

ZAPOSLENOST U POSLOVNIM SUBJEKTIMA: REGRESIJSKI MODEL

Resler, Ines

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Polytechnic in
Pozega / Veleučilište u Požegi**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:112:750031>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-14**



VELEUČILIŠTE U POŽEGI
STUDIA SUPERIORA POSEGANA

Repository / Repozitorij:

[Repository of Polytechnic in Pozega - Polytechnic in
Pozega Graduate Thesis Repository](#)



VELEUČILIŠTE U POŽEGI



INES RESLER, 5660

ZAPOSLENOST U POSLOVNIM SUBJEKTIMA: REGRESIJSKI MODEL

ZAVRŠNI RAD

Požega, 2017. godine

VELEUČILIŠTE U POŽEGI
DRUŠTVENI ODJEL
PREDDIPLOMSKI STRUČNI STUDIJ RAČUNOVODSTVO

ZAPOSLENOST U POSLOVNIM SUBJEKTIMA: REGRESIJSKI MODEL

ZAVRŠNI RAD

IZ KOLEGIJA: UVOD U GOSPODARSKU STATISTIKU I

MENTOR: dr.sc. Mirjana Radman-Funarić, prof.v.š.

STUDENT: Ines Resler

Matični broj studenta: 5660

Požega, lipanj 2017. godine

SAŽETAK:

Ovim radom prikazan je linearni regresijski model na primjeru broja registriranih poslovnih subjekata i broja zaposlenih u istima. Obuhvaćene su sve županije Republike Hrvatske. Podaci o broju registriranih poslovnih subjekata i zaposlenih koji su obrađeni u ovoj analizi odnose se na stanje 31. ožujka 2015. godine.

Poslovni subjekti obuhvaćaju pravne osobe ali i obrte i slobodna zanimanja. Broj zaposlenih u poslovnim subjektima služi za iskazivanje strukture i veličine poslovnih subjekata. Ovim radom se nastoji prikazati međuodnos broja registriranih poslovnih subjekata i broja zaposlenih u istima.

Jednostavnom linearnom regresijom promatra se utjecaj jedne nezavisne varijable na zavisnu varijablu, što je u ovom radu prikazano na primjeru zaposlenosti u poslovnim subjektima, gdje je broj registriranih poslovnih subjekata nezavisna varijabla, a broj zaposlenih zavisna varijabla. Regresijski model koji se koristi u izračunima, osim parametara a i b , sadrži i slučajnu pogrešku u koja obuhvaća varijable koje nisu uključene u postavljeni model, a utječu na zavisnu varijablu. Pomoću metode najmanjih kvadrata se u dijagram rasipanja ucrtava linija regresije, tamo gdje je ukupna kvadratna udaljenost svih točaka x i y od ucrtane linije regresije pri tome minimalna.

Koeficijent determinacije izračunat u primjeru zaposlenosti u poslovnim subjektima pokazuje da je prihvatljivo donositi predviđanja na temelju regresijskog modela. Što je veći koeficijent determinacije, model regresije je reprezentativniji. Koeficijent korelacije pokazuje snažnu povezanost varijable broja registriranih poslovnih subjekata i varijable broja zaposlenih.

Ključne riječi: regresijski model, koeficijent determinacije, poslovni subjekti

SUMMARY:

This work presents a linear regression model based on the number of registered business entities and the number of their employees. All counties of Republic of Croatia are covered. Data on the number of registered business entities and employees to be processed in this analysis refer to the status as of March 31, 2015.

Business entities include legal persons, as well as crafts and free occupations. The number of employees in business entities is used to express the structure and size of business entities. This paper shows the relationship between the number of registered business entities and the number of employees in the same.

Simple linear regression is used to measure the influence of an independent variable on the dependent variable, as shown in this paper on the example of employment in business entities, where the number of registered business entities is an independent variable and the number of employees is a dependent variable. The regression model used in the calculations, apart from the parameters a and b , also contains a random error that includes variables that are not included in the set model and affect the dependent variable. Using the least squares method, in the scatter diagram, the regression line is computed, where the total squared distance of all points x and y of the drawn regression line is minimal.

The coefficient of determination calculated in the example of employment in business entities shows that it is acceptable to make prediction based on the regression model. The higher the coefficient of determination, the regression model is more representative. The coefficient of correlation shows a strong correlation between the number of registered business entities and the variables of the number of employees.

Keywords: regression model, determination coefficient, business entities

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. REGRESIJSKA ANALIZA	2
2.1. Jednostavna linearna regresija	2
2.2. Regresijski model	3
2.2.1. Deterministički model	3
2.2.2. Statistički model	3
2.3. Metoda najmanjih kvadrata	4
2.3.1. Linija regresije.....	5
2.3.2. Procjena parametara modela regresije	6
2.4. Koeficijent determinacije	8
3. POSLOVNI SUBJEKTI U REPUBLICI HRVATSKOJ.....	11
4. ANALIZA ZAPOSLENOSTI U POSLOVNIM SUBJEKTIMA U ŽUPANIJAMA REPUBLIKE HRVATSKE PRIMJENOM REGRESIJSKOG MODELA	14
4.1. Procjena parametra a (konstantni član) i parametra b (regresijski koeficijent)	14
4.2. Dijagram rasipanja	16
4.4. Koeficijent determinacije	21
4.5. Analiza zaposlenosti u pravnim osobama i obrtima u županijama Republike Hrvatske	24
4.5.1. Analiza zaposlenosti u pravnim osobama	24
4.5.2. Analiza zaposlenosti u obrtima i slobodnim zanimanjima	31
6. ZAKLJUČAK	39
LITERATURA.....	40
POPIS SLIKA	41
POPIS TABLICA.....	41
POPIS GRAFIKONA	42

1. UVOD

Poslovni subjekti su pravne ali i fizičke osobe koje u skladu s propisima obavljaju djelatnosti kojima ostvaruju dobit. Broj zaposlenih osoba u poslovnim subjektima služi za iskazivanje veličine i strukture pravnih osoba, a dobiven je iz godišnjih financijskih izvještaja Fine. Ovim završnim radom analiziran je broj poslovnih subjekata u Republici Hrvatskoj te zaposlenost u istima. Cilj rada je objasniti pojam linearnog regresijskog modela. Predmet analiziranja ovog modela je utjecaj broja poslovnih subjekata na broj zaposlenih.

U prvom dijelu rada je definiran pojam jednostavne regresijske analize i njezina primjena. Uz pojam regresijskog modela, detaljno je objašnjen cijeli postupak analize regresijskim modelom, pa su tako objašnjene zavisne i nezavisne varijable, izračun parametara a i b , kako se ucrtava linija regresije, koja je njezina jednadžba i na samom kraju pomoću koeficijenta determinacije kako se mjeri reprezentativnost modela.

U drugom dijelu rada objašnjen je pojam poslovnih subjekata u Republici Hrvatskoj. U ovom dijelu rada dolazi se do saznanja na što se točno odnose registrirani poslovni subjekti i što je Registar poslovnih subjekata.

U zadnjem dijelu rada primjerom je objašnjena jednostavna linearna regresija. Iz podataka Hrvatskog zavoda za statistiku saznaje se koliki je broj registriranih poslovnih subjekata Republike Hrvatske te broj zaposlenih u istima. Temeljem tih podataka napravljen je model regresije, prema kojem se vidi kolika su odstupanja u pojedinoj županiji i jesu li vrijednosti predviđene modelom podcijenjene ili precijenjene, te kolika je reprezentativnost modela.

2. REGRESIJSKA ANALIZA

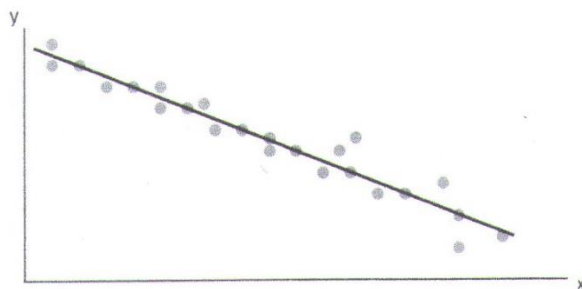
„Regresijska se analiza sastoji u primjeni različitih metoda ispitivanja ovisnosti jedne varijable o drugoj varijabli ili o više drugih varijabli. Varijable predložuju pojave koje su u nekom odnosu. Varijabla čije se varijacije objašnjavaju pomoću drugih naziva se zavisnom varijablom, a varijable kojima se objašnjava varijacija zavisne varijable nazivaju se nezavisnim varijablama“ (Šošić, 2006 : 381).

2.1. Jednostavna linearna regresija

Jednostavnom linearnom regresijom promatra se utjecaj jedne nezavisne varijable (x) na zavisnu varijablu (y). Kako bi se postavio regresijski model potrebno je izabrati varijablu koju istraživač smatra najutjecajnijom na zavisnu varijablu. Povezanost zavisne i nezavisne varijable može biti linearna i nelinearna.

Linearna povezanost opisuje podatke u dijagramu rasipanja ravnom linijom (slika 1).

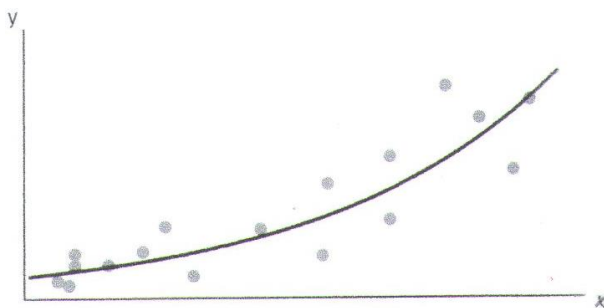
Slika 1: Linearna povezanost varijabla



Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 500)

Nelinearna povezanost opisuje podatke u dijagramu rasipanja zakrivljenom linijom (slika 2).

Slika 2: Nelinearna povezanost varijabla



Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 500)

2.2. Regresijski model

„Regresijski model je jednadžba ili skup jednadžbi s konačnim brojem parametara i varijabli. Oblici modela su različiti i ovise o danom slučaju primjene. Postupak kojim se izabire oblik modela, izabiru i definiraju varijable, određuje njihov status, postavljaju hipoteze i tome slično naziva se građenjem modela. Postupak građenja modela u uskoj je svezi s područjem primjene modela. Teorija upućuje na pojave koje su povezane, na prirodu njihova odnosa i na druge relevantne činjenice. Budući da su regresijski modeli statistički modeli važno je pri izboru i primjeni metoda analize poznavati i njihova formalna svojstva, na primjer jesu li linearni, nesimultani ili simultani i tome slično“ (Šošić, 2006 : 381).

2.2.1. Deterministički model

Deterministički model zapisuje se izrazom: (Horvat i Mijoč, 2014: 502)

$$y = A + Bx \quad (1)$$

u kojem je y zavisna varijabla, x nezavisna varijabla, A i B su parametri populacije.

Deterministički model opisuje točnu povezanost zavisne i nezavisne varijable. Njime se dokazuje da je y varijabla određena točnom vrijednosti x varijable te da za danu vrijednost x varijable postoji samo jedna vrijednost y varijable.

U društvenim znanostima primjer determinističke (funkcionalne) povezanosti varijabla iznimno je rijedak slučaj (Horvat i Mijoč, 2014: 502).

2.2.2. Statistički model

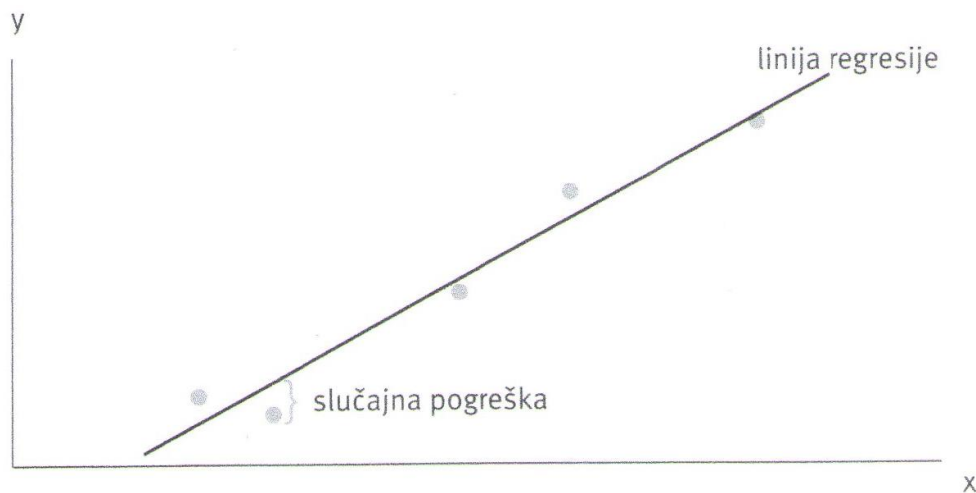
Statistički model predstavljen je odnosom dviju varijabla gdje promjenu jedne varijable prati približna, linearna promjena druge varijable. Zapisano drukčije, jednako promjeni prve varijable može odgovarati veća ili manja promjena druge varijable. Statistički model zapisuje se na sljedeći način: (Horvat i Mijoč, 2014: 502)

$$y = A + Bx + u \quad (2)$$

u kojem je y - zavisna varijabla, x - nezavisna varijabla, A i B su parametri populacije, u - slučajna pogreška.

Statistički model, osim determinističkog dijela ($y=A+Bx$), sadrži i slučajnu pogrešku u . Slučajna pogreška obuhvaća varijable koje nisu uključene u postavljeni model, a utječu na zavisnu varijablu. Ujedno, slučajna pogreška može uključivati i slučajne varijacije zavisne varijable (Horvat i Mijoč, 2014: 502).

Slika 3: Slučajna pogreška



Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 503)

Slučajna pogreška je udaljenost originalnog para točaka nezavisne varijable x i zavisne varijable y od linije regresije, što je prikazano na dijagramu rasipanja (slika 3).

2.3. Metoda najmanjih kvadrata

Uz korištenje regresijske jednadžbe regresijskom analizom nastoji se u dijagram rasipanja ucrtati linija regresije koja najbolje opisuje odnos promatranih varijabla. U dijagram rasipanja ucrtava se pravac koji najbolje pristaje oblaku točaka i tako osigurava najmanju udaljenost točaka (parova vrijednosti x, y) od linije regresije (Horvat i Mijoč, 2014: 503).

Kroz oblak točaka moguće je ucrtati beskonačno mnogo pravaca gdje svaki pravac ima pripadajuću regresijsku jednadžbu s različitim vrijednostima parametara regresije. No samo je jedan pravac onaj kojim su minimizirane udaljenosti svih upisanih točaka. Tako upisan pravac najbolje objašnjava odnos promatranih varijabla i naziva se pravac (linija) regresije (Horvat i Mijoč, 2014: 504).

Model regresije (regresijska jednadžba) temeljen na podacima iz uzorka zapisuje se na sljedeći način: (Horvat i Mijoč, 2014: 504)

$$\hat{y} = a + bx \quad (3)$$

u kojem je $\hat{y}$ regresijska funkcija s procijenjenim parametrima populacije odnosno predviđenim vrijednostima zavisne varijable, x je vrijednost nezavisne varijable, a i b su procjene parametara populacije.

Regresijska jednadžba ($\hat{y}$) temelj je za ucrtavanje regresijske linije u dijagram rasipanja (Horvat i Mijoč, 2014: 504).

2.3.1. Linija regresije

Linija najmanjih kvadrata ili linija regresije ucrtava se u dijagram rasipanja gdje je ukupna kvadratna udaljenost svih točaka x i y od ucrtane linije regresije pri tome minimalna. Samo u iznimnim slučajevima svi parovi vrijednosti x i y u dijagramu rasipanja nalaze se na liniji regresije (Horvat i Mijoč, 2014: 504).

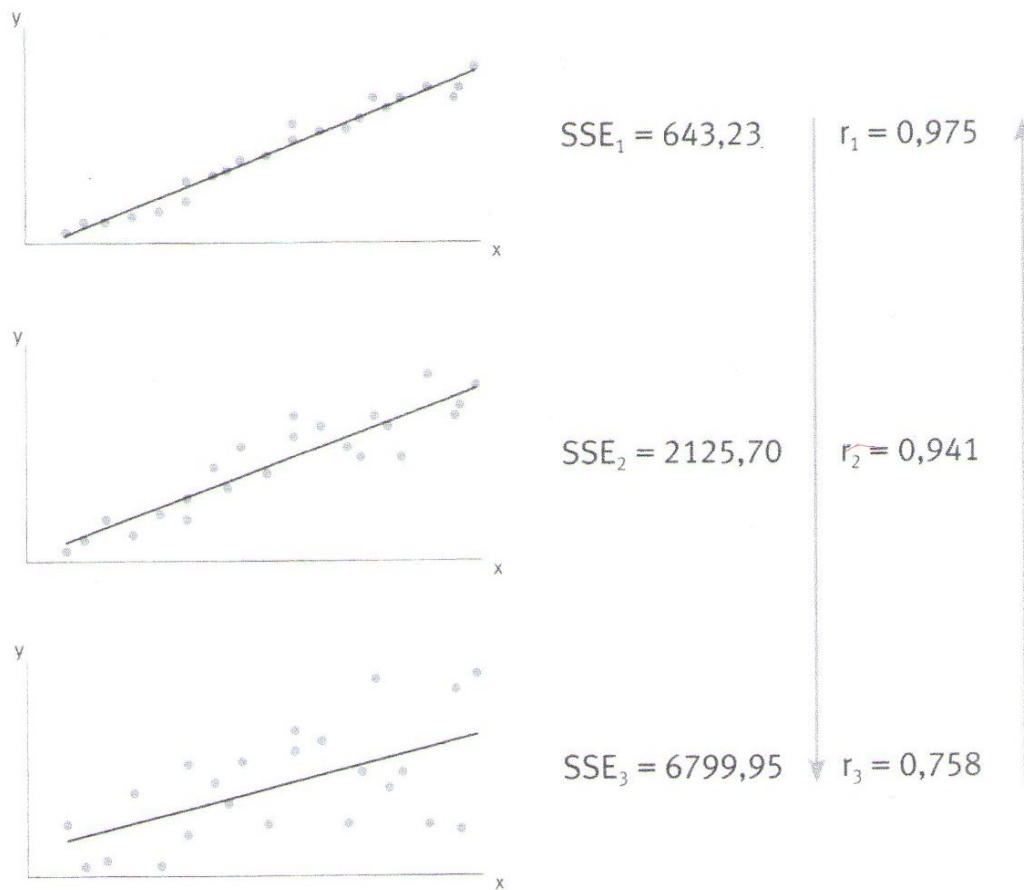
Minimiziranje sume kvadrata pogreške postiže se izračunavanjem sume kvadrata odstupanja originalnih vrijednosti y i regresijskih vrijednosti $\hat{y}$: (Horvat i Mijoč, 2014: 505)

$$SSE = \sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4)$$

u kojem je SSE – suma kvadrata pogreške (eng. *sum of squared errors*), u – slučajna pogreška, y – zavisna varijabla odnosno podaci iz uzorka, $\hat{y}$ – podaci procijenjeni regresijskom jednadžbom.

„Linija regresije temelji se na opisanom načelu minimiziranja pogreške, a primijenjena metoda u izračunavanju pogreške naziva se metoda najmanjih kvadrata. Bitno je napomenuti da se regresijski model koristi za predviđanja vrijednosti varijable y pri različitim vrijednostima zavisne varijable x . u kreiranju predviđanja regresijskim modelom upitna je točnost istraživača jer je prisutna određena pogreška (u). što je povezanost varijabla veća (npr. veći koeficijent korelacije), pogreška modela će biti manja. Drugim riječima, regresijskim modelom ne računaju se stvarne vrijednosti varijable y nego njihova predviđanja na temelju postavljenog modela u kojima je zastupljena pogreška modela (predviđene i stvarne vrijednosti u većini slučajeva nisu jednake)“ (Horvat i Mijoč, 2014: 505).

Slika 4. Suma kvadrata pogreške i linija regresije pri različitim podacima uzorka



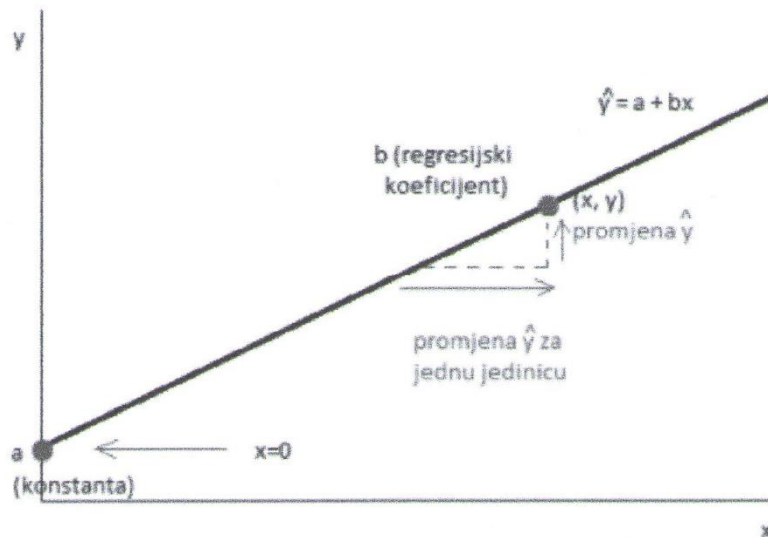
Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 506)

Iz prethodnih primjera (slika 4) vidljiva je promjena oblaka točaka. U prvom prikazu je oblak točaka najgušći, a kako se povećava SSE smanjuje se vrijednost koeficijenta korelacije (r).

2.3.2. Procjena parametara modela regresije

Dijagram rasipanja posjeduje samo jedan pravac kojemu je suma kvadrata pogreške najmanja. Ovaj pravac (linija regresije) ucrtava se na temelju procijenjenih parametara a i b . (Horvat i Mijoč, 2014: 506)

Slika 5. Linija regresije s procijenjenim parametrima



Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 506)

Procijenjeni parametar a predstavlja konstantnu vrijednost i označava odsječak na osi y , odnosno mjesto na kojem regresijska linija ($\hat{y}$) presijeca ordinatu. Zapravo, moguće je komentirati da konstantni član (a) predstavlja prosječnu vrijednost y (zavisne varijable) kada je $x=0$. Računa se prema sljedećem izrazu: (Horvat i Mijoč, 2014: 507)

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (5)$$

u kojem je a – konstantni član, b – regresijski koeficijent, $\bar{y}$ – prosjek varijable y , $\bar{x}$ – prosjek varijable x .

Objašnjenje značenja konstantnog člana a zahtijeva posebnu pozornost jer vrijednost regresijske funkcije za $x=0$ može biti nerealna, neostvariva ili se nalaziti izvan raspona promatranih podataka (Horvat i Mijoč, 2014: 507).

„Procijenjeni parametar b naziva se regresijski koeficijent te govori o veličini promjene zavisne varijable (y) prilikom povećanja nezavisne varijable (x) za jednu jedinicu. Osim toga, regresijski koeficijent b upućuje na smjer i nagib linije regresije. Negativna vrijednost koeficijenta b sugerira da je povezanost varijabla negativnog smjera, dok njegova

pozitivna vrijednost sugerira da je povezanost varijabla pozitivna. Izračunava se primjenom sljedećeg izraza:“ (Horvat i Mijoč, 2014: 508)

$$b = \frac{SS_{yy}}{SS_{xx}} \quad (6)$$

ili zapisano drukčije:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (7)$$

Jednadžba regresije s procijenjenim parametrima ($\hat{y} = a + bx$) objašnjava odnos u kontekstu prosjeka pa je regresijski koeficijent ispravno sagledati i tumačiti kao jedinično povećanje nezavisne varijable koje donosi određeni prosječni porast zavisne varijable. (Horvat i Mijoč 2014: 508)

2.4. Koeficijent determinacije

„Koeficijentom determinacije mjeri se reprezentativnost regresijskog modela. Njime je objašnjena proporcija protumačenog dijela odstupanja od regresijskog modela kao i onaj dio koji nije protumačen postavljenim modelom, tj. izabranim varijablama. Koeficijent determinacije tumači omjer u kojem vrijednosti nezavisne varijable objašnjavaju vrijednosti zavisne varijable. Drugim riječima, koeficijent determinacije govori koliko je prihvatljivo donositi predviđanja na temelju regresijskog modela. Naime, što su veće vrijednosti koeficijenta determinacije, model regresije je reprezentativniji“ (Horvat i Mijoč, 2014: 514).

Koeficijent determinacije označava se slovom r^2 i računa primjenom sljedećeg izraza: (Horvat i Mijoč, 2014: 514)

$$r^2 = \frac{SSR}{SS_{yy}} \quad (8)$$

u kojem SSR predstavljaju protumačena odstupanja, a SS_{yy} ukupna odstupanja.

Protumačena odstupanja (SSR) predstavljaju one varijacije koje su objašnjene regresijskim modelom (odnosno nezavisnom varijablom): (Horvat i Mijoč 2014: 515)

$$SSR = \sum(\hat{y} - \bar{y})^2 \quad (9)$$

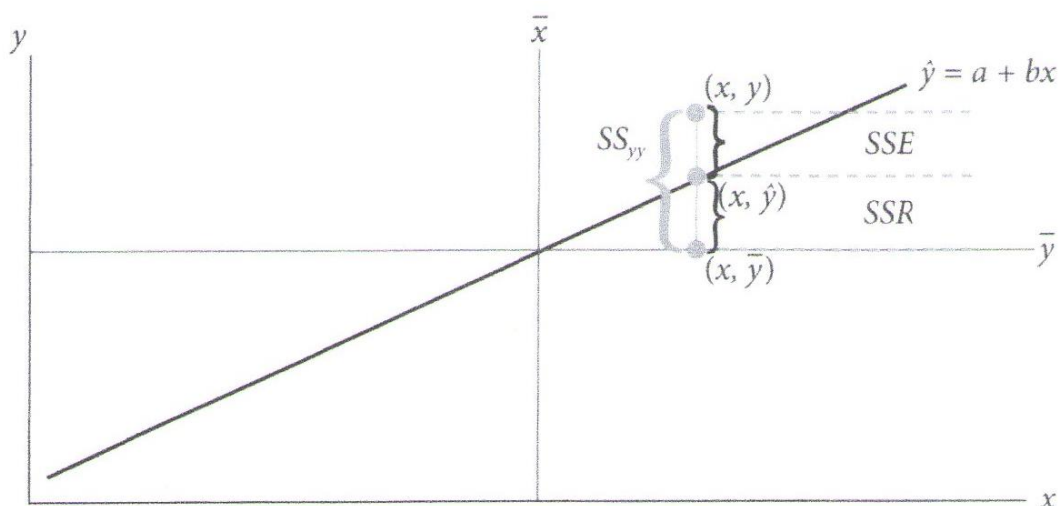
Ukupna odstupanja (SS_{yy}) mjere potpune varijacije u zavisnoj varijabli koje su objašnjene varijacijama nezavisne varijable: (Horvat i Mijoč 2014: 515)

$$SS_{yy} = \sum(y - \bar{y})^2 \quad (10)$$

U skladu s napisanim izrazima koeficijent determinacije zapisuje se i kao: (Horvat i Mijoč 2014: 515)

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \quad (11)$$

Slika 6. Ukupna, protumačena i neprotumačena odstupanja modela regresije



Izvor: Horvat i Mijoč (2014: 515)

Slika 6 prikazuje značenja spomenutih odstupanja. Protumačena odstupanja (SSR) su sva odstupanja koja se nalaze između linije regresije i linije prosjeka y varijable. Neprotumačena odstupanja su sva odstupanja koja se nalaze iznad linije regresije ($\hat{y}$) i ne mogu se objasniti nezavisnom varijablom.

Npr. ako SSE iznosi 0,1, zaključuje se kako je 10% varijacija u regresijskom modelu rezultat utjecaja varijacija drugih varijabla ili slučajnih utjecaja, dok je 90% varijacija u

zavisnoj varijabli objašnjeno varijacijama nezavisne varijable. Zbroj protumačenih i neprotumačenih odstupanja naziva se ukupnim odstupanjima: (Horvat i Mijoč, 2014: 515)

$$SS_{yy} = SSR + SSE \quad (12)$$

„Vrijednosti koeficijenta determinacije (r^2) očekuju se u intervalu od 0 do 1. Veća vrijednost koeficijenta determinacije upućuje na veći udio varijacija protumačenih modelom (nezavisnom varijablom) te manji udio onih koji su dio pogreške modela (varijacija koje se nalaze pod utjecajem drugih varijabla). Stoga je moguće zaključiti da veća vrijednost koeficijenta determinacije upućuje na dobro postavljen model regresije gdje varijacije nezavisne varijable objašnjavaju promjene u zavisnoj varijabli. Niža vrijednost koeficijenta sugerira pak da treba razmotriti mogućnost kako zavisnu varijablu bolje objašnjava neka druga nezavisna varijabla“ (Horvat i Mijoč, 2014: 517).

Model regresije je reprezentativniji što je koeficijent determinacije bliži 1. nakon izračunatog koeficijenta determinacije, koeficijent korelacije jednostavno se izračunava primjenom sljedećeg izraza: (Horvat i Mijoč, 2014: 517)

$$r = \sqrt{r^2} \quad (13)$$

3. POSLOVNI SUBJEKTI U REPUBLICI HRVATSKOJ

„Poslovni subjekti su pravne osobe ali i fizičke osobe koje obavljaju djelatnosti u skladu s propisima, te tijela državne vlasti i tijela jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave“ (DZS, 29.5.2017.).

Državni zavod za statistiku vodi Registar poslovnih subjekata u kojem su upisane pravne osobe, tijela državne vlasti, tijela lokalne i područne (regionalne) samouprave. Zasad se u Registar ne upisuju fizičke osobe koje obavljaju djelatnosti u skladu s propisima.

Prema Državnom zavodu za statistiku registrirane pravne osobe su trgovačka društva, zadruge, poduzeća, ustanove, političke stranke, te ostale jedinice koje su prema prijašnjim Zakonima bile sposobne stupiti u pravne odnose. U spomenutim jedinicama, pojam aktivne pravne osobe odnosi se na one pravne osobe za koje je status aktivnosti određen prema podacima Fine tj. Godišnjim financijskim izvješćima, i prema podacima Registra poreznih obveznika tj. Godišnje prijave poreza na dobit. Podaci o fizičkim osobama koje obavljaju djelatnost u skladu s propisima, a odnose se na obrt i druge oblike slobodnih zanimanja, pronalaze se u evidencijama aktivnih osiguranika mirovinskog osiguranja.

„Glavna djelatnost jest djelatnost koja se za subjekte koji ostvaruju dobit proizvodnjom, prometom robe ili pružanjem usluga na tržištu određuje prema najvećem udjelu u ukupnoj dodanoj vrijednosti. Za subjekte koji ne ostvaruju dobit proizvodnjom, prometom robe ili pružanjem usluga na tržištu određuje se prema najvećem udjelu broja zaposlenih, platnoj listi i isplaćenim bruto plaćama“ (DZS, 29.5.2017) .

Svaki poslovni subjekt ima svoj matični broj koji se upotrebljava u statističkim istraživanjima i pri razmjeni podataka sa tijelima državne vlasti, tijelima jedinica lokalne i područne (regionalne) samouprave, sudovima, te pravnim osobama koje imaju javne ovlasti.

„Pravno ustrojbeni oblik jest obilježje jedinica Registra poslovnih subjekata određeno Zakonom na temelju kojeg je jedinica osnovana (npr. dioničko društvo i društvo s ograničenom odgovornošću prema Zakonu o trgovačkim društvima)“ (DZS, 29.5.2017)

Oblik vlasništva jest obilježje koje pokazuje vlasničku strukturu jedinice.

Broj zaposlenih služi za iskazivanje strukture i veličine poslovnih subjekata. Dobiven je na temelju godišnjih financijskih izvještaja Fine. Podaci su usklađeni s redovnim

mjesečnim statističkim istraživanjem kojim se prati zaposlenost, radi dobivanja ažurnog stanja podataka danih u tablicama.

Tablica 1: Broj i struktura registriranih poslovnih subjekata u Republici Hrvatskoj po županijama, stanje 31.3.2015.

Županija	Registrirani poslovni subjekti ukupno	Registrirane pravne osobe	Subjekti u obrtu i slobodnim zanimanjima
Zagrebačka	23.904	19.060	4.844
Krapinsko-zagorska	7.787	5.520	2.267
Sisačko-moslavačka	9.639	7.664	1.975
Karlovačka	8.069	6.215	1.854
Varaždinska	11.169	8.536	2.633
Koprivničko-križevačka	6.592	5.201	1.391
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	5.719	1.323
Primorsko-goranska	33.177	24.588	8.589
Ličko-senjska	3.265	2.402	863
Virovitičko-podravska	4.352	3.289	1.063
Požeško-slavonska	4.160	3.084	1.076
Brodsko-posavska	8.284	6.161	2.123
Zadarska	14.305	10.018	4.287
Osječko-baranjska	16.650	12.643	4.007
Šibensko-kninska	8.864	6.603	2.261
Vukovarsko-srijemska	8.003	5.620	2.383
Splitsko-dalmatinska	46.170	35.421	10.749
Istarska	29.079	22.482	6.597
Dubrovačko-neretvanska	11.464	7.977	3.487
Međimurska	8.125	6.840	1.285
Grad Zagreb	111.926	96.991	14.935
Republika Hrvatska	382.026	302.034	79.992

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Tablica 2: Zaposleni u poslovnim subjektima u Republici Hrvatskoj po županijama, stanje 31.3.2015.

ŽUPANIJA	Broj zaposlenih u poslovnim subjektima	Zaposleni u pravnim osobama	Zaposleni u obrtu i slobodnim zanimanjima	Zaposleni osiguranici poljoprivrednici
Zagrebačka	76.605	62.686	12.302	1.617
Krapinsko-zagorska	33.326	26.406	6.577	343
Sisačko-moslavačka	37.550	31.370	5.268	912
Karlovačka	33.786	28.045	5.350	391
Varaždinska	59.259	50.431	7.790	1.038
Koprivničko-križevačka	29.818	23.348	3.476	2.994
Bjelovarsko-bilogorska	28.683	22.531	3.729	2.423
Primorsko-goranska	100.844	84.213	16.409	222
Ličko-senjska	12.887	10.441	2.192	254
Virovitičko-podravska	18.294	13.082	3.282	1.930
Požeško-slavonska	16.754	13.479	2.732	543
Brodsko-posavska	31.973	25.225	5.895	853
Zadarska	44.133	34.660	9.116	357
Osječko-baranjska	76.556	64.536	9.996	2.024
Šibensko-kninska	27.706	22.583	4.950	173
Vukovarsko-srijemska	38.399	30.417	6.226	1.756
Splitsko-dalmatinska	128.528	104.467	23.279	782
Istarska	75.363	59.469	15.097	797
Dubrovačko-neretvanska	37.082	30.071	6.565	446
Međimurska	35.392	30.303	4.015	1.074
Grad Zagreb	389.888	359.288	30.082	518
Republika Hrvatska	1.332.826	1.127.051	184.328	21.447

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

S obzirom da poslovni subjekti obuhvaćaju pravne osobe, ali i obrte te slobodna zanimanja, u tablici 1 napravljen je pregled registriranih pravnih osoba i obrta, a u tablici 2 pregled broja zaposlenih u njima. Za njih je također napravljena analiza primjenom regresijskog modela.

4. ANALIZA ZAPOSLENOSTI U POSLOVNIM SUBJEKTIMA U ŽUPANIJAMA REPUBLIKE HRVATSKE PRIMJENOM REGRESIJSKOG MODELA

Na temelju podataka iz 2015. godine o broju registriranih poslovnih subjekata u svim županijama Republike Hrvatske te broju zaposlenih u istima, izračunat je linearni regresijski model, napravljen dijagram rasipanja, ucrtana linija regresije te izračunat koeficijent determinacije i koeficijent korelacije.

Jednostavna linearna regresija se promatra kroz utjecaj jedne nezavisne varijable na jednu zavisnu varijablu, te je tako u ovom primjeru broj registriranih poslovnih subjekata odabran kao nezavisna varijabla koja utječe na zavisnu odnosno na broj zaposlenih.

4.1. Procjena parametra a (konstantni član) i parametra b (regresijski koeficijent)

Za izračun parametara a i b u jednadžbe će se uvrstiti podaci iz tablica 1 i 2 koji se odnose na broj registriranih poslovnih subjekata u Republici Hrvatskoj te broj zaposlenih u istima.

Tablica 3. Broj registriranih poslovnih subjekata i broj zaposlenih u Republici Hrvatskoj na dan 31.3.2015. – procjenjivanje parametara

ŽUPANIJA	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih		
	x	y	x ²	xy
Zagrebačka	23.904	76.605	571401216	1831165920
Krapinsko-zagorska	7.787	33.326	60637369	259509562
Sisačko-moslavačka	9.639	37.550	92910321	361944450
Karlovačka	8.069	33.786	65108761	272619234
Varaždinska	11.169	59.259	124746561	661863771
Koprivničko-križevačka	6.592	29.818	43454464	196560256
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	28.683	49589764	201985686
Primorsko-goranska	33.177	100.844	1100713329	3345701388
Ličko-senjska	3.265	12.887	10660225	42076055
Virovitičko-podravska	4.352	18.294	18939904	79615488
Požeško-slavonska	4.160	16.754	17305600	69696640
Brodsko-posavska	8.284	31.973	68624656	264864332
Zadarska	14.305	44.133	204633025	631322565
Osječko-baranjska	16.650	76.556	277222500	1274657400
Šibensko-kninska	8.864	27.706	78570496	245585984
Vukovarsko-srijemska	8.003	38.399	64048009	307307197
Splitsko-dalmatinska	46.170	128.528	2131668900	5934137760
Istarska	29.079	75.363	845588241	2191480677
Dubrovačko-neretvanska	11.464	37.082	131423296	425108048
Međimurska	8.125	35.392	66015626	287560000
Grad Zagreb	111.926	389.888	12527429476	43638604288
Republika Hrvatska	382.026	1.332.826	18550691738	62523366701

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Pomoću modela jednostavne linearne regresije određena je ovisnost broja registriranih poslovnih subjekata i broja zaposlenih u promatranim županijama Republike Hrvatske.

Za zavisnu varijablu (y) uzet je broj zaposlenih. Ukupan broj promatranih županija iznosi 21 a označava se slovom n . Uvrštavanjem odgovarajućih vrijednosti iz tablice 3 dobiven je parametar b , odnosno regresijski koeficijent:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{382026}{21} = 18.191,71$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{1332826}{21} = 63.467,90$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{38276976916}{11600983896} = 3,2995$$

Prikazanim izračunom dolazi se do podatka da regresijski koeficijent b iznosi 3,2995.

Iz navedenog proizlazi tvrdnja: kad bi se broj poslovnih subjekata povećao za 1 mogli bismo očekivati povećanje broja zaposlenih za 3,2995.

Kada je dobiven regresijski koeficijent b , određuje se konstantni član a :

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 63.467,90 - 3,2995 * 18.191,71 = 3445,1$$

Konstantni član a iznosi 3445,1.

Iz navedenog proizlazi tvrdnja: Kad bi broj poslovnih subjekata bio 0 možemo očekivati da broj zaposlenih bude 3445,1.

Iako ova tvrdnja logički nema smisla, statistički je točna. Kada se konstantni član a prikazuje ovakvim tvrdnjama, uočavaju se problemi u značenju takvih podataka za okolinu. Nemoguće je da u Republici Hrvatskoj ima 3445,1 zaposlenih ako ne postoje poslovni subjekti u kojima bi radili. Temeljem toga uočava se nerealna vrijednost konstantnog člana, što govori o tome da se regresijskim modelom tumači predviđena vrijednost samo za varijablu y .

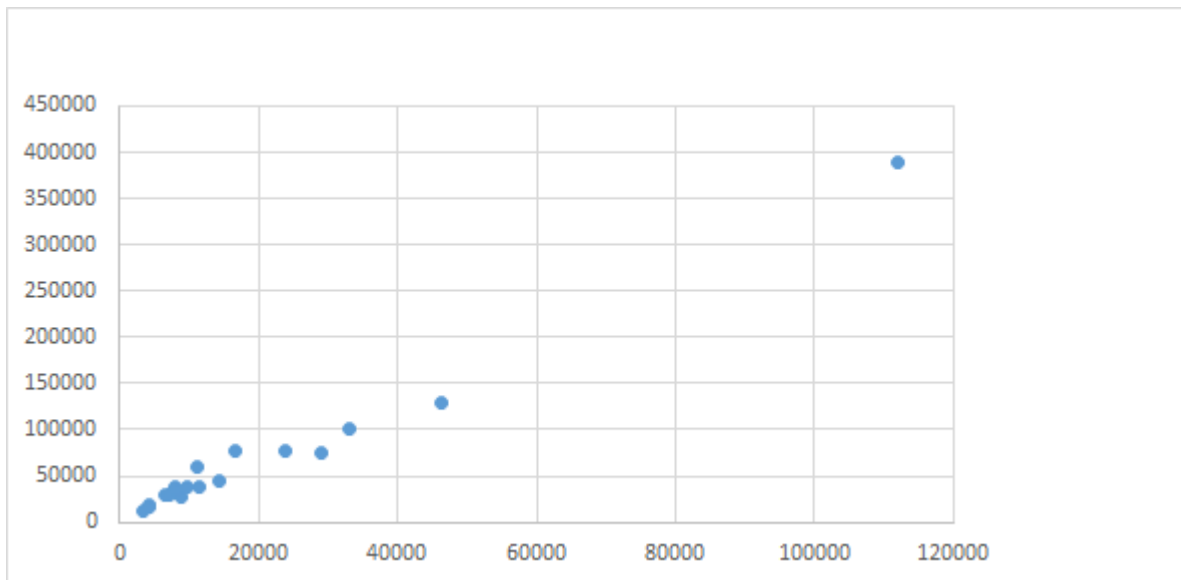
Prema navedenim podacima, pripadajuća regresijska jednadžba glasi:

$$\hat{y} = 3445,1 + 3,2995x \quad (14)$$

4.2. Dijagram rasipanja

Nezavisna varijabla je broj poslovnih subjekata, a zavisna varijabla je broj zaposlenih te će se prema tome izraditi dijagram rasipanja, tako da se unesu parovi originalnih vrijednosti x i y .

Grafikon 1: Dijagram rasipanja – poslovni subjekti



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablice 3

Nakon što je nacrtan dijagram rasipanja, izabiru se dvije vrijednosti x koje su proizvoljne i nalaze se unutar raspona vrijednosti za danu nezavisnu varijablu.

$$X_1 = 50.000$$

$$X_2 = 90.000$$

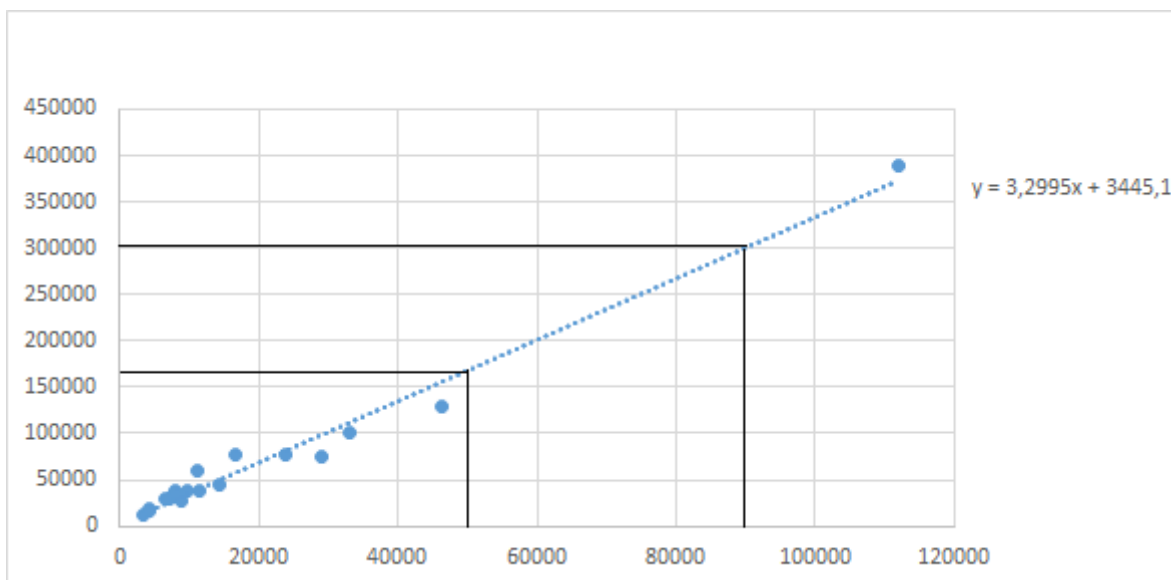
Odabrane proizvoljne vrijednosti x uvrštavaju se u jednadžbu:

$$\hat{y}_1 = 3445,1 + 3,2995 * 50.000 = 168.418$$

$$\hat{y}_2 = 3445,1 + 3,2995 * 90.000 = 300.396$$

Pomoću izračunatih parova vrijednosti rubnih točaka, u dijagram rasipanja ucrtava se linija regresije i pripadajuća jednadžba.

Grafikon 2: Ucertana linija regresije i pripadajuća jednadžba – poslovni subjekti



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablice 3

4.3. Analiza modela regresije po županijama Republike Hrvatske

Na temelju prethodno prikazane jednadžbe modela regresije, predviđa se broj zaposlenih koji određena županija može ostvariti. Predviđeni broj zaposlenih izračunava se jednadžbom:

$$\hat{y} = 3445,1 + 3,2995x$$

Tablica 4. Predviđeni broj zaposlenih u poslovnim subjektima u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

ŽUPANIJA	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih	Predviđeni broj zaposlenih	Slučajna pogreška
	x	y	$\hat{y}$	$u=(y - \hat{y})$
Zagrebačka	23.904	76.605	82.315	-5.710
Krapinsko-zagorska	7.787	33.326	29.138	4.188
Sisačko-moslavačka	9.639	37.550	35.249	2.301
Karlovačka	8.069	33.786	30.068	3.718
Varaždinska	11.169	59.259	40.297	18.962
Koprivničko-križevačka	6.592	29.818	25.195	4.623
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	28.683	26.680	2.003
Primorsko-goranska	33.177	100.844	112.911	-12.067
Ličko-senjska	3.265	12.887	14.218	-1.331
Virovitičko-podravska	4.352	18.294	17.804	490
Požeško-slavonska	4.160	16.754	17.171	-417
Brodsko-posavska	8.284	31.973	30.778	1.195
Zadarska	14.305	44.133	50.644	-6.511
Osječko-baranjska	16.650	76.556	58.381	18.175
Šibensko-kninska	8.864	27.706	32.691	-4.985
Vukovarsko-srijemska	8.003	38.399	29.851	8.548
Splitsko-dalmatinska	46.170	128.528	155.781	-27.253
Istarska	29.079	75.363	99.390	-24.027
Dubrovačko-neretvanska	11.464	37.082	41.270	-4.188
Međimurska	8.125	35.392	30.253	5.139
Grad Zagreb	111.926	389.888	372.740	17.148

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Prema predviđanjima regresijskog modela, zaključuje se:

Zagrebačka županija ima 23.904 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 82.315 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 76.605, što je za 5.710 manje od predviđenog. Krapinsko-zagorska županija ima 7.787 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 29.138 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 33.326, što je za 4.188 više od predviđenog. Sisačko-moslavačka županija ima 9.639 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 35.249 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 37.550, što je za 2.301 više od predviđenog. Karlovačka županija ima 8.069 registriranih poslovnih subjekata, i može imati

30.068 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 33.786, što je za 3.718 više od predviđenog. Varaždinska županija ima 11.169 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 40.297 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 59.259, što je za 18.962 više od predviđenog. Koprivničko-križevačka županija ima 6.592 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 25.195 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 29.818, što je za 4.623 više od predviđenog. Bjelovarsko-bilogorska županija ima 7.042 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 26.680 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 28.683, što je za 2003 više od predviđenog. Primorsko-goranska županija ima 33.177 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 112.911 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 100.844, što je za 12.067 manje od predviđenog. Ličko-senjska županija ima 3.265 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 14.218 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 12.887, što je za 1.331 manje od predviđenog. Virovitičko-podravska županija ima 4.352 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 17.804 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 18.294, što je za 490 više od predviđenog. Požeško-slavonska županija ima 4.160 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 17.171 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 16.754, što je za 417 manje od predviđenog. Brodsko-posavska županija ima 8.284 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 30.778 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 31.973, što je za 1.195 više od predviđenog. Zadarska županija ima 14.305 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 50.644 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 44.133, što je za 6.511 manje od predviđenog. Osječko-baranjska županija ima 16.650 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 58.381 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 76.556, što je za 18.175 više od predviđenog. Šibensko-kninska županija ima 8.864 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 32.691. Stvaran broj zaposlenih iznosi 27.706, što je za 4.985 manje od predviđenog. Vukovarsko-srijemska županija ima 8.003 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 29.851 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 38.399, što je za 8.548 više od predviđenog. Splitsko-dalmatinska županija ima 46.170 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 155.781 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 128.528, što je za 27.253 manje od predviđenog. Istarska županija ima 29.079 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 99.390 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 75.363, što je za 24.027 manje od predviđenog. Dubrovačko-neretvanska županija ima 11.464 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 41.270 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 37.082, što je za 4.188 manje od predviđenog. Međimurska županija ima 8.125 registriranih poslovnih subjekata, i može imati 30.253 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 35.392, što je za 5.139 više od predviđenog. Grad Zagreb ima 111.926 registriranih poslovnih subjekata, i može imati

372.740 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 389.888, što je za 17.148 više od predviđenog.

Odstupanja koja se spominju u analizi zovu se rezidualna odstupanja, a odnose se na razliku između stvarne i predviđene vrijednosti. Najveće odstupanje u smislu precijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Varaždinsku županiju i iznosi 18.962 zaposlenih, Slijedi ju Osječko-baranjska županija sa precijenjenom očekivanom vrijednosti od 18.175 zaposlenih, i Grad Zagreb sa 17.148 zaposlenih. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Splitsko-dalmatinsku županiju i iznosi -27.253 zaposlenih, a slijedi ju Istarska županija sa -24.027 zaposlenih.

4.4. Koeficijent determinacije

Kako bi se izračunao koeficijent determinacije, potrebno je izračunati kolika su neprotumačena odstupanja (SSE), protumačena odstupanja (SSR), i ukupna odstupanja (SS_{yy}).

Tablica 5. Neprotumačena odstupanja (SSE)

ŽUPANIJA	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih	Predviđeni broj zaposlenih	Slučajna pogreška	SSE
	x	y	$\hat{y}$	$u=(y - \hat{y})$	$u^2=(y - \hat{y})^2$
Zagrebačka	23.904	76.605	82.315	-5.710	32608215
Krapinsko-zagorska	7.787	33.326	29.138	4.188	17539587
Sisačko-moslavačka	9.639	37.550	35.249	2.301	5296580
Karlovačka	8.069	33.786	30.068	3.718	13820411
Varaždinska	11.169	59.259	40.297	18.962	359567184
Koprivničko-križevačka	6.592	29.818	25.195	4.623	21371048
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	28.683	26.680	2.003	4012515
Primorsko-goranska	33.177	100.844	112.911	-12.067	145618488
Ličko-senjska	3.265	12.887	14.218	-1.331	1771069
Virovitičko-podravska	4.352	18.294	17.804	490	239779
Požeško-slavonska	4.160	16.754	17.171	-417	173748
Brodsko-posavska	8.284	31.973	30.778	1.195	1428497
Zadarska	14.305	44.133	50.644	-6.511	42391145
Osječko-baranjska	16.650	76.556	58.381	18.175	330327686
Šibensko-kninska	8.864	27.706	32.691	-4.985	24855100
Vukovarsko-srijemska	8.003	38.399	29.851	8.548	73074215
Splitsko-dalmatinska	46.170	128.528	155.781	-27.253	742732893
Istarska	29.079	75.363	99.390	-24.027	577299776
Dubrovačko-neretvanska	11.464	37.082	41.270	-4.188	17540045
Međimurska	8.125	35.392	30.253	5.139	26407385
Grad Zagreb	111.926	389.888	372.740	17.148	294040618
Ukupno	382.026	1.332.826	1.332.826	0	2732115985

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

U tablici 5 navedene vrijednosti SSE za svaku županiju izračunate su koristeći jednadžbu:

$$SSE = (y - \hat{y})^2 \quad (15)$$

Ukupna vrijednost SSE je zbroj svih izračunatih neprotumačenih odstupanja.

Tablica 6. Protumačena odstupanja (SSR)

ŽUPANIJA	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih	Predviđeni broj zaposlenih	SSR
	x	y	$\hat{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$
Zagrebačka	23.904	76.605	82.315	355226581
Krapinsko-zagorska	7.787	33.326	29.138	1178544351
Sisačko-moslavačka	9.639	37.550	35.249	796330850
Karlovačka	8.069	33.786	30.068	1115525676
Varaždinska	11.169	59.259	40.297	536902730
Koprivničko-križevačka	6.592	29.818	25.195	1464806293
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	28.683	26.680	1353359232
Primorsko-goranska	33.177	100.844	112.911	2444644248
Ličko-senjska	3.265	12.887	14.218	2425571341
Virovitičko-podravska	4.352	18.294	17.804	2085162287
Požeško-slavonska	4.160	16.754	17.171	2143419012
Brodsko-posavska	8.284	31.973	30.778	1068642792
Zadarska	14.305	44.133	50.644	164456425
Osječko-baranjska	16.650	76.556	58.381	25875777
Šibensko-kninska	8.864	27.706	32.691	947187771
Vukovarsko-srijemska	8.003	38.399	29.851	1130119530
Splitsko-dalmatinska	46.170	128.528	155.781	8521730870
Istarska	29.079	75.363	99.390	1290401482
Dubrovačko-neretvanska	11.464	37.082	41.270	492743259
Međimurska	8.125	35.392	30.253	1103217387
Grad Zagreb	111.926	389.888	372.740	95649468513
Ukupno	382.026	1.332.826	1.332.826	126293336407

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

U tablici 6 navedene vrijednosti SSR za svaku županiju izračunate su koristeći jednadžbu:

$$SSR = (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad (16)$$

Ukupna vrijednost SSR je zbroj svih izračunatih protumačenih odstupanja.

Tablica 7. Ukupna odstupanja (SS_{yy})

Županija	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih	Predviđeni broj zaposlenih	Ukupna odstupanja SS _{yy}
	x	y	$\hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
Zagrebačka	23.904	76.605	82.315	172583271
Krapinsko-zagorska	7.787	33.326	29.138	908534423
Sisačko-moslavačka	9.639	37.550	35.249	671737787
Karlovačka	8.069	33.786	30.068	881015470
Varaždinska	11.169	59.259	40.297	17714879
Koprivničko-križevačka	6.592	29.818	25.195	1132316090
Bjelovarsko-bilogorska	7.042	28.683	26.680	1209989599
Primorsko-goranska	33.177	100.844	112.911	1396972495
Ličko-senjska	3.265	12.887	14.218	2558427927
Virovitičko-podravska	4.352	18.294	17.804	2040681671
Požeško-slavonska	4.160	16.754	17.171	2182188898
Brodsko-posavska	8.284	31.973	30.778	991929026
Zadarska	14.305	44.133	50.644	373838542
Osječko-baranjska	16.650	76.556	58.381	171298237
Šibensko-kninska	8.864	27.706	32.691	1278913832
Vukovarsko-srijemska	8.003	38.399	29.851	628449986
Splitsko-dalmatinska	46.170	128.528	155.781	4232815992
Istarska	29.079	75.363	99.390	141493291
Dubrovačko-neretvanska	11.464	37.082	41.270	696215970
Međimurska	8.125	35.392	30.253	788256428
Grad Zagreb	111.926	389.888	372.740	106550078575
Ukupno	382.026	1.332.826	1.332.826	129025452392

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

U tablici 7 navedene vrijednosti SS_{yy} za svaku županiju izračunate su koristeći jednadžbu:

$$SS_{yy} = (y - \hat{y})^2 \quad (17)$$

Ukupna vrijednost SS_{yy} je zbroj svih izračunatih ukupnih odstupanja.

Kada su izračunati svi potrebni podaci, izračunava se koeficijent determinacije (r^2).

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = \frac{126293336407}{129025452392} = 0,9788 \quad (18)$$

Koeficijent determinacije iznosi 0,9788 te je moguće zaključiti da je 97,88% varijacija u broju zaposlenih rezultat varijacija u broju registriranih poslovnih subjekata. Preostalih 2,12% nije moguće objasniti varijacijama u broju registriranih subjekata te se navedene varijacije tumače kao rezultat pogreške regresijskog modela.

Iz koeficijenta determinacije izračunava se koeficijent korelacije (r):

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,9788} = 0,9894 \quad (19)$$

Koeficijent korelacije pokazuje da je povezanost varijable broja registriranih poslovnih subjekata i varijable broja zaposlenih snažna i pozitivnog smjera.

4.5. Analiza zaposlenosti u pravnim osobama i obrtima u županijama Republike Hrvatske

Kao što je ranije navedeno i prikazano u tablici 1, pravne osobe i obrti i slobodna zanimanja čine strukturu poslovnih subjekata.

Analizom zaposlenosti u poslovnim subjektima u poglavlju 4 prikazano je kako se dolazi do rezultata, te će se ista primijeniti i u analizi zaposlenosti u pravnim osobama i obrtima, koji su dio poslovnih subjekata.

4.5.1. Analiza zaposlenosti u pravnim osobama

Prvi korak je procjenjivanje parametara a i b , a podaci su uzeti iz tablica 1 i 2.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{302034}{21} = 14.382,57$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{1127051}{21} = 53.669,09$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{30377237139}{8561487603} = 3,5481$$

Prikazanim izračunom dolazi se do podatka da regresijski koeficijent b iznosi 3,5481.

Iz navedenog proizlazi tvrdnja: kad bi se broj pravnih osoba povećao za 1 mogli bismo očekivati povećanje broja zaposlenih za 3,5481.

Kada je dobiven regresijski koeficijent b , određuje se konstantni član a :

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 53669,09 - 3,5481 \cdot 14382,57 = 2637,9$$

Konstantni član a iznosi 2637,9.

Iz navedenog proizlazi tvrdnja: Kad bi broj pravnih osoba bio 0 možemo očekivati da broj zaposlenih bude 2637,9.

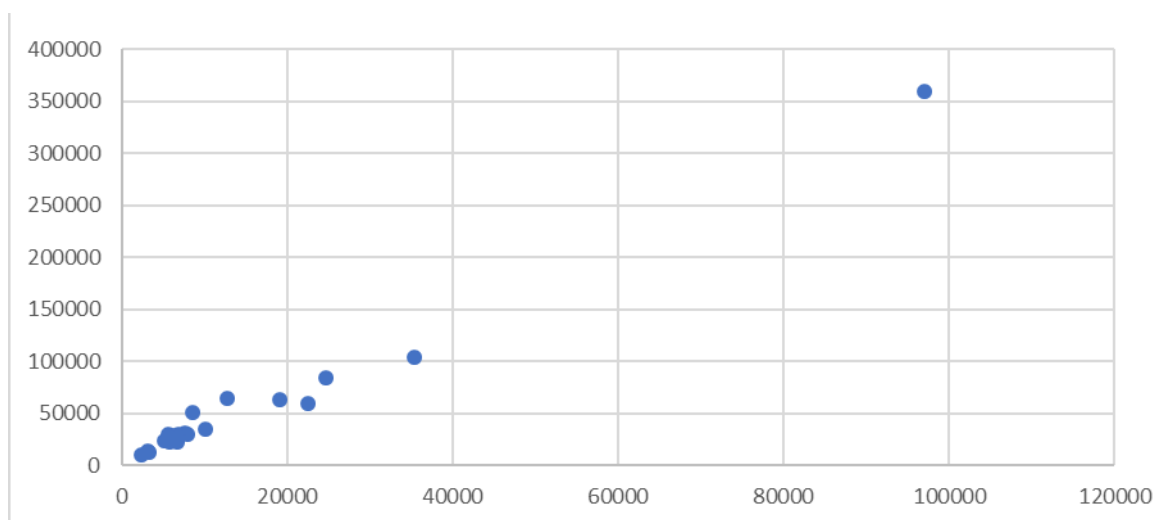
Kao što je već rečeno u poglavlju 4, kada se konstantni član a prikazuje ovakvim tvrdnjama uočavaju se problemi u značenju takvih podataka za okolinu. Nemoguće je da u Republici Hrvatskoj ima 2637,9 zaposlenih ako ne postoje pravne osobe u kojima bi radili.

Prema navedenim podacima, pripadajuća regresijska jednadžba glasi:

$$\hat{y} = 2637,9 + 3,5481x \quad (20)$$

Nezavisna varijabla (x) je broj pravnih osoba, a zavisna varijabla (y) je broj zaposlenih te će se prema tome izraditi dijagram rasipanja, tako da se unesu parovi originalnih vrijednosti x i y .

Grafikon 3: Dijagram rasipanja – pravne osobe



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablica 1 i 2

Nakon što je nacrtan dijagram rasipanja, izabiru se dvije vrijednosti x koje su proizvoljne i nalaze se unutar raspona vrijednosti za danu nezavisnu varijablu.

$$X_1 = 50.000$$

$$X_2 = 90.000$$

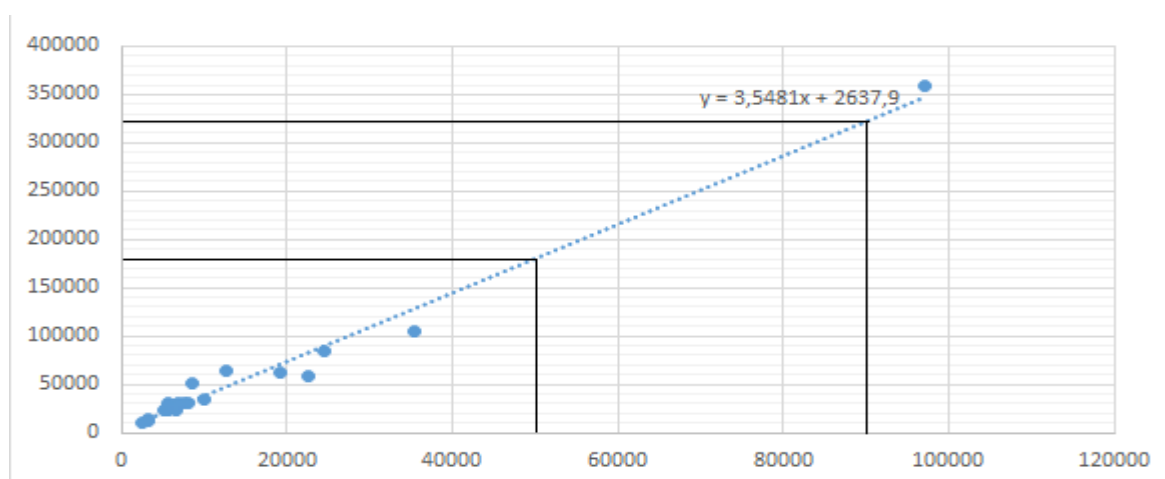
Odabrane proizvoljne vrijednosti x uvrštavaju se u jednadžbu:

$$\hat{y}_1 = 2637,9 + 3,5481 \cdot 50.000 = 180.044$$

$$\hat{y}_2 = 2637,9 + 3,5481 \cdot 90.000 = 321.969$$

Pomoću izračunatih parova vrijednosti rubnih točaka, u dijagram rasipanja ucrtava se linija regresije i pripadajuća jednadžba.

Grafikon 4: Ucrtana linija regresije i pripadajuća jednadžba – pravne osobe



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablica 1 i 2

Na temelju prethodno prikazane jednadžbe modela regresije, predviđa se broj zaposlenih koji određena županija može ostvariti. Predviđeni broj zaposlenih izračunava se jednadžbom:

$$\hat{y} = 2637,9 + 3,5481x \quad (21)$$

Tablica 8. Predviđeni broj zaposlenih u pravnim osobama u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

ŽUPANIJA	Broj registriranih poslovnih subjekata	Broj zaposlenih	Predviđeni broj zaposlenih	Slučajna pogreška
	x	y	$\hat{y}$	$u=(y - \hat{y})$
Zagrebačka	19.060	62.686	70.265	-7.579
Krapinsko-zagorska	5.520	26.406	22.224	4.182
Sisačko-moslavačka	7.664	31.370	29.831	1.539
Karlovačka	6.215	28.045	24.690	3.355
Varaždinska	8.536	50.431	32.925	17.506
Koprivničko-križevačka	5.201	23.348	21.092	2.256
Bjelovarsko-bilogorska	5.719	22.531	22.930	-399
Primorsko-goranska	24.588	84.213	89.879	-5.666
Ličko-senjska	2.402	10.441	11.161	-720
Virovitičko-podravska	3.289	13.082	14.308	-1.226
Požeško-slavonska	3.084	13.479	13.580	-101
Brodsko-posavska	6.161	25.225	24.498	727
Zadarska	10.018	34.660	38.183	-3.523
Osječko-baranjska	12.643	64.536	47.497	17.039
Šibensko-kninska	6.603	22.583	26.066	-3.483
Vukovarsko-srijemska	5.620	30.417	22.578	7.839
Splitsko-dalmatinska	35.421	104.467	128.316	-23.849
Istarska	22.482	59.469	82.407	-22.938
Dubrovačko-neretvanska	7.977	30.071	30.941	-870
Međimurska	6.840	30.303	26.907	3.396
Grad Zagreb	96.991	359.288	346.774	12.514

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Prema predviđanjima regresijskog modela, zaključuje se:

Zagrebačka županija ima 19.060 registriranih pravnih osoba, i može imati 70.265 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 62.686, što je za 7.579 manje od predviđenog. Krapinsko-zagorska županija ima 5.520 registriranih pravnih osoba, i može imati 22.224 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 26.406, što je za 4.182 više od predviđenog. Sisačko-moslavačka županija ima 7.664 registriranih pravnih osoba, i može imati 29.831 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 31.370, što je za 1.539 više od predviđenog. Karlovačka županija ima 6.215 registriranih pravnih osoba, i može imati 24.690 zaposlenih.

Stvaran broj zaposlenih iznosi 28.045, što je za 3.355 više od previđenog. Varaždinska županija ima 8.536 registriranih pravnih osoba, i može imati 32.925 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 50.431, što je za 17.506 više od predviđenog. Koprivničko-križevačka županija ima 5.201 registriranih pravnih osoba, i može imati 21.092 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 23.348, što je za 2.256 više od predviđenog. Bjelovarsko-bilogorska županija ima 5.719 registriranih pravnih osoba, i može imati 22.930 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 22.531, što je za 399 manje od predviđenog. Primorsko-goranska županija ima 24.588 registriranih pravnih osoba, i može imati 89.879 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 84.213, što je za 5.666 manje od predviđenog. Ličko-senjska županija ima 5.402 registriranih pravnih osoba, i može imati 11.161 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 10.441, što je za 720 manje od predviđenog. Virovitičko-podravska županija ima 3.289 registriranih pravnih osoba, i može imati 14.308 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 13.082, što je za 1.226 manje od predviđenog. Požeško-slavonska županija ima 3.084 registriranih pravnih osoba, i može imati 13.580 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 13.479, što je za 101 manje od predviđenog. Brodsko-posavska županija ima 6.161 registriranih pravnih osoba, i može imati 24.498 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 25.225, što je za 727 više od predviđenog. Zadarska županija ima 10.018 registriranih pravnih osoba, i može imati 38.183 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 34.660, što je za 3.523 manje od predviđenog. Osječko-baranjska županija ima 12.643 registriranih pravnih osoba, i može imati 47.497 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 64.536, što je za 17.039 više od predviđenog. Šibensko-kninska županija ima 6.603 registriranih pravnih osoba, i može imati 26.066 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 22.583, što je za 3.483 manje od predviđenog. Vukovarsko-srijemska županija ima 5.201 registriranih pravnih osoba, i može imati 21.092 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 23.348, što je za 2.256 više od predviđenog. Splitsko-dalmatinska županija ima 35.421 registriranih pravnih osoba, i može imati 128.316 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 104.467, što je za 23.849 manje od predviđenog. Istarska županija ima 22.482 registriranih pravnih osoba, i može imati 82.407 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 59.469, što je za 22.938 manje od predviđenog. Dubrovačko-neretvanska županija ima 7.977 registriranih pravnih osoba, i može imati 30.941 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 30.071, što je za 870 manje od predviđenog. Međimurska županija ima 6.840 registriranih pravnih osoba, i može imati 26.907 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 30.303, što je za 3.396 više od predviđenog. Grad Zagreb ima 96.991 registriranih pravnih osoba, i može imati 346.774 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 359.288, što je za 12.514 više od predviđenog.

Odstupanja koja se spominju u analizi odnose se na razliku između stvarne i predviđene vrijednosti. Najveće odstupanje u smislu precijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Varaždinsku županiju i iznosi 17.506, a slijedi ju Osječko-baranjska županija sa precijenjenom očekivanom vrijednosti od 17.039 zaposlenih. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Splitsko-dalmatinsku županiju i iznosi - 23.849 zaposlenih, a slijedu ju Istarska županija sa -22.938 zaposlenih.

Nakon što su izračunata predviđanja broja zaposlenih u pravnim osobama, potrebno je izračunati kolika su neprotumačena odstupanja (SSE), protumačena odstupanja (SSR), i ukupna odstupanja (SS_{yy}), kako bi se mogao izračunati koeficijent determinacije i koeficijent korelacije.

Tablica 9. Izračun odstupanja, koeficijenta determinacije i koeficijenta korelacije – pravne osobe, na dan 31.3.2015

Županija	Neprotumačena odstupanja	Protumačena odstupanja	Ukupna odstupanja	Koeficijent determinacije	Koeficijent korelacije
	$SSE=(y - \hat{y})^2$	$SSR=(\hat{y} - \bar{y})^2$	$SS_{yy}=(y - \bar{y})^2$	$r^2=SSR/SS_{yy}$	$r=\sqrt{r^2}$
Zagrebačka	57444293	275430739	81304571	3,3876	1,8406
Krapinsko-zagorska	17492681	988820760	743276362	1,3304	1,1534
Sisačko-moslavačka	2369269	568266371	497249648	1,1428	1,0690
Karlovačka	11259230	839815646	656594257	1,2790	1,1310
Varaždinska	306469738	430328984	10485261	41,0413	6,4064
Koprivničko-križevačka	5090788	1061285213	919368816	1,1544	1,0744
Bjelovarsko-bilogorska	158923	944913382	969580975	0,9746	0,9872
Primorsko-goranska	32106300	1311174739	932930118	1,4054	1,1855
Ličko-senjska	517706	1806979162	1868668218	0,9670	0,9834
Virovitičko-podravska	1502354	1549319000	1647312300	0,9405	0,9698
Požeško-slavonska	10270	1607108321	1615243755	0,9950	0,9975
Brodsko-posavska	528640	850957259	809066554	1,0518	1,0256
Zadarska	12411851	239817731	361345702	0,6637	0,8147
Osječko-baranjska	290331728	38096284	118089619	0,3226	0,5680
Šibensko-kninska	12132649	761920088	966345317	0,7885	0,8880
Vukovarsko-srijemska	61443848	966632118	540659933	1,7879	1,3371
Splitsko-dalmatinska	568779169	5572174062	2580427128	2,1594	1,4695
Istarska	526146738	825860773	33638895	24,5508	4,9549
Dubrovačko-neretvanska	757458	516551748	556870099	0,9276	0,9631
Međimurska	11532129	716204329	545974407	1,3118	1,1453
Grad Zagreb	156594888	85910609527	93402914948	0,9198	0,9591
Ukupno	2075080651	107782266233	109857346884	0,9811	0,9905

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Nakon što su izračunata odstupanja, izračunava se koeficijent determinacije (r^2).

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = \frac{107782266233}{109857346884} = 0,9811 \quad (22)$$

Koeficijent determinacije iznosi 0,9811 te je moguće zaključiti da je 98,11% varijacija u broju zaposlenih rezultat varijacija u broju registriranih poslovnih subjekata. Preostalih 1,89% nije moguće objasniti varijacijama u broju registriranih subjekata te se navedene varijacije tumače kao rezultat pogreške regresijskog modela.

Iz koeficijenta determinacije izračunava se koeficijent korelacije (r):

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,9811} = 0,9905 \quad (23)$$

Koeficijent korelacije pokazuje da je povezanost varijable broja registriranih pravnih osoba i varijable broja zaposlenih snažna i pozitivnog smjera.

4.5.2. Analiza zaposlenosti u obrtima i slobodnim zanimanjima

Prvi korak je procjenjivanje parametara a i b , a podaci su uzeti iz tablica 1 i 2.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{79992}{21} = 3.809,15$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{184328}{21} = 8.777,53$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{517053947}{264320331} = 1,9562$$

Prikazanim izračunom dolazi se do podatka da regresijski koeficijent b iznosi 1,9562.

Iz navedenog proizlazi tvrdnja: kad bi se broj obrta i slobodnih zanimanja povećao za 1 mogli bismo očekivati povećanje broja zaposlenih za 1,9562.

Kada je dobiven regresijski koeficijent b , određuje se konstantni član a :

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 8.777,53 - 1,9562 * 3.809,15 = 1326,2$$

Konstantni član a iznosi 1326,2.

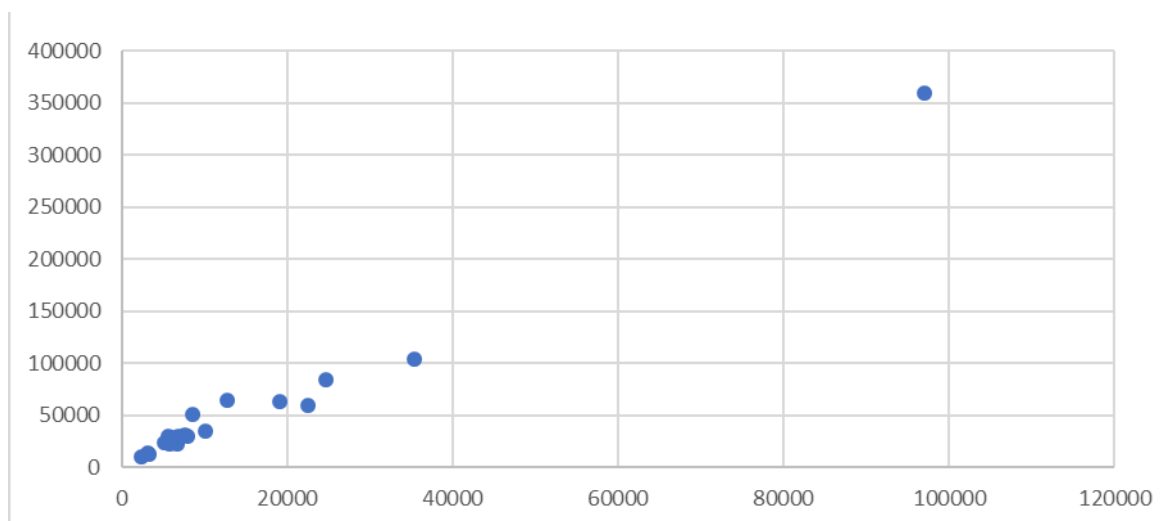
Iz navedenog proizlazi tvrdnja: kad bi broj pravnih osoba bio 0 možemo očekivati da broj zaposlenih bude 1326,2.

Prema navedenim podacima, pripadajuća regresijska jednadžba glasi:

$$\hat{y} = 1326,2 + 1,9562x \quad (24)$$

Izrađuje se dijagram rasipanja, tako da se unose parovi x i y .

Grafikon 5: Dijagram rasipanja – obrti i slobodna zanimanja



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablica 1 i 2

Nakon što je nacrtan dijagram rasipanja, izabiru se dvije vrijednosti x koje su proizvoljne i nalaze se unutar raspona vrijednosti za danu nezavisnu varijablu.

$$X_1 = 9.000$$

$$X_2 = 13.000$$

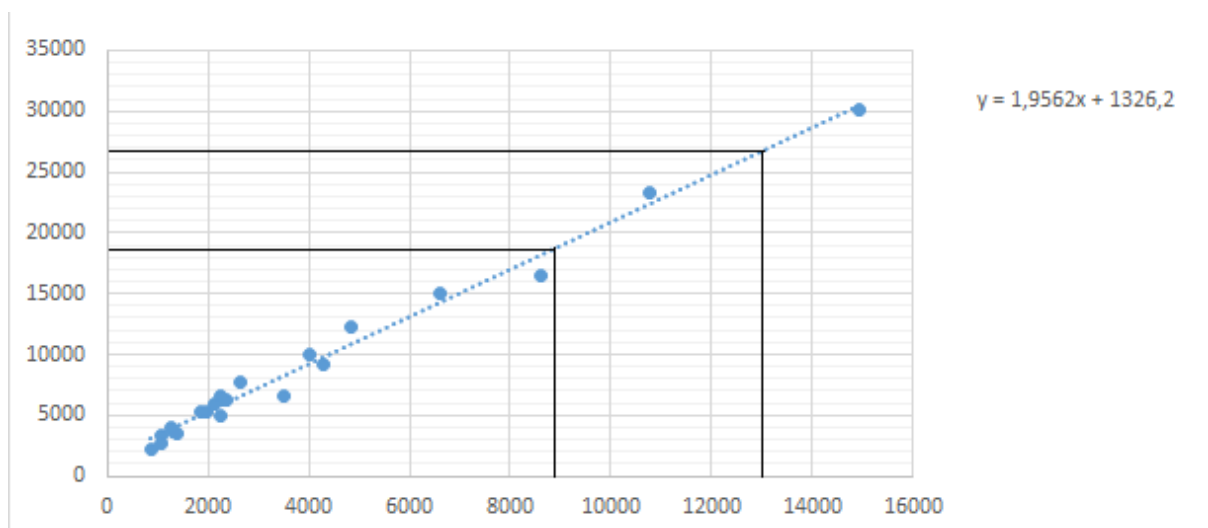
Odabrane proizvoljne vrijednosti x uvrštavaju se u jednadžbu:

$$\hat{y}_1 = 1326,2 + 1,9562 * 9.000 = 99.134$$

$$\hat{y}_2 = 1326,2 + 1,9562 * 13.000 = 177.381$$

Pomoću izračunatih parova vrijednosti rubnih točaka, u dijagram rasipanja ucrtava se linija regresije i pripadajuća jednadžba.

Grafikon 6: Učrtana linija regresije i pripadajuća jednačina – obrti i slobodna zanimanja



Izvor: izradio autor prema podacima iz tablica 1 i 2

Na temelju prethodno prikazane jednačbe modela regresije, predviđa se broj zaposlenih koji određena županija može ostvariti. Predviđeni broj zaposlenih izračunava se jednačbom:

$$\hat{y} = 1326,2 + 1,9562x \quad (25)$$

Tablica 10. Predviđeni broj zaposlenih u obrtima i slobodnim zanimanjima u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

Županija	Broj obrta i slobodnih zanimanja	Zaposleni u obrtu i slobodnim zanimanjima	Predviđeni broj zaposlenih	Slučajna pogreška
	x	y	$\hat{y}$	$u=(y - \hat{y})$
Zagrebačka	4.844	12.302	10.802	1.500
Krapinsko-zagorska	2.267	6.577	5.761	816
Sisačko-moslavačka	1.975	5.268	5.190	78
Karlovačka	1.854	5.350	4.953	397
Varaždinska	2.633	7.790	6.477	1.313
Koprivničko-križevačka	1.391	3.476	4.047	-571
Bjelovarsko-bilogorska	1.323	3.729	3.914	-185
Primorsko-goranska	8.589	16.409	18.128	-1.719
Ličko-senjska	863	2.192	3.014	-822
Virovitičko-podravska	1.063	3.282	3.406	-124
Požeško-slavonska	1.076	2.732	3.431	-699
Brodsko-posavska	2.123	5.897	5.479	416
Zadarska	4.287	9.116	9.712	-596
Osječko-baranjska	4.007	9.996	9.165	831
Šibensko-kninska	2.261	4.950	5.749	-799
Vukovarsko-srijemska	2.383	6.226	5.988	238
Splitsko-dalmatinska	10.749	23.279	22.353	926
Istarska	6.597	15.097	14.231	866
Dubrovačko-neretvanska	3.487	6.565	8.147	-1.582
Međimurska	1.285	4.015	3.840	175
Grad Zagreb	14.935	30.082	30.542	-460
Ukupno	79.992	184.328	184.328	0

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Prema predviđanjima regresijskog modela, zaključuje se:

Zagrebačka županija ima 4.844 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 10.802 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 12.302, što je za 1.500 više od predviđenog. Krapinsko-zagorska županija ima 2.267 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 5.761 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 6.577, što je za 816 više od predviđenog. Sisačko-moslavačka županija ima 1.975 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 5.190 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 5.268, što je za 78 više od predviđenog. Karlovačka županija ima 1.854 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 4.953 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 5.350, što je za 397

više od predviđenog. Varaždinska županija ima 2.633 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 6.477 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 7.790, što je za 1.313 više od predviđenog. Koprivničko-križevačka županija ima 1.391 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 4.047 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 3.476, što je za 571 manje od predviđenog. Bjelovarsko-bilogorska županija ima 1.323 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 3.914 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 3.729, što je za 185 manje od predviđenog. Primorsko-goranska županija ima 8.589 registriranih obrta, i slobodnih zanimanja, i može imati 18.128 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 16.409, što je za 1.719 manje od predviđenog. Ličko-senjska županija ima 863 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 3.014 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 2.192, što je za 822 manje od predviđenog. Virovitičko-podravska županija ima 1.063 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 3.406 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 3.282, što je za 124 manje od predviđenog. Požeško-slavonska županija ima 1.076 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 3.431 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 2.732, što je za 699 manje od predviđenog. Brodsko-posavska županija ima 2.123 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 5.479 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 5.897, što je za 416 više od predviđenog. Zadarska županija ima 4.287 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 9.712 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 9.116, što je za 596 manje od predviđenog. Osječko-baranjska županija ima 4.007 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 9.165 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 9.996, što je za 831 više od predviđenog. Šibensko-kninska županija ima 2.261 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 5.749 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 4.950, što je za 799 manje od predviđenog. Vukovarsko-srijemska županija ima 2.383 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 5.988 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 6.226, što je za 238 više od predviđenog. Splitsko-dalmatinska županija ima 10.749 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 22.353 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 23.279, što je za 926 više od predviđenog. Istarska županija ima 6.597 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 14.231 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 15.097, što je za 866 više od predviđenog. Dubrovačko-neretvanska županija ima 3.487 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 8.147 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 6.565, što je za 1.582 manje od predviđenog. Međimurska županija ima 1.285 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 3.840 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 4.015, što je za 175 više od predviđenog. Grad Zagreb ima

14.935 registriranih obrta i slobodnih zanimanja, i može imati 30.542 zaposlenih. Stvaran broj zaposlenih iznosi 30.082, što je za 460 manje od predviđenog.

Najveće odstupanje u smislu precijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Zagrebačku županiju i iznosi 1.500, a slijedi ju Varaždinska županija sa precijenjenom očekivanom vrijednosti od 1.313 zaposlenih. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Primorsko-goransku županiju i iznosi -1.719 zaposlenih, a slijedi ju Dubrovačko-neretvanska županija sa -1.582 zaposlenih.

Nakon što su izračunata predviđanja broja zaposlenih u obrtima i slobodnim zanimanjima, potrebno je izračunati kolika su neprotumačena odstupanja (SSE), protumačena odstupanja (SSR), i ukupna odstupanja (SS_{yy}), kako bi se mogao izračunati koeficijent determinacije i koeficijent korelacije.

Tablica 11. Izračun odstupanja, koeficijenta determinacije i koeficijenta korelacije – obrti i slobodna zanimanja

Županija	Neprotumačena odstupanja	Protumačena odstupanja	Ukupna odstupanja	Koeficijent determinacije	Koeficijent korelacije
	$SSE=(y - \hat{y})^2$	$SSR=(\hat{y} - \bar{y})^2$	$SSyy=(y - \bar{y})^2$	$r^2=SSR/SSyy$	$r=\sqrt{r^2}$
Zagrebačka	2250377	4097995	12421932	0,3299	0,5744
Krapinsko-zagorska	666118	9100386	4842305	1,8793	1,3709
Sisačko-moslavačka	6140	12872915	12316757	1,0452	1,0223
Karlovačka	157654	14627415	11747919	1,2451	1,1158
Varaždinska	1724506	5293351	975203	5,4279	2,3298
Koprivničko-križevačka	326315	22375590	28106155	0,7961	0,8922
Bjelovarsko-bilogorska	34307	23651721	25487593	0,9280	0,9633
Primorsko-goranska	2953960	87425961	58239429	1,5011	1,2252
Ličko-senjska	676317	33213771	43369124	0,7658	0,8751
Virovitičko-podravska	15281	28857375	30200782	0,9555	0,9775
Požeško-slavonska	488668	28584806	36548358	0,7821	0,8844
Brodsko-posavska	172930	10879259	8308944	1,3093	1,1443
Zadarska	355563	873789	114566	7,6269	2,7617
Osječko-baranjska	691284	149801	1484684	0,1009	0,3176
Šibensko-kninska	638564	9171337	14649939	0,6260	0,7912
Vukovarsko-srijemska	56761	7782814	6510274	1,1955	1,0934
Splitsko-dalmatinska	857433	184294188	210292812	0,8764	0,9361
Istarska	749904	29740729	39935779	0,7447	0,8630
Dubrovačko-neretvanska	2503862	397107	4895262	0,0811	0,2848
Međimurska	30665	24380266	22681633	1,0749	1,0368
Grad Zagreb	211164	473671808	453880706	1,0436	1,0216
Ukupno	15567774	1011442381	1027010155	0,9848	0,9924

Izvor: izradio autor prema podacima DZS

Kada su izračunati svi potrebni podaci, izračunava se koeficijent determinacije (r^2).

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = \frac{1011442381}{1027010155} = 0,9848 \quad (26)$$

Koeficijent determinacije iznosi 0,9848 te se zaključuje da je 98,48% varijacija u broju zaposlenih rezultat varijacija u broju registriranih obrta. Preostalih 1,52% nije moguće objasniti varijacijama u broju registriranih subjekata te se navedene varijacije tumače kao rezultat pogreške regresijskog modela.

Iz koeficijenta determinacije izračunava se koeficijent korelacije (r):

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,9811} = 0,9924 \quad (27)$$

Koeficijent korelacije pokazuje da je povezanost varijable broja registriranih obrta i varijable broja zaposlenih izrazito snažna i pozitivnog smjera.

6. ZAKLJUČAK

Statističke metode istraživanja su vrlo važne zbog prikazivanja odnosa određenih pojava. Ovim završnim radom obrađena je tema regresijskog modela. Nakon što su teorijski objašnjene sve potrebne stavke, iste su primijenjene na primjeru odnosa ukupnog broja registriranih poslovnih subjekata i broja zaposlenih u svim županijama Republike Hrvatske, ali i za registrirane pravne osobe i obrte i slobodna zanimanja. Podaci o istima preuzeti su sa stranica Državnog zavoda za statistiku a odnose se na stanje dana 31. ožujka 2015. Analizom linearne regresije prikazana je povezanost broja registriranih poslovnih subjekata i broja zaposlenih u tim poslovnim subjektima. Pomoću jednadžbe regresijskog modela omogućuje se shvaćanje optimalnog broja zaposlenih u odnosu na broj registriranih poslovnih subjekata.

Najveće odstupanje u smislu precijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Varaždinsku županiju a slijede ju Osječko-baranjska županija i Grad Zagreb. Iz toga se da zaključiti da ove dvije županije imaju više zaposlenih u poslovnim subjektima nego što je predviđeno linearnim regresijskim modelom. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Splitsko-dalmatinsku županiju, a slijedi ju Istarska županija. Iz toga se da zaključiti da ove dvije županije imaju manje zaposlenih nego što je predviđeno ovim modelom. U analizi zaposlenosti u pravnim osobama, najveća odstupanja u smislu precijenjene očekivane vrijednosti ima Varaždinska županija, a slijedi ju Osječko-baranjska županija. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Splitsko-dalmatinsku županiju, a slijedi ju Istarska županija. Kod analize zaposlenosti u obrtu i slobodnim zanimanjima, najveće odstupanje u smislu precijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Zagrebačku županiju, a slijedi ju Varaždinska županija. Najveće odstupanje u smislu podcijenjene očekivane vrijednosti odnosi se na Primorsko-goransku županiju, a slijedi ju Dubrovačko-neretvanska županija.

Koeficijent determinacije u ovim primjerima pokazuje visoku reprezentativnost regresijskog modela, što znači da je prihvatljivo donositi predviđanja ovim modelom. Koeficijent korelacije pokazuje snažnu i pozitivnu povezanost varijable broja registriranih poslovnih subjekata i varijable broja zaposlenih.

Regresijski model može se primjenjivati na različitim područjima, a primjena analize regresijskom jednadžbom može koristiti pri donošenju odluka o zapošljavanju, stoga bi bilo idealno kad bi se ova metoda više koristila u praksi.

LITERATURA

Stručne knjige:

- 1) Horvat, J. i Mijoč, J. (2014), Osnove statistike, Zagreb: Naklada Ljevak
- 2) Newbold, P., Carlson, W. L., & Thorne, B. (2010). Statistika za poslovanje i ekonomiju. *Zagreb: Mate*
- 3) Šošić, I. (2006), Primijenjena statistika, Zagreb: Školska knjiga

Internetski izvori:

- 1) Državni zavod za statistiku. *Broj i struktura poslovnih subjekata u ožujku 2015.* URL: http://www.dzs.hr/Hrv_Eng/publication/2015/11-01-01_01_2015.htm (1.6.2017.)
- 2) Državni zavod za statistiku. *Statistički ljetopis Republike Hrvatske (2016).* URL: http://www.dzs.hr/Hrv_Eng/ljetopis/2016/sljh2016.pdf (1.6.2017.)

POPIS SLIKA

Slika 1: Linearna povezanost varijabla

Slika 2: Nelinearna povezanost varijabla

Slika 3: Slučajna pogreška

Slika 4. Suma kvadrata pogreške i linija regresije pri različitim podacima uzorka

Slika 5. Linija regresije s procijenjenim parametrima

Slika 6. Ukupna, protumačena i neprotumačena odstupanja modela regresije

POPIS TABLICA

Tablica 1: Broj i struktura registriranih poslovnih subjekata u Republici Hrvatskoj po županijama, stanje 31.3.2015.

Tablica 2: Zaposleni u poslovnim subjektima u Republici Hrvatskoj po županijama, stanje 31.3.2015.

Tablica 3. Broj registriranih poslovnih subjekata i broj zaposlenih u Republici Hrvatskoj na dan 31.3.2015. – procjenjivanje parametara

Tablica 4. Predviđeni broj zaposlenih u poslovnim subjektima u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

Tablica 5. Neprotumačena odstupanja (SSE)

Tablica 6. Protumačena odstupanja (SSR)

Tablica 7. Ukupna odstupanja (SSyy)

Tablica 8. Predviđeni broj zaposlenih u pravnim osobama u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

Tablica 9. Izračun odstupanja, koeficijenta determinacije i koeficijenta korelacije – pravne osobe, na dan 31.3.2015

Tablica 10. Predviđeni broj zaposlenih u obrtima i slobodnim zanimanjima u županijama Republike Hrvatske na dan 31.3.2015.

Tablica 11. Izračun odstupanja, koeficijenta determinacije i koeficijenta korelacije – obrti i slobodna zanimanja

POPIS GRAFIKONA

Grafikon 1: Dijagram rasipanja – poslovni subjekti

Grafikon 2: Ucertana linija regresije i pripadajuća jednačba – poslovni subjekti

Grafikon 3: Dijagram rasipanja – pravne osobe

Grafikon 4: Ucertana linija regresije i pripadajuća jednačba – pravne osobe

Grafikon 5: Dijagram rasipanja – obrti i slobodna zanimanja

Grafikon 6: Ucertana linija regresije i pripadajuća jednačba – obrti i slobodna zanimanja

IZJAVA O AUTORSTVU RADA

Ja, **Ines Resler**, pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor završnog/diplomskog rada pod naslovom „**Zaposlenost u poslovnim subjektima: regresijski model**“ te da u navedenom radu nisu na nedozvoljen način korišteni dijelovi tuđih radova.

U Požegi, 6. lipnja 2017.

Ines Resler