

Matematička kreativnost u razrednoj nastavi i koliko ju prepoznavamo

Klinčić, Katarina

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Teacher Education in Rijeka / Sveučilište u Rijeci, Učiteljski fakultet u Rijeci**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:189:345623>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-24**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Teacher Education - FTERI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI
UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI

Katarina Klinčić

**Matematička kreativnost u razrednoj nastavi i koliko ju
prepoznajemo**

DIPLOMSKI RAD

Rijeka, 2018.

SVEUČILIŠTE U RIJECI

UČTELJSKI FAKULTET U RIJECI

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni učiteljski studij

**Matematička kreativnost u razrednoj nastavi i koliko ju
prepoznajemo**

DIPLOMSKI RAD

Predmet: Metodika matematke

Mentor: v.pred.dr.sc. Neva Slani

Student: Katarina Klinčić

Matični broj: 0299007289

U Rijeci, srpanj, 2018.

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

„Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da sam diplomski rad izradila samostalno, uz preporuke i savjetovanje s mentorom. U izradi rada pridržavala sam se Uputa za izradu diplomskog rada i poštivala odredbe Etičkog kodeksa za studente/studentice Sveučilišta u Rijeci o akademskom poštenju.“

Potpis studentice:

ZAHVALA

*“Devet desetina mudrosti je zahvalnost. Idi nađi nečiju ruku i stisni je,
dok još ima vremena.”*

— D. Dauten

Želim se zahvaliti i stisnuti ruku svim ljudima koji su mi bili podrška, svima koji su me motivirali i svima koji su imali strpljenja.

Prije svega želim zahvaliti novim i starim prijateljima koji su bili uz mene tijekom mog studiranja i koji me guraju naprijed u životu.

Posebno zahvaljujem cijeloj obitelji koja nije previše pitala tijekom pisanja diplomskog rada, a uvijek je bila tu.

Hvala Vam!

SAŽETAK

Ono što povezuje znanstvena otkrića i poetsku inspiraciju jest činjenica da su nedostižne bez kreativnosti. Kreativnost se u današnje vrijeme ne cijeni dovoljno iako je nužna pa se niti u obrazovanju ne potiče u dovoljnoj mjeri te je zanemarena.

U radu su prikazani rezultati istraživanja pilot-testom kreiranim za ovaj diplomski rad. Istraživanje matematičke kreativnosti provedeno je na uzorku od 58 ispitanika, učenika tri razreda Osnovne škola Vežica.

Cilj i motiv za ovo istraživanje bio je utvrditi može li se matematička kreativnost mjeriti te koliko ju učitelji prepoznaju. Dobiveni rezultati ukazuju na razlike među učenicima u razredu, ali i razlike između razreda te u samom pristupu učiteljica pri ocjenjivanju i procjenjivanju učenika.

Ključne riječi: kreativnost, darovitost, matematička kreativnost

SUMMARY

What links scientific discoveries and poetic inspiration is the fact that we can not live without creativity. Creativity is not appreciated enough nowadays although it is indispensable, so it is not encouraged enough in education and it is neglected.

The paper presents the results of a pilot test created for this Master thesis. The study of mathematical creativity was conducted on a total of 58 respondents, pupils of three grades of elementary school Vežica.

The aim and motivation for this research was to determine whether mathematical creativity can be measured and how much do teachers recognize it. The obtained results point the differences among students in the classroom, but also the differences between the grades and the teacher's approach to grading and assessing students.

Key words: creativity, giftedness, mathematical creativity

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. DAROVITOST, TALENT I KREATIVNOST.....	2
3. DAROVITOST, TALENT I KREATIVNOST U MATEMATICI	8
4. CILJEVI, ZADACI I HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA	13
5. METODA.....	16
5.1. Ispitanici.....	16
5.2. Mjerni instrument.....	16
5.3. Postupak	17
5.4. Obrada podataka.....	17
6. REZULTATI I RASPRAVA	18
6.1. Uspješnost testova.....	18
6.2. Usporedba zadataka kroz razrede.....	22
6.3. Procjena učenika	23
6.4. Ocjene učenika	26
6.5. Tipovi zadataka	29
7. ZAKLJUČAK.....	31
8. LITERATURA	32
9. PRILOZI.....	34

1. UVOD

Razvijanjem djetetove kreativnosti dozvoljavamo mu da uči iz vlastitog iskustva. Djeca uče kroz sadržaje koji su za njega motivirajući te prema kojima ono pokazuje značajan interes. Takve sadržaje treba poticati na kreativan način kroz odgoj i obrazovanje. Odgoj i obrazovanje, odnosno škola i učitelji važan su čimbenik u razvoju djetetove osobnosti pa je tako izuzetno važno graditi učenike da budu kreativni pojedinci u društvu. Kada je nastava fokusirana na sadržaj usmjeren na razvoj osobe, a ne isključivo na nastavno gradivo tada dolazi dorazvijanja kreativnosti, darovitosti i talenta.

Kreativnost u matematici podrazumijeva stvaranje novoga od postojećih elemenata i unutar zadanog okvira, otkrivanje veza koje drugi nisu prepoznali, neočekivanu primjenu jednog rezultata na naizgled udaljeni problem. Ovakva priroda matematičke kreativnosti posljedica je same prirode matematike koja u pravilu nije divergentnog karaktera već traži konvergentno razmišljanje.

Ovim diplomskim radom prikazuju se rezultati istraživanja kojim se željelo utvrditi može li se mjeriti kreativnost u nastavi matematike, odnosno može li se mjeriti sama matematička kreativnosti. U radu je korišten pilot-test matematičke kreativnosti kreiran od strane autorice ovog diplomskog rada uz pomoć mentorice.

2. DAROVITOST, TALENT I KREATIVNOST

Pojmovi darovitost, talent i kreativnost nisu istoznačnice, a njihovo razlikovanje u identificiranju može poboljšati kvalitetu rada s djecom u odgojnom i obrazovnom procesu i iskorištavanju njihovih potencijala (Huzjak, 2006).

Jedna od mnogobrojnih definicija darovitosti navodi: „Darovitost je sklop osobina koje omogućuju pojedincu da dosljedno postiže izrazito iznadprosječan uradak u jednoj ili više aktivnosti kojima se bavi“ (Cvetković Lay, Sekulić Majurec, 2008 prema Koren, 1989, str. 15).

Autorica Ellen Winner (2005) izraz darovitost koristi kako bi opisala djecu s tri obilježja, a to su: „1. *prijevremena razvijenost* (brže napreduju od prosječne djece); 2. *inzistiranje da „sviraju po svom“* (viša kvaliteta postignuća, drugačiji putovi učenja, samostalnost i samopouzdanje) i 3. *žar za svladavanjem* (visoka motiviranost, opsesivan interes)“. Ta tri načina kvalitativno razlikuju darovitu djecu od one prosječne koja su vrijedna i motivirana za marljiv rad. Autorica Cvetković Lay (2002) iznosi kako „obična“ djeca koja su disciplinirana i koja napornim radom u određenom području postižu zavidnu razinu sposobnosti to nikad ne bi postigla bez podrške odraslih te nikad neće postići onoliko koliko djeca rođena s nebičnom usklađenošću umova i posebnog područja interesa i darovitosti. Također spominje znanstveno dokazanu činjenicu kako su darovita djeca rođena s atipičnim mozgovima i da je darovitost proizvod genetike i utjecaja hormona tijekom trudnoće. Postoje dva mita u problematici podrijetla darovitosti. „Općenarodna“ psihologija smatra kako je darovitost u potpunosti urođena dok s druge strane psiholozi smatraju kako je darovitost u cijelosti proizvod okoline. Iako su znanstvenici dokazali očitu važnost napornog rada, njihova otkrića nisu uspjela isključiti ulogu urođene sposobnosti (Winner, 2005).

Prvi koji je sustavno istraživao darovitost bio je američki psiholog Lewis Terman. Terman je 1921. godine započeo istraživanje koje je uključivalo tisuću i petsto djece rođene između 1903. i 1917. te koje je pratio tijekom života. Došao je do procjene kako populacija sadrži svega 1% nadarenih pojedinaca, stavljajući naglasak na inteligenciju (IQ). Koristio je Stanfor-Binet test inteligencije koji procjenjuje

verbalne, logičke, matematičke i prostorne sposobnosti. Prosječna inteligencija koja se dobiva ovim testom iznosi između 90 i 109 bodova, a Termanovi ispitanici varirali su od 135 do 196, s prosjekom oko 150.

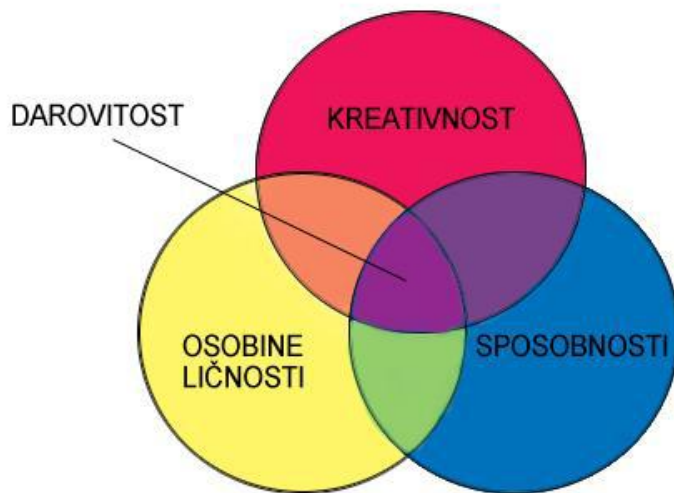
Analizama iz 1983. A. J. Tannenbaum sastavlja „teoriju zvijezde“ gdje darovitost ovisi o pet karakteristika vezanih uz pojedinca: općoj sposobnosti odnosno inteligenciji, posebnim sposobnostima, potpornim osobinama, potpori okoline i slučaju (šansi). Svaka od tih osobina promijenjiva je uvremenu. Kreativnost ovdje nije uvjet darovitosti. Ovakvim modelom Tannenbaum procjenjuje na 10% nadarenih od ukupne populacije.

„Kreativnošću kao elementom darovitosti i kao jednom od misaonih sposobnosti bavio se J. P. Guilford 1950. uvodeći pojam divergentnog mišljenja (nasuprot konvergentnom, logičkom mišljenju) čije su osobine redefinicija, osjetljivost za probleme, fluentnost, originalnost, elaboracija i fleksibilnost. Pojedinaac za kreativnost mora posjedovati bogat fond znanja iz kojeg traži nove strategije za rješavanje problema“ (Huzjak, 2006., str. 233).

J. S. Renzulli od 1978. g. razlikuje školsku nadarenost (visoki IQ, uspješnost rješavanja zadataka i reproduciranja znanja) i produktivno-kreativnu nadarenost (sposobnost primjene znanja u životnim zadacima; poistovjećuje nadarenost i kreativnost). Ukupan broj takvih nadarenih pojedinaca procjenjuje na 30% nadarenih (Huzjak, 2006).

U svojoj troprstenoj definiciji darovitosti Renzulli (1978) je identificirao tri glavne domene darovitosti - iznadprosječno razvijene sposobnosti, kreativnosti i osobine ličnosti, posebno specifičnu motivaciju za rad (Cvetković-Lay, Sekulić-Majurec, 2008., prema Renzulli i Reis, 1985).

Slika 1: Troprstenasta definicija darovitosti prema Renzulli i Reis (1985.)



Darovitost i talentiranost su riječi koje se često koriste kao sinonimi iako su neki autori talentiranost povezali s ne-intelektualnim sposobnostima odnosno kao niži pojam u odnosu na darovitost, dok su darovitost povezali s intelektualnim sposobnostima. Predrasuda koja se najčešće spominje po pitanju darovitosti i talentiranosti jest ta da su darovita djeca ona djeca koja imaju visoke sposobnosti u akademskom području odnosno visoka školska postignuća, a djeca sa visokim sposobnostima u umjetnosti su talentirana (Cvetković Lay, 2002). „Talentiran je riječ koja dolazi iz grčkog jezika – *talanton*, odnosno latinskog jezika – *talentum*, a izvorno znači mjeru, pa zdjelicu kojom se mjeri, pa zlatan novac. Onaj koji je imao talenta bio je osoba s mjerom, s osjećajem za (zajedničku) mjeru i kao takav (duhovno) bogat“ (Huzjak, 2006., str. 232).

Autorica Čudina-Obradović (1990) opisuje talent kao područno-specifičnu nadarenost (darovitost) te tako u skladu sa suvremenim određenjima nadarenost odnosno darovitost izražava kao „glazbeni talent“, „matematički talent“ i slično.

Gagné smatra kako postoji pet područja ljudske aktivnosti: akademsko, tehničko, umjetničko, međuljudski odnosi i atletsko. On je razvio shemu uzajamnog utjecaja urođenih sposobnosti i stečenih vještina pa se tako svaki talent izražava određenim

profilom urođenih sposobnosti, ali i svaka urođena sposobnost može pridonijeti lakšem i bržem razvoju određenih talenata (Cvetković Lay, 2002).

Ono što povezuje znanstvena otkrića i poetsku inspiraciju jest činjenica da su nedostižne bez kreativnosti. Analiza je bitna za dekonstruiranje onoga što je pred nama, ali sinteza će omogućiti stvaranje veza koje stvaraju novu smislenost. Da bismo bili kreativni trebamo temeljna znanja u određenoj domeni koja tada rastavljamo i sastavljamo u novu sintezu, transformirajući poznate činjenice kako bismo stvorili nešto novo (Fosters, 2014). Kreativnost postoji u svim ljudima, u životinjama, čak i insektima. Svi imaju moć i snagu da stvaraju nešto novo iz nečeg starog (Fosters, 2014 prema Viola, 2014).

Kreativnost je sposobnost koja može, ali i ne mora biti osobina darovitog pojedinca. Pojam kreativnosti obilježen je dvojbama pri shvaćanju i definiranju pojma, ali ipak, kao osobine kreativnosti uzimaju se dva elementa:

1. kreativni pojedinac *uočava*, odnosno vidi, doživljava, kombinira stvari i pojave na nov, svjež, neuobičajen način;
2. kreativni pojedinac *proizvodi* nove, neuobičajene, drugačije ideje i djela (Huzjak, 2004).

Među novijim pregledima definicija kreativnosti provedenih od strane Runca i Jaegera (2012) predloženo je da standardna definicija kreativnosti zahtijeva samo dva kriterija, originalnost i efektivnost, s time da je efektivnost definirana vrijednošću dodijeljenom proizvodu unutar određenog polja (Martin, Wilson, 2014).

U pokušajima rasvjetljavanja pojma kreativnosti, načinjena je i podjela na kreativnost s „velikim K“ i s „malim k“. Tako neki od teoretičara smatraju da: „*kreativna*“ (malo *k*) su ona djeca koja samostalno otkrivaju pravila i tehničke vještine određenog područja, uz minimalno vodstvo odraslih i izmišljaju neobične strategije za rješavanje problema. Kada govorimo o '*Kreativnosti*' (veliko *K*), tada podrazumijevamo istezanje, mijenjanje ili čak transformiranje područja (Winner, 2005). Irving Taylor je taj model interpretirao ovako: “Ako dijete povlači crte po papiru, ono nije stvorilo društveno vrijedan produkt, ali je ipak nešto stvorilo.”

„Taylor je kreativnost razvrstao u pet stupnjeva:

1. kreativnost spontane aktivnosti (1 – 6 g.);
2. kreativnost usmjerene aktivnosti (7 – 10 g.);
3. kreativnost invencije (11 – 15 g.);
4. kreativnost inovacije (16 – 17 g.);
5. kreativnost stvaranja (18+).“

(Huzjak, 2004., prema Taylor, str. 236.)

Dakle, prva četiri stupnja prema Tayloru su za malo *k*, a zadnji za veliko *K*. Darovite osobe koje nisu *Kreativne*, u odrasloj dobi postaju stručnjaci. Stručnost nije isto što i kreativnost stoga što stručnjaci ostvaruju visoke rezultate unutar svojeg područja, ali samo kreativne osobe mijenjaju to područje.

Iz svega ovog ranije navedenog može se zaključiti sljedeće: kreativnost je nešto što se može manifestirati prilikom svakog stvaranja kreativnog djela bilo da se radi o umjetničkom djelu ili pak znanstveno utvrđenoj hipotezi, no svima je zajedničko to da je istovremeno originalno i korisno (Huzjak, 2004).

U literaturi o kreativnosti mogu se pronaći brojne definicije. Craft (2002) je koristio izraz „*life wide creativity*“ (kreativnost za cijeli život) kako bi opisao brojne kontekste svakodnevnog života u kojima se manifestira fenomen kreativnosti (Srirman, 2005 prema Craft, 2002).

Drugi pak opisuju kreativnost kao prirodni opstanak ili prilagodljivost ljudi u okruženju koje se neprestano mijenja (Srirman, 2005 prema Gruber, Ripple, 1989). Craft je također istaknuo da je bitno razlikovati svakodnevnu kreativnost kao što je improvizacija na receptu od izvanredne kreativnosti koja uzrokuje pomake paradigme u određenom tijelu znanja. Opće je prihvaćeno da rad izvanredne kreativnosti mogu suditi samo stručnjaci unutar određene domene znanja (Srirman, 2005 prema Csikszentmihalyi, 1988, 2000 i Craft, 2003). Na primjer, sugerirao je Weisberg da kreativnost podrazumijeva korištenje običnih kognitivnih procesa i

rezultata u izvornim i izvanrednim proizvodima. Plucker i Beghetto ponudili su definiciju kreativnosti na temelju istraživanju i sintezi brojnih empirijskih studija. Definirali su kreativnost kao međusobno djelovanje sposobnosti i procesa koje pojedinac ili skupina dolazi do ishoda ili proizvoda koji je i nov i koristan (Srirman, 2005 prema Plucker, Beghetto, 2004).

3. DAROVITOST, TALENT I KREATIVNOST U MATEMATICI

Kako bismo definirali matematičku darovitost i talent, a ne na način da pojmove „darovitost“ i „talent“ puko suzimo s „matematički“, krenut ćemo od Gardnera (1983) i njegovih višestrukih inteligencija. Gardner zaključuje kako se na temelju niza dokaza o međusobno nezavisnih neuroloških i fizioloških funkcija mozga može govoriti o postojanju biološke, neurološke osnove za razvoj sedam specifičnih ljudskih sposobnosti. To su:

- Verbalno-lingvistička inteligencija;
- Matematičko-logička inteligencija;
- Glazbeno-ritmička inteligencija;
- Tjelesno-kinestetička inteligencija;
- Prostorna (vizualno-spacijalna) inteligencija;
- Intrapersonalna (intuitivna) inteligencija;
- Interpersonalna (društvena) inteligencija.

(Čudina-Obradović, 1990, Cvetković Lay, Sekulić Majurec, 2008 prema Gardner, 1983).

Autor smatra da svaki pojedinac posjeduje jedinstvenu mješavinu svih sedam inteligencija te kako se pojedine od njih razvijaju različitim intenzitetom. Kada se kod osobe jedna od inteligencija javlja u značajno većem intenzitetu ona će biti darovita u tom području.

Matematičko-logička inteligencija obuhvaća vještine apstraktnog mišljenja i rješavanja problema pa će tako osobe s izraženijim sposobnostima u ovom području lakše i brže manipulirati količinama i brojevima te apstraktnim zamislima (Cvetković Lay, Sekulić Majurec, 2008).

Je li matematička darovitost predispozicija za matematičku kreativnost? Znači li to da ako je osoba identificirana kao matematički darovita da ona koristi kreativni pristup u matematici?

Sa sigurnošću možemo reći kako su „profesionalni“ matematičari daroviti ako uzmemo u obzir činjenicu da imaju dokorate u tom području te da su aktivni u daljnjim istraživanjima. Ali, čak i na toj razini samo je nekolicina profesionalnih matematičara klasificirana kao „istinski kreativna“ (Srirman, 2005 prema Usiskin, 2000).

Usiskinovo (2000) istraživanje „osmokatne hijerarhije“ može razjasniti razinu darovitosti i kreativnosti u matematičarima. Autor je osmislio ovu skalu od nulte razine (*Level 0*) do sedme razine (*Level 7*) kako bi klasificirao matematički talent. Razina nula (*no talent*) predstavlja osobe koje znaju vrlo malo matematiku, a razina jedan (*culture level*) predstavlja osobe s osnovnim znanjem matematike dovoljnim za funkcioniranje u društvu te je njihovo znanje matematike na razini osnovne škole. Jasno je kako velik broj populacije spada u te prve dvije razine. Profesionalni (daroviti) matematičari nalaze se na razini pet, dok se kreativni matematičari nalaze na razini šest i sedam. Stoga autor zaključuje kako matematička kreativnost podrazumijeva darovitost, ali da obrnuto nije nužno istina (Srirman, 2005 prema Usiskin, 2000).

Većina postojećih definicija matematičke kreativnosti u literaturi su nejasne ili nepristupačne što se može pripisati poteškoćama u opisivanju tako kompleksnog pojma. Na primjer, matematička kreativnost definirana je kao sposobnost diskriminacije ili izbora (Hadamard, 1945; Poincaré, 1948), razlikovanja između prihvatljivih i neprihvatljivih obrazaca (Birkhoff, 1969) i angažiranosti u donošenju nealgoritamskih odluka (Ervynck, 1991)(Srirman 2005).

Hadamard, sam vrhunski matematičar, želio je sebi razjasniti matematičku kreativnost, način i psihološku pozadinu dolaska do matematičke spoznaje, uhvatiti trenutak matematičke iluminacije. Pritom preispituje sva psihološka istraživanja na tu temu iz njegovog vremena, odgovarajući na njih iz perspektive vlastite prakse, i djelimice ih osporavajući iz razloga što su spomenuta istraživanja nastala na temelju ispitivanja matematičari, koji po Hadamardu nisu vrhunski (nisu Kreativni, nisu nivoa 7). Nažalost, vrhunski matematičari nisu bili skloni „gubiti vrijeme“ na odgovaranje psiholozima, te su se osim Hadamarda ovakvim pitanjima u to vrijeme od eminentnih matematičara bavili samo Poincaré i Boltzmann. Prema

svjedočenjima navedene trojice, trenutak matematičkog otkrića (kojeg Hadamard ciljano naziva izumom, a ne otkrićem) dolazi spontano, neočekivano, uz karakterističan osjećaj savršene sigurnosti. Naravno, tom trenutku prethode dani, mjeseci, nekad i godine mukotrpnog probijanja kroz problem, sagledavanja istog sa svih strana, razmišljanje kroz prizme drugih, neočekivanih

No, Hadamard navodi razne primjere takvih iluminacija u drugim područjima znanosti, pa tako daje navode eminentnih fizičara kao što je Langevin, kemičara kao što je Oswald, ali i umjetnosti i glazbenika i pjesnika, kao što su Mozart, Lamartine, Valéry, Housman.

U potpunosti isključuje mogućnost slučajnog otkrića. Tvrdi da je matematičko otkriće sadržano u sljedećim koracima:

1. Kombinacija ideja – sagledavanje svih mogućnosti, konteksta, vrijednih hipoteza i to u najširoj količini i broju. S obzirom na prihvaćene definicije, već sam dolazak do tog mora ideja akt je kreativnosti
2. Odabir – „prepoznavanje“ prave od svih mogućih ideja.

Pritom je odabir vođen, između ostalog, estetskim pravilima, kako navode Poincaré, a i mnogi drugi znanstvenici kao što je primjerice Einstein. Prirodni zakoni i matematičke formulacije najjednostavniji su i najljepši mogući. Važni trenutak pri inkubaciji ideja je i odsustvo interferencije, odnosno „zaborav“ nebitnih informacija i hipoteza, krivih smjernica.

Sinteza brojnih definicija kreativnosti dovodi do prihvatljivije definicije i na profesionalnoj i na školskoj razini. Na profesionalnoj razini matematička kreativnost može se definirati kao: a) sposobnost stvaranja izvornog rada koji značajno proširuje znaje i/ili b) sposobnost otvaranja novih pitanja za druge matematičare. S druge strane, matematička kreativnost na školskoj razini definira se kao: a) proces koji rezultira u neobičnim (novim) i/ili oštroumnim, bistrim rješenjima na dan problem i/ili b) sposobnost formuliranja novih pitanja i/ili mogućnosti da se stari problem sagleda iz drugog kuta (Srirman, 2005 prema Einstein & Inheld, 1938; Kuhn, 1962).

Razni znanstveni članci i istraživanja vezana uz matematičku darovitost i kreativnost mogu se rezimirati sljedećom rečenicom: bit matematike jest u kreativnom razmišljanju – a ne pukom dolasku do točnog rješenja (npr. Dreyfuss i Eisenberg, 1966; Ginsburg, 1996). Uobičajeni način podučavanja matematike koji je usmjeren na primjenu „pravila“ bilo kojeg oblika bez posebnog razmatranja samog problema nije odgovarajući za razvoj matematičke kreativnosti. Fleksibilno rješavanje problema je za takvu nastavu nedostižan cilj, jer je za to potrebno više od činjeničnog znanja (eng. *knowledge of*). Već George Polya, također eminentni matematičar, u svojim antologijskim knjigama *Kako riješiti matematički zadatak* (*How to Solve it*, 1945) i *Matematičko otkriće* (*Mathematical Discovery: on Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*) definira matematičko znanje kao kombinaciju informacija i *know-how*. Tim ne misli samo na činjenično i proceduralno znanje, već zahtjeva duboki uvid u matematičke koncepte i njihovu primjenu. Pronalazak problema je jednako važan kao i pronalazak rješenja, a također je zanemaren u nastavnoj praksi (Kilpatrick, 1987).

U tom svjetlu je pozitivan pomak nastao u našim nacionalnim kurikulumima stavljanjem naglaska na matematičke koncepte (brojevi, oblik i prostor, mjerenje, algebra i funkcije, podaci i infinitezimalni račun) i njihovo razumijevanje te matematičke procese. No, traži se još puno pomaka kako bi nastava bila usmjerena na razvoj kreativnosti, kako u metodičkom osmišljavanju nastave i primjeni pedagoških paradigmi, tako u samom promišljanju nastavnog gradiva i njegovog metodičkog oblikovanja te učeničkih aktivnosti. Sve to zahtijevalo bi i sasvim drugačija nastavna sredstva.

Proces kreativnog razmišljanja može se uvježbavati u učionici tijekom učenja (Hoyt, 2002). Autor Christos (2017) daje prijedlog kako graditi kreativnost u nastavi matematike. Predlaže sljedeće korake:

- postavljanjem primjerenog pitanja
- oblikovanjem i preoblikovanjem problema
- mijenjanjem pretpostavki tijekom rješavanja problema

- produživanjem matematičkog problema
- kombiniranjem i povezivanjem matematičkih ideja
- predstavljanjem ideja i mjenjanjem perspektive razumijevanja

4. CILJEVI, ZADACI I HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA

Ovaj rad u najvećoj je mjeri potaknut istraživanjima kreativnosti u jezično - literarnoj, grafičko - slikovnoj, znanstveno - istraživačkoj, socijalno – interpersonalnoj, matematičkoj, tjelesno – kinestetskoj i glazbenoj domeni koje su razvili Todd Lubart, Maud Besançon i Baptiste Barbot (Lončarić, 2018). Fokus tog znanstvenog tima i prije svega upravo Todda Lubarta u najvećoj je mjeri divergentno razmišljanje te kreativnost koja se očituje u takvom načinu razmišljanja, čemu su onda podređeni i testovi.

U trenutku nastanka ovog rada grupa intenzivno radi na istraživanju matematičke kreativnosti. Pritom test za prepoznavanje matematičke kreativnosti kod učenika nije dostupan, barem nije bio autorici ovog diplomskoga rada, što nas je potaklo na pokušaj kreiranja vlastitog testa kojim bi se identificirala matematička kreativnost učenika razredne nastave. Kod izrade pitanja vodili smo se zadacima s testova za natjecanje „Matematički klokan“¹. Spomenuto natjecanje organizira udruga „Klokan bez granica“ svake godine u ožujku. Udruga je međunarodnog karaktera, a cilj joj je popularizirati matematiku među mladima te motivirati učenike da se bave matematikom i izvan školskog programa. Između raznih drugih internacionalnih i nacionalnih testova koji provjeravaju matematičko znanje i domišljatost učenika za uzrast razredne nastave, „Klokan“ se ističe time što se u najmanjoj mjeri nastavlja na gradivo određenog razreda, a puno većoj provjerava koliko učenici razmišljaju logički, apstraktno i koliko pritom dobro barataju sa vizualno predloženim objektima koje onda u pravilu treba misaono transformirati i „vidjeti“ rješenje. Također, isti se zadaci pojavljuju u različitim kategorijama uzrasta, dakle, zadaci za niži uzrast ničime ne postaju trivijalni višem uzrastu. Time se zadaci s „Klokana“ doimaju upravo kao dizajnirani za provjeru matematičke kreativnosti. Kod drugih takmičenja kao što su „HJMO“² (Hrvatska juniorska matematička olimpijada) ili „IMO“³ (International mathematical olympiad) odabir zadataka značajnije „odiše“ gradivom

¹ <http://www.matematika.hr/klokan/>

² <http://natjecanja.math.hr/hjmo/>

³ <https://www.imo-official.org/>

nastavnog plana i programa (osim kod internacionalnog TIMSS⁴, ali oni su usmjereni na općenitiju inteligenciju i rekli bismo zaključivanje u životnim situacijama...).

Osnovni motiv ovog istraživanja bio je utvrditi može li se matematička kreativnost mjeriti te koliko ju učitelji prepoznaju. No, s obzirom da smo kreirali vlastiti test ne možemo postaviti jasne hipoteze i provjeriti odnos hipoteza i dobivenih rezultata, već samo jasnije definirati hipoteze koje bi se mogle postaviti i donekle provjeriti kvalitetu samog testa, što je indirektnim putem postao sam cilj rada.

Iz ovdje navedenog proizlaze i sljedeći zadaci, direktno mjerljivi iz riješenih testova:

1. utvrditi uspješnost kojom su ispitanici rješavali test kreativnosti;
2. usporediti uspješnost rješavanja istih zadataka kroz više razreda;
3. iz dobivenih rezultata procijeniti matematičku kreativnost odnosno darovitost pojedinog učenika;
4. usporediti rezultate testa s ocjenama učenika, odnosno procjenama njihove matematičke kreativnosti od strane učiteljica.

Obratili smo pažnju na ono što nas je i motiviralo na istraživanje, a što bi bile hipoteze sljedećeg istraživanja ukoliko bismo zaključili da je naš test uspješno detektirao matematičku kreativnost učenika u razrednoj nastavi (pritom konstantno imajući na umu da se matematička kreativnost *potiče* i *razvija* odgovarajućim okruženjem i načinom rada):

1. bilježi li naš test razvoj logičkog i apstraktnog razmišljanja kod djece, a onda kod nekih i matematičke kreativnosti, i u kojoj mjeri;
2. jesu li svi razredi, pa time i sve učiteljice, jednako uspješne u razvoju takvog načina razmišljanja;
3. u kojoj mjeri se rezultati poklapaju s procjenama učiteljica i jesu li u toj procjeni matematičari naklonjene učiteljice uspješnije;
4. jesu li djeca matematičari naklonjenih učiteljica više napredovala u razvoju logičkog i apstraktnog mišljenja;

⁴ <https://www.ncvvo.hr/međunarodna-istrazivanja/timss/>

5. gube li interes za matematiku djeca koja nisu dovoljno napredovala u logičkom i apstraktnom razmišljanju;
6. odnosi li se gubitak motivacije na cijeli razred;
7. je li gubitak motiviranosti za matematiku povezan s matematičkom motiviranošću učiteljice.

Indirektno smo ispitali od 1. do 4. našim pilot-testom i dobili smjernice za nastavak istraživanja, s napisanim uobičenim u hipoteze. Nismo ispitivali zadovoljstvo i motiviranost učenika zasebno, pa smo dobili samo naznake koliko su ispunjeni od 5. do 7., no svakako su vrijedne kao hipoteze daljnjih istraživanja.

5. METODA

5.1. Ispitanici

Istraživanje je provedeno na uzorku od ukupno $N= 58$ učenika, od kojeg je 31 učenica ženskog spola, a 27 učenika muškog spola u rasponu od 8 do 11 godina. U istraživanju su sudjelovala tri razreda Osnovne škola Vežica, odnosno jedan drugi, jedan treći i jedan četvrti razred. Rješavanju testa pristupili su svi učenici prisutni na nastavi tog dana. Najzastupljeniji je bio treći razred s 21 učenikom (36,2%), zatim četvrti razred s 20 učenika (34,4%) te drugi razred sa 17 učenika (29,3%).

5.2. Mjerni instrument

Pilot-test se sastoji od po pet pitanja za svaki razred, odnosno od osam pitanja koja su se ponavljala ovisno o težini i primjerenosti dobi učenika te razini znanja iz matematike. Količina pitanja prilagođena je uzrastu djece te njihovom kapacitetu koncentracije tijekom rješavanja zadataka. Pitanja su osmišljena tako da se lako rješavaju vizualno i logički te tako da nije potrebno ispisivati „računske operacije“. Većina pitanja, njih šest, od učenika su tražila zaokruživanje slova (a, b, c, d ili e) ispred točnog odgovora. Od ukupno osam pitanja njih također šest ponavlja se kroz razrede. Tako je treći zadatak za drugi razred modificiran s nešto težim brojevima te se pojavljuje kao treći zadatak u trećem razredu i kao drugi zadatak u četvrtom razredu. Također se ponavljaju i zadaci koji nisu bili mijenjani kao na primjer peti zadatak za drugi razred i četvrti zadatak za treći razred (više u Tablici 4: Usporedba uspješnosti kroz razrede)

Za svakog ispitanika pripremljen je papir s pitanjima A4 formata na kojem je bilo dovoljno prostora za crtanje i pisanje odgovora ako se to u zadatku tražilo.

5.3. Postupak

Istraživanje je provedeno nakon dobivene potvrde o istraživanju za potrebe izrade diplomskog rada od strane Učiteljskog fakulteta u Rijeci te odobrenja od strane mentorice.

Po dolasku u razred, 15.6.2018. godine, učenicima i učiteljima dane su upute za rješavanje testa. Rješavanje nije bilo vremenski ograničeno te je učenicima u prosjeku bilo potrebno oko 25 minuta. Imajući na umu GDPR zakon (Opća uredba o zaštiti osobnih podataka) učenici su u daljnjem tekstu označeni rednim brojevima.

Po završetku učiteljice su zamoljene za subjektivnu procjenu svakog učenika ocjenom iz matematike odnosno njihov osobni osjećaj o tome kakve su matematičke mogućnosti učenika. Također smo uzeli u obzir da su ocjene u imenicima nastavni rezultat truda, marljivosti, ispunjavanja obveza, primjerenog ponašanja i slično te da je veća metodička komponenta kojom učiteljica utječe na rad učenika.

Rezultati testova te naša procjena matematičke darovitosti i kreativnosti učenika bit će dostavljene učiteljicama nakon obrane diplomskog rada.

5.4. Obrada podataka

Rezultati svakog učenika preneseni su i pohranjeni na računalu u obliku tablica putem Microsoft Office Excel programa.

6. REZULTATI I RASPRAVA

6.1. Uspješnost testova

U sljedećim tablicama (Tablica 1, Tablica 2, Tablica 3) prikazani su rezultati učenika drugog, trećeg i četvrtog razreda za svaki zadatak. Također je prikazan postotak uspješnosti pojedinog zadatka zaokružen na jednu decimalu te na samom kraju tablica postotak ukupne učeničke uspješnosti rješavanja testa.

Tablica 1: Uspješnost 2. Razreda

Učenik	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak	5. zadatak
1	Točno	Točno	Netočno	Netočno	Točno
2	Točno	Točno	Točno	Točno	Točno
3	Netočno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
4	Točno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
5	Točno	Točno	Točno	Netočno	Točno
6	Točno	Netočno	Točno	Netočno	Točno
7	Točno	Točno	Netočno	Netočno	Točno
8	Točno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
9	Točno	Netočno	Točno	Netočno	Točno
10	Točno	Točno	Točno	Točno	Točno
11	Točno	Točno	Netočno	Točno	Netočno
12	Točno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
13	Točno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
14	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
15	Netočno	Netočno	Netočno	Točno	Netočno
16	Netočno	Netočno	Točno	Točno	Točno
17	Točno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
82,3%		35,2%	41,1%	47%	64,7%
52,9% ukupne učeničke uspješnosti rješavanja testa					

Tablica 1 prikazuje uspješnost riješenosti pojedinih zadataka te ukupnu uspješnost testa drugog razreda. Učenici drugog razreda najuspješniji su bili u rješavanju prvog zadatka (82,3%) u kojem su trebali crtežima prikazati točne odgovore odnosno preslagati kvaratiće tako da ih bude jednak broj u svakom stupcu i retku („Kristijan je poslagao 6 kvadratića u stupce kao na slici. Posloži ih ti tako da ih u svakom stupcu bude jednak broj.“). Najlošije rezultate pokazali su u drugom zadatku (35,2%) gdje se od učenika tražilo da izračunaju vrijednost godina srednjeg djeteta, ako znamo da je ostalo dvoje djece za godinu starije i za godinu mlađe od srednjeg („Maja ima brata koji je godinu dana stariji od nje i sestru koja je godinu dana mlađa. Koliko Maja ima godina ako njih troje zajedno imaju 18?“).

Zanimljiva je činjenica da su učenici pokazivali bolje rezultate u zadacima koje je bilo potrebno vizualno riješiti (1. zadatak 82,3%, 5. zadatak 64,7%) dok su u zadacima gdje je trebalo riješiti „matematički problem“ postizali lošije rezultate (2. zadatak 35,2%, 3. zadatak 41,1%).

Ukupna uspješnost testa za drugi razred iznosi 52,9%.

Tablica 2: Uspješnost 3. razreda

Učenik	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak	5. zadatak
1	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
2	Netočno	Točno	Točno	Točno	Točno
3	Točno	Točno	Netočno	Netočno	Netočno
4	Netočno	Točno	Netočno	Točno	Netočno
5	Netočno	Točno	Točno	Točno	Točno
6	Netočno	Točno	Točno	Točno	Netočno
7	Netočno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
8	Netočno	Točno	Točno	Točno	Točno
9	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
10	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
11	Netočno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
12	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Točno

13	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
14	Netočno	Točno	Točno	Točno	Točno
15	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno	Točno
16	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
17	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Točno
18	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
19	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno	Netočno
20	Netočno	Netočno	Točno	Netočno	Netočno
21	Točno	Točno	Netočno	Točno	Točno
	9,5%	38%	57,1%	42,8%	47,6%
39% ukupne učeničke uspješnosti rješavanja testa					

Najlošije rezultate od svih triju razreda postigao je treći razred s 39% ukupne uspješnosti testa. Sa samo 9,5% riješenosti učenici su imali poteškoće u rješavanju prvog zadatka u kojem su vizualno trebali ispuniti označeni lik sa zadanim trokutom („Koliko je trokuta sa slike potrebno da bi se ispunio lik sa slike tako da se trokuti međusobno ne preklapaju?“). U Tablici 2 možemo vidjeti kako su najbolje rezultate pokazali u trećem zadatku (57,1%) gdje su trebali izračunati koje od dva voća je skuplje, odnosno jeftinije („Dva ananasa i jedan mango koštaju 36 kuna, a jedan ananas i dva manga 33 kune. Koje voće je skuplje?“).

Tablica 3: Uspješnost 4. razreda

učenik	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak	5. zadatak
1	Netočno	Točno	Netočno	Točno	Točno
2	Netočno	Točno	Netočno	Točno	Netočno
3	Točno	Točno	Točno	Netočno	Netočno
4	Netočno	Točno	Netočno	Točno	Netočno

5	Točno	Točno	Točno	Netočno	Točno
6	Netočno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
7	Točno	Točno	Točno	Netočno	Točno
8	Netočno	Točno	Točno	Točno	Netočno
9	Netočno	Točno	Netočno	Netočno	Točno
10	Netočno	Točno	Točno	Netočno	Točno
11	Netočno	Točno	Točno	Točno	Točno
12	Točno	Točno	Točno	Točno	Točno
13	Netočno	Točno	Netočno	Točno	Točno
14	Točno	Točno	Točno	Netočno	Točno
15	Netočno	Točno	Netočno	Netočno	Točno
16	Točno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
17	Netočno	Točno	Točno	Netočno	Netočno
18	Točno	Netočno	Netočno	Točno	Točno
19	Točno	Točno	Netočno	Točno	Točno
20	Netočno	Točno	Netočno	Netočno	Točno
40%		85%	45%	55%	75%
60% ukupne učeničke uspješnosti rješavanja testa					

Sveukupno najbolje rezultate u ovom istraživanju postigao je četvrti razred sa 60% ukupne uspješnosti testa. Učenici su pokazali najbolje rezultate u drugom zadatku (85%) koji je od njih tražio da odrede koje je voće skuplje, a koje jeftinije kao i u trećem razredu („Dva ananasa i jedan mango koštaju 36 kuna, a jedan ananas i dva manga 33 kune. Koje voće je skuplje?“). Zanimljiv je podatak da su najlošiji rezultat postigli kao i učenici trećeg razreda u istom vizualnom zadatku (40%).

6.2. Usporedba zadataka kroz razrede

Tablica 4: Usporedba uspješnosti kroz razrede

Razred	1.zadatak	2.zadatak	3.zadatak	4.zadatak	5.zadatak
2.	82,3%	35,2%	41,1%	47%	64,7%
3.	9,5%	38%	57,1%	42,8%	47,6%
4.	40%	85%	45%	55%	75%

Od ukupno osam zadataka osmišljenih za ovo istraživanje test za svaki razred sastoji se od njih pet pa se tako zadaci ponavljaju. U Tablici 4 zadaci koji se ponavljaju označeni su istim bojama. Tako možemo vidjeti da se prvi zadatak u drugom razredu pojavljuje i kao posljednji, peti zadatak u četvrtom razredu. Od učenika se u zadatku tražilo da nacrtaju odnosno preslože kvadratiće tako da ih bude jednak broj u svakom stupcu i retku. Prema ovim podacima možemo vidjeti kako je drugi razred bio za 7,3% uspješniji u rješavanju ovog zadatka. Najveća razlika u postotcima uspješnosti svakako je vidljiva u prvom zadatku za treći i četvrti razred, a iznosi čak 30,5%. U oba razreda učenici su pokazali najlošije rezultate u rješavanju tog zadatka što možemo pripisati brzopletosti i nedostatku koncentracije pri čitanju zadatka. Zanimljiv podatak možemo vidjeti iz zadatka koji se ponavljao kroz sva tri razreda. U testu za drugi i treći razred kao treći zadatak te za četvrti razred kao drugi zadatak. Težina zadatka odnosno brojevi u zadatku uvećani su s obzirom na uzrast učenika i njihovo znanje iz matematike. Ovdje možemo vidjeti kako se uspješnost postupno povećava kroz razrede. Tako je uspješnost u drugom razredu 41,1%, u trećem nešto veća (57,1), dok je u četvrtom razredu taj zadatak bio najuspješnije riješen kod čak 85% učenika. Takve rezultate možemo pokušati povezati s boljim znanjem matematike i boljem „snalaženju s brojevima“. Učenici četvrtog razreda duže uče matematiku te sigurno imaju više znanja od učenika u drugom razredu.

Kod drugih zadataka razlike u postotcima nisu značajne te su učenici postizali slične rezultate i uspješno rješavali zadatke kao što možemo vidjeti u drugom zadatku za drugi i treći razred od samo 2,8% razlike.

6.3. Procjena učenika

Kako bi došli do zaključka bilo je potrebno grupirati učenike u tri skupine prema točnosti zadataka u testu te prema osobnom mišljenju. U idućim tablicama (Tablica 5, Tablica 6 i Tablica 7) učenici su podijeljeni u skupine iznadprosječnih sa svim točnim odgovorima ili s jednom pogreškom, prosječnih s tri ili dva točna odgovora te ispodprosječnih s jednim ili niti jednim točnim odgovorom.

Tablica 5: Procjena učenika 2. razreda

Učenik	Točnost zadataka	Procjena
1	3/5	Prosječno
2	5/5	Iznadprosječno
3	2/5	Prosječno
4	3/5	Prosječno
5	4/5	Iznadprosječno
6	3/5	Prosječno
7	3/5	Prosječno
8	3/5	Prosječno
9	3/5	Prosječno
10	5/5	Iznadprosječno
11	3/5	Prosječno
12	1/5	Ispodprosječno
13	2/5	Prosječno
14	0/5	Ispodprosječno
15	1/5	Ispodprosječno
16	3/5	Prosječno
17	1/5	Ispodprosječno

U drugom razredu izdvojili smo troje učenika za koje možemo reći kako su iznadprosječno riješili testove te ih možemo nazvati i kreativnima. Najviše učenika

grupirali smo u skupinu prosječnih i nešto manje u skupn ispodprosječnih kao što vidimo u Tablici 5. Takve rezultate možemo pokušati objasniti i opravdati kao brzopletost, nezainteresiranost ili pokušaje prepisivanja od drugih učenika.

Tablica 6: Procjena učenika 3. razreda

Učenik	Točnost zadataka	Procjna
1	1/5	Ispodprosječno
2	4/5	Iznadprosječno
3	2/5	Prosječno
4	2/5	Prosječno
5	4/5	Iznadprosječno
6	3/5	Prosječno
7	2/5	Prosječno
8	4/5	Iznadprosječno
9	1/5	Ispodprosječno
10	0/5	Ispodprosječno
11	2/5	Prosječno
12	2/5	Prosječno
13	1/5	Ispodprosječno
14	4/5	Iznadprosječno
15	1/5	Ispodprosječno
16	0/5	Ispodprosječno
17	2/5	Prosječno
18	1/5	Ispodprosječno
19	0/5	Ispodprosječno
20	1/5	Ispodprosječno
21	4/5	Iznadprosječno

Iako u trećem razredu nije bilo niti jednog u potpunosti točnog testa izdvojili smo petero učenika u skupinu iznadprosječnih. U ovom razredu postoji nešto više

ispodprosječnih učenika, ali isto tako rezultate možemo pripisati nezainteresiranosti, brzopletosti i slično.

Tablica 7: Procjena učenika 4. razreda

Učenik	Točnost zadataka	Procjena
1	3/5	Prosječno
2	2/5	Prosječno
3	3/5	Prosječno
4	2/5	Prosječno
5	4/5	Iznadprosječno
6	2/5	Prosječno
7	4/5	Iznadprosječno
8	3/5	Prosječno
9	2/5	Prosječno
10	3/5	Prosječno
11	4/5	Iznadprosječno
12	5/5	Iznadprosječno
13	3/5	Prosječno
14	4/5	Iznadprosječno
15	2/5	Prosječno
16	3/5	Prosječno
17	2/5	Prosječno
18	3/5	Prosječno
19	4/5	Iznadprosječno
20	2/5	Prosječno

U Tablici 7 možemo vidjeti kako u četvrtom razredu nije bilo učenika koji su dali ispodprosječne rezultate, odnosno onih učenika koji su dali samo jedan ili niti jedan točan odgovor. Isto tako vidimo kako je izdvojeno šestero učenika s iznadprosječnim

rezultatima. Svakako treba izdvojiti učenika pod rednim brojem 12 koji je točno odgovorio na sva pitanja.

6.4. Ocjene učenika

U idućim tablicama (Tablica 8, Tablica 9, Tablica 10) uspoređivali smo subjektivne ocjene učiteljica te naše osobno mišljenje odnosno procjena prema točnosti riješenih zadataka.

Kako bismo dobili bolji uvid u znanje učenika te kako bi dobivene rezultate lakše obrazložili zatražili smo od učiteljica ocjene učenika. Učiteljice su zamoljene da pridodaju brojčanu vrijednost znanju matematike pojedinog učenika prema osobnom mišljenju nevezano za zaključnu ocjenu u imeniku.

Tablica 8: Ocjene učenika 2. razreda

Učenik	Ocjena	Procjena
1	3	Prosječno
2	4	Iznadprosječno
3	prilagođeni program	Prosječno
4	4	Prosječno
5	4-5	Iznadprosječno
6	2	Prosječno
7	4	Prosječno
8	4	Prosječno
9	3	Prosječno
10	5	Iznadprosječno
11	2-3	Prosječno
12	3	Ispodprosječno
13	4	Prosječno
14	3-4	Ispodprosječno
15	4-5	Ispodprosječno

16	3	Prosječno
17	4-5	Ispodprosječno

Ovdje možemo vidjeti zanimljive podatke koji nam otkrivaju kako se procjena ocjena dobivenih od učiteljice drugog razreda ne podudara u potpunosti s rezultatima testa kreativnosti iz matematike. Primjećujemo da je učenik pod rednim brojem 11 ostvario prosječan rezultat na testu, ali je od strane učiteljice procijenjen ocjenom dovoljan ili dobar. Isto tako treba izdvojiti učenike 15 i 17 koji su ostvarili ispodprosječan rezultat, a ocijenjeni su ocjenama vrlo dobar ili odličan.

Tablica 9: Ocjene učenika 3. razreda

Učenik	Točnost zadataka	Procjena
1	5	Ispodprosječno
2	5	Iznadprosječno
3	5	Prosječno
4	4	Prosječno
5	4	Iznadprosječno
6	5	Prosječno
7	2	Prosječno
8	5	Iznadprosječno
9	5	Ispodprosječno
10	4	Ispodprosječno
11	5	Prosječno
12	5	Prosječno
13	4	Ispodprosječno
14	5	Iznadprosječno
15	4	Ispodprosječno
16	4	Ispodprosječno
17	5	Prosječno
18	4	Ispodprosječno

19	2	Ispodprosječno
20	4	Ispodprosječno
21	5	Iznadprosječno

Ovdje možemo vidjeti kako je učiteljica „darežljiva“ s ocjenama pa tako učenici koji su ostvarili ispodprosječne rezultate na testu imaju ocjene vrlo dobar ili odličan. Ali isto tako treba uzeti u obzir kako su učenici rješavali ovaj test na zadnji dan škole te kako postoji mogućnost nezainteresiranosti što vodi slabijim rezultatima.

Tablica 10: Ocjene učenika 4. razreda

Učenik	Točnost zadataka	Procjena
1	5	Prosječno
2	1	Prosječno
3	4	Prosječno
4	3	Prosječno
5	3	Iznadprosječno
6	3	Prosječno
7	5	Iznadprosječno
8	3	Prosječno
9	3	Prosječno
10	5	Prosječno
11	2	Iznadprosječno
12	4	Iznadprosječno
13	2	Prosječno
14	4	Iznadprosječno
15	2	Prosječno
16	4	Prosječno
17	3	Prosječno
18	3	Prosječno

19	5	Iznadprosječno
20	3	Prosječno

Za razliku od učiteljice trećeg razreda, učiteljica četvrtog razreda poprilično je strogo ocjenila učenike. U Tablici 10 vidimo kako su učenicima pod rednm brojem 5 i 11 pridodane ocjene dobar i dovoljan iako su ostvarili iznadprosječne ezultate na našem testu.

Budući da smo učiteljice zamilili da se strogo i subjektivno izraze ocjenom te da se vode idejom o njihovoj budućoj ocjeni iz matematike u predmetnoj nastavi teško je procijeniti što je pojedina učiteljica uzele u obzir. Možemo samo pretpostaviti kako su učiteljice mislile i na karakter učenika, njihovo okruženje, radne navike i slično te su se učenici „izgradili“ do četvrtog razreda.

6.5. Tipovi zadataka

U idućim tablicama (Tablica 12, Tablica 13, Tablica 14) možemo vidjeti postotke uspješnosti riješenosti pojedinog zadatka kroz razrede te sam tip zadatka. Tako smo zelenom bojom označili vizualni tip zadataka, tamnije narančastom logičko-aritmetički tip te svjetlije narančastom čisto logički tip zadataka.

Tablica 11: Legenda

	vizualno-logički zadatak
	logičko-aritmetički zadatak
	logički zadatak

Tablica 12: Postoci 2. razreda

Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Postotak	82,3%	35,2%	41,1%	47%	64,7%

Tablica 13: Postoci 3. razreda

Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Postotak	9,5%	38%	57,1%	42,8%	47,6%

Tablica 14: Postoci 4. razreda

Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Postotak	40%	85%	45%	55%	75%

Prema ovim tablicama možemo zaključiti kako ne postoji pravilo težine zadataka prema tipu zadatka. Možemo uočiti u Tablici 12 da su učenici drugog razreda izrazito uspješni u rješavanju zadataka vizualno-logičkog tipa i u tome značajno bolji u odnosu na učenike četvrtog, te posebice učenike trećeg razreda kojima takvi zadaci ne leže. Kod čisto logičkih zadataka uočljiv je napredak učenika po razredima, dok kod se on kod logičko-aritmetičkih zadataka nije pokazao. Ukoliko bismo promatrali čisto logičke i logičko-aritmetičke zadatke kao isti tip, opet bi se ocrtavalo napredovanje s uzrastom.

7. ZAKLJUČAK

U radu su dane razne definicije darovitosti i kreativnosti uz isticanje najprihvaćenijih. Opisani su i pojmovi matematičke talentiranosti te matematičke kreativnosti i uspostavljen njihov međusobni odnos. S učenikovim razvojem matematička kreativnost sve više iziskuje matematičko znanje i talent.

Pilot-test kreiran u svrhu ovog diplomskog rada pokazao se vrijednim dokumentom koji je odradio dobar posao i dao smjernice daljnjim istraživanjima i kreiranju pravog testa. Prilikom pregledavanja i bilježenja rezultata istraživanja utvrdili smo uspješnost kojom su ispitanici riješili test kreativnosti. Rezultati testa pokazali su kako se tijekom školovanja kod djece postupno razvija logičko i apstraktno razmišljanje te smo bili u mogućnosti izdvojiti nekolicinu učenika koji imaju potencijalnu matematičku kreativnost. Pritom bismo za točno jednog učenika, čiji se rezultat ističe među svima, to ustvrdili s najvećim uvjerenjem. Također smo uočili razlike između razreda uspoređivanjem uspješnosti rješavanja istih zadataka kroz razrede te ih povezali s učiteljicama i njihovom naklonjenošću matematici što smo mogli zaključiti iz njihove osobne procjene svakog učenika. Usporedili smo rezultate test s ocjenama učenika, odnosno procjenama njihove matematičke kreativnosti te smatramo kako su učiteljice koje su više „matematički tipovi“ bile strože u ocjenjivanju učenika iako su ti učenici postigli vrlo dobre ili čak odlične rezultate.

Rezultati testa ipak ostavljaju dojam da se u sveukupnoj organizaciji našeg matematičkog obrazovanja više pažnje treba posvetiti razvoju logičkog i apstraktnog mišljenja te same kreativnosti, odnosno da se još nismo dovoljno odmaknuli od tradicionalnog proceduralnog i faktografskog podučavanja matematike.

8. LITERATURA

1. Christou, C. (2017). *Creativity and imagination in mathematics*. U D. Pitta-Pantazi (Ur.), *Mathematical Creativity and Giftedness* (17-24). Cyprus: Department of Education, University of Cyprus
2. Cvetković Lay, J. (2002). *Darovito je, što ću sa sobom?*. Zagreb: Alinea.
3. Cvetković Lay, J., Sekulić Majurec, A. (2008). *Darovito je, što ću s njim?*. Zagreb: Alinea.
4. Čudina-Obradović, M. (1990). *Nadarenost: razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*. Zagreb: Školska knjiga
5. Foster, J. (2014). *The Significance of Creativity in Our Lives*. *International Journal for Talent Development and Creativity*, 2(2), 53-68.
6. Grégoire, J. (2016). *Understanding Creativity in Mathematics for Improving Mathematical Education*. *Journal of Cognitive Education and Psychology*, 15(1), 24-36.
7. Hadamard, J. (1954). *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*. DOVER PUBLICATIONS, INC.
Pribavljeno 28.5.2018., sa
<http://worrydream.com/refs/Hadamard%20-%20The%20psychology%20of%20invention%20in%20the%20mathematical%20field.pdf>
8. Huzjak, M. (2006). *Darovitost, talent i kreativnost u odgojnom procesu*. Odgojne znanost.
Pribavljeno 28.05.2018., sa
<https://hrcak.srce.hr/26205>
9. Koren, I. (1989). *Kako prepoznati i identificirati nadarenog učenika*. Zagreb: Školske novine.
10. Lončarić, D. (2018). *Osnovne informacije o prilagodbi i primjeni EPoC testa potencijalne kreativnosti u Hrvatskoj*
Pribavljeno 29.5.2018., sa
https://bib.irb.hr/datoteka/925010._Osnovne_informacije_o_EPoC_testu_u_Hrvatskoj_Loncaric_Sazetak_kratko.pdf

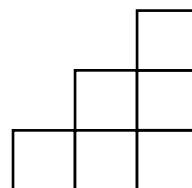
11. Mann, E.L. (2006). *Creativity: The Essence of Mathematics*. Journal for the Education of the Gifted, 30(2), 236-260.
12. Martin, L., Wilson, N. (2014). *Re-discovering Creativity: Why Theory-Practice Consistency Matters*. International Journal for Talent Development and Creativity, 2(1), 31-42.
13. Sriraman, B. (2005). *Are Giftedness and Creativity Synonyms in Mathematics?*. The Journal of Secondary Gifted Education.
Pribavljeno 28.05.2018., sa
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ746043.pdf>
14. Winner, E. (2005). *Darovita djeca: Mitovi i stvarnost*. Lekenik: Ostvarenje d.o.o.

9. PRILOZI

Prilog 1

Test matematičke kreativnosti za 2. razred

1. Kristijan je poslagao 6 kvadratića u stupce kao na slici. Posloži ih ti tako da ih u svakom stupcu bude jednak broj. Nacrtaj svoje odgovore.

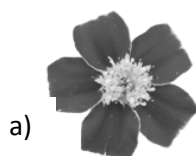


2. Maja ima brata koji je godinu dana stariji od nje i sestru koja je godinu dana mlađa. Koliko Maja ima godina ako njih troje zajedno imaju 18?

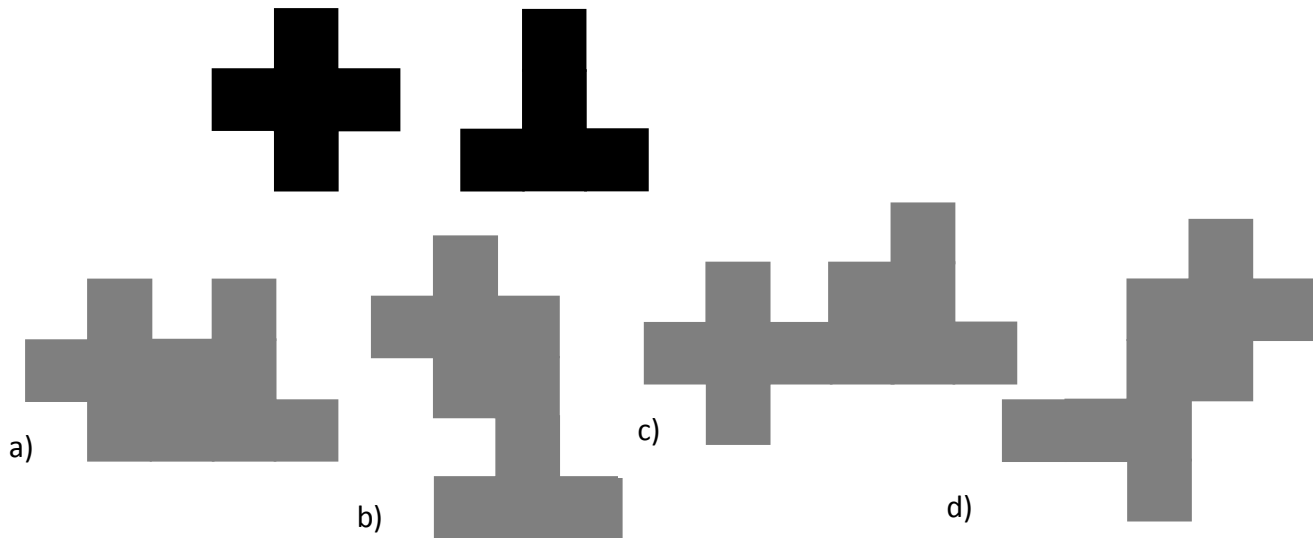
-
3. Dvije jabuke i jedna kruška koštaju 7 kuna, a jedna jabuka i dvije kruške 8 kuna. Koje voće je skuplje? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.

- a) kruške
- b) jabuke
- c) koštaju jednako

4. Ana je mami poklonila buket cvijeća s točno 20 latica. Od cvjetova sa slika u buketu su svi osim jednog. Koji je to cvijet? Zakruži slovo ispred točnog odgovora.



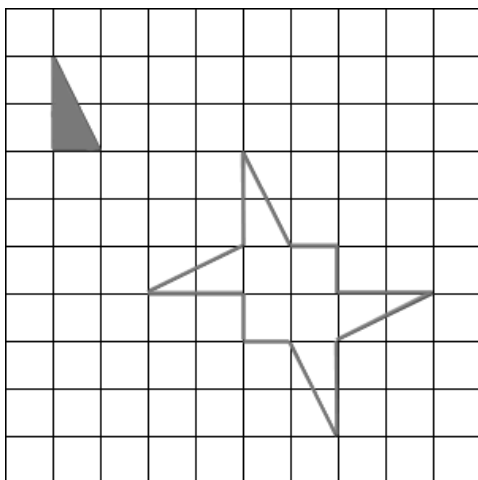
5. Koji sivi oblik nije sastavljen od dva crna lika sa slike? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



Prilog 2

Test matematičke kreativnosti za 3. razred

1. Koliko je trokuta sa slike potrebno da bi se ispunio lik sa slike tako da se trokuti međusobno ne preklapaju? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



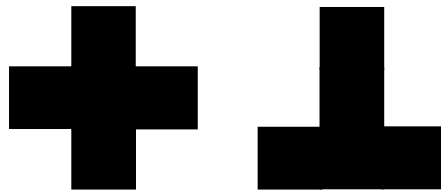
- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8

2. Maja ima brata koji je godinu dana stariji od nje i sestru koja je godinu dana mlađa. Koliko Maja ima godina ako njih troje zajedno imaju 24?

-
3. Dva ananasa i jedan mango koštaju 36 kuna, a jedan ananas i dva manga 33 kune. Koje voće je skuplje? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.

- a) ananas
- b) mango
- c) koštaju jednako

4. Koji sivi oblik nije sastavljen od dva crna lika sa slike? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



- a) b) c) d)

5. Koja je kuglica sa slike najteža? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.

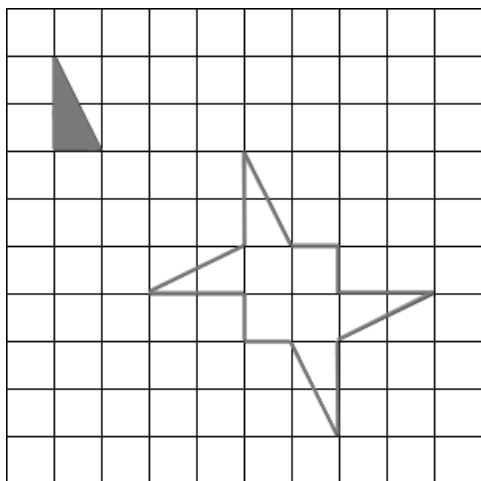


- a) kuglica A
- b) kuglica B
- c) kuglica C
- d) kuglica D

Prilog 3

Test matematičke kreativnosti za 4. razred

1. Koliko je trokuta sa slike potrebno da bi se ispunio lik sa slike tako da se trokuti međusobno ne preklapaju? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



f) 5

g) 6

h) 7

i) 8

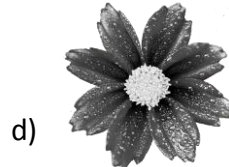
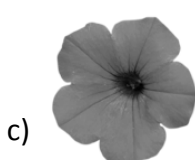
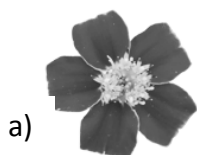
2. Dva ananasa i jedan mango koštaju 36 kuna, a jedan ananas i dva manga 33 kune. Koje voće je skuplje? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.

d) ananas

e) mango

f) koštaju jednako

3. Ana je mami poklonila buket cvijeća s točno 20 latica. Od cvjetova sa slika u buketu su svi osim jednog. Koji je to cvijet? Zakruži slovo ispred točnog odgovora.

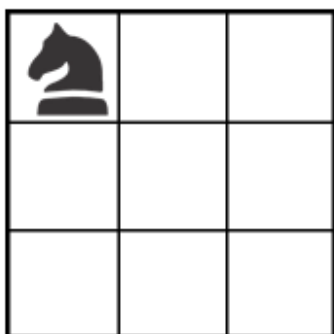
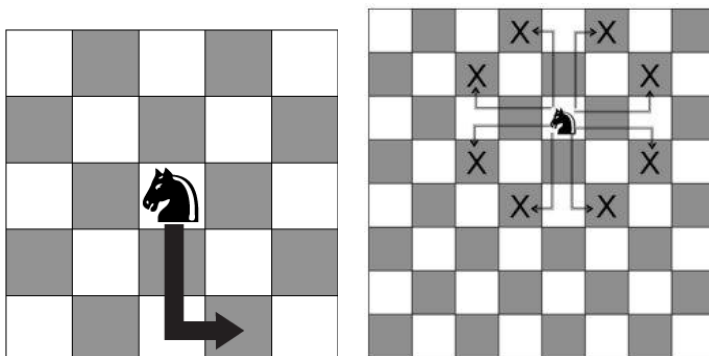


4. Koja je kuglica sa slike najteža? Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



- f) kuglica A
- g) kuglica B
- h) kuglica C
- i) kuglica D

5. Karlo voli igrati šah. U šahu figura konja skače u obliku slova L kao što možeš vidjeti na prvoj i drugoj slici. Na koliko ukupno polja na ploči s treće slike može odskakutati konjić? Skakati može koliko puta hoće. Zaokruži slovo ispred točnog odgovora.



- a) na sva polja
- b) na 8 polja
- c) na 6 polja
- d) na 4 polja