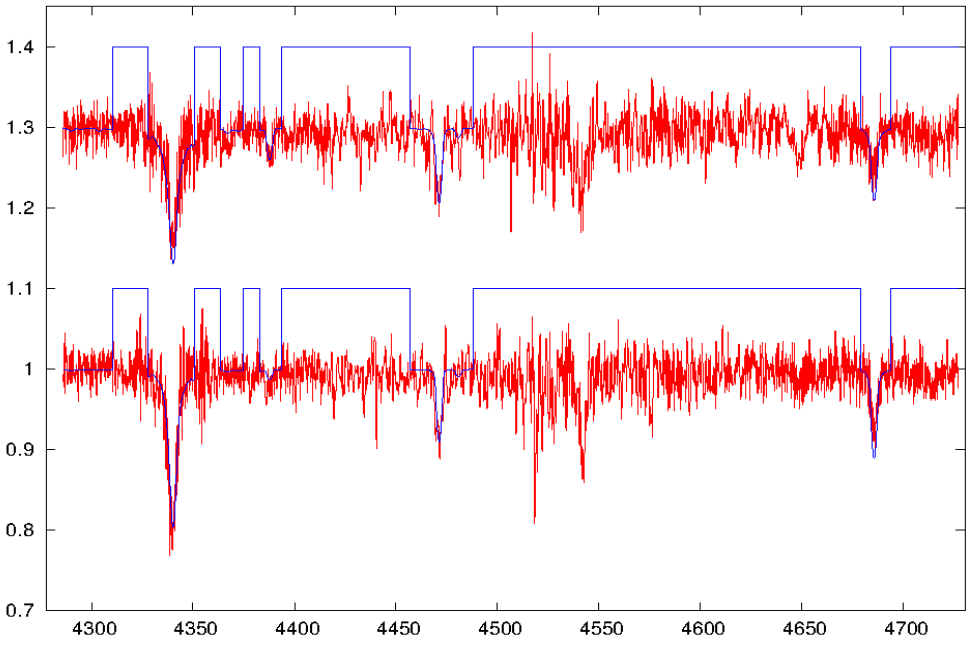
Za određivanje optimalnih atmosferskih parametara zvijezda korišten je program STARFIT (Kolbas et al. 2014, 2015). Računalni program STARFIT optimizira atmosferske parametre zvijezda usporedbom s mrežom teorijskih spektara. Kao kriterij koristi se minimum kvadrata odstupanja između raspetljanog i teorijskih spektara. STARFIT optimizira sljedeće parametre koji opisuju zvjezdani spektar: 1) efektivnu temperaturu, T_{eff}, 2) površinsko gravitacijsko ubrzanje, $\log g$, 3) udio svjetla komponente u ukupnom toku zračenja dvojnog sustava, L, 4) projekcijsku rotacijsku brzinu, $v \sin i$, 5) Dopplerov pomak raspetljanog spektra u odnosu na skalu valnih duljina teorijskih spektara, v_D, 6) korekciju normalizacije, ili vertikalni pomak, p_C. Optimizacija raspetljanih spektara može se provesti u dva moda, (a) zavisnom ili (b) nezavisnom (Tamajo et al. 2011). U zavisnom modu istovremeno se optimiziraju parametri obiju spektara komponenata s uvjetom da je suma udjela svjetla komponenata, $L_A + L_B = 1$, dok se u nezavisnom svaki spektar optimizira zasebno. U tom slučaju, prethodni uvjet može poslužiti za kontrolu i konzistentnost rezultata. Ako je odstupanje veće od 1-2% rezultat nije pouzdan. U STARFITU za optimizaciju je korišten genetički algoritam (Charbonneau 1997).

Raspetljani spektri sadrže uglavnom vodikove linije Balmerove serije i nekoliko helijevih linija. Činjenica da se vide linije helija u dva ionizacijska stanja, He_I, He_{II} značajno pomaže u određivanju efektivne temeprature jer oba iona moraju zadovoljiti uvjet ionizacijske ravnoteže (istu efektivnu temperaturu).

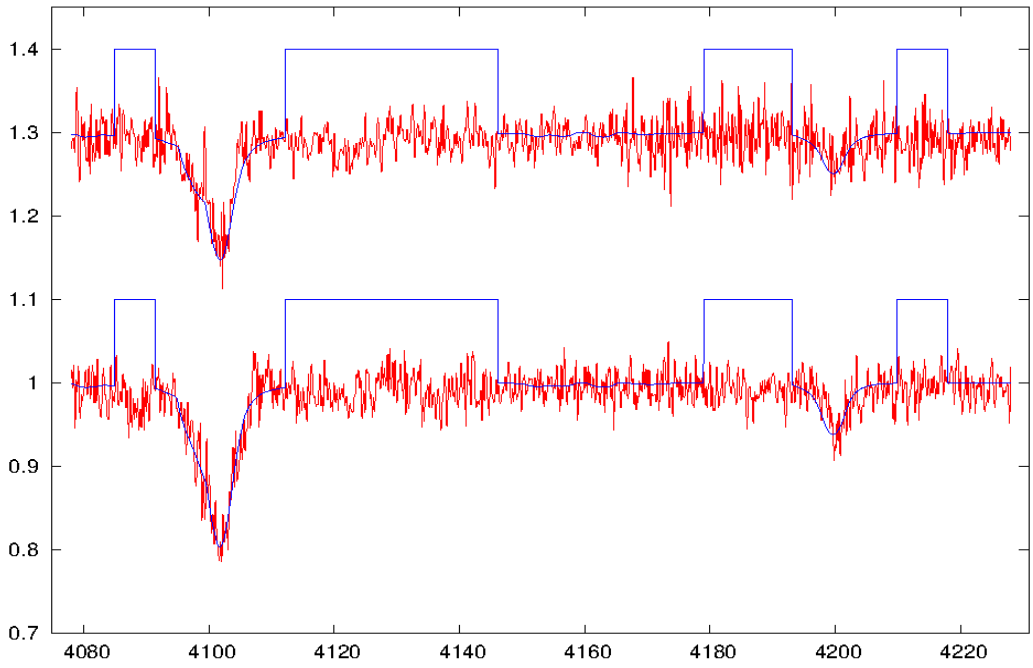
Rezultati optimizacije prikazani su na Slici 5.5. - 5.8. za pojedine segmente spektra.



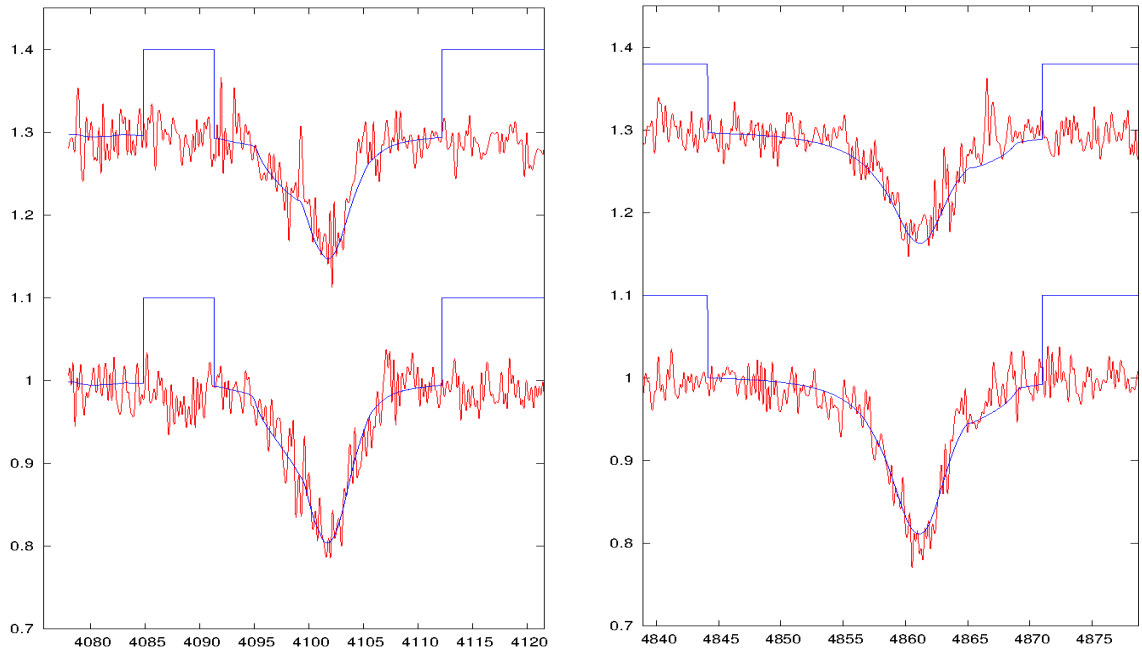
Slika 5.5. Optimizacija parametara zvjezdanih atmosfera usporedbom raspetljanih spektara (crveno) s teorijskim spektrima (plavo) za segmet spektra od 4650 do 4950 Å i koji je obuhvaćajo vodikovu liniju H_β, te helijeve linije dva ionizacijska stanja, He_I 4920 Å i He_{II} 4686 Å. Slika također prikazuje područja koja su maskirana i nisu korištena u optimizaciji.



Slika 5.6. kao Sl. 5.4. samo za spektralni segment od 4290 do 4730 Å što obuhvaća vodikovu H_γ te helijeve linije He_I 4380 i He_I 4471, i He_{II} 4686 Å.



Slika 5.7. kao Sl. 5.4. samo za spektralni segment od 4080 do 4230 Å što je obuhvatilo vodikovu liniju H_δ u helijevu liniju He_{II} 4200 Å.



Slika 5.8. Detalj optimizacije raspetljanih spektara za vodikove linije H_δ (lijevo) i H_β (desno) za komponente dvojnog sustava u M33 galaksiji. Nebularne emisijske linije prisutne u opaženim spektrima otklonjene su metodom spektralnog raspetljavanja.

Tablica 5.1. Usporedba parametara dobivenih računom sa parametrima od Bonanos et al. (2006)

	Primarna komponenta		**Sekundarna komponenta**	
Parametar	Bonanos	Ovaj rad	Bonanos	Ovaj rad
Masa, M [MS]	33.4 ± 3.5	-	30.0 ± 3.3	-
$\log g$ [cgs]	3.78 ± 0.03	3.763 ± 0.013	4.03 ± 0.03	3.982 ± 0.036
T_{eff} [K]	37000 ± 1500	34630 ± 420	35600 ± 1500	33540 ± 680
$v \sin i$ [km/s]	~ 120	157.2 ± 3.6	~ 120	155.8 ± 3.1
Polumjer R $[R_{Sun}]$	12.3 ± 0.4	12.6 ± 0.3	8.8 ± 0.3	9.3 ± 0.3

Rezultati optimizacije renormaliziranih spektara komponenata dvojnog sustava D33 J0133462+304439.9 u galaksiji M33 prikazani su u tablici 5.1. Optimizacija je provedena u nezavisnom modu jer je omjer svjetla, L_2/L_1, među komponentama poznat iz analize svjetlosnih krivulja. Tablica za usporedbu prikazuje rezultate koje su dobili Bonanos et al. (2006) spektroskopskom analizom kompozitnih spektara. Dobiveni rezultati dviju analiza razlikuju se, naročito u vrijednostima efektivnih temperatura. Efektivne temperature komponenata određene u ovom radu iz raspetljanih spektara manje su za gotovo 2000 K prema rezultatima koje su objavili Bonanos et al. (2006). Iz Tablice 5.1. vidljive su i velike razlike u projekcijskoj rotacijskoj brzini zvijezda: Bonanos et al. (2006) procjenili su $v \sin i$ obje komponente na ~120 km/s, dok su vrijednosti u ovom radu ~160 km/s. Ova razlika može objasniti razliku u određivanju efektivnih temperatura. Vrijednosti za površinsko ubrzanje gravitacijske sile u suglasnosti su i unutar pogreške određivanja. Polumjeri u ovom radu određeni su iz optimiziranog $\log g$ te masa iz rada Bonanos et al. (2006) i u konačnici se nešto razlikuju, ali su još uvijek unutar nepouzdanosti određivanja.

5.3. UDALJENOST DO GALAKSIJE M33

S poznatom efektivnom temperaturom i polumjerom zvijezde može se odrediti udaljenost iz 'inverznog kvadrata udaljenosti'. Međutim, potrebne su još neke fizikalne veličine, kao prividni sjaj dvojnog sustava, omjer svjetla među komponentama, te poznavanje gubitka svjetlosti u međuzvjezdanom prostoru. Obzirom da se sjaj sustava (zvijezda) mjeri u nekom fotometrijskom pojasu, potrebna je korekcija na bolometrijske veličine. Zbog toga je potrebno poznavati bolometrijsku korekciju, BC, u danom fotometrijskom pojasu. Ta korekcija ovisi o efektivnoj temperaturi, a korekcije su tabelirane. Obzirom da je dvojni sustav sastavljen od vrućih zvijezda, BC korekcija je velika jer OB zvijezde najviše zrače u ultraljubičastom području. Međutim, zbog eksperimentalnih razloga (satelitska mjerenja) nepouzdanost BC korekcije za vruće je zvijezde najveća.

Modul udaljenosti, razlika prividnog m_V i apsolutnog M_V sjaja zvijezde, dana je izrazom:

$$(m_V - M_V)_0 = m_V - A_V - M_{bol,sun} + 5\log\left(\frac{R}{R_{sun}}\right) + 10\log\left(\frac{T_{eff}}{T_{eff,sun}}\right) + BC \qquad (5.1)$$

gdje su R i R_{sun} polumjeri zvijezde i Sunca, T_{eff} i $T_{eff,sun}$ efektivne temperature zvijezde i Sunca. Bolometrijski sjaj Sunca označen je s $M_{bol,sun}$, A_V je međuzvjezdana ekstinkcija, a BC bolometrijska korekcija. Za vrijednost međuzvjezdane ekstinkcije A_V uzeta je vrijednost iz članka $A_V = R \cdot E(B-V) = 3.5 \cdot 0.09 = 0.315$, a za BC kalibracija koju koristi Nieve (2013) $BC_{prim} = -3.24$ mag, $BC_{sek} = -3.17$ mag.

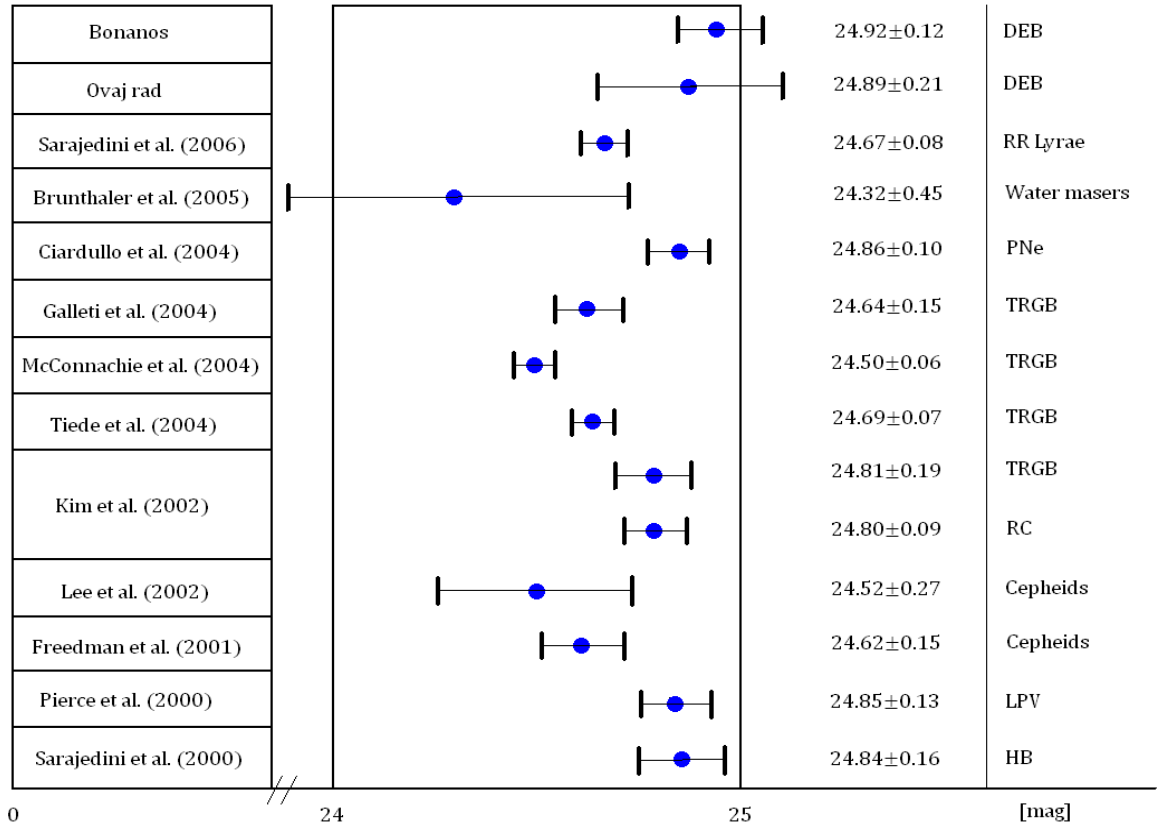
Jednadžbu (5.1) možemo prepisati na drugačiji način gdje je sada d udaljenost u parsecima:

$$\log d = 0.2(m_V - A_V + BC) + \log R + 2\log T_{eff} - 7.472 \qquad (5.2)$$

Uvrstimo li vrijednosti za efektivnu temperaturu i polumjer dobivene u ovom radu, iz tablice 5.1, te iskoristivši poznatu vrijednost za prividni sjaj koji je odredila Bonanos et al. (2006) iz mjerenja i omjera svjetla među komponentama, dolazimo do sljedećeg rezultata: primarna komponenta $d_A = 1.045$ Mpc, sekundarna komponenta $d_B = 0.859$ Mpc. Srednja je vrijednost $d_{AB} = 0.95 \pm 0.09$ Mpc. Izraženo modulom udaljenosti $(m - M) = 24.89 \pm 0.21$ mag.

6. DISKUSIJA

Bonanos et al. (2006) analizom dvojne zvijezde D33 J0133462+304439.9 došli su do udaljenosti do galaksije M33 u iznosu $d = 0.96 \pm 0.06$ Mpc, odnosno izraženo modulom udaljenosti $(m - M) = 24.92 \pm 0.12$ mag. Oba rezultata se slažu, i unutar su neodređenosti mjerenja. I dalje ostaje činjenica da je analiza dvojnog sustava dala nešto veću udaljenost do galaksije M33 nego što daje većina drugih postupaka. Tzv. Hubble Key Project (Freedman et al. 2001) je korištenjem cefeida kao standardnih svijeća dao udaljenost $d_{HST} = 0.84 \pm 0.06$ Mpc. Prema rezultatima koje daje dvojna zvijezda, razlika je skoro 15%, i veća je od nepouzdanosti određivanja obje metode. Zanimljivo je što udaljenost sekundarne komponente odlično korespondira s d_{HST}.



Slika 5.9. Udaljenosti do galaksije M33 određene različitim metodama. (DEB: detached eclipsing binary; TRGB: tip of the red giant branch; PNe: planetary nebulae; RC: the red clump; LPVs: long-period variables; HB: horizontal-branch stars)

U određivanju udaljenosti korištenjem dvojnih zvijezda postoji više izvora pogrešaka. Prije svega radi se o kvaliteti spektara koji imaju vrlo mali S/N, i spektri s većim S/N bi bili preduvjet poboljšane točnosti i vjerodostojnosti rezultata. Metoda spektralnog raspetljavanja, korištena u ovom radu, ima višestruke prednosti prema postupku koji su koristili Bonanos et al. (2006), jer omogućuje razdvajanje individualnih spektara pojedinih komponenata dvojne zvijezde, uz povećanje S/N raspetljanih spektara prema ulaznima. Sigurno jedan dio nepouzdanosti leži u analizi svjetlosnih krivulja, s jedne strane zbog S/N fotometrijskih mjerenja (korištenje teleskopa s aperturama > 2 m sigurno bi poboljšalo kvalitetu fotometrijskih mjerenja), te ulaznim parametrima u analizi svjetlosnih krivulja s druge strane (npr. efektivne temperature). Veliki je problem procjena međuzvjezdane apsorpcije (dvojna je zvijezda u drugoj galaksiji), te bolometrijskoj korekciji. I povrh svega, svakako bi trebalo povećati 'statistiku' i analizirati više dvojnih sustava kako bi se bolje uočile sistematske pogreške.

7. ZAKLJUČAK

Dvojne zvijezde glavni su izvor fundamentalnih zvjezdanih veličina: mase, polumjera i efektivne temeprature. Moderne istrazivačke metode, uz razvoj detektora i teleskopa, te opažanjima sa satelita, omogućio je određivanje zvjezdanih parametara s tosčnošću ispod 1%. Takav napredak u opažačkoj astrofizici potaknuo je upotrebu dvojnih sustava zvijezda i za određivanje udaljenosti. Postupak je direktan i nisu potrebne kalibracije kao sto je slučaj sa Cefeidama i drugim standardnim svijećama. U proteklom je desetljeću objavljeno više radova o određivanju udaljenosti do Velikog i Malog Magellanovog oblaka, koji u ljestvici kozmičkih udaljenosti predstavljaju važnu stepenicu – prijelaz is galaktičkih na vangalaktičke udaljenosti. Najsjajnije OB zvijezde u galaksijama Lokalne grupe galaksija, M31 (andromedina galaksija) i M33 (galaksija u zvjezdju Trokuta), približno su 6 mag slabijeg sjaja od zvijezda u LMC i SMC, i mogu se opažati suvremenim teleskopima. U radu Bonanos et al. (2006) analizirana je dvojna zvijezda D33 J0133462+304439.9, najsjajniji objekt takve vrste otkriven u galaksiji M33. Obzirom da je galaksija M33 na udaljenosti od ~1 Mpc, opažanja su izuzetno zahtjevna a spektroskopska su opažanja na samoj granici mogućnosti teleskopa.

U ovom radu reanalizirana su spektroskopska opažanja koja nam je ustupila Dr. Alceste Bonanos. Prije svega, zbog primjene metode 'spektralnog raspetljavanja' koja omogućuje izolaciju individualnih spektara komponenata. Prednost 'spektralnog raspetljavanja' bila je višestruka jer se mogao izbjeći nepoželjan utjecaj jakih nebularnih emisijskih linija, uz značajno povećanje S/N-a raspetljanih spektara. Analiza je potvdila 'veliku' udaljenost do M33, u iznosu od 0.95 ± 0.09 Mpc, ili izraženo modulom udaljenosti, $(m - M) = 24.89 \pm 0.21$ mag.

U radu su diskutirani mogući izvori pogrešaka. Sigurno bi u takvim istraživanjima trebalo prikupiti veći niz spektara velike rezolucije s većim S/N. Metoda spektralnog raspetljavanja značajno bi unaprijedila pouzdanost rezultata.

8. LITERATURA

[1] Caroll, B. W., Ostlie, D.A., 1996, An Introduction to Modern Astrophysics, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA

[2] Hensberge, H., Pavlovski, K., Verschueren, W., 2000, Astron. & Astrophys., 358, 553

[3] Hilditch, R. W., 2001, An Introduction to Close Binary Stars, Cambridge University Press, Cambridge

[4] Ilijić, S., 2004, ASP Conf. Ser., 318, 107

[5] Ilijić, S., Hensberge, H., Pavlovski, K., 2001, Lecture Notes in Physics, 573, 269

[6] Kolbas, V., Dervisoglu, A., Pavlovski, K., Southworth, J., 2014, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 444, 3118

[7] Kolbas, V., Pavlovski, K., Southworth, J., Lee, C.-U., Lee, D.-J., Lee, J. W., Kim, S.-L., Kim, H.-I., Smalley, B., Tkachenko, A., 2015, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 451, 4150

[8] Pavlovski, K., Hensberge, H., 2005, Astron. & Astrophys., 439, 309

[9] Pavlovski, K., Hensberge, H., 2010, ASP Conf. Ser., 435, 207

[10] Pavlovski, K., Southworth, J., 2009, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 394, 1519

[11] Pavlovski, K., Southworth, J., Kolbas, V., Smalley, B., 2014, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 438, 590

[12] Spark, L. S., Gallagher, J. S., 2000, Galaxies in the Universe, Cambridge University Press, Cambridge

[13] Tamajo, E., Pavlovski, K., Southworth, J., 2011, Astron. & Astrophys., 526, A76

[14] Zeilik, M., Gaustad, J., 1990, Astronomy – the cosmic perspective, John Wiley & sons, inc.

[15] Hensberge, H., Pavlovski, K., 2007, IAU Symposium, 240, 136

[16] Lastennet, E., Valls-Gabaud, D., 2002, Astron. & Astrophys., 396, 551

[17] Popper, D. M., Etzel, P. B., 1981, Astron. Journal, 86, 102

[18] Wilson, R. E., Devinney, E. J., 1971, Astron. Journal, 166, 605

[19] Simon, K. P., Sturm, E., 1994, Astron. & Astrophys., 281, 286

[20] Torres, M. A. P., Jonker, P. G., Britt, C. T., Johnson, C. B., Hynes, R. I., Greiss, S., Steeghs, D., Maccarone, T. J., Özel, F., Bassa, C., Nelemans, G., 2014, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 440, 365

[21] Jacoby, G. H., Branch, D., Ciardullo, R., Davies, R. L., Harris, W. E., Pierce, M. J., Pritchet, C. J., Tonry, J. L., Welch, D. L., 1992, Publ. Astron. Soc. Pacific, 104, 599

[22] Leavitt, H. S., Pickering, E. C., 1912, Harvard College Observatory Circular, 173, 1

[23] Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., Ferrarese, L., Kelson, D. D.; Sakai, S., Mould, J. R., Kennicutt, R. C. Jr., Ford, H. C., Graham, J. A., Huchra, J. P., Hughes, S. M. G., Illingworth, G. D., Macri, L. M., Stetson, P. B., 2001, Astrophys. Journal, 553, 47

[24] Barnes T. G., Evans, D. S., 1976, Monthly Notices Royal Astron. Soc.,174, 489

[25] Fitzpatrick, E. L., 1999, Astron. Soc. Pacific, 111, 63

[26] Clausen, J. V., 2004, Astron. Rev., 48, 679

[27] Baade, W., Swope, H. H., 1963, Astron. Journal, 68, 435

[28] Alard, C., Lupton, R. H., 1998, Astrophys. Journal, 503, 325

[29] Bonanos, A. Z., Stanek, K. Z., 2003, Astrophys. Journal, 591, 111

[30] Macri, L. M., 2004, Astron. Soc. Pacific, 310, 33

[31] Simon, K. P., Sturm, E., 1994, Astron. & Astrophys., 281, 286

[32] Ilijić, S., Hensberge, H., Pavlovski, K., 2002, FIZIKA B, 10, 357

[33] Macri, L. M., Stanek, K. Z., Sasselov, D. D., Krockenberger, M., Kaluzny, J., 2001, Astron. Journal, 121, 870

[34] Mochejska, B. J., Kaluzny, J., Stanek, K. Z., Sasselov, D. D., Szentgyorgyi, A. H., 2001, Astron. Journal, 121, 2032

[35] Bonanos, A. Z., Stanek, K. Z., Sasselov, D. D., Mochejska, B. J., Macri, L. M., Kaluzny, J., 2003, Astron. Journal, 126, 175

[36] Bonanos, A. Z., Stanek, K. Z., Kudritzki, R. P., Macri, L., Sasselov, D. D., Kaluzny, J., Bersier, D., Bresolin, F., Matheson, T., Mochejska, B. J., Przybilla, N., Szentgyorgyi, A. H., Tonry, J., Torres, G., 2006, Astrophys. & Space Sc., 304, 207

[37] Charbonneau, P., Tomczyk, S., 1997, ASP Conf., 123, 49

[38] Nieves, Y., Salter, C. J., Minchin, R. F., Ghosh, T., 2013, American Astron. Soc., 221, 349.25

[39] Southworth J., 2010, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 408, 1689