

Način na koji djeca predškolske dobi razumiju koncept trokuta

Makarun, Natalija

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:800653>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-26**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA ODGOJITELJSKI STUDIJ

Natalija Makarun

NAČIN NA KOJI DJECA PREDŠKOLSKE DOBI RAZUMIJU
KONCEPT TROKUTA

Završni rad

Zagreb, rujan 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA ODGOJITELJSKI STUDIJ

Natalija Makarun

NAČIN NA KOJI DJECA PREDŠKOLSKE DOBI RAZUMIJU
KONCEPT TROKUTA

Završni rad

Mentor rada: mag. preasc. edu. Ivana Golik

Zagreb, rujan 2023.

Zahvale

Najprije zahvaljujem svojoj mentorici mag. preasc. edu. Ivani Golik na ukazanom povjerenju, strpljenju i pomoći tijekom izrade završnog rada te na vremenu i trudu koje ulaže za svoje studente.

Zahvaljujem profesorici doc. dr. sc. Diani Olčar koja me svojim riječima osnažila, ohrabrila i motivirala u određenom periodu studiranja.

I na kraju zahvaljujem svojoj obitelji i prijateljima za ljubav i podršku kroz život.

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Razvoj predškolskog djeteta	2
3. Učenje kroz igru.....	2
4. Igrom do matematike	4
5. Razvoj matematičkih pojmova	4
6. Teorija o razinama mišljenja.....	5
7. Teorija prototipa	7
8. Prepoznavanje trokuta	7
9. Aktivnosti za usvajanje geometrijskih oblika.....	10
9.1. Igre	10
9.2. Rješavanje problemskih zadataka.....	13
9.3. Konkretni praktični problemi.....	14
9.4. Radni listovi	22
9.5. Leo i trokuti.....	24
10. Zaključak	27
11. Literatura	28

Sažetak

U ovom završnom radu govori se na koji način djeca predškolske dobi razumiju koncept geometrijskih oblika s naglaskom na oblik trokuta. Za konkretan rad s djecom potrebno je poznavanje zakonitosti njihova razvoja, točnije poznavati način na koji djeca upoznaju svijet oko sebe, a to je igra. Igram djeca usvajaju i matematičke pojmove i vještine. Usvajanjem osnovnih matematičkih pojmova utječe se na razvoj svih psihičkih funkcija, najviše na proces mišljenja, na misaone procese, na svojstva mišljenja te na oblike mišljenja. U nastavku spominju se pedagogije Marie Montessori, Jeana Piaga, Jeroma Brunera te Lava Vygotskog. Za učenje geometrije opisuju se teorije o razinama mišljenja P. van Hielea i teorija prototipa E. Roscha te istraživanje koje dokazuje navedene teorije. Prema teoriji o razinama mišljenja djeca predškolske dobi nalaze se na razini vizualizacije, a prema teoriji prototipa djeca najlakše prepoznaju trokut koji je prototip, to jest jednakostraničan trokut kojem je jedna baza horizontalna, a nasuprotan vrh iznad baze, ne ispod. U nastavku završnog rada navedene su aktivnosti koje potiču brži prelazak iz jedne faze razumijevanja geometrijskih oblika s naglaskom na trokute u drugu fazu. Aktivnosti su podijeljene na igre, rješavanje problemskih zadataka, rješavanje konkretnih matematičkih problema, radne listove te je opisana knjiga *Leo i trokuti* koja služi za upoznavanjem sa STEAM područjem.

Ključne riječi: igra, predškolsko dijete, teorija prototipa, trokut, van Hieleova teorija

Summary

In this work, we discuss the children's comprehension of the concept of geometric shapes with an emphasis on the shape of a triangle. To be working with children concretely it is necessary to know what constitutes their development, more precisely, to know how children get to know the world around them, which is by play. Through play, children learn mathematical concepts and skills. Adopting basic mathematical concepts affects the development of all psychological functions, thought processes, properties of thinking and forms of thinking. The pedagogies of Maria Montessori, Jean Piaget, Jerome Bruner and Lev Vygotsky are also referred to. For learning geometry, P. van Hiele's model of geometric thinking and E. Rosch's prototype theory are described, as well as the research that proves these theories. According to the model of geometric thinking, preschool children are at the level of visualization, and according to the prototype theory, children can most easily recognize a triangle that is a prototype, that is, an equilateral triangle with one base horizontal and the opposite vertex above the base, not below. In the continuation of the work, there are activities listed to encourage a faster transition from one phase of understanding geometric shapes with an emphasis on triangles to another phase. The activities are divided into games, problem-solving and specific mathematical problem-solving exercises, worksheets, and the book *Leo and Triangles* is cited, which serves to introduce the STEAM area.

Keywords: game, preschool child, prototype theory, triangle, van Hiele's theory

1. Uvod

Počeci matematike sežu u daleku prošlost, a brojni matematički problemi zapravo su problemi svakodnevnog života. Početno matematičko znanje bilo je konkretno: brojanje ubranih plodova i stoke koja se čuvala; mjerenje površina za navodnjavanje, pri gradnji nastamba, spomenika, grobnica; trgovci su brojali novac i mjerili i vagali robu. Tako je nastala znanost o brojevima, aritmetika i znanost o prostoru, geometrija. Proučavanje kretanja nebeskih tijela, kako bi se odredila promjena godišnjih doba te moglo ploviti, razvilo je trigonometriju, koja utvrđuje odnose među smjerovima i udaljenostima. Sve složenija matematička znanja dovode do pravila i formula što je začetak algebre, sve apstraktnijeg razmišljanja o matematičkim pojmovima. Razvoj brojnih znanosti istodobno razvijao je i matematiku isto kao što je ona omogućila njihov razvoj (Peteh, 2008).

Prema Nacionalnom kurikulumu za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014) matematička kompetencija jedna je od ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje, a s prirodoslovnom kompetencijom čini kompetenciju koja se zove matematička kompetencija i osnovne kompetencije u prirodoslovlju. U kurikulumu navedeno je da se matematička kompetencija razvija poticanjem djeteta na razvijanje i primjenu matematičkoga mišljenja u rješavanju problema, u različitim aktivnostima i svakidašnjim situacijama. Uključuje i razumijevanje promjena uzrokovanih ljudskom djelatnošću te odgovornosti pojedinca za njih, kao i očuvanje prirode i njezinih resursa. Kompetencija se razvija u takvoj organizaciji odgojno-obrazovnoga procesa vrtića koja se oslanja na stvaranje poticajnoga matematičkog okruženja, osnaživanje samoiniciranih i samoorganiziranih aktivnosti djece te osiguranje primjerene potpore odgojitelja u *zoni sljedećeg razvoja djece*.

2. Razvoj predškolskog djeteta

Peteh (2008) navodi da poznavanje zakonitosti rasta i razvoja djeteta omogućuje znalačko prenošenje tih spoznaja u konkretni rad s predškolskom djecom, to jest određuje okvire odgojnog djelovanja te omogućuju uočavanje odstupanja u rastu i razvoju djeteta koja mogu ukazivati na darovitost djeteta, ali i na smetnje i poteškoće u razvoju. Poznavanje psihofizičkih mogućnosti predškolskog djeteta putokaz je za metodičko oblikovanje odgojno-obrazovnog rada, a to jest za primjenu odrednica koje pridonose razvoju kreativnosti, stimuliraju razvoj mišljenja i govora, motorike te postavljaju temelj za razvoj cjelokupne ličnosti. „Djeca neprekidno nešto traže, broje, otkrivaju, eksperimentiraju i u tim postupcima dolaze do novih spoznaja, razvijaju svoje interese, određene sklonosti i sposobnosti“ (Peteh, 2008, str. 9).

3. Učenje kroz igru

U današnje vrijeme odrasli shvaćaju važnost dječje igre te mnogi autori opisuju igru u svojim djelima. „Igra i djelovanje istraživanja, otkrivanja i stvaranja nezaobilazni su dio ljudske akcije, posebno u vrijeme intenzivnog razvojnog razdoblja od prvih godina na dalje“ (Peteh, 2018, str.11). Djetinjstvo i igra su podudarni, međusobno uvjetovani pojmovi, a ljudi se ne igraju samo u djetinjstvu, nego i u kasnijim razvojnim razdobljima. Teško je definirati igru jer je ona prebogata svojim značenjima i ulogama u razvoju ljudskog bića, ali i u životu čovjeka uopće. Osim toga, kako se iz naraštaja u naraštaj mijenja i razvija ljudsko društvo, tako varira način igranja. Jean Piaget govori da su prve dvije godine posebno razvojno razdoblje, točnije senzomotoričko razvojno razdoblje iza kojeg će nakon druge godine uslijediti predoperacijsko pa operacijsko razdoblje nakon sedme godine (Peteh, 2018).

Danci, koji su poznati po tome da su najsretniji narod na svijetu, naglašavaju da je dobra igra temelj buduće sreće. Navode da što se djeca više igraju, postat će otpornija i društveno prilagođenija (Alexander i Dissing Sandahl, 2018). Einon (2004) navodi da je malom djetetu igra učenje, a takvo je učenje zabavno. Priroda je odredila da djeca uče igrajući se jer je upravo nemoguće na bilo koji drugi način usvojiti sve potrebne vještine do početka škole.

„Igra je istraživanje, zadovoljstvo, potreba, aktivnost u kojoj dijete razvija sebe i vlastite emocije. Kroz igru se dijete socijalizira i humanizira, ulazi u svijet humanih vrijednosti te usvaja

pravila međuljudskih odnosa. (Došen i Dobud, 2016, str.11)“. Odgovarajućim postupcima predškolsko dijete uči se samostalnosti, potiče se govorni izraz i komunikacija, uči ga se gledati, vidjeti, slušati i misliti, učiti temeljem svog iskustva u vlastitom ili drugom konkretnom okruženju. Specifičnim načinom učenja djeca izgrađuju temeljna znanja, informacije, stavove i ponašanja te uče o okruženju u kojemu žive i u kojemu se kreću. U predškolskom razdoblju misaona prerada informacija je u začetku, ali se odgojnim postupcima postupno povećava. Djeca uče uspoređivati, zapažati, razlikovati, rješavati manje zadatke i manje probleme, a osnovno znanje izgrađuju na svoj način, prema svojim mogućnostima (Došen i Dobud, 2016).

Igrom se stvara pozitivno ozračje koje ima značajan utjecaj na proces učenja. Opušteno i vedro ozračje pospješuje pamćenje, dok neugodni osjećaji stvaraju blokade u mozgu i otežavaju učenje. Za opušteno ozračje igra mora biti primjerena djetetovim mogućnostima, u kojoj će zadaci biti takvi da ih dijete može riješiti ulažući mali napor. Preteški zadaci odbijaju djetetu jer se osjeća neuspješno, a prelagani zadaci vrlo brzo dosade djetetu (Pejnović, 2014).

Središte pedagoškog sustava Marie Montessori, talijanske pedagoginje i liječnice, didaktički je materijal. Po njenoj pedagogiji materijal služi za razvoj senzornih i motoričkih funkcija, što posljedično utječe na razvoj umnih sposobnosti djeteta. Montessori (prema Peteh, 2008) smatra da nije toliko potrebno vođenje djeteta, nego oblikovanje njegove konkretne sredine koja je potrebna za unutarnje oslobađanje djeteta. Pretpostavila je da dječje okruženje mora sadržavati različite elemente poticanja razvoja osjetila (Došen i Dobud, 2016). „Dok je odraslima osjet vida najdominantniji osjet, djeci su u najranijoj dobi sva osjetila izoštrena. Stoga su upravo ona prirodni instrumenti kojima dijete uči i istražuje svijet koji ga okružuje“ (Pitamic, 2013, str.8). Montessori je spoznala da djeca moraju osjetiti radost tijekom učenja, da vole red te da posjeduju zanimanje za stvarnost i maštu, žele biti neovisna, žele da ih se poštuje i sluša (Pitamic, 2013).

Vaskevich (2011) naglašava da će igra doista donijeti pozitivne rezultate u razvoju malene osobe samo ako je zanimljiva. Definira da su razvojne igre one igre koje potiču djetetov razvoj, nebitno je li riječ o razvoju fine motorike, govora, kreativnih sposobnosti i tako dalje. Ukratko, to je igra koja potiče razvoj bilo koje intelektualne ili fizičke vještine. S tog gledišta očito je da se bilo koja igračka može uklopiti u razvojnu igru ovisno o tome kako se koristi.

4. Igrom do matematike

Djetetu predškolske dobi svijet matematike otkrivamo na specifičan način, postupcima koji odgovaraju njegovim psihofizičkim mogućnostima shvaćanja, to jest igrom, promatranjem i manipulacijom. Nastojimo uposliti sva dječja osjetila i ekspresiju te ih postupno uvodimo u rješavanje zabavnih problema i u rad po zadatku. Usvajanjem osnovnih matematičkih pojmova utječe se na razvoj svih psihičkih funkcija (percepcija, obogaćivanje predodžaba, pamćenje, maštu, pažnju, govorne sposobnosti...), a najviše na proces mišljenja, na misaone procese (analizu, sintezu, zaključivanje) na svojstva mišljenja (interes, znatiželju, misaonu samostalnost) te na oblike mišljenja (pojam, sud, zaključak) (Peteh, 2008).

U ranom poučavanju matematike vrlo djelotvornom pokazala se uporaba različitih konkretnih materijala poput temeljnih kockica, štapića, pikula i sličnih pomagala. „Istraživanja su pokazala da se temeljne matematičke spoznaje razvijaju kroz neposredan dodir s predmetima u djetetovoj okolini ili promatranjem modela koji manipuliraju veličinama“ (Wood, 1995; prema Vlahović-Štetić i Vidović, 1998).

Kroz igru omogućeno je imenovanje i upoznavanje predmeta i njihovih osobina poput oblika, veličine i količine; uočavanje prostornih i vremenskih odnosa; uspoređivanje sličnosti i razlika prema jednome ili više svojstava; omogućena je serijacija, to jest nizanje po vrsti, duljini, širini, količini te usvajanje svakodnevnih naziva, primjena brojki i brojenja i drugo. Odgajatelj igru može uspješno primijeniti i u usvajanju osnovnih matematičkih pojmova ako je dobar animator i suradnik djece u igri (Peteh, 2018).

5. Razvoj matematičkih pojmova

„Metodika razvoja početnih matematičkih pojmova interdisciplinarno je znanstveno područje koje koristi znanstvene spoznaje iz predškolske pedagogije, razvojne psihologije, matematike, didaktike, predškolske metodike, psihologije učenja, logike i sociologije.“ (Burić, 2010, str.3). Prema metodi Marie Montessori, prema kojoj se radi u mnogim predškolskim i školskim ustanovama, naglasak se stavlja na razvoj matematičkog razmišljanja te djeca temeljne matematičke ideje uče kroz igru i konkretne primjere (Šagud i Toplek, 2018).

Razvoj početnih matematičkih pojmova mora biti u skladu s razvojnim karakteristikama predškolske djece i karakteristikama procesa učenja predškolskog djeteta. Jedan od najpoznatijih svjetskih psihologa Jean Piaget, smatra da je učenje podređeno razvojnom procesu djeteta, da ono ovisi o razini razvoja i da je za razvoj presudan utjecaj sazrijevanja. U Piagetovoj periodizaciji dječjeg kognitivnog razvoja između druge i šeste godine života nalazi se predoperacijsko razdoblje, a osnovna karakteristika tog razdoblja takozvana je situacijska inteligencija. Jerome Bruner suprotnog je mišljenja i smatra da ne postoji unutarnji pokretač učenja bez vanjskog poticaja (Prentović-Sotirović, 1998., Bruner, 2000; prema Burić, 2010). Vanjski poticaji mogu biti različiti – društveni subjekti, obitelji i institucije odgoja i obrazovanja. Sam Bruner (1960) objašnjava tri faze reprezentacije stvarnosti: akcijsku, ikoničku te simboličku. Akcijska faza uključuje kodiranje informacija temeljenih na radnjama i njihovo pohranjivanje u memoriju, ikonička faza uključuje pohranjivanje informacija u obliku slika, a u simboličkoj fazi informacije se pohranjuju u obliku koda ili simbola. Predodžba objekta u mislima potpuno je neodvojiva od akcije djeteta u odnosu na taj objekt, a riječ je najviša razina reprezentacije stvarnosti. Ishodi učenja ne uključuju samo koncepte, kategorije i procese rješavanja problema koji su već izmišljeni, nego i sposobnost stvaranja novih. Djeca su sposobna razumjeti složene informacije kroz koncept spiralnog kurikuluma na način da složene informacije usvajaju postepeno preko već poznatih informacija. Lav Vygotski tvorac je socijalno-kulturne teorije koja naglašava da su više mentalne funkcije socijalnog porijekla te da su determinirane čimbenicima poput zajedničke praktične aktivnosti, socijalna interakcija, znakovni sustavi i komunikacija pomoću njih (Prentović-Sotirović, 1998; prema Burić, 2010). Na spoznajama navedenih autora izgrađen je osnovni *metodički put* razvoja matematičkih pojmova: I – iskustvo fizičkih predmeta; G – govorni jezik, opisuje iskustvo; S – slike, prikazuju iskustvo; Z – pismeni znakovi, generaliziraju iskustvo (Burić, 2010).

6. Teorija o razinama mišljenja

Nizozemac Pierre van Hiele, koji je doktorirao 1957. godine na fakultetu u Utrechtu u Nizozemskoj, iznio je teoriju o razinama mišljenja kroz koje se prolazi tijekom učenja geometrije. Njegova teorija objašnjava zašto velik broj učenika ima problema u učenju

geometrije, najviše s izvođenjem formalnih dokaza te daje nekoliko prijedloga kako izbjeći te probleme (Fuys, Geddes, i Tischler, 1988).

„Ta se teorija bazira na ideji da postoji pet razina mišljenja kroz koje se prolazi na putu ka stjecanju sposobnosti izvođenja formalnih dokaza te razumijevanja i geometrije koja ne pripada euklidskoj geometriji. Na svakoj sljedećoj razini usvajaju se nova znanja, a da bi se dosegla sljedeća razina, potrebno je usvojiti prethodnu. To zavisi isključivo o razumijevanju određenog gradiva i percepciji cjelokupnog koncepta, a ne samo o usvajanju činjeničnog znanja. Također, životna dob ne utječe na prijelaz na sljedeću razinu. Postoje ljudi koji su ostali na početnom nivou tijekom cijelog života usprkos prolasku kroz školski sustav unutar kojeg su obrađivani geometrijski sadržaji“ (van Hiele, 1986; prema Vlasnović i Cindrić, 2014).

Razine objašnjavaju kako netko razmišlja te o kojim tipovima geometrijskih ideja netko razmišlja, prije nego koliko netko ima znanja. Objekt geometrijskog mišljenja mijenja se kako osoba napreduje s jedne razine na drugu. Razine geometrijskog mišljenja su vizualizacija, analiza, neformalna dedukcija, dedukcija i strogost. Prema van Hieleovim razinama geometrijskog mišljenja, vizualna razina je najniža, a počinje neverbalnim mišljenjem (Vlasnović i Cindrić, 2014). Na vizualnoj razini mišljenja oblici se sude po izgledu, na primjer, djeca prepoznaju pravokutnik jer izgleda kao kutija. Kvadrat koji je rotiran tako da su mu sve stranice na kutu od 45 stupnjeva na vertikali djeca ne prepoznaju, kao ni pravokutnik koji ne stoji uspravno (Yeşil Dağlı i Halat, 2016).

Sljedeća razina je razina analize u kojoj su oblici nositelji svojih svojstava. Oblik se više ne prosuđuje jer izgleda kao nešto, nego jer ima određena svojstva, na primjer, jednakostraničan trokut ima tri stranice, sve stranice su jednake, ima tri jednaka kuta i simetriju. Na navedenoj razini jezik je važan za opisivanje oblika i trokut s jednakim stranicama nije nužno onaj s jednakim kutovima jer na deskriptivnoj razini svojstva nisu još logički poredana. Iako djeca znaju navesti svojstva kvadrata, pravokutnika i paralelograma, ne vide da su to međusobno potklase, da su svi kvadrati pravokutnici, a svi pravokutnici paralelogrami. Djeca znaju da rotacija kvadrata neće promijeniti taj kvadrat (Vlasnović i Cindrić, 2014).

Sljedeća je razina neformalne dedukcije na kojoj su svojstva logički poredana. Izvodi se zaključak o svojstvima jednoga iz drugoga, to jest jedno svojstvo prethodi ili slijedi iz drugog svojstva. Djeca se koriste svojstvima koja već znaju kako bi formulirali definicije, na primjer, za kvadrate, pravokutnike i jednakostranične trokute pa se koriste tim definicijama da bi shvatili odnose, kao što je objašnjavanje zašto su svi kvadrati pravokutnici ili zašto je zbroj kutova svakog trokuta 180 stupnjeva. Međutim, na ovoj razini učenici ne razumiju unutarnje značenje

dedukcije, kao što je uloga aksioma, definicija, teorema i njihovih obrata. Dijete razumije da su kvadrati i rombovi i da su to likovi s dvama parovima stranica jednakih duljina te zna da su kvadrati pravokutnici jer su četverokuti s četirima pravim kutovima. Razina neformalne dedukcije je razina tradicionalnog srednjoškolskog programa (Vlasnović i Cindrić, 2014).

Na najvišoj razini hijerarhije objekt pažnje je aksiomatski sustav, a ne samo dedukcija unutar sustava te postoji razumijevanje razlika i odnosa između različitih aksiomatskih sistemima. To je razina fakultetske matematike, glavni predmet onog tko studira geometriju kao granu matematičke znanosti (Vlasnović i Cindrić, 2014).

7. Teorija prototipa

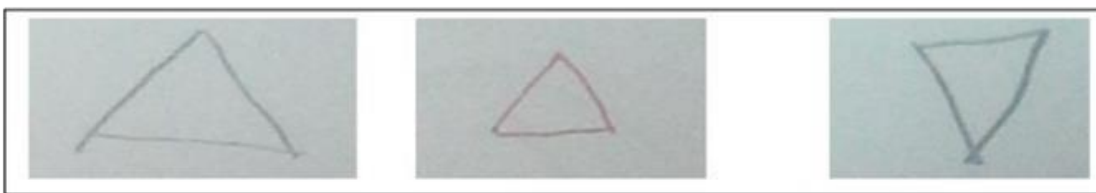
Još jedna teorija koja objašnjava kategorijalizaciju oblika je teorija prototipa, autorice E. Rosch. Glavno načelo teorije je da koncepti nisu formirani primarno definiranim formalnim pravilima, obilježjima ili definicijama, nego prema prototipu koji je tipičan i vrlo reprezentativan primjer koncepta. Nadalje se kategorizacija odvija na temelju sličnosti s prototipom. Prototip je središnji član kategorije, a drugi članovi su mu srodni na temelju sličnosti. Središnji član koncepta je, na primjer, jednakostranični trokut, a ostale vrste trokuta, kao što su jednakokračan trokut, raznostraničan trokut ili pravokutan trokut, srodne su s jednakostraničnim trokutom (Rosch, 1973: prema Yeşil Dağlı i Halat, 2016).

8. Prepoznavanje trokuta

Teorija o razinama mišljenja i teorija prototipa potvrđene su testom mjerenja konceptualnog razumijevanja geometrijskog oblika koji je sadržavao pet zadataka. Većina djece iz istraživanja (Yeşil Dağlı i Halat, 2016) formirala je koncept da trokut ima tri stranice i tri kuta. Njihovo formiranje koncepta temeljilo se na primjeru prototipa, gotova sva djeca sposobna su prepoznati prototip trokuta. S druge strane, otprilike pola djece još nema razvijenu povezanost jednakokračnog i pravokutnog trokuta. Većina djece u istraživanju bila je na ili iznad van Hielove razine vizualizacije.

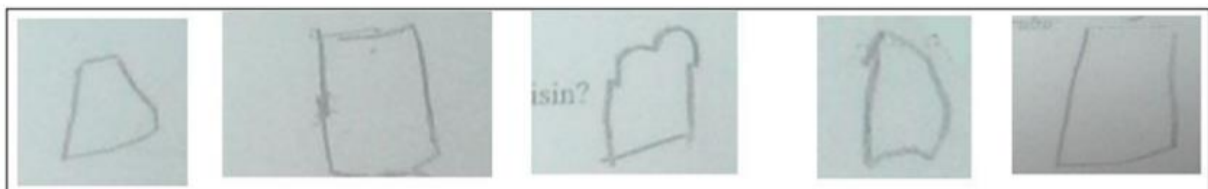
Osim prvog zadatka svi su ostali bili osmišljeni u različitim razinama težine i predstavljeni djeci redom od jednostavnijih prema težim. U prvom zadatku djeca su trebala nacrtati trokut kako bi pokazala mentalnu sliku geometrijskog oblika bez pokazivanja primjera ili podsjetnika. Iako je taj zadatak najteži, namjerno je stavljen prvi kako bi identificirao jesu li djeca već stvorila unutrašnju sliku trokuta i mogu li ga prikazati prije ispunjavanja sljedećih zadataka koji uključuju trokute u raznim varijacijama. U prvom zadatku 81% djece nacrtalo je trokut pravilno, 6% djece nije nacrtalo nikakvu figuru i 13% nacrtalo je oblik koji ne može biti definiran kao trokut. Iako je crtanje oblika iz pamćenja zahtjevnija vještina od prepoznavanja oblika na slici, djeca u ovom istraživanju bila su uspješnija u crtanju trokuta, nego u prepoznavanju trokuta u različitim varijacijama (Yeşil Dağlı i Halat, 2016). Razlog je taj što u zadatku u kojem je trebalo nacrtati trokut nije bilo zadano kakav trokut treba biti, nego su djeca mogla nacrtati bilo kakav trokut, a u zadacima prepoznavanja oblika trokuta su bili različiti veličina, vrsta i orijentacije.

Slika 1: zadatak 1 (pravilan trokut)



Izvor: Yeşil Dağlı, Ü. i Halat, E. (2016). Young Children's Conceptual Understanding of Triangle. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education

Slika 2: zadatak 1 (oblik koji ne može biti definiran kao trokut)



Izvor: Yeşil Dağlı, Ü. i Halat, E. (2016). Young Children's Conceptual Understanding of Triangle. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education

Zadatci od 2. do 5. dizajnirani su da ispituju sposobnost prepoznavanja trokuta. Najprije je bio prikazan prototip trokuta, zatim trokuti u različitim veličinama, zatim različite vrste

trokuta i na kraju trokuti različite orijentacije. Kroz intervjuje istraživači su čitali pitanja djeci koja su stavljala prst na svaki oblik za koji su mislili da je trokut (Yeşil Dağlı i Halat, 2016).

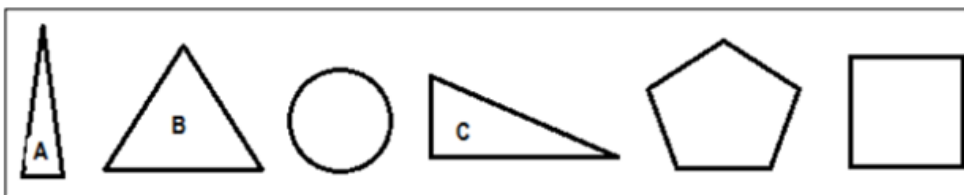
Slika 3: zadatak 2



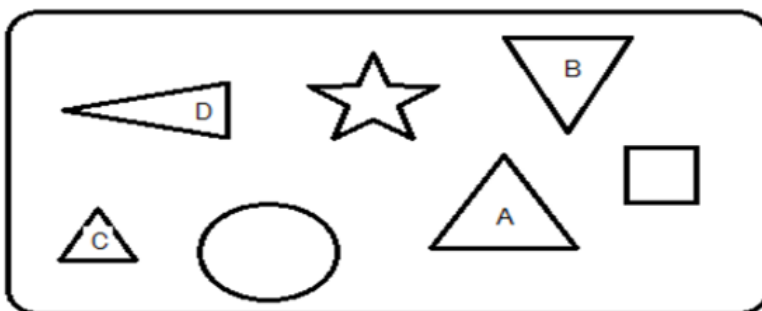
Slika 4: zadatak 3



Slika 5: zadatak 4



Slika 6: zadatak 5



Izvor: Yeşil Dağlı, Ü. i Halat, E. (2016). *Young Children's Conceptual Understanding of Triangle*. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*

Istraživači su tražili predškolsku djecu da razmišljaju na glas kako bi otkrili razlog njihove odluke. *Learning stories* ili priče za učenje služe kako bi slušanjem djece odrasli otkrili

njihove ideje, interese i reakcije. Konkretno u ovom istraživanju uz zadatke na papiru doprinose zaključivanju na kojoj su djeca razini razumijevanja koncepta trokuta. Samo nekoliko djece objasnilo je razlog odluke, a njihova objašnjenja bila su ograničena na izjave da *znaju da je tako*, da *ne znaju* i *zato*. Većina djece (otprilike 95%) prepoznaje prototip trokuta, dvije trećine djece (otprilike 65%) prepoznaje jednakostraničan trokut s horizontalnom bazom u različitim veličinama, 31% djece prepoznaje trokute koji su različitih vrsta i 43% djece prepoznaje trokute koji su okrenuti ili zarotirani. Djeca su uspješnija u pronalasku prototipa trokuta nego u pronalasku trokuta različitih veličina, vrsta i orijentacije (Yeşil Dağlı i Halat, 2016). Prototip trokuta djeci je najlakše prepoznati jer odrasli koriste prototip kako bi djeca zapamtila njegov izgled i povezala ga s nazivom. Kako im se trokut približava najčešće crtanjem djeca ga doživljavaju odmah u fazi slike, preskačući manipulaciju predmetom koja bi im omogućila njegovo preokretanje.

Ovim istraživanjem prikazano je da djeca slabo razumiju koncept trokuta te općenito geometrijskih oblika, a razumijevanje bi se produbilo, to jest bio bi brži prelazak na višu razinu i posljedično bi bili bolji rezultati na takvim testovima upotrebom određenih materijala, poticaja, igara i problemskih situacija vezanih uz dječju svakodnevnice. Neke aktivnosti za bolje razumijevanje geometrijskih oblika objašnjene su u sljedećem poglavlju.

9. Aktivnosti za usvajanje geometrijskih oblika

9.1. Igre

Mobil ili vrtuljak

Mobil je najpopularnija igračka za dojenčad do tri mjeseci starosti, a može se koristiti do godine dana uz prilagodbe sukladno stupnju djetetova razvoja. Igračka nudi prekrasne mogućnosti za vježbanje fiksacije pogleda na predmet u pokretu i stimulira usredotočenost vida i prateći pogled. Razvoju usredotočivanja te praćenja očima dobro odgovaraju različiti *geometrijski likovi*: kockice, loptice, prizme, balončići (Vaskevich, 2011).

Percepcija oblika i veličine

Za djecu starosti od 4. do 6. mjeseca pogodna je igra u kojoj se djetetu pokazuju kocke, loptice, prstenovi i slično te se svaki put treba imenovati oblik, detaljno opisati predmet koji se pokazuje i usporediti ga sa sličnim predmetima (Vaskevich, 2011).

Geometrijski mozaik

Potrebno je iz kartona izrezati različite geometrijske likove: trokute, kvadrate, pravokutnike, ovale i krugove. Ponudi se djetetu da se igra tim likovima kao konstrukcijskom igračkom. Naprimjer, veliki kvadrat i veliki trokut spajaju se u kuću, mali pravokutnik je dimnjak na krovu, a krug je sunce. Dijelovi konstrukcijskog mozaika mogu se nalijepiti na papir i pobožati (Vaskevich, 2011).

Složi lik

Jednostavna igra za djecu od 3 do 7 godina u kojoj odrasla osoba imenuje geometrijski lik, a dijete ga slaže od štapića. Za prikaz zakrivljenih likova može se koristiti konopac (Popov, 2010).

Vesela geometrija

U ovoj igri voditelj redom igračima baca loptu izgovarajući pritom imena različitih predmeta, a igrač treba imenovati geometrijski lik koji svojim oblikom odgovara tom predmetu. Za djecu od 3 do 4 godine dovoljno je imenovati predmete koji odgovaraju likovima krug, kvadrat ili trokut, od 5. godine postupno se uvode likovi pravokutnik, trapez i elipsa, a od 6. godine voditelj imenuje geometrijski lik, a dijete imenuje predmet tog oblika (Popov, 2010).

Tko će naći više predmeta?

Djeca se natječu tko će u prostoru naći više predmeta određenog oblika (Popov, 2010).

Koliko-kut?

Odrasla osoba na papiru nacrtala mnogokut, a dijete treba izbrojiti kutove i reći *koliko-kut* je nacrtan. Djeci od 3 do 4 godine crtaju se razne vrste trokuta, kvadrat, pravokutnik i trapez, djeci od 5 do 6 godina dodaju se razne vrste četverokuta, peterokuti, šesterokuti i sedmerokuti, a djeci od 6 do 7 godina crtaju se mnogokuti s više od 10 kutova, na primjer 12, 14, 16 (Popov, 2010).

Geometrijska slagalica

U ovoj igri dijete slaže geometrijski lik od kartona koji je izrezan na nekoliko dijelova. Za dijete koje ima 3 godine primjereno je kvadrat razrezati na 3 do 4 dijela, kasnije na 5 do 6 dijelova te se isto radi s krugom te kasnije s trokutom. Za dijete koje ima 5 godina geometrijski likovi kvadrat, trokut, krug i pravokutnik mogu se podijeliti na 6 do 12 dijelova, a za dijete koje ima 6 godina geometrijski likovi mogu se podijeliti na više od 15 dijelova (Popov, 2010).

Pronađi isti lik

Na podu se nalaze obruči unutar kojih su geometrijski likovi, djeca iz ruku odgojitelja izvlači kartice s geometrijskim likovima te na dogovoreni znak traže isti takav lik u obručima. Podlošci u obručima i kartice koje djeca drže u rukama mogu se mijenjati. Da bi djeca pronašla isti lik u obručima, moraju pažljivo promatrati, uočavati, tražiti sličnosti i razlike, moraju biti intelektualno aktivna (Peteh, 2018).

Dodirni...

Djeca se okupe s odgojiteljem u sredinu sobe kako bi imali što više slobodnog prostora te se dogovara da treba dodirnuti nešto što je okruglo ili nešto što nalikuje trokutu, kocki ili krugu te valjku. Dok odgojitelj izgovara neku brojalicu, djeca se kreću po sobi, a na dogovorenu riječ iz brojalice razbježe se po sobi i izvršavaju zadatak te djeca koja ne nađu dogovoreni oblik izlaze iz igre (Peteh, 2018).

Domino

Igra domino može se igrati u raznim varijantama, a ovdje je opisan sa slikama geometrijskih likova. Pravila su ista kao s pravim domino-pločicama, to jest pločice se stave licem na stol, izmiješaju se, podijele prema broju igrača, izvlače se iz hrpe i slažu po geometrijskim likovima. Umjesto geometrijskih likova mogu se staviti slike različitih vrsta trokuta (Peteh, 2018).

Kontakt trokuti

Ovo je društvena igra namijenjena grupi djece od dva do sedam igrača, a sastoji se od 36 istostraničnih trokuta. Svaki trokut podijeljen je na tri mala trokuta koji su crvene, plave i žute boje. Na svakom su dijelu trokuta upisane brojke od jedan do deset, a trokuti se slažu po boji i po brojkama. Slažući ih po brojkama djeca sama stvaraju nizove i dobivaju likove koji ih posebno vesele. Djeca koja još ne raspoznaju brojke trokute mogu povezivati po boji (Peteh, 2018).

Potraži svoj par

U ovoj igri odgojitelj djeci podijeli slike geometrijskih likova tako da svaka slika ima svoj par. Na dogovoreni znak djeca trebaju pogledati sliku u ruci i brzo potražiti svoj par, a odgojitelj provjerava jesu li se parovi dobro složili (Peteh, 2018).

Memorija

Odgojitelj slike geometrijskih likova lijepi na kartone jednake veličine i boje ili na tvrđi papir tako da svaka slika ima svoj par i da su sve poledine jednake. Kartice se okrenu poledinom prema gore i slože u redove. Prvi igrač okrene lice kartice, a nakon toga traži njezin par samo jednim podizanjem. Ako mu to uspije, kartice se izdvoje i taj par kartica dijete stavlja ispred sebe. Ako nije otkrio par svoje kartice, vraća obje sličice na njihova mjesta, a igru nastavlja drugi igrač koji treba zapamtiti dotad otkrivene sličice. Kartice se okreću sve dok se ne slože u parove. Pobjednik je onaj tko ima najviše parova kartica (Peteh, 2018).

Reci kako se zove i koliko ih ima

Potrebna je obojena kocka s geometrijskim likovima, a svaki je lik dan u određenoj količini i u drugom rasporedu. Cilj je igre imenovati geometrijske likove, utvrditi količine istog lika i pronaći slične likove u neposrednom okruženju. Na početku dijete baci kocku, imenuje lik i utvrđuje količinu te se kocka baca dogovorno u krugu djece. Jedna od varijanata može biti da dijete nakon imenovanja i određivanja količine pronađe i donese (Peteh, 2008).

Završi crtež

Grupi djece podijele se papiri na kojima su nacrtani geometrijski likovi, ravna crta, izlomljena crta i slično. Djeca imenuju dobivene likove i na crtežima dodaju neke svoje elemente te nastaju razni likovi iz dječjeg okruženja. Ovom igrom potiče se originalnost i kreativnost djece, a istodobno se pamte geometrijski oblici. Mana igre je što bi česta primjena mogla dovesti do šabloniziranja (Peteh, 2018).

9.2. Rješavanje problemskih zadataka

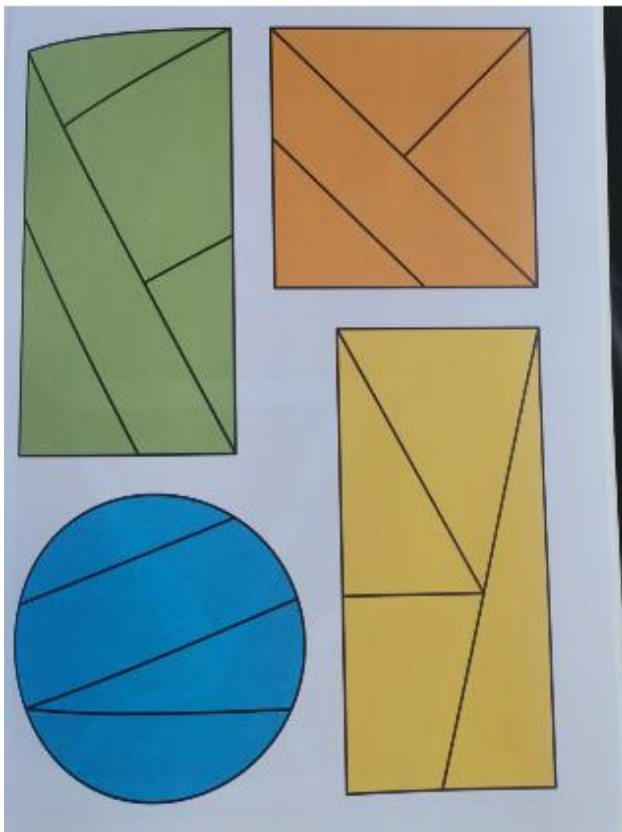
Riječ problem (grčki: problema) označava teorijsko ili praktično pitanje koje treba riješiti ili pak teškoću, težak zadatak, ono što komplicira rješenje ili radni proces (Anić i dr., 2004; prema Peteh, 2008). U svakodnevnom životu često se moramo nositi s brojnim problemima pa je važno djeci predstavljati probleme kao zabavne izazove koji ih potiču da budu intelektualno aktivna, jer je misaona aktivnost temelj trajnoj spoznajnoj aktivnosti. Predškolsko dijete osim što treba slušati i gledati, jako je važno da već od najranije dobi bude aktivan sudionik u procesu stvaranja, da samostalno odgovara, nešto izrađuje i rješava (Peteh, 2008). „Djecu neprekidno treba “hraniti“ novim, primjerenim sadržajima. Je li predškolsko dijete sposobno za rješavanje određenih problema? Naravno da je sposobno – primjereno svojoj dobi i psihofizičkim mogućnostima, koje će razvijati upravo zahvaljujući rješavanju raznih problemskih situacija“ (Peteh, 2008, str. 58). U predškolskoj dobi radi se o konkretnim – *praktičnim problemima, o slikovnim problemima, verbalnim problemima, matematičkim i ostalim problemima*. U realizaciji programskih sadržaja za usvajanje osnovnih matematičkih pojmova koristi se neposrednim promatranjem, igrom, praktičnom aktivnošću, radom po zadatku i rješavanjem problema, a posebnu pozornost treba odabrati izboru problema, ulozi odgajatelja i načinima rješavanja problema (Peteh, 2008).

9.3. Konkretni praktični problemi

Slagarica – složi po boji

U slagarici, koja je praktičan problem, dijelovi elemenata slažu se u cjelinu. Po vrsti mogu biti različite te mogu zahvatiti sva odgojno-obrazovna područja. Broj dijelova raste postupno: od dva, tri, četiri, pet i šest do više dijelova, ovisno o dobi djece. Rješavaju se individualno, u parovima, grupama, ovisno o dobi djece i zadatku. Mogu biti izrezane vodoravno, okomito, dijagonalno, kao geometrijski likovi, nazubljeno, cik-cak, , u apstraktnoj formi... Jedna je verzija zadatka slaganje određenog lika, a druga je verzija slaganje bilo čega (Peteh, 2008).

Slika 7: Slagarica



Izvor: Peteh, M. (2008). Matematika i igra za predškolce. Zagreb: Alineja.

Pokrivaljka i slagarica

Pokrivaljka, praktičan problem, sastoji se od središnje ploče i pokrivaljki-pločica, a zadatak je pokriti središnju ploču pokrivaljkama-pločicama koje se razlikuju po boji, obliku i količini. Teža verzija je kad se pokrivaljke razlikuju po boji, a količina i oblik su isti (Peteh, 2008).

Slika 8: Pokrivaljka i slagarica

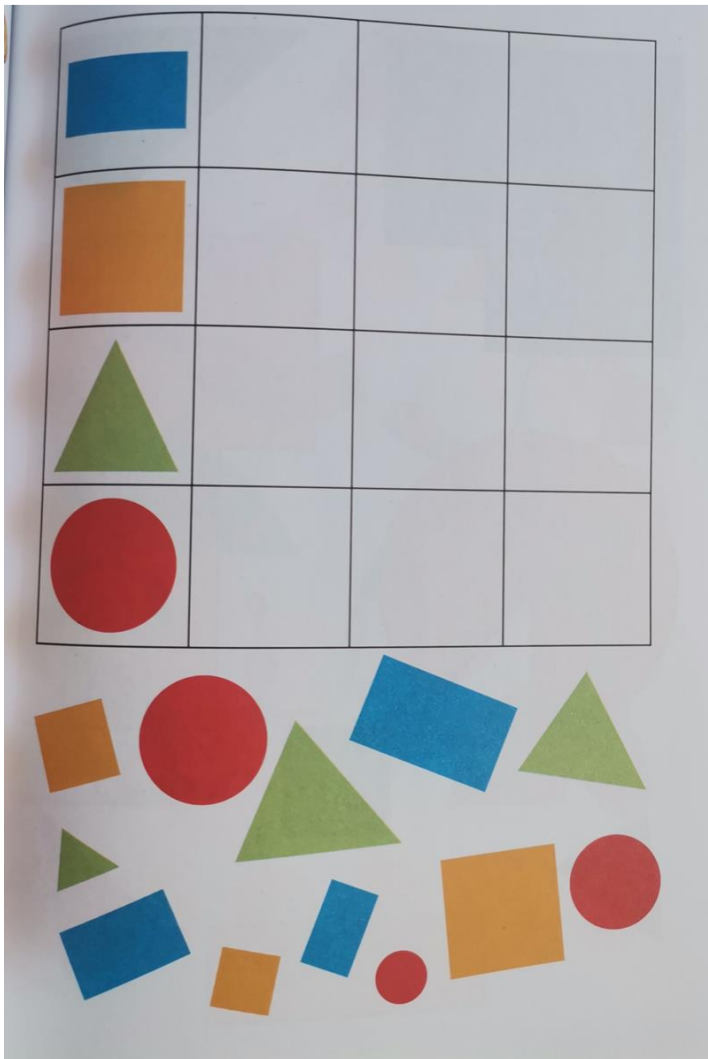


Izvor: Peteh, M. (2008). Matematika i igra za predškolce. Zagreb: Alineja.

Umetaljka

Zadatak umetaljki je staviti u kutiju kocku, kvadar, valjak ili kuglu kroz otvore istih oblika na poklopcu, a broj pogrešaka pokazuje kakva je dječja vizualna percepcija. Umetaljke spadaju u praktične probleme. (Peteh, 2008). Primjer na slici je geometrijske likove razvrstati stavljajući ih na određena polja.

Slika 9: Umetaljka

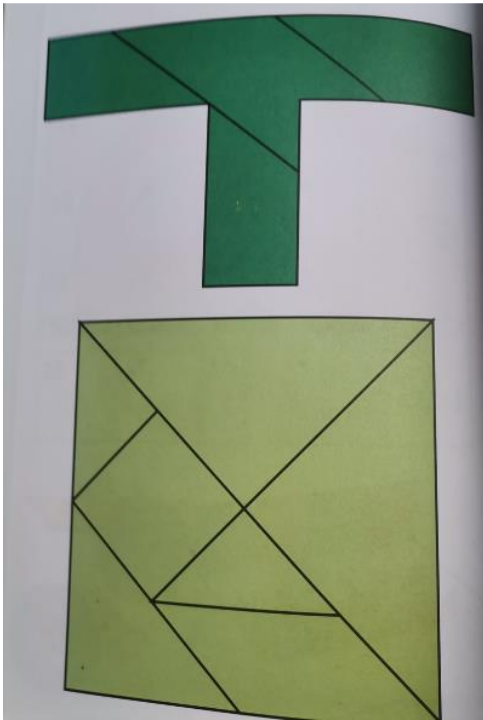


Izvor: Peteh, M. (2008). *Matematika i igra za predškolce*. Zagreb: Alineja.

Tangram

Tangram, stara kineska narodna igra koju često nazivaju geometrijskim konstruktorom, također je praktičan problem. Tangrama ima više vrsta, a svim vrstama je zajedničko da se dijelovi slažu u cjelinu, to jest kvadrat. Predviđen je za djecu starije predškolske dobi. Igra je zanimljiva djeci jer se može slagati na mnogo načina i nudi mnogo rješenja, a traži da djeca znaju imenovati i razlikovati geometrijske likove. Za izvršavanje zadatka zahtijeva se elastičnost u mišljenju, dosljednost u razmišljanju i snalažljivost (Peteh, 2008).

Slika 10: Tangram

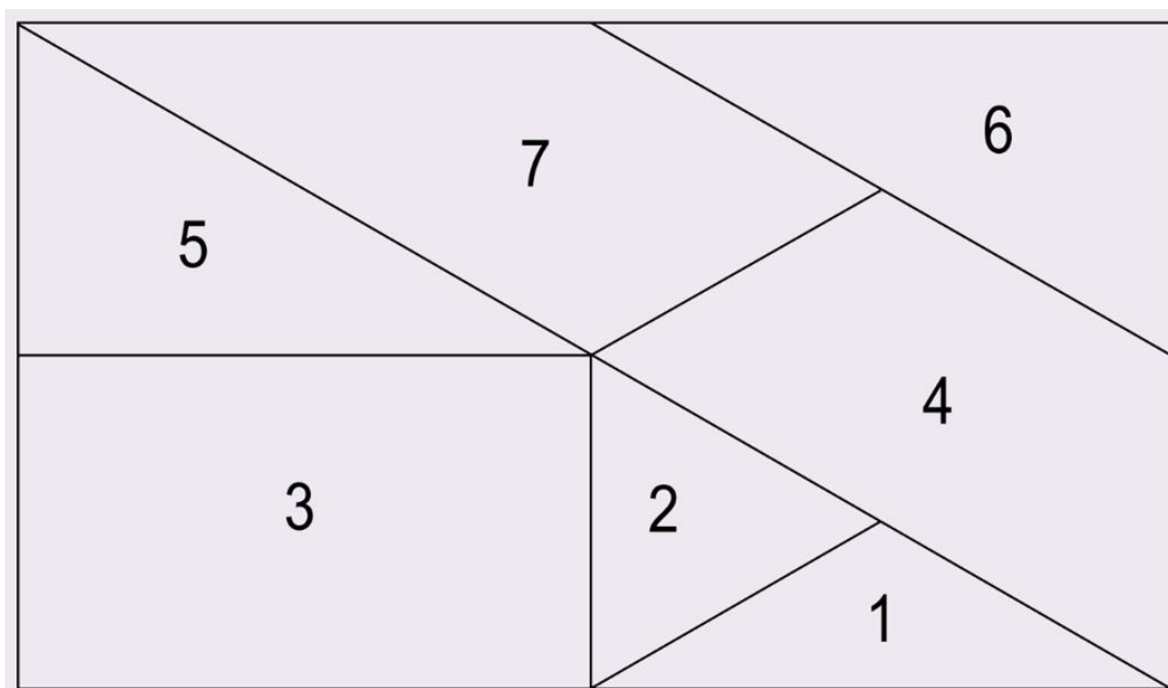


Izvor: Peteh, M. (2008). Matematika i igra za predškolce. Zagreb: Alineja.

Mozaik

Zadatak se sastoji od sedam dijelova koji zajedno čine pravokutnik: jednakokračan trokut (dio 1), jednakostraničan trokut (dio 2), dva pravokutna trokuta (dijelovi 5 i 6), pravokutnik (dio 3), trapez (dio 7) i jednakokračan trapez (dio 4). Na slikama su napisani brojevi za lakše snalaženje u tekstu, a rešetke od jednakostraničnih trokuta predstavljaju podlogu.

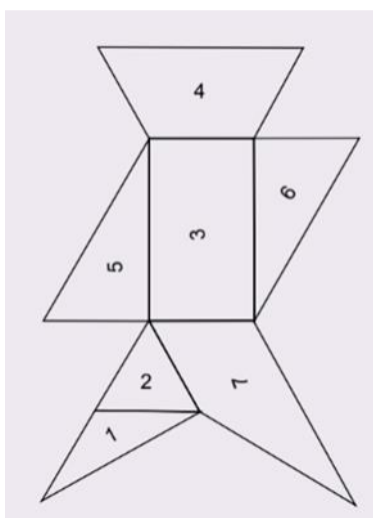
Slika 11: Mozaik – pravokutnik



Izvor: Van Hiele, P. (1999). *Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics*

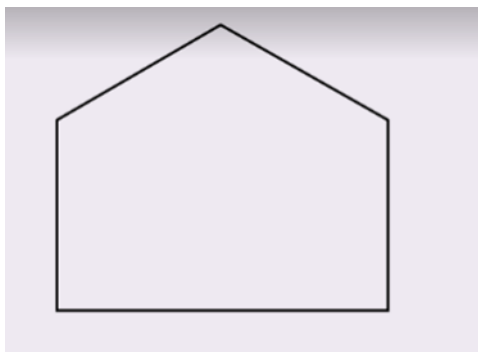
Djeca mogu slagati što žele, poput čovjeka ili kuće.

Slika 12: Mozaik – čovjek



Izvor: Van Hiele, P. (1999). *Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics*

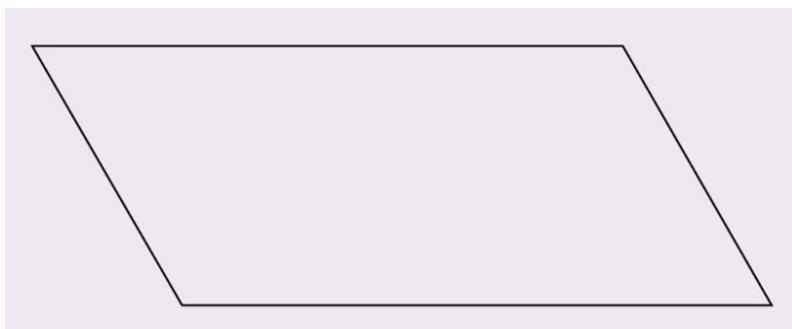
Slika 13: Mozaik – kuća



Izvor: Van Hiele, P. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics

Zadatak može biti da se od samo nekoliko ili svih dijelova složi zadani oblik, tražeći pri tome što više rješenja.

Slika 14: Mozaik – zadani oblik



Izvor: Van Hiele, P. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics

U sljedećoj verziji upute se daju usmeno ili karticama.

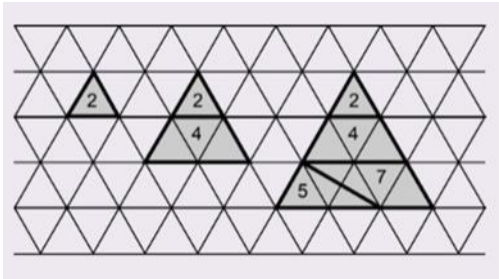
Visoka kuća

1. Na komadu papira složi visoku kuću od 2. dijela kao krov i još jednog dijela.
2. Nacrtaj obris visoke kuće koja je složena

3. Napravi isti oblik s dijelovima 5 i 7.
4. Može li se oblik napraviti od tri dijelova?

U sljedećem zadatku traži se povećanje jednog oblika dodavanjem jednog dijela, zatim se kasnije dodaju dva dijela i na kraju preostala 3.

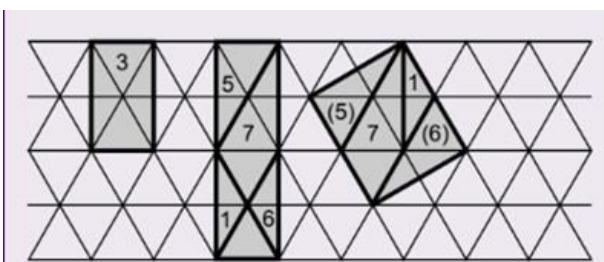
Slika 15: Mozaik – povećanje zadanog trokuta



Izvor: Van Hiele, P. (1999). *Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics*

Djetetu se pokažu tri oblika pravokutnika i zatraži se da od nekoliko dijelova slože isti oblik. Od svih dijelova složi se veliki pravokutnik koji je već prikazan.

Slika 16: Mozaik – pravokutnici

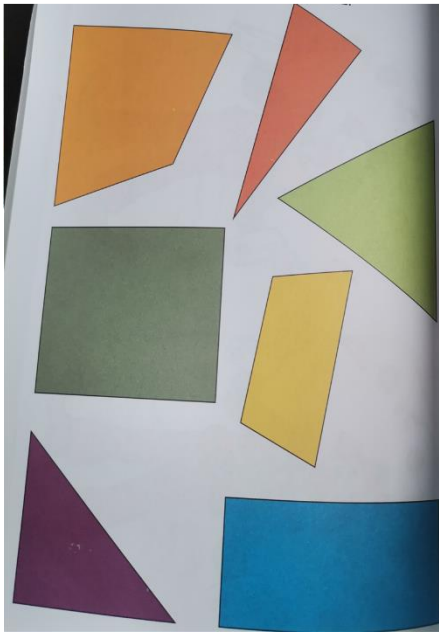


Izvor: Van Hiele, P. (1999). *Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. Teaching Children Mathematics*

Eksperiment

Jedan od načina rješavanja problema je eksperiment koji pridonosi da dijete gleda, promatra, uočava i donosi zaključke (Peteh, 2008).

Slika 17: Eksperiment – izreži oblike u trokute



Izvor: Peteh, M. (2008). Matematika i igra za predškolce. Zagreb: Alineja.

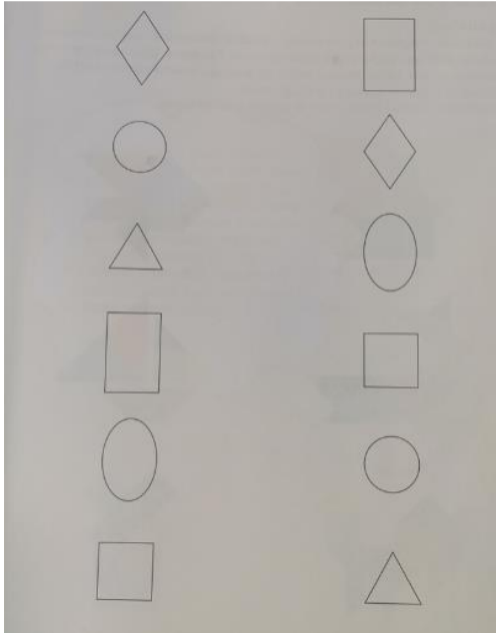
9.4. Radni listovi

Radni listovi su didaktički materijal za intelektualni i govorni razvoj djeteta, za razvijanje motorike, kreativnosti i ostalih vještina djece predškolske dobi. Uobičajeno su sredstvo rada s djecom od 60-tih godina prošlog stoljeća, a počeli su se koristiti u Beču (Peteh, 2008).

U vrtiću na praksi u predškolskoj skupini pogledala sam radne listove koje djeca ispunjavaju kako bih saznala nude li autori djeci poticaj za brži prelazak iz faze vizualizacije, konkretno za oblik trokuta. Uglavnom su trokuti bili prikazani u standardnom položaju iste veličine, ponegdje su trokuti bili jednakokračni ili različite veličine, a rijetko su bili prikazani

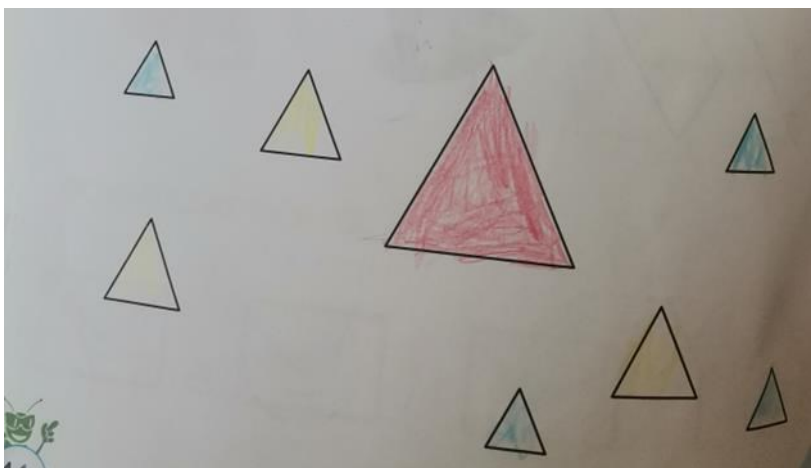
u raznim varijacijama. U svim zadacima gdje je dijete trebalo nacrtati trokut, tražilo se da nacrtat trokut u standardnom položaju.

Slika 18: Radni list – Spoji jednake geometrijske oblike



Izvor: Badžek Pavlešić, Z., Vasilić Jagić, E. i Srebačić, S. Cvrčkova vježbalica Predškolska matematika

Slika 19: Radni list – Male trokute oboji plavom bojom, veće žutom, a najveće crvenom bojom

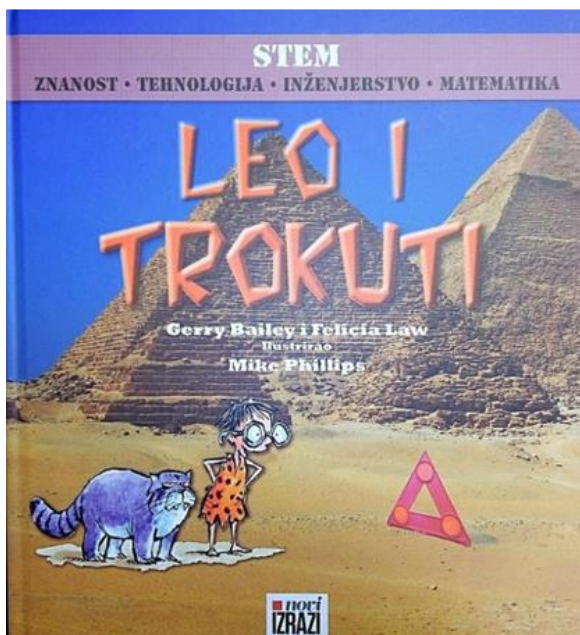


Izvor: Gugo Crevar, N i Nežić, B: Cvrčkova vježbalica Priprema za školu 5-7 godina

9.5. Leo i trokuti

Leo i trokuti pripada seriji od 6 ilustriranih knjiga koje na znanstveno-popularan način donosi osnove matematike, geometrijskih tijela i oblika. Knjige su odličan primjer početnih ilustriranih priručnika za upoznavanje sa STEM područjem, a namijenjene su djeci predškolske i rane školske dobi.

Slika 20: Naslovnica STEAM knjige 'Leo i trokuti'



Izvor:

https://www.google.com/search?sca_esv=560184847&rlz=1C1GCEA_enHR1004HR1004&q=leo+i+trokuti&tbm=isch&source=lnms&sa=X&ved=2ahUKEwi3q-ah5_iAAxVc_7sIHc6GC-oQ0pQJegQIDBAB&biw=1280&bih=595&dpr=1.5#imgrc=OCaftKrzNS85TM

Leo je genijalac iz kamenog doba, suprotno njegovom mačku Pallasu koji baš i nije, a zajedno istražuju čaroban svijet geometrijskih oblika i smišljaju doista sjajne izume. U ovoj knjizi otkrivaju uzbudljiv svijet trokuta. Otkrivaju kako se tri crte mogu spojiti i tvoriti različite vrste trokuta, otkrivaju različita imena trokuta, kutove i stranice. Istražuju trokute u graditeljstvu, trokute u glazbi, kosine, piramide, prizme i mnogokute. Osim humorističnog teksta i zabavnih ilustracija koje djeci drže pažnju i potiču ih na nastavak listanja, knjiga

sadrži realne slike kako bi djeca primjećivala geometriju u svom okruženju te matematičke definicije koje će im biti korisne u školi. Izdvojila sam poglavlja *Jednakokrani trokuti* i *Trokuti u glazbi*.

Jednakokrani trokuti

Leo posprema špilju.

„Ovo ide ovdje“, mrmlja sebi u bradu i dodaje: „A ovo ide tamo.“

„Miči se!“ kaže Pallasu.

„Objesit ću ovo krzno ovdje da se ne zgužva.“

„Ali ovo je moj krevet“, reče Pallas.

„Nije“, odgovori Leo. „To nije TVOJ krevet.“

To je MOJA hrpa odjeće i pogledaj kako si je zgužvao!“

Leo uzme tri kratka štapa.

Veže ih zajedno u trokut.

Zakvači kuku za zašiljeni vrh i pokaže Pallasu.

„Vidiš“, reče. „Vješalica“.

Ali Pallas nije zainteresiran. Ne treba mu vješalica.

Treba mu krevet! (Bailey i Law, 2018, str.12)

Trokuti u glazbi

„Treba nam novi instrument za band“, reče Leo.

„Band?“ čudi se Pallas. „Pa samo smo nas dvojica!“

„Znam“, odgovori Leo. „Zato nam treba više instrumenata. Moramo proizvesti više zvukova.“

„Mogu malo jače lupati po bubnjevima“, predloži Pallas. „I mogao bih u ritmu puhati u mamutove kljove.“

„Ne treba nam buka, Pallas“, reče Leo. „Treba nam glazba!“

Leo se baci na izradu novoga instrumenta.

Spoji tri kosti i načini trokut.

Kada ga udari štapom, kosti odjeknu i proizvedu ton.

Zatim se baci na izradu trokuta različitih veličina od kojih svaki daje drukčije tonove.

„U redu“, predloži Pallas. „Da ja pjevam?“

„Ako baš moraš!“ odgovori Leo.

Pallas zapjeva:

„Mačke jake love miševе bedake, o da, da, da!“ (Bailey i Law, 2018, str.20)

10. Zaključak

Razumijevanje matematike važno je za svakodnevni život, a djeca matematiku usvajaju od najranije dobi. Djeca predškolske dobi još ne uče iz knjiga kao u školi, nego matematiku usvajaju igrom kojom izgrađuju temeljna znanja, informacije, stavove i ponašanja te uče o okruženju u kojemu žive i u kojemu se kreću. Takvo učenje događa se spontano, prirodno i bez stresa za razliku od školskog usvajanja i ocjenjivanja znanja. U predškolskoj dobi nije cilj riješiti problem što brže i učinkovitije, nego uživati u procesu. Iako mnogi odgajatelji imaju negativan stav prema matematici, razvijanje matematičke kompetencije dio je njihove profesionalne uloge. Osim pripreme manipulativnih materijala i okoline koja potiče rješavanje problema, posao odgojitelja je pomoći djeci da nadograđuju znanja, omogućiti djeci slobodu za vlastite konstrukcije, osigurati atmosferu u kojoj rasprava pomaže izgradnji znanja, poticati kognitivni konflikt te osigurati socijalnu interakciju.

Važan dio matematike je geometrija. Jedna od teorija koje objašnjavaju faze kroz koje se prolazi tijekom učenja geometrije je van Hieleova teorija o razinama mišljenja. Teorija se bazira na ideji da postoji pet razina mišljenja kroz koje se prolazi na putu ka stjecanju sposobnosti izvođenja formalnih dokaza te razumijevanja i geometrije koja ne pripada euklidskoj geometriji. Na svakoj novoj razini usvajaju se nova znanja, a da bi se doseгла ta razina, potrebno je usvojiti prethodnu.

Druga teorija je teorija prototipa, autorice Rosch, a glavno načelo teorije je da koncepti nisu formirani primarno definiranim formalnim pravilima, obilježjima ili definicijama, nego prema prototipu koji je tipičan i vrlo reprezentativan primjer koncepta. Kategorizacija se odvija na temelju sličnosti s prototipom koji je središnji član kategorije, a drugi članovi su srodni na temelju sličnosti.

Poznavanje načina na koji djeca predškolske dobi razumiju koncept trokuta važno je kako bi odgajatelji, a i roditelji, mogli nuditi aktivnosti koji su primjereni trenutnim razvojnim karakteristikama djeteta, a služe za olakšavanje usvajanja trokuta i ostalih geometrijskih oblika. Primjerenim aktivnostima djeca prije polaska u školu usvajaju geometriju što olakšava razumijevanje i učenje geometrije i cijele matematike u školi i dalje u životu te razvijanje pozitivnog stava prema matematici.

11. Literatura

1. Alexander, J. J. i Dissing Sandahl, I. (2018). *Danski odgoj djece*. Zagreb: Grafički zavod Hrvatske.
2. Badžek Pavlešić, Z., Vasilić Jagić, E. i Srebačić, S. *Cvrčkova vježbalica Predškolska matematika*
3. Bailey, G. i Law, F. (2018). *Leo i trokuti*. Zagreb: Novi izrazi.
4. Bruner, J (1960.). The process of education
5. Burić, H. (2010). Kako djeca usvajaju matematičke pojmove. *Dijete, vrtić, obitelj*, (60), 6-7.
6. Burić, H. (2010). Razvoj matematičkih pojmova. *Dijete, vrtić, obitelj*, (60), 2-5.
7. Došen Dobud, A. (2016). *Dijete – istraživač i stvaralac*. Zagreb: Alinea.
8. Einon, D. (2004). *Igre učilice*. Zagreb: Profil International.
9. Fuys, D., Geddes, D. i Tischler, R. (1988). The van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents. *National council of teachers of mathematics*.
10. Glazzard, J., Denby, N. i Price, J. (). *Kako poučavati*. Zagreb: Educa.
11. Izvor: Gugo Crevar, N i Nežić, B. *Cvrčkova vježbalica Priprema za školu 5-7 godina*
12. Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta
13. Pejnović, S. (2004). *Igrom do znanja*. Varaždinske toplice: Tonimir.
14. Peteh, M. (2008). *Matematika i igra za predškolce*. Zagreb: Alinea.
15. Peteh, M. (2018). *Radost igre i stvaranja*. Zagreb: Alinea.
16. Pitamic, M. (2013). *Montessori igre i aktivnosti za bebe i djecu u ranoj dobi*. Zagreb: Mozaik knjiga.
17. Popov, D. (2010). *Enciklopedija razvojnih igara za djecu od 3 do 7 godina*. Zagreb: Planet Zoe.
18. Šagud, K. i Toplek, Ž. (2018). Matematika u predškolskom i školskom razdoblju prema Mariji Montessor. *Poučak* 75, 42-56.
19. Van Hiele, P. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, (6), 310-316.
20. Vaskevich, E. (2011). *Velika knjiga razvojnih aktivnosti od rođenja do 3 godine*. Zagreb: Planet Zoe.
21. Vlahović-Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš... psihološki aspekti početnog poučavanja matematike*. Zagreb: Udruga roditelja „Korak po korak“.

22. Vlasnović, H. i Cindrić, M. (2014). Razumijevanje geometrijskih pojmova i razvitak geometrijskog mišljenja učenika nižih razreda osnovne škole prema van Hieleovoj teoriji. *Školski vjesnik*, 63 (1-2), 37-51. (teorija van Hiel)
23. Vodopić, M. (2001). Igramo se matematike. *Dijete, vrtić, obitelj*, 7 (26), 23-24.
24. Yeşil Dağlı, Ü. i Halat, E. (2016). Young Children's Conceptual Understanding of Triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12 (2), 189-202

IZJAVA O IZVORNOSTI ZAVRŠNOG RADA

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

Potpis