Identifikacija utjecaja oborina na istjecanje izvora Rakovac primjenom metoda korelacije, kroskorelacije i regresije

Tremljan, Anamarija

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:095362

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**



Repository / Repozitorij:

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

RUDARSKO – GEOLOŠKO – NAFTNI FAKULTET

Diplomski studij geološkog inženjerstva

IDENTIFIKACIJA UTJECAJA OBORINA NA ISTJECANJE IZVORA RAKOVAC PRIMJENOM METODA KORELACIJE, KROSKORELACIJE I REGRESIJE

Diplomski rad

Anamarija Tremljan

GI 340

Zagreb, 2019.

Sveučilište u Zagrebu
Rudarsko-geološko-naftni fakultet

Diplomski rad

IDENTIFIKACIJA UTJECAJA OBORINA NA ISTJECANJE IZVORA RAKOVAC PRIMJENOM METODA KORELACIJE, KROSKORELACIJE I REGRESIJE

Anamarija Tremljan

Rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu
Rudarsko-geološko-naftni fakultet
Zavod za geologiju i geološko inženjerstvo
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Sažetak:

U ovom diplomskom radu istražuje se utjecaj oborina na izdašnost izvora Rakovac. Izvor Rakovac smješten je u sjeverozapadnom dijelu Republike Hrvatske i nalazi se u blizini mjesta Koretići na području Žumberačke gore. Pri obradi podataka korišteni su podaci Državnog hidrometeorološkog zavoda o oborinama sa kišomjernih postaja Mrzlo Polje Žumberačko i Rude, te podaci o izdašnosti izvora Rakovac određeni pomoću pravokutnog oštrobridnog preljeva u razdoblju od studenog 2018. do lipnja 2019. godine. Za provedbu analize koristile su se tri statističke metode: korelacija, regresija i kroskorelacija.

Ključne riječi:	Izvor Rakovac, Žumberačko gorje, korelacija, regresija, kroskorelacija
Završni rad sadrži:	28 stranica, 2 tablice, 16 slika i 18 referenca.
Jezik izvornika:	Hrvatski
Pohrana rada:	Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta, Pierottijeva 6, Zagreb
Mentori:	Prof. dr. sc. Kristijan Posavec, redoviti profesor RGNF
Ocjenjivači:	Prof. dr. sc. Kristijan Posavec, redoviti profesor RGNF Izv. prof. dr. sc. Jelena Parlov, izvanredni profesor RGNF Doc. dr. sc. Zoran Kovač, docent RGNF

Datum obrane: 20.9.2019., Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu

University of Zagreb
Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

Master's Thesis

IDENTIFICATION OF THE RAINFALL IMPACT ON THE ABUNDANCE OF RAKOVAC SPRING USING METHODS OF CORRELATION, REGRESSION AND CROSS-CORRELATION

Anamarija Tremljan

Thesis completed at: University of Zagreb
Faculty of mining, Geology and Petroleum Engineering
Department of geology and geological engineering
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Abstract

This thesis examines the impact of rainfall on the abundance of Rakovac spring. Spring Rakovac is located in the northwestern part of the Republic of Croatia and is located near the village Koretić in the area of Žumberačka gora. Analysed data is from the State Hydrometeorological Institute on precipitation from rainfall stations Mrzlo Polje Žumberačko and Rude and they were used in the data processing, as well as data on the abundance of the Rakovac source determined using a rectangular sharp-flow overflow in the period November 2018 to June 2019. Three statistical methods were used to perform the analysis: correlation, regression and cross-correlation.

Keywords: Spring Rakovac, Žumberačko gorje, correlation, regression, crosscorrelation

Thesis contains: 28 pages, 2 tables, 16 figures and 18 references.

Original in: Croatian

Archived in: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisors: Full Professor Kristijan Posavec, PhD

Reviewers: Full Professor Kristijan Posavec, PhD
Associate Professor Jelena Parlov, PhD
Assistant Professor Zoran Kovač, PhD

Defence date: September 20th, 2019, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, University of Zagreb

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Kristijanu Posavcu na trudu, savjetima i vodstvu pri izradi ovog diplomskog rada.

Zahvaljujem se i izv. prof. dr. sc. Jeleni Parlov na savjetima interpretacije dobivenih rezultata.

Posebna i najveća zahvala obitelji na podršci i strpljenju tijekom svih ovih godina, bez vas ovo ne bi bilo moguće.

SADRŽAJ

1. UVOD 1

2. PODRUČJE ISTRAŽIVANJA 3

2.1. Geografske značajke istraživanog područja 3

2.2. Geologija istraživanog područja 5

2.3. Hidrogeološke značajke stijena 8

3. METODE ISTRAŽIVANJA 10

3.1. Korelacija 10

3.2. Regresija 12

3.3. Kroskorelacija 14

4. KORIŠTENI PODACI I OBRADA PODATAKA 15

5. IDENTIFIKACIJA UTJECAJA OBORINA NA ISTJECANJE NA IZVORU RAKOVAC - REZULTATI 19

5.1. Rezultati obrade podataka metodom korelacije 19

5.2. Rezultati obrade podataka dobiveni regresijskom analizom 21

5.3. Rezultati obrade podataka dobiveni kroskorelacijskom analizom 23

6. DISKUSIJA 25

7. ZAKLJUČAK 26

8. LITERATURA 27

POPIS SLIKA:

Slika 2-1 Područje istraživanja..... 3

Slika 2-2 Izvor Rakovac za vrijeme visokih (a) i niskih (b) voda 4

Slika 2-3 Geologija istraživanog područja prema OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972) 7

Slika 2-4 Hidrogeološka karta istraživanog područja prema Vujnović (2010)..... 9

Slika 3-1 Dijagrami rasipanja/raspršenja (Scatter dijagram) (preuzeto iz: http://www.znanostblog.com/korelacije/, datum: 2.4.2019.) 11

Slika 4-1 Pluviogram za kišomjerne postaje Mrzlo Polje Žumberačko i Rude 15

Slika 4-2 Prikaz preljeva Rakovac 16

Slika 4-3 Hidrogram preljeva Rakovac u razdoblju od 15.11.2018. do 31.6.2019. godine, s prekidom mjerenja u razdoblju od 20.3.2019. do 18.4.2019. godine 16

Slika 4-4 Zadavanje naredbe CORREL u programu Microsoft Excel, pri čemu *je varijabla A* - dnevna količina oborine (mm), a *varijabla B* - protok (l/s)..... 17

Slika 4-5 Prikaz Cross-correlation namjenskog VBA programa 18

Slika 5-1 Rezultati korelacijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko 19

Slika 5-2 Rezultati korelacijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Rude 20

Slika 5-3 Rezultati regresijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko 21

Slika 5-4 Rezultati regresijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Rude 22

Slika 5-5 Kroskorelogram ovisnosti izdašnosti izvora Rakovac o količini oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko 23

Slika 5-6 Kroskorelogram ovisnosti izdašnosti izvora Rakovac o količini oborina na kišomjernoj postaji Rude..... 24

POPIS TABLICA:

Tablica 3-1 Opis vrijednosti koeficijenta determinacije R^2 prema Chadocku (Gulić, 2018) 13

Tablica 4-1 Koordinate kišomjernih postaja Mrzlo Polje Žumberačko i Rude, gdje su h – nadmorska visina (m n.m.), ρ – geografska širina (°), λ – geografska dužina (°) 15

1. UVOD

U ovom diplomskom radu, identificira se utjecaj oborina na izdašnost izvora Rakovac. Izvor Rakovac smješten je u sjeverozapadnom dijelu Republike Hrvatske i nalazi se u blizini mjesta Koretići na području Žumberačke gore. Pri obradi podataka korišteni su podaci Državnog hidrometeorološkog zavoda o oborinama s kišomjernih postaja Mrzlo Polje Žumberačko i Rude, te podaci o izdašnosti izvora Rakovac određeni pomoću pravokutnog oštrobridnog preljeva u razdoblju od studenog 2018. do lipnja 2019. godine. Za provedbu analize koristile su se tri statističke metode: korelacija, regresija i kroskorelacija.

Pomoću korelacije može se prikazati suodnos među varijablama što bi značilo da se veličina jedne varijable može predvidjeti na temelju poznavanja veličine druge varijable, a njihov linearan odnos i jačina samog odnosa varijabli se izražava koeficijentom korelacije. Analiza regresije se koristi pri analiziranju setova podataka odnosno mjerenja koja su uređena u prostoru ili vremenu kao i kada se želi analizirati varijable koje su u međusobnoj funkcionalnoj ovisnosti. Kroskorelacija definira mjeru sličnosti dviju varijabli odnosno dvaju niza podataka, tj. stupanj do kojeg se dva niza koreliraju s obzirom na zaostajanje jedne varijable u odnosu na drugu (Posavec i Škudar, 2016). Cilj ovog diplomskog rada je analizirati i prikazati povezanost istjecanja na izvoru Rakovac i oborina uz pomoć navedenih metoda.

Pregledom literature nisu pronađene slične analize za područje izvora Rakovac, međutim postoje radovi koji koriste iste metode za druga istražna područja. Vukojević (2010) utvrđuje povezanost vodostaja rijeka Dunava i Drave na vodostaj jezera Sakadaš, Parka Prirode Kopački Rit, u razdoblju od 2002. do 2005. godine. Ratkaj (2014) utvrđuje povezanost vodostaja rijeke Save s jezerom Jarun promatrajući razine podzemne vode i temperature na tri piezometra koji se nalaze u neposrednoj okolici jezera Jarun. Jukić i Denić-Jukić (2015) metodom korelacije analiziraju ovisnost vremenskih razdoblja padanja kiše i istjecanja krškog izvora Jadro. Bedeniković (2017) koristi navedene metode kako bi utvrdila mali utjecaj vodostaja rijeke Odre na razinu podzemne vode istočnog zagrebačkog vodonosnika. Gulić (2018) je istraživala zavisnost razine podzemne vode i oborina na području jugoistočnog djela zagrebačkog vodonosnog sustava. Pavlić i Parlov (2019) istražuju sjeverni dio Dinarida, točnije utjecaj dnevnih oborina na izdašnosti rijeke Kupe

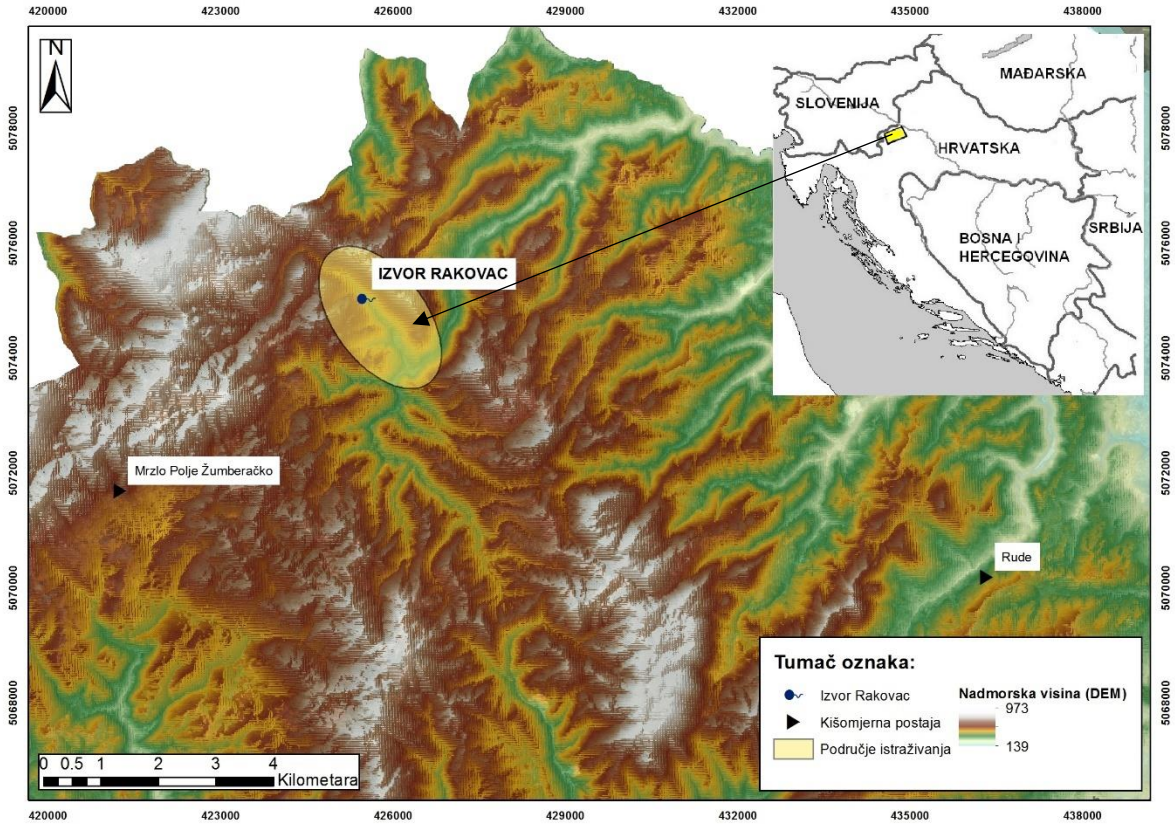
pomoću kroskorelacijske i kros-spektralne analize u dva vremenska razdoblja (1986-1994 i 2001-2009).

U ovom radu metodom korelacije dobiveni je pozitivan, ali nepotpun stupanj povezanosti utjecaja oborina i izdašnosti izvora Rakovac. Metodom regresije dobivene su niske vrijednosti koeficijenta determinacije $\boldsymbol{R^2}$ i jednadžbe pravaca koji ukazuju na slabiju mogućnost prognoziranja izdašnosti izvora Rakovac. Metodom kroskorelacije utvrđeno je vrijeme reakcije izvora Rakovac na oborinu, tj. prijenos tlaka unutar jednog dana.

2. PODRUČJE ISTRAŽIVANJA

2.1. Geografske značajke istraživanog područja

Izvor Rakovac smješten je u sjeverozapadnom dijelu Republike Hrvatske i nalazi se u blizini mjesta Koretići na području Žumberačke gore (**Slika 2-1**). Izvor Rakovac pojavljuje se iznad 470 m n. m. i tvori vodotok Rakovac duljine 1,5 km (**Slika 2-2)**. Vodotok Rakovac teče od dijela Sječevečke gore na sjeverozapadu, područja Štipkova na jugoistoku te do Manjka na jugu. Nakon 1,5 km ulijeva se u rijeku Breganu.



Slika 2-1 Područje istraživanja



a)



b)

Slika 2-2 Izvor Rakovac za vrijeme visokih (a) i srednjih (b) voda

2.2. Geologija istraživanog područja

Za opis i tumačenje geologije istraživanog područja, odnosno područja Žumberka na kojemu se izvor Rakovac nalazi korištena je Osnovna geološka karta 1:100 000, list Zagreb, izrađene 1972. godine i pripadni tumač kojeg su izradili Šikić, Basch i Šimunić, 1979. godine. Pomoću navedene karte, izrađena je georeferencirana karta (**Slika 2-3**) u programu ArcMap 10.1., verzija iz 2012. godine, softverske tvrtke ESRI Industries.

U nastavku, ukratko su opisane najznačajnije značajke litostratigrafskih jedinica prema tumaču za list Zagreb koje se nalaze u blizini izvora Rakovac.

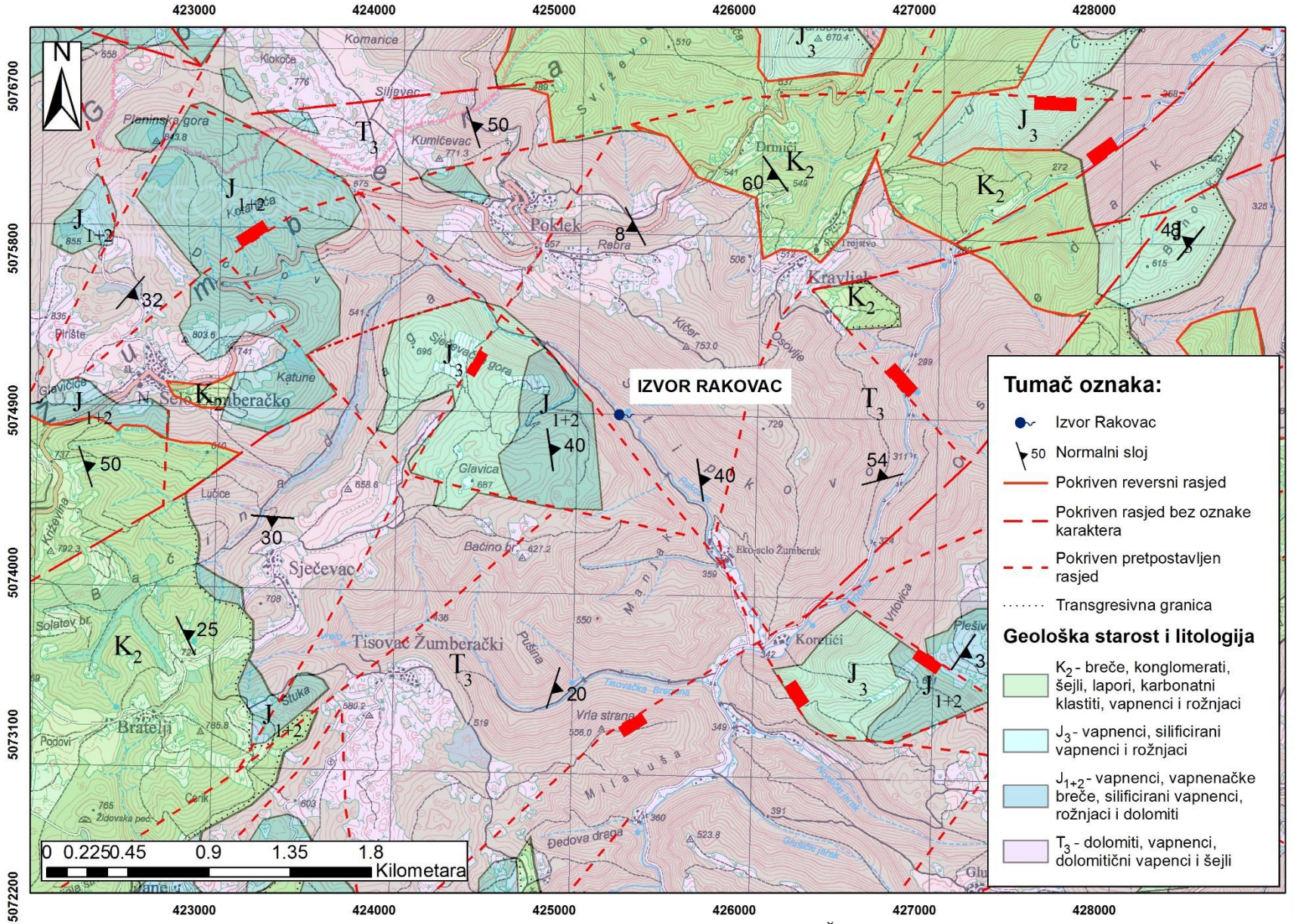
Gornjotrijaski dolomiti (**T_3**) najznačajniji su litološki elementi u strukturnoj (autohtonoj i alohtonoj) građi istočnog Žumberka. Debljina se može procijeniti na oko 800 m. Količina $CaCO_3$ rijetko prelazi 10%. Boje su svijetlosive do tamnosive što ovisi o sadržaju glinovite supstance. Na brojnim lokalitetima istočnog Žumberka pronađeni su slojevi ispunjeni onkolitima. Stromatolitski tip dolomita ukazuje da se sedimentacija odvijala kroz veći period gornjeg trijasa u vrlo plitkoj litoralnoj sredini. Najmlađi dio gornjotrijaskih naslaga na prijelazu u lijas, sastoji se od izmjene dolomita, sivih vapnenaca i dolomitiziranih vapnenaca. (Šikić i dr., 1979).

U istočnom Žumberku, kontinuirano na trijasu, sačuvani su ostaci plitkovodnih karbonatnih sedimenata donjeg i srednjeg lijasa (**J_{1+2}**). Najstarijem (donjem) dijelu lijasa pripadaju sivi dobro uslojeni dolomiti, dolomitični vapnenci i vapnenci. U srednjem lijasu je i dalje zastupljena izrazito plitkovodna sedimentacija. Početkom gornjeg lijasa počelo je tektonsko razbijanje trijasko-lijaske karbonatne „platforme“ u veće ili manje blokove i formiran je dublji bazenski prostor. Maksimalna debljina opisanog raspona lijas – doger iznosi oko 30 m (Šikić i dr., 1979).

Pretežni dio gornjomalmskih naslaga (**J_3**) sastoji se od izmjene tankouslojenih (pločastih) pelagičkih mikrita, biomikrita i rožnjaka s ulošcima kalkarenita i lapora. Detritični turbiditni vapnenci istog su sastava kao i donjomalmski vapnenački klastiti. Rožnjaci nastali silicifikacijom vapnenačkih stijena javljaju se u obliku slojeva, leća i nodula. Oko Sošica naslage donjeg i gornjeg malma (svijetlosivi uslojeni vapnenac) leže erozijski diskordantno na naslagama gornjotrijaskog dolomita. U sjevernom dijele naslage donjeg malma predstavljene su sivim, neuslojenim grebenskim vapnenacem i debelozrnatom grebenskom brečom. U donjem dijelu donjeg malma nalazi se pločasti vapnenac s rožnjakom. Prema Bušinjoj vasi javljaju se grebenski i oolitni vapnenac. U području

sjeveroistočnog Žumberka do Sošica javlja se sivi vapnenac s bogatom mikrofaunom. Debljina naslaga donjeg malma iznosi oko 200 m (Buzjak, 2002).

Tijekom gornje krede (**K_2**) izvršena je transgresija na razveden paleoreljef izgrađen uglavnom od trijaskih dolomita, jurskih vapnenaca i rožnjaka, a samo u užem području Samoborskog gorja na permske i donjotrijaske klastite. Bazalne breče i konglomerati, debljine 1-3 m, nastali su pretaloživanjem stijena neposredne podloge (dolomiti, vapnenci i rožnjaci). Slijedi debela serija flišolikih sedimenata u kojoj prevladavaju vapnoviti i glinoviti lapori, šejlovi i kalkareniti. S njima se izmjenjuju tankoploča sti vapnenci, rožnjaci i ulošci karbonatnih breča. Jugoistočno od Kostanjevice u donjem dijelu gornjokrednih naslaga je sivi i crni vapnenac s gomoljima crnog ili sivog rožnjaka pokriven crvenim vapnencem, crvenim i sivim laporovitim i glinovitim škriljavcem s rožnjakom s debelim ulošci vapnenačke breče. Na zapadnom dijelu Žumberka su u donjem dijelu pločasti vapnenac s rožnjakom i vapnenačka breča ili pločasti vapnenac koji pokriva 10 do 20 m debeli sloj vapnenačkog konglomerata, a njega flišu slični sedimenti. Debljina ovih naslaga iznosi 100 do 1000 m (Buzjak, 2002).



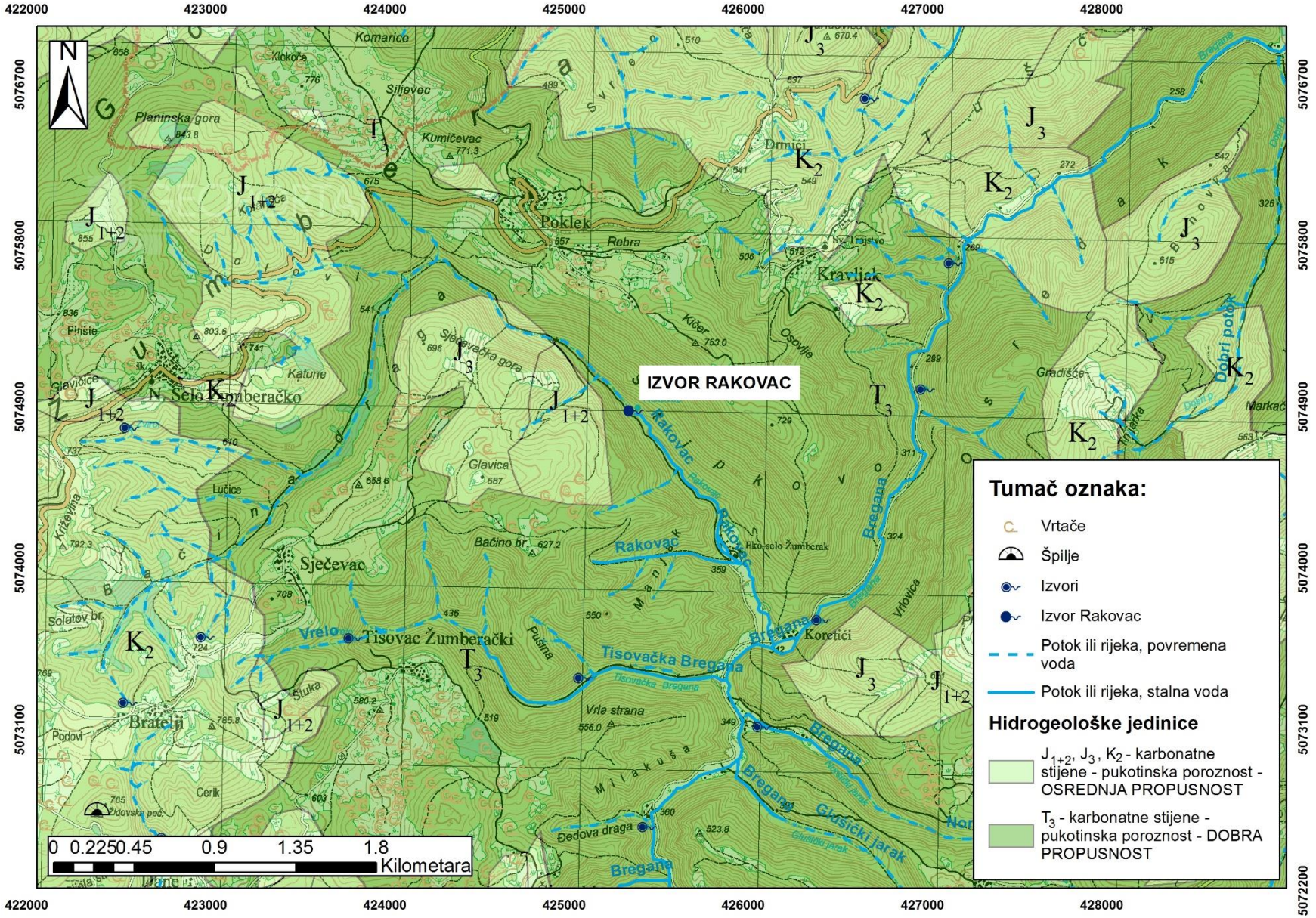
Slika 2-3 Geologija istraživanog područja prema OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972)

2.3. Hidrogeološke značajke stijena

Područje na kojem se nalazi izvor Rakovac najvećim dijelom zauzimaju karbonatne stijene pukotinske poroznosti. Prema Vujnović (2010), propusnost tih stijena uvjetovana je litološkim sastavom i intenzitetom tektonskih deformacija stoga su podijeljene na tri podgrupe: dobro propusne karbonatne stijene, osrednje propusne karbonatne stijene i slabopropusne karbonatne stijene.

U neposrednoj blizini izvora Rakovac (**Slika 2-4**) nalaze se dobre propusne karbonatne stijene i osrednje propusne karbonatne stijene. Na istraživanom području prevladavaju okršeni gornjotrijaski dolomiti. Oni spadaju u dobro propusne karbonatne stijene koje su tektonski razlomljene. Vujnović (2010) ukazuje da njihovi otvoreni izdanci u kamenolomima pokazuju intenzivnu raspucanost po brojnim pukotinskim sustavima stoga lokalno mogu poprimiti svojstva međuzrnske poroznosti (šljunka) i kako je u zonama rasjeda stijena milotinizirana. Nedvojbeno je da su uz gornjotrijaske karbonatne stijene vezani najznačajniji izvori ovog područja koji predstavljaju glavni vodonosnik. Osrednje propusne karbonatne stijene su litotamnijski badenski vapnenci, kredne vapnenačke breče, jurski vapnenci i dolomiti i srednjetrijaski dolomiti. Slabopropusne karbonatne stijene čine permski vapnenci izdvojeni u dolini potoka Lipovečka Gradna (Vujnović, 2010).

Prema Brkić i dr. (2002), izvor Rakovac pripada slivu rječice Bregana koja drenira površinu od 50 km^2 u istočnom i sjeveroistočnom dijelu područja istraživanja koje je uglavnom građeno od gornjotrijaskih karbonata (**Slika 2-4**). Autori navode da je uz izvor Rakovac (izdašnost 7 – 125 l/s) najznačajniji izvor Koretić mlin (izdašnost 16 – 80 l/s). Vode navedenih izvora pripadaju CaMg-HCO_3 hidrokemijskom facijesu što je u skladu s njihovim karbonatnim zaleđem (Vujnović, 2010).



Slika 2-4 Hidrogeološka karta istraživanog područja prema Vujnović (2010)

3. METODE ISTRAŽIVANJA

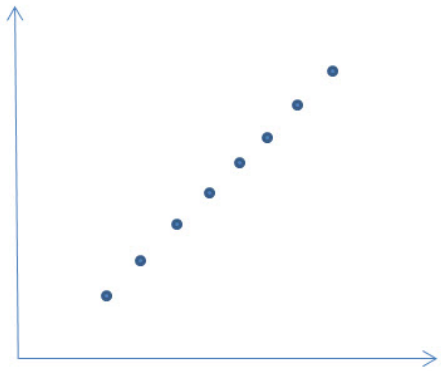
Vremenski nizovi podataka u hidrogeologiji odnosno općenito hidrologiji, kao što su npr. mjerenja razina podzemne vode, oborina, vodostaja rijeka, jezera i potoka ili pak istjecanja na izvorima, često se analiziraju primjenom korelacijskih, regresijskih i kros-korelacijskih modela (Posavec i Škudar, 2016).

3.1. Korelacija

Pomoću korelacije može se prikazati suodnos među varijablama što bi značilo da se veličina jedne varijable može predvidjeti na temelju poznavanja veličine druge varijable, a njihov linearan odnos i jačina samog odnosa varijabli se izražava koeficijentom korelacije r_{jk}. Koeficijent korelacije r_{jk} zapravo predstavlja omjer kovarijance dvije varijable cov_{jk} i umnoška njihovih standardnih devijacija, s_j i s_k (Davis, 2002):

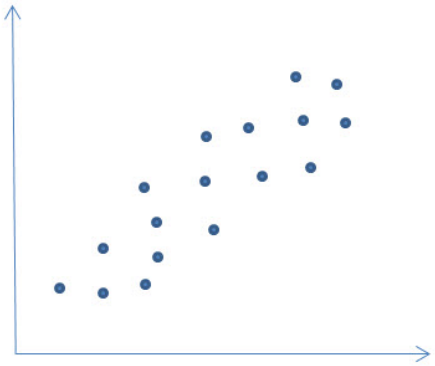
$$r_{jk} = \frac{cov_{jk}}{s_j s_k} \tag{3-1}$$

S obzirom da kovarijanca dviju varijabli može biti jednaka umnošku standardnih devijacija varijabli, no ne može biti veća, koeficijent korelacije ima raspon od +1 do -1 (Posavec i Škudar, 2016). Prema tome, jakost korelacije se dijeli na pozitivnu i negativnu korelaciju. Pozitivna korelacija, u kojoj varijable j i k imaju jaku pozitivnu korelaciju, rezultira vrijednostima r bliskima +1. Negativna korelacija, u kojoj varijable j i k imaju jaku negativnu korelaciju, rezultira vrijednostima r bliskima -1. Ako je korelacija vrlo slaba ili ako je nema, vrijednosti r bliske su nuli (**Slika 3-1**) (Posavec i Škudar, 2016).



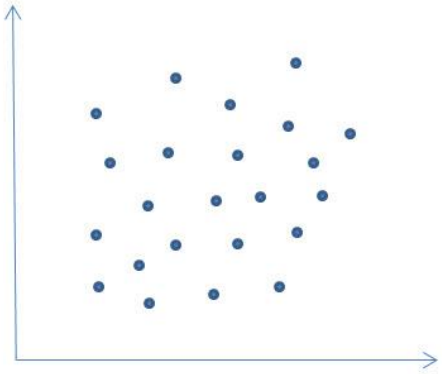
r = +1

potpuna korelacija



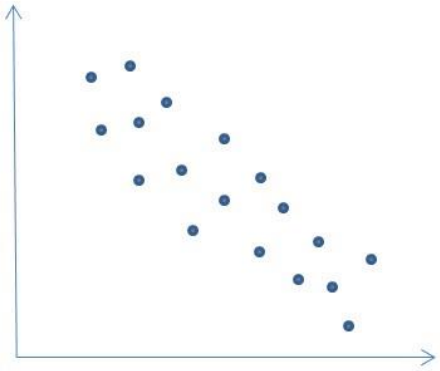
0 < ***r*** < +1

pozitivna nepotpuna korelacija



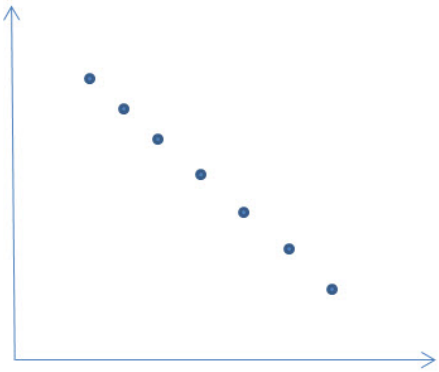
r = 0

nepostojanje korelacije



0 > ***r*** > -1

nepotpuna negativna korelacija



r = -1

potpuna negativna korelacija

Slika 3-1 Dijagrami rasipanja/raspršenja (Scatter dijagram) (preuzeto iz: http://www.znanostblog.com/korelacije/, datum: 2.4.2019.)

3.2. Regresija

Analiza regresije se koristi pri analizi setova podataka odnosno mjerenja koja su uređena u prostoru ili vremenu kao i pri analizi varijabli koje su u međusobnoj funkcionalnoj ovisnosti. Za analizu je potrebno poznavati lokacije ili pak vremena samih mjerenja, a bitan je generalni interes i tendencija samih mjerenih podataka.

Varijabla koja se istražuje naziva se zavisna ili regresirana varijabla $\boldsymbol{Y}$, a pojedinačna mjerenja zavisne varijable označuju se s $\boldsymbol{y_i}$. Odstupanja $\boldsymbol{y_i}$ se u procesu podešavanja linije minimiziraju. Nezavisna varijabla $\boldsymbol{X}$, naziva se i regresor, a pojedinačna mjerenja označavaju se s $\boldsymbol{x_i}$. Jednadžba podešene linije stoga se može pisati kao:

$$\boldsymbol{\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i} \tag{3-2}$$

gdje je:

$\boldsymbol{\hat{y}_i}$ – procijenjena vrijednost $\boldsymbol{y_i}$ za odnosnu vrijednost $\boldsymbol{x_i}$,

$\boldsymbol{b_0}$ – odsječak na osi $\boldsymbol{Y}$,

$\boldsymbol{b_1}$ – koeficijent smjera pravca.

Da bi dobili najbolje podešenu liniju, potrebno je tu razliku minimizirati na način da je:

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2 = minimum} \tag{3-3}$$

Da bi se odredila mjera podešenosti linije, tj. regresijskog modela, odnosno mjeru korisnosti modela, potrebno je definirati koeficijent determinacije, $\boldsymbol{R^2}$ (Davis, 2002; Montgomery i Runger, 2003). Kako bi se definirao koeficijent determinacije, najprije je potrebno definirati dva termina koja opisuju promjenu zavisne varijable, $\boldsymbol{Y}$. Prvi termin naziva se ukupna suma kvadrata ($\boldsymbol{SS_T}$) od $\boldsymbol{Y}$, a opisuje odstupanja pojedinačnih mjerenja zavisne varijable $\boldsymbol{Y}$ od njihove aritmetičke sredine:

$$\boldsymbol{SS_T = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{Y})^2} \tag{3-4}$$

gdje je:

$\boldsymbol{y_i}$ – pojedinačna mjerenja zavisne varijable $\boldsymbol{Y}$,

$\boldsymbol{\overline{Y}}$ – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable $\boldsymbol{Y}$.

Drugi termin određuje se kao suma kvadrata zbog regresije ($\boldsymbol{SS_R}$), a opisuje odstupanja procijenjenih, tj. prognoziranih vrijednosti zavisne varijable $\boldsymbol{Y}$ od njihove aritmetičke sredine:

$$\boldsymbol{SS_R} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} (\boldsymbol{\hat{y}_i} - \boldsymbol{\overline{Y}})^{\boldsymbol{2}} \tag{3-5}$$

gdje je:

$\boldsymbol{\hat{y}_i}$ – procijenjena vrijednost $\boldsymbol{y_i}$ za odnosnu vrijednost $\boldsymbol{x_i}$,

$\boldsymbol{\overline{Y}}$ – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable $\boldsymbol{Y}$.

Mjera podešenosti linije, tj. podešenosti regresijskog modela mjerenim vrijednostima odnosno mjera korisnosti modela definira se kao:

$$\boldsymbol{R^2} = \frac{\boldsymbol{SS_R}}{\boldsymbol{SS_T}} \tag{3-6}$$

gdje je:

$\boldsymbol{R^2}$ – koeficijent determinacije.

Ako linija, tj. regresijski model dobro reprezentira mjerene vrijednosti, $\boldsymbol{R^2}$ će biti blizak jedinici dok će u suprotnom biti blizak nuli ($0 \leq \boldsymbol{R^2} \leq 1$) (Posavec i Škudar, 2016). U **Tablici 3-1** dana je Chadockova ljestvica koja pojašnjava vrijednost koeficijenta determinacije $\boldsymbol{R^2}$ prema Chadocku (Gulić, 2018).

Tablica 3-1 Opis vrijednosti koeficijenta determinacije $\boldsymbol{R^2}$ prema Chadocku (Gulić, 2018)

Koeficijent determinacije R^2	**Značenje**
0,00	odsutnost veze
0,00 – 0,25	slaba veza
0,25 – 0,64	veza srednje jakosti
0,64 – 1,00	čvrsta veza
1,00	potpuna veza

3.3. Kroskorelacija

Kroskorelacija definira mjeru sličnosti dviju varijabli odnosno dvaju niza podataka, tj. stupanj do kojeg se dva niza koreliraju s obzirom na zaostajanje jedne varijable u odnosu na drugu. Proces njihove usporedbe za svako uzastopno zaostajanje naziva se kroskorelacija (Davis, 2002). Kros-korelaciju je najprimjerenije koristiti za usporedbu dva niza koji imaju vremensku ovisnost. Jačina veze između dva vremenska niza definira se koeficijentom korelacije $\boldsymbol{r}$, koji pak se računa za svako uzastopno zaostajanje, a pri tom najveći određeni koeficijent korelacije određuje vremensko zaostajanje između dva vremenska niza. Nulto zaostajanje predstavlja poravnanje dva vremenska niza na isto, početno vrijeme mjerenja, a usporedba se radi kako za nulto zaostajanje tako i za svako sljedeće uzastopno zaostajanje, uključujući i pozitivne i negativne pozicije vremenskog zaostajanja, pri čemu vremenski niz A slijedi vremenski niz B i obratno. Rezultati kroskorelacijske analize prikazuju se na kroskorelogramu.

Jačina veze između vremenskih nizova određuje se preko koeficijenta korelacije $\boldsymbol{r}$, koristeći istu jednadžbu kao i za običnu linearnu korelaciju (vidi *jednadžbu 3-1*). *Jednadžba 3-1* primjenjuje se samo na segmente dva vremenska niza koji se preklapaju (Posavec i Škudar, 2016).

4. KORIŠTENI PODACI I OBRADA PODATAKA

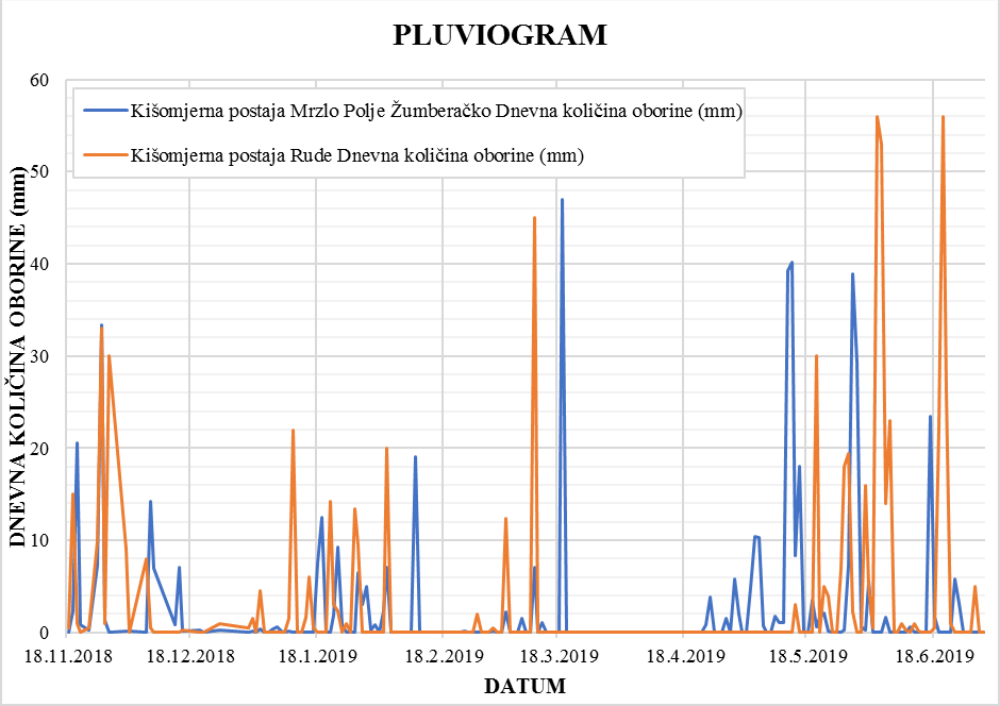
Za izradu diplomskog rada potrebno je bilo prikupiti podatke o oborinama i izdašnosti izvora Rakovac kako bi se mogle provesti korelacijske, kroskorelacijske i regresijske analize.

Podatke o količini oborina koja je pala u razdoblju od 2018. – 2019. godine ustupio je Državni hidrometeorološki zavod Republike Hrvatske.

Podaci su s kišomjernih postaja Mrzlo Polje Žumberačko i Rude (**Slika 2-1**). Koordinate pojedinih postaja dane su u **Tablici 4-1**. Kako bi se provele analize korelacije, kroskorelacije i regresije, uzete se dnevne oborine u razdoblju od studenog 2018. do lipnja 2019. godine (**Slika 4-1**).

Tablica 4-1 Koordinate kišomjernih postaja Mrzlo Polje Žumberačko i Rude, gdje su ***h*** – nadmorska visina (m n.m.), ***ρ*** – geografska širina (°), ***λ*** – geografska dužina (°)

Broj postaje	Naziv postaje	h	φ	λ	MGI Balkan 5		HTRS 96/ TM	
					x (m)	y (m)	x (m)	y (m)
159	Mrzlo Polje Žumberačko	563	45° 46' 43"	15° 29' 21"	5538035	5070573	421018	5071446
215	Rude	287	45° 46'	15° 41'	5553144	5069357	436101	5069946

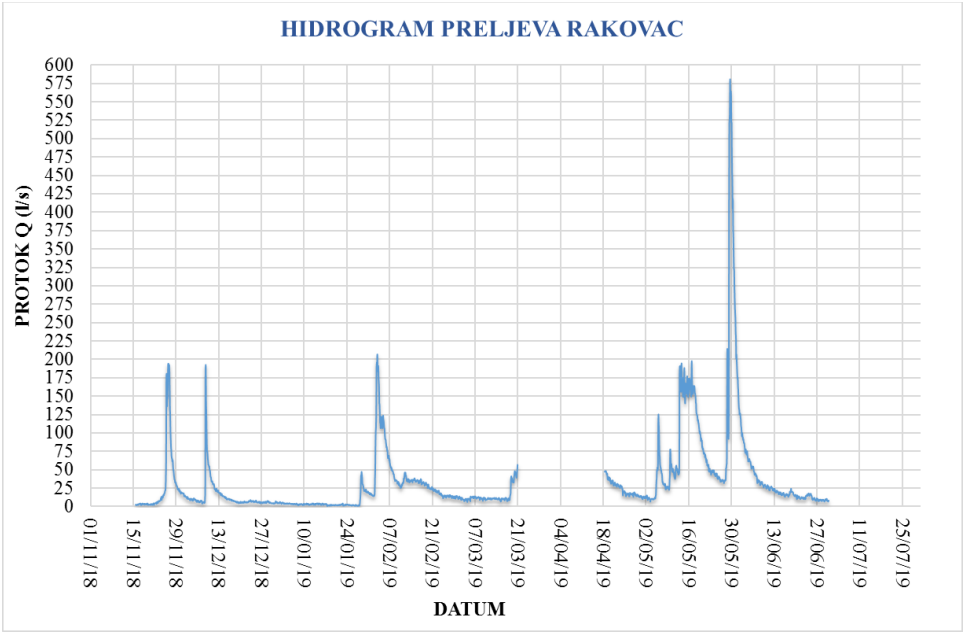


Slika 4-1 Pluviogram za kišomjerne postaje Mrzlo Polje Žumberačko i Rude

Podaci o izdašnosti izvora Rakovac dobiveni su pomoću pravokutnog oštrobridnog preljeva izgrađenog neposredno nizvodno od samog izvora (**Slika 4-2**). Na preljev su instalirani automatski mjerači (HOBO logeri) koji mjere apsolutni tlak (tlak stupca vode i stupca zraka), a koji je preračunat u visine preljevnog mlaza preko krune samog preljeva. Na temelju visine preljevnoga mlaza i formula za pravokutni oštrobridni preljev izračunati su protoci u na preljevu. Mjerenja izdašnosti izvora Rakovac započeta su u studenom 2018. godine i još uvijek traju. Podaci izdašnosti za provedbu korelacijskih, kroskorelacijskih i regresijskih analiza uzeti su za razdoblje od studenog 2018. godine do lipnja 2019. godine (**Slika 4-3**).

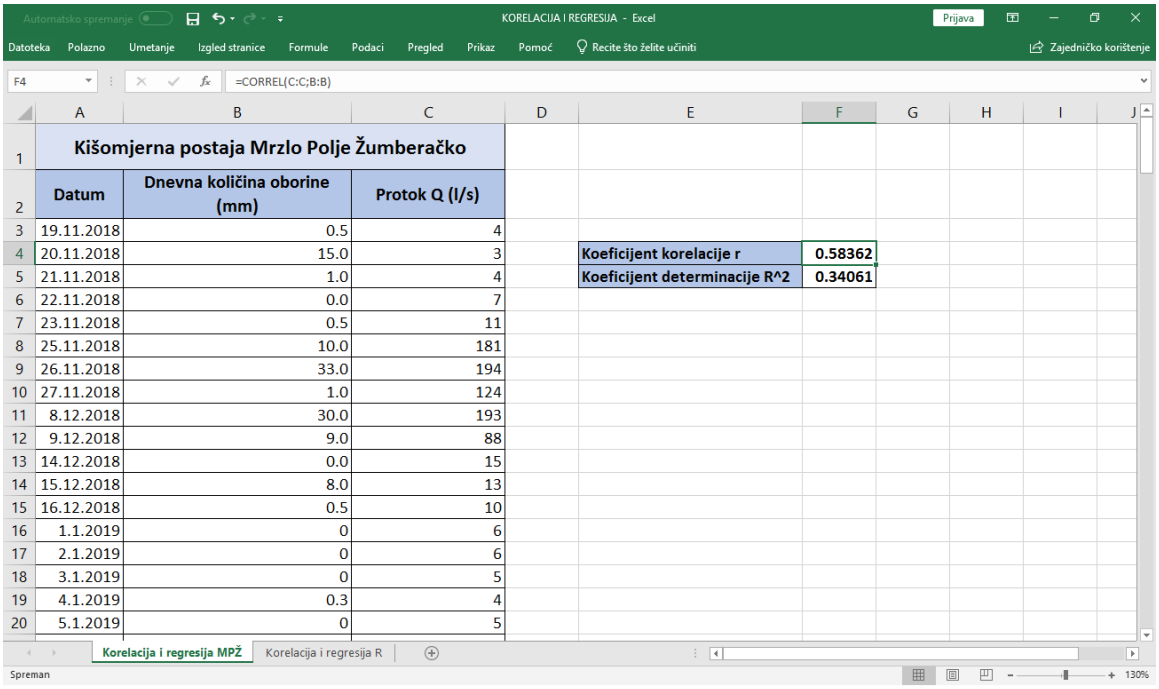


Slika 4-2 Prikaz preljeva Rakovac



Slika 4-3 Hidrogram preljeva Rakovac u razdoblju od 15.11.2018. do 31.6.2019. godine, s prekidom mjerenja u razdoblju od 20.3.2019. do 18.4.2019. godine

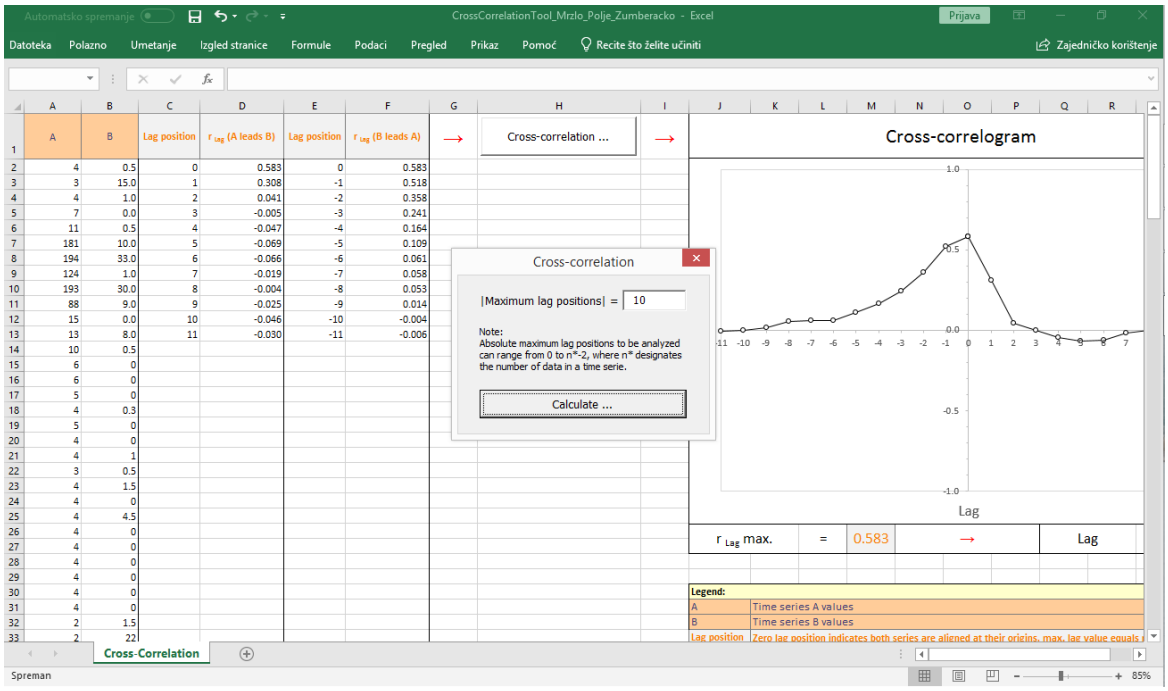
Za provedbu korelacijske i regresijske analize korišten je program Excel koji je dio paketa programa Microsoft Office 365 ProPlus, softverske tvrtke Microsoft. Microsoft Excel vodeći je program s proračunskim tablicama na tržištu te napredan alat za vizualizaciju i analizu podataka. Pomoću naredbe CORREL izračunat je koeficijent korelacije ***r***, a koeficijent determinacije $\boldsymbol{R^2}$ izračunat je naredbom REGGRESSION, skraćeno RSQ (**Slika 4-4**). Metoda kroskorelacije izvedena je pomoću namjenski izrađenog VBA programa CrossCorrelationTool_v1 (Posavec i dr., 2017). Kroskorelacija definira mjeru sličnosti dviju varijabli odnosno dvaju niza podataka, a sam program vrlo jednostavan za korištenje (**Slika 4-5**).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Kišomjerna postaja Mrzlo Polje Žumberačko									
2	Datum	Dnevna količina oborine (mm)	Protok Q (l/s)							
3	19.11.2018	0.5	4							
4	20.11.2018	15.0	3		Koeficijent korelacije r	0.58362				
5	21.11.2018	1.0	4		Koeficijent determinacije R^2	0.34061				
6	22.11.2018	0.0	7							
7	23.11.2018	0.5	11							
8	25.11.2018	10.0	181							
9	26.11.2018	33.0	194							
10	27.11.2018	1.0	124							
11	8.12.2018	30.0	193							
12	9.12.2018	9.0	88							
13	14.12.2018	0.0	15							
14	15.12.2018	8.0	13							
15	16.12.2018	0.5	10							
16	1.1.2019	0	6							
17	2.1.2019	0	6							
18	3.1.2019	0	5							
19	4.1.2019	0.3	4							
20	5.1.2019	0	5							

Korelacija i regresija MPŽ | Korelacija i regresija R

Slika 4-4 Zadavanje naredbe CORREL u programu Microsoft Excel, pri čemu *je varijabla A* - dnevna količina oborine (mm), a *varijabla B* - protok (l/s)

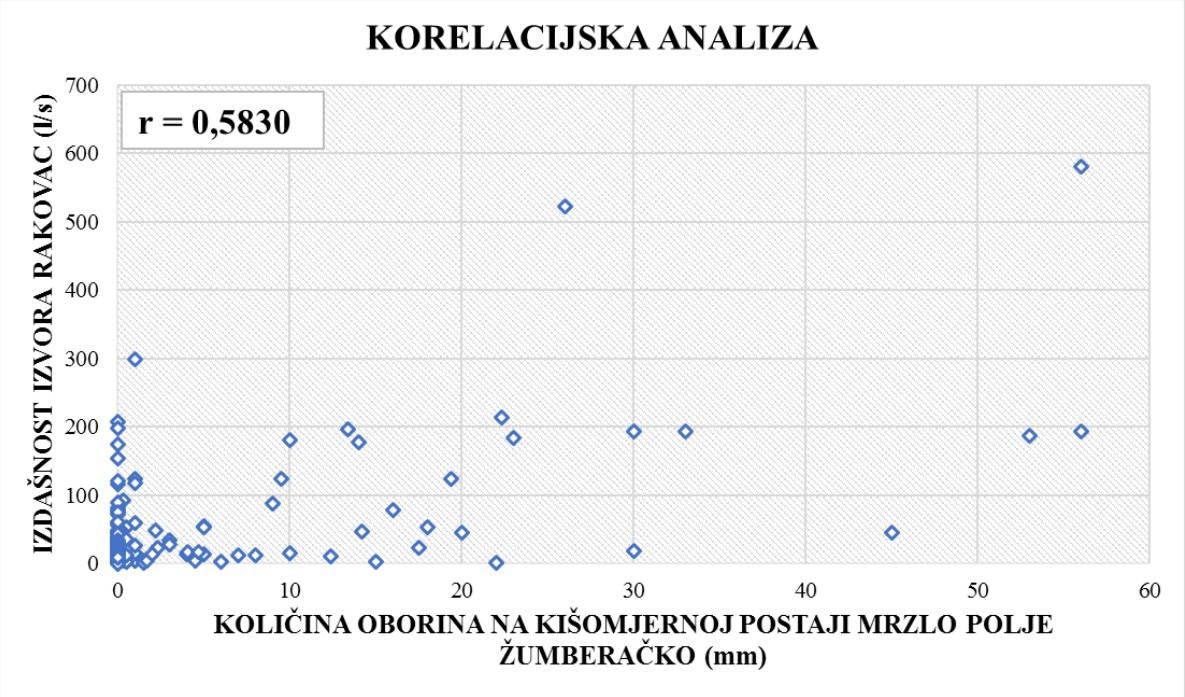


Slika 4-5 Prikaz Cross-correlation namjenskog VBA programa

5. IDENTIFIKACIJA UTJECAJA OBORINA NA ISTJECANJE NA IZVORU RAKOVAC – REZULTATI

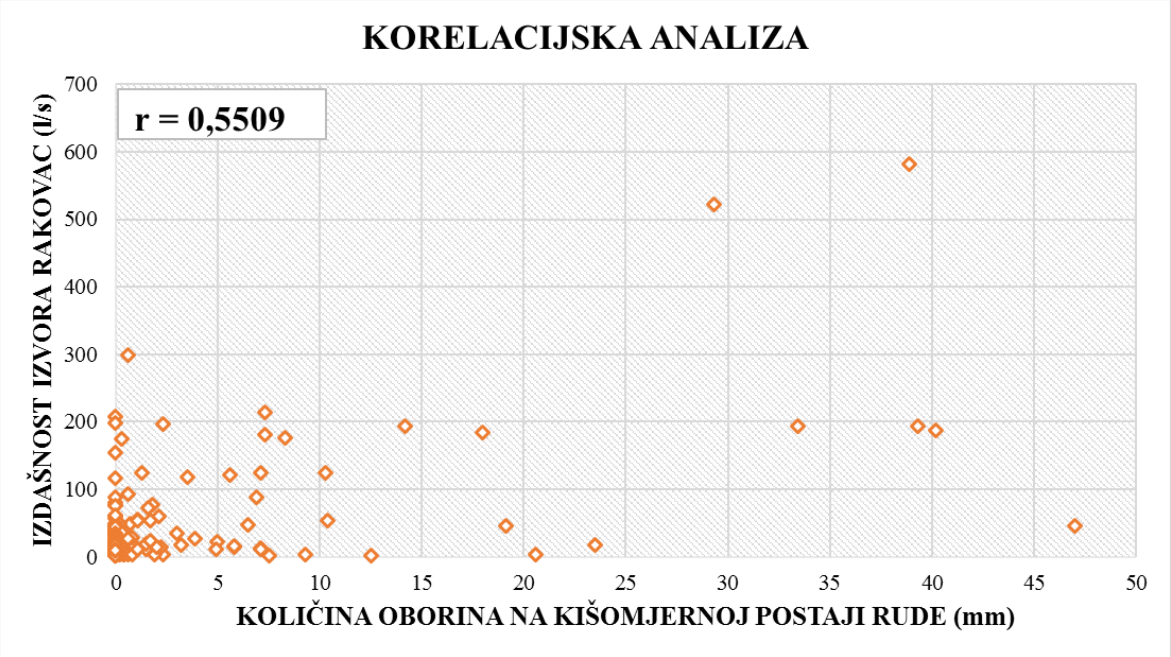
5.1. Rezultati obrade podataka metodom korelacije

Korelacijom izdašnosti izvora Rakovac i izmjerene količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko dobiven je koeficijent korelacije koji iznosi **0,5830**. Koeficijent korelacije ukazuje na pozitivnu, ali nepotpunu korelaciju (**Slika 3-1**) između povećanja izdašnosti izvora Rakovac pri većoj količini oborina izmjerenoj na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko (**Slika 5-1**).



Slika 5-1 Rezultati korelacijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko

Korelacijom izdašnosti izvora Rakovac i izmjerene količine oborina na kišomjernoj postaji Rude dobiven je koeficijent korelacije koji iznosi **0,5509**. Koeficijent korelacije ukazuje na pozitivnu, ali nepotpunu korelaciju (**Slika 3-1**) između povećanja izdašnosti izvora Rakovac pri većoj količini oborina izmjerenoj na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko (**Slika 5-2**).

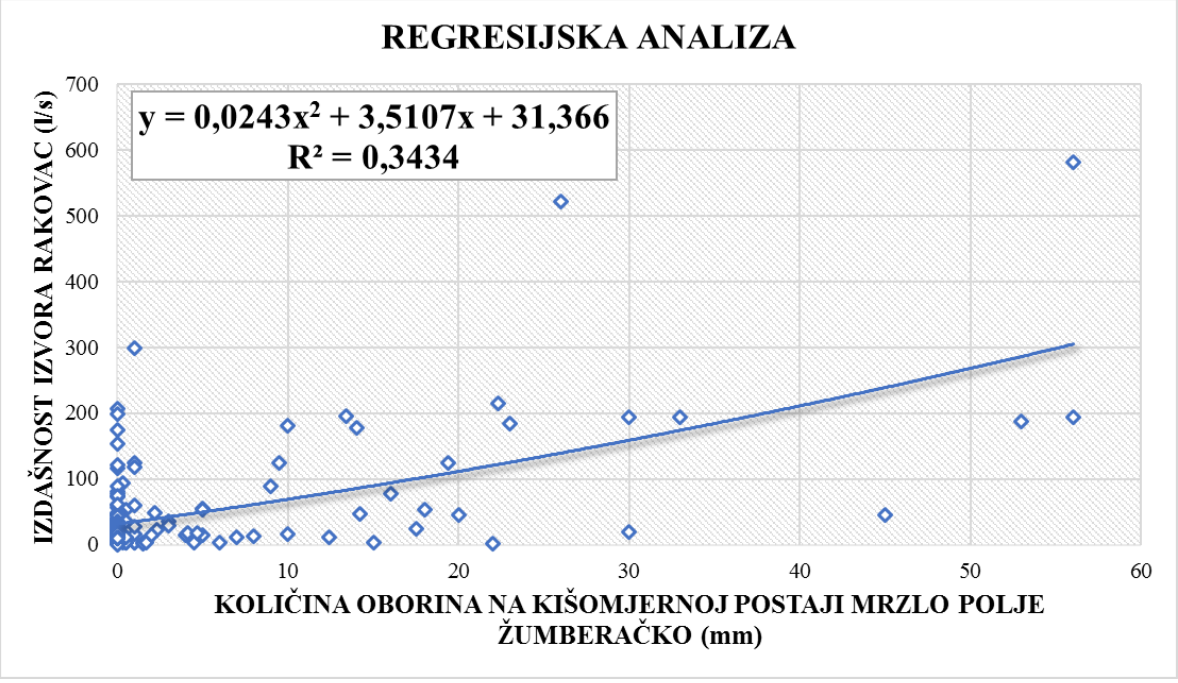


Slika 5-2 Rezultati korelacijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Rude

5.2. Rezultati obrade podataka dobiveni regresijskom analizom

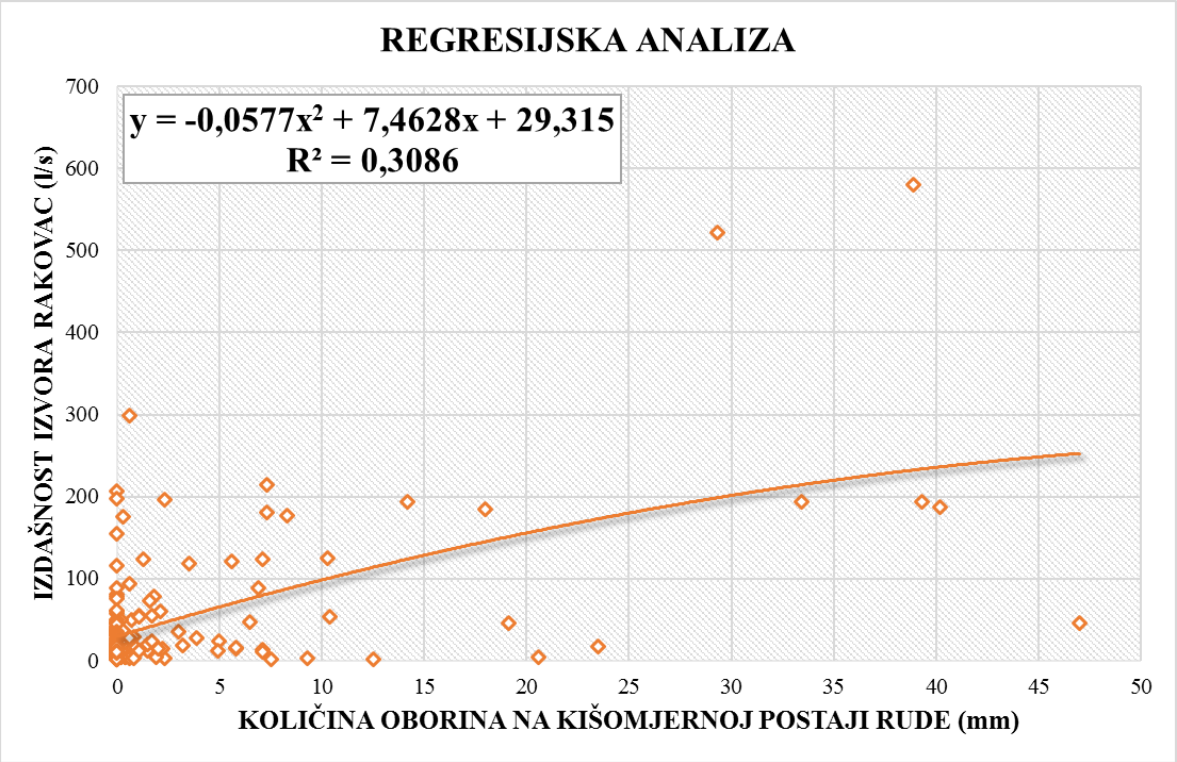
Metodom regresije obrađeni su podaci oborina koje su pale na područje s kišomjernih stanica (Mrzlo Polje Žumberačko i Rude) i izdašnosti izvora Rakovac, te su na temelju navedenih podataka dobivene jednadžbe pravaca. Pomoću tih jednadžbi moguće je prognozirati izdašnost izvora Rakovac u odnosu na količinu oborina koja padne na kišomjerne postaje Mrzlo Polje Žumberačko i Rude. Isto tako, dobiven je koeficijent determinacije $\boldsymbol{R^2}$ koji ukazuje na točnost prognoziranja izdašnosti izvora Rakovac.

Usporedbom izdašnosti izvora Rakovac i dobivenom količinom oborine na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko dobivena je kvadratna jednadžba pravca $\mathbf{y = 0{,}0247\ x^2 + 3{,}488\ x + 31{,}607}$, a koeficijent determinacije $\boldsymbol{R^2}$ iznosi **0,3428**. Niska vrijednost koeficijenta determinacije $\boldsymbol{R^2}$ ukazuje na slabiju mogućnost (**Tablica 3-1**) prognoziranja izdašnosti izvora Rakovac u odnosu na količinu oborine koja padne na priljevno područje (**Slika 5-3**).



Slika 5-3 Rezultati regresijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko

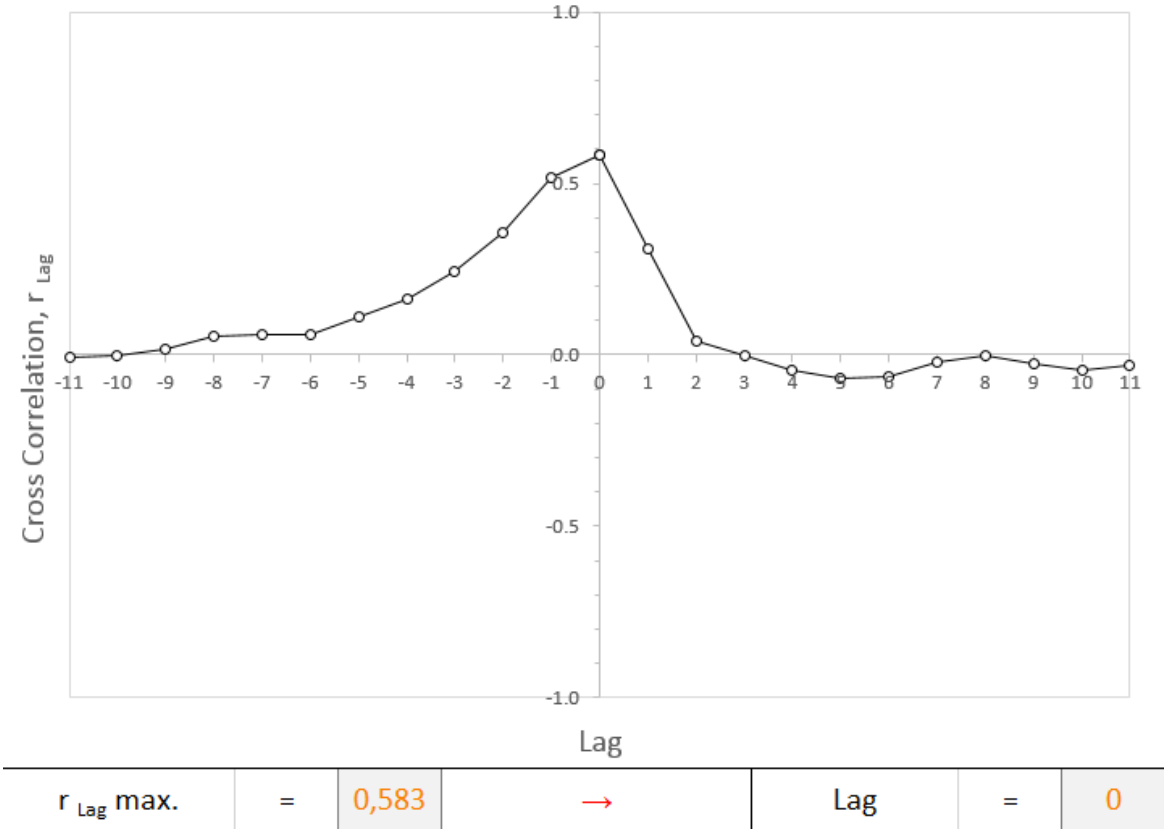
Usporedbom izdašnosti izvora Rakovac i dobivenom količinom oborine na kišomjernoj postaji Rude dobivena je kvadratna jednadžba pravca **y = -0,0577 x^2 + 7,4628 x + 28,315**, a koeficijent determinacije ***R^2*** iznosi **0,3086**. Niska vrijednost koeficijenta determinacije ***R^2*** ukazuje na slabiju mogućnost (**Tablica 3-1**) prognoziranja izdašnosti izvora Rakovac u odnosu na količinu oborine koja padne na priljevno područje (**Slika 5-4**).



Slika 5-4 Rezultati regresijske analize između izdašnosti izvora Rakovac i količine oborina na kišomjernoj postaji Rude

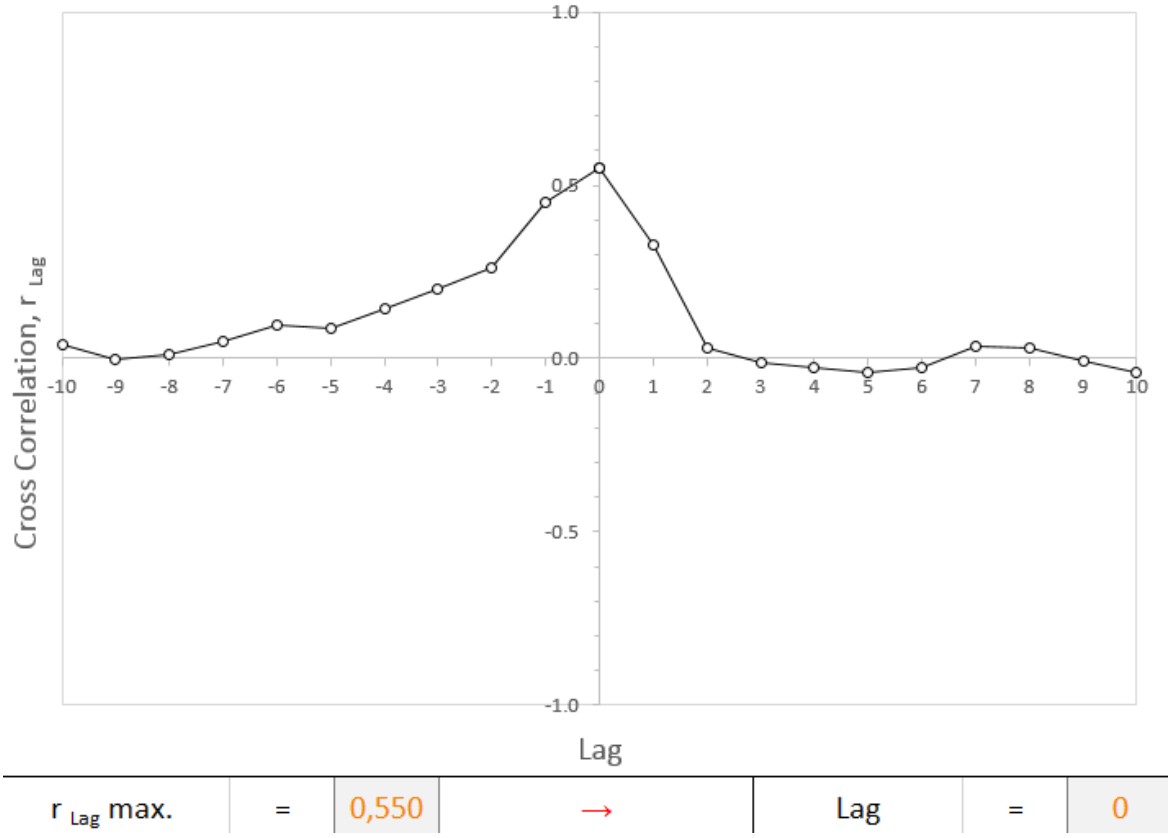
5.3. Rezultati obrade podataka dobiveni kroskorelacijskom analizom

Metoda kroskorelacije obavljena je u 10 vremenskih koraka odnosno 10 dana. Kroskorelacijska analiza pokazala je zaostajanje reakcije povećanja izdašnosti izvora Rakovac u odnosu na oborine s kišomjerne postaje Mrzlo Polje Žumberačko, tj. prijenos tlaka unutar jednog dana (**Slika 5-5**). Ovakav rezultat ukazuje da je reakcija izvora Rakovac na oborine vrlo brza. Međutim, kako nedostaju satni podaci oborina, odnosno oborine koje se dogode svakih sat vremena, nije bilo moguće odrediti satno zaostajanje reakcije izvora Rakovac na pale oborine.



Slika 5-5 Kroskorelogram ovisnosti izdašnosti izvora Rakovac o količini oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko

Analiza metodom kroskorelacije za postaju Rude također je obavljena u 10 vremenskih koraka odnosno 10 dana. Kroskorelacijska analiza pokazala je zaostajanje reakcije povećanja izdašnosti izvora Rakovac u odnosu na oborine sa postaje Rude, tj. prijenos tlaka unutar jednog dana (**Slika 5-6**). Ovakav rezultat ukazuje da reakcija izvora Rakovac na oborine je vrlo brza kao i u prethodnom slučaju. Satna zaostajanja također nije bilo moguće utvrditi zbog nedostatka satnih mjerenja oborina.



r Lag max.	=	0,550	→	Lag	=	0

Slika 5-6 Kroskorelogram ovisnosti izdašnosti izvora Rakovac o količini oborina na kišomjernoj postaji Rude

6. DISKUSIJA

Primjenom metoda korelacije, regresije i kroskorelacije dobiveni su vrlo različiti stupnjevi povezanosti oborina i istjecanja na izvoru, dakle utjecaja oborine na izvor Rakovac. U slučajevima korelacije i regresije dobivamo slabiju pozitivnu povezanost parametara dok kod kroskorelacije vidimo da je utjecaj oborina vrlo velik tj. reakcija izvora na pale oborine je vrlo brza i događa se unutar jednog dana.

Utjecaja oborina na istjecanje na izvoru ovisi o prostornoj raspodjeli oborina, propusnosti podloge (tla) na koju padne i intenzitetu same oborine. Kod prostorne raspodjele oborine promatra se da li je ista količina pala na svaki dio površine ili je na nekim dijelovima pala više ili na nekima uopće nije. Tako podaci o oborinama za određene kišomjerne stanice mogu biti relevantni samo za područja koja ih neposredno okružuju dok je njihova relevantnost za udaljenija područja upitna. Također, propusnost podloge na koju oborine padnu nije ista u svakom dijelu sliva. Oborine ne padaju uvijek istim intenzitetom, a mogu pasti visokim ili vrlo niskim intenzitetom. Ako padnu velikim intenzitetom moguće je da dominantno otječu površinski te se u manjoj mjeri infiltriraju u podzemlje. Ako padnu malim intenzitetom vjerojatnije je da će se značajnije količine oborine infiltrirati u podzemlje.

Iz navedenih razloga tj. nepoznavanja niza parametara, korelacija oborina i istjecanja na izvorima najčešće je statistički manje značajna, a što se potvrđuje i rezultatima korelacije ovog diplomskog rada.

Za daljnja istraživanja utjecaja oborina na izvor i utvrđivanja značajnije veze između oborina i istjecanja na izvorima, neophodno je instalirati više kišomjernih ili drugih postaja za mjerenje oborina na cijelom području sliva kako bi se veza mogla utvrditi što točnije i preciznije.

7. ZAKLJUČAK

Identifikacija utjecaja oborina na izdašnost izvora Rakovac opisana je trima statističkim metodama: korelacijom, regresijom i kroskorelacijom. Obrađeni su podaci u razdoblju od 15.11.2018. do 31.6.2019. godine.

Korelacijom izdašnosti izvora Rakovac i izmjerene količine oborina na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko dobiven je koeficijent korelacije koji iznosi **0,5830**, dok je korelacijom izdašnosti izvora Rakovac i izmjerene količine oborina na kišomjernoj postaji Rude dobiven koeficijent korelacije koji iznosi **0,5509**. Rezultati obrade podataka metodom korelacije pokazali su da utjecaj oborina sa navedenih kišomjernih postaja ukazuje na pozitivnu, ali nepotpunu korelaciju.

Usporedbom izdašnosti izvora Rakovac i dobivenom količinom oborine na kišomjernoj postaji Mrzlo Polje Žumberačko dobivena je kvadratna jednadžba pravca $\mathbf{y = 0{,}0247\ x^2 + 3{,}488\ x + 31{,}607}$, a koeficijent determinacije $\boldsymbol{R^2}$ iznosi **0,3428**, dok je usporedbom izdašnosti izvora Rakovac i dobivenom količinom oborine na kišomjernoj postaji Rude dobivena je kvadratna jednadžba pravca $\mathbf{y = -0{,}0577\ x^2 + 7{,}4628\ x + 28{,}315}$, a koeficijent determinacije $\boldsymbol{R^2}$ iznosi **0,3086**. Niske vrijednosti koeficijenta determinacije $\boldsymbol{R^2}$ ukazuju na slabiju mogućnost prognoziranja izdašnosti izvora Rakovac izmjerenim oborinama.

Metoda kroskorelacije obavljena je u 10 vremenskih koraka odnosno 10 dana. Kroskorelacijska analiza pokazala je zaostajanje reakcije povećanja izdašnosti izvora Rakovac u odnosu na oborine sa kišomjerne postaje Mrzlo Polje Žumberačko i Rude, tj. prijenos tlaka unutar jednog dana. Ovakvi rezultati ukazuju da je reakcija izvora Rakovac na oborine vrlo brza.

Zbog nedostatka podataka o satnim mjerenjima oborina, optimalno svakih sat vremena, nije bilo moguće odrediti satna zaostajanja reakcije izvora Rakovac na pale oborine.

8. LITERATURA

BEDENIKOVIĆ, T. (2017): Identifikacija hidrauličke veze rijeke Odre i podzemnih voda istočnog dijela zagrebačkog vodonosnika. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, str. 23.

BRKIĆ, Ž., KUHTA, M., SINGER, D. (2002): Geološka i hidrogeološka osnova Parka prirode "Žumberak-Samoborsko gorje". Fond stručne dokumentacije Parka prirode "Žumberak-Samoborsko gorje", Slani dol. Neobjavljeni rad.

BUZJAK, N. (2002): Speleološke pojave u parku prirode "Žumberak - Samoborsko gorje". Geoadria, Vol 7/1 (2002), str. 31-49.

DAVIS, J.C. (2002): Statistics and Data Analysis in Geology, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York, str. 638.

GULIĆ, A. (2018): Korelacijsko, kroskorelacijsko i regresijsko modeliranje interakcije oborina i razina podzemne vode na području jugoistočnog djela zagrebačkog vodonosnika. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, str. 19; 36-37.

JUKIĆ, D; DENIĆ-JUKIĆ, V. (2014): Investigating relationships between rainfall and karst-spring discharge by higher-order partial correlation functions. Journal of Hydrology, 530 (2015), str. 24-36.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. (2003): Applied Statistics and Probability for Engineers, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York, str. 706.

PAVLIĆ, K.; PARLOV, J. (2019): Cross-Correlation and Cross-Spectral Analysis of the Hydrographs in the Northern Part of the Dinaric Karst of Croatia. Geosciences 2019, 9, 86.

POSAVEC, K.; ŠKUDAR, S. (2016): Korelacijsko, regresijsko i kros-korelacijsko modeliranje vremenskih podataka u hidrogeologiji. U: 1. Hrvatski znanstveni skup iz geomatematike i nazivlja u geologiji: zbornik recenziranih radova i sažetaka, Zagreb: RGN fakultet, 2016, str. 75-90.

POSAVEC, K., VUKOJEVIĆ, P., RATKAJ, M. AND BEDENIKOVIĆ, T. (2017.): Cross-correlation Modelling of Surface Water – Groundwater Interaction Using Excel Spreadsheet Application, Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 32 (2017), 1, 25-32.

RATKAJ, M. (2014): Identifikacija utjecaja vodostaja rijeka Save na vodostaj jezera Jarun. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, str. 20-21.

ŠIKIĆ, K., BASCH, O. i ŠIMUNIĆ, A. (1972): Osnovna geološka karta, M 1:100 000, List Zagreb. Institut za geološka istraživanja, Zagreb.

ŠIKIĆ K., BASCH O., ŠIMUNIĆ A. (1979): Tumač osnovne geološke karte 1:100.000 list Zagreb L 33−80. Institut za geološka istraživanja Zagreb , Savezni geološki zavod, Beograd.

VUJNOVIĆ, T. (2010): Hidrogeološke značajke parka prirode Žumberak - Samoborsko gorje. Doktorski rad. Sveučilište u Zagrebu. Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

VUKOJEVIĆ, P. (2010): Identifikacija utjecaja vodostaja Dunava i Drave na vodostaj jezera Sakadaš. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, str. 23.

WEB - STRANICE:

http://www.znanostblog.com/korelacije/ (2.4.2019.)

KORIŠTENI SOFTVERI:

ESRI INDUSTRIES (2012): ArcMap, Verzija 10.1, računalni program, https://www.esri.com/news/arcnews/spring12articles/introducing-arcgis-101.html, (28.8.2019)

MICROSOFT (2018): Microsoft Excel, Verzija 1808, računalni program, https://docs.microsoft.com/en-us/officeupdates/monthly-channel-2018#version-1808-september-5, (28.8.2019)