

Upotreba geometrijskih pločica u razrednoj nastavi matematike

Djak, Gabriela

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:938586>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-06**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI STUDIJ
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Gabriela Djak

**UPOTREBA GEOMETRIJSKIH PLOČICA U RAZREDNOJ NASTAVI
MATEMATIKE**

Diplomski rad

Zagreb, ožujak, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI STUDIJ
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Gabriela Djak

**UPOTREBA GEOMETRIJSKIH PLOČICA U RAZREDNOJ NASTAVI
MATEMATIKE**

Diplomski rad

Mentorica rada: izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, ožujak, 2023

Sadržaj

Sažetak	
Summary	
1. Uvod	1
2. Didaktički materijal	3
2.1. Podjela didaktičkog materijala	4
2.2. Didaktički materijali u razrednoj nastavi matematike	5
3. Geometrijske pločice	9
3.1. Brojevi	11
3.1.1. Aktivnost Upoznaj obitelj Geometrić	11
3.1.2. Aktivnost Nahrani životinje brojem 11	12
3.2. Oblik i prostor	13
3.2.1. Aktivnost Dovrši leptira	13
3.2.2. Aktivnost Rast likova	14
3.3. Mjerenje	15
3.3.1. Aktivnost Procijeni i provjeri	15
3.3.2. Aktivnost Prekrij lik	16
3.4. Podaci, statistika i vjerojatnost	17
3.4.1. Aktivnost Puštanje zmaja	17
3.4.2. Aktivnost Puna šaka	18
4. Dodatna nastava matematike	20
4.1. Daroviti učenici	20
4.2. Daroviti učenici u matematici	21
4.3. Ostali učenici koji pohađaju dodatnu nastavu matematike	22
4.4. Uloga učitelja na dodatnoj nastavi matematike	22
5. Rješavanje matematičkih problema (problem solving)	23
5.1. Značajke rješavanja problema u nastavi matematike	23

5.2. Rješavanje problema i dodatna nastava matematike	24
6. Istraživanje	26
6.1. Cilj i problem istraživanja	26
6.2. Metodologija i provedba istraživanja	26
6.2.1 Priprema istraživanja i odabir sudionika	26
6.2.2. Provedba istraživanja.....	27
6.2.3. Prikupljanje i obrada podataka	32
6.3. Rezultati.....	32
6.3.1. Uspješnost rješavanja zadataka pomoću geometrijskih pločica	33
6.3.2. Interes za geometrijske pločice.....	40
6.4. Rasprava	41
7. Zaključak.....	43
8. Prilozi	44
9. Literatura	47
Izjava o izvornosti diplomskog rada	49

Sažetak

U ovom diplomskom radu opisuje se primjena didaktičkog materijala odnosno geometrijskih pločica u razrednoj nastavi matematike. U radu se daje kratak opis pojma didaktički materijal te se navodi podjela didaktičkog materijala u nastavi. Ukratko se navode i opisuju didaktički materijali za nastavu matematike koji se koriste u nižim razredima osnovne škole poput računске gusjenice, Cuisenaireovih štapića, unifix kocaka te Stern blokova, a koji učeniku pomažu u konkretizaciji apstraktnih matematičkih pojmova. Geometrijske pločice također predstavljaju didaktički materijal za nastavu matematike i fokus ovog rada je stavljen na njih. U radu se opisuju aktivnosti s geometrijskim pločicama koje se mogu provoditi u razrednoj nastavi, s posebnim naglaskom na dodatnu nastavu, odnosno aktivnosti za domene Brojevi, Oblik i prostor, Mjerenje te Podaci, statistika i vjerojatnost. Rad također obuhvaća istraživanje koje je provedeno s učenicima četvrtog razreda osnovne škole na dodatnoj nastavi matematike. Cilj istraživanja bio je ispitati na koji način učitelj može iskoristiti geometrijske pločice na dodatnoj nastavi matematike kroz zadatke i različite aktivnosti. Osim toga, cilj istraživanja je ispitati kako učenici reagiraju na korištenje geometrijskih pločica na dodatnoj nastavi matematike, je li im takav didaktički materijal olakšava razumijevanje zahtjevnijih matematičkih sadržaja te kako se snalaze u određenim zadacima s geometrijskim pločicama. Rezultati pokazuju da učenici uspješno rješavaju zadatke s geometrijskim pločicama te da pokazuju veliki interes za rad s njima.

Ključne riječi: *didaktički materijal, geometrijske pločice, dodatna nastava matematike*

Summary

This diploma thesis describes the application of teaching material, pattern blocks, in the primary mathematics education. A brief description of the term teaching material and the division of teaching material used in primary school classes are presented. Manipulative materials for teaching mathematics used in the primary education that help the student to concretize abstract mathematical concept, such as the calculation caterpillar, Cuisenaire sticks, Unifix cubes and Stern blocks, are briefly listed and described. Pattern blocks also represent a material for teaching mathematics and they are the focus of this thesis. The thesis describes activities with pattern blocks used in class, with a special emphasis in math enrichment program, namely activities for the domains of numbers, shape and space, measurement and data, statistics and probability. The thesis also includes research conducted with fourth-grade primary school students in math enrichment program. The goal of the research was to examine how a teacher can use pattern blocks in math enrichment program through tasks and various activities. In addition, the goal of the research is to examine how students react to the use of pattern blocks in math enrichment program, whether such material facilitates their understanding of more demanding mathematical content, and how they deal with certain tasks with pattern blocks. The results show that students successfully solve problems with pattern blocks and that they are interested in work with pattern blocks.

Keywords: didactic material, pattern blocks, additional mathematics classes

1. Uvod

Nastava predstavlja proces u kojem učenik usvaja nova znanja te stječe vještine i stavove. Glavnu ulogu u nastavnom procesu imaju učenik i učitelj. Zadaća učitelja u nastavnom procesu je prilagoditi vlastite metode rada i sredstva potrebama i sposobnostima učenika kako bi učenik mogao savladati određeni nastavni sadržaj i kako bi se ispunili predviđeni ishodi. Na početku primarnog obrazovanja, preciznije, u prvom razredu osnovne škole, većina učenika se nalazi u fazi konkretnih operacija prema Piagetu, ili ulazi u nju. Faza konkretnih operacija traje otprilike od šeste ili sedme do desete ili jedanaeste godine djetetova života (Bugge, 2002). To je upravo razdoblje razredne nastave u hrvatskom školskom sustavu. U ovoj fazi je stoga mišljenje djeteta usmjereno uglavnom na konkretna zapažanja i konkretne radnje. To znači da učenik još uvijek nema potpuno razvijeno apstraktno mišljenje te mu je potrebno konkretizirati određeni nastavni sadržaj. Budući da sadržaji matematike sadrže apstraktne pojmove, učitelj bi trebao učeniku pomoću didaktičkog materijala olakšati razumijevanje takvih pojmova. Važno je naglasiti da sadržaji matematike u razrednoj nastavi predstavljaju temelj za sve kasnije matematičke radnje, stoga je važno da ih učenik razumije i usvoji. U nastavi matematike postoje brojni takvi materijali koje učitelji mogu iskoristiti u svome radu s učenicima, primjerice računski gusjenica, geometrijska tijela, novčanice, kovanice i sl. No postoje i materijali poput geometrijskih pločica, unifix kocki, Cuisenaireovih štapića i sl., ali se koriste rjeđe u nastavi matematike.

U ovome radu govorit će se o didaktičkim materijalima koji su pogodni za korištenje u razrednoj nastavi matematike. Poseban fokus je stavljen na geometrijske pločice, didaktički materijal koji se sastoji od šest različitih geometrijskih likova u različitim bojama. U radu se prikazuju aktivnosti za učenike razredne nastave u kojima se koriste geometrijske pločice. Također, rad obuhvaća i istraživanje koje je provedeno u četvrtom razredu osnovne škole na dodatnoj nastavi matematike. Svrha istraživanja je bila ispitati kako i u kojim zadacima na dodatnoj nastavi matematike učenici mogu koristiti geometrijske pločice te kako učeniku mogu pomoći u lakšem shvaćanju složenijih matematičkih zadataka. Korištenje geometrijskih pločica u razrednoj nastavi bi moglo učiteljima olakšati postupak konkretizacije određenih matematičkih sadržaja. Također, učitelji bi na taj način mogli kod učenika razvijati kreativnost te produbiti vještinu rješavanja matematičkih problema. U drugom poglavlju ovog rada govori se o didaktičkom materijalu općenito i njegovoj podjeli na prirodna i umjetna te prema značajkama rada u nastavi, prema načinu kako učenici percipiraju stvarnost, s obzirom na dimenzije i s obzirom na način prikazivanja pojava.

Treće poglavlje donosi opis geometrijskih pločica te prijedloge aktivnosti koje se mogu izvoditi na nastavi matematike s učenicima razredne nastave. U četvrtom poglavlju govori se o dodatnoj nastavi matematike te karakteristikama učenika koji ju pohađaju. Peto poglavlje donosi objašnjenje pojma Problem solving odnosno rješavanja matematičkih problema kao važne sastavnice nastave matematike. Šesto poglavlje ovog rada donosi opis i rezultate istraživanja provedenog u četvrtom razredu osnovne škole na dodatnoj nastavi matematike tijekom kojeg su korištene geometrijske pločice u različitim zadacima rješavanja matematičkih problema.

2. Didaktički materijal

U didaktičke materijale se ubrajaju nastavna sredstva koja se koriste u nastavnom procesu. „Terminom nastavna sredstva i pomagala označavaju se najrazličitiji materijalni objekti koji se koriste pri učenju u pojedinom nastavnom predmetu“ (Markovac, 1990, str. 73). Pritom valja obratiti pozornost na razliku između nastavnih sredstava i nastavnih pomagala. Prema Eku (2010) nastavna sredstva su didaktičko oblikovani predmeti koji služe kao izvor učenja i poučavanja. To su predmeti koji su izrađeni za potrebe nastave kako bi učeniku omogućili lakše razumijevanje nastavnog sadržaja. U nastavi matematike su to, primjerice, geometrijska tijela, udžbenik ili radna bilježnica. Nastavna pomagala podrazumijevaju tehnička sredstva ili alate koji se koriste u nastavnom procesu. Nastavna pomagala na satu su, primjerice, olovka, kreda, geometrijski pribor. Primjerice, na satu matematike tijekom konstruiranja pravokutnika nastavna sredstva su konstrukcija na ploči i živa riječ učitelja, a ploča, kreda i geometrijski pribor su nastavna pomagala. Markovac (1990) navodi kako su za uspješno učenje u školi važne vizualna i auditivna komponenta. Primjerice, korištenjem nastavnih sredstava i pomagala ostvaruje se vizualna komponenta, a izlaganjem učitelja ili učenika se ostvaruje auditivna komponenta.

Na početku prvog razreda osnovne škole učenik još uvijek nema razvijeno apstraktno mišljenje te je potrebno vizualizirati sadržaje koji se uče (Markovac, 1990). Pomoću didaktičkih materijala učenik razvija apstraktno mišljenje jer mu didaktički materijal omogućuje prijelaz od konkretnog do apstraktnog. Cilj korištenja didaktičkih materijala u nastavi je približavanje izvorne stvarnosti učeniku. „Izvorna stvarnost nam nije uvijek pristupačna za neposredno proučavanje zbog raznih složenosti, prostornih udaljenosti ili ostalih razloga pa se kao zamjena za to upotrebljavaju nastavna sredstva“ (Hercigonja, 2017, str. 10). Didaktički materijali omogućavaju lakše upoznavanje s (matematičkim) pojmovima te učenik samostalno istražuje i rješavanje problema. Prema Namestovskom (2008) učitelj će, korištenjem didaktičkog materijala, lakše prilagoditi nastavu prethodnom znanju i sposobnostima učenika. Didaktički materijali omogućavaju bolje uvjete za učenje i pamćenje, a osim toga pružaju i mogućnost izražavanja kreativnosti. Korištenjem didaktičkih materijala u nastavi učenik može vizualizirati i predočiti matematičke odnose. Također, tijekom manipulacije s određenim didaktičkim materijalom učenik verbalizira matematičke teme te razvija koncentraciju, ali i vlastito mišljenje.

Didaktički materijali u nastavi se mogu koristiti neovisno o tipu sata. Dakle, mogu se koristiti na satu usvajanja novih sadržaja ili na satu vježbanja i ponavljanja. Pri odabiru didaktičkog materijala učitelj treba promisliti koje nastavno sredstvo će upotrijebiti i kako će ono pomoći učeniku u razumijevanju nastavnog sadržaja. Učitelj treba znati kada je pravi trenutak za primjenu potrebnog sredstva te kako će ga najefikasnije upotrijebiti u nastavi. Namestovski (2008) navodi kako je za didaktičku vrijednost primjene nastavnih sredstava nužno da se didaktički materijal upotrebljava odmjereno, pravovremeno, potpuno, spretno, ekonomični i kombinirano. Markovac (1990) ističe kako nastavna sredstva i pomagala trebaju poticati učenikovo mišljenje te ne smiju zamijeniti rad učenikova mišljenja. Učitelj može koristiti didaktičke materijale za demonstriranje, uspoređivanje, združivanje i oduzimanje skupova i sl. (Markovac, 1990).

2.1. Podjela didaktičkog materijala

Didaktički materijal može se podijeliti na nekoliko kategorija. Markovac (1990) dijeli nastavna sredstva za potrebe početne nastave matematike na prirodna i umjetna. Prirodna nastavna sredstva su ona koja se nalaze u neposrednoj okolini, primjerice, klupe, stolci, kreda i sl. Umjetna nastavna sredstva su ona koja su proizvedena za potrebe učenja, primjerice, žetoni, štapići u boji i sl. Piršl (2014) dijeli didaktički materijal prema značajkama rada u nastavi, prema načinu kako učenici percipiraju stvarnost, s obzirom na dimenzije (dvodimenzionalna i trodimenzionalna) te s obzirom na način prikazivanja pojava (statična i dinamična).

Prema značajkama rada u nastavi razlikujemo demonstracijska, nastavno-radna, laboratorijsko-eksperimentalna, manipulativna, operativna i proizvodna nastavna sredstva (Piršl, 2014). Demonstracijska nastavna sredstva služe za prikazivanje određenog sadržaja učeniku, a tu ubrajamo slike, dijagrame, skice, reljefe, modele. Nastavno-radna nastavna sredstva se koriste najčešće u nastavi i tu spadaju udžbenici, radne bilježnice, priručnici i sl. Laboratorijsko-eksperimentalna odnose se na uređaje pomoću kojih se proučavaju prirodne zakonitosti ili provode mjerenja. Manipulativna nastavna sredstva, kao i što sam naziv kaže, služe za manipuliranje i odnose se na pribor i alate, a operativna i proizvodna nastavna sredstva, koja se rjeđe koriste u nastavi, podrazumijevaju aparate za proučavanje procesa proizvodnje (Piršl, 2014).

Prema načinu kako učenici percipiraju stvarnost razlikujemo vizualna, auditivna i audiovizualna nastavna sredstva (Piršl, 2014). Namestovski (2008) u kategoriju prema načinu kako učenici percipiraju stvarnost svrstava i tekstualna nastavna sredstva. Vizualna nastavna sredstva su najčešći korišteni oblik nastavnih sredstava u redovnoj nastavi. „Vizualna skupina nastavnih sredstava obuhvaća ona nastavna sredstva koja služe isključivo za vizualno predočenje i oblikovanje određenih slika u pamćenju“ (Ek, 2010, str. 157). Tu ubrajamo crteže, slike, plakate, prezentacije. U razrednoj nastavi je korištenje vizualnih nastavnih sredstava od velike važnosti s obzirom na to da djeca najlakše uče kroz vizualne podražaje. Vizualna nastavna sredstva s obzirom na dimenzije mogu biti dvodimenzionalna, kao što su slike, ili trodimenzionalna, kao što su makete ili trodimenzionalni modeli. Također, vizualna nastavna sredstva s obzirom na njihovu didaktičku primjenu mogu biti statična ili dinamična. Statična nastavna sredstva su nepokretna i služe za upoznavanje stanovitih oblika i struktura (Hercigonja, 2017), dok su dinamična nastavna sredstva pokretljiva i služe za upoznavanje procesa i dinamičkih struktura. Pod auditivna nastavna sredstva ubrajamo zvučne snimke, a tu se ubraja i „živa“ riječ učitelja ili učenika. Audiovizualna nastavna sredstva su ona sredstva koja imaju audio i video komponentu (Hercigonja, 2017). Ona aktiviraju osjetilo vida i sluha što omogućava lakše razumijevanje i učenje sadržaja. Pod audiovizualnim sredstvima podrazumijevamo filmove, emisije te multimedijски softver. Kao što je već spomenuto, Namestovski (2008) u ovoj kategoriji navodi i tekstualna nastavna sredstva. Tekstualna nastavna sredstva odnose se na tekstualne materijale. U nastavi se od tekstualnih nastavnih sredstava najčešće koriste udžbenici, priručnici, rječnici, književna djela i sl.

2.2. Didaktički materijali u razrednoj nastavi matematike

S obzirom na to da nastava matematike obuhvaća usvajanje brojnih apstraktnih pojmova, važno je u nastavu uključiti konkretne materijale koji će učenicima pomoći u usvajanju matematičkih koncepata. Markovac (1990) navodi da bi didaktički materijal trebao biti manipulativan, odnosno niti prevelik niti premali kako bi učenici mogli s lakoćom rukovati predmetom. Također je važno da je didaktički materijal kvalitativno neutralan, odnosno „elementi moraju imati što manje kvalitativnih obilježja (boja, oblik, veličina, materija iz kojeg su načinjeni i sl.) kako učeničku pažnju ne bi odvrćali od kvantitativnih odnosa“ (Markovac, 1990, str. 75). Također treba obratiti pozornost i na količinu didaktičkog materijala jer previše didaktičkog materijala može učeniku otežati manipuliranje predmetom te odmaknuti fokus od bitnog.

U nastavku će se navesti nekoliko mogućnosti korištenja konkretnih materijala u razrednoj nastavi matematike koji učeniku omogućuju konkretizaciju matematičkih sadržaja.

Računska gusjenica

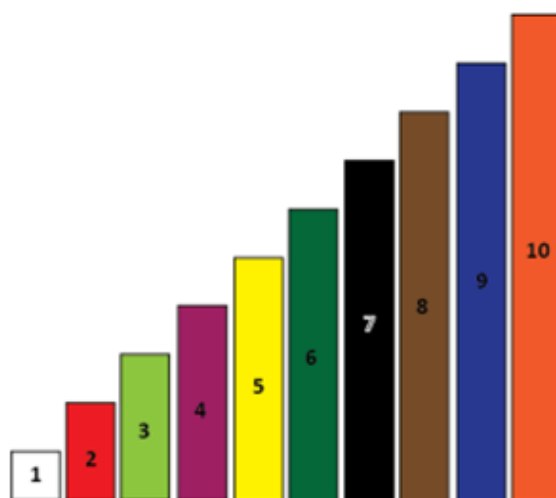
Računska gusjenica je didaktički materijal koji se koristi u razrednoj nastavi (Slika 1), a posebice je koristan za učenje zbrajanja i oduzimanja brojeva do 20 u prvom razredu. Sastoji se od deset kuglica u jednoj boji te deset kuglica u drugoj boji. Služi učeniku, između ostalog, da zorno vidi rastavljanje drugog pribrojnika i oduzimanje s rastavljanjem umanjitelja u skupu brojeva do 20. Ovaj didaktički materijal učenik može izraditi samostalno na satu likovne kulture ili za domaću zadaću. Herjavec i Glasnović Gracin (2013) navode kako bi računaska gusjenica trebala biti obavezan dio pribora za nastavu matematike te ju učenici, zbog svoje veličine i oblika, lako mogu nositi na sat matematike.



Slika 1.: *Računska gusjenica* (autorski rad)

Cuisenaireovi štapići

Cuisenaireovi štapići (Slika 2) predstavljaju didaktički komplet koji se sastoji od deset štapića. Svaki štapić ima svoju određenu veličinu i nepromjenjivu boju. Ako se uzme u obzir da je visina najmanjeg štapića jedinične duljine, onda štapići redom predstavljaju prirodne brojeve od jedan do deset i svaki broj je određen bojom. „Budući da na štapićima nema nikakvih oznaka ili podjela na jedinice, oni omogućuju djeci da svaku količinu sagledavaju kao cjelinu, a ne kao skupinu zasebnih jedinica“ (Corn, 2016, str. 70). Mogu se koristiti u razrednoj nastavi za temeljne računске operacije kao što su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje te za istraživanje odnosa među brojevima.



Slika 2.: *Cuisenaireovi štapići* (Corn, 2016, str. 71)

Unifix kocke

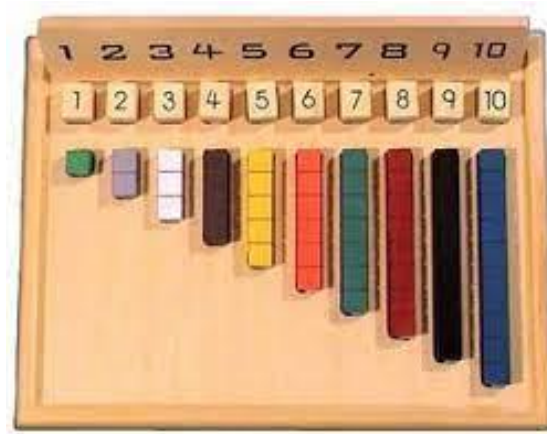
Unifix kocke su didaktički materijal koji se sastoji od raznobojnih jediničnih kockica (Slika 3). Svaka kocka predstavlja jednu cjelinu (jedinicu) te je svaka tako dizajnirana da joj je spajanje s drugom kockom. Unifix kocka izrađena je po uzoru na drvenu kocku u kojoj je rupica kroz središte omogućavala djetetu da više kocaka navuče na jednu vezicu (Swan i sur., 2009). Unifix kocke mogu poslužiti u nižim razredima osnovne škole za usvajanje pojma broja.



Slika 3.: *Unifix kocke* (Swan i sur., 2009, str. 7)

Stern blokovi

Stern blokovi su didaktički materijal koji se sastoji od kocaka različitih boja (Slika 4). Osmislila ih je učiteljica Catherine Stern za korištenje u nastavi (Jerec i Glasnović Gracin, 2014). Oni omogućuju učeniku da usvoji pojam broja i odnose među brojevima. Najčešće se koriste u prvom razredu osnovne škole, ali mogu se koristiti i kasnije, primjerice za usvajanje brojeva do 100. Korištenjem Stern blokova učenik izgrađuje predodžbe i vizualizira pojam nekog broja.



Slika 4.: *Stern blokovi* (Jerec i Glasnović Gracin, 2014, str. 154)

Ovdje spomenuti nastavni materijali su pogodni za upotrebu u razrednoj nastavi matematike, ali se oni svi uglavnom odnose na usvajanje pojma broja i na aritmetiku. Sljedeće poglavlje donosi objašnjenje didaktičkog materijala geometrijske pločice koje se, osim za usvajanje broja i aritmetike, mogu koristiti i u geometriji.

3. Geometrijske pločice

Geometrijske pločice (Slika 5) su jedan od didaktičkih materijala koji se koriste u nastavi matematike. U različitim literaturama mogu se pronaći i pod nazivom mnogokutne pločice, a u stranoj literaturi nazivaju se *Pattern blocks*. Razvijene su u Centru za razvoj obrazovanja (engl. Education Development Center) iz Newtona, a osmislio ih je Edward Prenowitz 1963. godine (Čižmešija i Stilinović, 2021).



Slika 5.: *Geometrijske pločice* (Swan i White, 2013)

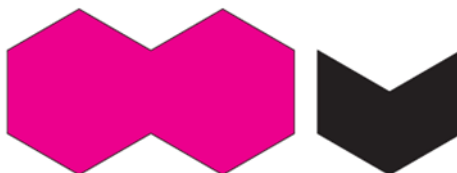
Geometrijske pločice mogu biti izrađene od različitih materijala poput plastike ili drveta te mogu biti različitih debljina, npr. 5 ili 10 milimetara. Standardni set geometrijskih pločica sastoji se od šest različitih geometrijskih oblika (Slika 6), a svaki geometrijski oblik ima svoju boju, odnosno:

- pravilni šesterokut u žutoj boji
- kvadrat u narančastoj boji
- jednakokračni trapez u crvenoj boji
- romb u plavoj boji
- jednakostranični trokut u zelenoj boji
- romb u bež boji



Slika 6.: *Oblici geometrijskih pločica* (Swan i White, 2013)

Osim standardnog seta, na tržištu se mogu pronaći i dodatne geometrijske pločice (Slika 7) poput ružičastog „dvostrukog“ šesterokuta te crnog „dvostrukog“ romba (Čižmešija i Stilinović, 2021)



Slika 7.: Dodatne geometrijske pločice (Čižmešija i Stilinović, 2021, str. 9)

Na početku rada s geometrijskim pločicama, učeniku treba ostaviti dovoljno vremena da samostalno istražuje uz pomoć geometrijskih pločica. Clarkson i Altamuro (2007) ističu kako bi učitelj trebao na početku zajedno s učenikom imenovati geometrijske oblike, a zatim učenika ostaviti da kroz ih kroz različite aktivnosti samostalno počne imenovati. Učenik će ih prvenstveno koristiti za istraživanje prostornih donosa. Osim trapeza, svi geometrijski oblici imaju jednaku duljinu stranica što učenika potiče na istraživanje odnosa među oblicima. Primjerice, površina žutog šesterokuta se može prekriti s točno dva crvena trapeza, tri plava romba ili šest zelenih trokuta. Važno je učenika poticati da tijekom rada s geometrijskim pločicama govori jer to pomaže da razjasni svoje razmišljanje (Clarkson i Altamuro, 2007). Geometrijske pločice u razrednoj nastavi mogu se koristiti za usvajanje i vježbanje različitih matematičkih pojmova. Iako u svome nazivu imaju riječ geometrijske, to ne znači da se isključivo trebaju koristiti u nastavi geometrije. Čižmešija i Stilinović (2021) navode kako se geometrijske pločice mogu koristiti za istraživanje osnovnih geometrijskih odnosa i veza, svojstava kutova, duljina i površina, geometrijskih transformacija ravnine i njihovih sličnosti i sukkladnosti, popločavanja ravnine, razlomaka, varijabli, algebarskih izraza i jednadžbi te različitih matematičkih pravilnosti.

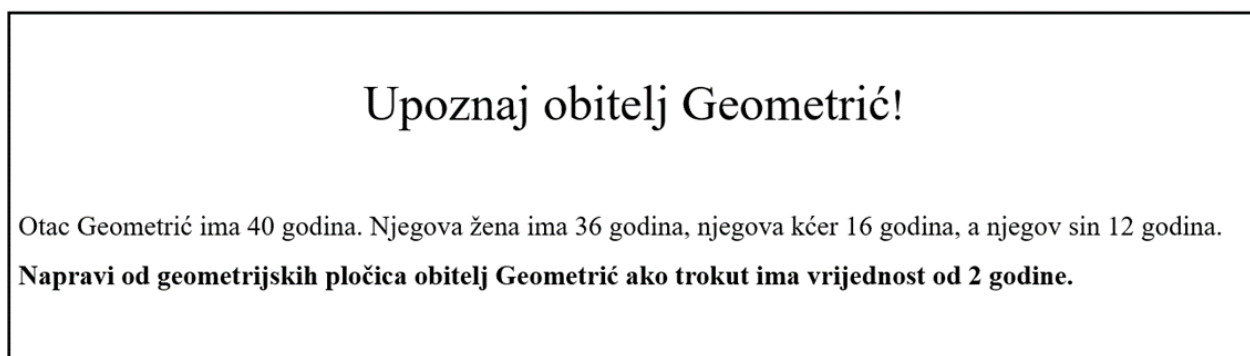
U sljedećim poglavljima opisat će se po nekoliko aktivnosti za domene Brojevi, Oblik i prostor, Mjerenje te Podaci, statistika i vjerojatnost (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, 2019) koje se mogu provesti s učenicima razredne nastave, a koje su preuzete i adaptirane za razrednu nastavu prema izvoru Sandra Clarkson i Vincent Altamuro, *Pattern Blocks Book*, 2007 te Paul Swan i Geoff White, *Developing mathematics with pattern blocks*, 2013.

3.1. Brojevi

U domeni Brojevi učenici usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj i skup. Također u sklopu ove domene učenici započinju brojiti i računati u skupu prirodnih brojeva s nulom. Učenici razvijaju predodžbu o brojevima, povezuju ih te pomoću računskih operacija usvajaju vještine računanja. Koncepti koje učenici nauče u ovoj domeni koristit će svakodnevno u svom društvenom, radnom i osobnom okruženju (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

3.1.1. Aktivnost *Upoznaj obitelj Geometrić*

Aktivnost *Upoznaj obitelj Geometrić* (prema Swan i White, 2013) iziskuje od učenika aktivnost računanja. Za ovu aktivnost je učenicima potrebno podijeliti nastavni listić (Slika 7) te geometrijske pločice. U ovoj aktivnosti učenici trebaju načiniti „članove obitelji“ od geometrijskih pločica, a podatak koji je učenicima poznat jest koliko godina ima svaki član obitelji te da trokut ima vrijednost od 2 godine. Kroz ovu aktivnost učenik može izraziti svoju kreativnost jer će svaki učenik drukčije kombinirati geometrijske pločice. Osim toga, u ovoj aktivnosti učenik može koristiti isključivo trokut za slaganje članova obitelji, ali može upotrijebiti i druge geometrijske oblike tako što će izračunati kolika je vrijednost svakog geometrijskog oblika. Primjerice, jedan šesterokut se može prekriti sa šest trokuta, dakle, jedan šesterokut ima vrijednost od 12 godina.

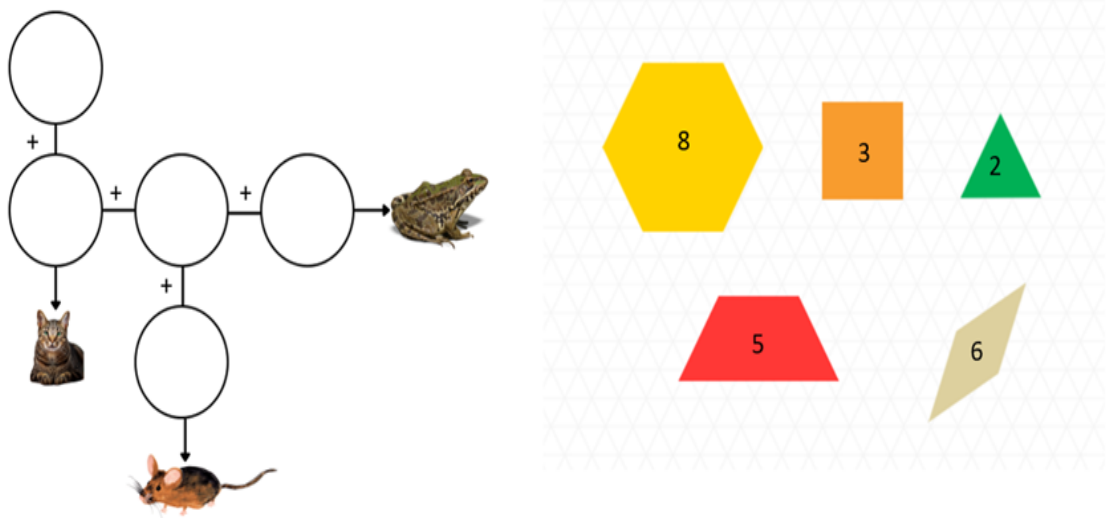


Slika 7.: Nastavni listić za aktivnost *Upoznaj obitelj Geometrić* (autorski rad)

3.1.2. Aktivnost Nahrani životinje brojem 11

Ova aktivnost (Clarkson i Altamuro, 2007) od učenika zahtijeva rješavanje problema te zbrajanje brojeva do 11. Za ovu aktivnost bit će potrebne geometrijske pločice i nastavni listić. Učitelj treba učenicima podijeliti nastavni listić (Slika 8) te ih zamoliti da uzmu one geometrijske pločice koje vide na radnom listiću. Učitelj treba učenicima objasniti da brojevi koji se nalaze unutar geometrijskih pločica na listiću označavaju vrijednost te geometrijske pločice, primjerice broj osam u šesterokutu znači da šesterokut predstavlja broj osam. Učenici u ovoj aktivnosti imaju zadatak staviti određenu geometrijsku pločicu u nebojeni krug tako da svaka životinja dobije broj jedanaest. Učenici trebaju razmisliti i kombinirati različite pribrojnike kako bi došli do rješenja problema. Važno je učenicima napomenuti da trebaju iskoristiti sve geometrijske pločice. Na kraju aktivnosti učitelj može voditi razgovor s učenicima u kojemu potiče učenike da objasne kako je svaka životinja dobila broj jedanaest. Također ih može pitati koliko su pokušaja napravili prije nego li su došli do broja jedanaest.

U prazne kružnice stavi po jednu geometrijsku pločicu tako da svaka životinja dobije broj 11.



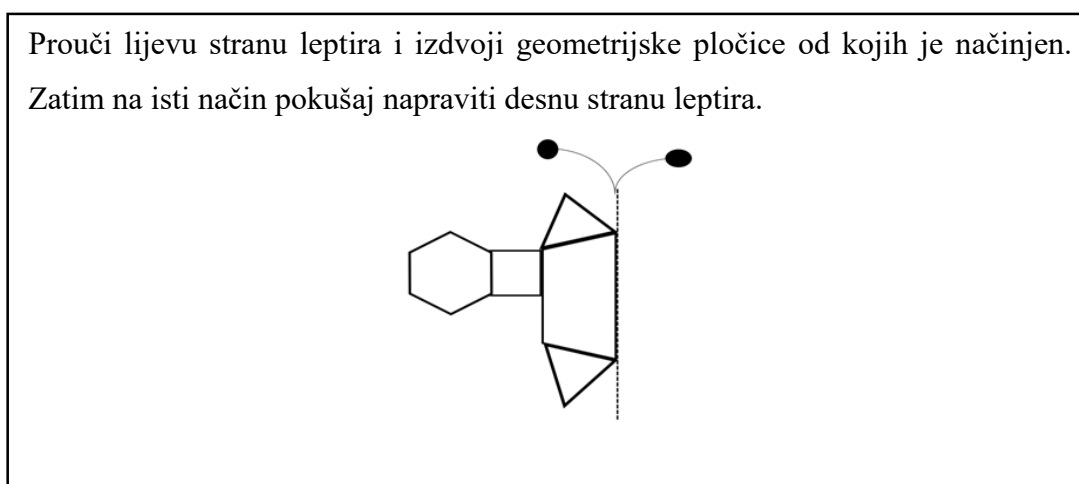
Slika 8.: Nastavni listić za aktivnost *Nahrani životinje brojem 11* (autorski rad)

3.2. Oblik i prostor

Domena *Oblik i prostor* se odnosi na geometrijske sadržaje odnosno proučavanje oblika, njihovih položaja i odnosa. Ova domena podrazumijeva rastavljanje i sastavljanje oblika što omogućuje uspoređivanje odnosa i uspostavljanje veze među oblicima, te se iz uočenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima. Učenici pronalaze primjerena matematička rješenja u različitim situacijama (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

3.2.1. Aktivnost *Dovrši leptira*

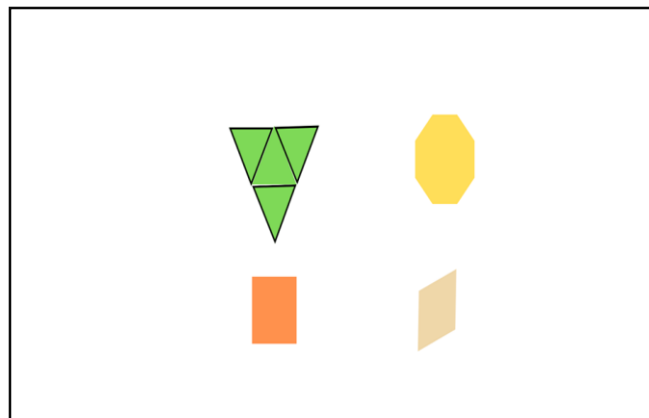
U aktivnosti *Dovrši leptira* (Clarkson i Altamuro, 2007) učenik će opisivati i analizirati svojstva dvodimenzionalnih oblika. Također u ovoj aktivnosti učenik prepoznaje geometrijske oblike i uočava simetriju. Za ovu aktivnost potrebne su geometrijske pločice i nastavni listić s jednim dijelom leptira te praznom desnom stranom kako bi učenici na to mogli složiti geometrijske pločice (Slika 9). Učitelj najprije učenicima podijeli nastavni listić te pita učenike na što ih podsjeća nedovršeni lik i od čega je načinjen. Zatim učenici trebaju izdvojiti geometrijske pločice od kojih je načinjena lijeva strana leptira. Učitelj zadaje učenicima zadatak da prekopiraju lijevu stranu leptira slaganjem geometrijskih pločica na desnu stranu te tako dovrše leptirovu desnu stranu. Ako učitelj želi otežati zadatak može reći učenicima da dobro promotre lijevu stranu leptira i zatim ju prekriju te pokušaju dovršiti desnu stranu slaganjem geometrijskih pločica.



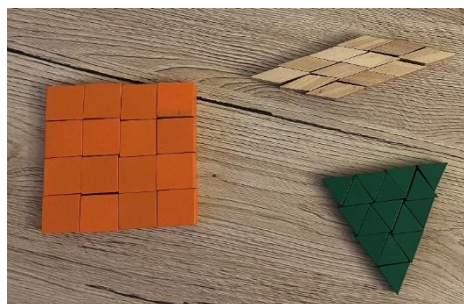
Slika 9.: Nastavni listić za aktivnost *Dovrši leptira* (autorski rad)

3.2.2. Aktivnost *Rast likova*

U aktivnosti *Rast likova* (Clarkson i Altamuro, 2007) učenici će uočavati i analizirati svojstva dvodimenzionalnih oblika. Učenici će također zaključivati o površini dvodimenzionalnih oblika. Za ovu aktivnost potrebne su samo geometrijske pločice. Učitelj na početku zamoli svakog učenika da izdvoje jedan zeleni trokut, jedan žuti šesterokut, jednu narančastu kocku i jedan bež romb. Zatim im pokaže na primjeru trokuta kako će povećati lik odnosno trokut (Slike 10 i 11). To radi tako da jednu geometrijsku pločicu u obliku trokuta stavi na sredinu stola i koristi sve trokute kako bi napravio najveći mogući trokut (Slika 11). Zatim upita učenike koliko je dodatnih trokuta morao koristiti da bi dobio veći trokut. Nakon toga učenici na isti način izvode aktivnost s ostalim odabranim geometrijskim oblicima. Na kraju aktivnosti učitelj bi trebao voditi razgovor s učenicima postavljajući pitanja poput: Kakav je novi romb u usporedbi s početnim romбом?, Za koliko geometrijskih pločica je novi romb veći od početnoga?, Koji se geometrijski oblik ne može oblikovati dodavanjem istog geometrijskog oblika? - Šesterokut, Zašto? i sl.



Slika 10.: Nastavni listić za aktivnost *Rast likova* (autorski rad)



Slika 11.: Rješenje za aktivnost *Rast likova* (autorski rad)

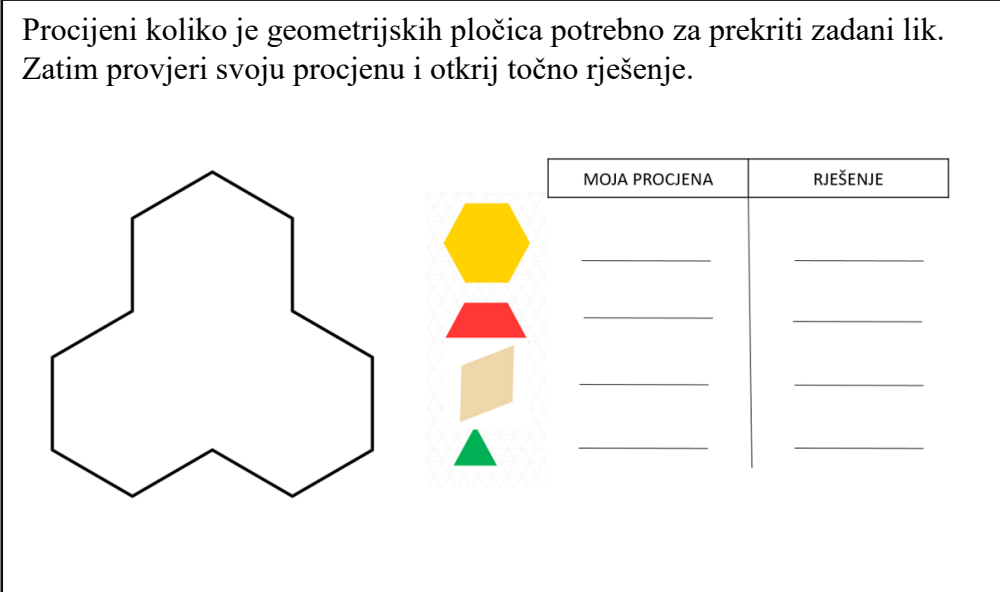
3.3. Mjerenje

U ovoj domeni učenik usvaja mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu itd. Učenik procjenjivanjem i mjerenjem te izračunavanjem veličina određuje obilježja oblika (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

3.3.1. Aktivnost *Procijeni i provjeri*

U ovoj aktivnosti (Clarkson i Altamuro, 2007) učenici se, uz razvijanje prostornog razmišljanja, koriste vlastitom procjenom. Za ovu aktivnost potreban je nastavni listić i geometrijske pločice. Učitelj najprije učenicima treba podijeliti nastavni listić (Slika 12). Zatim zamoli učenike da uzmu one geometrijske pločice koje vide na nastavnom listiću. Učenici imaju zadatak procijeniti koliko će biti potrebno geometrijskih pločica da se prekrije površina zadanog lika. Primjerice, učenikova procjena je da će biti potrebna dva žuta šesterokuta, nula crvenih trapeza, nula bež rombova i jedan zeleni trokut. Nakon što učenici zapišu procjenu, slažu geometrijske pločice na zadani lik i uočavaju jesu li dobro procijenili ili nisu. Nakon aktivnosti učitelj može pitati učenike jesu li dobro procijenili ili su procijenili previše odnosno premalo geometrijskih pločica.

Procijeni koliko je geometrijskih pločica potrebno za prekriti zadani lik. Zatim provjeri svoju procjenu i otkrij točno rješenje.


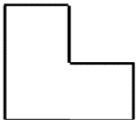
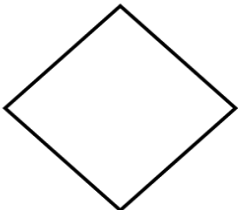
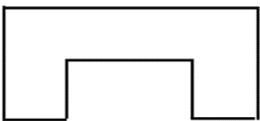


MOJA PROCJENA	RJEŠENJE
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

Slika 12.: Nastavni listić za aktivnost *Procijeni i provjeri* (autorski rad)

3.3.2. Aktivnost *Prekrij lik*

U ovoj aktivnosti (Clarkson i Altamuro, 2007) učenik će vježbati mjerenje površine. Ova aktivnost može se iskoristiti u četvrtom razredu kada učenici usvajaju ili vježbaju nastavnu jedinicu Mjerenje površine (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Za ovu aktivnost potreban je nastavni listić s oblicima i geometrijske pločice, odnosno narančasti kvadrat. Učitelj najprije treba učenicima podijeliti nastavni listić (Slika 13) i zamoliti ih da promotre zadane oblike. Učenici imaju zadatak ispuniti površinu zadanih oblika kvadratom te zapisati koliko iznosi površina određenog oblika.

	Koliko si kvadrata koristio/la za prekrivanje površine zadanog oblika? Prekrio/la sam površinu zadanog oblika s _____. Površina zadanog lika iznosi _____.
	Koliko si kvadrata koristio/la za prekrivanje površine zadanog oblika? Prekrio/la sam površinu zadanog oblika s _____. Površina zadanog lika iznosi _____.
	Koliko si kvadrata koristio/la za prekrivanje površine zadanog oblika? Prekrio/la sam površinu zadanog oblika s _____. Površina zadanog lika iznosi _____.
	Koliko si kvadrata koristio/la za prekrivanje površine zadanog oblika? Prekrio/la sam površinu zadanog oblika s _____. Površina zadanog lika iznosi _____.

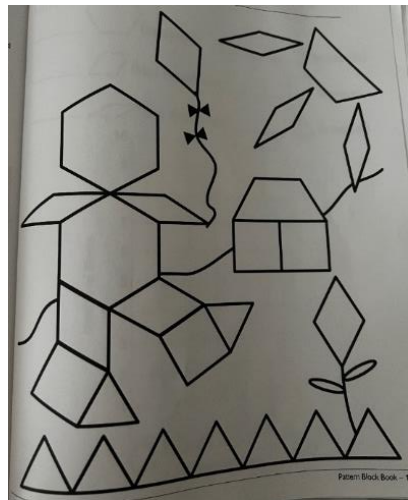
Slika 13.: Nastavni listić za aktivnost *Prekrij lik* (autorski rad)

3.4. Podaci, statistika i vjerojatnost

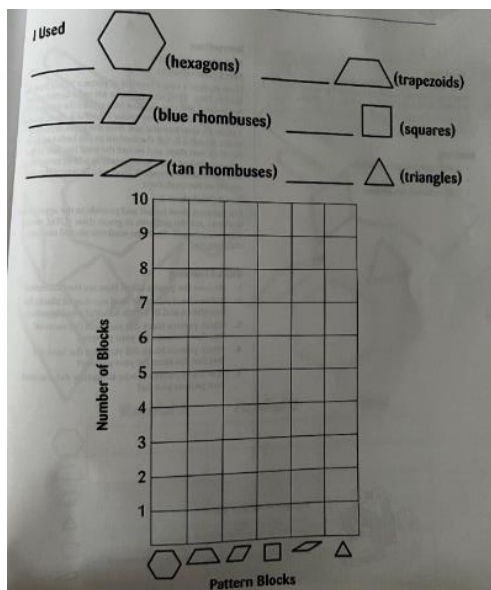
Domena Podatci, statistika i vjerojatnost odnosi se na prikupljanje i obradu podataka u odgovarajućem obliku te na procjenu i vjerojatnosti predviđanja određenog događaja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

3.4.1. Aktivnost Puštanje zmaja

U ovoj aktivnosti (Clarkson i Altamuro, 2007) učenici će procijeniti koliko im treba geometrijskih pločica kako bi popločili sliku geometrijskim pločicama te očitavati dobivene podatke iz tablice. Za početak učitelj treba učenicima podijeliti nastavni listić s oblicima (Slika 14). Nakon kratkog promatranja slike, učenici procjenjuju koliko i koje im geometrijske pločice trebaju kako bi popločili sliku te uzimaju geometrijske pločice. Zatim na drugom nastavnom listiću (Slika 15) bilježe podatke o tome koliko su koristili trokuta, koliko šesterokuta i sl., a zatim ispunjavaju slikovni dijagram (piktogram) te ga analiziraju s učiteljem. Pitanja koja učitelj može postavljati su „Koji geometrijski oblik ste najviše koristili?“ ili „Koji geometrijski oblik ste najmanje koristili?“ i sl.









Slika 14.: Nastavni listić za aktivnost *Puštanje zmaja* (Clarkson i Altamuro, 2007, str. 113)



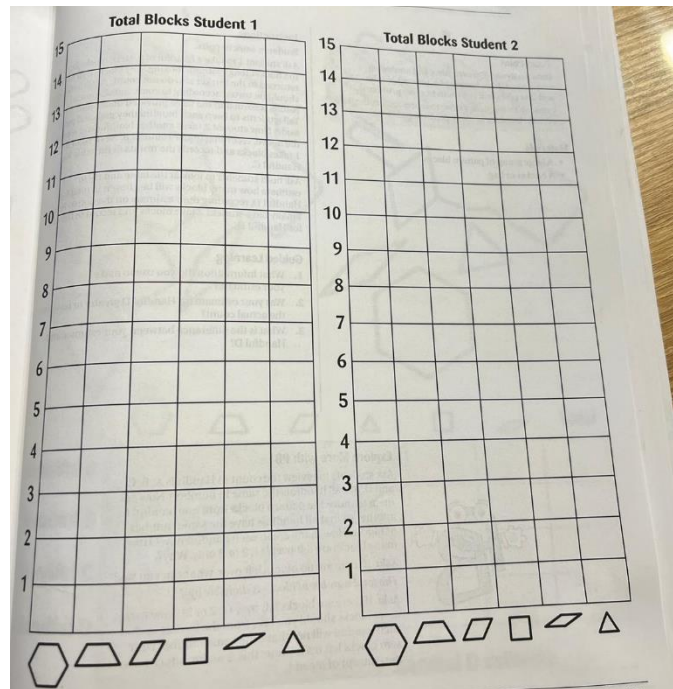
Slika 15.: Nastavni listić za ispunjavanje piktograma (Clarkson i Altamuro, 2007, str. 115)

3.4.2. Aktivnost Puna šaka

U ovoj aktivnosti (Clarkson i Altamuro, 2007) učenici će bilježiti dobivene rezultate, unositi ih u tablicu te grafički analizirati podatke. Za početak učitelj treba učenike podijeliti u parove te svakom paru podijeliti nastavni listić (Slika 16) i kutiju s geometrijskim pločicama. Prvi učenik uzima geometrijske pločice iz kutije tako da zagrabi rukom i pokuša uzeti što više geometrijskih pločica. Zatim u tablicu bilježi koliko je izvukao trokuta, šesterokuta i sl. Nakon toga drugi učenik ponavlja postupak te bilježi podatke. Zatim učitelj podijeli nastavni listić (Slika 17) gdje trebaju grafički prikazati koje su geometrijske oblike izvukli te koliko ih je. Na kraju se vodi rasprava, a učitelj može postavljati pitanja poput „Po čemu su grafikoni slični, a po čemu se razlikuju?“ i sl.

	ŠAKA A	ŠAKA B
		
		
		
		
		
		

Slika 16.: Nastavni listić za aktivnost Puna šaka (autorski rad)



Slika 17.: Grafički prikaz korištenja geometrijskih pločica u aktivnosti *Puna šaka* (Clarkson i Altamuro, 2007, str. 119)

Navedene aktivnosti mogu se provoditi s učenicima razredne nastave na satu matematike. Međutim, geometrijske pločice mogu se koristiti i na dodatnoj nastavi matematike u složenijim zadacima. Sljedeće poglavlje donosi detaljnije objašnjenje dodatne nastave kao i osobine učenika koji ju pohađaju.

4. Dodatna nastava matematike

Dodatna nastava matematike predstavlja poseban oblik nastave koji se organizira za učenike koji su uspješno svladali redovan program matematike (Mišurac-Zorica i Rožić, 2013/2014). Ovaj oblik nastave omogućava učenicima da se razvijaju prema individualnim sposobnostima i interesima. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2014) ističe kako je škola dužna organizirati dodatnu nastavu u koju se učenik uključuje na temelju vlastite odluke. Dodatna nastava matematike održava se jednom tjednom tijekom školske godine odnosno od rujna do lipnja, a izvodi ju razredni učitelj (Jurasić, 2013). Ako učitelj razredne nastave obavlja posebne poslove, npr. posao satničara, posao voditelja smjena, posao voditelja područne škole i sl. može se osloboditi izvođenja dodatne nastave s učenicima, ali u tom slučaju dodatnu nastavu će izvoditi drugi učitelj razredne nastave (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta, 2014).

Mišurac-Zorica i Rožić (2013/2014) ističu da je cilj dodatne nastave matematike motiviranje učenika da se bave matematikom i razvijaju matematičko mišljenje. Osim toga, zadaća dodatne nastave matematike jest da učenici uoče upotrebu matematike u svakodnevnom životu te popularizacija same matematike. Ona omogućava učeniku da obogati način razmišljanja novim putovima logičkog mišljenja i zaključivanja. Na dodatnoj nastavi matematike učenici usvajaju nove metode rješavanja zadataka, a kroz zanimljive zadatke učenici razvijaju ljubav prema matematici. Horvatek (2002) navodi neka obilježja dodatne nastave, a to su manji broj učenika i opuštenija atmosfera. Na dodatnu nastavu idu učenici koji tamo žele biti pa su satovi opušteniji. Također program dodatne nastave nije strogo propisan pa učitelj može nastavu prilagoditi onome što učenike više zanima.

Dodatna nastava matematike, između ostaloga, obuhvaća i rad s učenicima darovitima za matematiku, stoga se u sljedećem poglavlju opisuju i navode karakteristike darovitih učenika kao i načini rada s darovitim učenicima.

4.1. Daroviti učenici

Brojni autori u svojim radovima nailaze na poteškoće pri definiranju darovitosti. Prema Ministarstvu prosvjete, kulture i športa (1991) darovitost predstavlja sklop osobina koje učeniku omogućavaju trajno postignuće natprosječnih rezultata u jednom ili više područja ljudske djelatnosti, a uvjetovana je visokim stupnjem razvijenosti pojedinih sposobnosti, osobnom motivacijom i izvanjskim poticanjem. U hrvatskom školskom sustavu postoje učenici koji su daroviti, a kako bi se tim učenicima osiguralo adekvatno obrazovanje, važno ih je

prepoznati na vrijeme. Vranjković (2010) navodi nekoliko karakteristika darovite djece, kao što su posjedovanje izvanrednih vještina rješavanja problema, zainteresiranost za sve oko sebe, razumijevanje složenih i apstraktnih ideja, brzo učenje, sjećanje na važne detalje i sl.

Prema Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika (1991) procjenjivanje darovitih učenika obavlja učitelj i stručni suradnici osnovne škole, a koriste se podacima i mišljenjima roditelja i ostalih stručnih suradnika. Darovitim učenicima škola treba osigurati rad po programima različite težine i složenosti za sve učenike, izborne programe, grupni i individualni rad, rad s mentorom, raniji upis, akceleraciju ili završavanje osnovnog obrazovanja u kraćem vremenu od propisanog, izvannastavne i izvanškolske aktivnosti, kontakte sa stručnjacima iz područja interesa, pristup izvorima specifičnog znanja. Neke od ovih aktivnosti mogu se provoditi i na dodatnoj nastavi. Također, daroviti učenici mogu ranije završiti školu od ostalih vršnjaka.

4.2. Daroviti učenici u matematici

Prema Petek Pelcl (2020) učenici koji su daroviti za matematiku pokazuju neke zajedničke karakteristike, a to su razvijeno logično i divergentno mišljenje, znaju rasuđivati i donositi kritičke prosudbe, imaju drugačiji pristup rješavanju problema, pokazuju visoku razinu kreativnosti u pronalaženju neobičnih rješenja, imaju dobro pamćenje, pažljivo promatraju, razumiju matematičke ideje i veze, ustraju u pronalaženju rješenja i sl. Jedan od načina rada s darovitim učenicima u matematici je rješavanje problema (problem solving) o kojem će biti riječi u sljedećem poglavlju. Prema Glasnović Gracin i sur. (2019) rješavanjem problema učenici usvajaju različite načine razmišljanja, iskustva snalaženja u nepoznatim situacijama, iskustva strateškog razmišljanja, upornost te poticanje znatiželje. Darovitim učenicima u nastavi matematike treba omogućiti što više dodatnih zadataka, od kojih svakako zadatke otvorenog tipa jer imaju više mogućih odgovora odnosno rješenja. Krutetskii (1976, prema Mišurac-Zorica i Rožić, 2013/2014) razlikuje 3 kategorije matematički nadarenih učenika, a to su *analitički tip* kojeg odlikuju dobro razvijene verbalno-logičke u odnosu na vizualno-slikovite komponente te će u školi biti bolji u aritmetici i algebri nego u geometriji, *geometrijski tip* kojeg karakterizira matematičko-slikoviti tip razmišljanja koji počiva na dobro razvijenim vizualnim komponentama te *harmonijski tip* koji predstavlja svojevrsnu ravnotežu između ekstremnosti dvaju prethodnih tipova.

4.3. Ostali učenici koji pohađaju dodatnu nastavu matematike

Učenici na dodatnoj nastavi matematike su najčešće oni učenici koji brže usvajaju matematičke sadržaje od svojih vršnjaka. Oni često pokazuju ustrajnost u radu, aktivno uče i kritički analiziraju svoja postignuća (Mišurac-Zorica i Rožić, 2013). Također mogu doći u sukob s vršnjacima zbog neslaganja u mišljenjima, a u znanjima i vještinama su napredniji od vršnjaka i brže rješavaju probleme iz svakodnevice. Važno je napomenuti da na dodatnu nastavu matematike ne moraju ići samo učenici koji su izrazito uspješni u matematici. Pohađanje dodatne nastave iz matematike treba omogućiti svim učenicima koji su zainteresirani za matematiku i koji žele učiti više. Mišurac-Zorica i Rožić (2013/2014) navode kako matematički nenadareni učenici na satovima dodatne nastave matematike stječu samopouzdanje te da oni možda neće s lakoćom rješavati zadatke, ali će biti motiviraniji za sadržaj iz matematike.

4.4. Uloga učitelja na dodatnoj nastavi matematike

Na dodatnoj nastavi matematike učitelj može prilagođavati zadatke interesima učenika jer program dodatne nastave nije strogo propisan kurikulumom (Mišurac-Zorica i Rožić, 2013/2014). Kako bi dodatna nastava motivirala učenike, učitelj bi trebao odabirati zadatke koji će učenicima biti zanimljivi. Prije svakog sata dodatne nastave učitelj se treba dobro pripremiti i unaprijed riješiti sve zadatke koje je predvidio/osmislio za taj sat kako bi učenicima mogao pomoći i eventualno objasniti zadatak. Osim toga, učenici mogu i sami osmišljavati zadatke i rješavati ih. Na dodatnoj nastavi učenik uglavnom samostalno rješava zadatke, a učitelj je u ulozi mentora, ali ima i drugih mogućnosti organizacije dodatne nastave matematike. To znači da učitelj ne bi trebao ni premalo, ali ni previše pomagati učeniku u rješavanju zadataka. Kada učenik ne zna riješiti neki zadatak, učitelj će mu pripomoći i učenik će sam doći do rješenja.

Mišurac-Zorica i Rožić (2013/2014) navode nekoliko karakteristika dobrog učitelja na dodatnoj nastavi matematika, poput posjedovanja entuzijazma za poučavanje matematike. Učitelj bi trebao imati i sposobnost da bude vođa i motivator, kao i sposobnost da učenje napravi zabavnim te da razumije potrebe nadarenih učenika. Osim toga, učitelj treba biti siguran u svoje sposobnosti kako se ne bi bojao rada s nadarenom djecom.

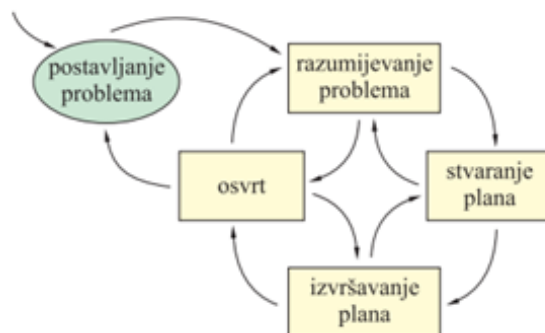
Jedna od mogućnosti koje učitelj može raditi s učenicima na dodatnoj nastavi matematike jest i rješavanje matematičkih problema (problem solving). U sljedećem poglavlju opisat će se pojam *problem solving* te navesti metode rada s učenicima na dodatnoj nastavi matematike.

5. Rješavanje matematičkih problema (problem solving)

Pojam *Rješavanje matematičkih problema (Problem solving)* ima veliku ulogu u nastavi matematike te se smatra temeljem za usvajanje matematičkih sadržaja i poticanje matematičkog mišljenja. Pogled u prošlost pokazuje sposobnost rješavanja problema u nastavi matematika igrala važnu ulogu te ju brojni metodičari danas smatraju jednim od glavnih fokusa u nastavi matematike. Kuzle (2018) navodi kako ovakav pristup omogućava učenicima da istovremeno uče matematiku i strateški razmišljaju, odnosno da učenik analizira povezanost različitih dijelova, predstavlja problemsku situaciju, traži rješenje, provjerava i procjenjuje ga. Prema Polyi (1962) rješavanje problema se odnosi na pronalaženje puta iz poteškoća odnosno postizanje cilja koje nije moguće postići iz prve. „Rješavanje problema je izuzetno složeno ljudsko djelovanje koje uključuje mnogo više od jednostavnog prisjećanje činjenica i koncepata, odnosno primjene prethodno usvojenih postupaka, koji su često nevidljivi početnicima u rješavanju problema (Kuzle, 2016, str. 4).

5.1. Značajke rješavanja problema u nastavi matematike

Tijekom rješavanja određenog matematičkog problema učenik treba osmisliti i upotrijebiti neku ideju koja nije bila prisutna u prethodnom zadatku, što znači da učenik treba razviti produktivniji način razmišljanja u određenoj situaciji (Glasnović Gracin i sur., 2019). Prema modelu Georga Polye (Slika 18) postoje četiri koraka tijekom rješavanja problema, a to su razumijevanje problema, stvaranje plana, izvršavanje plana i osvrt (Kuzle, 2018). U prvom koraku učenik treba razumjeti problem, analizirati podatke te napraviti skicu radi lakšeg razumijevanja. U drugom koraku učenik stvara poveznicu između problema i podataka te izrađuje plan za rješavanje problema, a u trećem koraku primjenjuje osmišljeni plan. Zadnji korak, odnosno osvrt, podrazumijeva preispitivanje dobivenih rezultata te razmišljanje o eventualnim drugim rješenjima (Kuzle, 2016). S obzirom na to da je proces rješavanja problema dinamičan, koraci se mogu ponavljati. Prema Kuzle (2018) cilj poučavanja kroz rješavanje problema je razvijanje matematičkog razmišljanja te povećanje sposobnosti rješavanja problema.



Slika 18: *Model rješavanja problema Georgea Polye* (Kuzle, 2018, str. 6)

Kako bi poučavanje rješavanja problema bilo uspješno, razlikujemo nekoliko kategorija koje bi se trebale međusobno kombinirati za uspješno poučavanje rješavanja problema, a to su da učitelj zadaje što više problema, da oni budu dobro osmišljeni i da potiču razmišljanje. Učitelj bi trebao učenike podučiti određenim strategijama rješavanja problema te pokazati primjere rješavanja istih. Također, poželjno je postavljati pitanja koja potiču na promišljanje te istaknuti mogućnost postojanja više rješenja, a od oblika rada poticati rad u manjim skupinama. (Glasnović Gracin i sur., 2019).

5.2. Rješavanje problema i dodatna nastava matematike

Kao što je već spomenuto, dodatnu nastavu matematike pohađaju učenici koji pokazuju veći interes i veću uspješnost u rješavanju matematičkih zadataka od svojih vršnjaka, a među njima i mnogi daroviti učenici. Prema Glasnović Gracin i sur. (2019) rad s darovitim učenicima se odvija kroz različite izazovne probleme pa se sposobnost rješavanja problema smatra najvažnijim načinom učenja kod ove skupine jer takvi učenici razvijaju različite načine razmišljanja, potiče im se znatiželja, usvajaju iskustva strateškog razmišljanja i sl. U radu s darovitim učenicima, učitelj bi trebao poticati rješavanje zadataka otvorenog tipa jer oni imaju više od jednog rješenja te potiču učenike na učenje različitih načina rješavanja problema i na kreativnost. „Zadatke koji su formulirani tako da imaju više točnih odgovora i u kojima je veći naglasak na procesu rješavanja nego na samom rješenju zovemo zadacima otvorenog tipa“ (Becker i Shimada, 2007 prema Glasnović Gracin i sur., 2019, str. 73), a neki od njih su istraživanja, rješavanje problema, metoda što-ako i sl. Jedan takav tip zadataka je i postavljanje problema (*problem posing*). Silver (1994) objašnjava kako učenici mogu sami sastavljati

pitanja, ali i modificirati postojeće zadatke pa se proces sastavljanja problema može odvijati prije, tijekom i nakon rješavanja problema. „Sastavljanje zadataka prije rješavanja odnosi se na čisto sastavljanje problema što čine daroviti učenici“ (Glasnović Gracin i sur., 2019, str. 71). Ako učenik ne može riješiti zadani problem tijekom rješavanja, postavljanjem novih pitanja može preoblikovati dani zadatak u pitanje. Sastavljanje zadataka nakon riješenog problema podrazumijeva aktivnosti u kojima se učenik pita „Što ako...?“ ili „Što ako ne...?“ (Glasnović Gracin i sur., 2019).

Nestrukturirani zadaci otvorenog tipa su posebno prikladni za darovite učenike. To su zadaci koji nemaju potpunu informaciju o uvjetima zadatka i nemaju jasan put k rješenju što rezultira promišljanjem, organizacijom i metakognicijom kako bi se došlo do rješenja. Primjer takvog zadatka bi bio „Navedi prijedloge kako riješiti problem nestanka zaliha vode.“ (Glasnović Gracin i sur., 2019). Ovakvi zadaci su važni u radu s darovitim učenicima jer potiču kognitivne vještine, potiču povezivanje sadržaja, argumentiranje i sl.

Kao što je već spomenuto, dodatna nastava matematika predstavlja poseban oblik nastave u kojem se s učenicima mogu rješavati različiti zadaci, između ostalog i problem solving (rješavanje problema). Zadatci rješavanja problema učenicima omogućavaju razvijanje kreativnosti te razvijaju različite načine razmišljanja. Stoga se sljedećem poglavlju opisuje istraživanje koje je provedeno na dodatnoj nastavi matematike, a u kojem su korištene geometrijske pločice u zadacima rješavanja problema.

6. Istraživanje

Nakon teorijskog prikaza upotrebe geometrijskih pločica u raznim aktivnostima te opisa dodatne nastave i rješavanja problema, provedeno je istraživanje kojim se ispitalo kako se učenici razredne nastave snalaze s geometrijskim pločicama u raznim aktivnostima rješavanja problema te kako geometrijske pločice potiču razmišljanje te kreativnost kod učenika.

6.1. Cilj i problem istraživanja

Cilj ispitivanja prikazanog u ovom poglavlju diplomskog rada jest dobivanje uvida u načine učeničkog korištenja geometrijskih pločica kroz rješavanje problema na dodatnoj nastavi matematike. Ideja ispitivanja je pred učenike postaviti geometrijske pločice, pripremiti zadatke u kojima učenici rješavaju određeni problem te kroz razgovor pokušati dobiti uvid kako koriste geometrijske pločice prilikom rješavanja problema te jesu li zainteresirani za rad s takvim didaktičkim materijalom na dodatnoj nastavi matematike.

Istraživačka pitanja su:

1. Kako ispitanici primjenjuju geometrijske pločice u rješavanju problema?
2. Pokazuju li ispitanici interes za rad s geometrijskim pločicama i zašto?

6.2. Metodologija i provedba istraživanja

Prije same provedbe istraživanja određeno je da će se istraživanje provoditi kvalitativnim pristupom s dvanaest ispitanika koji su učenici jedne virovitičke osnovne škole. Odabrano je da ispitanici budu učenici četvrtog razreda koji pohađaju dodatnu nastavu matematike, zbog šireg spektra znanja te mogućnosti rješavanja složenijih zadataka. Korištene metode prikupljanja podataka su opservacija, razgovor s učenicima te upitnik.

6.2.1 Priprema istraživanja i odabir sudionika

Na samom početku bilo je potrebno uputiti mail službenoj osobi odgojno-obrazovne ustanove za provedbu istraživanja. Nakon potvrdnog odgovora ravnateljice odabrane škole, uslijedilo je odabiranje ispitanika istraživanja. Svi ispitanici su iz istog razrednog odjeljenja, a kriteriji koji su postavljeni prilikom odabira sudionika jest da su učenici četvrti razred te da pohađaju dodatnu nastavu matematike. U razgovoru s učiteljicom odabranog razreda, učiteljica je objasnila kako su učenici tog razreda izrazito zainteresirani za matematički sadržaj što pokazuje i broj učenika koji pohađa dodatnu nastavu matematike. Odabranim učenicima učiteljica je dala unaprijed pripremljene suglasnosti koje su roditelji potpisali (Prilog 1). Važno je naglasiti da je roditeljima odabranih učenika detaljno objašnjen tijek istraživanja, vremenski

okvir unutar kojeg će se odviti te namjera provođenja istoga za vrijeme nastave kako učenici ne bi morali izdvajati dodatno vrijeme za sudjelovanje u istraživanju. Istraživanje je provedeno u veljači 2023. godine kada su učenici prema rasporedu imali dodatnu nastavu matematike.

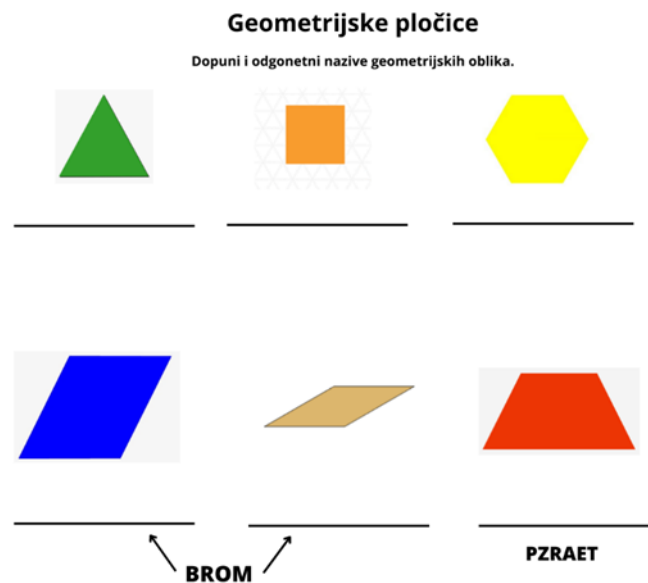
Istraživačica je učenike podijelila u tri grupe kako bi lakše mogla promatrati učenike tijekom aktivnosti te kako bi lakše i brže mogla dijeliti nastavne materijale koji su bili potrebni za istraživanje. Prilikom formiranja i rada u grupama bilo je važno da se učenici osjećaju ugodno i neugroženo kako bi mogli nesmetano raditi. Učiteljica odabranog razreda je učenike zamolila da se sami smjeste u grupe po vlastitoj želji, pri čemu je bilo važno da je u svakoj skupini po četiri učenika. Svaki učenik unutar grupe je zadatke rješavao samostalno.

6.2.2. Provedba istraživanja







Na dan istraživanja, istraživačica je došla petnaest minuta ranije u školu kako bi pripremila radna mjesta za provedbu istraživanja. Istraživačica je formirala tri grupe, a u svakoj grupi je trebalo biti četiri učenika. Ispred ploče je istraživačica postavila jednu klupu koja je služila za odlaganje materijala koji su potrebni za istraživanje. Učenici su se sami smjestili u grupe po četiri učenika te je istraživačica započela s istraživanjem.

Na početku sata istraživačica je pozdravila učenike te još jednom objasnila što će danas raditi na dodatnoj nastavi matematike. Zatim je istraživačica na klupu koja se nalazila ispred ploče stavila tri kutije u kojima su se nalazile geometrijske pločice te upitala učenike znaju li što je to, jesu li ikada vidjeli takvo što i znaju li čemu služi. Nakon odgovora učenika, istraživačica je objasnila kako se u kutijama nalaze geometrijske pločice, materijal koji se može koristiti u nastavi matematike prilikom rješavanja različitih zadataka. Istraživačica je iz kutije izvadila po jedan oblik svake geometrijske pločice i poredala po stolu, a zatim je svakoj grupi dala po jednu kutiju geometrijskih pločica te ih zamolila da naprave isto što je i ona. Cilj ovog dijela sata bio je da učenici spoznaju one oblike koje već poznaju (trokut, kvadrat) te nauče nazive onih geometrijskih oblika koje još ne poznaju (šesterokut, romb, trapez). Istraživačica je upitala učenike koji geometrijski oblik im je poznat, a učenici su odgovorili trokut. Zatim je istraživačica u ruke uzela trokut te zamolila učenika da naprave isto. Istraživačica je zamolila učenike da joj opišu geometrijsku pločicu trokut. Nakon toga je istraživačica zamolila učenike da u ruke uzmu kvadrat i na isti način ga opišu. Nakon što su učenici spoznali geometrijske pločice trokuta i kvadrata, istraživačica je uzela u ruke plavi romb te upitala učenike znaju li naziv ove geometrijske pločice. Zatim je istraživačica objasnila naziv te zamolila učenike da uzmu plavi romb u ruke te da ga opišu. Na isti način su učenici analizirali i smeđi romb te

šesterokut. Istraživačica je zatim uzela u ruke jednakokračni trapez, objasnila naziv te opet zamolila učenike da ga opišu. Nakon što su učenici upoznali oblike geometrijskih pločica, istraživačica im je podijelila nastavni listić (Slika 19), a učenici su trebali napisati odgovarajuće nazive geometrijskih likova tako što su nadopunjavali naziv te rješavali premetaljku. Taj nastavni listić su učenici imali na svojim radnim mjestima do kraja istraživanja kako bi lakše verbalizirali svoje radnje u kasnijim aktivnostima.



U trećoj aktivnosti su učenici trebali načiniti šesterokut od drugih geometrijskih oblika, kombinirajući različite geometrijske oblike, primjerice trokut i trapez i sl. Cilj ove aktivnosti je bio da učenici uoče odnose između geometrijskih oblika. Istraživačica je učenicima podijelila nastavni listić (Slika 20) kako bi lakše mogla pratiti koje su geometrijske pločice učenici koristili u slaganju šesterokuta. Nekoliko učenika je objasnilo na koji način su složili šesterokute odnosno koje su kombinacije geometrijskih pločica koristili.

Vrsta pločice	Koliko puta sam koristio/la ovu geometrijsku pločicu? (napiši ukupan broj)
	
	
	
	
	
	

Slika 20.: Nastavni listić (autorski rad)

U četvrtoj aktivnosti učenici su trebali složiti neki oblik koji god žele (primjerice cvijet) koristeći određene geometrijske pločice (primjerice šesterokut i romb). Kada su složili prvotni oblik, istraživačica ih je zamolila da pokušaju napraviti isti taj oblik, ali koristeći druge geometrijske oblike. Nekoliko učenika je objasnilo kako su složili prvotni oblik, a zatim su opisali kako su pokušali načiniti isti taj oblik od drugih geometrijskih pločica.

U petoj aktivnosti je svaki učenik dobiti nastavni listić s tablicom i odgovarajućim opisima (Slika 21). Istraživačica je čitala naglas opise, ali je svaki učenik isti taj opis imati i na listiću kako bi samostalno mogao čitati zadatak te rješavati zadatak svojim tempom. Cilj ove aktivnosti je bio da učenici prepoznaju opise geometrijskih oblika te shvate kojem geometrijskom obliku ne pripada ni jedan opis odnosno koji geometrijski oblik nedostaje u tablici. Kada su učenici shvatili koji opis pripada kojoj geometrijskoj pločici, stavljali su u odgovarajuću kućicu u tablici tu geometrijsku pločicu. Na kraju je jedan učenik, koji je točno riješio zadatak, objasnio kako je došao do rješenja.

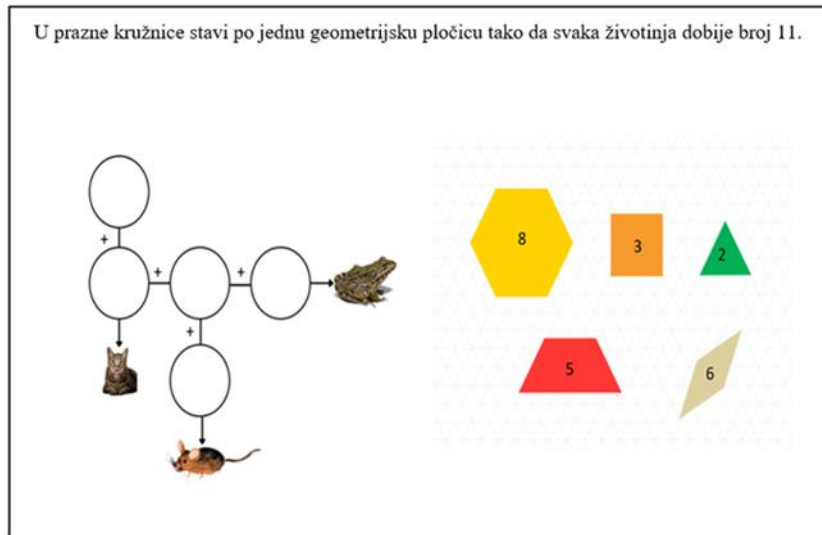
1. U središtu tablice je geometrijska pločica kojoj sve stranice nisu jednakih duljina.
2. Na prvom mjestu u tablici je geometrijska pločica koju možeš složiti od drugih geometrijskih oblika, ali druge geometrijske oblike ne možeš složiti od nje.
3. Od dvije pločice tog geometrijskog oblika, možeš složiti trapez. Taj geometrijski oblik se nalazi na posljednjem mjestu u tablici.
4. Na drugom i četvrtom mjestu u tablici nalaze se geometrijski oblici koji imaju veliku sličnost, ali ne zovu se jednako.

--	--	--	--	--

Geometrijski oblik koji se ne nalazi u tablici je _____.

Slika 21.: Nastavni listić (autorski rad)

U šestoj aktivnosti je istraživačica učenicima podijelila nastavni listić (Slika 22). Učenici su trebali u svaku kružnicu staviti po jednu geometrijsku pločicu tako da kod svake životinje zbroj geometrijskih pločica bude 11. Vrijednost svake geometrijske pločice označena je na listiću. Istraživačica je napomenula da se trebaju iskoristiti sve geometrijske pločice koje se nalaze na nastavnom listiću. Jedan učenik je na kraju objasnio kako je riješio zadatak, a zatim je drugi učenik, koji je na drukčiji način riješio zadatak, objasnio kako je on riješio zadatak.



Slika 22.: Nastavni listić (autorski rad)

U sedmoj aktivnosti je istraživačica učenicima podijelila nastavni listić (Slika 23). Učenici su trebali složiti obitelj odnosno oca, majku i sina od geometrijskih pločica, ako trokut ima vrijednost dvije godine. Nekoliko učenika je na kraju aktivnosti objasnilo svoj način rješavanja zadatka.

Upoznaj obitelj Geometrić!

Otac Geometrić ima 40 godina, majka Geometrić ima 34 godine, a sin Geometrić ima 16 godina.

Od geometrijskih pločica složiti obitelj Geometrić ako trokut iznosi 2 godine.

Slika 23.: Nastavni listić (autorski rad)

Nakon aktivnosti, istraživačica je učenicima podijelila upitnik (Slika 24). Učenici su trebali staviti znak X na odgovarajuće mjesto u tablici kako bi istraživačica dobila povratnu informaciju o današnjem istraživanju. Zatim je istraživačica zahvalila učenicima na sudjelovanju u istraživanju te je istraživanje završeno.

[+]	[TVRDNJE]	☺	☹
	Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.		
	Tijekom aktivnosti sam s učenicima iz svoje grupe razgovarao/la što radim.		
	Aktivno sam sudjelovao/la u aktivnostima.		
	Uspješno sam se koristio/la s geometrijskim pločicama.		
	Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.		
	Htio/htjela bih i dalje koristiti geometrijske pločice u nastavi matematike.		

Slika 24.: Upitnik (autorski rad)

6.2.3. Prikupljanje i obrada podataka

Promatranjem rada učenika tijekom aktivnosti, bilježenjem podataka prema istraživačkim pitanjima te razgovorom s učenicima tijekom i nakon aktivnosti se utvrđivalo kako učenici točno koriste geometrijske pločice što daje odgovor na prvo istraživačko pitanje, a upitnikom (Prilog 2) dobio se odgovor na drugo pitanje. Dobiveni podatci su zatim sistematizirani i grupirani prema različitim kategorijama. Podatci dobiveni u upitniku prikazani su apsolutnim frekvencijama.

6.3. Rezultati

Kvalitativno istraživanje provedeno za potrebe ovog rada bavi se s dva ključna istraživačka pitanja. Prvim pitanjem željelo se utvrditi snalaze li se ispitanici s geometrijskim pločicama u različitim zadacima, odnosno rješavaju li uspješno ponuđene zadatke. Drugim pitanjem željelo se utvrditi pokazuju li ispitanici učenici interes za rad s geometrijskim pločicama i zašto.

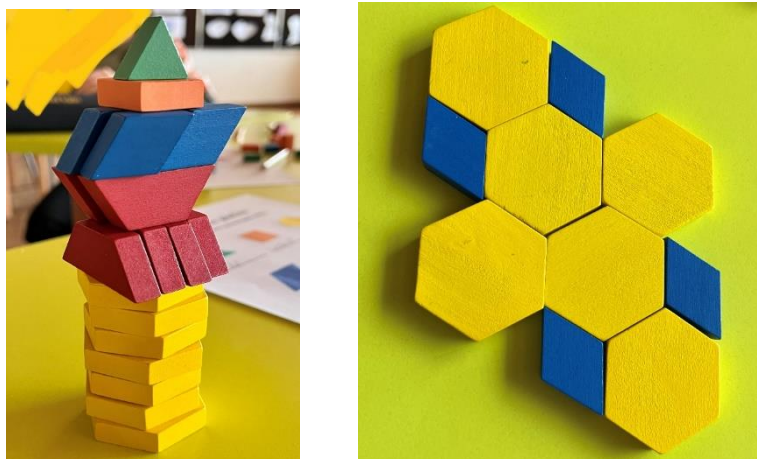
6.3.1. Uspješnost rješavanja zadataka pomoću geometrijskih pločica

Rješavanjem aktivnosti različitih težina te direktnom komunikacijom s ispitanicima za vrijeme rješavanja zadataka dobio se odgovor na prvo istraživačko pitanje. Tablica 1 prikazuje koliko je učenika u potpunosti točno riješilo određenu aktivnosti, koliko je učenika djelomično točno riješilo određenu aktivnost te koliko je učenika neuspješno riješilo određenu aktivnost.

Tablica 1: Uspješnost rješavanja aktivnosti

AKTIVNOST	Uspješno riješena aktivnost	Djelomično uspješno riješena aktivnost	Neuspješno riješena aktivnost
Broj učenika			
Aktivnost 1	12	0	0
Aktivnost 2	12	0	0
Aktivnost 3	2	7	3
Aktivnost 4	0	2	10
Aktivnost 5	6	4	2
Aktivnost 6	12	0	0
Aktivnost 7	12	0	0

Rezultati pokazuju kako su svi učenici uspješno riješili aktivnost 1, aktivnost 2 te aktivnost 6, te se one mogu smatrati najlakšim aktivnostima. U prvoj aktivnosti su učenici imali slobodu u istraživanju geometrijskih pločica te su slagali različite oblike. Ova aktivnost im je bila zanimljiva jer su po prvi puta koristili geometrijske pločice te su nastajali razni oblici. Učenici su se u ovoj aktivnosti zapravo igrali, međusobno razgovarali i dijelili iskustva te su nesvjesno istraživali odnose među geometrijskim oblicima. Ono što je uočeno tijekom opservacije je da su učenici u prvoj aktivnosti slagali geometrijske pločice na različite načine. Veliki dio učenika je slagalo pločice u visinu (Slika 25, lijevo), a manji dio učenika je slagao pločice plošno (Slika 25, desno).



Slika 25.: Učenički radovi

Na temelju dobivenih rezultata zadatak se može modificirati kako bi bio teži, primjerice zadatak učenicima da slažu vlastiti oblik, ali trebaju iskoristiti svih šest geometrijskih oblika. Osim toga, može se učenicima zadatak da slažu određeni oblik, primjerice drvo, koristeći određene geometrijske oblike (npr. trokut i romb).

U drugoj aktivnosti su učenici trebali složiti neku životinju, ali su opet imali slobodu prilikom slaganja geometrijskih pločica. U ovoj aktivnosti su učenici pokazali svoju kreativnost pa su neki učenici davali imena svojim životinjama, a neki učenici su složili više životinja (Slika 26). I tijekom ove aktivnosti učenici su međusobno komunicirali. Važno je naglasiti kako su tijekom ove aktivnosti, kada je istraživačica zadala određenu tematiku, svi učenici svoje životinje slagali plošno, a ne u visinu.



Slika 26.: Učenički radovi

Na temelju dobivenih rezultata zadatak se može modificirati kako bi bio teži, primjerice učenicima zadati životinju koju trebaju složiti (npr. mačka) pa učenici slažu birajući geometrijske pločice koje će koristiti ili zadati životinju pri čemu učenici smiju koristiti najviše dva geometrijska oblika itd.

Za aktivnost 6 je pretpostavka bila da će većini učenika biti lagana, ali ipak ne svima, no rezultati pokazuju kako je ova aktivnost svim ispitanicima bila vrlo lagana. Svi učenici su aktivnost riješili uspješno, ali valja istaknuti kako je deset učenika zadatak riješilo na isti način (Slika 27, lijevo), a jedna učenica na drugačiji način (Slika 27, desno). Na pitanje kako su tako brzo i uspješno riješili zadatak, jedan učenik je rekao da je to zadatak koji je sličan onim zadacima iz udžbenika u kojima imaju dvije kućice koje se zbrajaju, a zbroj treba iznositi, primjerice, deset.






Slika 27.: Učenički radovi

Na temelju dobivenih rezultata zadatak se može modificirati kako bi bio teži, primjerice u zadatak dodati operacije oduzimanja, množenja i dijeljenja.

U aktivnosti 3 učenici su trebali složiti šesterokut koristeći druge geometrijske oblike te pokušati dobiti što više različitih mogućnosti šesterokuta. Učenici su mogli koristiti jednu geometrijsku pločicu za slaganje šesterokuta (npr. šest trokuta) ili kombinirati više geometrijskih oblika (npr. tri trokuta i trapez) te tako dobiti različite mogućnosti šesterokuta. Rezultati pokazuju da je samo dvoje učenika uspješno riješilo ovaj zadatak, odnosno prikazali su šest različitih mogućnosti šesterokuta. U tablici 2 je prikazano koje su geometrijske pločice koristili učenici koji su uspješno riješili zadatak te se uočava kako su koristili više od tri različite geometrijske pločice (trokut, trapez, romb, šesterokut) te su tako mogli složiti i više mogućnosti

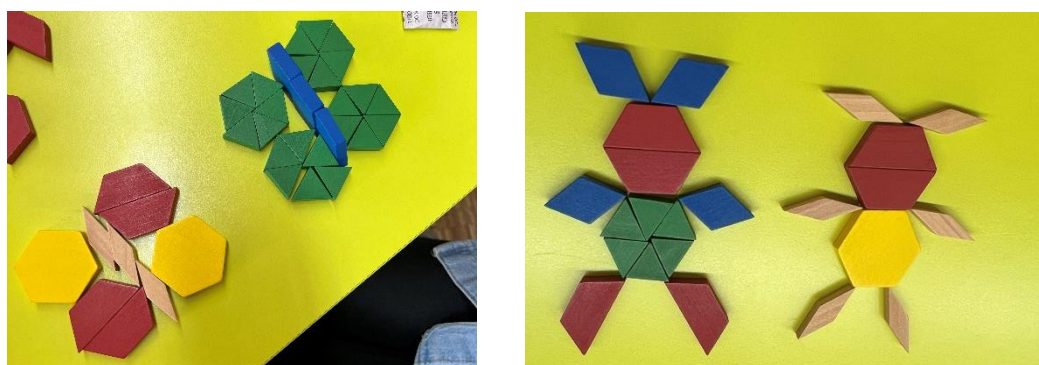
šesterokuta. Učenici koji su djelomično uspješno riješili zadatak, njih sedam, složili su četiri mogućnosti šesterokuta, a u tablici 2 se uočava kako su koristili tri različite geometrijske pločice (trokut, trapez, romb) za slaganje šesterokuta. Učenici koji su neuspješno riješili zadatak, njih troje, su učenici koji su sjedili zajedno u grupi te slagali vlastite oblike ne slušajući upute za ovaj zadatak. Ipak, nakon što ih je istraživačica upozorila, dvoje učenika od njih troje je na kraju složilo dvije mogućnosti šesterokuta koristeći dvije različite geometrijske pločice (trokut, trapez). Iz tablice se može očitati da su učenici najviše koristili trokut te su trokut najviše kombinirali s drugim geometrijskim oblicima, a objašnjenje za to je što im je taj oblik poznat od prije te lako uočavaju da od njega mogu načiniti gotovo sve oblike.

Tablica 2: Rezultati aktivnosti 3

	Uspješno riješen zadatak	Djelomično uspješno riješen zadatak	Neuspješno riješen zadatak
Broj mogućnosti šesterokuta koje su učenici složili	6	4	2
Geometrijske pločice koje su učenici koristili			

Na temelju dobivenih rezultata, aktivnost 6 se može modificirati kako bi učenicima bila lakša, primjerice da učenici prvo pokušaju složiti sve mogućnosti trapeza kako bi shvatili odnose među geometrijskim pločicama, a nakon toga da pokušaju složiti što više mogućnosti šesterokuta.

Aktivnost 4 je kod većine učenika bila neuspješno riješena aktivnost. Samo je dvoje učenika djelomično uspješno riješilo zadatak, a ostali učenici neuspješno. Učenici koji su djelomično uspješno riješili zadatak su, zapravo, dobro riješili zadatke, samo su u prvotnom obliku koristili geometrijske pločice koje u slaganju drugog oblika nisu mogli zamijeniti s nijednom drugom geometrijskom pločicom, ali su unatoč tomu dobili gotovo isti oblik. Na slikama se može uočiti kako je jedna učenica umjesto smeđeg romba koristila plavi romb koji je okrenula te tako dobila gotovo isti oblik (Slika 28, lijevo), a druga učenica je na isti način, zamjenom plavog romba sa smeđim rombom, dobila gotovo isti oblik (Slika 28, desno). Neki učenici koji nisu uspješno riješili zadatak su slagali drugi oblik na način da su samo proširivali prvotni oblik iako im je istraživačica par puta objasnila te pokazala primjer. Ostali učenici, koji nisu uspješno riješili zadatak su načinili prvotni oblik, a kada su trebali isti taj oblik načiniti od drugih geometrijskih pločica, samo su načinili potpuno različit oblik od prvotnog oblika.



Slika 28.: Učnički radovi

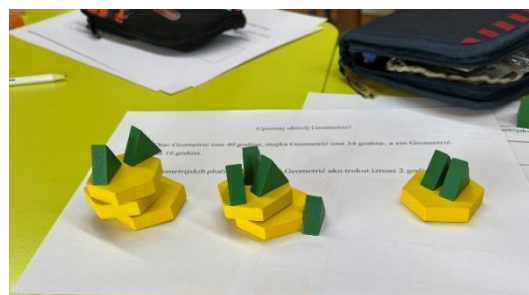
Na temelju dobivenih rezultata koji ukazuju na zahtjevan zadatak, moguće je modificirati zadatak kako bi učenicima bio lakši, primjerice odrediti koje geometrijske oblike učenici trebaju koristiti u slaganju životinje (npr. trapez i šesterokut), pa će tijekom slaganja drugog oblika shvatiti da i trapez i šesterokut mogu složiti pomoću trokuta te tako dobiti isti oblik.

Aktivnost 5 je šestero učenika riješilo uspješno, četvero učenika djelomično uspješno te dvoje učenika neuspješno. Učenici koji su uspješno riješili ovu aktivnost su točno smjestili sve geometrijske oblike u tablicu, a za oblik koji nedostaje u tablici su svi napisali smeđi romb. Na pitanje je li mogao odgovor biti i plavi romb, odgovor je bio ne. Kada im je istraživačica objasnila da je ipak odgovor mogao biti i plavi romb te da ju zanima zašto su mislili da ne može

to biti odgovor, učenik je odgovorio da je plavi romb skoro isti kao kvadrat samo je malo „čudno“ okrenut, a da smeđi romb uopće ne liči kvadratu iako je svjestan i razumije da ima četiri stranice, kuta i vrha kao kvadrat. Učenici koji su djelomično uspješno riješili zadatak su stavili pogrešnu pločicu na jedno mjesto u tablici, no ipak su dobili točan odgovor, a to je da u tablici nedostaje romb. Kod ove skupine učenika je njih dvoje napisalo plavi romb, a ostalih dvoje smeđi romb. Učenici koji su neuspješno riješili zadatak su u tablicu stavljali više puta isti oblik pa su samim time dobili i pogrešan odgovor, odnosno pisali su da u tablici nedostaje šesterokut ili trapez.

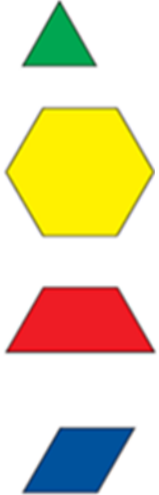

Na temelju dobivenih rezultata koji ukazuju da je aktivnost 5 učenicima bila zahtjevna, moguće je modificirati aktivnost kako bi učenicima bila lakša. Primjerice, u tablicu staviti manji broj kućica (npr. tri kućice) pa da učenici samo pokušaju odgonetnuti koje tri geometrijske pločice trebaju biti u tablici, bez da moraju odgonetnuti koja geometrijska pločica nedostaje.

Aktivnost 7 su svi učenici riješili uspješno. Nakon što su učenici pročitali zadatak, jedan učenik je odmah pitao trebaju li koristiti samo trokut, a kada je istraživačica odgovorila da ne trebaju koristiti samo trokut, većina učenika je rekla da razumije i da je zadatak lagan. Međutim, tijekom rješavanja zadatka par učenika je reklo da nemaju dovoljno trokuta, na što ih je istraživačica upitala trebaju li isključivo koristiti trokute. Zatim im je istraživačica pokazala primjer jedne učenice koja je u izradi obitelji koristila i trapez i šesterokut i trokut. Učenica im je objasnila kako je to izračunala (da u jedan trapez stane tri trokuta, pa je to dva puta tri jednako šest te da jedan trapez iznosi šest godina). Nakon toga su svi učenici uspješno riješili zadatak, ali u tablici 3 je prikazano da je devet od dvanaest učenika koristilo samo trokut i šesterokut, a samo troje učenika i trapez i romb. Na pitanje zašto su koristili samo šesterokut i trokut, odgovor je bio da im je tako bilo najjednostavnije preračunavat godine. I u ovoj aktivnosti, kao i u prvoj aktivnosti, neki učenici su pločice slagali plošno (Slika 29, lijevo), a neki u visinu (Slika 29, desno). Također, neki učenici (njih troje) su, osim što su pazili da dobro izračunaju, pazili i na izgled obitelji, dok je većina slagala obitelj tako da račun bude točan, a izgled je bio zanemariv.



Slika 29.: Učnički radovi

Tablica 3: Rezultati aktivnosti 7



Broj učenika	3	9
Vrsta geometrijske pločice koju su koristili		

Na temelju rezultata koji ukazuju na to da je aktivnost 7 učenicima bila lagana, aktivnost se može modificirati kako bi učenicima bila teža. Primjerice, oblikovati zadatak na sljedeći način: *Sin Geometrić ima 12 godina, a kćer Geometrić ima 18 godina. Otac Geometrić je tri puta stariji od sina, a majka Geometrić dva puta starija od kćeri. Koliko godina ima otac Geometrić, a koliko godina ima majka Geometrić? Složi obitelj Geometrić koristeći geometrijske pločice, ako trokut ima vrijednost od 3 godine.*

6.3.2. Interes za geometrijske pločice

Anonimnim upitnikom (Prilog 2) dobio se odgovor na drugo istraživačko pitanje, a to je pokazuju li učenici interes za rad s geometrijskim pločicama te kako im je bilo raditi s geometrijskim pločicama. Tablica 4 prikazuje rezultate prikupljene anonimnim upitnikom.

Tablica 4: Rezultati anonimnog upitnika

TVRDNJE		
Broj učenika		
Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.	12	0
Tijekom aktivnosti sam s učenicima iz svoje grupe razgovarao/la što radim.	12	0
Aktivno sam sudjelovao/la u aktivnostima.	12	0
Uspješno sam se koristio/la s geometrijskim pločicama.	12	0
Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.	12	0
Htio/htjela bih i dalje koristiti geometrijske pločice u nastavi matematike.	12	0

Iz tablice je vidljivo kako je učenicima rad s geometrijskim pločicama bio izrazito zabavan te da se u budućnosti žele koristiti geometrijskim pločicama na nastavi matematike. Na pitanje istraživačice što im je bilo najzanimljivije u radu s pločicama, većina odgovora je bila ta što mogu slagati razne oblike i da imaju osjećaj da se samo igraju. Jedna učenica je rekla kako inače voli likovnu kulturu i da su joj geometrijske pločice bile „baš super“ jer je mogla izraziti svoju kreativnost i slagati razne oblike te da bi ih voljela koristiti i u drugim predmetima, a ne samo u matematici. Ovim upitnikom učenici su napravili i samo-procjenju, a rezultati pokazuju da svi učenici smatraju da su se uspješno koristili geometrijskim pločicama.

6.4. Rasprava

Rezultati istraživanja pokazuju da se ispitanici uspješno služili geometrijskim pločicama u različitim problemskim zadacima te da su bili zainteresirani za rad s geometrijskim pločicama. Prije istraživanja, postojala je bojazan da učenici neće shvatiti zadatke te način na koji se trebaju koristiti geometrijskim pločicama. Ispitanim učenicima su neki zadatci bili lakši, neki teži. S obzirom na to da je istraživanje provedeno na dodatnoj nastavi matematike učenici su bili izrazito zainteresirani za rad, što potvrđuje tvrdnju Mišurac-Zorice i Rožić (2013/2014) koje navode da učenici na dodatnoj nastavi matematike pokazuju interes i sklonost za matematičke sadržaje. Korištenjem geometrijskih pločica u različitim zadacima, učenici su mogli iskazati svoju kreativnost. I Namestovski (2008) objašnjava kako je korištenje bilo kojeg didaktičkog materijala, u ovom slučaju geometrijskih pločica, od izrazite važnosti za učenike jer učenik neće samo manipulirati materijalom, nego će razvijati kreativnost te će moći predočiti matematičke odnose.

Geometrijske pločice se ne moraju koristiti isključivo u nastavi geometrije, što potvrđuju i razne aktivnosti koje su provedene s učenicima. Iz rezultata je vidljivo da su učenici bili uspješniji u zadacima prikazivanja te u zadacima računanja jer se većina takvih zadataka pojavljuje u udžbenicima i učenicima su bliski. No, s obzirom na to da je riječ o dodatnoj nastavi, zadatci bi trebali biti raznoliki kao i u ovom istraživanju. Kako navodi Kuzle (2018), zadaci u kojima učenici rješavaju problem im omogućavaju da istovremeno uče matematiku i strateški razmišljaju, odnosno da učenik analizira povezanost različitih dijelova, predstavlja problemsku situaciju, traži rješenje, provjerava i procjenjuje ga. Glasnović Gracin i sur. (2019) navodi kako bi u radu s učenicima na dodatnoj nastavi trebalo koristiti zadatke otvorenog tipa jer imaju više rješenja i potiču učenike na razmišljanje. U istraživanju su provedene aktivnosti otvorenog tipa, a rezultati ukazuju na to da su učenici posebno zainteresirani za takve zadatke jer ih nisu mogli shvatiti isprva što je kod njih izazvalo razmišljanje dok nisu došli do rješenja. Osim toga, u aktivnostima otvorenog tipa učenici su bili puno aktivniji jer je svatko od njih htio objasniti kako su došli do određenog rješenja.

Zaključno, učenicima bi trebalo osigurati što više različitih materijala tijekom školovanja kao što su geometrijske pločice jer, osim što učenicima pomažu u učenju, čine nastavu dinamičnijom i zabavnijom za učenike. Većina učenika tijekom istraživanja je smatrala da se u prve dvije aktivnosti igraju, a zapravo su istraživali odnose geometrijskih oblika. Također, s učenicima koji pokazuju interes za matematiku, treba što više raditi i pružiti im širok

spektar raznolikih zadataka, među njima i rješavanje problema, kako bi produbili svoje znanje, ali i kreativnost te koristiti zadatke otvorenog tipa.

7. Zaključak

Matematika je predmet koji obiluje apstraktnim sadržajem zbog čega učenici često nailaze na prepreke tijekom rješavanja zadataka. Kako bi učenici shvatili apstraktni sadržaj, pogotovo učenici razredne nastave, važno je osigurati učenicima didaktičke materijale pomoću kojih će moći konkretizirati apstraktne pojmove. Didaktički materijal ima vrlo važnu ulogu u učenju matematike tijekom prvog razreda, ali i tijekom ostalih razreda u razrednoj nastavi.

Jedan od didaktičkih materijala, koji se može koristiti u nastavi matematike su geometrijske pločice. Geometrijske pločice su matematičko učilo koje se sastoji od šest različitih geometrijskih oblika (trokut, kvadrat, šesterokut, romb, trapez). Iako u svom nazivu imaju riječ geometrijske, ne znači da se nužno koriste u nastavi matematike, čak štoviše mogu se koristiti u svim domenama matematike. Geometrijske pločice mogu se koristiti u različitim aktivnostima sa ciljem usvajanja matematičkih koncepata, kao i za istraživanje različitih matematičkih odnosa. Ovaj rad obuhvaća aktivnosti kako učitelj može s učenicima koristiti geometrijske pločice u različitim zadacima računanja, procjene, mjerenja i sl. Primjerice, učitelj može određeni zadatak s brojevima osmisliti pomoću geometrijskih pločica u kojem će svaka geometrijska pločica imati određenu vrijednost. Tako će učenici na novi i zanimljivi način pristupiti rješavanju zadatka, a ujedno će i doprinijeti dinamici sata. S obzirom da je u redovnoj nastavi učitelj često ograničen vremenom, geometrijske pločice može iskoristiti na dodatnoj nastavi matematike s učenicima koji su izrazito zainteresirani za matematičke sadržaje.

Nakon detaljnog teorijskog pregleda koji ističe važnost korištenja geometrijskih pločica u nastavi matematike, provedeno je kvalitativno istraživanje s dvanaest ispitanika, odnosno učenika četvrtog razreda osnovne škole koji pohađaju dodatnu nastavu matematike. Primjenom metode opservacije, razgovora te anonimnog upitnika dobiveni su odgovori na dva istraživačka pitanja koji su ključni dio istraživačkog dijela ovog rada. Zaključuje se da učenici uspješno rješavaju različite problemske zadatke s geometrijskim pločicama na dodatnoj nastavi matematike. Istraživanje je pokazalo da se učenici bolje snalaze u zadacima u kojima imaju slobodu izražavanja te u zadacima koji se često nalaze u matematičkim udžbenicima. U zadacima gdje trebaju riješiti neki problem, uviđa se da su ispitanici bili djelomično uspješni ili neuspješni iz razloga što su to zadaci koji se ne rade često na nastavi matematike ili dodatne nastave matematike. Ipak, ispitanici su pokazali veliki interes za rad s geometrijskim pločicama te se ovaj materijal pokazao vrlo interesantnim i poučnim materijalom što dokazuje tvrdnja učenika da u budućnosti žele koristiti geometrijske pločice.

8. Prilozi

Prilog 1: Suglasnost za provedbu istraživanja

Sveučilište u Zagrebu
Učiteljski fakultet
Odsjek za učiteljske studije
Savska cesta 77, 10000 Zagreb

Pristanak na sudjelovanje u istraživanju

Poštovani roditelji,

moje ime je Gabriela Djak i studentica sam Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. U svrhu izrade diplomskog rada provodim istraživanje na temu *Upotreba geometrijskih pločica u razrednoj nastavi matematike* pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin. Cilj je ispitati kako učenici koriste novi didaktički materijal - geometrijske pločice na dodatnoj nastavi matematike. Za potrebe istraživanja bih u veljači ove godine provela opservaciju aktivnosti učenika u prostorijama OŠ Vladimira Nazora u trajanju od otprilike 45 – 60 minuta. O točnom terminu provedbe istraživanja bit ćete obaviješteni. U ispitivanju bi sudjelovali učenici koji pohađaju dodatnu nastavu matematike, a svi sudionici će biti iz istog razreda.

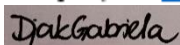
Svi podaci koji će se dobiti ovim istraživanjem su u potpunosti povjerljivi i bit će dostupni samo istraživačima. Pri izvještavanju o rezultatima istraživanja koristit će se samo podaci za čitavu grupu sudionika, te se neće objavljivati individualni odgovori.

Postupak provođenja istraživanja usklađen je s Etičkim kodeksom Sveučilišta u Zagrebu i Etičkim kodeksom istraživanja s djecom. Naglašavam kako je sudjelovanje u ovom istraživanju dobrovoljno te svaki učenik ima pravo, bez ikakvih posljedica, u bilo kojem trenutku odustati od sudjelovanja ili se iz njega povući, kao i ne odgovarati na neka pitanja ako to ne želi. Ako budete imali bilo kakvih dvojbi ili pitanja vezanih za istraživački postupak budite slobodni kontaktirati me.

Unaprijed zahvaljujem na Vašem vremenu.

S poštovanjem,

Gabriela Djak (mail: gabi.djak@gmail.com)



SUGLASAN/SUGLASNA SAM DA MOJE DIJETE

_____ (ime i prezime djeteta, razred)

SUDJELUJE U OVOM ISTRAŽIVANJU.

Potpis roditelja: _____

Datum: _____

Prilog 2: Upitnik

TVRDNJE	☺	☹
Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.		
Tijekom aktivnosti sam s učenicima iz svoje grupe razgovarao/la što radim.		
Aktivno sam sudjelovao/la u aktivnostima.		
Uspješno sam se koristio/la s geometrijskim pločicama.		
Slušao/la sam i slijedio/la upute prilikom rada s geometrijskim pločicama.		
Htio/htjela bih i dalje koristiti geometrijske pločice u nastavi matematike.		

9. Literatura

1. Buggle, F. (2002). *Razvojna psihologija Jeana Piageta*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
2. Burušić, J. i Šerepac, V. (2019). *STEM daroviti i talentirani učenici*. Zagreb: Alfa.
3. Clarkson, S. i Altamuro, V. (2007). *Pattern block book*. Rowley: Didax.
4. Corn, P. (2016). Cuisenaireovi štapići. *Osječki matematički list*, 16(1), 67–82.
5. Ek, M. (2010). Nastavna sredstva kao izvori literarnog znanja. *Život i škola*, 56(24), 56–168.
6. Glasnović Gracin, D., Jagušć, T. i Martinis, O. (2019). *Novi pristupi i metode u radu s darovitim učenicima u STEM području*. Izašlo u J. Burušić i V. Šerepac (ur.): *STEM daroviti i talentirani učenici* (str. 53-75), Zagreb: Alfa.
7. Hercigonja, Z. (2017). *Odabrane teme iz didaktike*. Varaždin: Vlastita naklada autora.
https://issuu.com/zoranhercigonja/docs/odabrane_teme_iz_didaktike
(pristupljeno: rujan, 2022).
8. Herjavec, D. i Glanović Gracin, D. (2010). Računska gusjenica. *Matematika i škola*, 56, 11–15
9. Horvatek, A. (2012). Dodatna nastava i natjecanja u osnovnoj školi. *Matematika i škola*, 15(5), 211–212
<http://mis.element.hr/fajli/265/15-05.pdf>
(pristupljeno: rujan, 2022).
10. Jerec, H. i Glanović Gracin, D. (2014). Stern blokovi. *Matematika i škola*, 64(3), 154–159.
11. Jurasić, A. (2013). Svrha, cilj i zadaci te ustroj dodatne nastave matematike. [PowerPoint prezentacija].
<https://www.math.uniri.hr/~ajurasic/pred5.pdf>
(pristupljeno: rujan, 2022).
12. Kuzle, A. (2018). Problem solving ili rješavanje matematičkih problema – pregled literature. *Matematika i škola*, 2(86), 3–11.
13. Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
14. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2019). *Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta Matematika*. Zagreb.
https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
(pristupljeno: studeni, 2022).

15. Mišurac-Zorica, I. i Rožić, E. (2012). *Pripremljenost budućih učitelja razredne nastave za izvođenje dodatne nastave matematike*. (Diplomski rad). Zbornik radova filozofskog fakulteta, Split.
16. Namestovski, Ž. (2008.) *Uticaj primene savremenih nastavnih sredstava na povećanje efikasnosti nastave u osnovnoj školi*. (Diplomski rad). Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad.
<http://blog.namesztovszkizolt.com/wp-content/uploads/2009/10/Magiszteri.pdf>
(pristupljeno: rujan, 2022).
17. Petek Pelcl, J. (2020). Daroviti učenici i matematika. *Varaždinski učitelj- digitalni stručni časopis za odgoj i obrazovanje*, 3(4), 1–6.
18. Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press (originalno djelo objavljeno 1962)
19. Piršl, E. (2014.) *Nastavna sredstva i pomagala*. [PowerPoint prezentacija].
<https://www.slideserve.com/truly/nastavna-sredstva-i-pomagala>
(pristupljeno: studeni, 2022).
20. Silver, E.A. (1994). On mathematical posing, *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
21. Swan, P. i White, G. (2006). *Developing Mathematics with Pattern Blocks, Grades K-5*. Didax.
22. Swan, P., White, G. i Marshall, L. (2009). *A Mathematics Manipulatives Continuum*. Australia: ECU
<https://www.yumpu.com/en/document/read/5084359/a-mathematics-manipulatives-continuum-maths-no-fear>
(pristupljeno: siječanj, 2023).
23. Vranjković, Lj. (2010). Daroviti učenici. *Život i škola*, 24(56), 253–258.

Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)