

Razvoj matematičkih kompetencija djece rane i predškolske dobi

Barišić, Antonia

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:950402>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-10**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA ODGOJITELJSKI STUDIJ

Antonia Barišić

RAZVOJ MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA DJECE RANE
I PREDŠKOLSKE DOBI

Završni rad

Zagreb, lipanj 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA ODGOJITELJSKI STUDIJ

Antonia Barišić

RAZVOJ MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA DJECE RANE
I PREDŠKOLSKE DOBI

Završni rad

Mentor rada:

mag.preasc.edu. Ivana Golik Homolak

Zagreb, lipanj 2021.

SADRŽAJ

SAŽETAK	
SUMMARY	
1. UVOD	1
2. UČENJE I ISTRAŽIVANJE	3
2.1 <i>Neurofiziološka osnova učenja</i>	3
2.2 <i>Uloga roditelja i odgojitelja u stvaranju poticajnog matematičkog okruženja</i>	6
2.3 <i>Dijete kao aktivni istraživač</i>	8
2.4 <i>Kognitivni razvoj</i>	9
3. MATEMATIKA I PREDŠKOLSKO DIJETE	13
3.1 <i>Psihološki aspekti početnog poučavanja matematike</i>	13
3.1.1 <i>Senzorni i perceptivni činitelji</i>	13
3.1.2 <i>Kognitivni činitelji</i>	13
3.1.3 <i>Socijalni i emocionalni činitelji</i>	14
3.2 <i>Matematičke kompetencije</i>	14
3.3 <i>Razvoj predmatematičkih vještina</i>	16
3.4 <i>Brojevi, brojke, zbrajanje i oduzimanje</i>	18
4. RAZLIČITE METODE POUČAVANJA KOLIČINSKIH ODNOSA	21
4.1 <i>Montessori didaktički materijali za matematiku</i>	21
4.2 <i>ALOHA mentalna aritmetika</i>	31
4.3 <i>Projektni pristup poučavanja količinskih odnosa – primjeri aktivnosti</i>	35
5. DISKALKULIJA	44
6. ZAKLJUČAK	46
LITERATURA	47
POPIS SLIKA	51
POPIS TABLICA	51
Izjava o izvornosti završnog rada	52

SAŽETAK

Matematika je znanost koja dijete uvodi u percipiranje i shvaćanje odnosa u svom neposrednom okruženju, pomaže razvoju njegovog mišljenja i drugih psihičkih funkcija. Temeljne se matematičke spoznaje razvijaju kroz neposredan dodir s predmetima u djetetovoj okolini. Djeca svijet otkrivaju kroz igru, istraživanje i osnovne svakodnevne aktivnosti manipulirajući i igrajući se s predmetima. Svoju okolinu doživljavaju pomoću osjeta koji im služe kao prirodna pomagala pri učenju i otkrivanju.

S obzirom da je razvoj mozga najintenzivniji u prvih nekoliko godina života, to se razdoblje smatra najznačajnijim za stvaranje osnova za kasniji razvoj dječjih sposobnosti. Mozak se dobrim dijelom oblikuje prema iskustvima te odgovara na stimulaciju iz okoline. Okruženje, iz tog razloga, predstavlja esencijalni izvor dječjeg učenja pa njegovim kreiranjem djetetu omogućujemo stupanje u interakciju s različitim sadržajima. Važnu ulogu u tom procesu imaju skrbnici i svi oni koji su u izravnom kontaktu s djecom jer su oni ti koji pružaju iskustva koja grade temelje integracije i spoznajnog razvoja.

Ovaj se rad temelji na razradi usvajanja količinskih odnosa kroz tri metode: Montessori didaktički materijali za matematiku, ALOHA mentalnu aritmetiku te projektni pristup. Primjenom tih strategija djeca dolaze u neposredan kontakt s konkretnim materijalima te na taj način aktiviraju svoje osjete (vid, sluh i opip) i taktilno usvajaju matematičke koncepcije. U Montessori pristupu konkretni se materijali odnose na različite Montessori didaktičke materijale za matematiku, a u programu ALOHA mentalne aritmetike koristi se soroban abakus. U projektnom se pristupu koriste dječji prsti ili izrađeni materijali. Ključan aspekt te ujedno i zajednička karakteristika svih tih materijala jest omogućivanje konkretnog iskustva koja djecu vode od lakše prema zahtjevnijoj razini odnosno od konkretnog pribora prema apstraktnijim konceptima. Uzimajući u obzir međusobne različitosti djece te nužnost diferenciranog pristupa, matematiku je potrebno učiniti pristupačnom svoj djeci te djecu poticati na samouvjereno pristupanje matematici.

Ključne riječi: matematičke kompetencije, iskustvo, okruženje, količinski odnosi

SUMMARY

Development of mathematical competences of children of early and preschool age

Mathematics is a science that introduces child with the perception and understanding of relationships in its immediate environment, helping to develop its thinking and other mental functions. Basic mathematical cognitions are developed through direct contact with objects in the child's environment. Children discover the world through play, exploration and basic daily activities by manipulating and playing with objects. They experience their environment through senses that serve as natural aids in learning and discovering

Since brain development is most intense in the first few years of life, this period is considered to be the most important for creating the basis for later development of children's abilities. The brain is largely shaped by experience and responds to stimulation from the environment. Therefore, the environment is an essential source of children's learning, so by creating it we enable the child to interact with various contents. Caregivers and all those who are in direct contact with children have an important role in this process because they are the ones who provide experiences that build the foundations of integration and cognitive development.

This work is based on the elaboration of the adoption of quantitative relations through three methods: Montessori didactic materials for mathematics, ALOHA mental arithmetic and the project approach. By applying these strategies, children come into direct contact with concrete materials and thus activate their senses (sight, hearing and touch) and tactilely adopt mathematical concepts. In the Montessori approach, specific materials refer to different Montessori didactic materials for mathematics, and in the ALOHA program of mental arithmetic, the Soroban abacus is used. The project approach uses children's fingers or crafted materials. A key aspect and also a common feature of all these materials is providing a concrete experience that leads children from easier to more demanding level or from concrete accessories to more abstract concepts. Taking into account the mutual differences of children and the necessity of a differentiated approach, it is necessary to make mathematics accessible to all children and to encourage them to approach mathematics confidently.

Key words: mathematical competencies, experience, environment, quantitative relations

1. UVOD

Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) za cilj ima razvijati niz kompetencija među kojima se kao jedna od ključnih ističe matematička kompetencija. Ona se razvija u matematičkom okruženju koje dijete potiče na rješavanje problema te razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja. S obzirom na individualne razlike u načinu dolaženja do određenih matematičkih spoznaja, potrebno je omogućiti što raznovrsniji dodir s konkretnim materijalima. Za dijete je vrlo povoljno da već od ranog razdoblja dolazi u doticaj s materijalima pomoću kojih kroz senzoričke doživljaje stvara konkretna iskustva. Ta konkretna iskustva ono kasnije predočava u apstraktne pojmove, pravila ili postupke.

Svijet matematike djetetu otkrivamo postupcima koji odgovaraju njegovim psihofizičkim mogućnostima shvaćanja, a to su igra, promatranje te manipulacija. Dijete na akciju potiču njegova znatiželja i potreba za igrom koje mu omogućuju razumijevanje i kritičko promišljanje svega što ga okružuje (Peteh, 2008). Usvajanje matematičkih kompetencija puno je jednostavnije ukoliko poznajemo prirodu rane dječje spoznaje koja predstavlja polazište u građenju novih i složenijih matematičkih spoznaja. Razumijevanjem strukture mozga i njegovog funkcioniranja dolazi do usmjerenijeg poučavanja i boljeg reagiranja na svakodnevne situacije s djecom (Siegel i Bryson, 2015).

Predškolsko razdoblje predstavlja bazu o kojoj ovisi budući razvoj intelektualnih sposobnosti. Kognitivni razvoj interpretira se kao intelektualni dio prilagodbe na okolinu u kojoj živimo. Istaknuti psiholog i istraživač kognitivnog razvoja djece Jean Piaget upravo djelovanje djeteta na okolinu navodi kao oruđe u usvajanju misaonih struktura. Opisuje četiri razvojna razdoblja razvoja inteligencije, a za svako je od njih uključen neki oblik djelovanja na okolinu. Veliku važnost vanjskom poticaju pridaje i Bruner koji je dao značajan doprinos razumijevanju kognitivnog razvoja djece ističući ga kao nužan aspekt za konstrukciju subjekta. Autorica Liebeck (1995) navodi sustav razvoja matematičkih pojmova sastoji se od: I - iskustva fizičkih predmeta; G - govornog jezika koji opisuje to iskustvo; S - slike koje ga prikazuju te Z - pismenog znaka koje ga generalizira.

Tri su skupine općih psiholoških činitelja koji utječu na učenje matematike, a to su: senzorni i perceptivni, kognitivni te socijalni i emocionalni činitelji. Poznavanjem ovih činitelja odgojitelji mogu razumjeti i predvidjeti uspješnost djece u kontekstu razvoja matematičkih kompetencija. Uz matematičke se kompetencije u radu spominje i pojam „predmatematičke

vještine“ koji se odnosi na određene predispozicije pomoću kojih djeca lakše usvajaju apstraktne matematičke pojmove. Razvoj tih vještina nužan za razumijevanje budućih složenih matematičkih koncepata (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

Na prethodno napisanim spoznajama temelji se i središnji dio ovog završnog rada kojeg čini prikaz triju različitih koncepcija usvajanja aritmetičkih postupaka. Svaka metoda uključuje konkretan materijal koji se može primjenjivati u svakodnevnim aktivnostima. Navedeni materijali djeci omogućuju da konkretnim doživljajima stvaraju osnovna matematička iskustva te umne sposobnosti. Ključan aspekt te ujedno i zajednička karakteristika svih tih aktivnosti jest omogućivanje konkretnog iskustva koja djecu vode od lakše prema zahtjevnijoj razini odnosno od konkretnog pribora prema apstraktnijim konceptima. Dijete ima mogućnost da konkretno-osjetilno spozna brojevne veličine te dođe do najviših matematičkih apstrakcija.

2. UČENJE I ISTRAŽIVANJE

2.1 Neurofiziološka osnova učenja

„Razvoj mozga najintenzivniji je u prvih nekoliko godina života“ (Rajović, 2017, str. 14). Zbog te se činjenice to razdoblje smatra kao najznačajnije za stvaranje osnova za kasniji razvoj dječjih sposobnosti. Mozak se dobrim dijelom oblikuje prema iskustvima te mijenja ovisno o načinu odgoja (Siegel i Bryson, 2015). Stjecanjem nekog iskustva dolazi do aktivacija stanica mozga odnosno neurona. Prema shvaćanjima neuroznanosti, u procesu razvoja neuroni odgovaraju na stimulaciju iz okoline međusobnim povezivanjem te se tako stvaraju neuronske poveznice odnosno sinapse. Ukoliko mozak bude izložen stimulaciji istog obilježja, te će poveznice postati deblje. U suprotnom odnosno slabijom stimulacijom broj veza je manji što rezultira rjeđom neuronskom mrežom i smanjenim intelektualnim sposobnostima (Jovančević i Ježić, 2007; Rajović, 2017). Nekorišteni sinaptički putovi atrofiraju, a mozak se prilagođava vanjskim uvjetima te se usklađuje s okolinom. Prema tome, pružanjem okolinske podrške te nuđenjem razvojnih poticaja u ranom razvoju, mozak je moguće ciljano oblikovati (Bulat, 2014).

Rajović (2017) izdvaja prvih sedam godina života djeteta kao razdoblje povećanih mogućnosti utjecaja na obogaćivanje veza među neuronima. Mozak se i nakon tog razdoblja nastavlja razvijati neprestano stvarajući i preslagujući veze, ali se naši perceptivni i kognitivni kapaciteti oblikuju baš u tom razdoblju. Tako već nakon desete godine izraženije postaje nestajanje veza od stvaranja novih (Jovančević i Ježić, 2007). Na slici 1. prikazano je povećanje, a zatim smanjenje broja sinapsi. Prvo polje karakteristično je za novorođenčad, drugo za dijete u dobi od šest godina te treće za dijete od 14 godina.



Slika 1. Povećanje broja sinapsi, potom smanjenje

Napomena. Preuzeto iz „Nasljeđe, ljubav i njega u ranom razvoju mozga – Utjecaj istraživanja razvoja mozga na novi pristup poticanja ranog rasta i razvoja djece“, Jovančević i Ježić, 2007, *Dijete, vrtić, obitelj: Časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, Vol. 13 No. 48.

Siegel i Bryson (2015) ističu kako razumijevanjem strukture mozga i njegovog funkcioniranja dolazi do usmjerenijeg poučavanja i boljeg reagiranja na svakodnevne situacije s djecom. Prema humanističkim shvaćanjima, ljudski se mozak dijeli na dvije polutke – lijevu i desnu. One funkcioniraju na potpuno različit način pa se stoga njihova razlika često opisuje kao modalnost lijeve polutke i modalnost desne polutke. Te dvije polutke anatomski su odvojene pa je tako desna strana mozga izravnije povezana s tjelesnim osjetima te izravno prima emocije iz donjih dijelova mozga. Stoga je desna strana mozga emocionalna, neverbalna, iskustvena i autobiografska dok je lijeva logična, lingvistička i doslovna.

Bulat (2014) naglašava kako su obje polutke jednako značajne te da obje sudjeluju u složenim procesima, ali su specijalizirane za različite funkcije. Kod male djece, posebice one do tri godine života, uobičajena je dominacija desne strane mozga s obzirom da ona u tim godinama još nisu svladala sposobnost korištenja logike i riječi. Siegel i Bryson (2015) navode kako je za uravnotežen i strukturiran život te povezivanje s okolinom neophodna integracija te dvije polutke. Naime, koordiniranjem strana i njihovim integriranjem s dijelovima osobnosti dolazi do iskorištavanja punog kapaciteta mentalnih resursa. Važnu ulogu u tom procesu imaju

skrbnici i svi oni koji su u izravnom kontaktu s djecom jer su oni ti koji pružaju iskustva koja grade temelje integracije i spoznajnog razvoja (Siegel i Bryson, 2015). Neka od takvih iskustava (Brain Gym, NTC metoda) koja djeluju u smislu integracije prilično su jednostavna za korištenje i ne traže posebna znanja, edukacije ili trening skrbnika kako bi ih mogli upotrebljavati u svakodnevnim situacijama s djecom.

Poznata metoda pod nazivom Brain gym sastoji se od jednostavnih i ugodnih vježbi koji potiču iskustvo učenja cijelim mozgom. Te vježbe obuhvaćaju tri vrste pokreta, a to su: pokreti koji dijele tijelo na lijevu i desnu stranu (lateralizacija), na prednju i stražnju stranu (fokusiranje) te na gornji i donji dio (centriranje). U nastavku će biti prikazano nekoliko vježbi koje utječu na vještine učenja te na poboljšanje koncentracije, ravnoteže i koordinacije:

- Lijene osmice – vježba se izvodi od središnje točke osmice suprotno od smjera kazaljke na satu, tri puta svakom rukom odvojeno, a zatim objema zajedno. Ova vježba utječe na poboljšanje koncentracije, ravnoteže i koordinacije.
- Dvostruko šaranje – dijete slobodno crta na velikoj ploči širokim pokretima ruku (obje ruke istovremeno). Ova vježba utječe na svijest o lijevom i desnom, svijest o tijelu, koordinaciju te poboljšanje motoričkih vještina.
- Križno gibanje – izvodi se naizmjeničnim dodirivanjem lijeve i desne ruke suprotnim koljenom. Ova vježba utječe na poboljšanje koordinacije lijevo-desno, prostorne koordinacije i orijentacije te poboljšanje disanja i izdržljivosti.

Ovaj program počiva na rezultatima proučavanja mozga i utjecajem pokreta na rad mozga i procese učenja na način da pokreti tijela dovode osjete iz vanjskog svijeta u mozak. Brain gym vježbe usklađuju funkcioniranje svih područja mozga i općenito sustava tijela i uma te vode poboljšanjima: opće motoričke koordinacije, koncentracije i pamćenja, čitanja, pisanja, jezičnih i matematičkih vještina, organizacijskih vještina, logičkog mišljenja, i razumijevanja, emocionalne ravnoteže i smanjenju hiperaktivnosti i napetosti (<https://www.centar-logos.hr/brain-gym-metoda-ucenja-pomocu-pokreta-i-vjezbi-za-mozak/>).

NTC metoda sastavljena je od različitih aktivnosti i igara za djecu koje se temelje na saznanjima o razvoju i radu mozga. Te aktivnosti imaju pozitivan efekt na razvoj mozga u razdoblju najintenzivnijeg rasta i razvoja odnosno od rođenja pa do približno desete godine starosti. Ranko Rajović, autor ovog programa, povezo je spoznaje suvremene medicine iz područja neurofiziologije, neuroanatomije i neuroendokrinologije sa svakodnevnim aktivnostima djece. Ovaj je program nastao kao plod želje da se djeci omogući ostvarenje

vlastitih potencijala, ali i kao potreba da se prevladaju sve prisutnije poteškoće. NTC program karakteriziraju tri faze provođenja koje sjedinjuju senzo-motorni i kognitivni razvoj djeteta:

1.faza – sastoji se od evolutivno podržavajuće aktivnosti koje podrazumijevaju kompleksne motoričke aktivnosti uključujući finu motoriku, dinamičku akomodaciju oka, rotaciju, ravnotežu i kretanje;

2.faza – uključuje misaone klasifikacije, misaone serijacije i asocijacije;

3.faza – predstavlja rad na razvoju divergentnog i konvergentnog mišljenja te funkcionalnog znanja.

Sve se ove faze provode kroz igru koja, kao unutrašnja motivacija djeteta, predstavlja ključni faktor provođenja NTC programa (<https://ntchrvatska.com/>). Autor ove metode naglašava važnost rane stimulacije te davanje slobode djetetu u kontekstu izbjegavanja pretjeranog zaštićivanja koje može imati loše posljedice za motorički, a time i neurološki razvoj djeteta. Umjesto prezaštićivanja, on predlaže stvaranje sigurne okoline u kojoj se dijete može nesmetano kretati, istraživati i eksperimentirati jer upravo te aktivnosti formiraju važne regije u kori velikog mozga te utječu na kognitivne procese. Rajović se osvrće i na temu pretjeranog kupovanja igračaka te spominje kako puno igračaka ne razvija misaone procese odnosno ne djeluje poticajno na dječji razvoj (https://www.youtube.com/watch?v=cMF-_PUQTbQ).

2.2 Uloga roditelja i odgojitelja u stvaranju poticajnog matematičkog okruženja

Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) kvalitetno prostorno-materijalno okruženje ističe kao esencijalni izvor dječjeg učenja. Naime, njegovim kreiranjem djetetu omogućujemo stupanje u interakciju s različitim sadržajima učenja koja su istraživačkog karaktera. Petrović-Sočo (2007) u odnosu organizacije ustanove za rani i predškolski odgoj i obrazovanje te službenog programa, u prvi plan stavlja organizaciju odnosno aranžiranje okruženja. Prema humanističkim shvaćanjima, razlog tomu je aktivno učenje djeteta u poticajnom socijalnom i fizičkom okruženju kroz istraživanje i činjenje te u interakciji s drugom djecom i odraslima (Bulat, 2014; Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja, 2014; Petrović-Sočo, 2007).

Uloga odraslog u kreiranju okruženja, a s time i podržavanju spoznajnog razvoja, iznimno je važna. Naime, ono što dijete može učiniti samo je njegova stvarna dostignuta

razvojna razina dok uz odraslu osobu ono može dostići još višu razinu odnosno razinu mogućeg razvoja (Vasta i sur. 1998). Tako roditelji i odgojitelji mogu usmjeravati djecu te utjecati na njihov mentalni razvoj. Posebno se spominje uloga roditelja odnosno obitelji koja treba iskazivati emotivnu toplinu te imati pozitivne stavove prema učenju, obrazovanju i znanju. Kako bi poticali razvoj prirodnih predispozicija djece, neophodno je stvarati uvjete u kojima će ona osjećati slobodu u samostalnom izražavanju svog mišljenja, gdje će zadovoljavati svoju radoznalost te stjecati nova znanja i vještine (Rajović, 2014).

Prema Petrović-Sočo (2007), usmjerenost na dijete odnosno cjelokupan prostor primjeren dobnim i individualnim osobinama one djece kojoj je i namijenjen bit je principa odgojno-obrazovnog rada u odgojnoj skupini. Naime, organizacija prostora predstavlja važan dio u odgojno-obrazovnom procesu jer je ona ogledalo kulture i slike koju odrasli imaju o djetetu. Peteh (2008) spominje kako je razvoj mišljenja uvjetovan nasljeđem, vanjskim poticajima te vlastitom aktivnosti, a odgojitelji imaju ključnu ulogu jer su oni ti koji svojim svakodnevnim funkcionalno-fleksibilnim pristupom mogu pridonijeti njegovu razvoju.

U razvijanju matematičkih kompetencija, Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) kao ključnu ističe upravo organizaciju odgojno-obrazovnog procesa vrtića koja se oslanja na stvaranje poticajnog matematičkog okruženja odnosno na poticanje djeteta na rješavanje problema te razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja. Sharma (2001) tvrdi kako će upravo iskustva djeteta u ranoj dobi moći služiti za razvijanje formalnog osjećaja za broj, brojanje te temeljne računske radnje. Dakle, nadogradnja na prethodna neformalna znanja i vještine predstavljat će jednostavan i učinkovit način usvajanja pojma broja i jednostavnih aritmetičkih radnji. Stoga brojanje predmeta koje svakodnevno okružuju djecu predstavlja efikasnu metodu za daljnje usvajanje matematičkih koncepata.

Marendić (2010) ističe posao odgojitelja kao vrlo važan za razvoj dječjih matematičkih postignuća. Kao njegove uloge on navodi:

- pomoći djetetu u nadograđivanju njegovog postojećeg neformalno matematičkog znanja
- omogućiti djetetu slobodu za njegove vlastite konstrukcije i uvažavati njegove vlastite strategije rješavanja problema
- osigurati atmosferu u kojoj rasprava pridonosi djetetovim matematičkim spoznajama
- pripremiti manipulativne materijale ili ilustracije nužne za poučavanje s razumijevanjem

- osigurati socijalnu interakciju kroz koju će dijete biti potaknuto reakcijama druge djece
- omogućiti djeci bogatu okolinu te složene situacije koje će potaknuti rješavanje problema

Kreiranje bogatog i poticajnog okruženja od kritične je važnosti jer ono motivira dijete na kretanje te nudi brojne mogućnosti za eksperimentiranje, istraživanje, provjeravanje spoznaja i razvoj (Jovančević i Ježić, 2007; Zini, 2006). Djeca od rođenja različito reagiraju na određene podražaje, a upravo su te perceptivne sposobnosti osnova za kognitivni razvoj koji slijedi (Bulat, 2014).

2.3 Dijete kao aktivni istraživač

Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) polazi od shvaćanja djeteta kao istraživača i aktivnog stvaratelja vlastitog razvoja. Dijete na akciju potiču njegova znatiželja i potreba za igrom koje predstavljaju pokretače njegovog razvoja te mu omogućuju razumijevanje i kritičko promišljanje svega što ga okružuje. Kao što je već spomenuto, ono se razvija u poticajnom socijalnom i fizičkom okruženju te interakcijom s različitim materijalima i drugom djecom.

Pitamic (2013) ističe kako su osjeti prirodni instrumenti kojima dijete istražuje svijet koji ga okružuje. Oni im služe kao prirodna pomagala pri učenju i otkrivanju. Istraživanje okoline najprije počinje od urođenih refleksa koji su automatske i stereotipne reakcije na određeni podražaj. Kroz vrijeme dijete počinje pokazivati jasnije zanimanje za vanjski svijet te kreće eksperimentirati s predmetima i svojim učincima na njih. Dijete kroz neposredni kontakt stvara svoje predodžbe svijeta u kojem živi te na taj način kreira svoje znanje (Starc, Čudina-Obradović, Pleša, Profaca, Letica, 2004).

Mnogi autori u svojoj analizi navode upravo motoričke vještine kao indikator neurološkog sazrijevanja te razvoja složenijih funkcija mozga (Bulat, 2014; Starc i sur., 2004; Vasta i sur., 1998:). Sukladno Piageteovim razvojnim stadijima (o kojima će nešto više biti rečeno u sljedećem poglavlju), rastom motoričkih sposobnosti i kognitivne se sposobnosti granaju te postaju sve složenije. Kroz razvoj dijete prevladava baratanje predmetima u okolini te taj proces zamjenjuje unutarnjim odnosno mentalnim operacijama. Tijekom djetetovog aktivnog djelovanja na okolinu prilikom manipuliranja predmetima ili kretanjem u prostoru, dijete opaža promjene koje je proizvelo te odnose među predmetima. Zatim sva ta opažena

svojstva i promjene okoline asimilira te se prilagođuje novostečenom iskustvu (Strac i sur., 2004).

Prema Bulat (2014), u našem mozgu postoji tzv. sustav motoričke simulacije koji se aktivira prilikom izvedbe određene radnje, ali i prilikom samog promatranja. Taj je sustav koristan za usvajanje i razumijevanje onoga što vidimo odnosno onoga što nas okružuje. Bulat (2014) smatra da ljudska ideja odnosno misao nije ništa bez pokreta koji omogućuju njihovu realizaciju. Ističe kako svoju okolinu možemo doživjeti jedino krećući se odnosno mijenjanjem položaja u prostoru.

Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) ističe kako je u ranoj i predškolskoj dobi djetetu potrebno osigurati radost otkrivanja i učenja kroz igru. Dijete postaje sve aktivnije pa tako otkriva predmete i svijet oko sebe dohvaćajući i koordinirajući pokrete rukama, a zatim istražujući prstima. Naime, dijete uči u neposrednom iskustvu s raznovrsnim resursima te tako osnažuje svoj urođeni istraživački i otkrivački potencijal.

Kao jedan od najvažnijih zadataka u dječjem razvoju, Rajović (2017) ističe pravovremeno razvijanje njihovih sposobnosti. U prvom redu spominje razvoj intelektualnih sposobnosti te sposobnosti mišljenja s naglaskom na stvaralaštvo. Djeci treba omogućiti odnosno dovesti ih u situaciju da promatraju okolinu, uspoređuju različite pojave, analiziraju ih, uočavaju sličnosti i razlike te ih sintetiziraju. Kako bi razumjelo svijet oko sebe, dijete mora moći donijeti i zaključak o onome što mu nije neposredno nadohvat ruke. Stoga, kako bi se razvijalo i napredovalo, nije dovoljno da nešto zapazi i zaključi o trenutačnoj situaciji na osnovu trenutačnih podataka već je potrebna i sposobnost apstraktnog zaključivanja. Pomoću te sposobnosti, dijete će konkretna zapažanja iskoristiti za šire i dublje zaključke o svijetu (Bulat, 2014).

2.4 Kognitivni razvoj

Predškolsko razdoblje predstavlja bazu o kojoj ovisi budući razvoj intelektualnih sposobnosti s obzirom da one ovise o razvijenosti mreže sinapsi među neuronima u mozgu. Kao što je već ranije spomenuto, ljudski se mozak razvija tijekom cijelog života, ali se perceptivni i kognitivni kapaciteti oblikuju u prvih sedam godina života (Zini, 2006). Kognitivni razvoj interpretira se kao intelektualni dio prilagodbe na okolinu u kojoj živimo. On uključuje niz funkcija među kojima su mišljenje, zaključivanje, donošenje odluka, rješavanje

problema te pamćenje. To su mentalni procesi pomoću kojih dijete pokušava razumjeti i sebi prilagoditi svijet koji ga okružuje (Bulat, 2014; Starc i sur., 2004).

Starc i suradnici (2004) daju dobar okvir za razumijevanje cjelokupnog razvoja djeteta te naglašavaju holistički pristup u odgoju. Postupno razvijanje unutarnjih zamjena te misaonih operacija navode kao glavne procese spoznajnog razvoja. Postupnom uporabom simbola te ovladavanjem misaonim operacijama kao što su usporedba, analiza, sinteza, reverzibilnost, apstrahiranje te generalizacija, razvija se dječja spoznaja. Kao neophodne uvjete za taj razvoj oni navode djetetovu aktivnu interakciju s okolinom, tumačenje njegovog iskustva te osiguranje uvjeta za razvoj pozornosti i misaonih strategija. Prema njihovoj analizi, tri su osnovna procesa u kognitivnom razvoju: osjeti, percepcija i pažnja iz kojih proizlaze kompleksniji procesi, a to su: mišljenje, rasuđivanje i rješavanje problema.

Pregledom suvremenih spoznaja neuroznanosti, Bulat (2014) navodi kako postoji mnogo teorija kojima se nastoji objasniti kako djeca misle i uče. Kao jednog od najistaknutijih teoretičara koji se bavio tom tematikom izdvaja Jeana Piageta. Taj istaknuti psiholog i istraživač kognitivnog razvoja djece upravo djelovanje djeteta na okolinu navodi kao oruđe u usvajanju misaonih struktura. Opisuje četiri razvojna razdoblja razvoja inteligencije koja su prikazana u tablici 1. Za svako je od njih uključen neki oblik djelovanja na okolinu (Bulat, 2014; Starc i sur., 2004).

Tablica 1. Prikaz kognitivnog razvoja prema Piagetu

<p>1.SENZOMOTORNO RAZDOBLJE (0 do 2 g.) - Djetetovo spoznavanje okoline temeljeno je na njegovom izravnom djelovanju na okolinu</p>
<p>1.1.VJEŽBANJE REFLEKSA (od 0 do 1. mj) - Ponašanje je uvjetovano automatskim i stereotipnim reakcijama na određeni podražaj - refleksima</p>
<p>1.2.RAZVOJ SHEMA (od 1. do 4. mjeseca) - Dijete djeluje i uči se razumijevanju svijeta pomoću senzomotoričnih shema (uvježbani i uopćeni sklopovi ponašanja)</p>
<p>1.3.POSTUPCI OTKRIVANJA (od 4. do 8. mj) - Dijete otkriva uzročno-posljedičnu vezu u svom djelovanju na okolinu</p>
<p>1.4.NAMJERNO PONAŠANJE (od 8. do 12. mj.) - Dijete ciljano eksperimentira s predmetima i svojim učincima na njih</p>
<p>1.5.NOVOST I ISTRAŽIVANJE (od 12. do 18. mj.) -Dijete mijenja ponašanje u skladu sa svojim ciljevima</p>
<p>1.6.MENTALNO PREDOČIVANJE (od 18. do 24. mj.) - Dijete rješava probleme mentalnim zamišljanjem</p>
<p>2.PREDOPERACIJSKO RAZDOBLJE (od 2. do 6. g.) - Dijete koristi simbole kako bi kognitivno reprezentiralo svoju okolinu</p>
<p>3.RAZDOBLJE KONKRETNIH OPERACIJA (od 6. do 11. g.) - Djetetu mentalne operacije omogućuju logičko rješavanje problema</p>
<p>4. RAZDOBLJE FORMALNIH OPERACIJA (nakon 11.g.) - Mentalne operacije višeg stupnja omogućavaju logičko rezoniranje i apstraktno mišljenje</p>

Napomena. Preuzeto iz *Osobine i psihološki uvjeti razvoja djeteta predškolske dobi* (str.21), Starc i sur. (2004). Zagreb: Golden marketing – Tehnička knjiga.

Uz Piageta, Marenić (2009) ističe Vigotskog i Brunera kao psihologe koji su dali značajan doprinos razumijevanju kognitivnog razvoja djece ističući ga kao nužan aspekt za konstrukciju subjekta. Navodi kako Bruner daje veliku važnost vanjskom poticaju odnosno društvenim subjektima koje predstavljaju obitelji i odgojno-obrazovne ustanove. Ističe tri faze reprezentacije stvarnosti, a to su akcijska, ikonička i simbolička koju smatra za najvišu razinu. Proučavajući obrazovni sistem i njegov utjecaj na dječji razvoj, Bruner navodi kako su djeca sposobna razumjeti mnoga znanja ukoliko im se ona približe na njima razumljiv i prihvatljiv način. Marenić (2009) navodi kako je jedinstven stav o spoznajnom razvoju spomenutih psihologa da svaka etapa dječjeg razvoja predstavlja bazu buduće razvojne faze. U tom smislu

svaki od navedenih psihologa praktično iskustvo navodi kao bazu za daljnji razvoj matematičkih kompetencija.

Upravo je na tim spoznajama izgrađen sustav razvoja matematičkih pojmova kojeg je prikazala Liebeck (1995), a koji se sastoji od: I - iskustva fizičkih predmeta; G - govornog jezika koji opisuje to iskustvo; S - slike koje ga prikazuju te Z - pismenog znaka koje ga generalizira. Pismeni znak odnosno simbol primarni je način odvijanja komunikacije na matematičkom jeziku (Sharma, 2001).

Prema sintezi istraživača Rameya i Landesman Rameya (1998), upravo primjerima na konkretnim materijalima i predmetima odnosno nuđenjem širokog spektra aktivnosti možemo utjecati na usvajanje misaonih struktura i razvoj djetetovih prirodnih predispozicija. Rajović (2017) navodi kako unošenje elemenata u okolinu stimulira mentalni razvoj djece te djeluje na razvoj sposobnosti apstraktnog mišljenja, logičkog razmišljanja te rješavanja problema.

Sharma (2001) daje prednost djetetovom načinu razmišljanja te strategijama koje koristi pred samim rješavanjem nekog matematičkog zadatka. Po njegovoj teoriji, odrasli koji rade s djecom trebaju biti poput mini-znanstvenika koji pokušavaju doznati što se zapravo događa u djetetovom razmišljanju. Dakle, odgovori na pitanja kako dijete misli, kako pristupa određenom zadatku, koje strategije bira, kako dolazi do ispravnog ili pogrešnog odgovora odnosno način na koji dijete sintetizira svoja dotadašnja iskustva i izgrađuje vlastite teorije, područje su koje treba zanimati sve one koji su u neposrednom kontaktu s djecom.

3. MATEMATIKA I PREDŠKOLSKO DIJETE

3.1 Psihološki aspekti početnog poučavanja matematike

Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) navode tri skupine općih psiholoških činitelja koji utječu na učenje matematike, a to su:

- Senzorni i perceptivni činitelji
- Kognitivni činitelji
- Socijalni i emocionalni činitelji

Poznavanjem ovih činitelja odgojitelji mogu razumjeti i predvidjeti uspješnost djece u kontekstu razvoja matematičkih kompetencija (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

3.1.1 Senzorni i perceptivni činitelji

Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) ih definiraju kao činitelje koji su povezani s funkcioniranjem osjetnih organa i početnom misaonom obradom informacija koje djeca dobivaju iz okoline. Oštrina vida i sluha, vidna i slušna percepcija, uočavanje finih razlika u vidnim i slušnim podražajima, percipiranje prostornih odnosa, prepoznavanje konstantnosti oblika te slušno i vidno sekvencijsko pamćenje sposobnosti su koje se odnose na senzorno i perceptivno funkcioniranje. Razvijenost ovih činitelja preduvjet je za odvijanje viših misaonih procesa.

3.1.2 Kognitivni činitelji

Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) kognitivne činitelje povezuju s tri ključna kognitivna procesa:

1. Održavanje i zadržavanje pažnje
2. Obrada informacija u radnom ili kratkoročnom pamćenju u svrhu pohrane u dugoročnom pamćenju
3. Dozivanje informacija iz dugoročnog pamćenja za ponovnu uporabu

Kognitivni činitelji obuhvaćaju razvijenost strategija učenja te niz sposobnosti kao što su sposobnost pamćenja, sposobnost učenja simboličkih sustava, usmjeravanja pažnje, uočavanja odnosa te baratanja apstraktnim pojmovima. U razvoju matematičkog načina

mišljenja ključnim se izdvaja konkretno iskustvo u baratanju s veličinama koje postupno dovodi do matematičkog razumijevanja. Na taj način dolazi do građenja mreže znanja o matematičkim pojmovima i njihovim odnosima. Kao što je već ranije spomenuto, izrazito je važno poznavanje zakonitosti kognitivnog razvoja djece s njihovim postojećim strategijama i mogućnostima logičkog i matematičkog zaključivanja. Tim se poznavanjem može lakše doći do postizanja i razumijevanja temeljnih matematičkih pojmova i odnosa koje pretpostavlja:

- a) Razvijene temeljne vještine logičkog zaključivanja
- b) Poznavanje posebnog sustava matematičkih simbola
- c) Mogućnost prijenosa spoznaja o određenim matematičkim odnosima iz jedne situacije u drugu.

Prilikom usvajanja matematičkih pojmova dobro je voditi računa o kognitivnim procesima na koje se oslanjaju pojedini dijelovi matematičkog sadržaja.

3.1.3 Socijalni i emocionalni činitelji

Socijalni i emocionalni odnosno emocionalno-motivacijski činitelji imaju znatan utjecaj na matematičko postignuće djeteta. Naime, sam emocionalan odnos prema ovom području povezan je s prvim doživljajima uspjeha odnosno neuspjeha. Vrlo je bitno da se djetetu pruži prilika za postizanje uspjeha kako bi ono bilo motivirano za daljnje napredovanje u području matematike. U suprotnom, ukoliko dijete nema takvih prilika ili prihvati tumačenje kako se uspjeh u matematici temelji na urođenim sposobnostima, ono će izgubiti samopouzdanje te će se pojaviti osjećaj tjeskobe koji može nepovoljno djelovati na učinak u uspješnosti rješavanja matematičkih zadataka. Prema tome, odgojitelji, skrbnici i svi oni koji su u izravnom kontaktu s djecom, postavljanjem primjerenih zadataka mogu probuditi dječju motivaciju (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Primjereni zadaci odnose se na zadatke koji trebaju biti u zoni proksimalnog razvoja djeteta. Naime, kako bi djeci osigurali uspjeh, zadaci ne trebaju biti lagani već trebaju biti ciljani na oko 10% ispred zone sadašnjeg razvoja. Na taj se način s jedne strane izbjegava dosada koju mogu prouzročiti prejednostavni zadaci, a s druge strane frustracija koja se može pojaviti kao rezultat preteških zadataka.

3.2 Matematičke kompetencije

Nacionalni kurikulum ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja (2014) za cilj ima razvijati niz kompetencija među kojima se kao jedna od ključnih izdvaja matematička

kompetencija. Ona se razvija u organizaciji odgojno-obrazovnog procesa vrtića koja se oslanja na stvaranje poticajnog matematičkog okruženja odnosno poticanjem djeteta na rješavanje problema te razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja. Wood (1995; prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998) navodi kako se temeljne matematičke spoznaje razvijaju kroz neposredan dodir s predmetima u djetetovoj okolini. S obzirom na individualne razlike u načinu dolaženja do određenih matematičkih spoznaja, potrebno je omogućiti što raznovrsniji dodir s konkretnim materijalima.

Posavec (2010) se u svojoj analizi Gardnerovih tipova inteligencija osvrće upravo na važnost poticajnog okruženja koji će stimulirati i podržavati razvoj različitih kompetencija. Istaknuti istraživački psiholog Howard Gardner sposobnost rješavanja problema u okruženju poistovjećuje s inteligencijom. U tablici 2 navedena je njegova podjela koja se sastoji od osam ključnih inteligencija te primjeri poticaja koji su pridruženi svakoj od njih.

Tablica 2. Prikaz višestrukih inteligencija te vrsta poticaja

Lingvistička	Knjige, kasete, pribor za pisanje (dijalozi, diskusije, debate), priče
Logičko-matematička	Stvari za istraživanje, materijali o znanosti, izleti u planetarij, muzej znanosti
Prostorna	Pribor za slikanje, modeliranje, lego kocke, video filmovi, puzzle, posjete umjetničkim galerijama
Tjelesno-kinestetička	Igranje uloga, dramska igra, pokret, sportovi, dodirna iskustva
Glazbena	Pjevanje, posjete koncertima, glazbene igre, glazbeni instrumenti
Interpersonalna	Grupne igre, prijatelji, društvena događanja, klubovi, mentori
Intrapersonalna	Tajna mjesta, vrijeme nasamo, projekti prilagođeni individualnom ritmu, izbor
Prirodna	Vanjski prostori, životinje, planinarenje

Napomena. Preuzeto iz „Višestruke inteligencije u nastavi“, Posavec, 2010, *Život i škola: časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanje*, 56(24), str. 60.

Matematika pridonosi razumijevanju prirodne i društvene cjeline od najranije dobi tako što obogaćuje predodžbeni svijet djece, uvodi ih u međusobne odnose konkretne stvarnosti te ih uči razvijanju mišljenja i matematičkom jeziku. Naime, matematika uvodi dijete u percipiranje i shvaćanje odnosa u svom neposrednom okruženju, pomaže razvoju njegovog

mišljenja i drugih psihičkih funkcija. Također, ona bogati dječji rječnik vokabularom nužnim za jasnu komunikaciju sa okolinom ((Marendić, 2009; Peteh, 2008).

Bulat (2014) navodi kako su već u najranijoj dobi prisutni mehanizmi odnosno sposobnosti koji predstavljaju podlogu za buduće složenije zaključke o svijetu. Zahvaljujući tim mehanizmima djeca već od najranije dobi razumiju složene pojave i zakonitosti u svojoj okolini. Kako bi se izbjegle visoke apstrakcije već dovoljno apstraktnih matematičkih sadržaja, Marendić (2009) navodi kako je od iznimne važnosti usklađenost razvoja početnih matematičkih pojmova s razvojnim karakteristikama djeteta. Usvajanje matematičkih kompetencija puno je jednostavnije ukoliko poznamo prirodu rane dječje spoznaje koja predstavlja polazište u građenju novih i složenijih matematičkih spoznaja (Marendić, 2009; Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

Svijet matematike djetetu otkrivamo postupcima koji odgovaraju njegovim psihofizičkim mogućnostima shvaćanja, a to su igra, promatranje te manipulacija. Na taj način uključujemo njegova osjetila te ga postupno uvodimo u rješavanje zabavnih problema i u rad po zadatku. Djeci je kroz igru omogućeno upoznavanje predmeta, njihovih osobina i odnosa (Peteh, 2008).

Peteh (2008) navodi rješavanje problemskih zadataka kao jedan od metoda usvajanja osnovnih matematičkih pojmova. Ono predstavlja zabavan izazov koji djecu potiče na intelektualnu aktivnost te budi misaone procese odnosno sintezu, uspoređivanje i zaključivanje. Pri izboru problema je bitno voditi računa o elementarnom znanju djece i onome što im je poznato odnosno nepoznato. Usvajanjem osnovnih matematičkih pojmova, osim na razvoj psihičkih funkcija kao što su percepcija, pamćenje, mašta i koncentracija, utječemo i na procese mišljenja. Pomoću mišljenja „otkrivamo, procjenjujemo, tvorimo sudove, predviđamo, kritički ocjenjujemo, spoznajemo“ (Peteh, 2008, str. 13).

3.3 Razvoj predmatematičkih vještina

Glasnović Gracin (2010) predmatematičke vještine promatra kao određene predispozicije pomoću kojih djeca lakše usvajaju apstraktne matematičke pojmove. Drugim riječima, „predmatematičke vještine su određene vještine koje čine preduvjet za učenje matematičkih sadržaja u školi“ (Glasnović Gracin, 2010, str. 201). Predškolska dob razdoblje je kada ih je potrebno sustavno razvijati kroz igre i različite aktivnosti s konkretnim

materijalima. U tome se razdoblju djetinjstva razvijaju temeljni koncepti koji omogućuju dublje razumijevanje složenijih matematičkih problema i fleksibilnije tehnike rješavanja tih problema (Claessens i Engel, 2013).

Sharma (2001) smatra da je razvoj tih vještina nužan za razumijevanje budućih složenih matematičkih koncepata. Naime, predmatematičke vještine uključuju osnovne aritmetičke činjenice, koncepte i postupke, a djeca koja s njima ovladaju s razumijevanjem, spremna su nadograđivati svoje znanje.

Autorica Čudina-Obradović (2002) izdvaja osam temeljnih predmatematičkih vještina:

1. Upoznavanje odnosa u prostoru – dijete ovu vještinu usvaja kretanjem u prostoru i manipuliranjem predmetima.
2. Uspoređivanje – dijete uočava međuodnos predmeta u okolini. Ono usvaja značenje riječi: velik – malen; dulji – kraći. Uloga odraslih je usmjeriti djetetovu pažnju na usporedbu.
3. Svrstavanje i razvrstavanje – dijete uočava da neki predmeti imaju neka zajednička, a neka različita svojstva po kojima se mogu svrstavati i razvrstavati. Dok se svrstavanje predmeta odnosi na svrstavanje predmeta po unaprijed određenom svojstvu, vještina razvrstavanja odnosi se na isto svojstvo u nekoj skupini predmeta.
4. Sparivanje i pridruživanje – dok se vještina sparivanja predmeta odnosi na povezivanje istovrsnih predmeta (knjiga-knjiga), pridruživanje se odnosi na povezivanje predmeta s pripadajućim predmetom (rukavica-ruka).
5. Jednako, za jedan više, za jedan manje – dijete će uspoređujući različite skupove uočiti da se oni razlikuju pa da tako u jednom skupu ima više, u jednom manje, a u jednom jednak broj predmeta.
6. Mehaničko brojanje – dijete brzo usvoji nazive brojeva i brojevni redoslijed, ali im ne pridružuje značenje
7. Brojanje pridruživanjem – dijete brojevnoj riječi pridružuje količinu. Ova je vještina važna za početak računanja.
8. Prepoznavanje brojke i njezino pridruživanje količini – dijete kroz interakciju s okolinom primjećuje brojke, ali ne razumije odmah njihovo značenje. Kasnije počinje shvaćati da određena brojka označuje količinu predmeta.
9. Usporedba brojeva u glavi – odnosi se na sposobnost usporedbe veličine brojeva bez gledanja u predmete ili bez korištenja prstiju

S druge strane, Likierman i Muter (2007) spominju nastavnicu matematike Montague-Smith koja je opisala pet predmatematičkih vještina koje bi dijete trebalo svladati u predškolskoj dobi, a to su:

1. Brojenje – sposobnost brojenja predmeta pomaže djetetu u usvajanju pojma broja, a kasnije i računskih radnji poput zbrajanja i oduzimanja.
2. Pojam broja – sposobnost djeteta da prepozna brojke u pisanom obliku, da koristi pojmove više i manje za uspoređivanje brojeva te da počne razumjeti zbrajanje i oduzimanje.
3. Pravilnosti – sposobnost djeteta da prepozna i nastavi određeni niz. Niz predmeta čini pravilnost koja pomaže djetetu u shvaćanju svijeta i predviđanju.
4. Oblik i prostor – sposobnost prepoznavanja, razvrstavanja te kategoriziranja predmeta po veličini i obliku.
5. Mjerenje i uspoređivanje – djeca kroz konkretno iskustvo jednostavnih mjerenja razvijaju vokabular vezan uz mjerenje (teže/lakše).

3.4 Brojevi, brojke, zbrajanje i oduzimanje

Likierman i Muter (2007) navode kako djeca već u ranoj dobi počinju razvijati svijest o brojevima pa tako već šestomjesečne bebe mogu razlikovati skupove predmeta koji se razlikuju po brojnosti. Mala djeca svijet brojeva otkrivaju kroz igru, istraživanje i osnovne svakodnevne aktivnosti manipulirajući i igrajući se s predmetima. Na taj način razvijaju temelje za baratanje s čistim matematičkim simbolima bez oslonca na konkretne predmete. Polaskom u dječji vrtić djeca planski i sustavno u skladu sa zahtjevima suvremenog, integriranog predškolskog kurikulumu na osnovu logičkih operacija s konkretnim predmetima razvijaju pojam broja (Marendić, 2009).

Predmatematičke vještine djetetu omogućuju razumijevanje odnosno usvajanje tri različita pojma broja (Čudina-Obradović, 2002):

1. Brojevna riječ
2. Broj kao količina
3. Brojka

Čudina-Obradović (2002) ističe kako dijete najprije usvoji mehaničko brojanje. Zatim brojevne riječi povezuje s količinom, a na kraju predškolskog razdoblja počinje povezivati brojevu riječ i količinu s odgovarajućom brojkom. Marendić (2010) mehaničko brojanje

odnosno taj razvoj svijesti o brojanju opisuje kao usvajanje naziva brojeva poput pjesmice kada brojanje ne predstavlja ništa osim dijela rituala u izvođenju brojnih aktivnosti.

Vlahović-Štetić (2009; prema Marendić, 2010) navodi da su djeca već u dojenačkoj dobi sposobna uočiti jednakost ili razliku među skupovima do četiri elementa. Do te se spoznaje došlo na temelju habituacije odnosno vremena koje je dijete provelo gledajući u neki podražaj. Naime, ukoliko mu je podražaj poznat odnosno ukoliko se neprestano pojavljuje isti broj elemenata, dijete će ga gledati kraće. Ukoliko se broj elemenata mijenja, dijete na njemu dulje zadržava pozornost.

Nunes i Bryant (1996; prema Marendić, 2010) ističu kako je brojenje složena aktivnost koja uključuje niz načela, a to su:

1. Načelo pridruživanja jedan prema jedan – svakom se predmetu može pridružiti samo jedan broj. Svejedno je od kojeg elementa u skupu brojenje počne.
2. Načelo ordinalnosti – spoznaja o tome da su brojevi poredani od manjeg prema većem te da je taj položaj u nizu stalan.
3. Načelo kardinalnosti – spoznaja da posljednji zbroj koji se izgovori predstavlja ukupan broj predmeta u skupu.
4. Načelo prebrojivosti – elementi u skupu se mogu prebrojiti bez obzira na njihovu količinu.
5. Načelo nevažnog redoslijeda – spoznaja da promjena redoslijeda pridruživanja brojeva ništa ne mijenja odnosno može se početi brojati s bilo koje strane.
6. Načelo konzervacije – broj predmeta je stalan bez obzira na njihov prostorni raspored
7. Načelo tranzitivnosti – spoznaja o stalnosti u usporedbi između tri ili više predmeta ($A > B$, $B > C$, $A > C$).
8. Načelo reverzibilnosti – razumijevanje reverzibilnog odnosa zbrajanja i oduzimanja odnosno ako nekom skupu dodamo i odmah oduzmemo isti broj, stanje se ne mijenja.

Ova se načela ne usvajaju paralelno već neka prethode drugima. Mnoga djeca nisu u stanju verbalizirati ova načela, ali ih uspješno primjenjuju (Marendić, 2010).

Prema Likierman i Muter (2007), djeca najprije razviju osjećaj za broj kao niz, a zatim za skup odnosno kardinalni broj. To znači da ona najprije koriste brojeve u nizu kao pridjeve, a kasnije kao imenicu. Kada dijete razvije osjećaj za broj, tada shvati da se jedan broj može dobiti različitim kombinacijama pa je tako $1+6=7$ isto što i $2+5=7$. Njihovo shvaćanje količinskih odnosa odnosno da je dva za jedan veći od jedan, tri za jedan veći od dva itd. presudno je za početak razumijevanja zbrajanja i oduzimanja.

Nunes i Bryant (1996; prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998) slažu se da početno vježbanje s različitim oblicima odbrojavanja unazad i unaprijed bitno pridonosi razumijevanju operacija zbrajanja i oduzimanja. Drugim riječima, vještina brojanja je temeljni preduvjet za usvajanje zbrajanja i oduzimanja. Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998), do smanjenja potrebe za upotrebom strategija zbrajanja i oduzimanja dolazi povećanjem činjeničnog i pojmovnog znanja djece. Naime, kada dijete jednom zapamti da je $3 + 3 = 6$, ono više neće imati potrebu koristiti se drugim strategijama.

Kako bi dijete uspješno svladalo brojenje, treba mu pružiti prilike za: korištenje riječi kojima se izražava količina; recitiranje naziva brojeva kako bi postalo sigurno u svoje znanje; odbrojavanje zadanog broja predmeta te brojenje predmeta u skupu (Likierman i Muter, 2007). Kao bitnu stavku u poticanju djece da broje Sharma (2001) navodi praćenje brojanja pitanjima o veličini skupova, redosljedu brojanja. Na taj način brojanje neće postati mehanička nesvjesna aktivnost već će pomoći djeci da shvate matematičke međudnose.

Kao važnu vještinu brojanja, Sharma (2001) izdvaja razvijanje koncepta glavnih i rednih brojeva. Djeca najprije usvajaju pojam glavnog broja odnosno brojevno ime koje označuje broj objekata u skupu. Redni broj označuje položaj nekog objekta u nizu. Smisljeno usvajanje pojma glavnih brojeva ovisi o razvijenosti predmatematičkih vještina uspoređivanja i ujednačavanja. Drugim riječima, da dijete stvarno razumije glavni broj možemo smatrati ako je u stanju ujednačiti objekte dvaju skupova te ako shvaća da se broj predmeta nije promijenio ni nakon što su predmeti izmiješani. Što se tiče rednog broja, Sharma (2001) navodi da ga dijete razumije onda kada je u stanju sastaviti predmete u niz. Vještine koje dijete mora steći kako bi usvojio stvaranje niza jest najprije sastaviti niz od različitih predmeta, usporediti i ujednačiti dva niza te održati tu ujednačenost i onda kada ona više nije lako uočljiva. Zajedničko razumijevanje glavnog i rednog broja smatra se istinskim razumijevanjem pojma broj.

4. RAZLIČITE METODE POUČAVANJA KOLIČINSKIH ODNOSA

Seitz i Hallwachs (1997) naglašavaju sposobnost kretanja odnosno djelovanja mišića koji svojim pokretanjem prenose informacije. Postoji više metoda čijom primjenom djeca dolaze u neposredan kontakt s konkretnim materijalima te na taj način aktiviraju svoje osjete. Korištenjem tih strategija djeca na konkretnim primjerima razvijaju temeljne matematičke spoznaje te su spremna za razvoj apstraktnog znanja. U ovom su radu predstavljene tri metode poučavanja količinskih odnosa među kojima su: Montessori didaktički materijali za matematiku, Aloha mentalna aritmetika te projektni pristup.

4.1 Montessori didaktički materijali za matematiku

Montessori pribor predstavlja autodidaktički materijal kojim se djeca samostalno služe te na taj način temeljem vlastitog iskustva usvajaju zakonitosti o svijetu. Te zakonitosti primjenom Montessori didaktičkog materijala djeca usvajaju kinestetički odnosno taktilno jer njime manipuliraju, istražuju te tako savladavaju matematičke zakonitosti (Seitz i Hallwachs, 1997). Didaktički materijali predstavljaju središte i zaštićeni dio Montessori pedagoškog sustava. Oni služe za razvoj senzornih i motoričkih funkcija koje poslije utječu na razvoj djetetovih umnih sposobnosti (Philipps, 1999).

U Montessori koncepciji pribor se koristi na način da vodi dijete od jedne lakše prema zahtjevnijoj razini odnosno od konkretnog pribora prema apstraktnijem. Philipps (1999) navodi kako se Montessori pribor koristi u skladu sa sljedećim kriterijima: dostupnost, poticanje aktivne djetetove djelatnosti, primjerenost djetetovim potrebama i sposobnostima te mogućnost uočavanja pogrešaka. Montessori pedagogiju karakterizira strogo definiran tijek vježbe te pravila korištenja didaktičkih materijala. Tehnikom izolacije osjetila sprječava se ometanje njihovog rada kako bi djeca mogla slobodno uviđati i donositi zaključke.

Prema Perić (2009), za dijete je vrlo povoljno da već od ranog razdoblja dolazi u doticaj s materijalima pomoću kojih kroz senzoričke doživljaje stvara konkretna iskustva. Ta konkretna iskustva ono kasnije predočava u apstraktne pojmove, pravila ili postupke. Upravo Montessori matematički materijal, navodi Perić (2009), omogućuje djetetu da konkretnim doživljajima stvara osnovna matematička iskustva.

Philipps (1999) predstavlja pet područja materijala koji se pojavljuju u Montessori vrtiću među kojima su: materijali za vježbe praktičnog života, materijali za poticanje osjetilnih sposobnosti, materijali za poticanje govora, materijali za kozmički odgoj te materijali za vježbe matematike. Pomoću Montessori matematičkog pribora dijete ima mogućnost da konkretno-osjetilno spozna brojeve veličine te dođe do najviših matematičkih apstrakcija. Brojeve se veličine pokazuju konkretno, dijete ih osjeća vidom i opipom, a potom se uvode simboli odnosno brojevi. Sljedeća razina je povezivanje brojeva i konkretnih veličina te uvježbavanje konkretnih operacija. Uvježbavanje konkretnih operacija odnosi se na zbrajanje i oduzimanje te množenje i dijeljenje konkretnim priborom i brojevima.

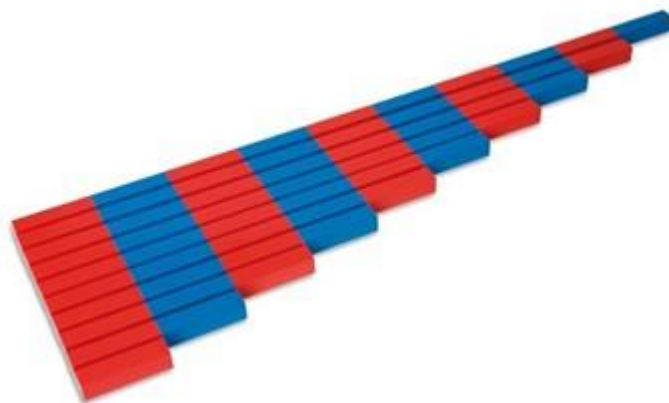
U području matematičkih vježbi u Montessori pedagogiji, Philipps (1999) navodi konkretne primjere didaktičkih materijala koji služe u izgradnji razumijevanja broja i količinskih odnosa:

- Brojevni prutovi – količine od 1 do 10

Brojevni prutovi prvo su matematičko sredstvo s kojim se susreću djeca u Montessori programu. Na slici 2 može se vidjeti kako je svaki brojevni prut naizmjenice podijeljen na plava i crvena polja duljine 10 cm pri čemu je najkraći prut crvene boje (Perić, 2009). Najkraći prut predstavlja broj 1, drugi broj 2 i tako sve do najdužeg odnosno desetog koji predstavlja broj 10 (Rajšp, 2015). Perić (2009) navodi korake vježbe s ovim didaktičkim materijalom koji počinju slaganjem plavo-crvenih prutova te prebrojavanjem njihovih dijelova. Nakon slaganja prutova od najkraćeg prema najmanjem, odgojitelj dodiruje i imenuje svaki prut, a zatim na tu istu vježbu potiče dijete. Nakon toga odgojitelj može pomiješati prutove te zamoliti dijete da mu doda određeni prut ili može uzeti jedan od prutova te zamoliti dijete da prebroji polja i kaže koji prut ima.

Ciljevi rada s brojevnim prutovima su (Perić, 2009):

- usvajanje pojma o količini i brojevima od 1 do 10
- stvaranje prediskustva s metrijskim sustavom
- brojenje od 1 do 10.



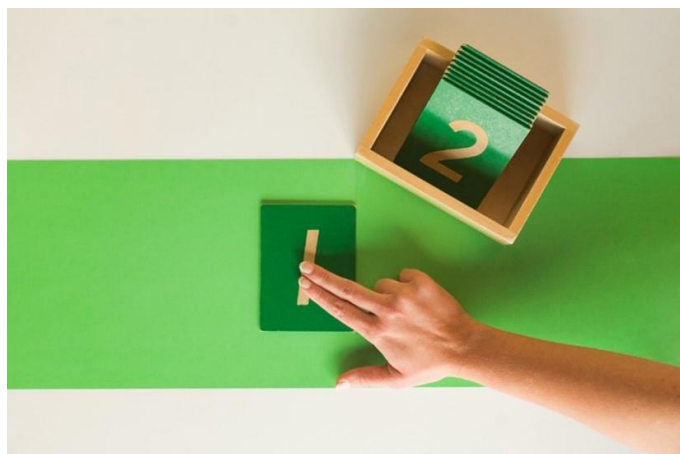
Slika 2. Brojevni prutovi

Napomena. Preuzeto sa <http://www.idadidacta.hr/brojevni-stapovi-989>

- Brojke od brusnog papira - količine od 1 do 10

Perić (2009) kao sljedeći korak u usvajanju matematičkih vještina Montessori materijalima, navodi upoznavanje sa simbolima. Ovaj materijal sadrži pločice na kojima se nalaze brojke od brusnog papira u kontinuumu od 1 do 10. Brojke od brusnog papira vidljive su na slici 3. Dijete uz pomoć tih brojki usvaja simbole brojeva te konkretnoj veličini i apstraktnom pojmu daje simbolični zapis (Perić, 2009; Philipps, 1999). Praksa je i da se ove pločice slažu uz plavo-crvene prutove odnosno da se svakom prutu pridruži i odgovarajuća znamenka.

Rogošić (2019) navodi kako kretanje prstima po brusnom papiru potiče mišićno pamćenje. Ciljeve primjene ovog didaktičkog materijala dijeli u neposredne i posredne. Neposredni su vizualno i taktilno upoznavanje i imenovanje brojki odnosno simbola dok su posredni sposobnost brojanja od 1 do 10, povezivanje broja (količine) i brojke (simbola za količinu), razvijanje koordinacije pokreta te priprema za pisanje.



Slika 3. Brojke od brusnog papira

Napomena. Preuzeto sa <https://montessorium.com/encyclopedia/sandpaper-numerals>

- Kutije s vretenima - količine od 1 do 10

Stečeno se znanje, navodi Philipps (1999), utvrđuje odbrojavanjem drvenih vretena u odjeljke označene brojkama od 0 do 9. Brojka 0 uvodi se s konkretnim uvidom da se njoj ne pridružuje nikakva količina. U opisu ovog sredstva, Rajšp (2015) navodi drvenu kutiju koja ima deset pretinaca iznad kojih su ispisani brojevi od 0 do 9 te 45 štapića odnosno vretena. Na slici 4 nalazi se prikaz kutije s vretenima. Rogošić (2019) prije samog pridruživanja vretena odgovarajućoj brojci, predlaže da odrasla osoba potakne dijete da prebroji odjeljke te prijeđe prstom po svakoj brojci i imenuje ju. Glavni cilj korištenja ovog pribora je povezivanje broja i brojke od 0 do 9, a sposobnosti koje se još razvijaju su usvajanje matematičkog jezika, razumijevanje pojma skupa, vježbanje broja i brojevnog slijeda te općenito razvijanje matematičkog uma (Rogošić, 2019).



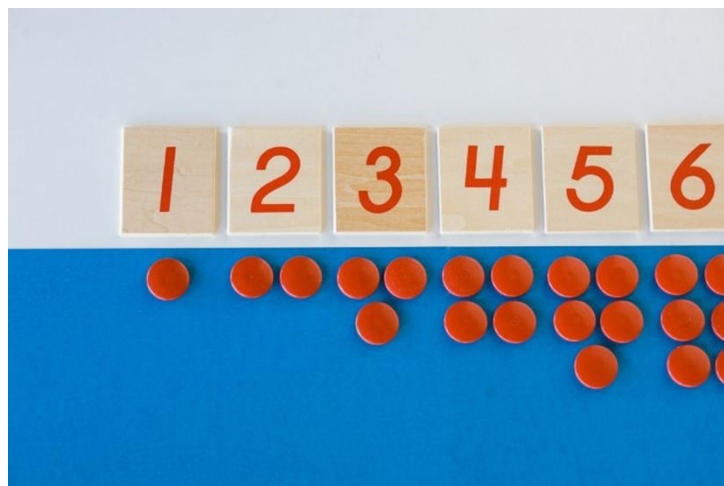
Slika 4. Kutije s vretenima

Napomena. Preuzeto sa <https://montessorium.com/encyclopedia/spindle-boxes>

- Brojke i kružići - količine od 1 do 10

Prema Philipps (1999), znanje se nadalje dopunjava slaganjem crvenih kružića ispod odgovarajuće brojke. Ovaj materijal sadrži drvenu kutiju s dva odjeljka. U većem odjeljku smještene su crvene brojke od 1 do 10 dok se u manjem nalazi 55 crvenih žetona (Rajšp, 2015; Rogošić, 2019). Brojke i žetoni su vidljivi na slici 5. Prilikom slaganja odgovarajućeg broja kružića za svaku brojku, Rogošić (2019) navodi da se kod parnih brojeva kružići slažu u dva niza dok se kod neparnih posljednji žeton stavlja u sredinu. Kako bi još jasnije predočio pojam parnog i neparnog broja, Rogošić (2019) u provedbi svog istraživanja koristi i olovku. Olovka se provlači između dva okomita niza žetona. Kod parnih će brojeva ona biti provučena do kraja, a kod neparnih do posljednjeg žetona.

Neposredni cilj rada je, navodi Rogošić (2019), utvrđivanje usvojenog znanja o brojevima od 1 do 10. Kao posredni ciljevi spominju se utvrđivanje brojevnog slijeda te usvajanje pojma o parnim i nepranim brojevima.



Slika 5. Brojke i kružići

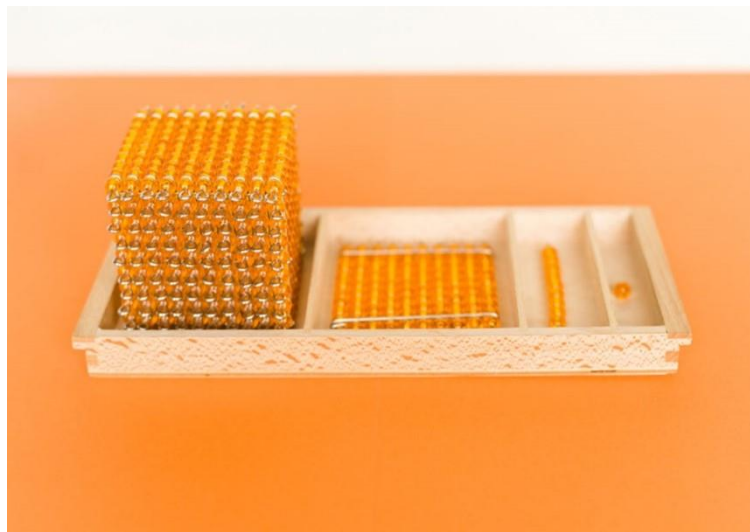
Napomena. Preuzeto sa <https://montessorium.com/encyclopedia/cards-and-counters>

- Zlatne perle - decimalni sustav

Perić (2009) navodi kako se već nakon treće godine života djecu može upoznati s dekadskim pozicijskim sustavom. Materijal s kojim se djecu može uvesti u dekadski sustav je set zlatnih perlica prikazan na slici 6. Set zlatnih perlica sastoji se od: pojedinačne perlice koja predstavlja jedinicu, deset perlica spojenih u niz koje predstavljaju desetice, deset desetica spojenih u kvadrat koje predstavljaju stoticu te deset stotica koje su povezane u kocku, a

predstavljaju tisućicu. Osim što su ovim materijalom jasno prikazane dekadске jedinice, njime se daje i temelj za geometrijsku predodžbu točke, linije, lika i tijela.

Prilikom opisivanja tijekom rada sa zlatnim perlama, Philipps (2019) navodi kako se djetetu u ruku najprije stavlja i imenuje jedna zlatna kuglica odnosno jedinica. Nakon toga se jedinicom prebrojavaju kuglice spojene u niz od deset perlica. One se imenuju pa se na isti način deseticom prebrojava 10 desetica koje su povezane u stoticu te se stoticom prebrojava 10 stotica povezanih u tisućicu.



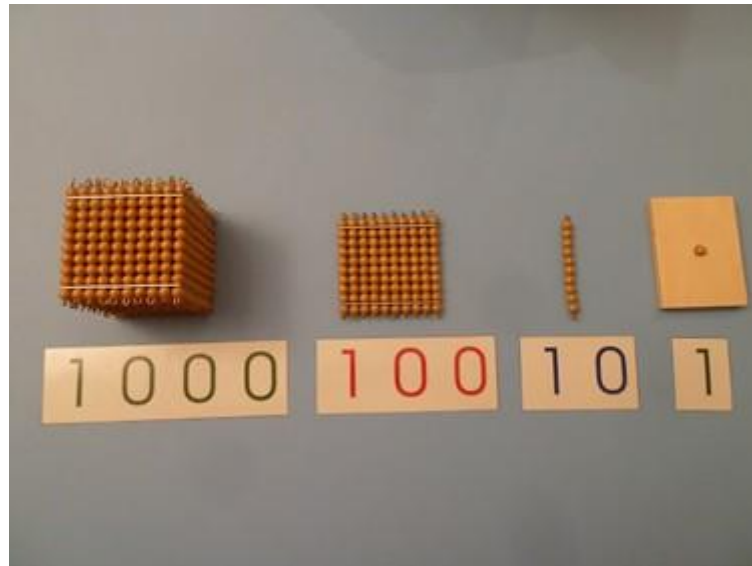
Slika 6. Zlatne perle

Napomena. Preuzeto sa <https://montessorium.com/encyclopedia/intro-tray-decimal-system>

- Brojevine karte - decimalni sustav

Količine koje su izražene zlatnim perlicama i brojke 1, 10, 100 i 1000 se povezuju (Philipps, 1999). Na slici 7 su prikazane brojevine karte. Prema Perić (2009), one se uvode oko pete godine života djeteta. One su različite duljine i s brojkama upisanima u različitim bojama:

- na najkraćim su karticama zapisane jedinice u zelenoj boji
- plavom bojom zapisane su desetice
- crvenom su bojom zapisane stotice
- na najduljim su karticama zapisane tisućice u zelenoj boji.



Slika 7. Brojevne karte

Napomena. Preuzeto sa http://www.familyfecs.com/2012/11/montessori-activity-introduction-to_12.html

- Šarene perle - linearno brojenje

Materijal se, navodi Rajšp (2015), sastoji od kutije u kojoj se nalaze štapići različitih duljina, a na njima su nanizane perle različitih boja. One su prikazane na slici 8. Na najkraćem se štapiću nalazi jedna kuglica crvene boje i predstavlja broj 1. Zatim broj 2 predstavljaju dvije kuglice zelene boje, broj 3 tri kuglice ružičaste boje, broj 4 četiri kuglice žute boje, broj 5 pet kuglica svijetloplave boje, broj 6 šest kuglica ljubičaste boje, broj 7 sedam kuglica bijele boje, broj 8 osam kuglica smeđe boje i broj 9 devet kuglica tamnoplave boje (Rajšp, 2015).

Perić (2009) napominje kako se šarene perle same za sebe mogu koristiti slično kao brojevni prutovi, ali su one značajnije u vježbama poput gusjenice, lanaca brojeva ili šahovske ploče. Ukoliko je cilj usvojiti brojeve od 11 do 19, uz šarene se perle koriste i zlatne odnosno desetice. Rogošić (2019) u svojem radu navodi način primjene tih dvaju didaktičkih materijala. Naime, kombinacijom perlica odnosno slaganjem jedne desetice i određenog broja šarenih perli, dolazi se do tražene vrijednosti od 11 do 19.



Slika 8. Šarene perle

Napomena. Preuzeto sa <https://www.pinayhomeschooler.com/2017/04/montessori-math-counting-beyond-ten.html>

- Seguin ploča 1 - Linearno brojenje

Seguin ploča 1 sadrži kutiju u kojoj se nalaze dvije drvene ploče s ispisanim brojkama 10 te drvene pločice s brojkama od 1 do 9. Na slici 9 su te drvene pločice i vidljive. Svaka od dvije ploče ima po pet polja. Na jednoj je ploči na svih pet polja ispisan broj deset dok je na drugoj on ispisan na četiri polja (Rogošić, 2019). Cilj primjene ovog didaktičkog sredstva je, ističe Rogošić (2019), usvajanje redoslijeda brojeva od 11 do 19. Rajšp (2015) navodi način primjene ovog materijala. S jedne se strane stave drvene ploče s deseticama, a s druge pločice sa brojkama od jedan do deset. Zatim se manja pločica pridružuje desetici odnosno umeće se na mjesto nule. Dobivena se brojka imenuje, a postupak se ponavlja s ostalim brojkama. Nakon povezivanja brojki od 1 do 9 s brojem 10, dijete se može zamoliti da nam pokaže određenu znamenku.



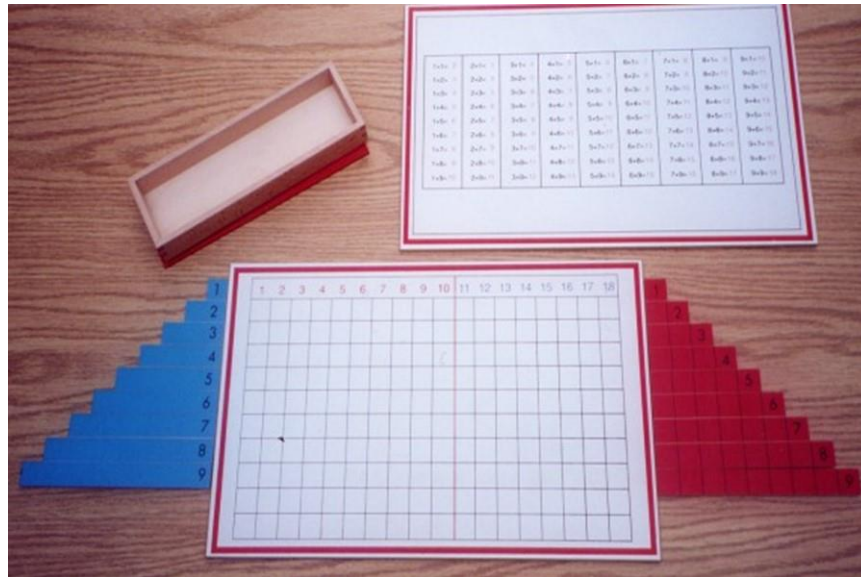
Slika 9. Seguin ploča 1

Napomena. Preuzeto sa <https://www.pinayhomeschooler.com/2017/04/montessori-math-counting-beyond-ten.html>

- Ploča za zbrajanje - računске operacije

Ploča za zbrajanje pravokutna je ploča s 18 stupaca i 12 redova. Iznad svakog su polja napisane brojke od 1 do 18 s time da su znamenke od 1 do 10 crvene boje dok su znamenke od 11 do 18 plave boje. Između znamenke 10 i 11 označena je crvena okomita crta koja označava prelazak u novu desetice (Rogošić, 2019). Rajšp (2015) napominje da ploča za zbrajanje uključuje i komplet crvenih i plavih pločica koje su numerirane od 1 do 9 s time da je crvena podijeljena na kvadratiće. Na lijevoj se strani ploče, opisuje Rogošić (2019), po vrijednosti slažu plave, a na desnoj crvene pločice. Na slici 10 prikazana je ploča za zbrajanje.

Ploča za zbrajanje koristi se na način da se na temelju zadanog zadatka na pločicama potraže brojevi. Pločice se polažu u red ispod brojki od lijeve strane. Polažu se jedna do druge, a zatim se iščita rezultat koji se nalazi nad krajem crvene pločice.



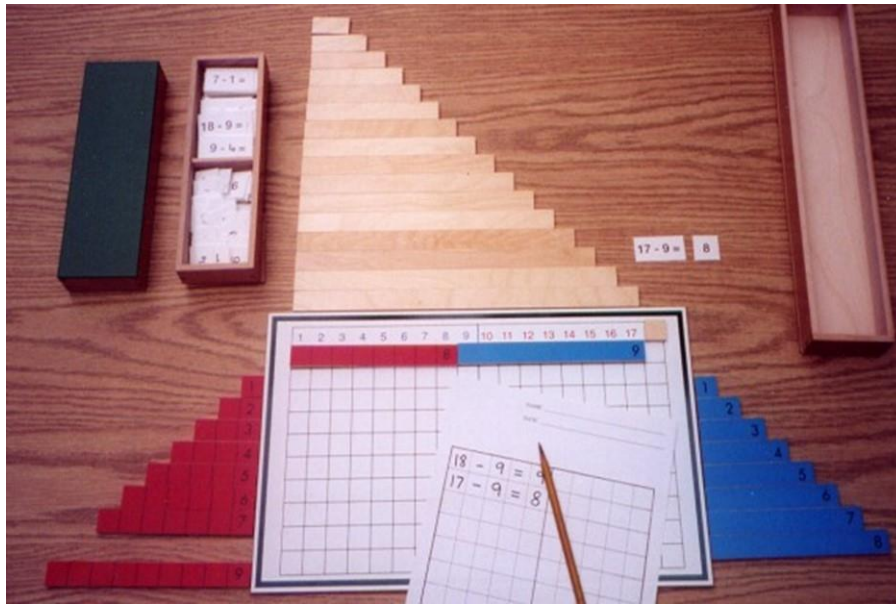
Slika 10. Ploča za zbrajanje

Napomena. Preuzeto sa <https://www.aecmontessorifiles.com/preschool-math-notes/19-addition-strip-board>

- Ploča za oduzimanje - računске operacije

Slično kao ploča za zbrajanje, ploča za oduzimanje pravokutna je ploča s ucrtanim kvadratnim poljima u 18 stupaca i 12 redova. Iznad svakog su polja ispisane brojke od 1 do 18 s time da su brojke od 1 do 9 plave boje, a od 10 do 18 crvene. Ploča za oduzimanje uključuje i 17 pločica u boji drveta. Plave i crvene pločice numerirane su vrijednostima od 1 do 9 (Rogošić, 2019). Prije korištenja, plave se pločice slože na lijevu stranu, crvene na desnu, a drvene iznad ploče. Sve se slažu po vrijednostima od najmanje do najveće (Rogošić, 2019). Na slici 11 nalazi se prikaz ploče za oduzimanje.

Pri opisivanju tijekom rada s pločom za oduzimanje, Rogošić (2019) navodi kako se najprije djetetu ponudi da pročita brojke ispisane na ploči. Na temelju zadanog zadatka odnosno brojki, na ploči se prikaže broj od koje se oduzima neka vrijednost. Zatim se izbroji od tog broja do broja 18, a izbrojena vrijednost pronađe se kod drvenih pločica. Nakon toga, iznos koji se oduzima pronađe se među plavim pločicama te se položi lijevo od drvene pločice. Rezultat je brojka napisana do plave pločice.



Slika 11. Ploča za oduzimanje

Napomena. Preuzeto sa <https://www.aecmontessorifiles.com/preschool-math-notes/28-subtraction-strip-board>

4.2 ALOHA mentalna aritmetika

ALOHA program mentalne aritmetike još je jedna od metoda usvajanja matematičkih koncepata odnosno poučavanja količinskih odnosa. To je edukacijski program intelektualnog i emocionalnog razvoja djece u dobi od 4 do 13 godina. Svoje začetke bilježi davne 1993. godine u Maleziji gdje je prvi put održana nastava. Program je napredovao te se proširivao pa je tako 2014. godine doveden i u Hrvatsku u kojoj je trenutno dostupan u preko 20 gradova (<https://aloha.hr/wp-content/uploads/2019/01/ALOHA-Uvod-u-poslovnu-suradnju.pdf>). Kao što je već gore spomenuto, neuronske veze koje određuju konfiguraciju budućeg odraslog mozga najintenzivnije se razvijaju tijekom prvih godina života . Ako te veze ne stimuliramo tijekom ove važne životne faze, one odumiru. Kako bi potaknuli razvoj snažne mreže neurona, ALOHA program mentalne aritmetike razvio je sistem mentalnog treninga koji je namijenjen djeci u toj presudnoj dobi (https://www.youtube.com/watch?v=C6Nwa79_YHU).

Osnovu mentalne aritmetike predstavljaju otkrića s područja psihologije i neurofiziologije. Program se temelji na dva koncepta (<https://aloha.hr/wp-content/uploads/2019/01/ALOHA-Uvod-u-poslovnu-suradnju.pdf>):

1. Sinaptogeneza – predstavlja proces stvaranja neuronskih veza odnosno sinapsi u mozgu. Taj je proces najintenzivniji od rođenja do navršenih 18 godina jer je to razdoblje presudno za optimalan razvoj mozga. Kombinacija aktivnosti koje su dio ovog programa predstavlja optimalnu kombinaciju stimulusa.
2. Individualne uloge moždanih polutki – kao što je na početku samog rada spomenuto, mozak se dijeli na dvije polutke koje su specijalizirane za određene kognitivne i intelektualne aktivnosti. Dok će se lijeva polutka više aktivirati prilikom izvršavanja logičkih i analitičkih zadataka poput računanja, desna će se polutka više aktivirati u kreativnim aktivnostima. Balansirani razvoj obje moždane polutke jedan je od ciljeva ovog programa.

Ideja programa je kroz igru i rad djeci omogućiti napredak, izgradnju bogate i funkcionalne neuronske mreže te ostvarivanje boljih rezultata u svim životnim područjima - od matematike do orijentacije u prostoru (<https://aloha.hr/blog/25-godina-aloha-mentalne-aritmetike/>). Jedna od najvažnijih vrijednosti koje promovira ALOHA program je razvoj samopouzdanja. Cilj je da se djeca osjećaju kompetentnima te da budu svjesna svojih postignuća (http://www.aloha-europe.com/public/file/dossier_aloha_2016_en.pdf).

ALOHA je akronim za *Abacus Learning Of Higher Arithmetic*. Naime, znanstvenici su istraživanjem načina izgradnje jačeg mozga i ostvarivanja djetetovih potencijala došli do alata pod nazivom abakus. U ALOHA programu koristi se japanska inačica odnosno soroban abakus. On se sastoji od pravokutnog okvira, gornjih i donjih kuglica raspoređenih u stupce te odvojenih prečkom rezultata (<https://aloha.hr/mentalna-aritmetika/>). Na slici 12 nalazi se njegov prikaz. Na njemu djeca svladavaju i izvršavaju razne računske operacije, od zbrajanja i oduzimanja pa sve do korjenovanja i kvadriranja.



Slika 12. Soroban abakus

Napomena. Preuzeto sa <https://www.udruga-praktikum.hr/aloha-mentalna-aritmetika/>.

Prvi stupac s desne strane predstavlja jedinice, drugi desetice, treći stotice i tako dalje. Prema tome, četiri donje kuglice prvog stupca predstavljaju brojeve od 1 do 4, a gornja kuglica predstavlja broj 5. U drugom stupcu donje kuglice predstavljaju desetice odnosno brojeve od 10 do 40, a gornja kuglica predstavlja broj 50. Tom se metodom vodi i kod ostalih stupaca (<https://www.youtube.com/watch?v=IXPUCtp46rU&t=93s>). Zbrajanje na soroban abakusu odvija se tako što kuglice približimo gredi, a oduzimanje tako što ih udaljimo. Na kraju računske operacije, one kuglice koje dodiruju gredu dio su rezultata (<http://www.aloha-europe.com/en/our-programme/>). Za sve što uče postoje pravila pa je tako jedno od njih da donje kuglice uvijek dodaju palcem, a oduzimaju kažiprstom. Pravila su potrebna jer se na svakom novom stupnju operacije polako uči mentalno izvoditi ono s prethodnog stupnja (<https://aloha.hr/mentalna-aritmetika/>).

Iako soroban abakus predstavlja centralni dio programa, prava vrijednost programa krije se u mentalnoj aritmetici. Prema tome ova naprava za računanje služi kao put do svladavanja mentalne aritmetike i balansiranog razvoja obje moždane polutke. Upravo se dodirivanjem kuglica prstima olakšava postupak učenja matematičkih koncepata (<http://www.aloha-europe.com/en/our-programme/>). U ovoj metodi konkretnu stimulaciju iz okoline predstavlja soroban abakus čija uporaba dovodi do aktivacije odnosno povezivanja neurona. Dijete dobivene informacije sprema u svoj um putem mišićnog pamćenja pri čemu stvara mentalne slike odnosno kreće s vizualizacijom abakusa. Vizualizacija abakusa odnosi se na pomicanje kuglica u glavi te izvođenje usvojenih pokreta i formula kako bi zadatke riješili bez pomoći drvenog abakusa. Tim se postupkom istovremeno aktiviraju obje strane mozga – lijeva za izvođenje samog zadatka, a desnu za vizualizaciju abakusa i pomicanje zamišljenih kuglica. Djeca koja su već toliko puta izvela neke operacije na drvenom abakusu, mogu ih zamisliti na svojim mentalnim abakusima (<https://aloha.hr/wp-content/uploads/2019/01/ALOHA-Uvod-u-poslovanu-suradnju.pdf>).

Stoga, kako bi se ovi procesi mogli izvoditi brzo i nesmetano, potrebno je kroz prethodne vježbe, stvoriti dobre poveznice lijeve i desne moždane polutke kroz neuronske putove u corpus callosum-u. Dobre poveznice se u ovom slučaju odnose na slanje brojčane informacije iz lijeve u desnu polutku gdje se stimulus pretvara u sliku odnosno u mislima se stvara mentalna slika abakusa. Slika koja se stvara na završetku računske operacije, vraća se u lijevu hemisferu gdje se pretvara u numerički jezik.

(https://www.youtube.com/watch?v=C6Nwa79_YHU).

Program je strukturiran od dvije odvojene cjeline ovisno o dječjoj dobi – Tiny Tots i Kids. Dok je prva cjelina namijenjena djeci vrtićke dobi od navršene četiri godine, druga je namijenjena djeci koja idu u školu. Mnoge su dobrobiti za korisnike ALOHA programa mentalne aritmetike od najranije dobi. Naime, djeca već u ranoj dobi svladavaju numeričku pismenost te osnovne aritmetičke operacije. Kroz program se navikavaju na razredno okruženje, razvijaju pažnju i koncentraciju, poboljšavaju pamćenje, primjećivanje, prostornu orijentaciju te niz drugih vještina. Osim toga, povećava se njihov kapacitet memorije te sposobnost bržeg procesuiranja informacija što može pridonijeti povećanju razina postignuća u nastavnom procesu (<https://www.udruga-praktikum.hr/aloha-mentalna-aritmetika/>). U tablici 2 navedene su vještine koje se razvijaju primjenjujući metodu ALOHA mentalne aritmetike.

Tablica 3. Vještine koje treniramo u ALOHA mentalnoj matematici

DESNA POLUTKA	LJEVA POLUTKA
Fotografsko pamćenje	Sekvencijalno razmišljanje
Vizualizacija	Sposobnost slušanja
Imaginacija	Matematičke sposobnosti
Kreativnost	Logičko razmišljanje
Koncentracija	Čitanje s razumijevanjem
Prostorna orijentacija	

Napomena. Preuzeto sa <https://aloha.hr/wp-content/uploads/2019/01/ALOHA-Uvod-u-poslovnu-suradnju.pdf>.

Ovakav proces mentalnog razvoja u ovoj presudnoj dobi omogućuje stimulaciju vještina koje su karakteristične za desnu moždanu polutku koje bi inače ostale uspavane. Djeca koja su uključena u ovaj program zahvaljujući stečenom samopouzdanju napreduju i u drugim područjima (https://www.youtube.com/watch?v=C6Nwa79_YHU).

4.3 Projektni pristup poučavanja količinskih odnosa – primjeri aktivnosti

Peteh (2008) rad na projektu spominje kao jedan od programskih sadržaja za usvajanje osnovnih matematičkih pojmova. To je plan aktivnosti kojim se povezuju sadržaji svih odgojno-obrazovnih područja u svrhu stjecanja određenih znanja te razvoja brojnih vještina. Kako bi se uspješno realizirao, potrebno ga je provoditi kroz pojedine faze među kojima su određivanje teme i cilja, izrada plana, provođenje te vrednovanje postignuća. Djeca u njemu imaju priliku sudjelovati u svim njegovim fazama. Ona tijekom rada istražuju, razmišljaju, zaključuju te na taj način razvijaju prirodnu radoznalost, kritičko mišljenje, kreativnost te sve ono što će pridonijeti njegovu cjelovitu razvoju.

Slunjski (2012) ističe kako djeca najbolje uče iz svojih izravnih iskustava odnosno u aktivnostima u okruženju koje ih potiče na postavljanje pitanja koja su potaknuta njihovim opažanjima te urođenom znatiželjom. Zbog te činjenice djetetu treba omogućiti iskustva iznošenja pretpostavki, manipuliranja objektima, postavljanja pitanja, traganja za odgovorima, istraživanja te otkrivanja. Odgojitelj predstavlja ključnu osobu koja prati, omogućuje i usmjerava različite aktivnosti djece te im osigurava kontinuitet iskustava.

Kao i kod prethodnih metoda, i u projektnom pristupu djeca matematičke koncepte usvajaju u interakciji s konkretnim materijalima. S jedne su strane to njihovi prstići, a s druge izrađeni materijali. U nastavku se nalaze primjeri konkretnih aktivnosti koje koristimo u projektnom pristupu u ustanovama za rani i predškolski odgoj i obrazovanje.

DIDAKTIČKI MATERIJAL ZA BROJENJE

1. Usvajanje brojeva po redu isprobavanjem s različitim materijalima

- Tema ovog projekta je Proljeće. Izrađeni se poticaj sastoji od plastificiranih fotografija na kojima se nalaze određene količine cvjetova te od kartica cvjetova. Na slici 13. nalazi se dio materijala potreban za ovu aktivnost. Aktivnost se provodi na način da se najprije prebrojavaju elementi na fotografiji, a zatim im se pridružuje odgovarajući broj kartica.



Slika 13. Aktivnost brojenja 1

Napomena: Autorski rad.

- Tema ovog projekta su Divlje životinje. Izrađeni se poticaj sastoji od kola koji je podijeljen na deset polja, a na svakome su zalijepljene slike različitih divljih životinja, role papirnatoeg ručnika različitih veličina te različiti broj točkica. Uz svaki se skup točkica nalazi i odgovarajuća znamenka od 1 do 10. Uz kolo se nalazi i kutija s kuglicama. Na slici 14. prikazan je materijal potreban za ovu aktivnost. Aktivnost se odvija na način da dijete zavrti kolo na kojemu, kada se zaustavi, strelica pokazuje jedno polje. Polje odnosno životinju koju strelica pokazuje je životinja koju dijete treba nahraniti odnosno pridružiti joj onoliki broj kuglica koliko nacrtano odnosno napisano na polju. Dijete broji nacrtane točkice, uočava kumulativni broj te kreće s prebrojavanjem kuglica. Broj kuglica kojim hrani određenu životinju odgovara broju točkica nacrtanim uz sličicu životinje.



Slika 14. Aktivnost brojenja 2

Napomena: Autorski rad.

DIDAKTIČKI MATERIJAL ZA USVAJANJE ZNAMENAKA

1. Čitanje znamenaka

- Ova se aktivnost izvodi na način da se brojke čitaju sa brojevne linije. Brojka se dodiruje prilikom prebrojavanja, a prebrojava se od lijeva na desno. Poticaj se sastoji od role papira s nacrtanom linijom na kojoj su po redoslijedu naliježljene kartice sa znamenakama. Na slici 15. nalazi se prikaz brojevnog niza.



Slika 15. Aktivnost čitanja znamenaka

Napomena. Preuzeto sa [https://busytoddler.com/2018/08/post-it-number-math-activity/](https://busytoddler.com/2018/08/post-it-number-line-math-activity/)

2. Povezivanje brojki s brojenjem

- Tema ovog projekta je Jesen. Izrađeni se poticaj sastoji od američke pite koja je podijeljena u četiri dijela. Na tri se dijela slastice nalazi određeni broj jesenskih motiva dok se na četvrtom dijelu nalazi odgovarajuća znamenka. Na slici 16. prikazani su potrebni materijali. Aktivnost se odvija na način da dijete prebrojava jesenske motive i pronalazi odgovarajuću znamenku. Kada pronade sve dijelove, spaja ih u kolač.



Slika 16. Aktivnost povezivanja brojki s brojenjem 1

Napomena. Autorski rad.

- Izrađeni se poticaj sastoji od cvjetića na čijem je tučku napisana određena znamenka i zalijepljen odgovarajući broj latica. Aktivnost se odvija na način da dijete prebroji latice ili prepozna broj koji je napisan na tučku te prema tom broju dodaje perlice na stabljiku cvijeta. Na slici 17. se nalazi prikaz ove aktivnosti.



Slika 17. Aktivnosti povezivanja brojki s brojenjem 2

Napomena. Autorski rad

3. Pisanje znamenaka

- Izrađeni se poticaj sastoji od predložaka sa znamenkama te podloge s rastresitim materijalima koji su prikazani na slici 18. Aktivnost se izvodi na način da dijete prateći predložak imitira oblik znamenke te ju piše u ponuđenom rastresitom materijali. Osim takvog materijala, dijete može vježbati pisanje brojki i po pijeni za brijanje ili u blatu.



Slika 18. Aktivnost pisanja znamenaka

Napomena. Preuzeto sa

<https://livingmontessorinow.com/inexpensive-and-diy-sandpaper-numerals-plus-alternatives/>

DIDAKTIČKI MATERIJAL ZA RAČUNSKE OPERACIJE ZBRAJANJA I ODUZIMANJA

- Tema ovog projekta je Proljeće. Izrađeni se poticaj sastoji od tri kola – na dva su kola napisane brojke od 1 do 10 dok su na trećem kolu napisani znakovi koji označavaju računske operacije. Uz set kola se nalazi i cvijet u tegli kojeg treba zaliti određenim brojem kapljica. Prikaz materijala je na slici broj 19. Aktivnost se odvija na način da dijete vrti jedno po jedno kolo. Nakon što se kola zaustave, dijete iščita brojeve i računsku operaciju na kojoj je strelica stala. Kada riješi određeni zadatak, dijete u cvijet stavlja onoliki broj kapljica koliko je rješenje zadatka.



Slika 19. Aktivnost zbrajanja i oduzimanja

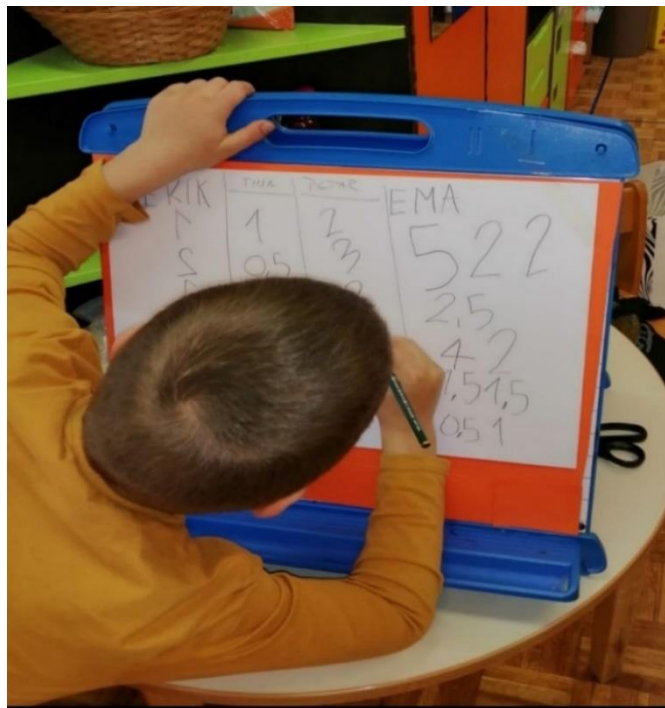
Napomena. Autorski rad.

- Sljedeći primjer izvođenja operacije zbrajanja predstavlja jednu od djeci vrlo zabavnih natjecateljskih aktivnosti. Tema ovog projekta je Sunčev sustav. Materijal koji je potreban za ovu aktivnost je ploča za pisanje, numerirane stiroporne kugle obložene reljefnim oblicima planeta te kućice označene brojevima od 1 do 5. Brojem 1 označeni su planeti koji su najmanji, malo veći su označeni brojem 2, srednji brojem 3, veliki brojem 4 te najveći brojem 5. Aktivnost se izvodi po dvoje na način da djeca imaju ograničen broj vremena za skupljanje planeta. Numerirane kugle skupljaju te rolaju rukama u pripadajuće kućice. Ukoliko uspiju smjestiti planet u njegovu kućicu, dobivaju bodove. Bodovi koje dobivaju ovise o broju planeta odnosno kućice u koju su smjestili planet. Bodovi se pišu na ploču, a potom zbrajaju. Na slikama pod brojem 20 i 21 nalaze se fotografije izvođenja aktivnosti.



Slika 20. Aktivnost zbrajanja 1

Napomena. Autorski rad.



Slika 21. Aktivnost zbrajanja 2

Napomena: Autorski rad.

DJEČJI PRSTI KAO DIDAKTIČKO SREDSTVO

Likierman i Muter (2007) naglašavaju kako je brojenje prstiju vrlo važno za djetetovo razumijevanje broja i kao niza i kao skupa. Djeca broje svoje prstiće i uočavaju da što više prstića prebroje, to će kardinalni broj biti veći. Sharma (2001) brojanje na prste interpretira kao

konkretan model odnosno konkretnu manipulativnu aktivnost koja prethodi efikasnijim strategijama.

U navođenju različitih primjera aktivnosti za djecu od najranije dobi, Pitamic (2013) navodi primjer usvajanja brojenja pomoću prstića. Naime, riječ je o brojalici koja glasi:

Jedan, dva

Mjesec na dnu rijeke sja.

Tri, četiri,

Zaspali su svi leptiri.

Pet, šest,

Donio zec važnu vijest.

Sedam, osam,

Nek' se svlači tko je pospan,

Devet,

Hej, pospanci, svi u krevet (Pitamic, 2013, str.).

Prema Pitamic (2013) ova se brojalica može izvesti uz pomoć takozvane rukavice brojalice koja za svaki prstić ima jedan kolačić. Kartonski se kolačići zalijepe za prstiće i svaki predstavlja jedan broj. Aktivnost se provodi na način da dijete skida jedan po jedan kolačić sa svog prstića, a nakon svakog skidanja izgovara brojalicu do onog broja kojeg ima na raspolaganju. Djeca na ovaj način osim izgovaranja brojevne riječi odnosno naziva brojeva, svakom broju pridružuje jedan prstić.

Osim toga, korištenjem prstića tijekom izgovaranja brojevnih riječi u brojalici, djeca mogu razvijati koncept rednih brojeva. Na slici 22 napisane su riječi jedne brojalice odnosno igre s prstima uz koje djeca imaju priliku usvojiti položaj svakog prsta u nizu. Na taj način djeca spontano i na duhovit način razvijaju razumijevanje koncepta rednog broja.



Slika 22. Igra s prstima kao usvajanje rednih brojeva

Napomena. Preuzeto sa <http://www.zlatnadjeca.com/2012/02/brojalice-na-prste.html>

Još jedan od primjera korištenja prstića u usvajanju matematičkih koncepata je i edukativna slikovnica pod nazivom „Životinjska brojčica“ pod autorstvom Ivanke Borovac. Ova slikovnica upravo svojim sadržajem i ilustracijama omogućuje djetetu uvid u matematičke simbole odnosno znamenke. Ilustratorica Hana-Petra Mrčela znamenke je prikazala uz odgovarajući broj prstića vidljivih na slici 23. Svakoj je brojci pridružila pripadajući slikovni prikaz prstiju na ruci. Osim prstića, uz brojku se u slikovnici u odgovarajućoj količini pojavljuju i životinje.



Slika 23. Dječji prstići i znamenke

Napomena. Preuzeto sa <https://www.turistickanaklada.hr/shop/hr/products/zivotinjska-brojlica>

5. DISKALKULIJA

U ovome je radu naglasak na izvođenju aktivnosti na temelju tri različite metode usvajanja aritmetičkih vještina, no treba istaknuti da se kod određenog djela populacije one neće moći primijeniti odnosno neće imati isti učinak. Razlog tomu je urođeni poremećaj odnosno teškoća u usvajanju matematičkih koncepata pa je stoga vrlo bitno matematiku učiniti pristupačnom svoj djeci (Corn, 2016). Diskalkulija predstavlja skup specifičnih teškoća u usvajanju aritmetičkih vještina te u obavljanju aritmetičkih zadataka. Ta odstupanja osobi stvaraju ozbiljne teškoće u ovladavanju aritmetikom bez obzira na dovoljan stupanj intelektualnog razvoja, normalno funkcioniranje osjetila te optimalne uvjete redovnog poučavanja. Dijete s ovom teškoćom može napredovati u usvajanju matematičkih koncepata, ali mnogo sporije od svojih vršnjaka i neadekvatno svojoj mentalnoj dobi (Sharma, 2001). Frye (2021) navodi kako se ovaj poremećaj može dijagnosticirati u gotovo bilo kojoj dobi, ali se obično prepoznaje u djetinjstvu.

Prema Sharma (2001), znakovi diskalkulije su:

- Nesposobnost da jednim pogledom percipira čak ni vrlo male količine
- Nesposobnost procjene je li brojevno rješenja prihvatljivo ili ne
- Loše kratkotrajno i dugoročno pamćenje
- Nesposobnost brojenja unatrag
- Loša vizualna i prostorna orijentacija
- Nesnalaženje u smjerovima lijevo/desno
- Spora obrada informacija u matematičkim aktivnostima
- Teškoće s nizanjem
- Teškoće u uočavanju obrazaca
- Nesnalaženje s novcem
- Dugo ne može naučiti odrediti koliko je sati
- Teškoće u vremenskoj organizaciji svakodnevnih aktivnosti

Corn (2016) kao moguće teškoće djece s diskalkulijom navodi: teškoće u razumijevanju jednostavnih brojevnih pojmova, pomanjkanje intuitivnog shvaćanja brojeva te teškoće u učenju činjenica i postupaka u računanju. Važno je napomenuti kako se djeca s diskalkulijom značajno razlikuju od djece kojoj je matematika teška ili koja sporije usvajaju matematičke

koncepte. Stoga Corn (2016) izdvaja nekoliko pogrešaka karakterističnih za djecu s diskalkulijom:

- Zamjenjivanje jednog broja s drugim
- Ponavljanje istog broja ili radnje više puta
- Zrcalno okretanje znamenaka ili mijenjanje poretka znamenaka u višestrukim brojevima
- Slabo pamćenje i prepoznavanje niza brojeva
- Teškoće u brojanju unatrag
- Problem u percipiranju količine

Bird (2009) predstavlja zbirku aktivnosti i igara prikladnih za djecu s dijagnozom diskalkulije koje mogu pomoći u olakšavanju razumijevanja i povezivanju matematičkih koncepata. Kao jedan od najboljih načina za pomoć djeci sa specifičnim teškoćama u svladavanju matematike, Bird (2009) navodi upotrebu različitog matematičkog pribora koje djeca mogu proučavati i time si olakšati razumijevanje i usvajanje matematičkih koncepata. Uz korištenje različitih materijala, on preporučuje i postavljanje pitanja, pažljivo vođenje diskusije u određenom smjeru, naglašavanje povezanosti među aktivnostima i matematičkim temama te poticanje djeteta da govori što i zašto radi. Aktivnosti se biraju ovisno o individualnim potrebama svakog djeteta.

Frye (2021) rješenje vidi u korištenju specijaliziranih strategija učenja kako bi se djeci i odraslima pomoglo da reduciraju teškoće te samouvjereno pristupe matematici. Dugoročni cilj svake strategije je pojačavanje vještine rasuđivanja potrebne za rješavanje matematičkih problema te usmjeravanje na uklanjanje prepreka. Kao metodu za izgradnju matematičkih vještina i stjecanje samopouzdanja. Frye (2021) navodi uključivanje matematičkih koncepata u svakodnevnom životu.

6. ZAKLJUČAK

Matematika pridonosi razumijevanju prirodne i društvene cjeline od najranije dobi tako što obogaćuje predodžbeni svijet djece, uvodi ih u međusobne odnose konkretne stvarnosti te ih uči razvijanju mišljenja i matematičkom jeziku. Djeca aktivno uče u poticajnom socijalnom i fizičkom okruženju kroz istraživanje i činjenje te u interakciji s drugom djecom i odraslima. Stoga je kreiranje bogatog i poticajnog okruženja od kritične važnosti jer ono motivira dijete na kretanje te nudi brojne mogućnosti za eksperimentiranje i istraživanje.

Pružanjem okolinske podrške te nuđenjem razvojnih poticaja u ranom razvoju, mozak je moguće ciljano oblikovati. Primjerima na konkretnim materijalima i predmetima odnosno nuđenjem širokog spektra aktivnosti možemo utjecati na usvajanje misaonih struktura i razvoj djetetovih prirodnih predispozicija. Osviještenost odraslih o važnosti osiguravanja stimulirajuće okoline nužna je kako bi djeca imala prilike za osnaživanje svog urođenog istraživačkog i otkrivačkog potencijala. Predškolsko je razdoblje vrlo važno jer se tada razvijaju temeljni koncepti koji omogućuju dublje razumijevanje složenijih matematičkih problema i fleksibilnije tehnike njihovog rješavanja.

Koncepti brojeva, brojanja te količinskih odnosa područje su matematike koje je u ovome radu obrađeno kroz tri različite metode. Mala djeca svijet brojeva otkrivaju kroz igru, istraživanje i osnovne svakodnevne aktivnosti manipulirajući i igrajući se s predmetima. Shodno tome, u sadržaju su navedeni primjeri aktivnosti i materijala uz pomoć kojih djeci možemo približiti i potaknuti njihovo zanimanje za matematiku. Svaka od ovih metoda nudi konkretne materijale koji djeci pružaju konkretna iskustva te djeluju na razvoj sposobnosti apstraktnog mišljenja, logičkog razmišljanja te rješavanja problema.

Individualni pristup temelj je svake metode usvajanja kako matematičke, tako i ostalih vrsta kompetencija. Bez obzira na prikazivanje različitih metoda usvajanja količinskih odnosa, za određenu djecu one neće imati nikakvog učinka. Razlog tomu su specifične teškoće u usvajanju matematičkih koncepata odnosno aritmetičkih vještina. No, i u ovome se slučaju kao jedan od najboljih načina za pomoć djeci sa teškoćama u svladavanju matematike ističe upotreba različitog matematičkog pribora koje djeca mogu proučavati i time si olakšati razumijevanje i usvajanje matematičkih koncepata.

LITERATURA

- ALOHA MENTAL ARITHMETIC (2021) *Our programme*. <http://www.aloha-europe.com/en/our-programme/> Pristupljeno 20. svibnja 2021.
- ALOHA MENTALNA ARITMETIKA (2021). *Što je ALOHA?* <https://aloha.hr/mentalna-aritmetika/> Pristupljeno 20. svibnja 2021.
- ALOHA MENTAL ARITHMETIC (2019). *Uvod u poslovnu suradnju*. <https://aloha.hr/wp-content/uploads/2019/01/ALOHA-Uvod-u-poslovnu-suradnju.pdf> Preuzeto 22. svibnja 2021.
- ALOHA MENTALNA ARITMETIKA (siječanj 29, 2018). *25 godina ALOHA mentalne aritmetike*. <https://aloha.hr/blog/25-godina-aloha-mentalne-aritmetike/> Pristupljeno 20. svibnja 2021.
- ALOHA MENTAL ARITHMETIC (2016). *Dossier ALOHA Europe*. http://www.aloha-europe.com/public/file/dossier_aloha_2016_en.pdf Pristupljeno 22. svibnja 2021.
- ALOHA mentalna aritmetika Hrvatska (studeni 14, 2014). *ALOHA Mentalna Aritmetika – Program mentalnog razvoja za djecu od 4 do 13 godina*. https://www.youtube.com/watch?v=C6Nwa79_YHU
- Bird, R. (2009). *Diskalkulija: praktični priručnik: pomoć djeci s teškoćama u učenju matematike*. Buševac: Ostvarenje.
- Blair, C. (2002). School readiness: Integrating cognition and emotion in a neurobiological conceptualization of children's functioning at school entry. *American Psychologist*, 57(2), 111–127. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.57.2.111>
- Bulat, R. (2014). *Bebarije: važnost poticanja intelektualnog i emocionalnog razvoja od najranije dobi*. Split: Harfa.
- Claessens, A. i Engel, M. (2013). How important is where you start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success. *Teachers College Record*, 115(6). <https://www.tcrecord.org/Content.asp?ContentId=16980>
- Corn, P. (2016). Cuisenaireovi štapići. *Osječki matematički list*, 16(1), 67-82. https://hrcak.srce.hr/index.php?show=clanak&id_clanak_jezik=244700
- Čudina-Obradović, M. (2002). *Matematika prije škole*. Zagreb: Školska knjiga
- Elefun Spain (ožujak 24, 2015). *Tutorial uso del abaco 1*. <https://www.youtube.com/watch?v=IXPUCtp46rU&t=93s>

- Frye, D. (3.6.2021). How to Treat the Symptoms of Dyscalculia. *Additude*.
<https://www.additudemag.com/dyscalculia-treatment-accommodations-for-school-and-work/>
- Glasnović Gracin, D. (2010). Predmatematičke vještine. *Matematika i škola*, 55, 200- 205.
<https://mis.element.hr/fajli/981/55-03.pdf>
- Harfa TV (studeni 5, 2014). *Dr. Rajko Rajović u emisiji Svaki dan, dobar dan – Novi pogled na razvoj djeteta*. https://www.youtube.com/watch?v=cMF-_PUQTbQ
- Jargović, N. (2007). Sličnosti i razlike pedagoških modela Marije Montessori, Rudolfa Steinera i Célestina Freineta. *Školski vjesnik: časopis za pedagošku teoriju i praksu*, 56(1), 65-77. <https://hrcak.srce.hr/file/122949>
- Jovančević, M. i Ježić, C. (2007). Nasljeđe, ljubav i njega u ranom razvoju mozga – Utjecaj istraživanja razvoja mozga na novi pristup poticanja ranog rasta i razvoja djece. *Dijete, vrtić, obitelj: Časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, 13(48), 2-7.
[file:///C:/Users/Test/Downloads/48_DVO_3_Nasljedje_ljubav_i_njega_u_ranom_razvoju_mozga%20\(3\).pdf](file:///C:/Users/Test/Downloads/48_DVO_3_Nasljedje_ljubav_i_njega_u_ranom_razvoju_mozga%20(3).pdf)
- Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku: metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike*. Zagreb: Educa.
- Likierman H., Muter V. (2007). *Pripremite dijete za školu*. Buševac: Ostvarenje d.o.o.
- Logos (29.11.2012). *Brain gym – Metoda učenja pomoću pokreta i vježbi za mozak*.
<https://www.centar-logos.hr/brain-gym-metoda-ucenja-pomocu-pokreta-i-vjezbi-za-mozak/> Pristupljeno 11.lipnja.2021.
- Marendić, Z. (2010). Razvoj matematičkih pojmova. *Dijete, vrtić, obitelj: Časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, 16(60), 2-7.
<https://hrcak.srce.hr/127938>
- Marendić, Z. (2009). Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću. *Metodika: časopis za teoriju i praksu metodika u predškolskom odgoju, školskoj i višeškolskoj izobrazbi*, 10(18), 129-141. <https://hrcak.srce.hr/40821>
- Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje* (2014). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.
- NTC Hrvatska (2021). *NTC sustav učenja*. <https://ntchrvatska.com/> Pristupljeno 27.svibnja 2021.

- Nunes, T., Bryant, P. (2007). Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities. *Key understandings in mathematics learning*. 1-32.
<https://www.nuffieldfoundation.org/wp-content/uploads/2020/03/P3.pdf>
- Perić (2009). Montessori iz prve ruke. *Matematika i škola*, 11(51), 12-20.
<https://mis.element.hr/fajli/910/51-04.pdf>
- Peteh, M. (2008). *Matematika i igra za predškolce*. Zagreb: Alinea.
- Petrović-Sočo, B. (2007). *Kontekst ustanove za rani odgoj i obrazovanje – holistički pristup*. Zagreb: Mali profesor.
- Pitamic, M. (2013). *Montessori igre i aktivnosti: za bebe i djecu u ranoj dobi*. Zagreb: Mozaik knjiga.
- Philipps, S. (1999). *Montessori priprema za život. Odgoj neovisnosti i odgovornosti*. Jastrebarsko: Naklada Skap.
- Posavec, M. (2010). Višestruke inteligencije u nastavi. *Život i škola: časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanje*, 56(24), 55-64. <https://hrcak.srce.hr/63278>
- PRAKTIKUM (2021). *ALOHA mentalna aritmetika*. <https://www.udruga-praktikum.hr/aloha-mentalna-aritmetika/> Pristupljeno 27. svibnja 2021.
- Rajović, R. (2017). *IQ djeteta - briga roditelja*. Split: Harfa.
- Rajšp, N. (2015). Področje matematike v Montessori pedagogiki: diplomsko delo. Univerza v Mariboru: Pedagoška fakulteta – Oddelek za predšolsko vzgojo.
<https://dk.um.si/Dokument.php?id=82485>
- Ramey, C. T., Ramey, S. L. (1998). Early intervention and early experience. *American Psychologist*, 53(2), 109–120. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.53.2.109>
- Rogošić, M. (2019). *Primjena Montessori didaktičkog materijala iz područja matematike u ranom i predškolskom odgoju i obrazovanju* (urn:nbn:hr:141:574121) [Diplomski rad, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti Osijek]. Repozitorij Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.
[file:///C:/Users/Test/Downloads/rogosic.diplomski_rad%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Test/Downloads/rogosic.diplomski_rad%20(2).pdf)
- Seitz, M., Hallwachs, U. (1997). *Montessori ili Waldorf: knjiga za roditelje, odgojitelje ili pedagoge*. Zagreb: Educa.
- Sharma, Mahesh C. (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje d.o.o.
- Siegel, D. J. i Bryson, T. P. (2015). *Razvoj dječjeg mozga: 12 revolucionarnih strategija integriranog pristupa za poticanje razvoja zdravog dječjega uma, preživljavanje*

svakodnevnih roditeljskih borbi i za poticanje cjelokupnog rasta i razvoja obitelji.

Split: Harfa.

Slunjski, E. (2012). *Tragovima dječjih stopa: istraživačka perspektiva djeteta u radu na projektu.* Zagreb: Profil international.

Starc, B., Čudina Obradović, M., Pleša, A., Profaca, B., Letica, M. (2004). *Osobine i psihološki uvjeti razvoja djeteta predškolske dobi: priručnik za odgojitelje, roditelje i sve koji odgajaju djecu predškolske dobi.* Zagreb: Golden marketing – Tehnička knjiga.

Vlahović-Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš...: psihološki aspekti početnog poučavanja matematike.* Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak".

Zini, M. (2006). Vidi, osluhni, dodirni, okusi, pomiriši i voli. *Dijete, vrtić, obitelj: Časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, 12(44), 15-17.

POPIS SLIKA

Slika 1. Povećanje broja sinapsi, potom smanjenje	4
Slika 2. Brojevni prutovi	23
Slika 3. Brojke od brusnog papira	24
Slika 4. Kutije s vretenima	24
Slika 5. Brojke i kružići.....	25
Slika 6. Zlatne perle	26
Slika 7. Brojevne karte	27
Slika 8. Šarene perle	28
Slika 9. Seguin ploča 1	29
Slika 10. Ploča za zbrajanje.....	30
Slika 11. Ploča za oduzimanje.....	31
Slika 12. Soroban abakus	32
Slika 13. Aktivnost brojenja 1	36
Slika 14. Aktivnost brojenja 2.....	37
Slika 15. Aktivnost čitanja znamenaka	37
Slika 16. Aktivnost povezivanja brojki s brojenjem 1	38
Slika 17. Aktivnosti povezivanja brojki s brojenjem 2	39
Slika 18. Aktivnost pisanja znamenaka.....	39
Slika 19. Aktivnost zbrajanja i oduzimanja	40
Slika 20. Aktivnost zbrajanja 1	41
Slika 21. Aktivnost zbrajanja 2	41
Slika 22. Igra s prstima kao usvajanje rednih brojeva.....	43
Slika 23. Dječji prstići i znamenke.....	43

POPIS TABLICA

Tablica 1. Prikaz kognitivnog razvoja prema Piagetu.....	11
Tablica 2. Prikaz višestrukih inteligencija te vrsta poticaja	15
Tablica 3. Vještine koje treniramo u ALOHA mentalnoj matematici	34

Izjava o izvornosti završnog rada

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi iz toga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)