

# KONSTRUKCIJA DODATNOG VRATILA ZA URAVNOTEŽENJE TROCILINDRIČNOG MOTORA

---

**Blažeković, Luka**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Karlovac  
University of Applied Sciences / Veleučilište u Karlovcu**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:128:375249>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-28**



**VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**  
Karlovac University of Applied Sciences

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Karlovac University of Applied  
Sciences - Institutional Repository](#)



zir.nsk.hr



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ

VELEUČILIŠTE U KARLOVCU  
STROJARSKI ODJEL  
*Stručni prijediplomski studij Mehatronike*

Luka Blažeković

**KONSTRUKCIJA DODATNOG VRATILA ZA  
URAVNOTEŽENJE TROCILINDRIČNOG MOTORA**

**Završni rad**

Karlovac, 2024 godina.



VELEUČILIŠTE U KARLOVCU  
STROJARSKI ODJEL  
*Stručni prijediplomski studij Mehatronike*

Luka Blažeković

**KONSTRUKCIJA DODATNOG VRATILA ZA  
URAVNOTEŽENJE TROCILINDRIČNOG MOTORA**

**Završni rad**

Mentor : dr. sc. Josip Hoster, prof.str.stud.

Karlovac, 2024 godina.



**VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**  
Karlovac University of Applied Sciences

Klasa:  
602-07/\_\_\_-01/\_\_\_

Ur.broj:  
2133-61-04-\_\_\_-01

Datum:

## ZADATAK ZAVRŠNOG / DIPLOMSKOG RADA

* Ime i prezime	Luka Blažeković		
OIB / JMBG			
Adresa			
Tel. / Mob./e-mail			
Matični broj studenta	0112616055		
JMBAG	0248059794		
Studij (staviti znak <b>X</b> ispred odgovarajućeg studija)	<input checked="" type="checkbox"/> preddiplomski	<input type="checkbox"/> specijalistički diplomski	
Naziv studija	Stručni prijediplomski studij Mehatronike		
Godina upisa	2016.		
Datum podnošenja molbe	24.10.2023.		
Vlastoručni potpis studenta/studentice			

\* Naslov teme na hrvatskom:

**Konstrukcija dodatnih vratila za uravnoteženje trocilindričnog motora**

\* Naslov teme na engleskom:

**Design of additional three cylinder engine balancing shafts**

Opis zadatka:

U završnom radu opisati kinematiku i dinamiku trocilindričnog četverotaktnog motora s unutrašnjim izgaranjem. Izračunati slobodnu inercijsku silu i slobodni inercijski moment prema težištu motora kroz jedan okret koljenastog vratila. Opisati načine uravnoteženja trocilindričnih četverotaktnih motora. Konstruirati dodatno vratilo ili vratila postavljene paralelno koljenastom vratilu s kriterijem smanjenja prenesene inercijske sile na nosače motora od najmanje 50% početnog iznosa sile. Analizirati utjecaj dodatne mase vratila za uravnoteženje i dodatnog potrebnog prostora na izvedivost rješenja. Prikazati prenesenu inercijsku silu dijagramom. Rješenje prikazati kao sklopni crtež.

Zadatak izraditi i uvezati u skladu s Pravilnikom o završnim radovima Veleučilišta u Karlovcu.

Mentor:  
Josip Hoster

Predsjednik Ispitnog povjerenstva:

## IZJAVA

Izjavljujem da sam završni rad izradio samostalno, koristeći se znanjem stečenim tijekom studija i potrebnom literaturom.

Također se zahvaljujem obitelji i prijateljima na podršci tijekom studija.

Karlovac, 25.03.2024.

---

Luka Blažeković

## Naslov: **Konstrukcija dodatnih vratila za uravnoteženje trocilindričnog motora**

### SAŽETAK

Završni rad sastoji se od nekoliko cjelina. U uvodnom dijelu opisan je trocilindarski četverotaktni motor i tipovi trocilindarskih motora. Drugi dio opisuje kinematiku i dinamiku trocilindričnog četverotaktnog motora s unutrašnjim izgaranjem. Prikazan je postupak izračuna slobodne inercijske sile i slobodnog inercijskog momenta prema težištu motora kroz jedan okret koljenastog vratila. U razradi zadatka opisani su načini uravnoteženja trocilindričnih četverotaktnih motora. Objasnjeno je kako konstruirati dodatno vratilo ili vratila postavljene paralelno koljenastom vratilu s kriterijem smanjenja prenesene inercijske sile na nosače motora od najmanje 50% početnog iznosa sile. Analiziran je utjecaj dodatne mase vratila za uravnoteženje i dodatnog potrebnog prostora na izvedivost rješenja. Sve sile prikazane su dijagramima.

Ključne riječi: trocilindarski motor, četverotaktni proces, translacijsko gibanje, inercijska sila.

## SUMMARY

The thesis consists of several sections. The introductory part describes a three-cylinder four-stroke engine and types of three-cylinder engines. The second part describes the kinematics and dynamics of the three-cylinder four-stroke internal combustion engine. The procedure for calculating the free inertial force and free inertial moment towards the engine's center of gravity through one revolution of the crankshaft is presented. Various methods of balancing three-cylinder four-stroke engines are elaborated. It is explained how to design additional shafts or shafts parallel to the crankshaft with the criterion of reducing the transferred inertial force to the engine mounts by at least 50% of the initial force amount. The influence of the additional balancing shaft mass and the additional required space on the feasibility of the solution is analyzed. All forces are illustrated with diagrams.

**Keywords:** three-cylinder engine, four-stroke process, translational motion, inertial force.



## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
1.1. Redni trocilindarski motor .....	1
1.1.1. Kretanje klipa [1] .....	1
1.1.2. Učinkovitost .....	2
1.2. V3 trocilindarski motor .....	4
1.3. W3 trocilindarski motor .....	5
1.4. Prednosti trocilindričnog motora .....	8
1.5. Glavni nedostaci trocilindarskih motora .....	8
2. KINEMATIKA I DINAMIKA KOLJENASTOG MEHANIZMA [1,2] .....	9
2.1. Osnovne veličine koljenastog mehanizma .....	9
2.2. Kinematika koljenastog mehanizma .....	11
2.2.1. Hod klipa (za $e = 0$ ) .....	12
2.2.2. Brzina klipa .....	14
2.2.3. Ubrzanje klipa .....	15
2.3. Dinamika koljenastog mehanizma .....	18
2.3.1. Sile u koljenastom mehanizmu .....	18
2.3.2. Sile u koljenastom mehanizmu jednog cilindra .....	26
2.3.3. Rastavljanje rezultantne sile na glavne rukavce .....	33
2. PRAKTIČNI DIO .....	34
3.1. Uravnoteženje inercijskih sila .....	34
3.1.1. Inercijske sile u mehanizmu jednog cilindra .....	35
3.1.2. Uravnoteženje i vibracije .....	41
3.1.3. Uravnoteženje trocilindarskog motora [2,5,6,7] .....	42
3.2. Proračun sila i momenata u koljenastom mehanizmu .....	47
3.3. Vratila za uravnoteženje vibracija [5,6,7] .....	52
3.4. Analiza rezultata .....	54
4. ZAKLJUČAK .....	55
LITERATURA .....	56

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Redni trocilindarski motor	1
Slika 2.	Teoretski dijagram rada 4-taktnog motora sa unutarnjim izgaranjem (Otto motor)	2
Slika 3.	Shematski prikaz paljenja rednog trocilindarskog motora sa dvotaktnim radnim ciklusom	3
Slika 4.	Shematski prikaz paljenja rednog trocilindarskog motora sa četverotaktnim radnim ciklusom za svakih $120^\circ$ zakreta radilice	3
Slika 5.	Trocilindarski motor sa izgaranjem za svakih $180^\circ$ zakreta radilice	3
Slika 6.	V konfiguracija trocilindarskog motora (V3)	5
Slika 7.	W konfiguracija trocilindarskog motora (W3)	6
Slika 8.	Presjek W konfiguracije trocilindarskog motora	7
Slika 9.	W3 motor u zrakoplovu	7
Slika 10.	Prvi W3 motor ugrađivan u Anzani motocikle (1906. godina)	7
Slika 11.	Osnovne veličine koljenastog mehanizma	9
Slika 12.	Krajnji položaj klipa kod decentriranog koljenastog mehanizma	11
Slika 13.	Promjena različitih parametara s promjenom relativne ekscentričnosti e/r	12
Slika 14.	Hod klipa	12
Slika 15.	Hod klipa u ovisnosti o omjeru polužja	13
Slika 16.	Brzina klipa u ovisnosti o omjeru polužja	14
Slika 17.	Ubrzanje klipa u ovisnosti o omjeru polužja	15
Slika 18.	Harmonijske komponente ubrzanja klipa	17
Slika 19.	Harmonijske komponente ubrzanja klipa	17
Slika 20.	Vektori ubrzanja za četiri položaja koljena	18
Slika 21.	Sile u koljenastom mehanizmu za jedan cilindar	19
Slika 22.	Sila pritiska plinova kod jednoradnog stroja	19
Slika 23.	Sila pritiska plinova kod dvoradnog stroja	20
Slika 24.	Položaj inercijske translacijske sile u klipnom mehanizmu	21
Slika 25.	Točka A kod klipnog mehanizma	22
Slika 26.	Ojnica s potrebnim dimenzijama	23
Slika 27.	Praktična veličina ojnice za 4T motore	24
Slika 28.	Centrifugalna sila na koljenastom vratilu	25
Slika 29.	Djelovanje sila u točki A	26
Slika 30.	Rastavljanje sila u točki A klipnog mehanizma	27
Slika 31.	Sile u točki B	28
Slika 32.	Rezultanta sila u točki B s njezinim komponentama	29
Slika 33.	Djelomični crtež koljena	30
Slika 34.	Položaj težišta mase koljena	30
Slika 35.	Sile u točki O	31
Slika 36.	Rastavljanje sile $F_O$ na glavne rukavce	33
Slika 37.	Sile na temeljnom ležaju	34

Slika 38.	Inercijske sile na dijelovima u gibanju	34
Slika 39.	Inercijske sile u mehanizmu jednog cilindra	35
Slika 40.	Ukupne inercijske sile za jedan cilindar	36
Slika 41.	Standardno označavanje cilindra motora	37
Slika 42.	Moment za treći takt cilindra – ekspanzija	38
Slika 43.	Moment za paljenje 4 cilindra istovremeno	38
Slika 44.	Moment za paljenje 2 cilindra istovremeno	39
Slika 45.	Moment za paljenje cilindra za svakih pola okretaja	39
Slika 46.	Uvjet uzdužne simetrije	40
Slika 47.	Raspored klipova u trocilindričnom i šesterocilindarskom motoru	42
Slika 48.	Šestocilindrični motor gdje su početni i krajnji cilindar u gornjoj mrtvoj točki	42
Slika 49.	Zvijezda koljena I. reda za 4T šesterocilindrični motor	43
Slika 50.	Zvijezda koljena II. reda za 4T šesterocilindrični motor	43
Slika 51.	Rubni cilindar postiže gornju mrtvu točku u rednom trocilindarskom motoru	44
Slika 52.	Gornja i donja mrtva točka hoda cilindra na trocilindarskom motoru	44
Slika 53.	Koljenasto vratilo s protuutezima	46
Slika 54.	Rotirajuće osovine za poništavanje vibracija	47
Slika 55.	Aksonometrijski prikaz koljenastog vratila s položajem sila opterećenja	51
Slika 56.	Veći 4-cilindarski motor s rotirajućim osovinama za poništavanje vibracija	52
Slika 57.	Presjek motora s rotirajućim osovinama za uravnoteženje vibracija	53
Slika 58.	Shematski prikaz trocilindarskog motora sa vratilom koje se balansira u smjeru suprotnom od smjera radilice i jednomasenim zamašnjakom	53

## POPIS TABLICA

Tablica 1.	Najveće relativne greške	16
Tablica 2.	Omjer $k$	16
Tablica 1.	Zvijezde koljena za 4T motor s različitim brojem koljena	41
Tablica 4.	Raspored koljena i sila za motor s 3 cilindra u liniji	45

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
SUI		S unutrašnjim izgaranjem
GMT		Gornja mrtva točka
DMT		Donja mrtva točka
$s$	mm	Stapaj (hod klipa)
$r$	mm	Radijus koljena
$D$	mm	Promjer cilindra
$V_s$	$\text{mm}^3(\text{cm}^3)$	Stapajni volumen
$V_c$	$\text{mm}^3(\text{cm}^3)$	Kompresijski volumen
$V_{\max}$	$\text{mm}^3(\text{cm}^3)$	Maksimalni volumen
$V_{(\varphi)}$	$\text{mm}^3(\text{cm}^3)$	Totalni volumen cilindra
$\varepsilon$		Geometrijski stupanj kompresije
$n$	o/sek	Brzina vrtnje
$T$	sek	Vrijeme jednog okretaja
$c_s$	m/s	Srednja brzina klipa (srednja stapna brzina)
$\omega$	rad/s	Kutna brzina
$t(\alpha)$	sek	Vrijeme za prijelaz kuta $\alpha$
$a$	$\text{m/s}^2$	Ubrzanje
$z_{\max}$	mm	Maksimalan položaj ojnice u GMT
$z_{\min}$	mm	Minimalan položaj ojnice u DMT
$\varphi$	$^{\circ}$	Kut ojnice s obzirom na simetralu
$v$	m/s	Brzina klipa
$\lambda$		Omjer polužja
$F_{\text{pl}}$	$\text{N/mm}^2$	Pritisak plinova
$p$	$\text{N/mm}^2$	Pritisak
$F_{\text{in}}$	N	Inercijska translacijska sila
$m_{\text{oj}}$	kg	Masa ojnice
$J_{\text{oj}}$	$\text{kgm}^2$	Moment inercije ojnice
$F_{\text{R}}$	N	Centrifugalna sila
$F_{\text{N}}$	N	Sila reakcije u klipu
$F_{\text{B}}$	N	Rezultantna sila u točki "B"
$M_{\text{KV}}$	Nm	Moment u koljenastom vratilu
$F_{\text{O}}$	N	Rezultantna sila u točki "O"
$F_{\text{T}}$	N	Translacijska sila
$M$	Nm	Pogonski moment
$z$		Broj cilindra
$\tau$		Taknost procesa

## 1. UVOD

Tijekom posljednjih nekoliko godina motori su postajali sve manji. Smanjivanje obujma motora se pretvorilo u elektrifikaciju i sada ne samo da je smanjen obujam, već je sve češće razmišlja o mehanici izgaranja sa samo tri cilindra. Neparan broj cilindara traži uravnoteženje inercijskih sila prilikom rada motora i danas se to efikasno uspijeva s parom dodatnih osovina za uravnoteženje. Prema konstrukcijskim izvedbama postoji nekoliko tipova trocilindarskog motora.

### 1.1. Redni trocilindarski motor

Redni 3-cilindrični motor je vrsta je motora s unutrašnjim izgaranjem koji koristi 3 cilindra raspoređena u jednom redu duž zajedničke radilice. Ova konfiguracija je relativno jednostavna i učinkovita, što je čini popularnim izborom za pogon malih vozila i motocikala.



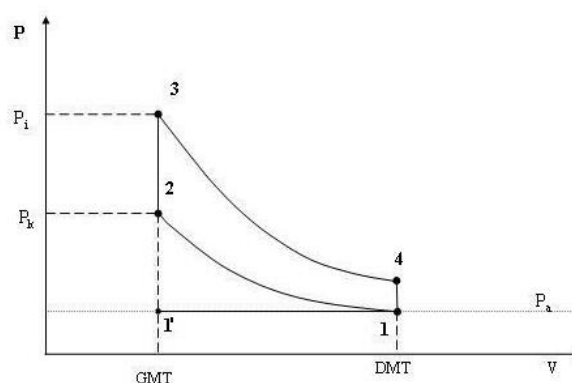
Slika 1. Redni trocilindarski motor [8]

#### 1.1.1. Kretanje klipa [1]

Osnovni princip rada 3-cilindričnog motora u redu je sličan onome bilo kojeg drugog 4-taktnog motora. Klip se kreće gore-dolje unutar cilindra, stvarajući dva glavna hoda: tlačni hod i ispušni hod.

1. **Usisni hod:** Tijekom usisnog hoda klip se pomiče prema dolje, stvarajući vakuum u cilindru. Ovaj vakuum uvlači mješavinu zraka i goriva iz usisne grana.

2. **Kompresijski hod:** Klip se pomiče prema gore, komprimirajući mješavinu zraka i goriva. Ova kompresija podiže temperaturu i tlak smjese, što je neophodno za paljenje.
3. **Izgaranje:** Neposredno prije nego što klip dosegne vrh cilindra, svjećica zapali komprimiranu mješavinu zraka i goriva. Ova eksplozija prisiljava klip prema dolje, stvarajući snagu koja se može koristiti za pokretanje radilice.
4. **Ispušni hod:** Kada se klip ponovo pomakne prema gore, on gura ispušne plinove iz cilindra i u ispušni razvodnik.



Slika 2. Teoretski dijagram rada 4-taktnog motora sa unutarnjim izgaranjem (Otto motor) [8]

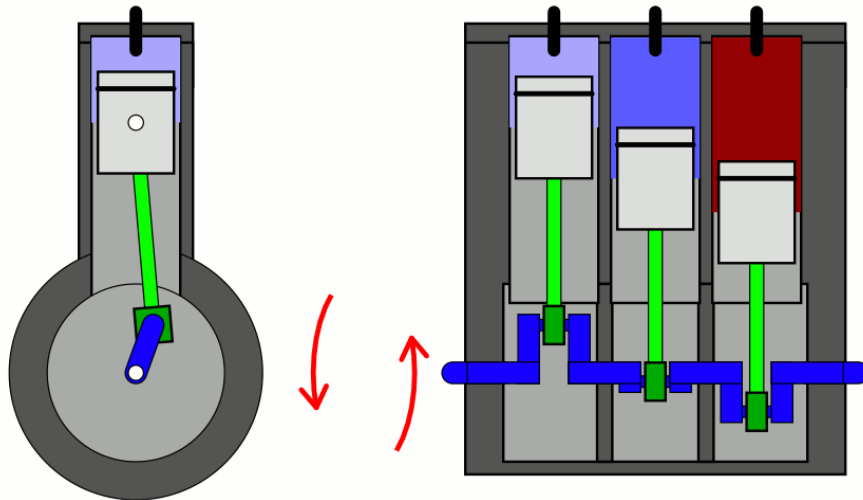
### 1.1.2. Učinkovitost

Redni 3-cilindrični motori mogu biti prilično ekonomični u potrošnji goriva, pogotovo u usporedbi s većim 4-cilindričnim motorima. To je zato što imaju manje pokretnih dijelova i manje unutarnjeg trenja. Osim toga, manji motor može biti lakši, što može dodatno poboljšati učinkovitost.

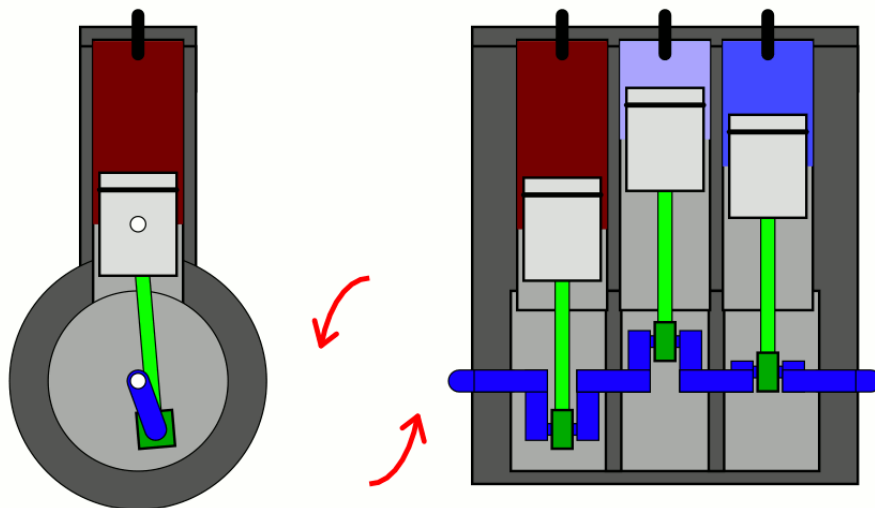
Redni 3-cilindrični motori također mogu emitirati manje emisija od većih motora. To je zato što obično rade na nižim okretajima, što smanjuje količinu goriva koje se sagorijeva i količinu onečišćenja koje se proizvodi.

Dvotaktni redni trocilindarski motori proces izgaranja vrše na svakih  $120^\circ$  zakreta radilice u pojedinačnom cilindru, dok 4-taktni trocilindarski motori vrše proces izgaranja u pojedinom cilindru za svakih  $240^\circ$  okreta zajedničke radilice.

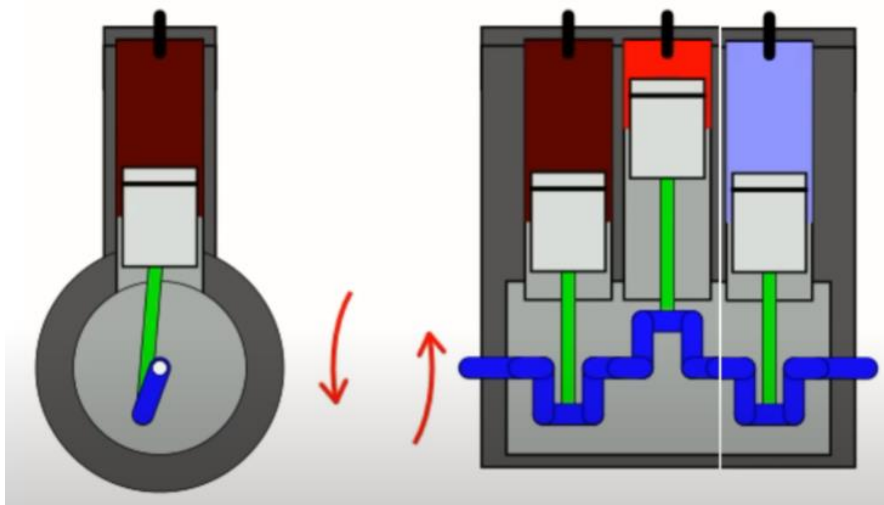
Pojedini trocilindarski redni motori imaju paljenje svakih  $180^\circ$  zakreta radilice. U ovome bi bili najslabiji klasičnim četverocilindričnim rednim otto motorima. Ovaj princip rada se koristi kako bi se postiglo dodatno uravnoteženje motora.



Slika 3. Shematski prikaz paljenja rednog trocilindarskog motora sa dvotaktnim radnim ciklusom [8]



Slika 4. Shematski prikaz paljenja rednog trocilindarskog motora sa četverotaktnim radnim ciklusom za svakih  $120^\circ$  zakreta radilice [8]



Slika 5. Trocilindarski motor sa izgaranjem za svakih  $180^\circ$  zakreta radilice [8]



## 1.2. V3 trocilendarski motor

V3 motor, također poznat kao V-trojni motor, vrsta je motora s unutarnjim sagorijevanjem s tri cilindra raspoređena u V-obliku oko zajedničkog radilice. Ova konfiguracija se najčešće koristi u motociklima, posebno onima koji se natječu u Grand Prix motociklizmu.

Konstrukcija V3 motora slična je drugim V-motorima, s dva reda cilindara postavljenih pod kutem jedni prema drugima, obično između  $54^\circ$  i  $90^\circ$ . Radilica je postavljena uz vrh V-oblika, a spojne šipke povezuju klipove s radilicom.

Načela rada za V3 motor analogna su onima drugih četverotaktnih motora. Tijekom svakog ciklusa motora, klipovi prolaze kroz četiri odvojene faze:

1. Usisni hod: Klip se pomiče prema dolje, stvarajući vakuum u cilindru, uvlačeći smjesu zraka i goriva iz usisne grane.
2. Kompresijski hod: Klip se pomiče prema gore, komprimirajući mješavinu zraka i goriva. Ova kompresija podiže temperaturu i tlak smjese, što je neophodno za paljenje.
3. Izgaranje: Neposredno prije nego što klip dosegne vrh cilindra, svjećica zapali komprimiranu mješavinu zraka i goriva. Ova eksplozija prisiljava klip prema dolje, stvarajući snagu koja se može koristiti za pokretanje radilice.
4. Ispušni hod: Kada se klip ponovo pomakne prema gore, on gura ispušne plinove iz cilindra i u ispušni razvodnik.

V3 motor nudi nekoliko jedinstvenih karakteristika i prednosti:

- Kompaktna veličina: Kompaktan V-nagib omogućuje manji paket motora u usporedbi s inline ili horizontalno suprotstavljenim konfiguracijama, omogućujući bolje pakiranje u motociklima.
- Izbalansiranje i vibracije: V3-ov inherentni balans smanjuje vibracije, što doprinosi glađoj i profinjenijem vožnji.
- Isporuka snage: Uski kut između redova cilindara V3 potiče širu zakrivljenost trzaja, pružajući dobru isporuku snage u širokom rasponu okretaja motora.
- Distribucija težine: V-nagib može povoljno rasporediti težinu, poboljšavajući rukovanje i stabilnost.

V3 motori se primarno koriste u motociklima, posebno u Grand Prix utrkama zbog njihove kompaktne veličine, uravnotežene isporuke snage i mogućnosti postizanja visokih obrtaja.

Iako se primarno koriste u motociklima, V3 motori također su se pojavili u nekim manjim automobilima i pomorskih primjenama.

Ukupno, V3 motor je jedinstvena i svestrana konfiguracija motora koja nudi kombinaciju kompaktne veličine, uravnotežene isporuke snage i glatkog rada. Njegove karakteristike ga čine prikladnim za motocikle, posebno one koji zahtijevaju visok omjer snage i težine i rafinirano iskustvo vožnje.



Slika 6. V konfiguracija trocilindarskog motora (V3) [8]

### 1.3. W3 trocilindarski motor

W3 motor, također poznat kao W-trojni motor, jedinstvena je i relativno rijetka konfiguracija trocilindarskog motora koja je bila popularna u motociklima i avionima na početku 20. stoljeća. Prvi W3 motori su provedeni 1906. godine u pogonima tvrtke Anzani, konstruiran od strane Alessandra Anzanija (1877.-1956.) koji je ujedno bio osnivač i vlasnik. Također je značajan utjecaj ove vrste motor na razvoj avijacije. Anzani W3 (također još nazvana i lepezastom konfiguracijom) snage 18 kW je bio korišten prilikom prvog uspješnog prelijetanja La Manchea 1909. godine.

W3 motor radi prema istim osnovnim principima kao i svaki drugi četverotaktni motor s unutarnjim izgaranjem. Sastoji se od tri cilindra raspoređena u W-obliku oko zajedničkog radilice. Klipovi se pomiču gore-dolje unutar cilindara, stvarajući četiri odvojene faze, kao i

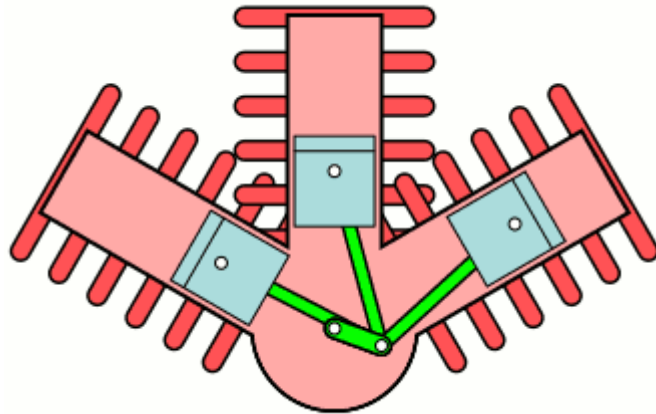
kod V3 motora. W3 motor nudi nekoliko jedinstvenih karakteristika koje ga izdvajaju od drugih konfiguracija motora:

1. Kompaktna veličina: Kompaktna W-konfiguracija omogućuje manji sveukupni obujam motora u usporedbi s inline ili horizontalno suprotstavljenim konfiguracijama, što ga čini idealnim za motocikle.
2. Glatka isporuka snage: Raspored cilindara kod W3 motora minimizira vibracije, rezultirajući glađim i profinjenijim radom.
3. Širok zakrivljeni okretni moment: Široki kut između redova cilindara W3 motora omogućuje pravilan slijedni dovod rada iz cilindara na radilicu, pružajući dobru isporuku snage u širokom rasponu brzina motora.
4. Nisko težište: Kompaktan dizajn W3 pridonosi niskom centru gravitacije, poboljšavajući rukovanje i stabilnost.

W3 motor se primarno koristi u custom motociklima, posebno onima izgrađenim za trkaće ili visokoperformansne vožnje. Njegova kompaktna veličina, glatko isporuka snage i niska težišta čine ga idealnim za ove primjene. Međutim, W3 motor je pronašao svoj put i u nekoliko serijskih motocikala, kao što su Feuling Thunder Road i Confederate X-132 Hellcat Speedster. Ukupno, W3 motor je jedinstvena i svestrana konfiguracija motora koja nudi kombinaciju kompaktne veličine, glatke isporuke snage i profinjenog vozača. Njegove karakteristike čine ga popularnim izborom za proizvođače custom motocikala koji traže visokoperformansivni motor s jedinstvenim karakterom.



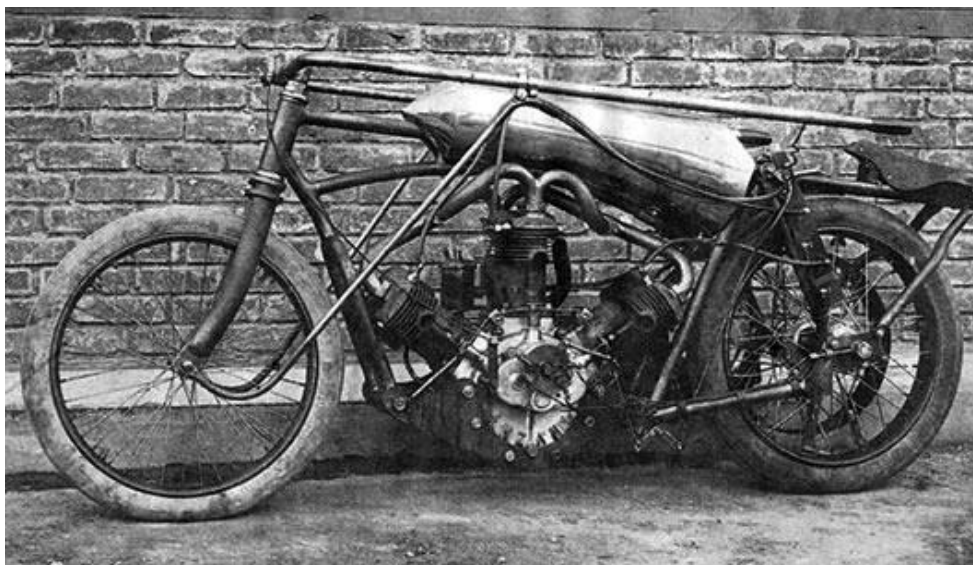
Slika 7. W konfiguracija trocilindarskog motora (W3) [8]



Slika 8. Presjek W konfiguracije trocilindarskog motora [8]



Slika 9. W3 motor u zrakoplovu [8]



Slika 10. Prvi W3 motor ugrađivan u Anzani motocikle (1906. godina) [8]

#### 1.4. Prednosti trocilindričnog motora

Automobili s ovom vrstom motora postaju sve popularniji jer uzrokuju mnogo manje štete okolišu pogotovo sada, kada je briga o okolišu postala primarni zadatak čovječanstva. Prednosti su slijedeće:

- Sposobnost kombiniranja goriva. Trocilindrični motori dizajnirani su i konstruirani za malu potrošnju benzina (na primjer, zapremina motora Kappa od samo 1,0 litara, najnoviji je razvojni projekt tvrtke "Kia",). S obzirom na manju snagu za povećanje se često kombinira s ugradnjom dodatnog plinskog cilindra. Može se reći, da je to ekološki prihvatljivo i prilično ekonomično, pogotovo za uvjete u našoj zemlji.
- Mala potrošnja benzina. Budući da je motor dizajniran za malu količinu goriva, logično je da ova prednost proizlazi iz prethodne,
- nije potrebno dodatno punjenje goriva (u prosjeku je potrebno 5,9 litara benzina za 100 km).
- Lakoća i kompaktnost. Materijal od kojeg su izrađeni motori ovog tipa najčešće je aluminij i malih su dimenzija. Održavanje dinamičkih svojstava u uvjetima male zapremine motora je lakše.

#### 1.5. Glavni nedostaci trocilindarskih motora

- Neravnoteža ili neuravnoteženost. Tu podrazumijevamo nesklad između djelovanja klipova i cilindara. Vizualno to ne primjećujemo, ali osjećamo posljedice takve neravnoteže, jer automobil radi uz dosta visoku razinu buke i vibracija.
- Mala snaga (najčešće - unutar 70-80 KS). Trocilindrični motori apsolutno su neprikladni za ljubitelje utrka.

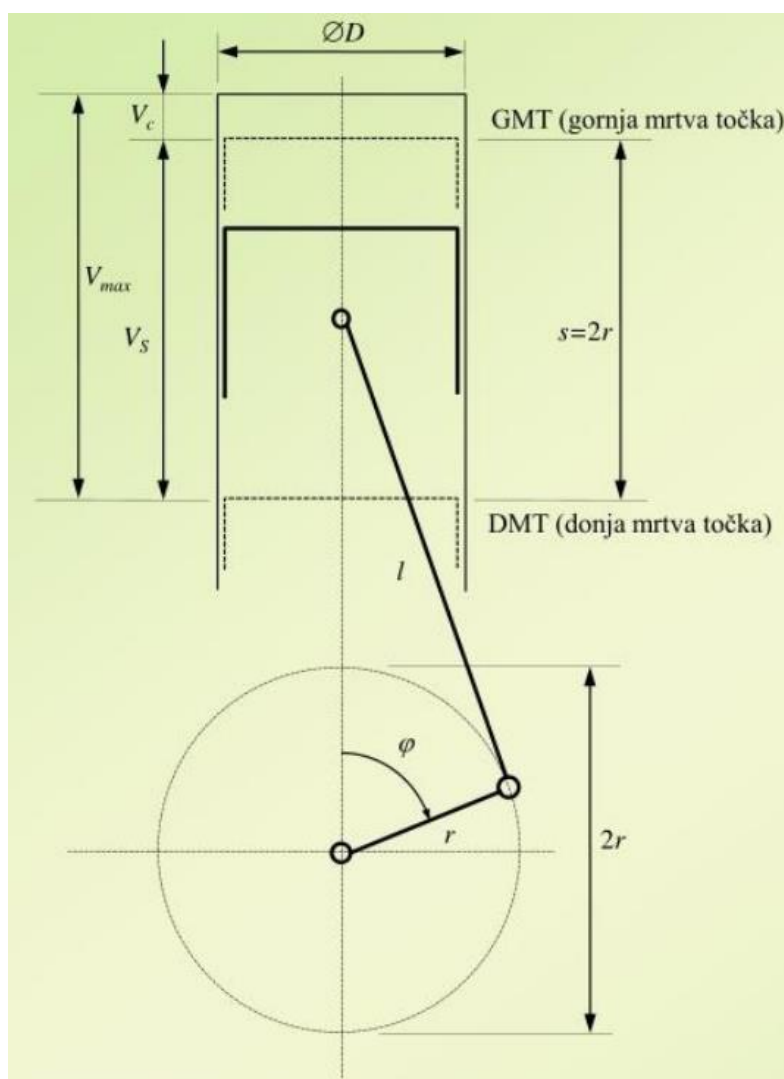
Trocilindrični motori nisu dizajnirani samo zato da troše manje goriva (iako to u praksi nije uvijek moguće), prije svega zadatak konstruktora bio je i smanjenje troškova proizvodnje. Manje cilindara - jeftinija proizvodnja. Motori R3 ne spadaju u dugovječne motore, a nakon priđenih 200-250 tisuća km njihovo tehničko stanje je upitno.

## 2. KINEMATIKA I DINAMIKA KOLJENASTOG MEHANIZMA [1,2]

### 2.1. Osnovne veličine koljenastog mehanizma

Motor s unutrašnjim izgaranjem (SUI) je rotacioni stroj kod kojeg djelovanje sile pritiska plinova u cilindru motora pokreće klip koji se kreće translatorno, preko klipnjače, djeluje na koljenasto vratilo i izaziva njegovu rotaciju. Klipni mehanizam nije samo karakterističan za motor SUI, nego se ovaj koncept transformiranja translatornog gibanja u rotaciju sreće i kod drugih strojeva, na primjer kod kompresora. Za razliku od motora SUI, gdje se pogon dobija kretanjem klipa, kod klipnih kompresora je pogon na koljenastom vratilu i vrši se obrnuti proces pretvaranja rotacionog gibanja koljenastog vratila u translatorno kretanje klipa.

Pri konstruiranju motora SUI inženjeri se sreću sa nizom pitanja vezanih za kretanje i sile koje se javljaju. Na slici 11. možemo vidjeti osnovne veličine koljenastog mehanizma



Slika 11. Osnovne veličine koljenastog mehanizma [3]

Veličine na slici 11. su sljedeće:

$$\text{Stapaj (hod klipa): } s = 2r \quad (1)$$

$$\text{Radijus koljena: } r$$

$$\text{Promjer cilindra: } D$$

$$\text{Stapajni volumen: } V_s = \frac{D^2 \pi}{4} s \quad (2)$$

$$\text{Kompresijski volumen: } V_c$$

$$\text{Maksimalni volumen: } V_{max} = V_s + V_c \quad (3)$$

$$\text{Totalni volumen cilindra: } V(\varphi) = V_c + \frac{D^2 \pi}{4} x(\varphi) \quad (4)$$

$$\text{Geometrijski stupanj kompresije: } \varepsilon = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_c + V_s}{V_s} \quad (5)$$

$$\text{Izvedeni volumeni: } V_c = \frac{V_s}{\varepsilon - 1} \quad V_{max} = V_s \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \quad V_s = V_{max} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \quad (6)$$

Stupnjevi kompresije:

Otto motori:

2T motori	$\varepsilon = 6.5 \dots 10$
4T motori s 2 ventila	$\varepsilon = 8 \dots 10$
4T motori s 4 ventila	$\varepsilon = 9 \dots 11$
4T motori s dir, ubrizgavanjem	$\varepsilon = 11 \dots 14$

Dizelski motori:

2T, sporopokretni	$\varepsilon = 12 \dots 14$
4T, DI, brzo i srednjokretni	$\varepsilon = 15 \dots 18$
4T, IDI, brzokretni	$\varepsilon = 20 \dots 25$

Omjer s/d	s/d=1	kvadratični motor
	s/d<1	podkvadratični motor
	s/d>1	nadkvadratični motor

$$\text{Brzina vrtnje: } n$$

$$\text{Vrijeme jednog okretaja: } T = \frac{1}{n}$$

$$\text{Srednja brzina klipa (srednja stapna brzina): } c_s = 6 \dots 25 \text{ m/s (većinom } 8 \dots 10 \text{ m/s)}$$

$$\text{Kutna brzina:} \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi n \quad (7)$$

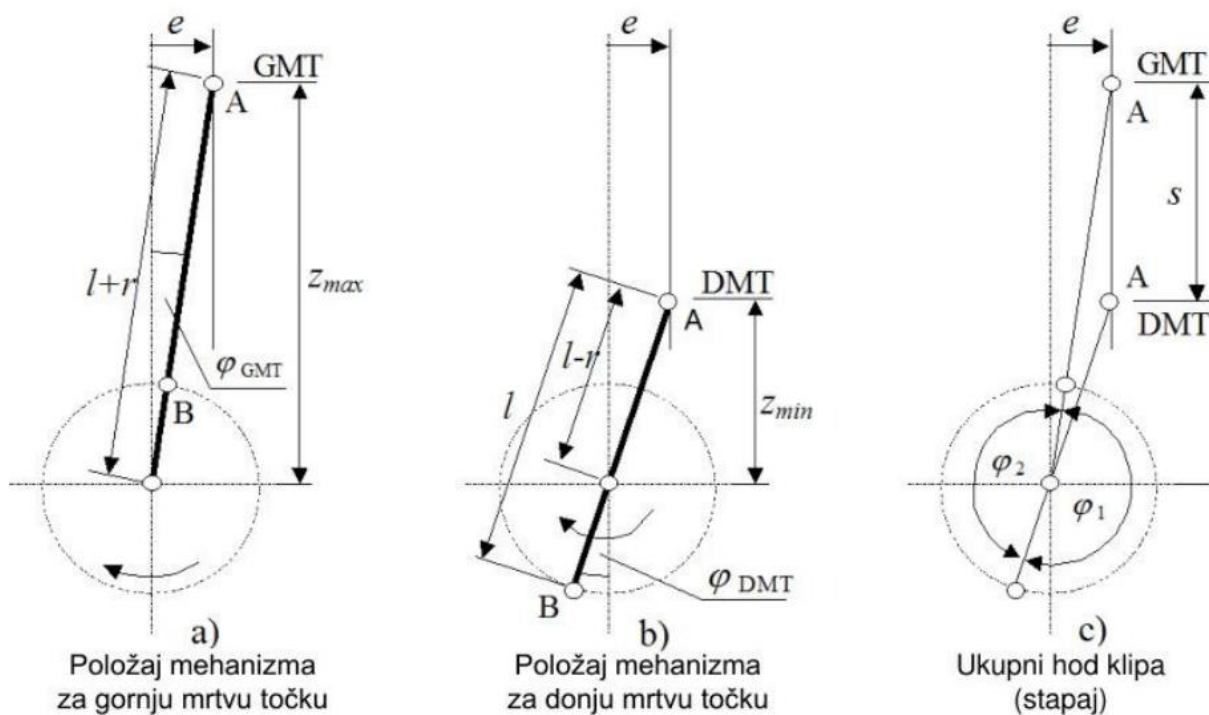
$$\text{Vrijeme za prijelaz kuta } \alpha: \quad t(\alpha) = \frac{\alpha^\circ}{360n} \quad (8)$$

$$\text{Brzina na koljenu:} \quad v = r\omega \quad (9)$$

$$\text{Ubrzanje na koljenu:} \quad a = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} \quad (10)$$

## 2.2. Kinematika koljenastog mehanizma

Slika 12. prikazuje opći slučaj hoda klipa koljenastog mehanizma.



Slika 12. Krajnji položaj klipa kod decentriranog koljenastog mehanizma [3]

$$z_{max} = z_{GMT} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} \quad \text{za } e \neq 0 \quad (11)$$

$$z_{max} = z_{DMT} = l+r \quad \text{za } e = 0 \quad (12)$$

$$z_{min} = z_{DMT} = \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad \text{za } e \neq 0 \quad (13)$$

$$z_{min} = z_{DMT} = l-r \quad \text{za } e = 0 \quad (14)$$



$$s = z_{max} - z_{min} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad \text{za } e \neq 0 \quad (15)$$

$$s = z_{max} - z_{min} = (l+r) - (l-r) = 2r \quad \text{za } e = 0 \quad (16)$$

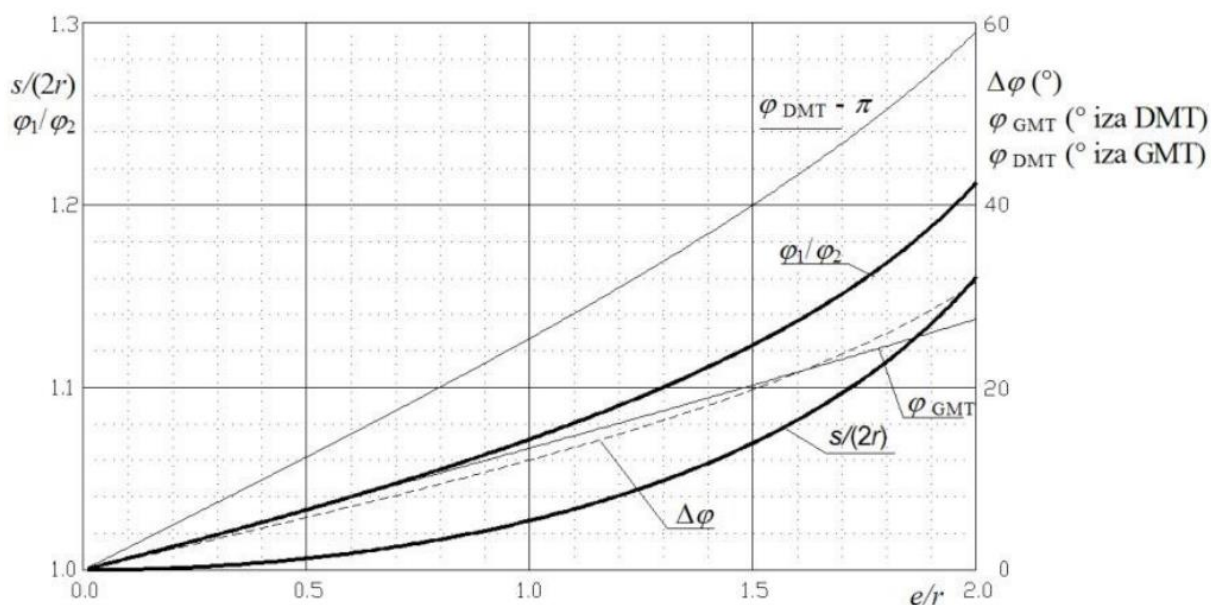
$$\varphi_{GMT} = \arcsin \frac{r}{r+l} \quad (17)$$

$$\varphi_{DMT} = \pi + \arcsin \frac{e}{r-l} \quad (18)$$

$$\varphi_1 = \pi + \varphi_{DMT} - \varphi_{GMT} = \pi + \Delta\varphi \quad (19)$$

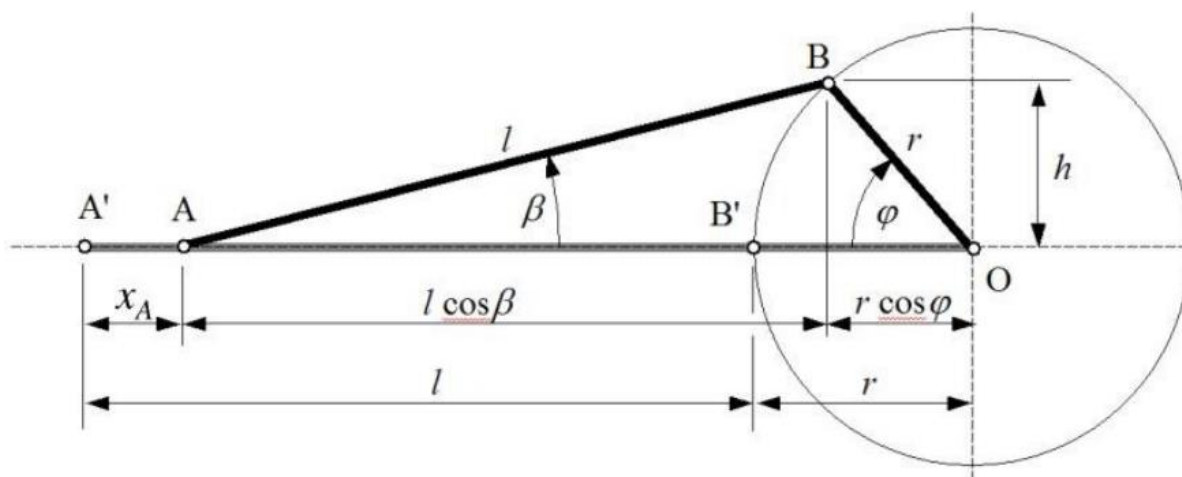
$$\Delta\varphi = \varphi_{DMT} - \varphi_{GMT} \quad (20)$$

$$\varphi_2 = \pi - \Delta\varphi \quad (21)$$



Slika 13. Promjena različitih parametara s promjenom relativne ekscentričnosti  $e/r$  [3]

### 2.2.1. Hod klipa (za $e = 0$ )



Slika 14. Hod klipa [3]

$$z_A = r \cos \varphi + l \cos \beta \quad (22)$$

$$h = r \sin \varphi = l \sin \beta \quad (23)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin \varphi}{l}\right)^2} = \sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi)^2} \quad (24)$$

$$z_A = r \cos \varphi + \sqrt{l^2 - (r \sin \varphi)^2} \quad (25)$$

$$\frac{z_A}{r} = \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi)^2} \quad (26)$$

$$x_A = z_{max} - z_A = r + l - r \cos \varphi - \sqrt{l^2 - (r \sin \varphi)^2} \quad (27)$$

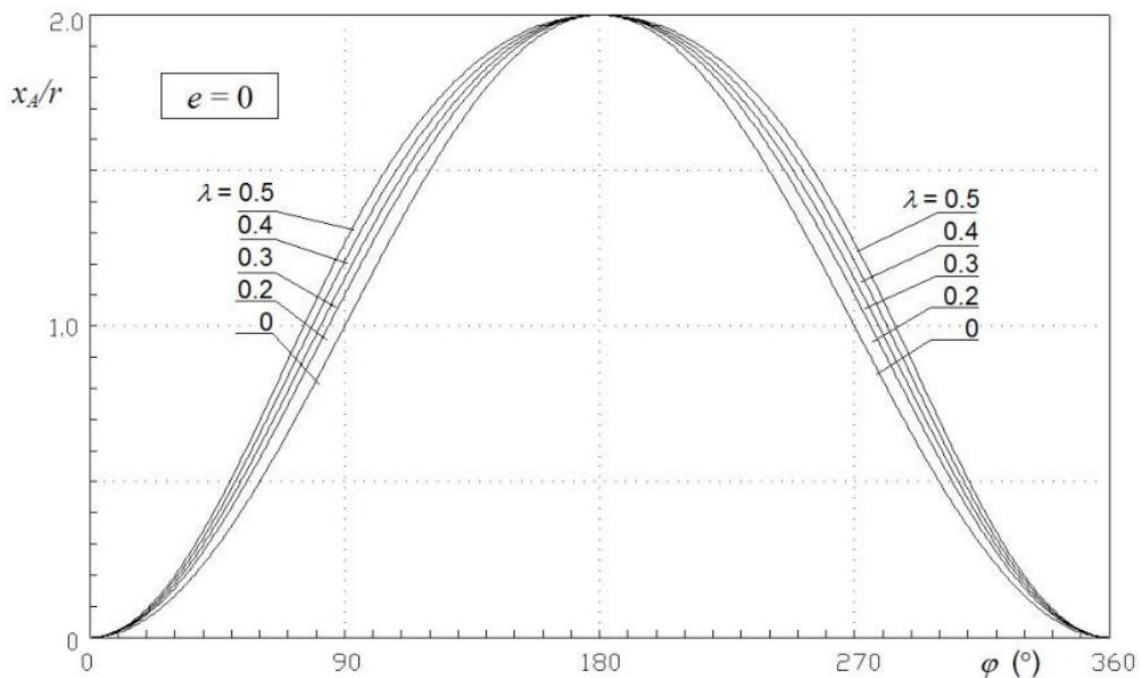
Točna jednačba:

$$x_A = r \left[ 1 + \frac{1}{\lambda} - \cos \varphi - \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} \right] \quad (28)$$

Približna jednačba:

$$\sqrt{1 - a} \approx 1 - \frac{a}{2} \quad \left[ \left(1 - \frac{a}{2}\right)^2 = 1 - a + \frac{a^2}{4} \right] \quad \text{za } a \ll 1 \quad (29)$$

$$x_A \approx r \left( 1 - \cos \varphi + \frac{\lambda \sin^2 \varphi}{2} \right) \quad (30)$$



Slika 15. Hod klipa u ovisnosti omjeru polužja  $\lambda$  ( $e = 0$ ) [3]

## 2.2.2. Brzina klipa

Brzina klipa dobije se derivacijom hoda klipa po vremenu:

$$v = \frac{dx_A d\varphi}{d\varphi dt} = r \frac{d\left(\frac{x_A}{r}\right)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \quad (31)$$

Derivacija kuta po vremenu predstavlja kutnu brzinu  $\omega$ :

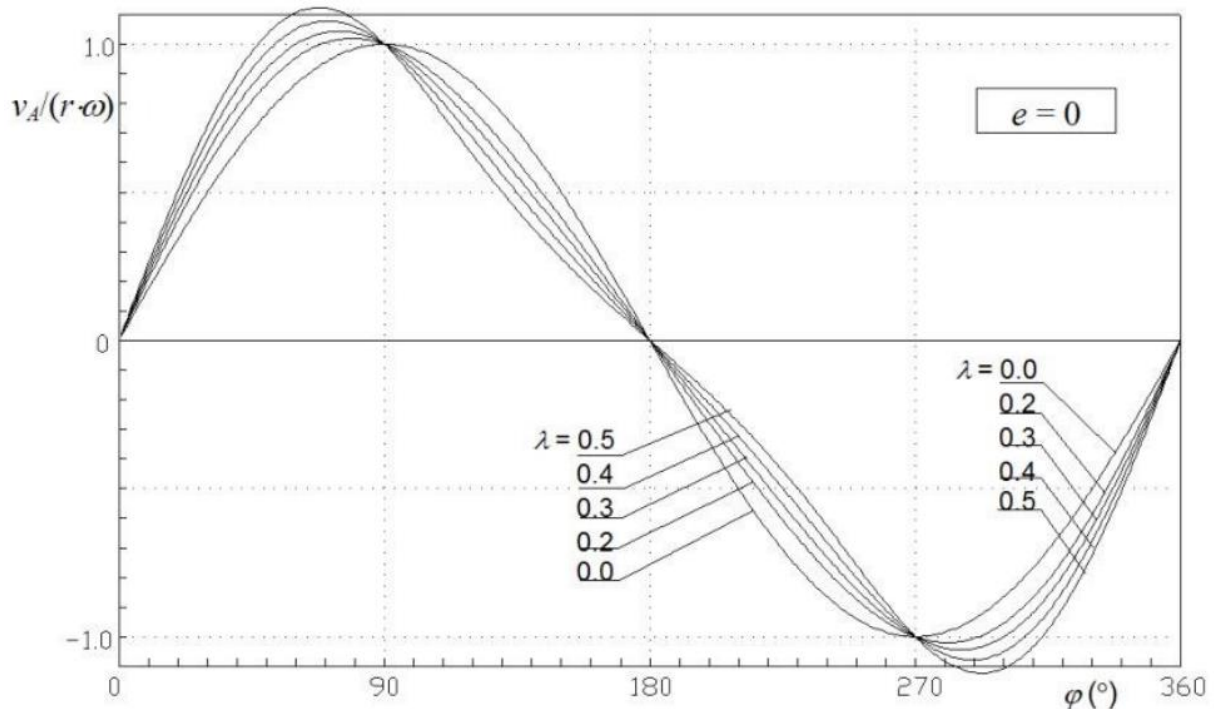
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi n \quad (32)$$

Sada točna jednačba za brzinu glasi:

$$v_A = r\omega \left( \sin\varphi + \frac{\lambda}{2} \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right) \quad (33)$$

A približna jednačba za brzinu glasi:

$$v_A = r\omega \left( \sin\varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \quad (34)$$



Slika 16. Brzina klipa u ovisnosti o omjeru polužja  $\lambda$  ( $e = 0$ ) [3]

## 2.2.3. Ubrzanje klipa

Ubrzanje klipa dobijemo prvom derivacijom brzine po vremenu:

$$a_A = \frac{dv_A}{dt} = \frac{d(r\omega f(\varphi))}{dt} = r \left[ \omega \frac{d(f(\varphi))}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + (f(\varphi)) \frac{d\omega}{dt} \right] \quad (35)$$

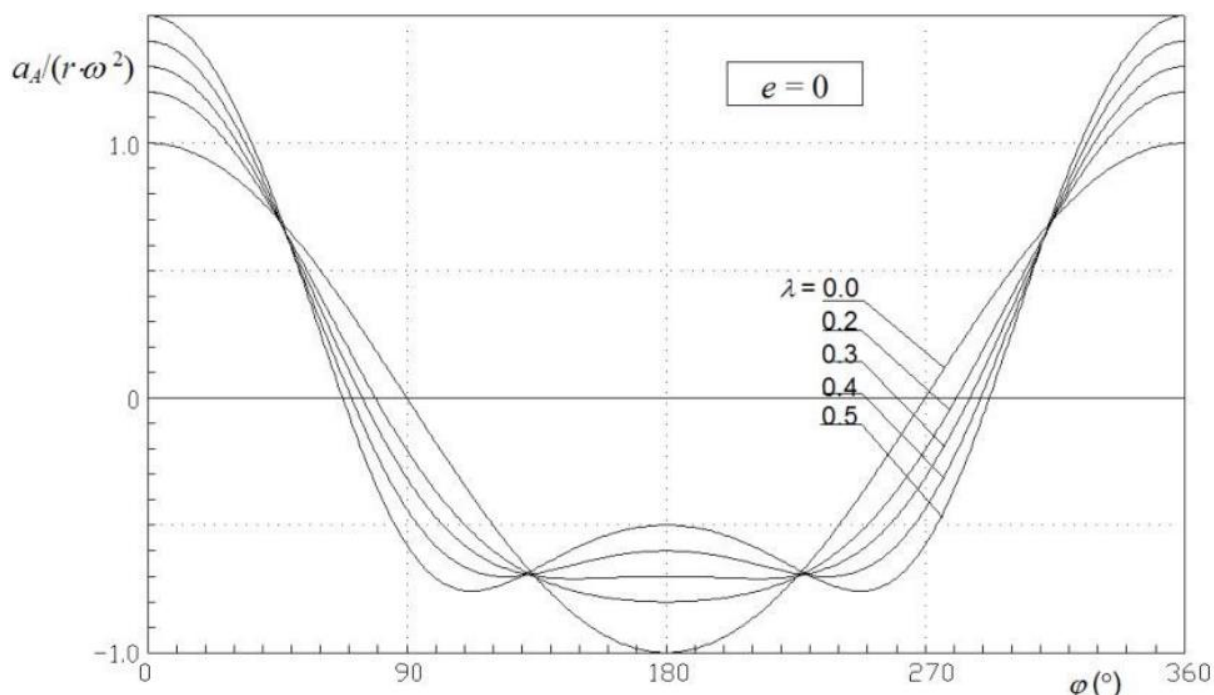
Kad primjenimo gornju jednadžbu sa jednadžbom brzine klipa dobijemo točnu i približnu jednadžbu ubrzanja klipa:

- točna jednadžba ubrzanja

$$a_A = r\omega^2 \left[ \cos\varphi + \lambda \frac{\cos 2\varphi + \lambda^2 \sin^4 \varphi}{\sqrt{(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^3}} \right] + \frac{v_A}{\omega} \frac{d\omega}{dt} \quad (36)$$

- približna jednadžba ubrzanja

$$a_A \approx r\omega^2 (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi) + r(\sin\varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi) \frac{d\omega}{dt} \quad (37)$$



Slika 17. Ubrzanje klipa u ovisnosti o omjeru polužja  $\lambda$  ( $e = 0$ ) [3]

U tablici 1. navedene su najveće relativne greške kod upotrebe približnih jednadžbi za kinematiku koljenastog mehanizma.

Tablica 1. Najveće relativne greške

Omjer polužja $\lambda$	Greška pomaka $\Delta x_A/r$ %	Greška brzine $\Delta x_A/(r\omega)$ %	Greška ubrzanja $\Delta x_A/(r\omega^2)$ %
0.10	0.013	0.016	0.050
0.20	0.102	0.133	0.412
0.25	0.202	0.263	0.820
0.30	0.354	0.462	1.449
0.35	0.572	0.748	2.363
0.40	0.871	1.144	3.644
0.45	1.281	1.675	5.390
0.50	1.795	2.374	7.735

Ako promatramo ubrzanje  $r\omega^2$  s ubrzanjem zemljine gravitacije dobjemo omjer  $k$ .

U tablici 2. prikazan je omjer  $k$  za različite srednje brzine klipa i različite brzine vrtnje.

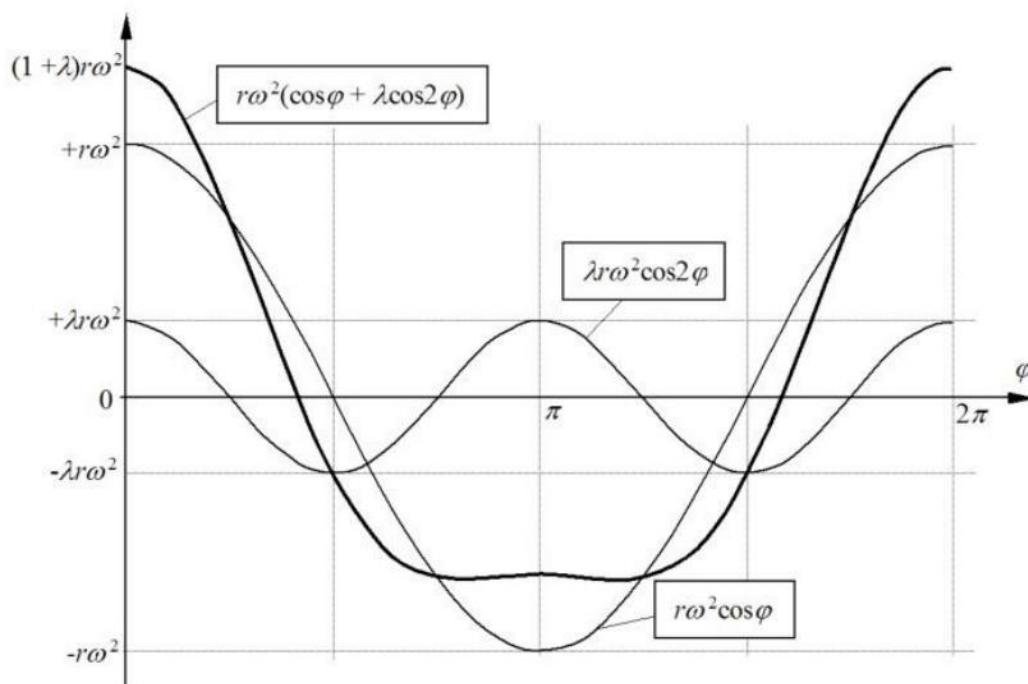
$$c_s = 2sn = 4rn \quad (38)$$

$$k = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{r(2\pi n)^2}{g} = \frac{rn4\pi^2 n}{g} = \frac{c_s n \pi^2}{g} \quad (39)$$

Tablica 2. Omjer  $k$ 

$n, \text{min}^{-1}$	60	90	120	400	500	1000	1500	2400	6000
$c_s = 6 \text{ m/s}$	6.0	9.0	12.1	40.2	50.3	100.6	150.9	241.4	603.6
$c_s = 8 \text{ m/s}$	8.0	12.1	16.1	53.7	67.1	134.0	201.2	321.9	804.9
$c_s = 10 \text{ m/s}$	10.0	15.0	20.0	67.0	84.0	168.0	252.0	402.0	1006.0
$c_s = 12 \text{ m/s}$	12.0	18.1	24.1	80.5	100.6	201.2	301.8	482.9	1207.0

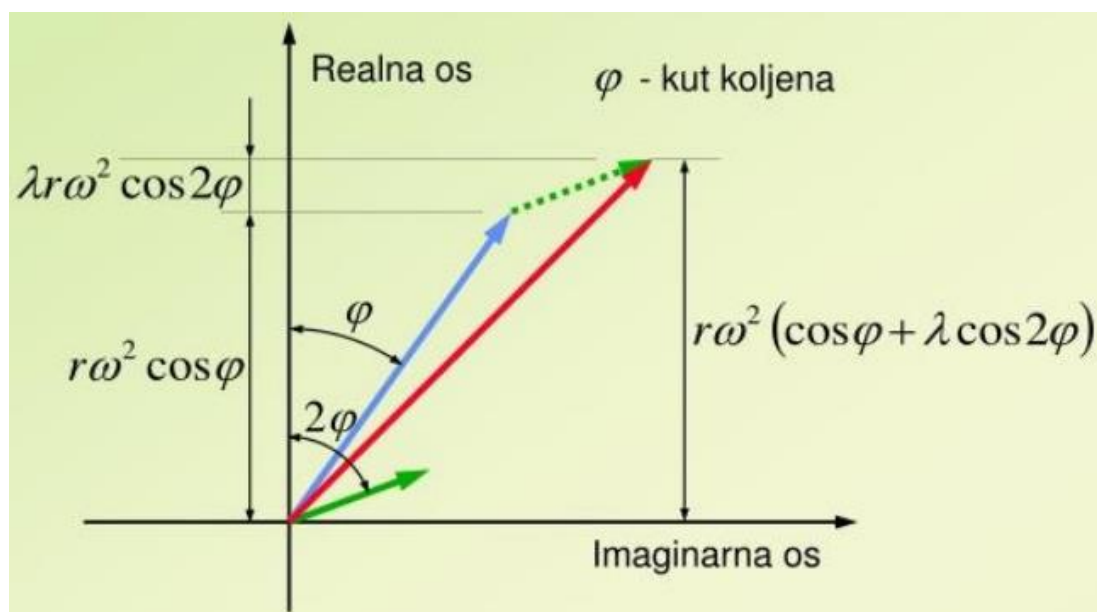
### 2.2.3.1. Harmonijske komponente ubrzanja klipa



Slika 18. Harmonijske komponente ubrzanja klipa [3]

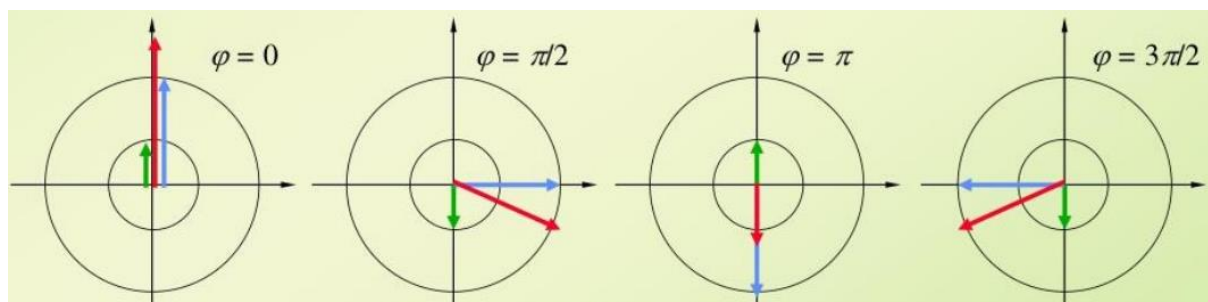
### 2.2.3.2. Prikaz harmonijskih komponenti ubrzanja klipa

Ubrzanja kao vektore možemo prikazati u prostoru kompleksnih brojeva, gdje nam horizontalna os predstavlja imaginarnu os, a vertikalna os nam predstavlja realnu os.



Slika 19. Harmonijske komponente ubrzanja klipa [3]

Na dijagramu sa slike 19. plavom bojom je prikazana komponenta ubrzanja klipa 1. reda i ista je uvijek usmjerena u pravcu koljena i vrti se zajedno s koljenom. Zelenom bojom prikazana je komponenta ubrzanja 2. reda koja se vrti dvostruko brže od koljena. Vektor označen crvenom je vektor ukupnog ubrzanja, tj. vektorska suma komponenata ubrzanja prvog i drugog reda. Na slici 20. predočen je prikaz ubrzanja vektora ubrzanja za četiri položaja koljena.



Slika 20. Vektori ubrzanja za četiri položaja koljena [3]

## 2.3. Dinamika koljenastog mehanizma

### 2.3.1. Sile u koljenastom mehanizmu

Sile u koljenastom mehanizmu izazvane su pritiskom plinova na klip motora, a pomakom klipa pojavljuju se sile inercije oscilirajućih i rotirajućih masa.

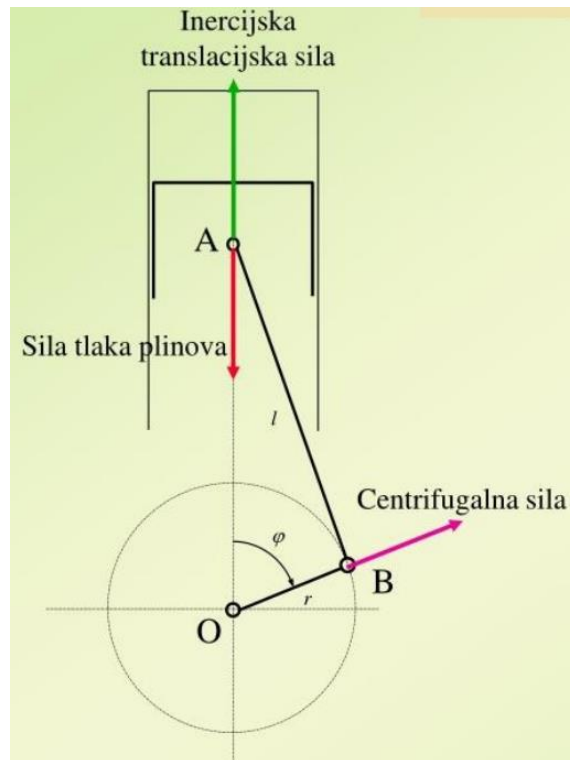
Slika 21. prikazuje sile u koljenastom mehanizmu za jedan cilindar.

- Crvenom strelicom označena je sila pritiska plinova u smjeru prema dolje duž osi cilindra,
- Strelica zelene boje prikazuje inercijsku translacijsku silu, koja također djeluje u smjeru osi cilindra, ali suprotno od sile plinova,
- centrifugalna sila označena je ljubičastom bojom, a njezin smjer je uvijek u smjeru koljena.

Točke A i B su točke u kojima su grupirane mase i to:

- mase koje izvide translacijsko oscilatorno gibanje grupirane su u točki A,
- mase koje se gibaju po kružnici radijusa  $r$  grupirane su u točki B

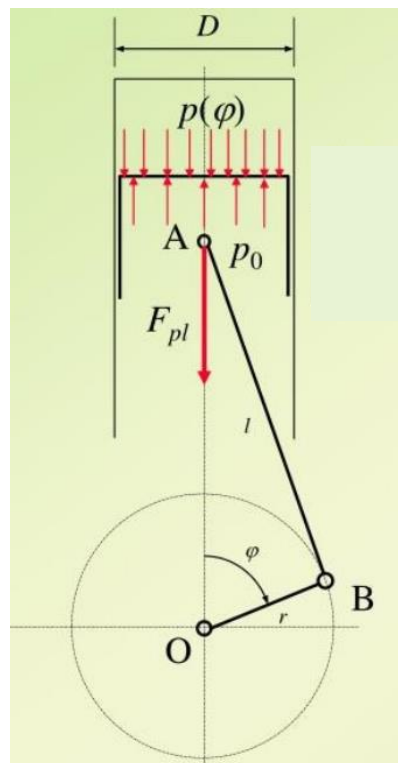
Amplituda inercijskih sila proporcionalna je kvadratu brzine vrtnje.



Slika 21. Sile u koljenastom mehanizmu za jedan cilindar [3]

### 2.3.1.1. Sila pritiska plinova

- Jednoradni stroj



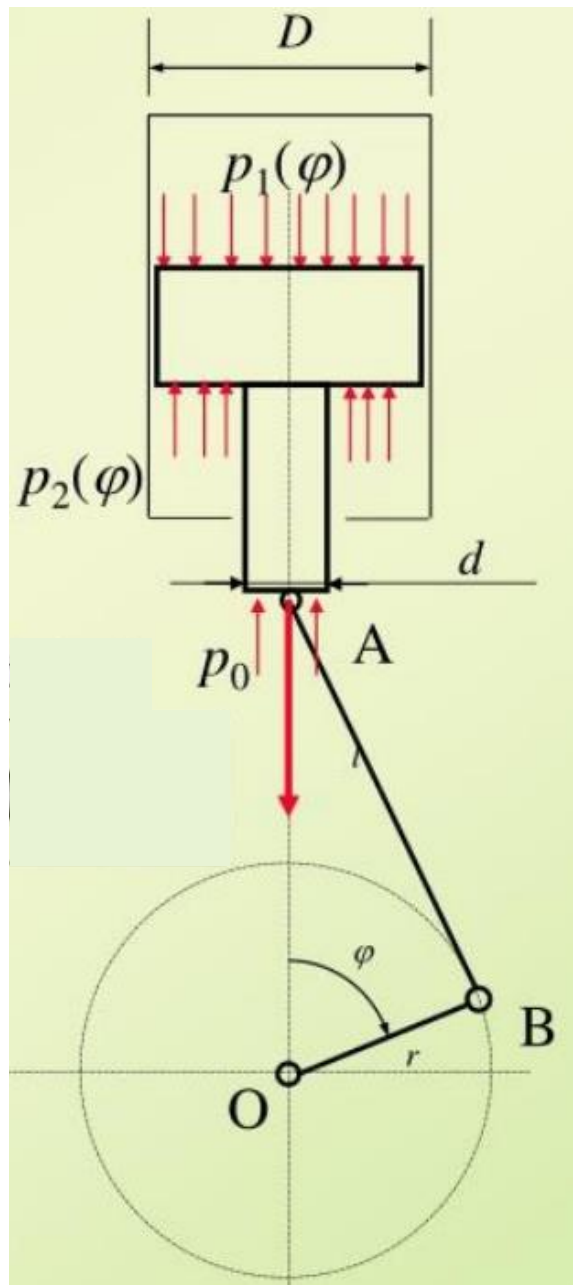
Slika 22. Sila pritiska plinova kod jednoradnog stroja [3]



Jednadžba pritiska plinova za jednoradni stroj

$$F_{pl} = \frac{D^2\pi}{4} (p(\varphi) - p_0) \quad (40)$$

- Dvoradni stroj



Slika 23. Sila pritiska plinova kod dvoradnog stroja [3]

Jednadžba pritiska plinova za dvoradni stroj

$$F_{pl} = \frac{D^2\pi}{4} p_1(\varphi) - \frac{(D^2-d^2)\pi}{4} p_2(\varphi) - \frac{d^2\pi}{4} p_0 \quad (41)$$

## 2.3.1.2. Inercijska translacijska sila klipnog mehanizma

Točka "A"

$$F_{in,A} = -m_A a(\varphi) \quad (42)$$

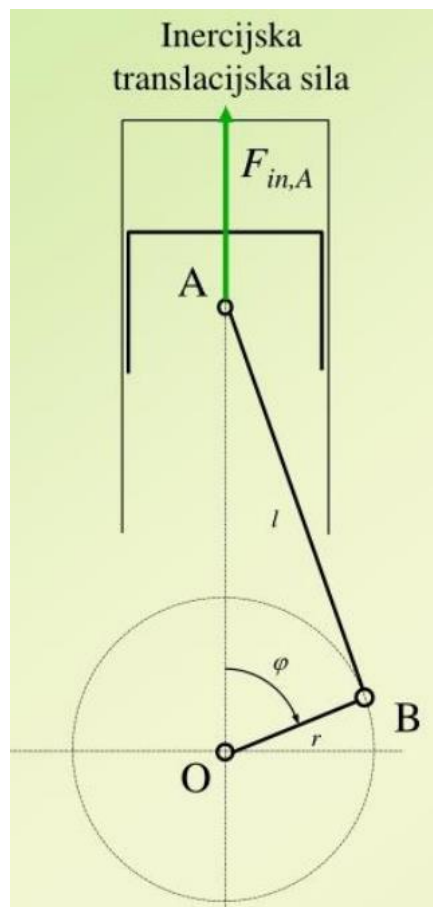
$$F_{in,A} = m_A r \omega^2 (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (43)$$

$$F_{in,A} = m_A r \omega^2 \cos\varphi + m_A \lambda r \omega^2 \cos 2\varphi \quad (44)$$

U jednadžbi za inercijsku translacijsku silu član  $m_A r \omega^2 \cos\varphi$  predstavlja silu prvog reda, a član  $m_A \lambda r \omega^2 \cos 2\varphi$  predstavlja silu drugog reda.

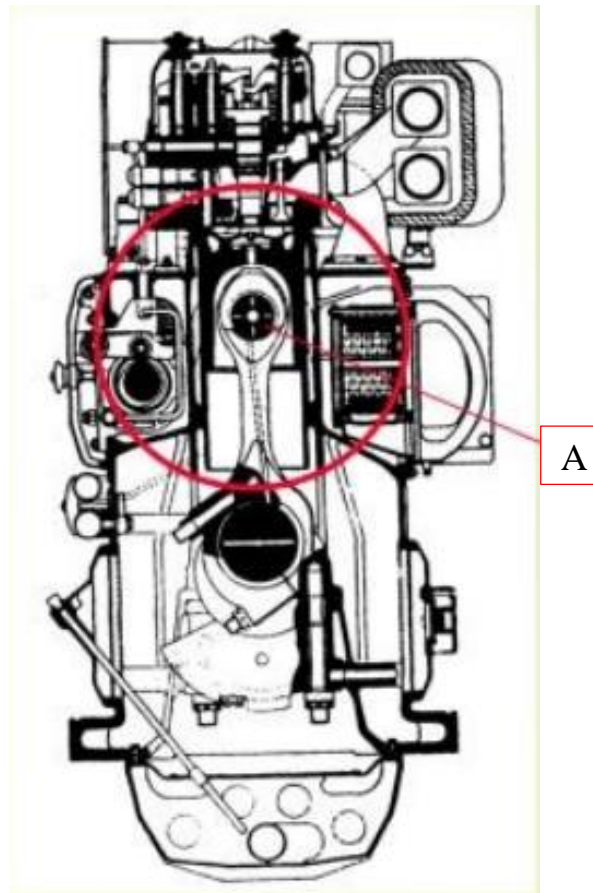
Da bi izračunali inercijsku translacijsku silu moramo znati što sve čini masu točke A. Može se reći da masu u točki A kod klipnog mehanizma čini masa dijelova koncentriranih u toj točki, i to:

- masa klipa kompletno s klipnim prstenima i osovinicom i
- reducirana masa ojnice u točki a.



Slika 24. Položaj inercijske translacijske sile u klipnom mehanizmu [3]

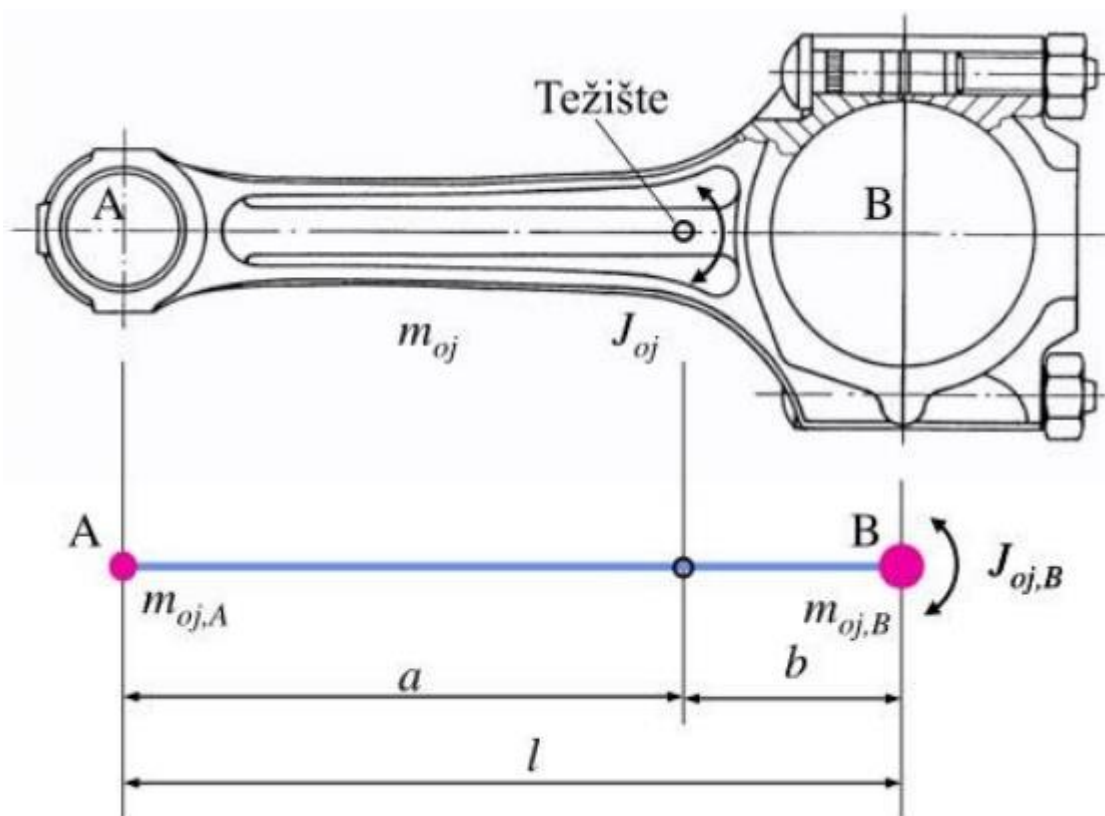
Točka A označena je na presjeku motora na slici 25.



Slika 25. Točka A kod klipnog mehanizma [3]

Da bi izračunali inercijsku translacijsku silu, potrebno je odrediti masu dijelova koji izvode čistu translaciju. Masu klipa s klipnim prstenima i osovinicom određujemo vaganjem dijelova. Osim dijelova koji izvode čistu translaciju moramo odrediti i dio reducirane mase klipnjače (u daljnjem tekstu ojnice) u točki A, koja također izvodi translacijsko gibanje. To ne možemo odrediti vaganjem, već će se taj dio reducirane mase ojnice zamijeniti sustavom od dvije točkaste mase. Da bi to napravili potrebni su nam slijedeći podaci za ojnicu:

- masa ojnice  $m_{oj}$
- duljina ojnice  $l$  i to od osi ležaja male pesnice do osi ležaja velike pesnice ojnice
- položaj težišta ojnice
- moment inercije ojnice  $J_{oj}$  oko težišta u ravnini gibanja mehanizma



Slika 26. Ojnica s potrebnim dimenzijama [3]

Da bi dobili dio reducirane mase ojnice, ukupnu ojniciu zamijenjujemo sa sustavom dvije točkaste mase  $m_{oj,A}$  i  $m_{oj,B}$  (bez vlastitih momenata inercije) i zaostalim momentom inercije  $J_{oj,B}$  u točki B.

Izraz za očuvanje mase ojnice glasi:

$$m_{oj} = m_{oj,A} + m_{oj,B} \quad (45)$$

Jednadžba za očuvanje položaja težišta ojnice glasi:

$$m_{oj,A} a = m_{oj,B} b \quad (46)$$

Jednadžba za očuvanje momenta inercije ojnice glasi:

$$J_{oj} = m_{oj,A} a^2 + m_{oj,B} b^2 + J_{oj,B} \quad (47)$$

$$m_{oj,A} = m_{oj,B} \frac{b}{a} \quad (48)$$

$$m_{oj} = m_{oj,B} \frac{b}{a} + m_{oj,B} \quad (49)$$

$$m_{oj,A} = m_{oj} \frac{b}{l} \quad (50)$$

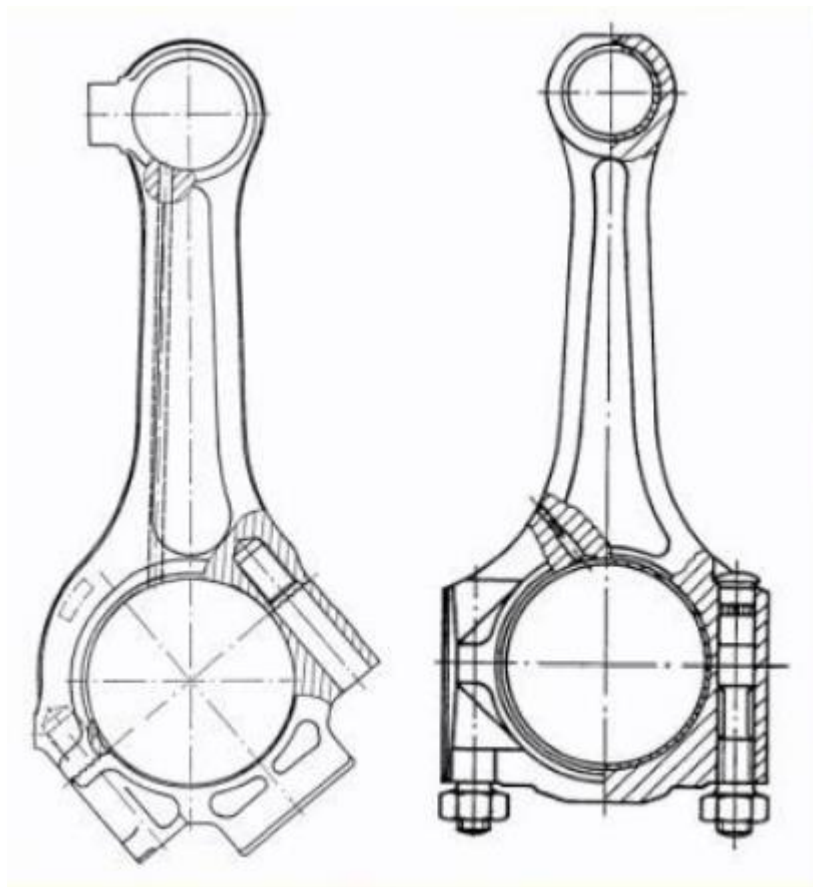
$$m_{oj,B} = m_{oj} \frac{a}{l} \quad (51)$$

Moment inercije ojnice  $J_{oj}$  oko težišta u ravnini gibanja mehanizma

$$J_{oj} = m_{oj} \frac{b}{l} a^2 + m_{oj} \frac{a}{l} b^2 + J_{oj,B} \quad (52)$$

$$J_{oj,B} = J_{oj} - m_{oj} ab \left( \frac{a}{l} + \frac{b}{l} \right) = J_{oj} - m_{oj} ab \quad (53)$$

$$\text{za } J_{oj,B} = 0 \rightarrow J_{oj} = m_{oj} ab \quad (54)$$



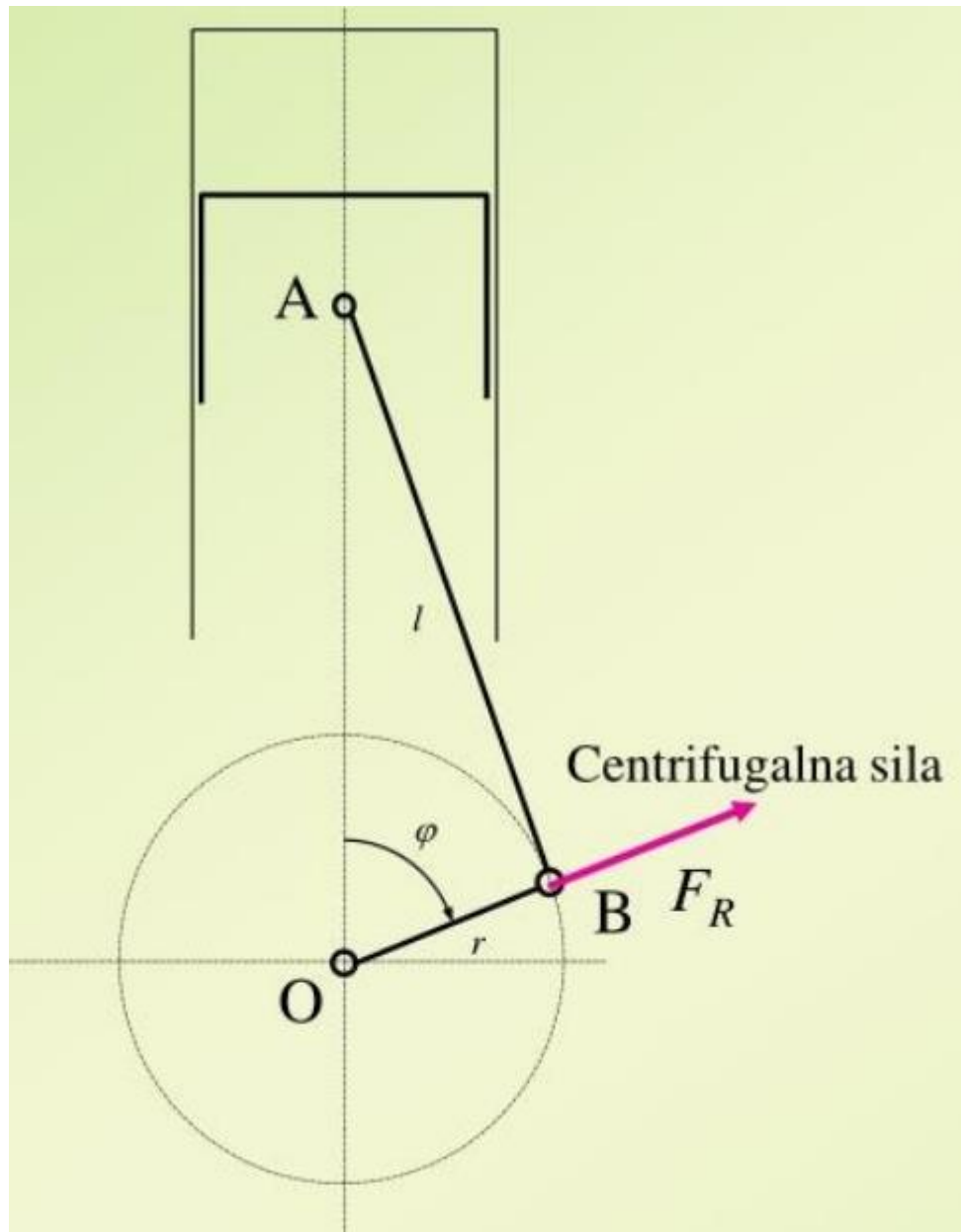
Slika 27. Praktična veličina ojnice za 4T motore [3]

$$m_{oj,A} \approx \frac{1}{3} m_{oj}$$

$$m_{oj,B} \approx \frac{2}{3} m_{oj}$$

$$J_{oj,B} \approx 0$$

## 2.3.1.3. Centrifugalna sila



Slika 28. Centrifugalna sila na koljenastom vratilu [3]

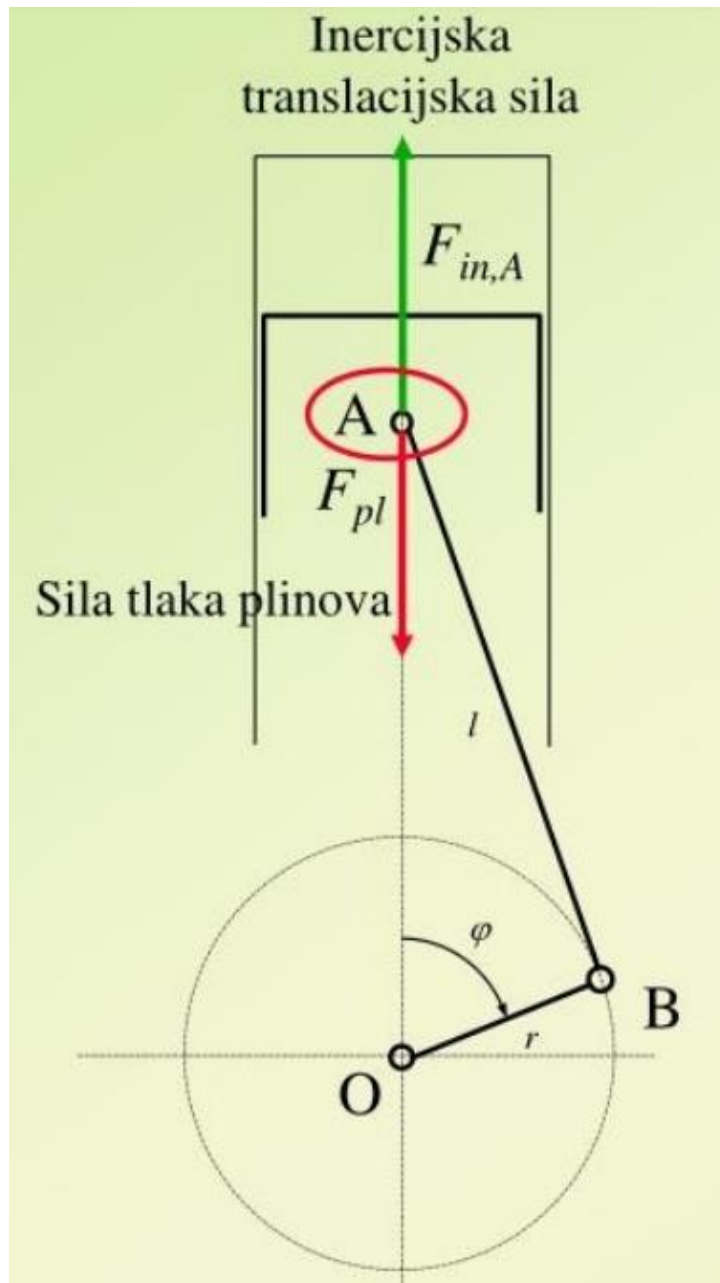
$$F_R = m_B r \omega^2 \quad (55)$$

Centrifugalna sila nalazi se u ravnini gibanja koljenastog mehanizma i uvijek djeluje u smjeru koljena. Veličina centrifugalne sile je konstantna ukoliko je i brzina vrtnje konstantna. Uz konstantnu brzinu vrtnje centrifugalna sila se ne mijenja po veličini već se samo mijenja smjer djelovanja. Ako pogledamo izraz za centrifugalnu silu, vidimo da se njena veličina mijenja proporcionalno kvadratu brzine.

## 2.3.2. Sile u koljenastom mehanizmu jednog cilindra

## Sile u točki „A“

Inercijska sila translacijskih masa i sila pritiska plinova djeluju u točki A prema slici 29.



Slika 29. Djelovanje sila u točki A [3]

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{pl} + \vec{F}_{in,A} \quad (56)$$

$$F_A = \frac{D^2\pi}{4} (p(\varphi) - p_0) - m_A r \omega^2 (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (57)$$

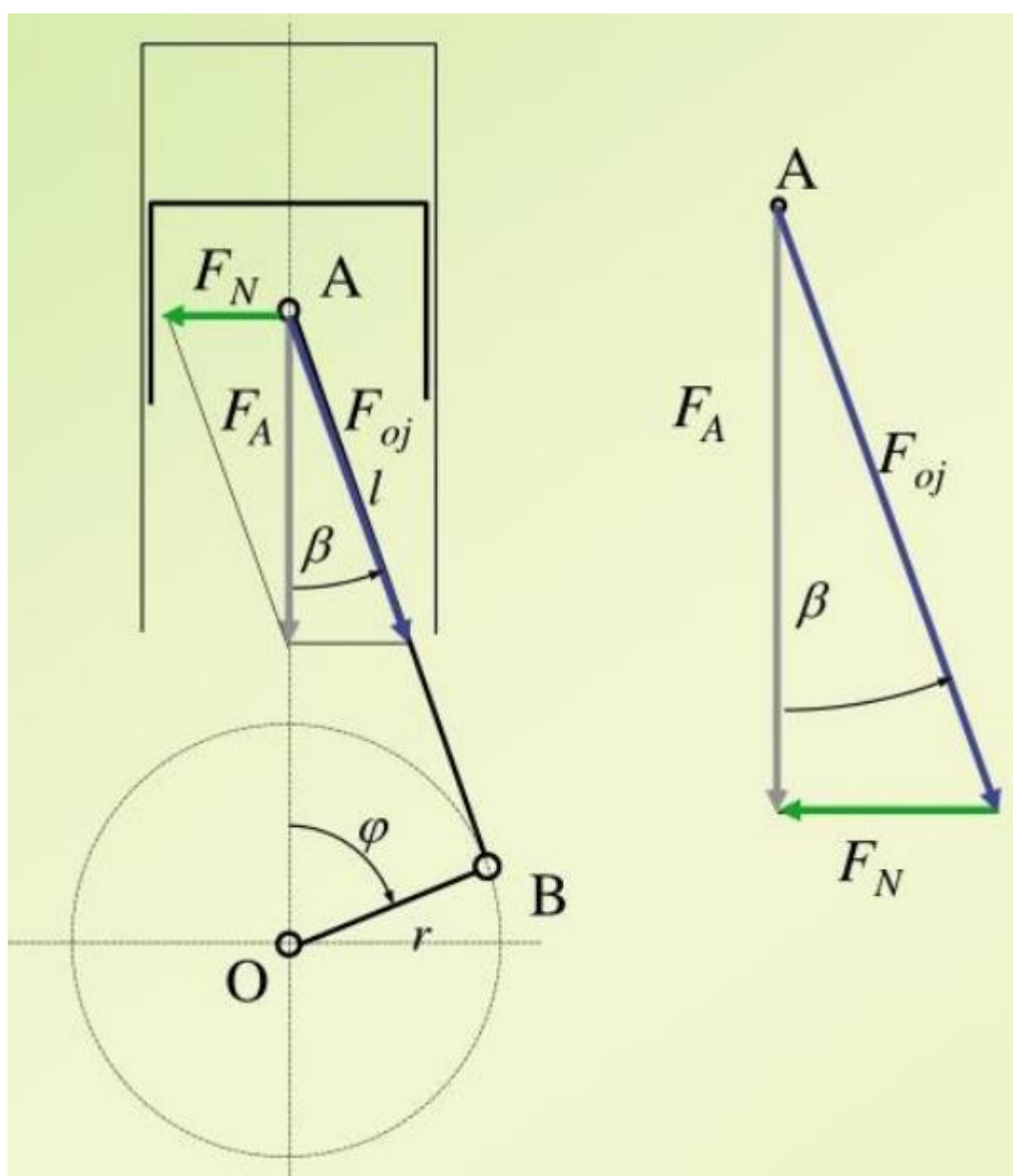
Sila  $F_A$  je ukupna sila koje djeluje u točki A i rastavlja se na silu koja se prenosi duž ojnice  $F_{oj}$  i silu oslanjanja klipa na kliznu površinu  $F_N$ . Sila trenja između klipa i cilindra pritom se zanemaruje. Prikaz sile  $F_A$  i njezino rastavljanje prikazano je na slici x.

Kada je mehanizam u GMT kažemo da je u neutralnom položaju i tada je ojnica otklonjena za kut  $\beta$  od neutralnog položaja. Sila koja djeluje duž ojnice je:

$$F_{oj} = \frac{F_A}{\cos\beta} \quad (58)$$

Klip se oslanja na kliznu stazu sa silom  $F_N$  :

$$F_N = F_A \tan\beta \quad (59)$$

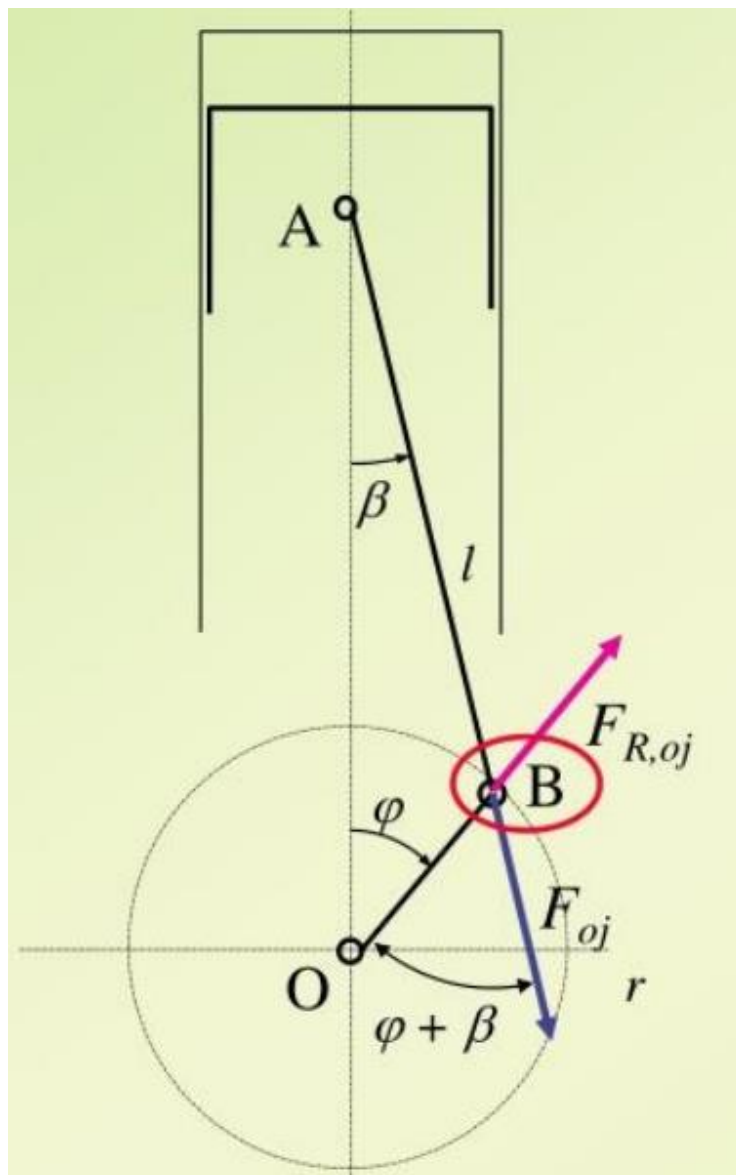


Slika 30. Rastavljanje sile u točki A klipnog mehanizma [3]



**Sile u točki „B“**

Sile koje djeluju u točki B prikazane su na slici 31. Sila označena plavom bojom je sila u ojnici  $F_{oj}$  i prenosi se od točke A duž ojnice. Ljubičastom bojom označena je centrifugalna sila  $F_{R,oj}$  koja djeluje u smjeru koljena, a djeluje na reduciranoj masi ojnice u točki B.



Slika 31. Sile u točki B [3]

$$F_{R,oj} = m_{oj,B} r \omega^2 \quad (60)$$

$$F_{oj} = \frac{F_A}{\cos \beta} \quad (61)$$

Na slici 32 prikazana je rezultantna sila u točki B s njezinim komponentama i to:

$F_B$  – rezultantna sila za točku B, a sa slike vidimo da je to zbroj sila  $F_{oj}$  i  $F_{R,oj}$ .

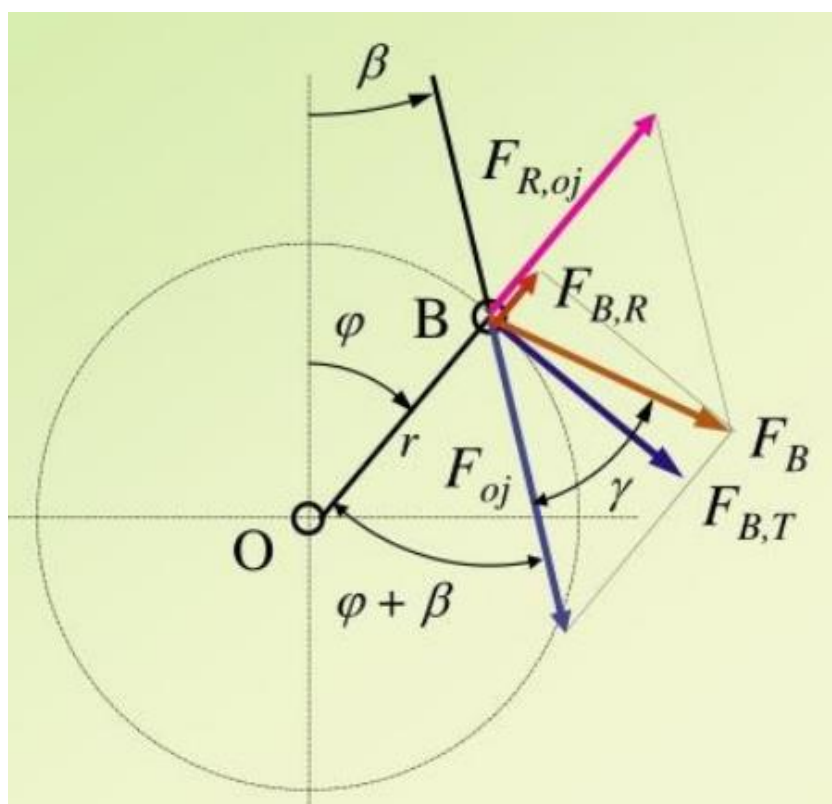
$F_{B,T}$  – tangencijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,T} = F_{oj} \sin(\varphi + \beta) = F_A \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos\beta} \quad (62)$$

$F_{B,R}$  – radijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,R} = F_{R,oj} - F_{oj} \cos(\varphi + \beta) = m_{oj,B} r \omega^2 - F_A \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos\beta} \quad (63)$$

$\gamma$  – kut odklona sile  $F_B$  s obzirom na os ojnice



Slika 32. Rezultantna sila u točki B s njezinim komponentama [3]

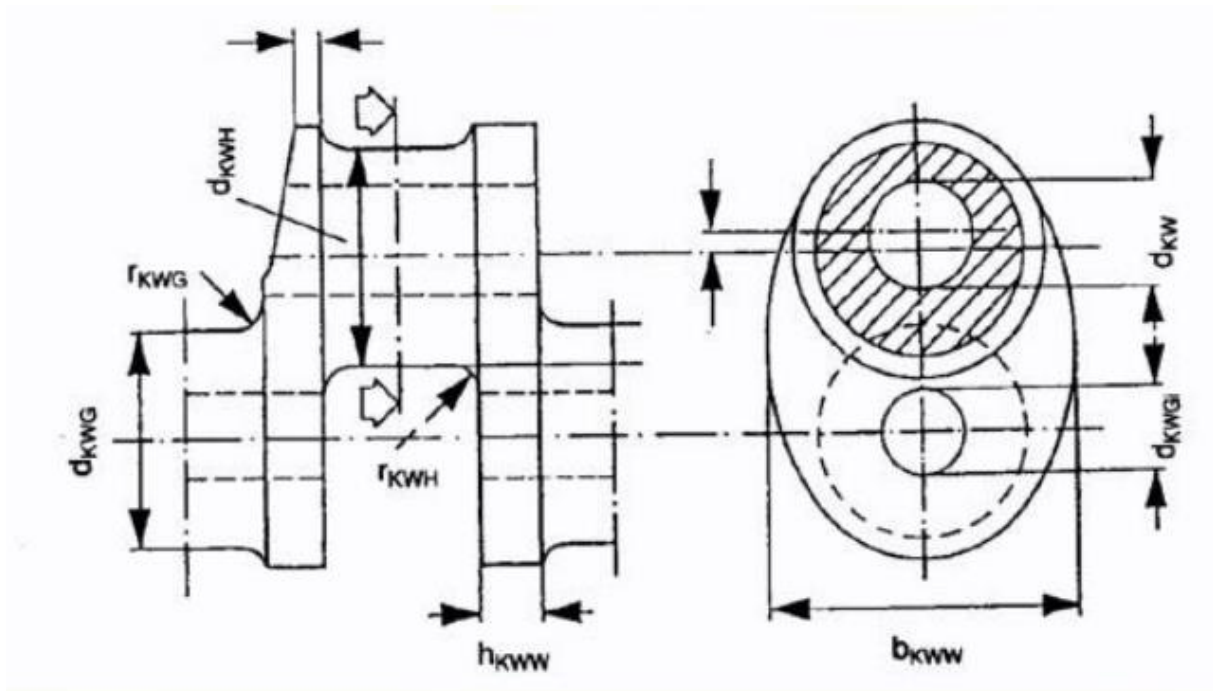
Sada je moment u koljenastom vratilu:

$$M_{KV,1} = r F_{B,T} \quad (64)$$

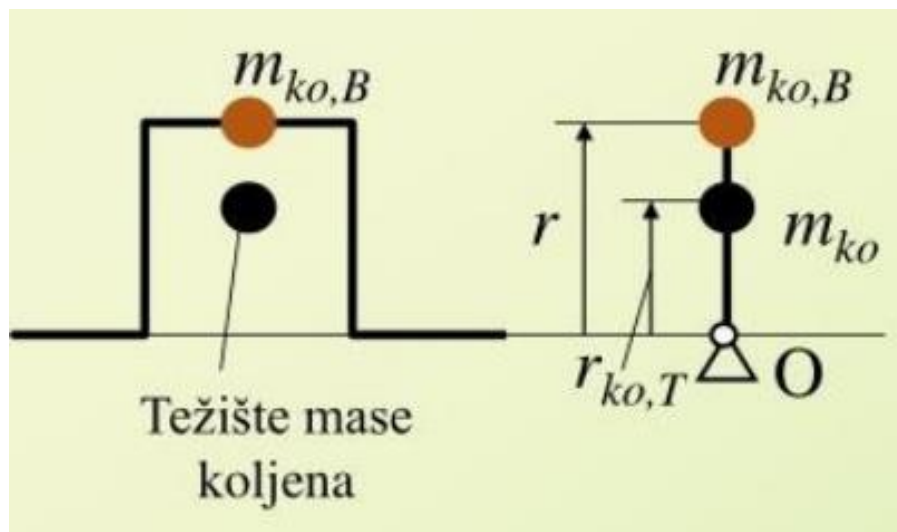
$$F_B = \sqrt{F_{B,R}^2 + F_{B,T}^2} \quad (65)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - (\varphi + \beta) + \arctan\left(\frac{F_{B,R}}{F_{B,T}}\right) \quad (66)$$

## Reducirana masa koljena



Slika 33. Djelomični crtež koljena [3]



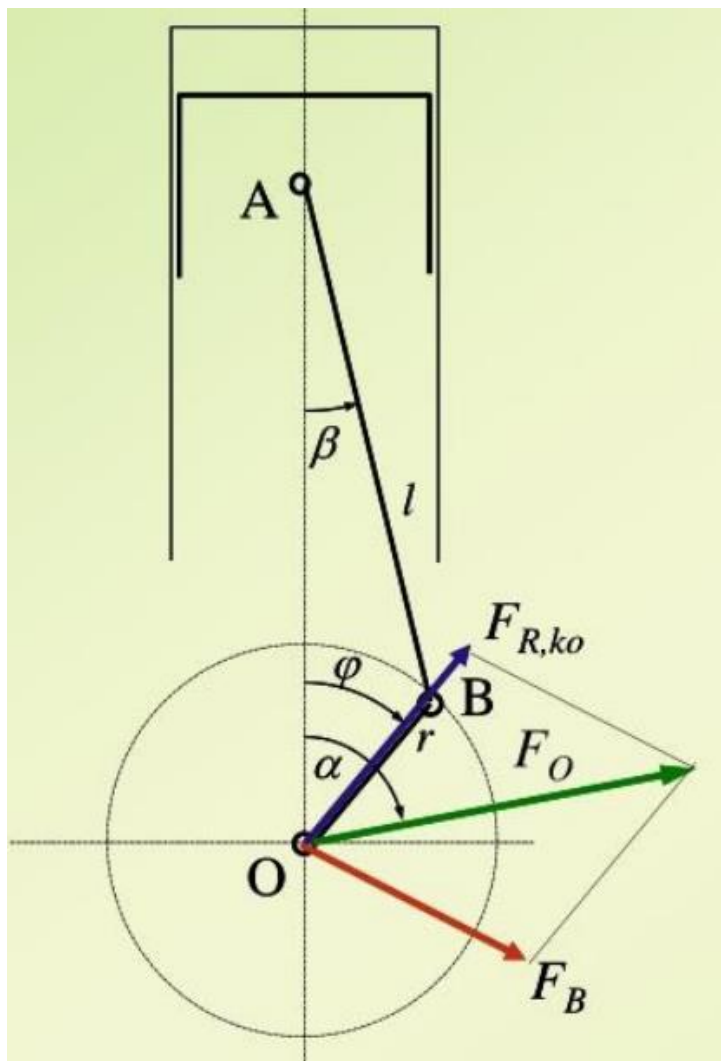
Slika 34. Položaj težišta mase koljena [3]

$$m_{ko,B} = m_{ko} \frac{r_{ko,T}}{r} \quad (67)$$

## Sile u točki „O“

U točki O koljenastog mehanizma djeluju sljedeće sile:

- Sila  $F_B$  koja se kao rezultatna sila iz točke B prenosi na temeljni ležaj
- Centrifugalna sila  $F_{R,ko}$  koja je u stvari centrifugalna sila  $F_{R,oj}$  koja dijeluje na masi koljena reduciranoj u zočki B i ima smjer koljena.



Slika 35. Sile u točki „O“ [3]

$$F_{R,ko} = m_{ko,B} r \omega^2 \quad (68)$$

$$F_B = \sqrt{F_{B,R}^2 + F_{B,T}^2} \quad (69)$$

Sada rezultantna sila u zočki O glasi:

$$\vec{F}_O = \vec{F}_B + \vec{F}_{R,ko} \quad (70)$$

$$F_O = \sqrt{F_{B,T}^2 + (F_{R,ko} + F_{B,R})^2} \quad (71)$$

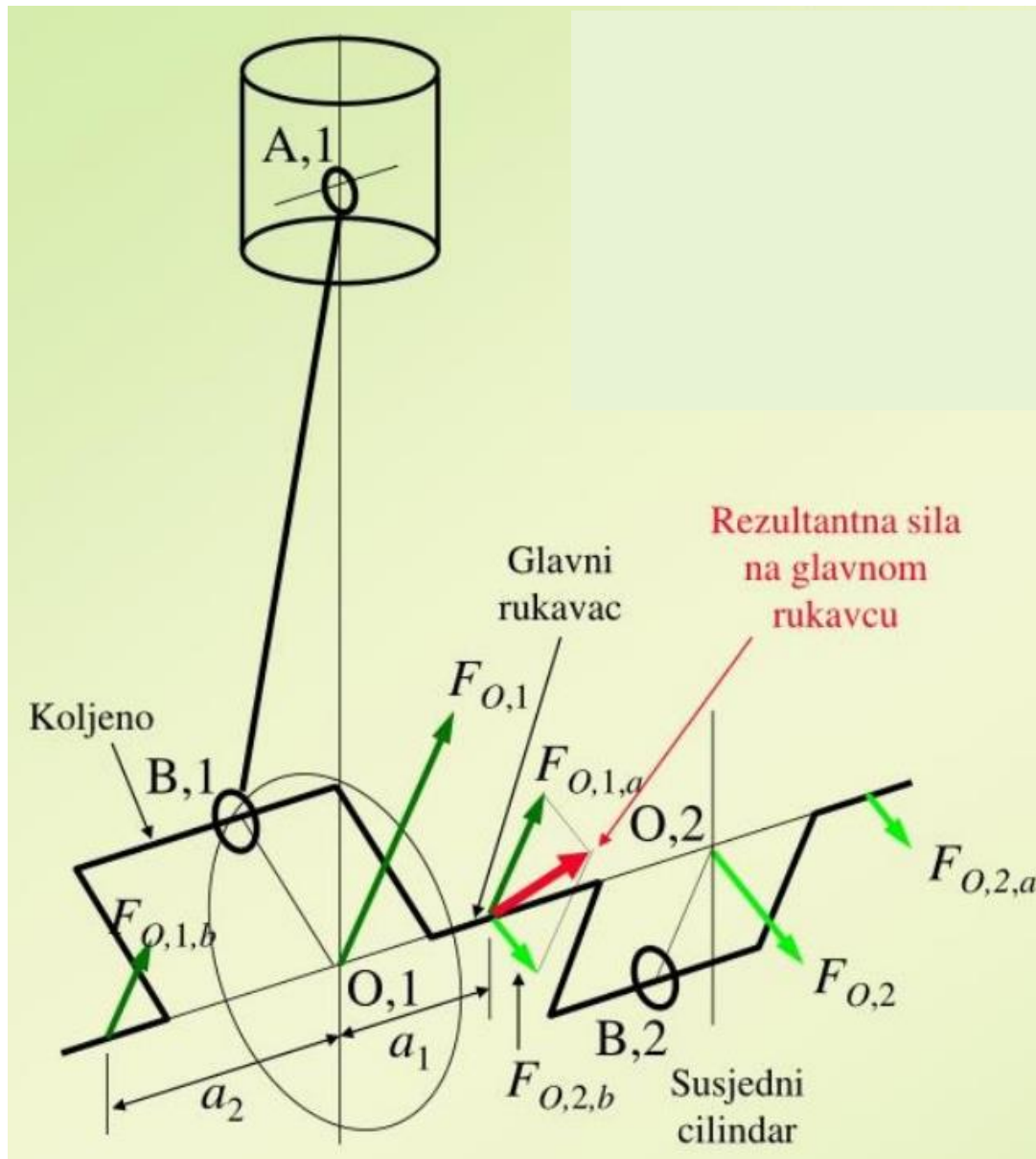
$$\alpha = \varphi + \arctan\left(\frac{F_{B,T}}{F_{R,ko} + F_{B,R}}\right) \quad (72)$$

Tangencijalna komponenta sile  $F_B$  ostvaruje okretni moment  $F_{B,T} \times r$  i okreće koljenasto vratilo, a glavne ležajeve koljenastog vratila opterećuje radijalna sila  $F_{B,R}$ . U osi rotacije O dodana je i oduzeta sila u ojnici  $F_{oj}$  i time nije narušena ravnoteža sila klipnog mehanizma. Oslonci motora preuzimaju moment reakcije kućišta te se može zaključiti kako je sila plinova uravnotežena unutar cilindra. Naime, reakcije koje stvara pritisak plinova na stjenkama cilindra uravnotežene su unutar kućišta motora zbog toga što tlak djeluje na sve strane jednako unutar samog cilindra. Moment koji proizvodi sila plinova uravnotežen je otporima u motoru i vanjskim opterećenjem na koljenastom vratilu. S druge strane, nejednolikost sile plinova ima za posljedicu nejednolikost zakretnog momenta, a to pojačava vibracije motora u osloncima i uzrok je torzijskih vibracija što kao rezultat stvara zamorne lomove koljenastog vratila.

Neuravnotežena ostaje samo sila inercije  $F_{in}$  za oscilirajuće mase i ista uzrokuje vibracije koje motor u kojem vibracije nastaju prenosi na oslonce, to jest karoseriju motora.

## 2.3.3. Rastavljanje rezultantne sile na glavne rukavce

Rezultantna sila  $F_O$  rastavlja se na komponente, a iste djeluju na glavnim rukavcima. Samo koljeno se vrti oko uzdužne osi koljenastog vratila i oslonjeno je na susjedne glavne rukavce. Kod motora s više cilindara, na istome rukavcu djelovati komponente rezultantne sile  $F_O$  od oba susjedna cilindra.

Slika 36. Rastavljanje sile  $F_O$  na glavne rukavce [3]

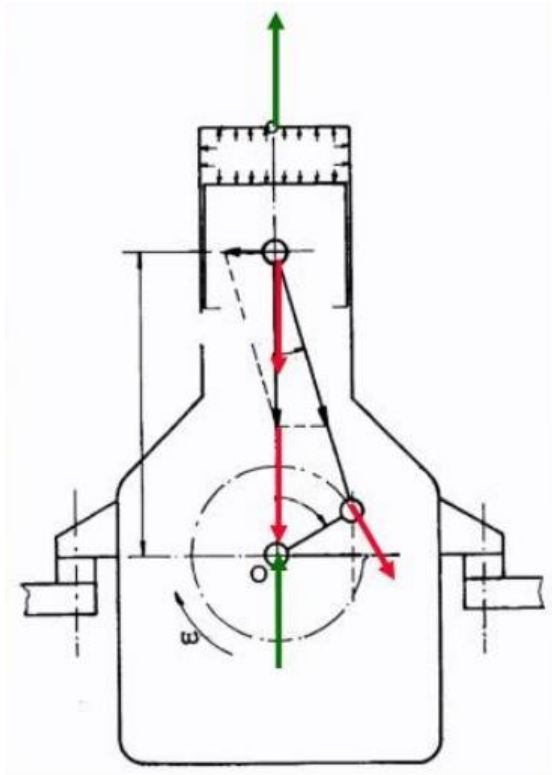
$$F_{O,1,a} = F_{O,1} \frac{a_2}{a_1 + a_2} \quad (73)$$

$$F_{O,1,b} = F_{O,1} \frac{a_1}{a_1 + a_2} \quad (74)$$

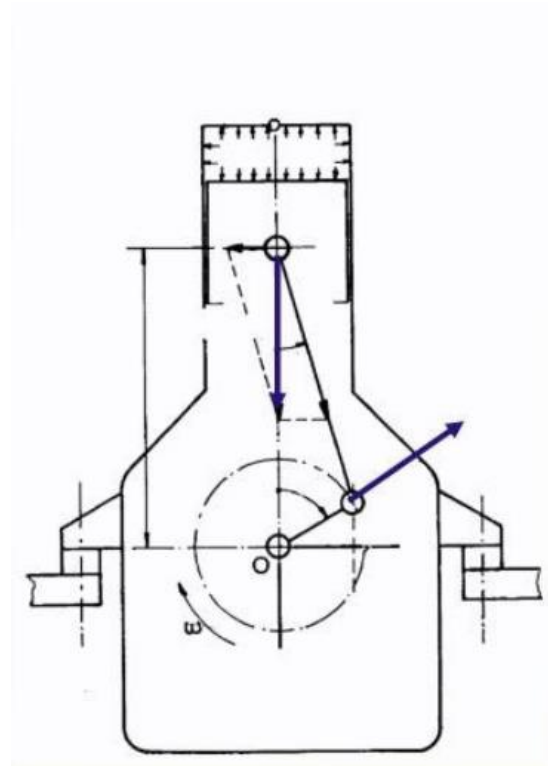
## 2. PRAKTIČNI DIO

### 3.1. Uravnoteženje inercijskih sila

Na klip i na cilindarsku glavu djeluju sile pritiska plinova. Temeljni ležaj je taj koji na sebe prima silu s klipa, a tu silu uravnotežuje sila koja se s cilindarske glave prenosi na nosače ležaja kroz kućište motora. zbog pogonskog moment motora na kućištu se javlja reakcija, slika 37.



Slika 37. Sile na temeljnom ležaju [3]

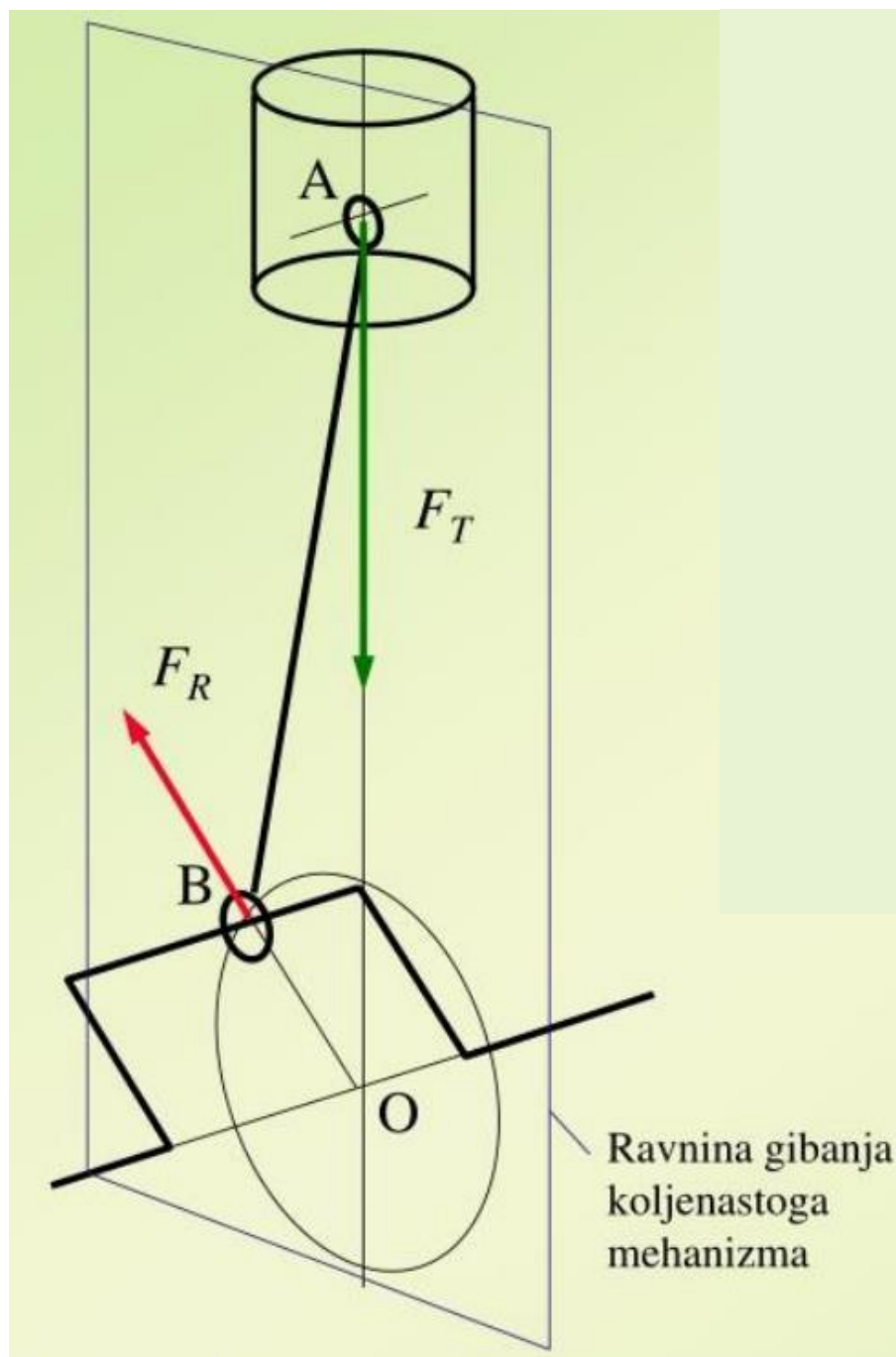


Slika 38. Inercijske sile na dijelovima u gibanju [3]

Ako promatramo inercijske sile vidimo da one djeluju samo na dijelove u gibanju. Inercijskim silama se ne suprotavlja nikakva sila u kućištu motora. kako im se ništa ne suprotavlja te sile nazivamo slobodnim silama ili neuravnoteženim silama, slika 38.

## 3.1.1. Inercijske sile u mehanizmu jednog cilindra

Sila,  $F_T$ , je inercijska sila masa u translaciji i djeluje u smjeru gibanja točke A. Kako se klip giba od GMT do DMT i obrnuto ona je u jednom trenutku pozitivna, a sljedeći trenutak negativna i kako se mijenja kut koljena tako se mijenja i njezina veličina, ali uvijek djeluje samo duž pravca koji prolazi kroz točke A i O, slika 39.



Slika 39. Inercijske sile u mehanizmu jednog cilindra [3]



U smjeru koljena uvijek djeluje centrifugalna sila,  $F_R$ . Kod konstantne brzine koljenastog vratila je i centrifugalna sila konstantna. Ako promatramo ravninu gibanja koljenastog mehanizma, vidimo da vrh vektora centrifugalne sile pri svojoj rotaciji, zajedno s koljenom, opisuje kružnicu.

Jednadžba translacijske inercijske sile,  $F_T$ , glasi:

$$F_T = F_{T,I} + F_{T,II} = m_T r \omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (75)$$

Jednadžba centrifugalne sile,  $F_R$ , glasi:

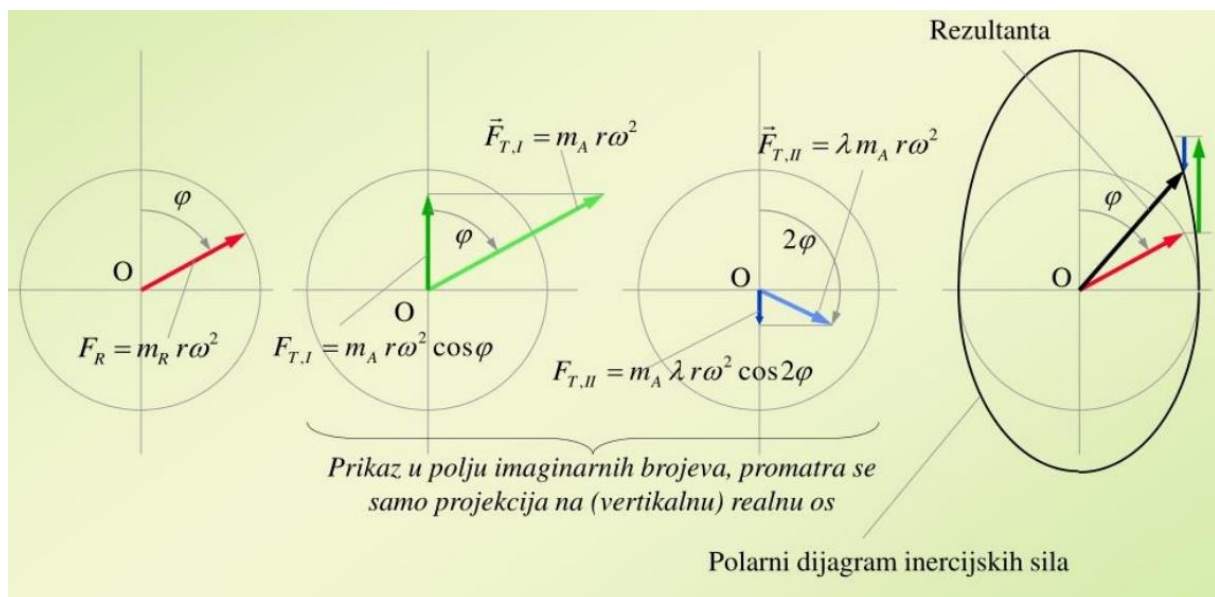
$$F_R = m_R r \omega^2 \quad (76)$$

Pri čemu translacijske inercijske sile,  $F_{T,I}$  za kut  $\varphi$  i  $F_{T,II}$  za kut  $2\varphi$ , glase:

$$F_{T,I} = m_T r \omega^2 \varphi \quad (77)$$

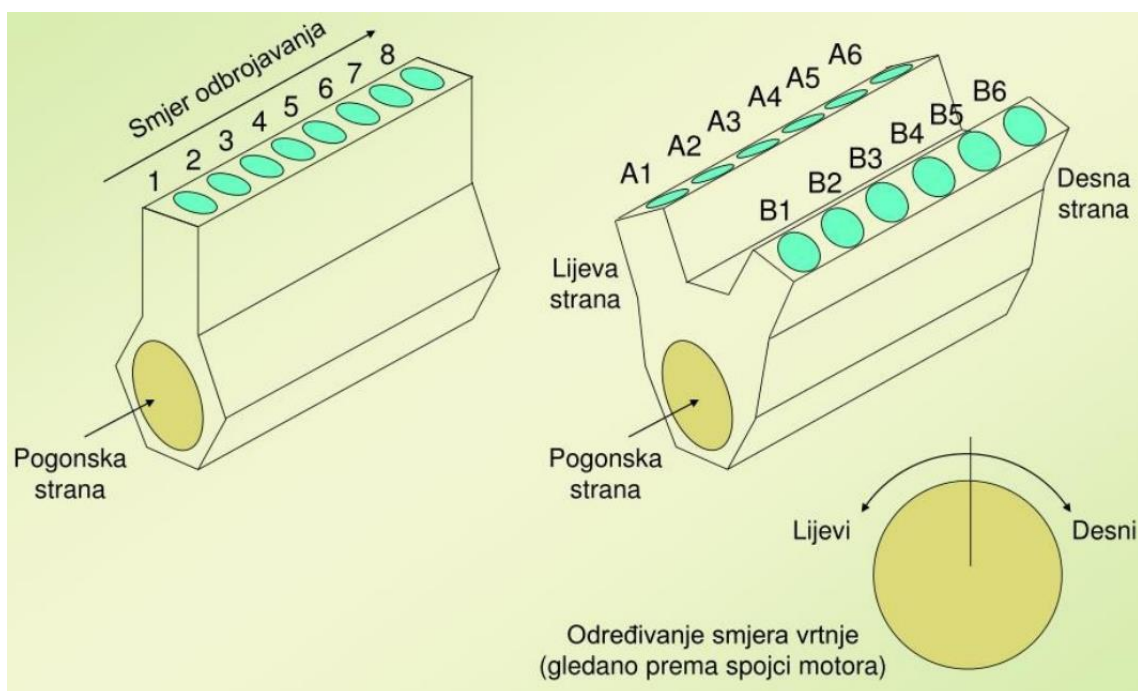
$$F_{T,II} = m_T \lambda r \omega^2 2\varphi \quad (78)$$

Ukupne inercijske sile za jedan cilindar prikazane su na slici 40.



Slika 40. Ukupne inercijske sile za jedan cilindar [3]

Za daljnje razmatranje vrlo je bitno označavanje cilindra motora. Standardno označavanje cilindra kreće od pogonske strane, kao što prikazuje slika 41.



Slika 41. Standardno označavanje cilindra motora [3]

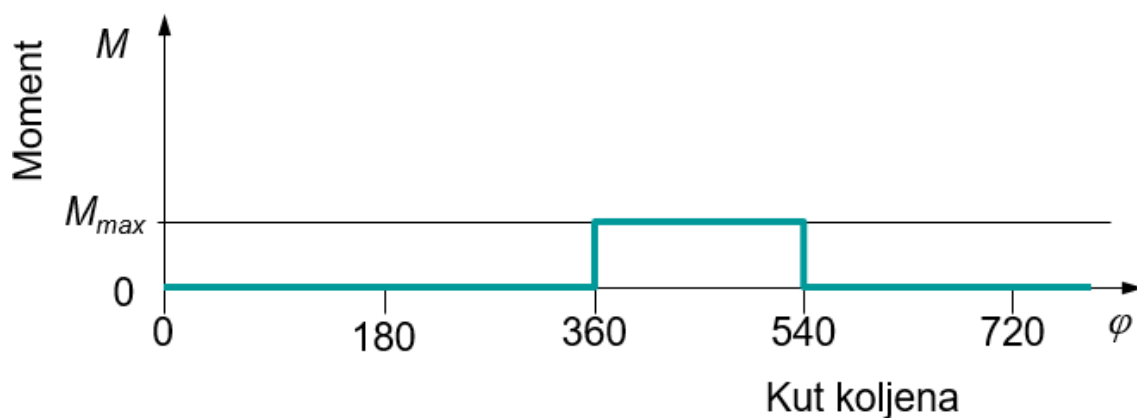
U većini vozila koriste se benzinski i dizelski motori, koji spadaju u grupu klipnih motora. Rad motora i opis taktova dan je u uvodnom dijelu, a vrlo važno za napomenut je da od četiri takta samo je jedan radni, a ostala tri možemo nazvati balastom. S obzirom na to postoji nekoliko razloga za motore s više cilindara, i to:

- Primjenom različitog broja jednakih cilindara, imamo motore u širokom području snaga,
- Dobije se ujednačavanje izlaznog momenta motora i
- Unutarnju ravnotežu inercijskih sila motora.

Proces koji se odvija u pojedinom cilindru raspodijelimo po periodi procesa, tako da:

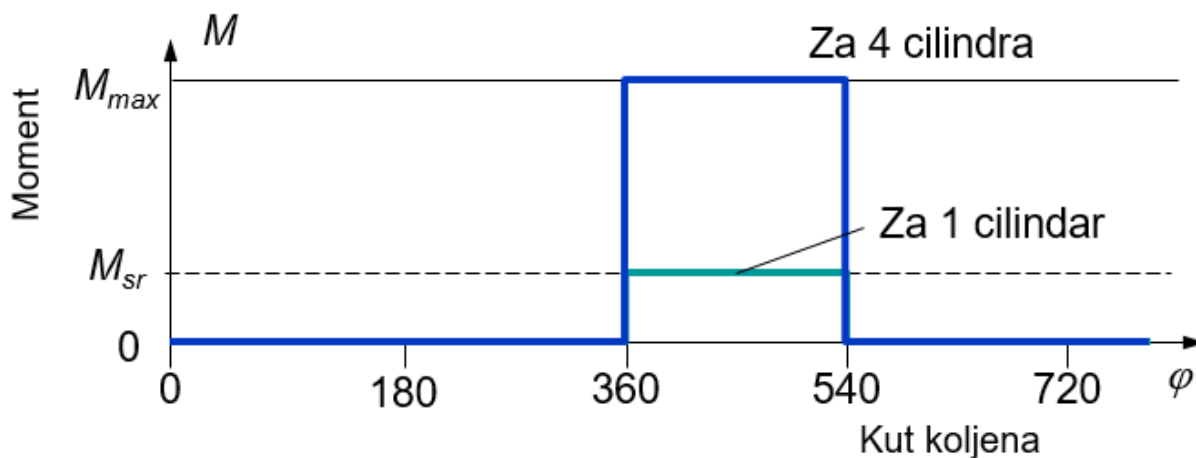
- pretpostavimo si motor izveden s 4 jednaka cilindra i u svakom cilindru se odvija jednaki proces,
- ujednačeni moment na spojci motora dobit ćemo pravilnim rasporedom koljena na koljenastom vratilu,
- pojednostavljenjem četverotaktnog procesa jednog cilindra, možemo lakše pristupiti rješavanju problema uravnoteženja motora.

Pretpostavlja se da pogonski moment dobivamo samo tijekom ekspanzije u cilindru kako je prikazano na slici 42.



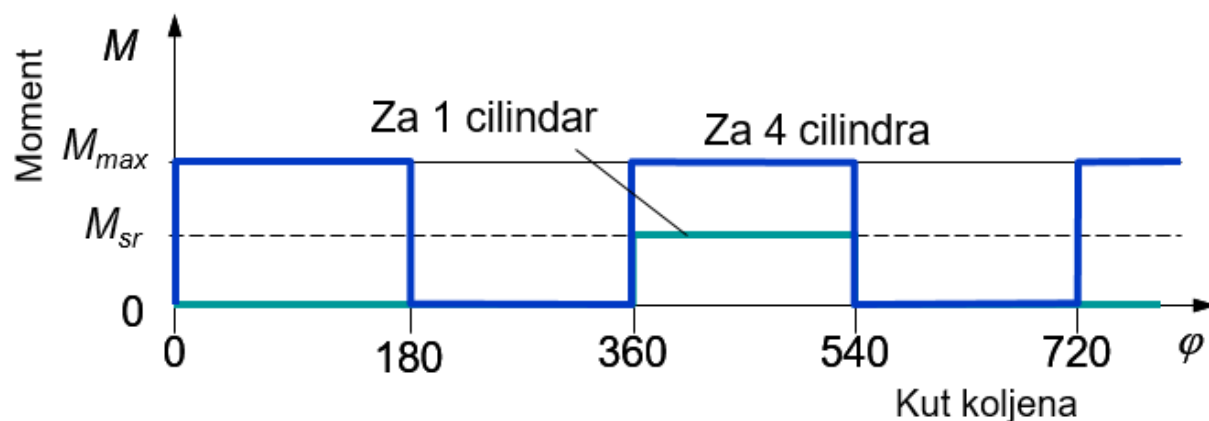
Slika 42. Moment za treći takt cilindra- ekspanzija [3]

Ako pretpostavimo da se svi cilindri pale istovremeno, dobivamo maksimalni moment četiri puta veći nego za jedan cilindar, ali pogonski moment nije jednoliko raspoređen, slika 43.



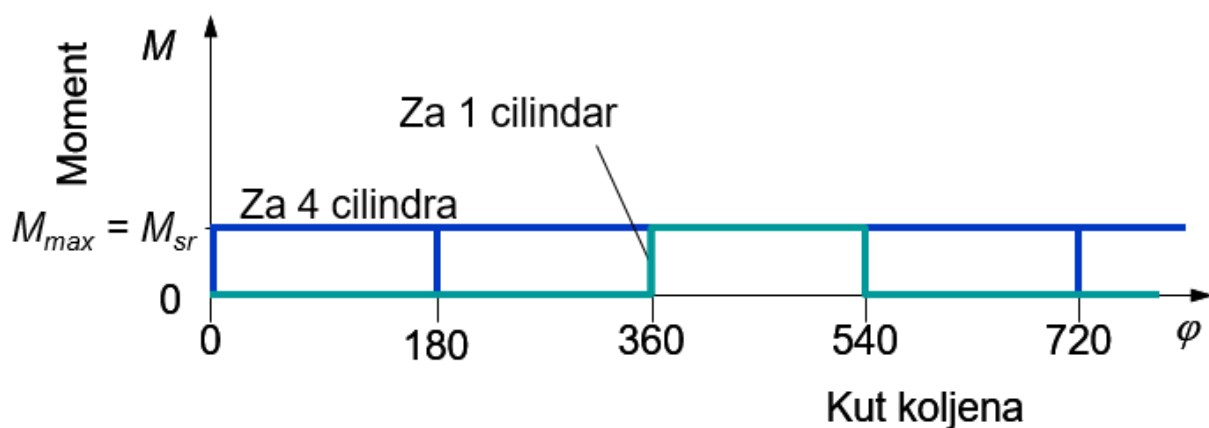
Slika 43. Moment za paljenje 4 cilindra istovremeno [3]

Za sljedeći slučaj pretpostavimo da se dva cilindra pale istovremeno tijekom svakog okretaja, jer se za 4T proces paljenje u jednom cilindru vrši tek svaki drugi okretaj, pa je sad maksimalni moment dvostruko veći nego za jedan cilindar, ali različite kuteve koljena  $\varphi$ . Ni u ovom slučaju pogonski moment nije jednoliko raspoređen, slika 44.



Slika 44. Moment za paljenje 2 cilindra istovremeno [3]

Dijagram na slici 45 prikazuje normalan rad kada se po jedan cilindar pali za svakih pola okretaja, tj. paljenje je jednoliko raspoređeno po periodu jednoga procesa.



Slika 45. Moment za paljenje cilindra za svakih pola okretaja [3]

Za paljenje cilindra za svakih pola okretaja, kao rezultat dobivamo da je pogonski moment na spojci jednolik, a maksimalni moment sada ne odstupa suviše od srednje vrijednosti momenta. Na osnovu ovih razmatranja, preporučljivo je da kut razmaka paljenja  $\alpha$  između cilindara, kada će ukupni rezultirajući moment na spojci motora biti najravnomjerniji, iznosi:

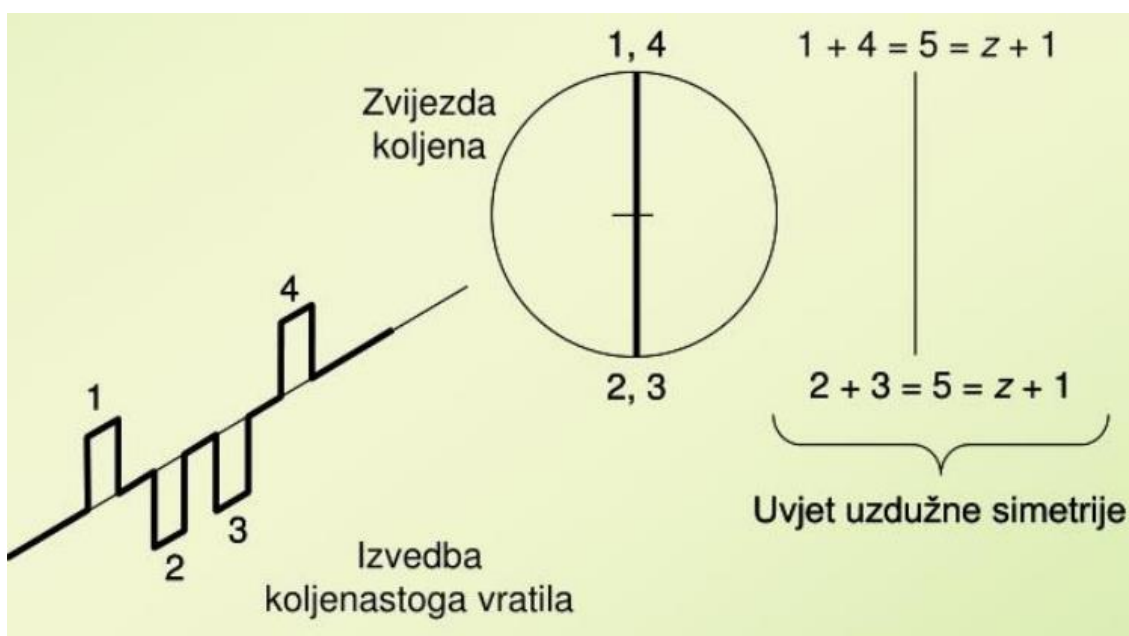
$$\alpha = \frac{\tau\pi}{z} \quad (79)$$

gdje je:

$\tau$  - taktnost procesa ( $\tau = 2$  ili  $4$ )

$z$  - broj cilindara u liniji ili koljena na koljenastom vratilu

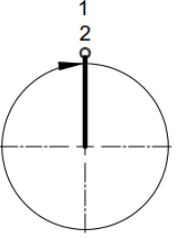
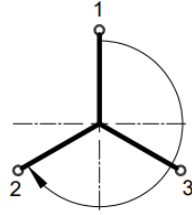
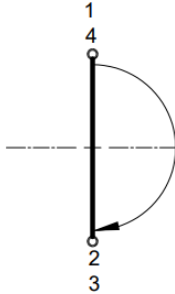
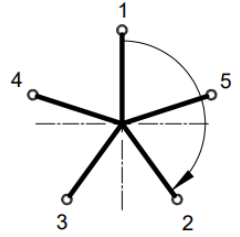
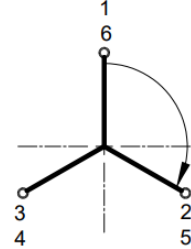
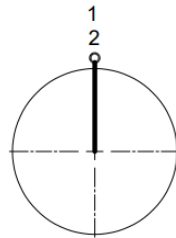
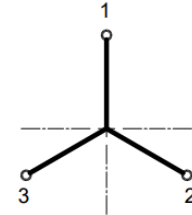
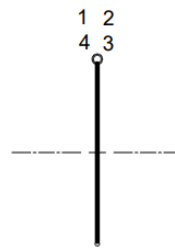
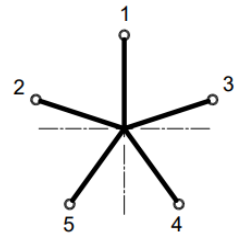
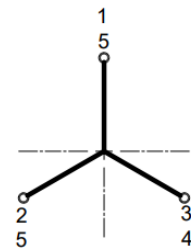
Rasporedom koljena koljenastog vratila moramo postići da rezultirajući moment na spojci motora bude najravnomjerniji. Pravilnim rasporedom razmaka paljenja postizemo uravnoteženje momenata uslijed centrifugalnih sila. Linijski simetrični raspored koljena dat će najmanji rezultirajući moment koji nastaje zbog centrifugalnih sila. Potpuna simetrija kod 4T procesa moguća je samo kod parnog broja cilindara. Redosljed paljenja cilindra mora biti tako raspoređen da nemože doći do paljenja u dva susjedna cilindra. Analizom međusobne uravnoteženosti pojedinih cilindara motora dovoljno je promatrati sile inercije koljenastog vratila u nekom karakterističnom položaju, ako je referentni 1. cilindar u GTM, tada zvijezda koljena ujedno prikazuje zvijezdu vektora sila inercije prvog reda. Na slici 46. prikazan je uvjet uzdužne simetrije.



Slika 46. Uvjet uzdužne simetrije [3]

Zahtjev za što boljim uravnoteženjem sila i momenata sila inercije oscilirajućih masa u klipnom mehanizmu zahtijeva i pravilan redosljed paljenja. S obzirom na različit broj cilindara, koji ovisi o namjeni motora, mora i koljenasto vratilo biti jednostavno za izradu. Da bi to ostvarili potrebno je što ravnomjernije izvesti paljenje pojedinih cilindara duž osnovnog perioda jednog radnog procesa koji iznosi  $720^\circ$  za 4T motore. Oblik koljenastog vratila, diktira i položaj sila inercije, tako da zvijezda koljena je ujedino i zvijezda sila 1. reda. U tablici 3. prikazane su zvijezde koljena za 4T motor s različitim brojem koljena (cilindara).

Tablica 3. Zvijezde koljena za 4T motor s različitim brojem koljena

$\varphi_z = 360^0$	$240^0$	$180^0$	$144^0$	$120^0$
				
Zvijezde koljena I. reda				
				
Zvijezde koljena II. reda				

### 3.1.2. Uravnoteženje i vibracije

Jedna od prednosti 3-cilindričnog motora u liniji je relativno uravnoteženo koljenasto vratilo (radilica). To je zato što je redosljed paljenja cilindara raspoređen tako da su sile koje djeluju na radilicu ravnomjerno raspoređene. To pomaže u smanjenju vibracija i buke.

Za statičko uravnoteženje i samo za djelomično dinamičko uravnoteženje motor se uravnotežuje dodatnim utezima na koljenastom vratilu. Potpuno dinamičko uravnoteženje moguće je napraviti jedino dodatnim ekscentričnim osovina za uravnoteženje, a iste mogu biti prvog i drugog reda. Osovine za uravnoteženje I. reda, okreću se brzinom vrtnje motora. Kako, ulogu jedne osovine za uravnoteženje preuzimaju dodatni utezi na koljenastom vratilu, ugrađuje se samo jedna osovina za uravnoteženje inercijskih sila I. reda, a ista se okreće suprotno od koljenastog vratila. To je najčešće slučaj s 3-cilindarskim motorima.

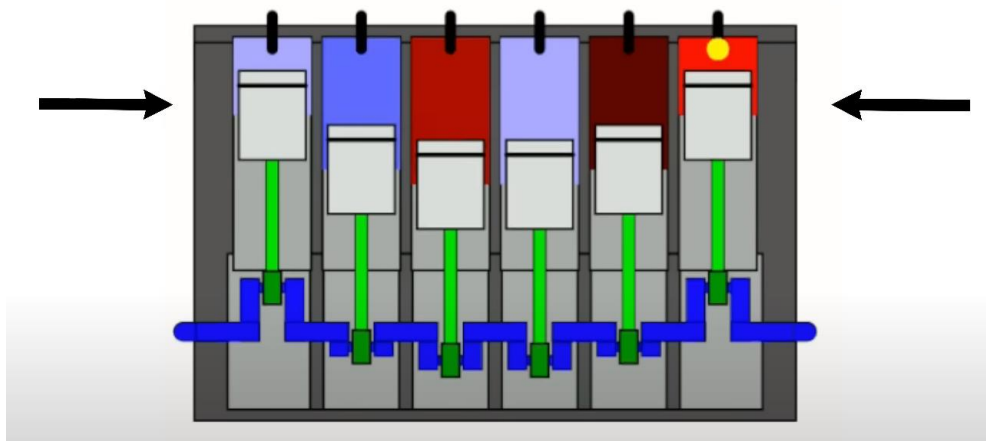
## 3.1.3. Uravnoteženje trocilindarskog motora [2,5,6,7]

Trocilindarski motor je najlakše vizualno koncipirati kao šestocilindarski motor koji je prepolovljen na pola, gledano po ukupnoj dužini radilice.



Slika 47. Raspored klipova u trocilindričnom i šestocilindarskom motoru [8]

Kod šestocilindričnog motora dolazi do balansiranja redosljedom paljenja cilindara, jer cilindri dolaze u gornju mrtvu točku određenim redosljedom. Gledano s lijeva na desno ili s desna na lijevo, prvo do gornje mrtve točke dolaze cilindar 1 i 6, zatim 2 i 5 te u konačnici 3 i 4. To omogućava samobalansiranje motora i njegovih komponenta, naročito u pogledu inercijskih sila i smanjuje utjecaj okretnog momenta na čitav motor.

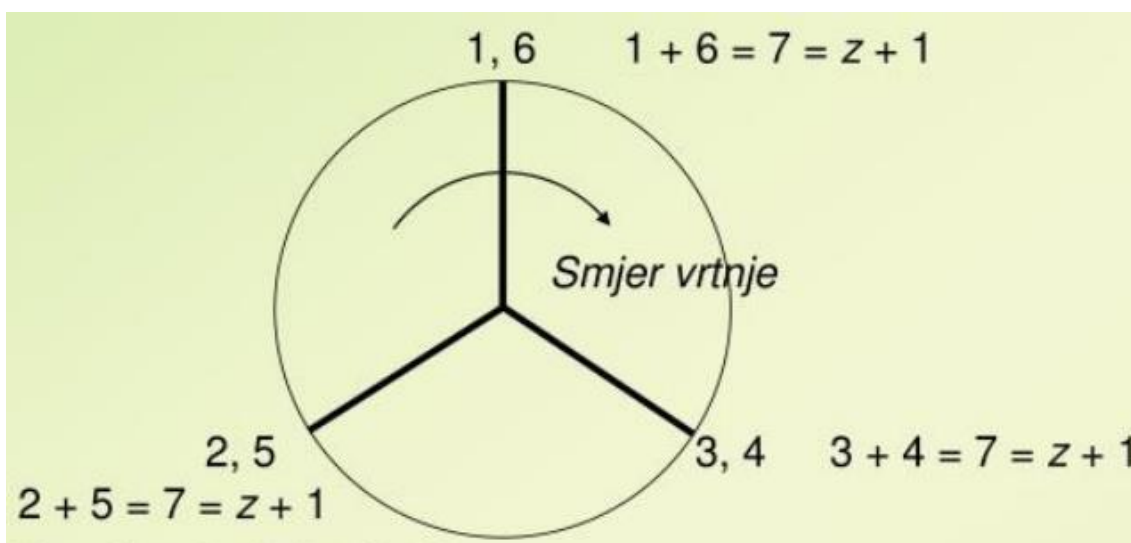


Slika 48. Šesticilindrični motor gdje su početni i krajnji cilindar u gornjoj mrtvoj točki [8]

Uvjet uzdužne simetrije možemo prikazati na primjeru četverotaktnog procesa za šestocilindrični motor, tj. za motor s parnim brojem cilindara.

$$\begin{aligned} \tau &= 4 \\ z &= 6 \end{aligned} \quad \alpha = \frac{\tau\pi}{z} = \frac{4\pi}{3} = \frac{4 * 180}{3} = 240^{\circ} \quad (79)$$

### Zvijezda koljena I. reda

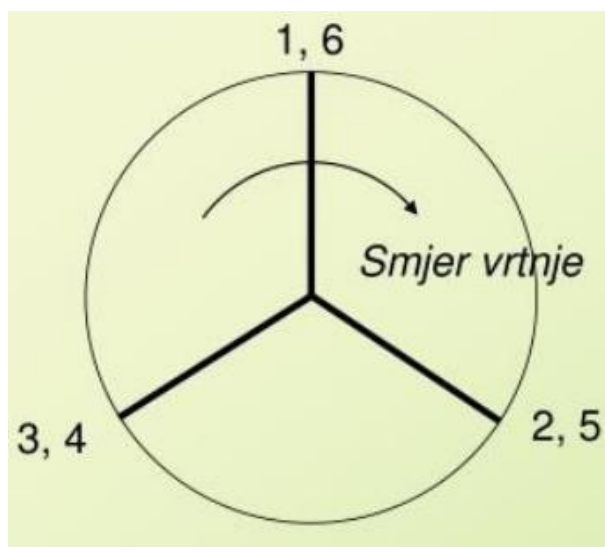


Slika 49. Zvijezda koljena I. reda za 4T šesterocilindrični motor [3]

Kod ovakvih motora moguće je izvesti nekoliko kombinacija za redosljed paljenja, a najpovoljniji je 1-5-3-6-2-4-1, jer s takovim rasporedom motora smanjuje se utjecaj inercijskih sila, a s time utjecaj okretnog momenta na čitav motor.

### Zvijezda koljena II. reda

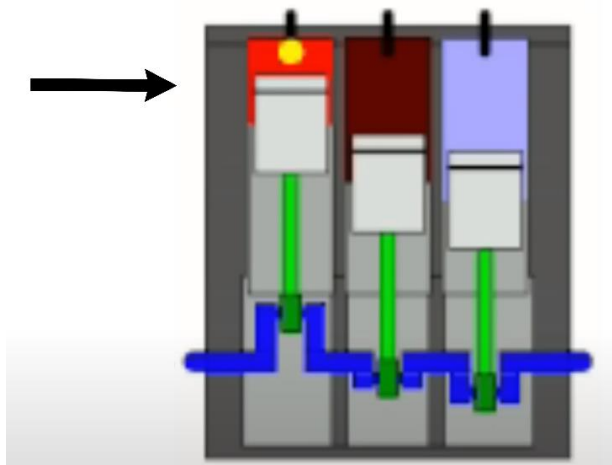
Kod zvijezde koljena drugog reda koljena su odmaknuta za dvostruki kut od položaja GMT.



Slika 50. Zvijezda koljena II. reda za 4T šesterocilindrični motor [3]

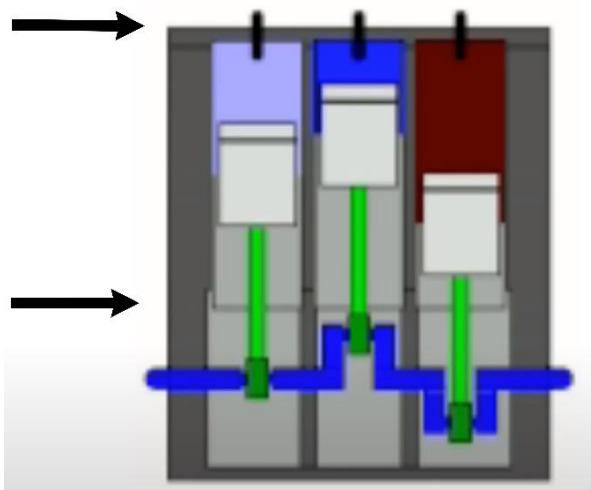
Kod rednog trocilindarskog motora, kada prvi cilindar dođe u gornju mrtvu točku, sa druge strane motora nema kontracilindra koji je u stanju uravnotežiti inercijske sile unutar motora i njegov okretni moment.





Slika 51. Rubni cilindar postiže gornju mrtvu točku u rednom trocilindarskom motoru [8]

U tom slučaju svaki klip se prema položaju na radilici nalazi geometrijski pomaknut za  $120^\circ$  u odnosu na drugi klip (ako se gleda prema mjestu s kojim je pojedini klip vezan za radilicu).

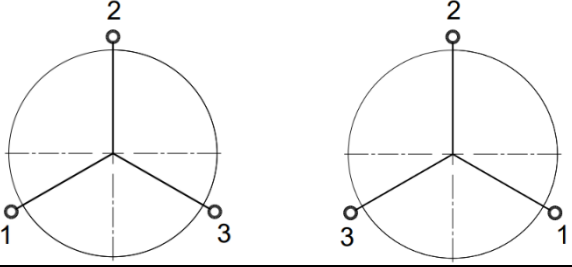
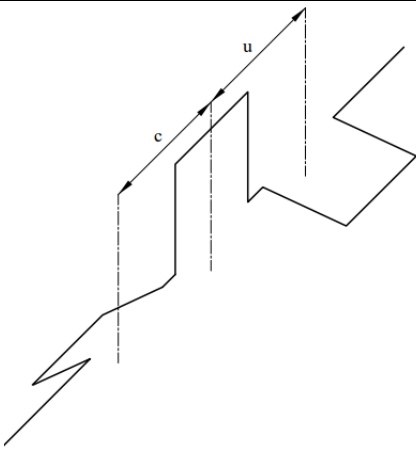
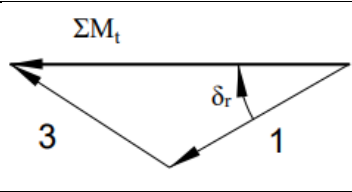
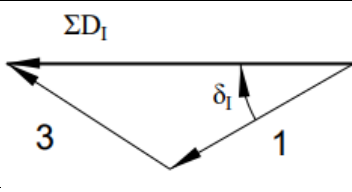
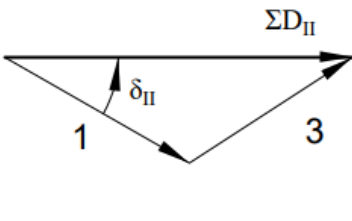
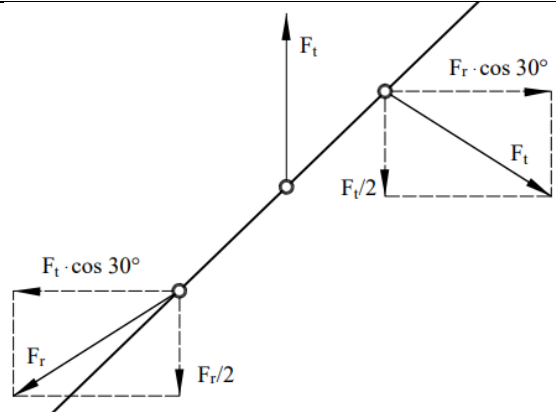


Slika 52. Gornja i donja mrtva točka hoda cilindara na trocilindarskom motoru [8]

Kako nema kontrabalansa, motor se zbog vlastitog okretnog momenta pokušava okrenuti oko osi radilice. Kako bi se to izbjeglo potrebno je uravnotežiti motor. Uravnoteženje motora možemo postići na tri načina:

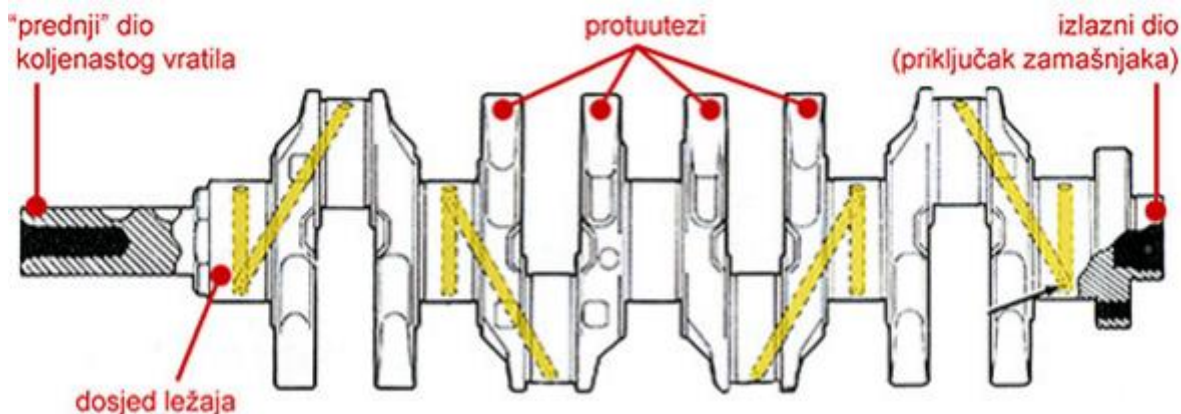
- dodavanjem dodatnih utega u radilici za uravnoteženje centrifugalnih sila i sila inercija 1. reda (50%)
- dodavanjem parom osovina s utezima tako, da se svaka vrti na svoju stranu dvaput brže od koljenastog vratila, za poništavanje sila inercije 2. reda
- zadnja opcija koja se je tek nedavno pojavila u trocilindarskim motorima je dodavanje dvomasenog zamašnjaka (tada nema potrebe za dodavanjem balansirajućeg vratila). Najčešća je kombinacija balansirajućeg vratila i jednomasenog zamašnjaka.

Tablica x. Raspored koljena i sila za motor s 3 cilindra u liniji

<p>Zvijezda koljena I. reda</p> <p>Zvijezda koljena II. reda</p>	
<p>Aksonometrijski prikaz koljena</p>	
<p>Suma momenata od centrifugalnih sila</p>	
<p>Suma momenata od sila I. reda</p>	
<p>Suma momenata od sila II. reda</p>	
<p>Prikaz položaja vektora centrifugalnih sila.</p>	

### 3.1.3.1. Dodavanje dodatnih utega na koljenasto vratilo

Jedan od načina za uravnoteženje koljenastog vratila zbog centrifugalnih sila i sila inercija 1. reda (50%) je da se na suprotnoj strani od ležajeva klipnjače (ojnice), postave protutezi koji će osigurati ravnomjeran rad motora, slika 53,



Slika 53. Koljenasto vratilo s protutezima [7]

Utezi imaju zadatak uravnoteženja gibanja klipa i klipnjače kako bi umirili rad motora i omogućili sigurno postizanje viših brzina rada ili brojeva okretaja. Utezi su najčešće napravljeni zajedno s koljenastim vratilom u jednom dijelu, te se naknadno strojno obrađuju i na taj način bi se uskladila njihova masa. Postoji i druga varijanta kada su protutezi pričvršćeni vijcima.

Nastavci za pričvršćivanje prigušnika vibracija nalaze se na krajevima koljenastog vratila, kao i remenica, zamašnjak, itd. S prednje strane motora na završetku koljenastog vratila pričvršćen je prigušnik vibracija. Prigušnik je namijenjen umirivanju vibracija koje djeluju uzdužno u koljenastom vratilu, to je u stvari uložak s metalnim i gumenim dijelovima.

Na drugoj strani "stražnjoj" strani motora, na koljenastom vratilu nalazi se nastavak na koji je pričvršćen zamašnjak. To je okrugli metalni disk čija je zadaća da svojom inercijom za vrijeme vrtnje omogućuje koljenastom vratilu prelaz preko tzv. "mrtvih točaka klipova" i praznih neradnih taktova, održavajući tako stalnu brzinu vrtnje. Na taj način se umiruju vibracije i osigurava ravnomjeran rad motora. Zupci elektropokretača motora naliježu na zupce koji se nalaze po obodu zamašnjaka.

### 3.2. Proračun sila i momenata u koljenastom mehanizmu

Za primjer proračuna uzet je trorocilindrični redni 1.5 motor. Motor ima masu klipa  $m_{kli} = 588$  g i masu ojnice  $m_{oj} = 513$  g, dobivene vaganjem,



Slika 54. Vaganje klipa s zatikom



Slika 54. Vaganje ojnice (klipnjače)

Konstruktivske dimenzije ojnice prema slici 26 su sljedeće:

$$l = 133 \text{ mm}$$

$$a = 40 \text{ mm}$$

$$b = 93 \text{ mm}$$

$$e = 0$$

$$n = 3000 \text{ min}^{-1}$$

Radijus radilice:  $r = 22 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{r}{l} = \frac{22}{133} = 0,165$$

$$\omega = \frac{n\pi}{30} = \frac{3000*\pi}{30} = 314,159 \text{ [s}^{-1}\text{]} \quad (7)$$

$$\varphi = 0^0$$

$$m_{klip} = 0,588 \text{ [kg]}$$

$$m_{oj} = 0,513 \text{ [kg]}$$

Inercijska translacijska sila klipnog mehanizma u točki „A“ prema jednadžbi 44:

$$F_{in,A} = m_A r \omega^2 \cos\varphi + m_A \lambda r \omega^2 \cos 2\varphi \quad (44)$$

$$m_A = m_{klip} + m_{oj,A}$$

Masu ojnice u točki „A“ izračunamo prema jednadžbi 50:

$$m_{oj,A} = m_{oj} \frac{b}{l} = 0,513 \frac{93}{133} = 0,359 \text{ [kg]} \quad (50)$$

$$m_A = m_{klip} + m_{oj,A} = 0,588 + 0,359 = 0,947 \text{ [kg]}$$

$$F_{in,A} = 0,947 * 0,022 * 314,159^2 * \cos 0^0 + 0,947 * 0,165 * 0,022 * 314,159^2 * \cos 2 * 0^0$$

$$F_{in,A} = 2056,23 + 339,278 = 2395,508 \text{ [N]}$$

Centrifugalna sila na koljenastom vratilu u točki „B“ prema jednadžbama 55 i 60:

$$F_R = m_B r \omega^2 \quad (55)$$

$$F_{R,oj} = m_{oj,B} r \omega^2 \quad (60)$$

$$m_{oj,B} = m_{oj} \frac{a}{l} = 0,513 \frac{40}{133} = 0,154 \text{ [kg]} \quad (51)$$

$$F_{R,oj} = 0,154 * 0,022 * 314,159^2 = 334,382 \text{ [N]}$$

$$F_{oj} = \frac{F_A}{\cos\beta} = \frac{2395,508}{1} = 2395,508 \text{ [N]} \quad (58)$$

Rezultantna sila u točki B s njezinim komponentama:

$F_B$  – rezultantna sila za točku B, a sa slike 32. vidimo da je to zbroj sila  $F_{oj}$  i  $F_{R,oj}$ .

$F_{B,T}$  – tangencijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,T} = F_{oj} \sin(\varphi + \beta) = F_A \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos\beta} = 0 \quad (\text{za } (\varphi + \beta) = 0) \quad (62)$$

$F_{B,R}$  – radijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,R} = F_{R,oj} - F_{oj} \cos(\varphi + \beta) = m_{oj,B} r \omega^2 - F_A \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos\beta} \quad (63)$$

$$F_{B,R} = 334,382 - 2395,508 * 1 = -2061,126 [N]$$

$$F_B = F_{B,R} = 2061,126 [N]$$

$$m_{ko,B} = m_{ko} \frac{r_{ko,T}}{r} \quad (67)$$

$$m_{ko} = 0,328 [kg]$$

$$r_{ko,T} = 0,018 [mm]$$

$$m_{ko,B} = 0,328 \frac{0,018}{0,022} = 0,268 [kg]$$

$$F_{R,ko} = m_{ko,B} r \omega^2 = 0,268 * 0,022 * 314,159^2 = 581,911 [N] \quad (68)$$

Sila u točki „O“

$$F_O = \sqrt{F_{B,T}^2 + (F_{R,ko} + F_{B,R})^2} \quad (71)$$

$$F_O = \sqrt{0^2 + (581,911 + 2061,126)^2}$$

$$F_O = 2643,037 [N]$$

Proračun ponavljamo za drugi i treći cilindar za  $\varphi = 30^0$

Inercijska translacijska sila klipnog mehanizma u točki „A“ prema jednadžbi 44:

$$F_{in,A} = m_A r \omega^2 \cos\varphi + m_A \lambda r \omega^2 \cos 2\varphi \quad (44)$$

$$m_A = m_{klip} + m_{oj,A}$$

Masu ojnice u točki „A“ izračunamo prema jednadžbi 50:

$$m_{oj,A} = m_{oj} \frac{b}{l} = 0,513 \frac{93}{133} = 0,359 [kg] \quad (50)$$

$$m_A = m_{klip} + m_{oj,A} = 0,588 + 0,359 = 0,947 [kg]$$

$$F_{in,A} = 0,947 * 0,022 * 314,159^2 * \cos 30^0 + 0,947 * 0,165 * 0,022 * 314,159^2 * \cos 60^0$$

$$F_{in,A} = 1780,747 + 169,639 = 1950,386 [N]$$

Centrifugalna sila na koljenastom vratilu u točki „B“ prema jednadžbama 55 i 60:

$$F_R = m_B r \omega^2 \quad (55)$$

$$F_{R,oj} = m_{oj,B} r \omega^2 \quad (60)$$

$$m_{oj,B} = m_{oj} \frac{a}{l} = 0,513 \frac{40}{133} = 0,154 \text{ [kg]} \quad (51)$$

$$F_{R,oj} = 0,154 * 0,022 * 314,159^2 = 334,382 \text{ [N]}$$

$$F_{oj} = \frac{F_A}{\cos\beta} = \frac{1950,386}{\cos 30^0} = 2252,112 \text{ [N]} \quad (58)$$

Rezultanta sila u točki B s njezinim komponentama:

$F_B$  – rezultatna sila za točku B, a sa slike 32. vidimo da je to zbroj sila  $F_{oj}$  i  $F_{R,oj}$ .

$F_{B,T}$  – tangencijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,T} = F_{oj} \sin(\varphi + \beta) = F_A \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos\beta} = 1950,386 \frac{\sin 60^0}{\cos 30^0} = 1950,386 \text{ [N]} \quad (62)$$

$F_{B,R}$  – radijalna komponenta sile  $F_B$

$$F_{B,R} = F_{R,oj} - F_{oj} \cos(\varphi + \beta) = m_{oj,B} r \omega^2 - F_A \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos\beta} \quad (63)$$

$$F_{B,R} = 334,382 - 2395,508 * \cos 60^0 = -863,372 \text{ [N]}$$

$$F_B = \sqrt{F_{B,R}^2 + F_{B,T}^2} = \sqrt{863,372^2 + 1950,386^2} = 2132,94 \text{ [N]}$$

$$m_{ko,B} = m_{ko} \frac{r_{ko,T}}{r} \quad (67)$$

$$m_{ko} = 0,328 \text{ [kg]}$$

$$r_{ko,T} = 0,018 \text{ [mm]}$$

$$m_{ko,B} = 0,328 \frac{0,018}{0,022} = 0,268 \text{ [kg]}$$

$$F_{R,ko} = m_{ko,B} r \omega^2 = 0,268 * 0,022 * 314,159^2 = 581,911 \text{ [N]} \quad (68)$$

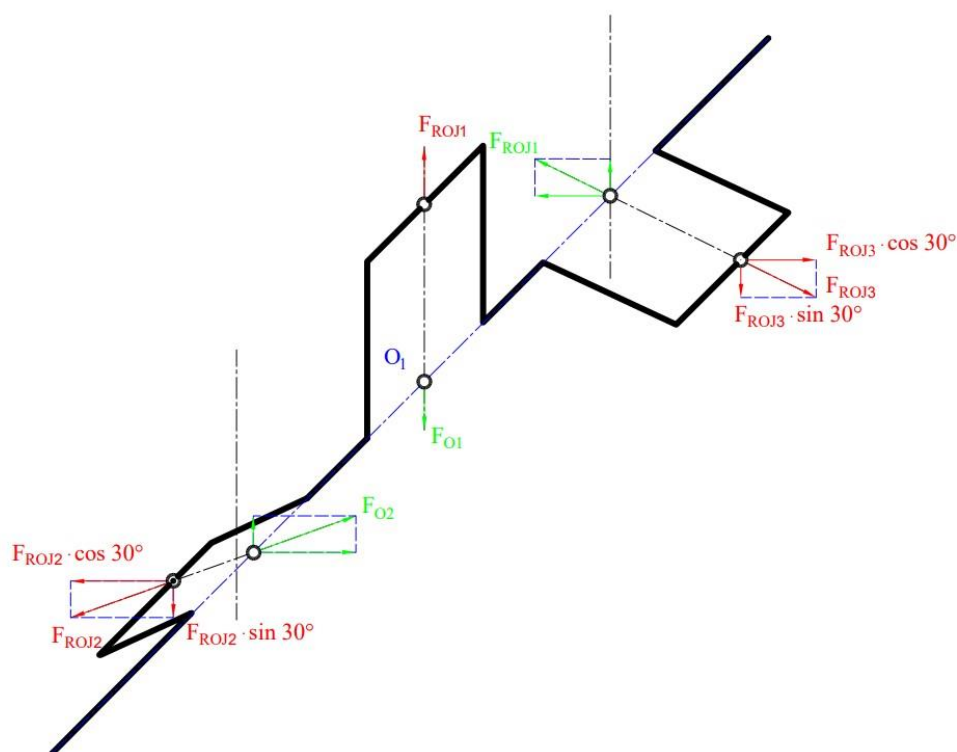
Sila u točki „O“

$$F_O = \sqrt{F_{B,T}^2 + (F_{R,ko} + F_{B,R})^2} \quad (71)$$

$$F_O = \sqrt{1950,386^2 + (581,911 - 863,372)^2}$$

$$F_O = 1970,59 \text{ [N]}$$

Na slici 55. prikazan je aksonometrijski prikaz koljenastog vratila s položajem izračunatih sila.



Slika 55. Aksonometrijski prikaz koljenastog vratila s položajem sila opterećenja

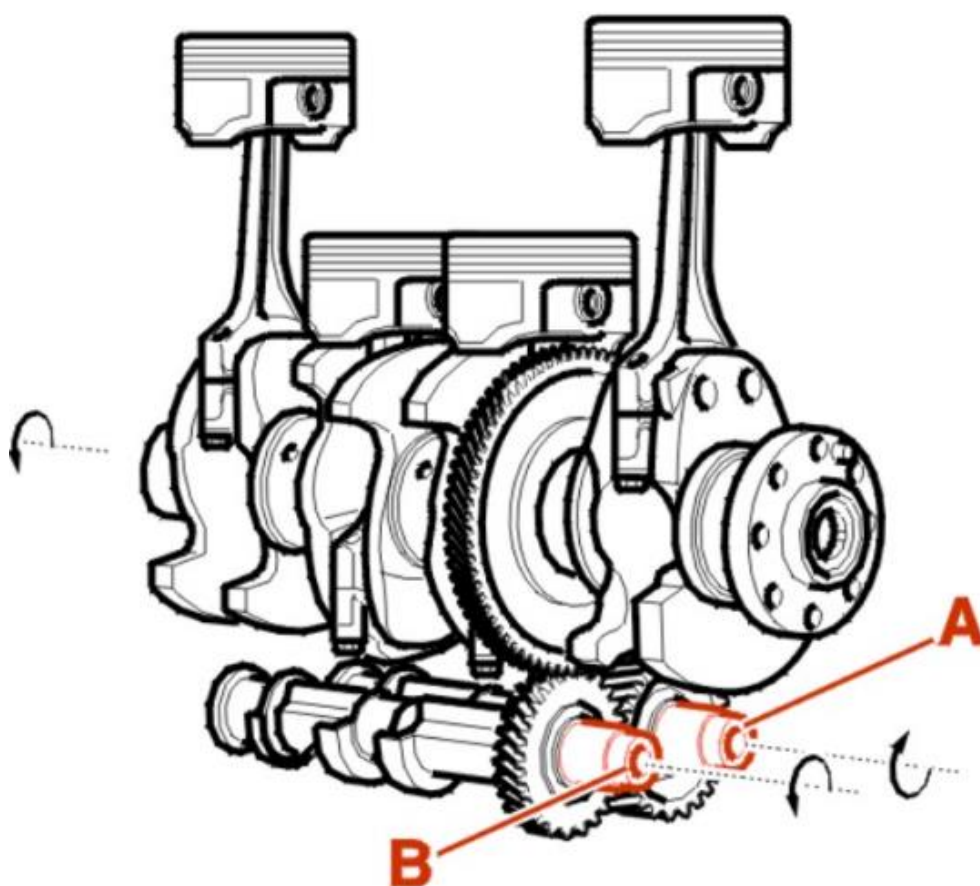
Zbroj komponentata sila u vertikalnom smjeru daje nam iznos ukupni iznos sile koja opterećuje oslonce vratila u vertikalnom smjeru, a zbroj komponentata sila u horizontalnom smjeru daje nam iznos ukupni iznos sile koja opterećuje oslonce vratila u horizontalnom smjeru.

Kao što je već objašnjeno dio inercijskih sila I. reda uravnotežit ćemo s dodavanjem utega na radilicu, a drugi dio inercijskih sila I. reda i inercijske sile II. reda uravnotežit ćemo s dodavanjem posebno konstruiranih osovina. Osovine su izvedene tako da imaju debalans. Jedna se vrti na prvoj frekvenciji odnosno na istom broju okretaja kojom se vrti radilica i ona poništava preostale inercijske sile I. reda, dok se druga osovina vrti na dvostruko većoj frekvenciji i uravnotežava inercijske sile II. reda. sama konstrukcija dodatnih osovina za uravnoteženje razlikuje se od proizvođača i konstrukcije motora.



### 3.3. Vratila za uravnoteženje vibracija [5,6,7]

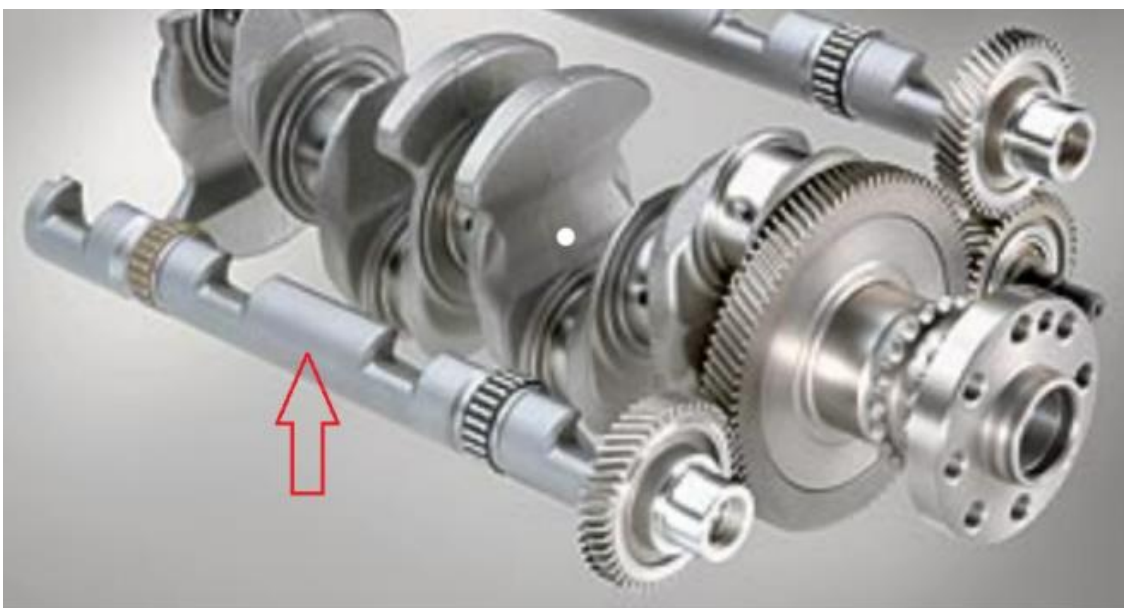
Za dodatno poništenje vibracija koje nastaju u radu motora s unutarnjim izgaranjem, izmišljene su rotirajuće osovine za poništavanje vibracija. Za vibracije koje se ne mogu uravnotežiti isključivo preciznim uravnoteženjem pojedinih pokretnih dijelova motora, koriste se rotirajuće osovine za uravnoteženje, a najčešće ih susrećemo kod 4-cilindričnih i 3-cilindričnih linijskih motora. Posebno su problematični 4-cilindrični redni motori u pogledu vibracija stoga što gibanje klipnjača nije simetrično u odnosu na rotaciju koljenastog vratila, jer nisu jednako udaljeni od donje ili gornje krajnje pozicije.



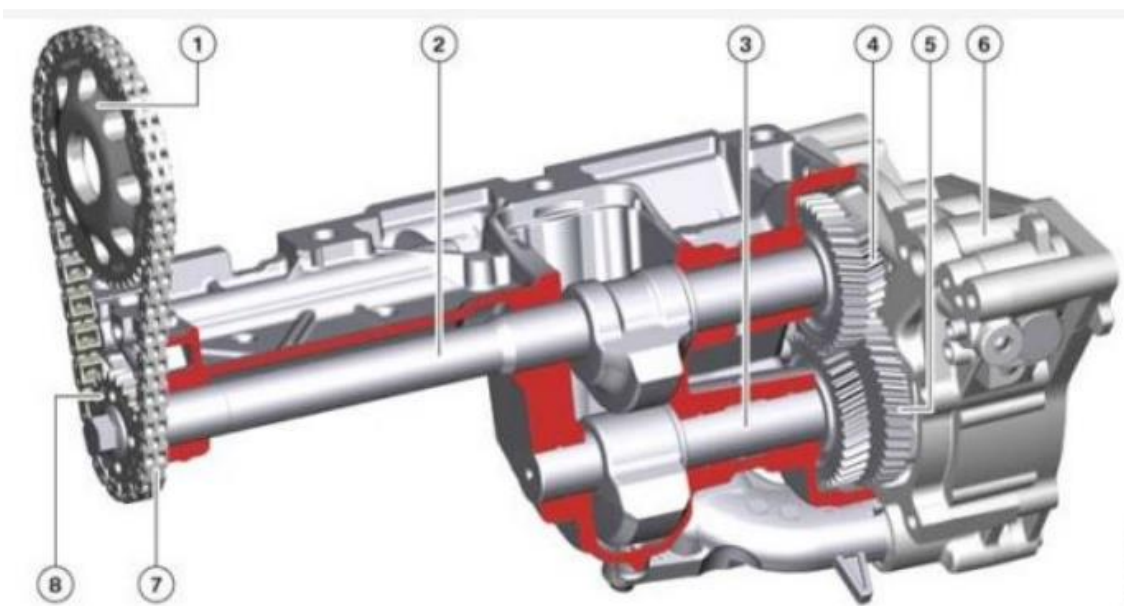
Slika 56. Rotirajuće osovine za poništavanje vibracija [6]

Englez dr, Frederick Lanchester izmislio je prve rotirajuće osovine za uravnoteženje, pa se taj postupak uravnoteženja i prozvao „Lanchesterovim uravnoteženjem“.

Neuravnoteženost motora uzrokuju inercijske sile masa u oscilacijskom kretanju i momenti neuravnoteženih sila inercije. Te se sile i momenti mijenjaju pravilno, jer su definirani s dvije harmonijske funkcije. Jedna je prvog reda, koja ima kružnu frekvenciju motora, a druga je drugog reda i ima dvostruko veću frekvenciju.



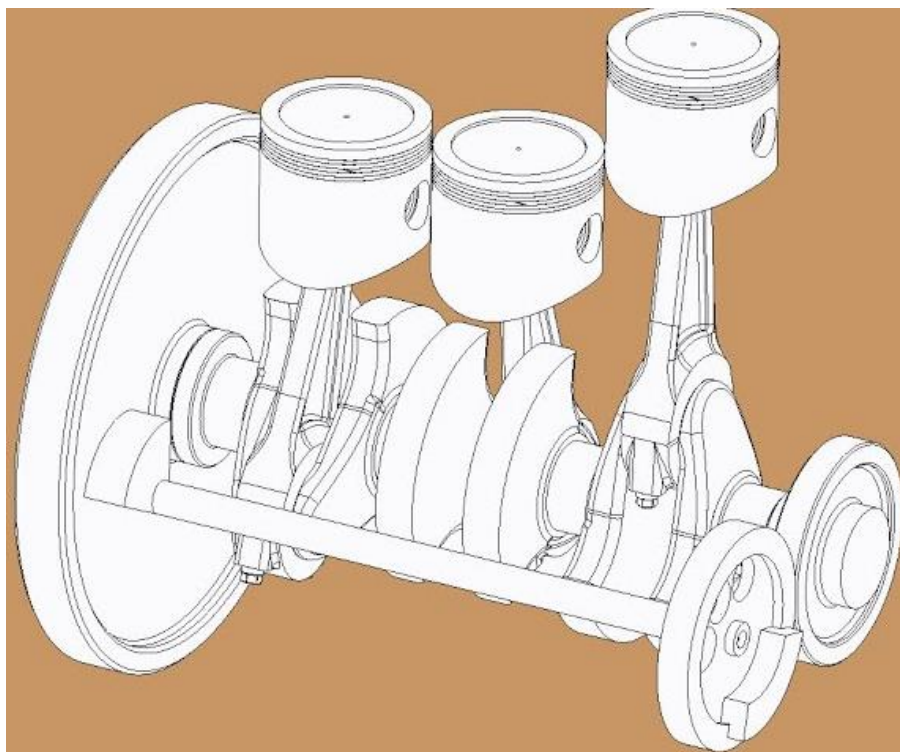
Slika 57. Veći 4-cilindarski motor s rotirajućim osovinama za poništavanje vibracija [6]



Slika 58. Presjek motora s rotirajućim osovinama za uravnoteženje vibracija [6]

- |   |   |
|---|---|
| 1 | lančanik na radilici                              |
| 2 | gornja protutežna osovina                         |
| 3 | donja protutežna osovina                          |
| 4 | zupčanik gornje protutežne osovine                |
| 5 | zupčanik uljne pumpe                              |
| 6 | uljna pumpa                                       |
| 7 | lanac za protutežnu osovinu / pogon pumpe za ulje |
| 8 | lančanik protutežne osovine                       |

Kao zadnja opcija koja se je tek nedavno pojavila u trocilindarskim motorima je dodavanje dvomasenog zamašnjaka i tada nema potrebe za dodavanjem rotirajuće osovine za uravnoteženje. Najčešća je kombinacija balansirajućeg vratila i jednomasenog zamašnjaka.



Slika 59. Shematski prikaz trocilindarskog motora sa vratilom koje se balansira u smjeru suprotnom od smjera radilice i jednomasenim zamašnjakom [5]

### 3.4. Analiza rezultata

Analiziranjem motora ugrađenih u osobna vozila, može se zaključiti da je redni motor sa šest cilindara i jednakim razmacima paljenja gotovo idealno uravnotežen. Kod ovog motora imamo najmanji stupanj neujednačenosti okretnog momenta, te zbog toga u ovom je motoru ujedno i najmanji zamašnjak, a sa svojim je rasporedom cilindara uravnotežen u pogledu inercijskih sila i čiji su iznosi zanemarivo mali. Svi ostali motori da bi ostvarili miran rad i omogućili udobnost u putničkim vozilima zahtijevaju određene mehanizme za uravnoteživanje čija konstrukcijska rješenja i nisu tako jednostavna. U današnje vrijeme kada se prostor za ugradnju motora u vozilima sve više smanjuje, na prednosti su trocilindarski četverotaktni motori, ali zbog inercijskih sila koje se ne poništavaju, za iste moramo koristiti rotirajuće osovine za uravnoteženje i zamašnjake.

## 4. ZAKLJUČAK

Ako gledamo europsko tržište automobila, može se zapaziti da je u devet od deset automobila ugrađen motor s četiri cilindra u redu, iako je poznato da ta koncepcija nije idealna. Ipak ti motori daju najbolji kompromis u ukupnoj proizvodnji po pitanju cijena, mehaničkih svojstava, gabarita i performansi.

Inercijske sile masa u oscilacijskom kretanju i momenti neuravnoteženih sila inercije uzrokuju neuravnoteženost motora

Sile i momenti se mijenjaju pravilno, jer su definirani s dvije harmonijske funkcije. Jedna je prvog reda, koja ima kružnu frekvenciju motora, a druga je drugog reda i ima dvostruko veću frekvenciju.

Za statičko uravnoteženje motor se uravnotežuje dodatnim utezima na koljenastom vratilu, a to je dovoljno i za djelomično dinamičko uravnoteženje. Potpuno dinamičko uravnoteženje može se napraviti jedino dodatnim ekscentričnim osovinama za uravnoteženje, koje mogu biti prvog i drugog reda. Osovine za uravnoteženje prvog reda, okreću se brzinom vrtnje motora. Budući da dodatni utezi na koljenastom vratilu preuzimaju ulogu jedne osovine za uravnoteženje, ugrađuje se samo jedna osovina za uravnoteženje inercijskih sila prvog reda, koja se okreće suprotno od koljenastog vratila. To je najčešće slučaj s 3-cilindarskim motorima.

Kinematika i dinamika trocilindričnog četverotaktnog motora s unutrašnjim izgaranjem prikazana na jednom cilindru i to vrijedi za sve motore. Slobodne inercijske sile i slobodni inercijski moment prema težištu motora prikazan je kroz jedan okret koljenastog vratila. Usporedbom načina uravnoteženja trocilindričnih četverotaktnih motora, objašnjeno je kako konstruirati dodatno vratilo ili vratila postavljene paralelno koljenastom vratilu s kriterijem smanjenja prenesene inercijske sile na nosače motora. Ugradnjom rotirajućih osovine za uravnoteženje vibracija, može se tvrditi da je smanjenje najmanje 50% početnog iznosa sile. Dodatne rotirajuće osovine za uravnoteženje zahtijevaju i dodatni potrebni prostor za izvedivost rješenja.

Tijekom posljednjih nekoliko godina motori su postajali sve manji. Smanjen je obujam i sve češće se primjenjuje mehanika izgaranja sa samo tri cilindra. Rezultat toga je ekonomičnija proizvodnja, manja potrošnja goriva, te smanjenje emisije CO<sub>2</sub>.

**LITERATURA**

- [1] Ivan Mahalec, Darko Kozarac, Zoran Lulić: Konstrukcije motora, FSB Zagreb, 2015.
- [2] Vladimir Medica, Toplinski strojevi i volumetrijski strojevi, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, 2006.
- [3] Vladimir Medica, Motori, Dinamika koljenastog mehanizma, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, 2006.  
file:///F:/Motori/Motori%203.%20predavanje.pdf
- [4] Ivan MAHALEC, Zoran LULIĆ, Darko KOZARAC, Motori s unutarnjim izgaranjem, FSB Zagreb, 2010.
- [5] /Osovine%20za%20uravnoteženje%20-%20prigušivači%20vibriranja,  
%20umirovljuju%206-cilindraše%20-%20Autoportal.hr
- [6] <https://www.nacional.hr/osovine-za-uravnotezenje-prigusivaci-vibriranja-umirovljuju-6-cilindrase/>
- [7] /AUTONET%20-%20Hrvatski%20automobilski%20Internet%20magazin%20-%20Škola%20-%20Koljenasto%20vratilo.pdf
- [8] <https://www.youtube.com/watch?v=fSeGGusaekM>
- [9] <https://thekneeslider.com/anzani-w3-3-cylinder-motorcycle-engine/>
- [10] [https://www.deejay51.com/shuttleworth\\_collection.htm](https://www.deejay51.com/shuttleworth_collection.htm)
- [11] [https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:W-Engine\\_with\\_60\\_Degree\\_angle.gif](https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:W-Engine_with_60_Degree_angle.gif)